MATERIAL ESTRUTURADO

SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL

GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA
GERÊNCIA DE ENSINO MÉDIO

GOVERNO DO ESTADO DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

2ª Série | Ensino Médio

Matemática

Problemas envolvendo função do 1º grau (função afim)

DESCRITOR PAEBES	D132_M - Resolver problemas envolvendo uma função do 1º grau.
HABILIDADE DO CURRÍCULO RELACIONADA AO DESCRITOR	EM13MAT302 - Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
HABILIDADES OU CONHECIMENTOS PRÉVIOS	Operações com números reais. Equação do 1º grau. Leitura e interpretação correta dos dados que o problema propõe.

MATEMÁTICA

CONTEXTUALIZAÇÃO

VOCÊ SABIA?

As funções de primeiro grau, por sua natureza simples e linear, são frequentemente usadas para modelar uma variedade de situações do cotidiano. Aqui estão alguns exemplos de problemas do mundo real que podem ser resolvidos com funções de primeiro grau:

Custo total de um produto: Suponha que você esteja comprando uma quantidade x de um produto que custa a reais por unidade, além de uma taxa fixa b reais. O custo total C pode ser modelado pela função do primeiro grau $C(x) = ax + b$.

Receita de vendas: Se você está vendendo um produto a um preço fixo p por unidade e vendeu x unidades, a receita R é dada por $R(x) = px$, onde p é o preço por unidade.

Salário mensal: Considere um emprego que pague um salário fixo b por mês, mais uma taxa a por hora. O salário mensal S de um funcionário que trabalhou h horas pode ser modelado por $S(h) = ah + b$.

Velocidade e distância: Se um objeto se move a uma velocidade constante v metros por segundo, a distância d que ele percorreu após t segundos é dada por $d(t) = vt$.

Variação de temperatura: A variação da temperatura ao longo do tempo em um sistema pode ser modelada por uma função de primeiro grau. Por exemplo, se a temperatura está aumentando a uma taxa constante, sua variação pode ser expressa por uma função linear.

Consumo de combustível: O consumo de combustível de um veículo pode ser modelado por uma função linear, onde a quantidade de combustível consumida está diretamente relacionada à distância percorrida.

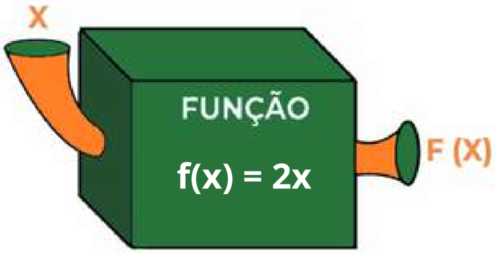
Esses são apenas alguns exemplos de como as funções de primeiro grau podem ser aplicadas em situações do cotidiano. Eles ajudam a entender como os conceitos matemáticos básicos são fundamentais para resolver problemas práticos.

CONCEITOS E CONTEÚDOS

O QUE É UMA FUNÇÃO?

Em matemática, uma **função** é um conjunto de entradas com apenas uma saída em cada caso. Uma possível maneira de compreender a lei de formação de uma função é pensar em uma máquina que transforma a matéria-prima (**variável independente**) em produto final (**variável dependente**). Observe a seguir um esquema que mostra como uma máquina dobra os valores de entrada.

Entrada	Saída
x	f(x)
0	0
1	2
2	4
3	6



Todas as funções possuem um **domínio** e uma **imagem.** O domínio é o conjunto de valores independentes da variável, para os quais a função é definida. Ou seja, o domínio é o conjunto de valores de **x** para os quais existem valores reais de **y,** já a imagem de uma função é o conjunto de todos os valores de saída (**ou valores de y**) que a função realmente produz para os valores de entrada no domínio.

O QUE É NOTAÇÃO DE FUNÇÃO?

A notação de função é uma maneira pela qual uma função pode ser representada usando símbolos e sinais. A notação de função é uma maneira mais simples de escrever funções sem a necessidade de escrever explicações extensas por escrito.

