



SEQUÊNCIA DIDÁTICA 8

1 - Tema: Trigonometria

2 - Subtema: Conceito das razões trigonométricas básicas: seno, cosseno e tangente

3 - Componente curricular: Matemática

4 - Série: 1ª

5 - Introdução

Na Grécia antiga, entre os anos de 180 a.C. e 125 a.C., viveu Hiparco, um matemático que construiu a primeira tabela trigonométrica. Esse trabalho foi muito importante para o desenvolvimento da Astronomia, pois facilitava o cálculo de distâncias inacessíveis, o que lhe valeu o título de PAI DA TRIGONOMETRIA.

Figura 47

Fonte: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Hiparco>Nela, aparece uma tabela trigonométrica mais completa que a de Hiparco.



Hiparco



Ptolomeu

Foram muito importantes as contribuições de Ptolomeu para a Trigonometria estudada nos dias atuais.

Analisando as motivações que levaram às contribuições de Hiparco e Ptolomeu no desenvolvimento da trigonometria, percebemos que o interesse deles era basicamente o mesmo: contribuir com o avanço da astronomia, procurando formas de calcular as distâncias inacessíveis envolvendo os elementos do universo. Mas já que o objetivo, nesse campo, era o cálculo de “distâncias inacessíveis”,

esses personagens não puderam ter acesso a essas distâncias diretamente, para construir suas ideias. Eles tiveram que raciocinar a partir de situações próximas a eles e perceber que suas descobertas poderiam ser expandidas para essas “distâncias inacessíveis”. Hoje em dia, fora as aplicações especificamente voltadas para a Astronomia, a maioria das aplicações da trigonometria está mais voltada para situações de “difícil acesso” do que de “distâncias inacessíveis”. Não se sabe, ao certo, a ideia motivacional que tiveram esses ilustres personagens que os tenha levado a estruturar o conceito de trigonometria, mas é coerente pensar que, por terem vivido em épocas distintas, talvez Ptolomeu tenha tido acesso às descobertas de Hiparco, mas o contrário não é possível, porque Hiparco morreu antes que Ptolomeu tivesse nascido.

Atualmente, o campo de aplicações da Trigonometria é inúmero, e a quase totalidade dele envolve situações de “difícil acesso”, mas não chegam a ser situações de “distâncias inacessíveis”, como as que motivaram os personagens Hiparco e Ptolomeu. Aplicações no ramo da Astronomia continuam sendo o principal exemplo de aplicações da trigonometria ao cálculo de “distâncias inacessíveis”. Para ilustrar, pontuamos algumas situações do dia a dia e que, de certa forma, estão relacionadas a situações de medidas de “difícil acesso”. Por exemplo:

- Próximo a uma região onde será construído um novo Aeroporto já existem prédios cujas alturas parece que poderão comprometer o pouso e a decolagem de Aeronaves. Nesse sentido, pretende-se realizar alguns cálculos para saber se haverá necessidade de intervenção no projeto de Construção do Aeroporto, ou mesmo ter que condenar alguns desses prédios a fim de indenizar as famílias e derrubá-los para dar segurança ao pouso e decolagem das aeronaves. Para esses cálculos, é preciso conhecer a altura desses prédios.

Ainda pensando na situação do Aeroporto, pense numa situação geográfica em que a região no entorno do projeto de construção de um Aeroporto seja montanhosa e que o Engenheiro responsável pelo projeto de construção esteja preocupado em analisar se haverá segurança para as Aeronaves pousarem ou decolarem desse Aeroporto, sem risco de colisão com alguma dessas montanhas que existem no entorno. Num caso como esse, deve-se escolher projetar a pista de pouso e decolagem na direção da montanha de menor altura, mas nem sempre isso é possível, pois o terreno disponível pode não oferecer comprimento suficiente para a pista, se ela for construída na direção dessa montanha de menor altura. Assim, cálculos irão informar se a escolha de uma direção para a pista que se alinhe com uma montanha de maior altitude não comprometa a segurança dos pousos e decolagens, mas, para isso, é preciso medir a altura dessa montanha.

