

OFICINA 20

TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

Meta:

- Apresentar informações em gráficos e tabelas.
- Utilizar medidas de tendência central.

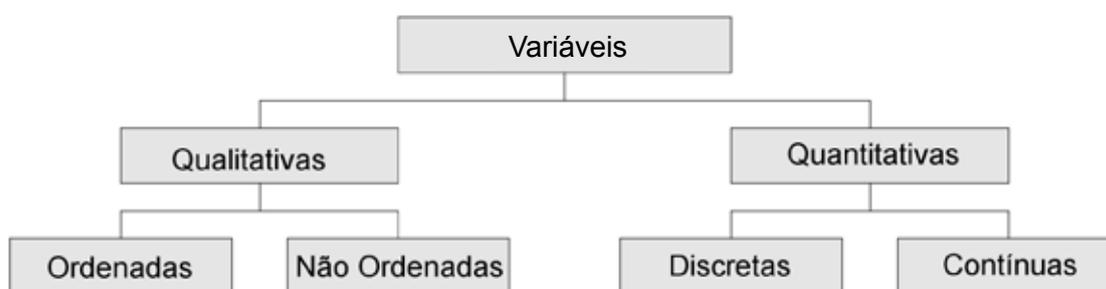
Objetivos:

- Ao término dessa oficina o aluno deverá ser capaz de:
 - Ler e interpretar informações apresentadas em gráficos e/ou tabelas.
 - Resolver problemas envolvendo cálculo de médias.

Inicialmente, convém enfatizar que na Matemática estamos acostumados a fazer gráfico de funções, como o gráfico da função seno, por exemplo. Estes gráficos são distintos dos que serão citados nessa oficina, não somente com respeito a forma de fazer (desenhar) o gráfico como também aos objetivos a que se propõem. Entretanto, no contexto do que aqui estamos apresentando, usaremos os termos gráficos e representações gráficas de forma análoga.

Na verdade, representações gráficas podem ser consideradas como a arte de apresentação de dados. Há várias boas razões para se usar representação gráfica em lugar de uma explicação textual: (i) uma figura substitui muitas palavras; (ii) é mais rápido entender as informações correspondentes a elas; (iii) uma representação gráfica podem enfatizar ou esclarecer determinados pontos; (iv) uma figura pode despertar mais o interesse do leitor do que um texto.

Existem vários tipos de representações gráficas, assim, um ponto importante quando da escolha de um deles é saber qual o tipo de variável que será exibido:



Variáveis qualitativas, que também são chamadas de categóricas, têm estados, níveis ou categorias que são definidas por um conjunto de subclasses mutuamente exclusivas e exaustivas. Estas subclasses podem ser ordenadas ou não-ordenadas.

Exemplo de variável qualitativa ordenada: nível de escolaridade dos pais dos alunos de um dado colégio.

Exemplo de variável qualitativa não-ordenada: diferentes regiões geográficas do Brasil.

Nas variáveis quantitativas os níveis são expressos numericamente. Há dois tipos de variáveis quantitativas: discretas e contínuas. Geralmente as discretas (números inteiros) estão associados a problemas de contagem e as contínuas (números reais) a resultados de mensurações sobre o mundo físico.

Exemplo de variável quantitativa discreta: número de alunos de dado colégio.

Exemplo de variável quantitativa contínua: altura dos alunos da 5ª série.

A representação de dados estatísticos usualmente é feita por meio de tabelas ou de gráficos. Entre os gráficos mais comumente encontradas são: (i) lineares, (ii) colunas, (iii) barras, (iv) setograma, (v) cartograma e (vi) pictórico.