A notação de função usada com mais frequência é f(x), que é lida como “f de x“. Nesse caso, a letra x localizada entre parênteses representa o domínio da função e o símbolo inteiro f(x) representa a imagem da função.

$$f(\underset{\substack{\uparrow \\ \text{Valor de entrada}}}{x}) = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Valor de Saída}}}{x + 3}$$

CONCEITOS E CONTEÚDOS

EQUAÇÕES LINEARES

Equações lineares são equações matemáticas nas quais cada termo é uma constante ou o produto de uma constante e uma variável elevada à primeira potência, e a soma de todas essas expressões é igual a outra constante. Em outras palavras, são equações que descrevem relações lineares entre variáveis. Por exemplo, uma equação linear simples em uma variável x pode ser escrita como:
ax + b = 0
Onde a e b são constantes conhecidas.
Equações lineares podem ser resolvidas para encontrar os valores das variáveis que satisfazem a equação, e são fundamentais em muitos campos da matemática e da física, sendo amplamente utilizadas em modelagem e análise de sistemas lineares.

Passo a passo para resolver uma equação linear:

1. **Entenda a equação**: Identifique os termos da equação linear e certifique-se de que está na forma y = mx + b ou ax + by = c.
2. **Isolar a incógnita:** Se necessário, mova todos os termos que não contêm a incógnita para o lado oposto da equação.
3. **Resolver para a incógnita:** Seja por substituição, eliminação ou gráficos, encontre o valor da incógnita.
4. **Verifique a solução:** Substitua o valor encontrado de volta na equação original para garantir que seja correto.

Escreva a solução: Apresente o valor encontrado para a incógnita, geralmente como um par ordenado (x,y) ou como uma única variável, dependendo da equação.

Exemplo:
Vamos resolver a equação **3x + 5 = 11.**

Entenda a equação: Já está na forma ax + b = c, então identificamos *a* = 3, *b* = 5 e *c* = 11.
Isolar a incógnita: Usamos a adição e subtração para mover todas as incógnitas para um lado da equação e o termo constante para o outro.
3x + 5 =11
3x = 11 − 5
3x = 6
Resolver para a incógnita: Dividimos ambos os lados da equação por 3:

$$\frac{3x}{3} = \frac{6}{3}$$

$$x = 2$$

Verifique a solução: Substituímos *x* = *2* na equação original:
3(2) + 5 = 11
6 + 5 = 11
11 = 11
Escreva a solução: A solução é *x* = 2.

MODELANDO SITUAÇÕES-PROBLEMA

Custo de um serviço de táxi:
Um serviço de táxi cobra uma taxa inicial de R$ 5,00 mais R$ 2,00 por quilômetro rodado. Podemos modelar o custo total *C* de uma viagem de táxi em função da distância percorrida *d* pela seguinte equação linear: $C(d) = 2d + 5$
Onde:
- *C(d) é o custo total da viagem em reais.*
- *d é a distância percorrida em quilômetros.*

Altura de uma planta ao longo do tempo:
Suponha que uma planta cresça 5 centímetros por semana. Podemos modelar a altura da planta *h* em função do número de semanas t passadas desde o plantio usando a seguinte equação linear:
$h(t) = 5t + h0$
Onde:
- *h(t) é a altura da planta em centímetros.*
- *t é o número de semanas desde o plantio.*
- *h0 é a altura inicial da planta, que pode ser medida no momento do plantio.*

Lucro de uma empresa de venda de camisetas:
Uma empresa que vende camisetas tem um custo fixo de produção de R$ 200,00 e cada camiseta é vendida por R$ 25,00. Podemos modelar o lucro L da empresa em função do número de camisetas vendidas x pela seguinte equação linear:
$L(x) = 25x - 200$
Onde:
- *L(x) é o lucro da empresa em reais.*
- *x é o número de camisetas vendidas.*

EXERCICIOS RESOLVIDOS

1 Alice esqueceu a torneira aberta e quando a água chegou ainda ficou derramando por 6 minutos com a vazão constante de 25 litros de água por minuto. Que volume de água terá despejado essa torneira nesses 6 minutos? Qual função representa essa situação?