Portanto, atualmente, a trigonometria não se limita a aplicações envolvendo cálculos de distâncias inacessíveis, mas também a cálculos de distâncias de “difícil acesso”, bem como outras aplicações específicas de áreas como mecânica, eletricidade, acústica, medicina, etc.

6 - Conteúdo

Conceitual

- Conceito de Trigonometria e definições das razões trigonométricas básicas: seno, cosseno e tangente.

Procedimental

- Escolher e utilizar medidas trigonométricas apropriadas para resolver problemas.

Atitudinal

- Posicionar-se positivamente em relação à aprendizagem da Trigonometria.

7 - Objetivo⁹

- Compreender o conceito de Trigonometria;
- Identificar situações problemas cujos cálculos matemáticos perpassem por aplicações de informações trigonométricas;
- Definir matematicamente as razões trigonométricas básicas: seno, cosseno e tangente.

8 - Tempo estimado: 6 aulas

9 - Desenvolvimento

1ª etapa: Problematização

Pensemos numa situação hipotética acessível de ter sido vivida por Hiparco e/ou Ptolomeu, em suas épocas, e que talvez se aproxime dos pensamentos independentes que tenham levado, por exemplo, Hiparco a construir suas ideias conceituais sobre a Trigonometria. Pense que Hiparco tenha observado, sentado à sombra de uma árvore, enquanto meditava em seus estudos, que a sombra da árvore embaixo da qual se encontrava estava mudando de posição, lentamente, em consequência da mudança de posição do Sol, e que uma pedra de aproximadamente um metro de altura também estava passando por um processo semelhante. Considere que essa observação tenha deixado Hiparco curioso e que ele decidira voltar no dia seguinte, ao nascer do sol, para acompanhar matematicamente esse processo. Assim, inicialmente Hiparco mediu a altura da pedra e encontrou 90 cm, percebendo que sua estimativa não estava tão distante do que previra que a pedra teria. Hiparco mediu, também, sua própria altura, embora tivesse uma ideia de quanto possui de altura, mas entendeu que necessitava conhecer o valor exato, o qual percebeu ser de 170 cm. Agora Hiparco espera traçar uma estratégia matemática que lhe permita, por comparações proporcionais, calcular a altura da árvore, podendo, para isso, coletar medições de algumas sombras cujas m entende ser necessário conhecer. Como deverá proceder?

9 ENEM: H3; H13; H16; - SAEB: D1; D2; D5; D15

2ª etapa: Levantamento de hipóteses

Professor, em duas aulas faça a contextualização do tema desta sequência com os alunos, apresentando também a problematização. Entregue uma cópia do texto desta contextualização a cada aluno. Determine um tempo suficiente para a leitura e promova um diálogo levantando as seguintes questões para que sejam construídas hipóteses para a solução da problematização apresentada nesta sequência. Deixe que os alunos apresentem as ideias, mas você poderá fazer os questionamentos a seguir para fomentar o debate.

O que você sugere que seja feito para encontrarmos medidas da altura de edifícios que poderiam estar localizados numa região próxima a um local onde se pretendesse construir um Aeroporto, sem que seja necessário efetuar as medições diretamente? Esse fato não remete a uma problematização semelhante à vivida por Hiparco e Ptolomeu?

- Os procedimentos apontados para se medir a altura de edifícios também se adequam à medição de altura de montanhas?
- O que você sugeriria que fosse feito para encontrarmos medidas da altura de montanhas que poderiam estar localizadas numa região próxima a um local onde se pretenda construir um Aeroporto, sem que fosse necessário efetuar as medições diretamente?
- Novamente esse fato não remete a uma situação semelhante à vivida por Hiparco e Ptolomeu? Ou seja, não parece ser uma situação de “difícil acesso” para que sua altura seja medida diretamente, embora não seja uma situação “inacessível”, como a pensada por Hiparco e Ptolomeu?
- Na situação hipotética vivida por Hiparco, que procedimento você sugere para que ele consiga medir sua própria Sombra?