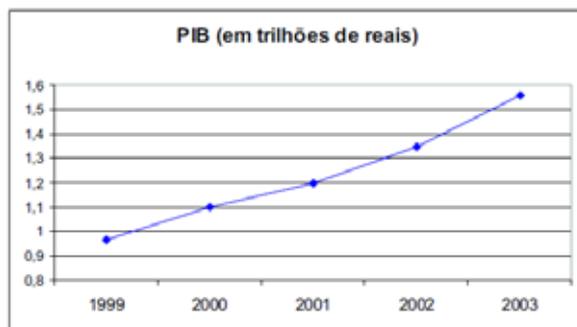


Gráfico linear

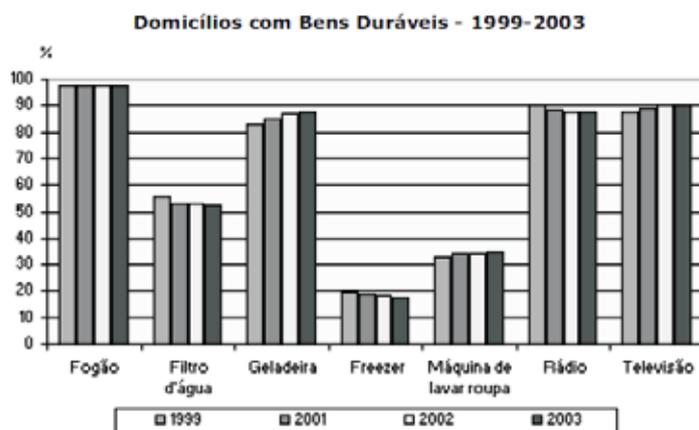


Gráfico de colunas



Gráficos de barras

Distribuição dos professores por titulação

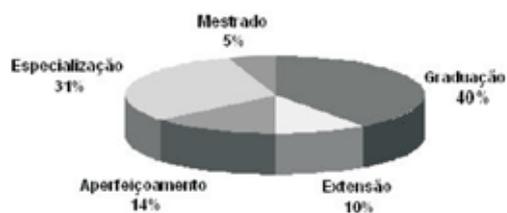
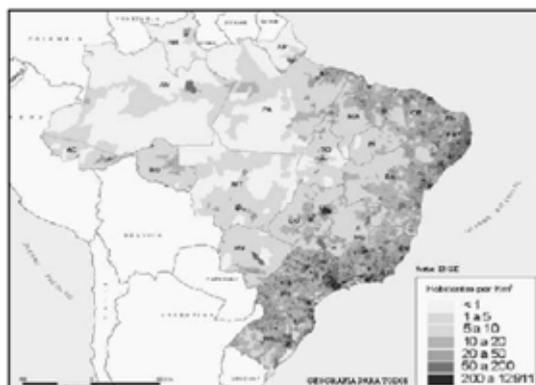


Gráfico de setores



Cartograma – Densidade Demográfica do Brasil



Pictograma – População dos Estados Unidos

Gráficos e tabelas constituem-se ferramentas úteis para representação e apresentação de dados. São fáceis de fazer e representações gráficas podem ser extremamente criativas. Geralmente informações que constam em uma tabela podem ser exibidas em uma específica representação gráfica ou vice-versa.

Esse é um tema muito fértil a aplicações e que você, tutor, deve explorar propondo atividades práticas envolvendo pesquisas e levantamentos com os alunos. Os resultados desses levantamentos devem ser organizados em uma tabela e, posteriormente, gráficos representativos desses levantamentos devem ser elaborados pelos alunos.

Em muitas situações, é desejável obter descrições mais resumidas do comportamento de uma variável, através de um ou mais números. Nessas situações utilizam-se medidas estatísticas que podem sintetizar as informações mais importantes dos valores assumidos por uma variável. Dentre as medidas estatísticas mais utilizadas, destacam-se a média aritmética, a mediana e a moda, que são medidas de tendência central, e ainda o desvio padrão e os quartis, que são medidas de dispersão.

Destacaremos a média aritmética. Uma média de uma lista de números é um valor que pode substituir todos os elementos da lista sem alterar uma certa característica da lista. Se essa característica é a soma dos elementos da lista, obtém-se a média aritmética. A média aritmética simples da lista de n números x_1, x_2, \dots, x_n é um valor \bar{x} tal que

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = \bar{x} + \bar{x} + \dots + \bar{x} = n\bar{x}.$$

Portanto, a média aritmética simples da lista de n números x_1, x_2, \dots, x_n é definida por

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}.$$

É importante registrar que há outros tipos de médias possíveis, tais como a média geométrica e a média harmônica. A título de ilustração, apresentaremos também a média geométrica. Se a característica a ser mantida for o produto dos elementos da lista, obtém-se a média geométrica. A média geométrica simples dos n número inteiros positivos x_1, x_2, \dots, x_n é um valor g tal que

$$x_1 x_2 \cdots x_n = gg \cdots g = g^n.$$

Portanto, a média geométrica simples dos de n números positivos x_1, x_2, \dots, x_n é definida por

$$g = \sqrt[n]{x_1 x_2 \cdots x_n}.$$

A média geométrica só definida para números positivos pois, caso contrário, tem-se o risco da média geométrica não existir. De fato, não se pode definir a média geométrica entre -3 e 3 , por exemplo.