Resolução:

T (minuto)	V (litro)
1	25
2	50
3	75
4	100
5	125
6	150

Observe que a cada valor de t associamos um único valor de v, ou seja, o volume v é dado em função do tempo t. E como na tabela não temos os valores entre os tempos inteiros, sabemos que eles existem e que é mais adequado usar uma função relacionando o volume v da água e o tempo t.
Portanto:
V = 25 . t

2 Um fabricante de camisetas vende seus produtos a um preço fixo de R$ 20 por camiseta mais uma taxa de entrega de R$ 5 por pedido. O custo total para produzir x camisetas é de R$ 10 por camiseta mais uma taxa fixa de R$ 50. Quantas camisetas o fabricante precisa vender para começar a ter lucro?

Resolução:

Vamos denotar x como o número de camisetas vendidas.
O custo total de produção é dado por uma função linear, onde o custo fixo é de R$ 50 e o custo por camiseta é de R$ 10. Portanto, o custo total C é dado por:
C(x) = 10x + 50

O preço de venda é de R$ 20 por camiseta, mais uma taxa fixa de entrega de R$ 5 por pedido. Portanto, a receita *R* é dada por:
R(x) = 20x + 5

Para determinar o ponto de equilíbrio (onde o custo é igual à receita), igualamos as duas funções:
$C(x) = R(x)$

$10x + 50 = 20x + 5$

Subtraindo 10x de ambos os lados e subtraindo 55 de ambos os lados, obtemos:
$50 - 5 = 20x - 10x$

$45 = 10x$

Dividindo ambos os lados por 10, encontramos:
$x = 4{,}5$

Portanto, o fabricante precisa vender **4,5** camisetas para começar a ter lucro. Como não podemos vender uma fração de uma camiseta, o fabricante precisará vender pelo menos 5 camisetas para começar a ter lucro.

MATERIAL EXTRA

Você poderá acessar no Geogebra um material que apresenta um problema clássico de função do 1º grau, o "Problema do Táxi".

Clique no botão abaixo ou faça a leitura no QR Code ao lado.

Clique aqui

ATIVIDADES PARA OS ESTUDANTES

Atividade 1

(BPW - Adaptada) Uma loja que aluga ferramentas costuma cobrar o aluguel de suas mercadorias de acordo com a tabela abaixo.

SHOP FERRAMENTAS			
Dias (D)	Taxa fixa (R$)	Diária (R$)	Total (R$) - P
1	12	6,50	18,50
2	12	13,00	25,00
3	12	19,50	31,50
4	12	26,00	38,00
5	12	32,50	44,50

Escreva abaixo a lei de formação da função que melhor representa a situação da tabela acima

Atividade 2

(Enem 2008) A figura abaixo representa o boleto de cobrança da mensalidade de uma escola, referente ao mês de junho de 2008.

Banco S.A.	
Pagável em qualquer agência bancária até a data de vencimento	Vencimento 30/06/2008
Cedente Escola de Ensino Médio	Agência/cód. cedente
Data documento 02/06/2008	Nosso número
Uso do banco	(=) Valor documento R$ 500,00
Instruções Observação: no caso de pagamento em atraso, cobrar multa de R$ 10,00 mais 40 centavos por dia de atraso.	(–) Descontos
	(–) Outras deduções
	(+) Mora/Multa
	(+) Outros acréscimos
	(=) Valor Cobrado

Se M(x) é o valor, em reais, da mensalidade a ser paga, em que x é o número de dias em atraso, então:

A) $M(x) = 500 + 0{,}4x$.
B) $M(x) = 500 + 10x$.
C) $M(x) = 510 + 0{,}4x$.
D) $M(x) = 510 + 40x$.
E) $M(x) = 500 + 10{,}4x$.

ATIVIDADES PARA OS ESTUDANTES

Atividade 3

(SAEPE - Adaptada) Uma empresa de arquitetura paga o salário de seus funcionários de acordo com a função apresentada no quadro abaixo.

$$y = 2230 + 1100x$$

Nessa função, **y** representa o salário mensal pago pela empresa de arquitetura ao profissional e **x** é o número de projetos desse funcionário que foram aprovados no mês.
Qual foi o salário de um profissional que teve 4 de seus projetos aprovados em um mês?