3ª etapa: Propostas de atividades prevendo recursos diversificados

Professor, imaginamos que estas atividades sejam desenvolvidas a partir da terceira aula desta sequência, pois aproximadamente duas aulas são necessárias para se promover as etapas anteriores sem que haja “pressa”. Após os questionamentos anteriores, em especial o último deles (como Hiparco poderá medir sua própria sombra se terá que se mover para fazer isso?) perceber-se-á que algumas considerações complementares precisam ser acrescentadas ao texto da problematização, para que se promova uma estratégia de solução. Neste sentido, apresente aos alunos a atividade 1, seguinte, a qual complementa algumas considerações complementares a respeito da texto da problematização dada nesta sequência. Nossa previsão é que o desenvolvimento das etapas seguintes demandem mais 4 aulas para serem realizadas, mas você pode verificar o andamento dos trabalhos em sua turma e refazer essa previsão, caso queira.

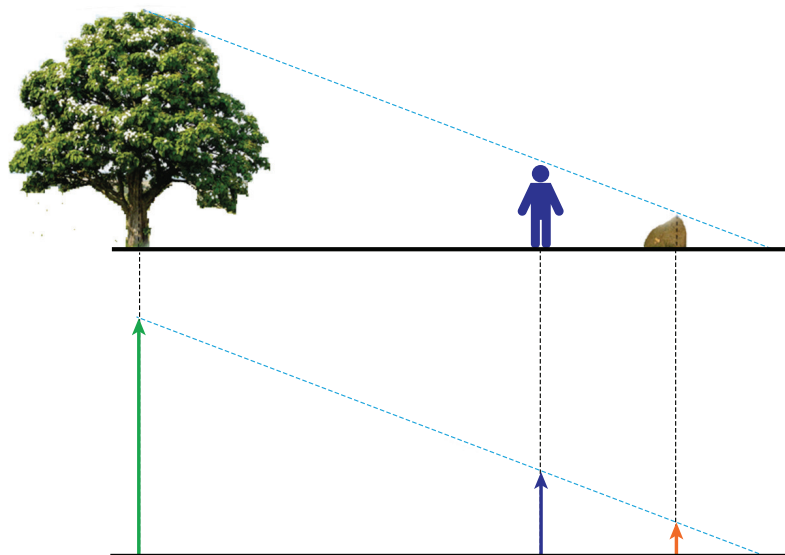
Atividade 1

Professor, antes de iniciar estas atividades atente-se em recomendar, com certa antecedência, que os alunos tragam calculadora científica para a próxima aula.

Hiparco percebeu que precisaria de outra pessoa para medir sua própria sombra. Contudo, como estava sozinho, decidiu cortar um “galho” da árvore sob cuja sombra repousara e finca-lo no chão, cautelosamente, de forma que a altura do galho exposta acima da superfície do solo ficasse igual à sua própria altura, ou seja, 170 cm. Hiparco fincou o galho numa posição intermediária entre a posição em que a árvore se encontrava e a posição da pedra, organizando os três elementos em posição crescente de tamanho, no sentido da pedra para a árvore. Escolheu, ainda, fincar o galho numa posição tal que a extremidade de sua sombra coincidisse com a extremidade da sombra da árvore, no solo. Hiparco também mudou a pedra de lugar (pois não era tão pesada, já que se tratava de uma “casa de cupim”, ou seja, um “torrão”, e não uma pedra mineral), rolando-a até que ficasse numa posição em que a extremidade de sua sombra coincidisse com a extremidade da sombra da árvore. Dessa forma, os três elementos, no momento de construção desse esquema, tinham as extremidades de suas sombras coincidindo num mesmo ponto do solo. Hiparco representou, em seu “papiro”, cada um desses três elementos: árvore, galho fincado no chão e pedra, por meio de uma “seta apontada para cima”, mantendo uma proporcionalidade entre os elementos e as respectivas “setas” que os representavam. Na figura a seguir, fizemos uma analogia entre os elementos constituintes dessa história e as representações que Hiparco fez em seu “papiro”. Contudo, Hiparco somente fez as representações da parte inferior, as ilustrações que constam na parte superior são para facilitar o entendimento da situação ilustrada. Veja:

Figura 48

Fonte: repositorio-aberto.up.pt/bitstream/10216/9666/4/5128_TM_01_C



A respeito da situação descrita, responda:

- Quantos triângulos são visualizados neste esquema?
- Os triângulos são semelhantes? Explique.
- A seta do meio (seta azul – altura de Hiparco) aparenta estar no ponto médio entre a árvore e a extremidade de sua sombra?