De qualquer forma, é importante perceber que, quando se troca um conjunto de valores por sua média, perdem-se informações sobre o conjunto de valores. De fato, considere os dois conjuntos formados por seis números:

$$C_1 = \{0, 1, 4, 10, 6, 9\} \text{ e } C_2 = \{5, 5, 5, 5, 5, 5\}.$$

Note que as médias aritméticas dos números que constituem os conjuntos C_1 e C_2 são dadas por $\bar{x}_{C_1} = \frac{0+1+4+10+6+9}{6} = 5$ e $\bar{x}_{C_2} = \frac{5+5+5+5+5+5}{6} = 5$, ou seja, os dois conjuntos de valores apresentam médias aritméticas iguais a 5 mas o conjunto C_1 tem seus elementos bem mais dispersos que o conjunto C_2 . Assim, a informação da média de um conjunto de valores diz pouco sobre esse conjunto de valores pois, ao trocarmos cada coleção de termos por sua média, estamos perdendo informações.

Em geral utiliza-se outras medidas que servem para medir o grau de dispersão do conjunto de valores. A medida de dispersão mais utilizada é o desvio padrão, que mensura o quanto os valores se distanciam da média aritmética. Entretanto, não abordaremos medidas de dispersão nessas notas.

A moda é o valor mais frequentemente observado de uma variável. A moda é uma medida de maior interesse para variáveis qualitativas, variáveis numéricas discretas e para variáveis numéricas agrupadas em classes.

A mediana de uma lista de n elementos (ou dados) ordenadamente dispostos (em ordem crescente ou decrescente) é o valor que ocupa a posição central, se n é ímpar e, se n for par, a mediana é a média aritmética dos dois termos centrais.

Exemplo 1: João obteve nota final igual a 58 pontos em matemática. Essa nota é obtida calculando-se a média aritmética entre as quatro notas bimestrais, cada uma valendo 100 pontos. João está em recuperação em matemática, pois a nota final mínima para aprovação é 60 pontos. A nota obtida na recuperação, que vale 100 pontos, substitui a menor nota bimestral do aluno, que no caso de João é 54 pontos. Qual a menor nota que João poderá obter na recuperação para que venha a ser aprovado em matemática?

Solução:

João obteve quatro notas bimestrais: n_1 , n_2 , n_3 e 54, sendo que 54 é a menor delas.

Como a média final de João foi 58 pontos, isso significa que $\frac{n_1 + n_2 + n_3 + 54}{4} = 58$.

Seja x a menor nota que João poderá obter na recuperação para ser aprovado. Então essa nota x deve ser tal que, após substituir a nota 54, deve tornar a média das notas igual a 60. Assim

devemos ter $\frac{n_1 + n_2 + n_3 + x}{4} = 60$.

De $\frac{n_1 + n_2 + n_3 + 54}{4} = 58$ podemos concluir que $\frac{n_1 + n_2 + n_3}{4} + \frac{54}{4} = 58$, ou seja,

$$\frac{n_1 + n_2 + n_3}{4} = 58 - \frac{54}{4} = \frac{232 - 54}{4} = \frac{178}{4}.$$

Por outro lado, de $\frac{n_1 + n_2 + n_3 + x}{4} = 60$ temos $\frac{n_1 + n_2 + n_3}{4} + \frac{x}{4} = 60$.

Substituindo $\frac{n_1 + n_2 + n_3}{4} = \frac{178}{4}$ nessa última igualdade obtemos:

$$\frac{178}{4} + \frac{x}{4} = 60$$

$$178 + x = 240 \text{ ou } x = 62.$$

Exemplo 2: Em uma classe de 20 rapazes e 30 moças, foi realizada uma avaliação. A média das notas das moças foi 8 e a média das notas dos rapazes foi 7. Qual foi a média das notas da classe?

Solução:

Para se calcular a média das notas da classe, é necessário conhecer a soma de todas as notas dessa classe, que tem 50 (= 20 + 30) alunos.

Se eram 20 rapazes e a média de suas notas foi 7, então a soma de todas as notas dos rapazes foi igual a $20 \times 7 = 140$. Por outro lado, se eram 30 moças e a média de suas notas foi 8, então a soma de todas as notas das moças foi igual a $30 \times 8 = 240$.