Atividade 4

Um operador de máquinas recebe mensalmente um salário fixo de R$ 3.000,00, mais R$ 50,00 por hora extra trabalhada.

a) Escreva a lei de formação da função que descreve o salário deste operador.

b) Qual foi o salário deste operador no mês em que fez 12 horas extras?

Atividade 5

(Saeb - Adaptada) O custo de produção de uma pequena empresa é composto por um valor fixo de R$ 1.500,00 mais R$ 10,00 por peça fabricada. Qual é número x de peças fabricadas quando o custo é de R$ 3.200,00?

Atividade 6

(BPW) Sabe-se que a quantia paga pelo consumidor de energia elétrica é dada por: ***y = ax + b***, onde:

- **y:** montante em reais;
- **x:** número de quilowatts-hora consumidos;
- **a:** preço do quilowatts-hora
- **b:** parcela fixa.

Considerando-se o caso em que $a = \frac{2}{3}$ e $b = 2$ e que a conta apresentada foi de R$ 142,00, qual foi a quantidade de quilowatts-hora consumidos?

Atividade 7

(Saeb - Adaptada). Um padeiro fabrica 250 pães por hora. Escreva a lei de formação da função que representa a quantidade de pães fabricados **p** em função do tempo **t** em horas.

Atividade 8

(BPW) A função ***P(x) = 30,00 + 0,40.x***, onde P é o preço pago, em reais e x representa o valor da quantidade de quilômetros rodados. Se as amigas andarem 250 km, deverão pagar:

A) R$ 550,00.
B) R$ 250,00.
C) R$ 130,00.
D) R$ 1030,00.
E) R$ 40,00.

Atividade 9

(BPW) Uma empresa de telefonia fixa anuncia ligações interestaduais a R$ 0,02 por minuto.
Se ***T(x) = 0,02 . x***, onde T representa o valor a ser pago, em reais e x é o tempo de ligação em minuto, uma ligação que dura 1h10min, se paga:

A) R$ 550,00.
B) R$ 5,35.
C) R$ 55,00.
D) R$ 1,40.
E) R$ 2,20.

Atividade 10

(BPW) Em certa cidade, a tarifa de táxi é calculada obedecendo à função do 1º grau ***P(x) = 5,00 + 1,20.x***, onde P é o preço pago, em reais, e x representa o valor da quantidade de quilômetros rodados. Um usuário pagou R$ 19,40. Então, o táxi percorreu:

A) 12 km.
B) 10 km.
C) 15 km.
D) 20 km.
E) 8 km.

ATIVIDADES PARA OS ESTUDANTES

Atividade 11

(PAIVA, MANOEL - Adaptada) Em informática, um spam é uma mensagem eletrônica, geralmente com fins publicitários. O número N de spams enviado automaticamente por um programa é dado em função do tempo t, em minuto, aproximadamente pela função:

$$N(t) = \frac{1250 \cdot t}{5 + 3t}$$

Em quantos minutos, aproximadamente, são enviados 250 spams por esse programa?

Atividade 12

(SEDUC-MAIS IDEB 2017- Adaptada) Em determinada cidade, a pessoa que deseja andar de táxi deve pagar R$6,50 como taxa fixa (bandeirada) mais R$ 3,35 por quilômetro rodado expresso pela função **v(x) = 6,50 + 3,35x**, onde x é a quantidade de quilômetros percorridos e v(x) é o valor pago pela "corrida". Qual será o valor pago por uma pessoa que percorrer nesse táxi, uma distância de 7 quilômetros ?

Atividade 13

(SEDUC-MAIS IDEB 2017 - Adaptada) Uma indústria fabrica um único tipo de produto e sempre vende tudo o que produz. O lucro total L(q), por mês, para fabricar uma quantidade q de produtos é dado pela equação **L(q) = 3q - 12**.
Quantos produtos a empresa deve vender em um mês para obter um lucro de R$900,00?

Atividade 14

(BPW) Uma confeiteira tem um gasto mensal fixo de R$600,00 mais R$10,00 por bolo fabricado. No mês de janeiro, essa confeiteira teve um gasto total de R$930. Quantos bolos essa confeiteira fez no mês de janeiro?

A) 10.
B) 33.
C) 43.
D) 60.
E) 93.