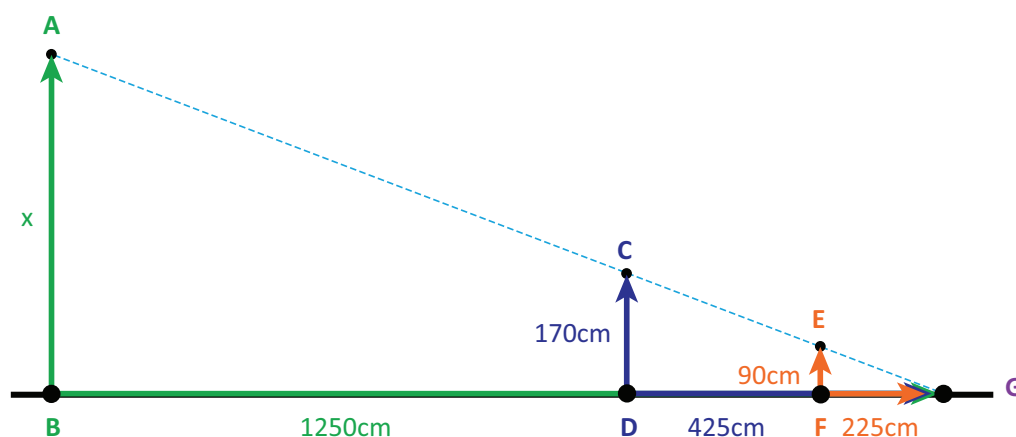
- d) Se a seta do meio (seta azul – altura de Hiparco) estivesse no ponto médio entre a árvore e a extremidade de sua sombra, qual seria a altura da árvore?
- e) E qual seria o comprimento da sombra da árvore, seguindo o esquema?
- f) Em qualquer horário do dia essa lógica verificada no item anterior se manteria?
- g) A seta que representa a altura da pedra (seta laranja) aparenta estar no ponto médio entre “Hiparco e a extremidade de sua sombra”?
- h) Se a seta que representa a altura da pedra (seta laranja) estivesse no ponto médio entre “Hiparco e a extremidade de sua sombra”, qual seria a altura da pedra?
- i) E qual seria o comprimento da sombra da pedra, seguindo o esquema?

Atividade 2

Apresentamos, a seguir, uma versão ilustrada com o uso de “cores” da versão esquematizada por Hiparco. Nela, representamos um elemento e sua respectiva sombra com setas de mesma cor. Em seguida, atribuímos “letras MAIÚSCULAS” a todos os vértices presentes neste esquema, seguindo, também, um padrão de uso de cores compatíveis com as cores do elemento correspondente. Apenas o ponto **G** foi representado por uma cor diferente (cor roxa), já que ele é um ponto “comum” às três cores e, nesse sentido, escolhemos representá-lo por uma cor distinta em relação às três que já estavam sendo usadas. Por último, registramos os valores de supostas medições que Hiparco tenha realizado às 10 horas do dia. O registro da altura da árvore é o único não definido, porque o projeto de Hiparco é tentar encontrar uma forma de calcular essa altura, por meio das informações conhecidas, sem ter que medi-la diretamente, o que talvez até poderia ser possível, mas, certamente, trabalhoso. Assim, Hiparco considerou a altura da árvore como uma “medida inacessível” e escolheu representar essa medida por uma incógnita “ x ”. Concluiu que se conseguisse desenvolver um procedimento que permitisse encontrar o valor de sua altura, certamente poderia utilizar o mesmo procedimento para medir distâncias inacessíveis associadas à astronomia, o que era, de fato, o interesse de estudo. Veja, então, como ficou a figura com as respectivas medições registradas.