Como a soma de todas as notas foi 380 (= 140 + 240) e a classe tem 50 alunos, a média das notas dessa classe foi:

$$\bar{x} = \frac{380}{50} = 7,6.$$



Um erro muito comum nesse tipo de problema é o aluno responder 7,5 pois simplesmente calcula a média entre os valores 7 e 8. Esse raciocínio só funcionaria se o número de rapazes e de moças nessa turma fossem iguais.

Exemplo 3: A média das alturas dos cinco jogadores titulares de um time de basquete é igual a 1,98 m. O treinador deseja substituir um jogador de modo que a média de altura do time aumente para, no mínimo, 2 m. Nessa substituição, qual deve ser a diferença mínima, em centímetros, entre a altura do jogador que entrará e a altura do jogador que sairá?

Solução:

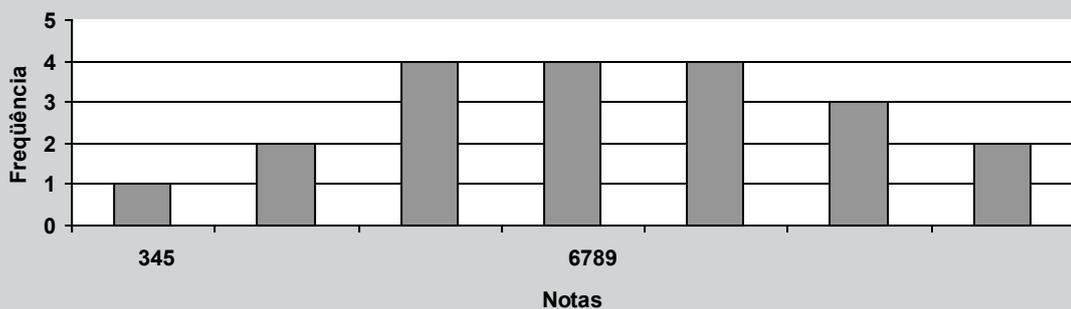
Denotando por S a soma das alturas dos cinco jogadores titulares em centímetros tem-se: $\frac{S}{5} = 198 \Rightarrow S = 990$. Agora, denotando por y e x as alturas dos jogadores que vão entrar e sair, respectivamente, devemos ter, no mínimo:

$$\frac{(S - x) + y}{5} = 200 \Rightarrow 990 + (y - x) = 1000 \Rightarrow y - x = 10.$$

Portanto, a diferença entre as alturas do jogador que entrar e do jogador que sair deve ser, no mínimo, igual a 10 cm.



Exemplo 4: Um professor fez o levantamento das notas de uma turma com 20 alunos, obtidas em uma prova cujo valor era 10 pontos. Veja o gráfico abaixo.



Depois de confeccionado esse gráfico, o professor percebeu ter errado a nota de um dos alunos e verificou que, feita a correção dessa nota, a média das notas dessa turma aumentaria em 0,2 ponto e a moda passaria a ser 7 pontos. Qual passou a ser a média das notas após a correção? Qual era o valor da nota que estava errada?

Solução:

Note que, antes da correção, a soma das notas era:

$1 \times 3 + 2 \times 4 + 4 \times 5 + 4 \times 6 + 4 \times 7 + 3 \times 8 + 2 \times 9 = 125$ e, sendo 20 alunos nessa turma, tem-se que a média das notas era $\bar{x} = \frac{125}{20} = 6,25$. Com o acréscimo de 0,2 ponto na média, essa passou a ser $6,25 + 0,2 = 6,45$. Entretanto, o acréscimo de 0,2 ponto na média corresponde a um acréscimo de 4 pontos na soma das notas pois: $\bar{x} + 0,2 = \frac{125}{20} + 0,2 = \frac{125}{20} + \frac{4}{20} = \frac{125 + 4}{20}$. Com isso, a nota que foi corrigida, sofreu uma alteração de 4 pontos para cima. Se com essa correção a moda passou a ser 7, é porque a nota 7 passou a ser a mais frequente. Assim, a nota que sofreu a correção passou a valer 7. Como a correção foi de 4 pontos, a nota que estava errada valia $7 - 4 = 3$.