Respostas

Atividade 1

Resolução:
Nessa questão, a situação é modelada por meio de uma função do tipo **y = ax + b** ou **y = b + a . D,** onde o coeficiente independente é a taxa fixa de **12 reais**. E "**a**" representa o valor cobrado por cada dia que o material ficará alugado.
Portanto, a alternativa correta será a letra **C)**
y = 12 + 6,5 . D

Atividade 2

Resolução:

Nessa questão, a situação é modelada por meio de uma função do tipo **y = ax + b**, onde o coeficiente independente é o valor do documento acrescido da multa de 10 reais. E como é cobrado mais 40 centavos, ou seja 0,4, por cada dia em atraso, teremos:

Portanto, ***M(x) = 510 + 0,4 . x***

Atividade 3

Resolução:
O salário desse profissional com 4 projetos (**x = 4**), foi de:

y = 2230 + 1100x
y = 2230 + 1100 . 4
y = 2230 + 4400
y = 6630

Portanto, o salário foi de **R$ 6.630,00.**

Atividade 4

Resolução:

a) **S(x) = 3000 + 50x**

b) O salário desse operador no mês que fez 12 horas extras **(x = 12)**, foi de:

y = 3000 + 50x
y = 3000 + 50 . 12
y = 3000 + 600
y = 3600

Portanto, o salário foi de **R$ 3.600,00.**

Atividade 5

Resolução:
O número x de peças fabricadas pode ser calculado, com ***C(x) = 3 200*** por:

$$C(x) = P_{fixo} + P_{variável}$$
$$3200 = 1500 + 10 \cdot x$$
$$3200 - 1500 = 10 \cdot x$$
$$1700 = 10 \cdot x$$
$$x = \frac{1700}{10} \Rightarrow x = 170$$

Portanto, o número x de peças fabricadas foi 170.

Atividade 6

Resolução:
O número de quilowatts-hora consumidos pode ser calculado, com y = 142, b = 2 e $a = \frac{2}{3}$
e por:

$$y = P_{fixo} + P_{variável}$$
$$y = b + ax$$
$$142 = 2 + \frac{2}{3} \cdot x$$
$$142 - 2 = \frac{2}{3} \cdot x$$
$$140 \cdot 3 = 2 \cdot x$$
$$420 = 2 \cdot x$$
$$x = \frac{420}{2} \Rightarrow x = 210$$

Portanto, o número de quilowatts-hora consumidos foi de **210kwh**.

Atividade 7

$$1h \Rightarrow 250 \cdot 1 = 250 \; pães$$
$$2h \Rightarrow 250 \cdot 2 = 500 \; pães$$
$$3h \Rightarrow 250 \cdot 3 = 750 \; pães$$
$$\ldots$$
$$th \Rightarrow (250 \cdot t) \; pães$$

Portanto, a função que representa a quantidade de pães **p** em função do tempo **t** é ***P(x) = 250 . t***.

Respostas

Atividade 8

Para encontrar o preço pago (P) quando as amigas andam 250 km, podemos usar a função dada:

P(x) = 30,00 + 0,40 · x

Onde:

- P(x) é o preço pago em reais;
- x é a quantidade de quilômetros rodados.

Substituindo *x* = 250 na função, temos:

P(250) = 30,00 + 0,40 . 250
P(250) = 30,00 + 100,00
P(250) = 130,00

Portanto, as amigas deverão pagar R$ 130,00.
A alternativa correta é a letra **C) R$ 130,00.**

Atividade 9

Para encontrar o valor pago (T) por uma ligação que dura 1 hora e 10 minutos, podemos usar a função dada:

T(x) = 0,02 · x

Onde:

- *T(x) é o valor pago em reais;*
- *x é o tempo de ligação em minutos.*

Substituindo *x* = 70 minutos (1 hora e 10 minutos) na função, temos:

T(70) = 0,02 · 70
T(70) = 1,40

Portanto, a ligação que dura 1 hora e 10 minutos se paga R$ 1,40.
A alternativa correta é a letra **D) R$ 1,40**.