Figura 49

Fonte: repositorio-aberto.up.pt/bitstream/10216/9666/4/5128_TM_01_C



Professor, relembre as seguintes formalidades de padronização de nomenclatura aos alunos:

- Diga aos alunos que um triângulo qualquer, tal como o constituído por características específicas da árvore, é representado, matematicamente, por

$$\triangle ABG$$

Ou seja, usa-se o símbolo $\triangle$, acompanhado das letras que representam os três vértices do triângulo.

-Diga aos alunos que um lado qualquer de qualquer um dos triângulos é representado matematicamente assim:

$$\overline{AB}$$

Explique que qualquer lado do triângulo equivale a um “segmento de reta” e aproveite para comentar sobre a simbologia das semirretas e das retas.

Pergunte aos alunos que tipo de triângulo Hiparco usou para representar a estrutura da árvore? Ou seja, qual a classificação desse triângulo, “quanto aos ângulos”? Deixe que falem se tratar de um triângulo retângulo. Se não houver contribuições ou se perceber que as contribuições estão incorretas ou que o aluno até respondeu corretamente, mas de forma insegura, aproveite esse momento e relembre as classificações dos triângulos quanto aos ângulos e quanto aos lados. Sintetize esse momento evidenciando que o triângulo que representa a estrutura da árvore é retângulo. Questione os alunos sobre os dois outros triângulos que representam as demais estruturas (Hiparco e pedra) e os ajude a concluir que se trata, também, de triângulos retângulos. Relembre a nomenclatura adotada para fazer menção aos lados do triângulo retângulo: *cateto oposto*, *cateto adjacente* e *Hipotenusa*.

A respeito da situação descrita, responda:

a) Qual a medida da altura da árvore?

b) Preencha a tabela seguinte com as combinações possíveis de razões entre os comprimentos dos lados definidos na primeira coluna. Preencha a tabela de forma literal, ou seja, não utilize os valores numéricos informados na figura. Siga o modelo que já iniciamos.

Observação: utilizamos a nomenclatura “**Hipotenusa de Hiparco**”, por exemplo, quando queremos fazer menção à hipotenusa do triângulo retângulo constituído pelos elementos que caracterizam apenas o personagem Hiparco.

	Árvore	Hiparco	Pedra
$\frac{ALTURA}{SOMBRA}$	$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}$	$\frac{\overline{CD}}{\overline{DG}}$	$\frac{\overline{EF}}{\overline{FG}}$

$\frac{SOMBRA}{ALTURA}$			
$\frac{ALTURA}{HIPOTENUSA}$			
$\frac{HIPOTENUSA}{ALTURA}$			
$\frac{HIPOTENUSA}{SOMBRA}$			
$\frac{SOMBRA}{HIPOTENUSA}$			

c) Encontre a medida da Hipotenusa de cada um dos respectivos triângulos retângulos constituintes da figura dada.

Professor, permita que os alunos utilizem calculadora e solicite que resultados decimais sejam arredondados para TRÊS casas decimais.

d) Substitua as medidas das respectivas razões construídas na tabela do item “c” e calcule estas razões, inserindo os resultados na tabela dada a seguir.

Professor, permita que os alunos utilizem calculadora e solicite que resultados decimais sejam arredondados para UMA casa decimal.

	Árvore	Hiparco	Pedra
$\frac{ALTURA}{SOMBRA}$			
$\frac{SOMBRA}{ALTURA}$			
$\frac{ALTURA}{HIPOTENUSA}$			
$\frac{HIPOTENUSA}{ALTURA}$			
$\frac{HIPOTENUSA}{SOMBRA}$			
$\frac{SOMBRA}{HIPOTENUSA}$			

e) Analise os resultados encontrados e construa conclusões a respeito do que observou.

f) Você acha que as conclusões a que você chegou, no item anterior, poderiam ser utilizadas para

resolver uma outra situação problema semelhante? Descreva sua opinião.

g) Sabendo que às 11h Hiparco voltou a analisar a estrutura de sua pesquisa, faça uma figura semelhante à que foi dada no enunciado desta atividade, mas que caracterize a realidade que você imagina que Hiparco tenha encontrado. Insira nessa figura as medidas conhecidas das alturas da árvore, de Hiparco e da pedra e sugira medições hipotéticas para as respectivas sombras desses elementos.