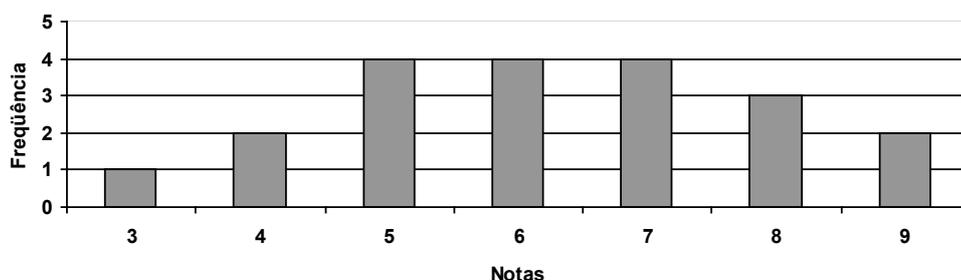
Resolva as atividades propostas abaixo.

Atividade 1: João obteve nota final igual a 58 pontos em matemática. Essa nota é obtida calculando-se a média aritmética entre as quatro notas bimestrais, cada uma valendo 100 pontos. João está em recuperação em matemática, pois a nota final mínima para aprovação é 60 pontos. A nota obtida na recuperação, que vale 100 pontos, substitui a menor nota bimestral do aluno, que no caso de João é 54 pontos. Qual a menor nota que João poderá obter na recuperação para que venha a ser aprovado em matemática?

Atividade 2: Em uma classe de 20 rapazes e 30 moças, foi realizada uma avaliação. A média das notas das moças foi 8 e a média das notas dos rapazes foi 7. Qual foi a média das notas da classe?

Atividade 3: A média das alturas dos cinco jogadores titulares de um time de basquete é igual a 1,98 m. O treinador deseja substituir um jogador de modo que a média de altura do time aumente para, no mínimo, 2 m. Nessa substituição, qual deve ser a diferença mínima, em centímetros, entre a altura do jogador que entrará e a altura do jogador que sairá?

Atividade 4: Um professor fez o levantamento das notas de uma turma com 20 alunos, obtidas em uma prova cujo valor era 10 pontos. Veja o gráfico abaixo.



Depois de confeccionado esse gráfico, o professor percebeu ter errado a nota de um dos alunos e verificou que, feita a correção dessa nota, a média das notas dessa turma aumentaria em 0,2 ponto e a moda passaria a ser 7 pontos. Qual passou a ser a média das notas após a correção? Qual era o valor da nota que estava errada?

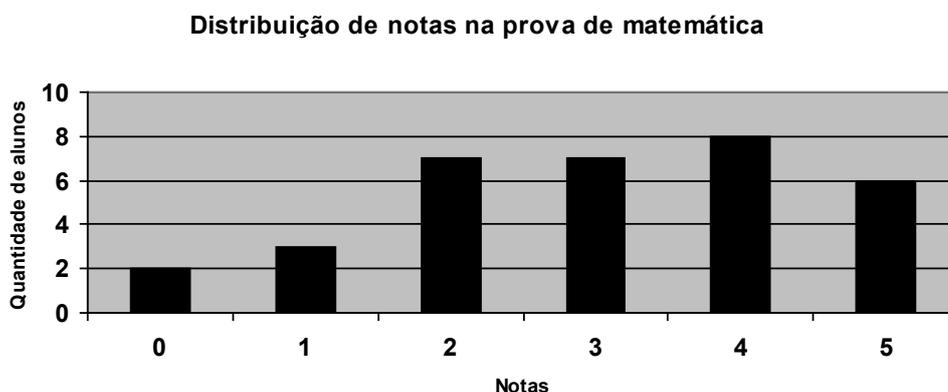
Atividade 5: Um aluno compara as notas das 6 provas de Português que fez em 2004 e de outras 6, da mesma matéria, que fez em 2005. Ele repara que em 5 provas ele obteve as mesmas notas nos dois anos. Na outra prova a nota foi 86 em 2004 e 68 em 2005. Em 2004 a média aritmética das seis notas foi 84. Qual foi a média em 2005?

Atividade 6: O professor de Matemática aplicou em sua turma um teste com cinco questões de múltipla escolha onde cada questão valia um ponto. A nota de cada aluno no teste foi a soma das notas das questões por ele acertadas. Após corrigir o teste, o professor produziu a seguinte tabela, contendo a porcentagem de acertos em cada questão:

Questão	1	2	3	4	5
% de acertos	50%	40%	60%	20%	10%

Qual foi a média das notas nesse teste?