Atividade 10

Para encontrar a quantidade de quilômetros rodados (x) pelo táxi, podemos usar a função dada:

P(x) = 5,00+1,20 · x

Onde:

- P(x) é o preço pago em reais;
- x é a quantidade de quilômetros rodados.

Sabemos que o usuário pagou R$ 19,40, então podemos substituir esse valor na função e resolver para *x*:

19,40 = 5,00 + 1,20 · x

Primeiro, vamos isolar *x*:

19,40 − 5,00 = 1,20 · x
14,40 = 1,20 · x

Agora, dividimos ambos os lados da equação por 1,20:

$$x = \frac{14,40}{1,20}$$

$$x = 12$$

Portanto, o táxi percorreu 12 km.
A alternativa correta é **A) 12 km.**

Atividade 11

Para encontrar em quantos minutos, aproximadamente, são enviados 250 spams pelo programa, podemos usar a função dada:

$$N(t) = \frac{1250t}{5+3t}$$

Queremos encontrar o valor de t quando **N(t) = 250**.

$$250 = \frac{1250t}{5+3t}$$

$$250 \cdot (5+3t) = 1250t$$
$$1250 + 750t = 1250t$$
$$1250 = 1250t - 750t$$
$$1250 = 500t$$

$$t = \frac{1250}{500} \Rightarrow t = 2,5$$

Portanto, aproximadamente, são enviados 250 spams pelo programa em 2,5 minutos.

Respostas

Atividade 12

Para encontrar o valor pago pelo serviço de táxi ao percorrer 7km, podemos usar a função dada:

v(x) = 6,50 + 3,35 . x

Onde:

- ***v(x)*** *é o valor pago pela corrida em reais;*
- ***x*** *é a quantidade de quilômetros percorridos;*

Substituímos ***x = 7*** na função:

v(7) = 6,50 + 3,35 . 7
v(7) = 6,50 + 23,45
v(7) = 29,95

Portanto, uma pessoa que percorrer 7 quilômetros em um táxi pagará pelo serviço o valor de **R$ 29,95.**

Atividade 13

Para encontrar quantos produtos a empresa deve vender em um mês para obter um lucro de R$ 900,00, usaremos a função dada:

L(q) = 3q - 12

Onde:
L(q) *é o lucro total em reais para fabricar uma quantidade **q** de produtos.*

Vamos calcular q quando **L(q) = 900.**

$$900 = 3q - 12$$
$$900 + 12 = 3q$$
$$q = \frac{912}{3}$$
$$q = 304$$

Portanto, a empresa deve vender **304 produtos** em um mês para obter um lucro de R$ 900,00

Atividade 14

Para calcular quantos bolos essa confeitaria fez no mês de janeiro, podemos usar a função dada:

G(x) = 600 + 10.x

Onde:

- *G(x) é o gasto total em reais;*
- *x é o número de bolos fabricados;*

Sabemos que o gasto total em janeiro foi de R$ 930,00, faremos **G(x) = 930**

$$930 = 600 + 10.x$$
$$930 - 600 + 10.x$$
$$330 = 10.x$$
$$x = \frac{330}{10}$$
$$x = 33$$

Portanto, a confeitaria fez **33 bolos** no mês de janeiro.

REFERÊNCIAS

BONJORNO, José Roberto; JÚNIOR, José Ruy Giovanni; SOUSA; Paulo Roberto Câmara de; Prisma Matemática: Conjuntos e Funções: Ensino Médio – 1° ed. – São Paulo: Editora FTD, 2020.

HOHENWARTER, M. Geogebra. Disponível em: <www.geogebra.org>. Acesso em: 15 de março de 2024.

GUZMAN, Jefferson Huera. Noção de Função. Neurochispas. Disponível em: https://br.neurochispas.com/algebra/notacao-de-funcao-exercicios/#13-exerc%C3%ADcios-de-nota%C3%A7%C3%A3o-de-fun%C3%A7%C3%A3o. Acesso em: 15 de março de 2024.

SEDUC-MA, Função Relacionada a uma tabela. Programa mais IDEB. Disponível em: https://www.educacao.ma.gov.br/wp-content/uploads/2019/06/SD-MTM-D18-Professor.pdf. Acesso em: 18 de março de 2024.