Professor, nesta atividade você terá oportunidade de perceber o nível de aprendizagem dos alunos em relação ao que está sendo estudado nesta sequência, pois perceberá se eles detectam mudanças significativas na estrutura da nova situação. O esperado é que eles suponham que as extremidades das sombras não mais coincidam num único ponto G, e que as medidas hipotéticas das sombras precisam ser tais que as razões construídas no item “e” continuem constantes, mas os valores dessas razões devem ser diferentes dos calculados no item “e”, visto que o ângulo de inclinação dos raios solares não é mais o mesmo do horário das 10h. É importante, também, que no padrão da figura fique possível perceber que os elementos, em si, não mudam de lugar. Fique atento, pois há uma tendência dos alunos em quererem mudar a posição dos objetos, por causa de ajustes que entendam ser necessário realizar às novas projeções das sombras. Isso evidencia a presença de erro de “construção conceitual”.

h) Peça ajuda ao professor para calcular a medida do ângulo $\hat{G}$.

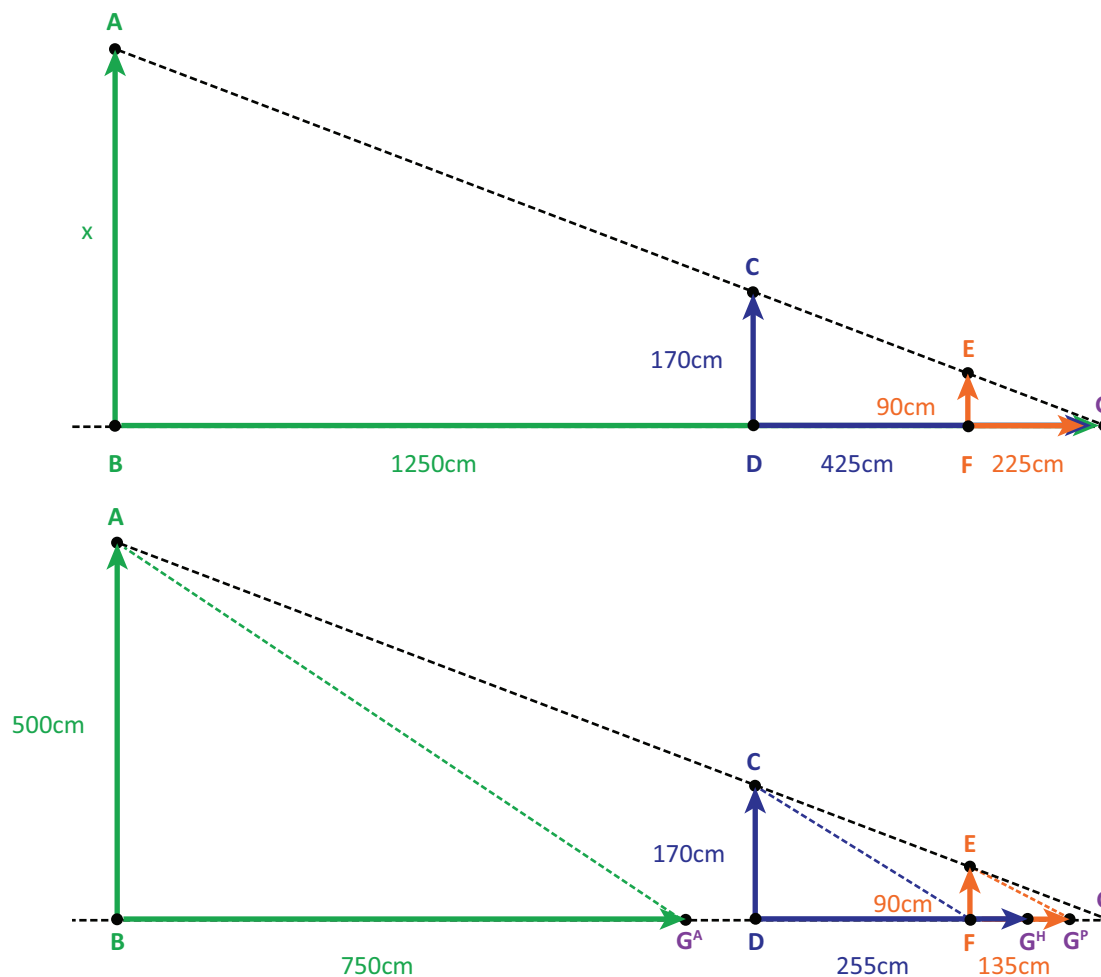
Professor, nesta atividade você deverá ajudar os alunos a calcular o ângulo pedido por meio do uso das três funções trigonométricas inversas disponíveis em uma calculadora científica, ou seja, $\text{sen}^{-1} x$, $\text{cos}^{-1} x$ e $\text{tag}^{-1} x$. Contudo, nossa proposta é que esta atividade seja feita sem que nada tenha sido ensinado sobre o conceito de razões trigonométricas. Os alunos certamente ficarão curiosos e farão perguntas mas peça a eles que guardem, por um momento, as curiosidades, que brevemente elas serão respondidas. Nossa proposta é que se utilizem os dados preenchidos na tabela do item “e” desta atividade para calcular o ângulo $\hat{G}$ por meio das três funções trigonométricas inversas e evidenciar aos alunos que o valor do ângulo calculado é o mesmo em qualquer uma delas. O resultado desta atividade é útil em parte dos questionamentos da atividade seguinte.