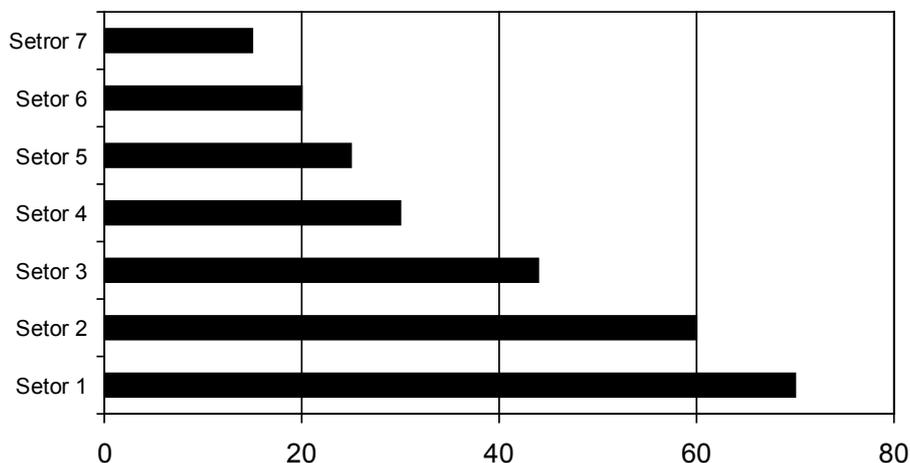
Atividade 7: Na sala de Pedrinho foi aplicada uma prova de matemática com 5 questões de múltipla escolha valendo um ponto cada. A distribuição dessas notas obtidas encontra-se representada no gráfico abaixo.



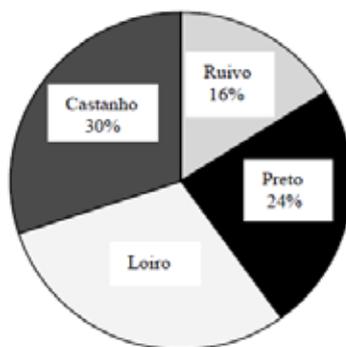
Pedrinho que não pôde comparecer na escola no dia da aplicação dessa prova, a realizou no mês seguinte. Qual a nota mínima que Pedrinho deverá tirar para que a média das notas dessa turma aumente?

Atividade 8: A média de idade dos 24 professores da “Escola Ensinar” é 40 anos. Rita, que tem 35 anos de idade, acaba de ser contratada como mais uma professora dessa escola. Qual a nova média de idade dentre os professores da “Escola Ensinar”?

Atividade 9: Uma empresa fez um levantamento em todos os seus setores determinando o percentual de mulheres em cada setor da empresa. O resultado desse levantamento é mostrado no gráfico abaixo. Em quantos desses setores o percentual de homens é maior que o percentual de mulheres?

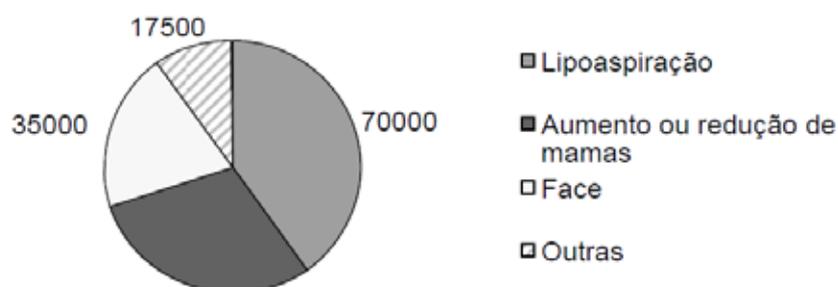


Atividade 10: Os resultados de uma pesquisa das cores de cabelo de 1200 pessoas são mostrados no gráfico abaixo. Quantas pessoas possuem o cabelo preto?



Atividade 11: A fim de melhorar a aparência, 175 mil brasileiros enfrentaram anestesia, bisturi e o desconforto de um pós-operatório no ano de 2000. Esse desejo coletivo de conseguir um corpo mais bonito levou nosso país ao segundo lugar no *ranking* dos campeões em cirurgias estéticas, só perdendo para os Estados Unidos”. Fonte: Revista Saude!,out. 2002.

O gráfico seguinte apresenta o total das cirurgias plásticas mais realizadas, no Brasil, em 2000.



- a) Quantas cirurgias para redução ou aumento de mamas foram realizadas nesse ano?
- b) No gráfico, qual é o ângulo central do setor circular que representa as cirurgias de face?