Atividade 3

Às 12h Hiparco voltou a analisar a estrutura de sua pesquisa e, ao perceber nela mudanças significativas, resolveu realizar o esboço de uma nova figura. Na figura a seguir, apresentamos uma figura que permite comparar os dois esboços realizados por Hiparco. Nessa figura, percebemos que a antiga projeção das sombras, que culminava no ponto G, agora culmina em três pontos distintos, que formam denominados de G^A , G^H , G^P para a Árvore, Hiparco e Pedra, respectivamente.

Figura 50

Fonte: repositorio-aberto.up.pt/bitstream/10216/9666/4/5128_TM_01_C



- Descreva as principais mudanças que podem ser percebidas.
- Encontre a medida da Hipotenusa de cada um dos respectivos triângulos retângulos constituintes da “nova” estrutura esboçada por Hiparco.

Professor, permita que os alunos utilizem calculadora e solicite que resultados decimais sejam arredondados para TRÊS casas decimais.

- Construa, na tabela a seguir, um novo procedimento semelhante ao que foi construído no item “c” da “Atividade 2”, e calcule estas novas razões.

Professor, permita que os alunos utilizem calculadora e solicite que resultados decimais sejam arredondados para UMA casa decimal.

	Árvore	Hiparco	Pedra
$\frac{ALTURA}{SOMBRA}$			
$\frac{SOMBRA}{ALTURA}$			
$\frac{ALTURA}{HIPOTENUSA}$			
$\frac{HIPOTENUSA}{ALTURA}$			
$\frac{HIPOTENUSA}{SOMBRA}$			
$\frac{SOMBRA}{HIPOTENUSA}$			

- d) Analise os resultados encontrados e construa conclusões a respeito do que observou.
- e) Peça ajuda ao professor para calcular a medida dos ângulos $\hat{G}^A, \hat{G}^H, \hat{G}^P$. Se você se recordar de como foi feito isso, no item “i” da “**Atividade 2**”, pode tentar fazer sozinho.
- f) Compare os resultados encontrados neste item com o resultado encontrado no item “i” da “**Atividade 2**”. Descreva suas conclusões.

Professor, ao final desta sequência didática, havendo realizado estas atividades com os alunos, entendemos que seja um bom momento para você iniciar a conceituação das razões trigonométricas, valendo-se, para isso, de uma contextualização de suas explicações voltadas para a problematização trabalhada nesta sequência.