Atividade 12: Uma prova continha cinco questões, cada uma valendo 2 pontos. Em sua correção, foram atribuídas a cada questão apenas as notas 0 ou 2, caso a resposta estivesse, respectivamente, errada ou certa. A soma dos pontos obtidos em cada questão forneceu a nota da prova de cada aluno. Ao final da correção, produziu-se a seguinte tabela, contendo a porcentagem de acertos em cada questão:

Questão	Porcentagem de acerto
1	30%
2	10%
3	60%
4	80%
5	40%

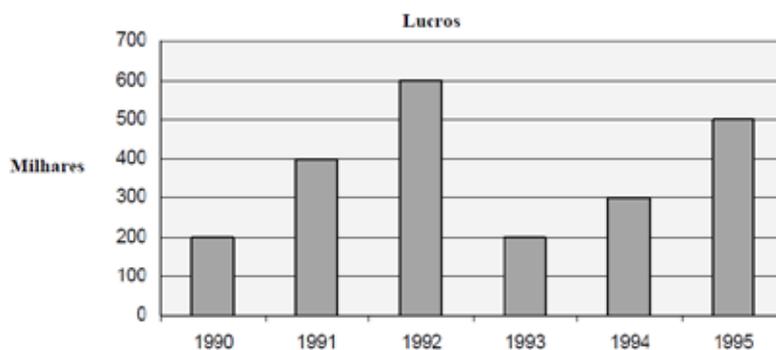
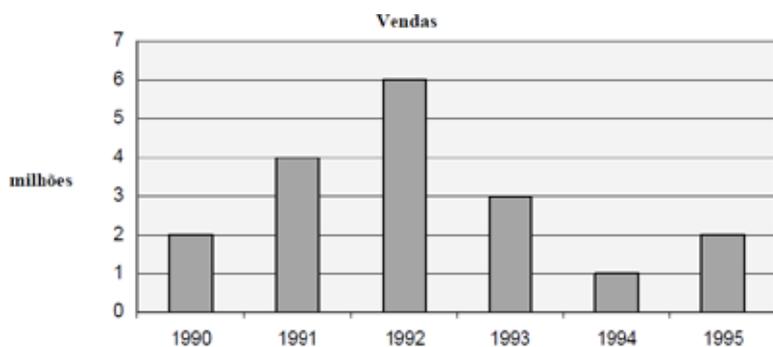
Qual a média das notas da prova?

Atividade 13: Em certa eleição foram obtidos os seguintes resultados:

Candidato	Porcentagem do total de votos	Número de votos
A	26%	
B	24%	
C	22%	
nulos ou brancos		196

Qual o número de votos obtidos pelo candidato vencedor?

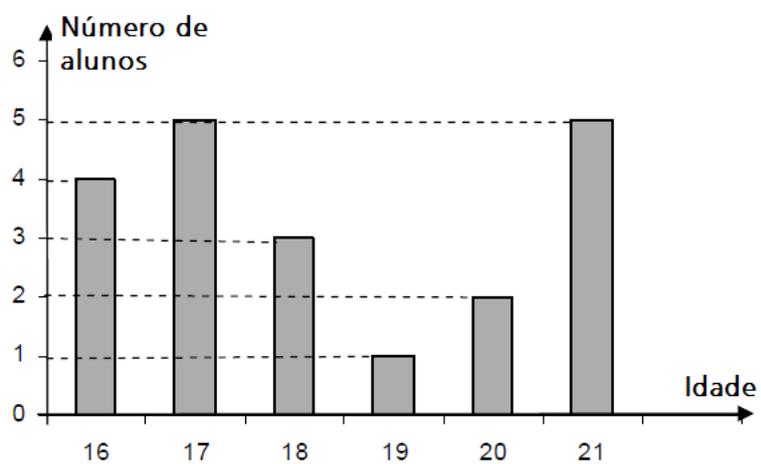
Atividade 14: Observe os gráficos a seguir, que representam, em reais, as vendas e os lucros anuais de uma empresa no período de 1990 a 1995.



De acordo com os gráficos, calcule:

- a) a média, em milhões de reais, das vendas dessa empresa no período considerado;
- b) a razão entre o lucro e a venda em 1992.

Atividade 15: Num curso de inglês, a distribuição das idades dos alunos é dada pelo gráfico seguinte.



Com base nos dados do gráfico, determine:

- o número total de alunos do curso.
- o número de alunos com no mínimo 19 anos.