10 - Avaliação

A avaliação pode ocorrer durante todo o processo de desenvolvimento desta sequência, analisando a participação dos alunos nas interações com o professor. Pode-se, contudo, realizar avaliações mais específicas, por meio da análise da resolução das atividades propostas nesta sequência.

11 - Referências

BEZERRA, Manoel Jairo. **Matemática para o Ensino Médio**: Volume Único. São Paulo: Scipione, 1995.

BORDEAUX, Ana Lúcia. ANTUNES, Carla. Matemática: **Multicurso segunda série, ensino médio**. Rio de Janeiro: Fundação Roberto Marinho, 2005.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: Contexto e Aplicações**. São Paulo: Ática, v. 3, 2011.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. **Matemática: Ensino Médio**. São Paulo: Saraiva, 2005.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MURAKAMI, Carlos. **Fundamentos de Matemática Elementar**. São Paulo: Atual, v.02, 1977.

RIBEIRO, Jackson. Matemática: **Ciência, linguagem e tecnologia**. São Paulo: Scipione, v. 3, 2011.

SAMPAIO, José Luiz Pereira; CAVALLANTTE, Sidiney Luiz. **Noções de Matemática**. São Paulo: Moderna, v. 02, 1979.

ANEXO

Respostas e Resoluções das atividades propostas

Atividade 1

a) três

b) É possível concluir que são semelhantes pelo caso A.A. (ângulo – ângulo), visto que todos os três triângulos possuem um ângulo reto e um ângulo de medida comum que se encontra no vértice onde está a extremidade da sombra.

c) Não.

d) 3,40 m (dobro da altura de Hiparco).

e) O dobro do valor da sombra de Hiparco. Não sabemos o valor exato, pois não conhecemos o valor da medida da sombra de Hiparco.

f) Se o sol se deslocasse somente em linha reta, no céu, sim, mas certamente esse fato não será mantido porque o sol realiza um movimento de curvatura no céu enquanto se desloca.

g) Não.

h) 0,95 m (metade da altura de Hiparco).

i) Metade do valor da sombra de Hiparco.

Atividade 2

a) 500 cm

b) Basta seguir o modelo dado.

Professor, se possível, faça uma construção desta no quadro e utilize distinções de cores para tornar o procedimento mais didático. Entendemos que isso irá facilitar a aprendizagem dos alunos.

c) $\overline{AG} = 1346,291$; $\overline{CG} = 457,739$; $\overline{EG} = 242,332$;

d) Basta fazer as divisões na calculadora;

e) Resposta pessoal.

f) Resposta pessoal.

g) Resposta pessoal.

h) As teclas das funções trigonométricas precisam ser acionadas por meio da tecla “Shift”. Calcule, primeiramente, o valor da razão e, em seguida, com o resultado do cálculo exibido no visor da calculadora, aperte a tecla “shift” e, em seguida, aperte a tecla da função trigonométrica “inversa” de seu interesse. Aperte a tecla que contém o sinal “=” para que a máquina conclua o cálculo.

Atividade 3

a)

- As projeções das sombras, que antes culminavam num único ponto G, agora culminam em três pontos distintos, os quais, nenhum deles coincide com o ponto G da projeção inicial;

- As sombras mudam de comprimentos, mas os objetos não mudam de posição;

b) $\overline{AG}^A = 901,388$; $\overline{CG}^H = 282,002$; $\overline{EG}^P = 162,250$;

c) Basta fazer as divisões na calculadora;

d) Resposta pessoal.

e) As teclas das funções trigonométricas precisam ser acionadas por meio da tecla “Shift”. Calcule, primeiramente, o valor da razão e, em seguida, com o resultado do cálculo exibido no visor da calculadora, aperte a tecla “shift” e, em seguida, aperte a tecla da função trigonométrica “inversa” de seu interesse. Aperte a tecla que contém o sinal “=” para que a máquina conclua o cálculo.

f) Resposta pessoal.