

Matemática

1.ª Série | Ensino Médio

16ª Semana



Função polinomial de primeiro grau por meio de seus coeficientes



DESCRITORES DO PAEBES	D145_M Reconhecer o gráfico de uma função polinomial de primeiro grau por meio de seus coeficientes.
HABILIDADES DO CURRÍCULO RELACIONADAS AOS DESCRITORES	EM13MAT501 Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau.
HABILIDADES OU CONHECIMENTOS PRÉVIOS	(EF08MA07) Associar uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano. EF09MA06 Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis. EM13MAT501 Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau

MATEMÁTICA

CONTEXTUALIZAÇÃO



Os coeficientes angular e linear são conceitos fundamentais encontrados em funções afins, e sua compreensão vai muito além das paredes da sala de aula. Na verdade, esses coeficientes desempenham papéis essenciais em uma variedade de contextos do mundo real, moldando e influenciando uma série de fenômenos.

Imagine-se em uma viagem de carro. O velocímetro do veículo exibe a velocidade atual, e essa relação entre o tempo e a distância percorrida pode ser descrita por uma função afim. O coeficiente angular dessa função representaria a taxa de variação da velocidade em relação ao tempo, ou seja, a aceleração ou desaceleração do veículo. Por outro lado, o coeficiente linear indicaria a velocidade inicial do carro quando o tempo é igual a zero, ou seja, sua velocidade inicial desde o início da viagem.

Em finanças, os coeficientes angular e linear também desempenham um papel crucial. Por exemplo, ao analisar o crescimento de investimentos ao longo do tempo, a taxa de retorno representaria o coeficiente angular, enquanto o valor inicial do investimento seria o coeficiente linear. Esses parâmetros não só permitem prever o crescimento futuro dos investimentos, mas também ajudam a tomar decisões estratégicas sobre onde investir e por quanto tempo.

Em resumo, os coeficientes angular e linear não são apenas conceitos abstratos, mas ferramentas poderosas para compreender e modelar uma ampla gama de situações do mundo real. Sua aplicação se estende desde o movimento de veículos até o crescimento de investimentos, destacando sua importância em diversas disciplinas e setores da sociedade.

Neste material nós vamos continuar os estudos de função afim, focando nos coeficientes angular e linear.

Bons estudos!

CONCEITOS E CONTEÚDOS

RETOMANDO O QUE VIMOS

- **FUNÇÕES**

O conceito de funções está presente em situações em que relacionamos 2 grandezas variáveis.

- **FUNÇÃO AFIM**

Um caso particular de função é a função afim, que é toda função f cuja lei pode ser escrita na forma $f(x) = ax + b$, em que a e b são números reais e x pode ser qualquer número real. Os valores a e b são os coeficientes angular e linear, respectivamente.

- **FUNÇÃO LINEAR**

É um caso particular da função afim, em que o coeficiente linear é zero, ou seja, $b = 0$

- **FUNÇÃO CRESCENTE, FUNÇÃO DECRESCENTE E FUNÇÃO CONSTANTE**

Uma função polinomial do 1º grau $y = ax + b$ é crescente quando o coeficiente a é maior que zero ($a > 0$).

Uma função polinomial do 1º grau $y = ax + b$ é decrescente quando o coeficiente a é menor que zero ($a < 0$).

Existem funções que não são crescentes nem decrescentes, como por exemplo, a função definida por $f(x) = 3$. Funções como essas são chamadas de **constantes**, e seu gráfico é uma reta paralela ao eixo x . Note que numa função constante temos $a = 0$.

- **LEI DE FORMAÇÃO DE UMA FUNÇÃO**

Conhecida simplesmente por **lei da função** ou **fórmula da função**, a lei de formação de uma função descreve como o valor de uma variável dependente está relacionado aos valores de uma ou mais variáveis independentes. Em termos mais simples, a lei de uma função é a "regra" que nos diz como calcular o valor da variável dependente com base nos valores da(s) variável(is) independente(s).

Como exemplo de lei da função, temos $f(x) = 2x + 4$ e $f(x) = -2x$

Neste material nós vamos focar nos coeficientes e a relação com as funções crescentes, decrescentes e constante e com as funções lineares.

CONCEITOS E CONTEÚDOS

COEFICIENTES DE UMA FUNÇÃO AFIM

Dada uma função polinomial do 1º grau do tipo $f(x) = ax + b$, temos os coeficiente angular a e linear b .

$$y = \underset{\text{coeficiente angular}}{\textcircled{a}}x + \underset{\text{coeficiente linear}}{\textcircled{b}}$$

TAXA DE VARIAÇÃO

Dada uma função, podemos estudar seu comportamento analisando a relação entre a variação das imagens (Δy) e a variação dos respectivos elementos do domínio que as determinam (Δx), ou seja, podemos verificar como varia $f(x)$ atribuindo diferentes valores para x .

Como exemplo, vamos analisar o comportamento da função afim dada por $f(x) = 2x + 1$.

Primeiro, escolhemos dois elementos do domínio e calculamos as respectivas imagens:

- Para $x_1 = 0$, temos $f(x_1) = y_1 = 1$
- Para $x_2 = 1$, temos $f(x_2) = y_2 = 3$

Em seguida, comparamos a variação entre as imagens obtidas com a variação dos respectivos elementos do domínio:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 1}{1 - 0} = 2$$

Assim, o número 2 é a **taxa de variação** da função f no intervalo $[0,1]$.

A taxa de variação de uma função afim f , dada por $f(x) = ax + b$, é constante para qualquer intervalo do domínio e, numericamente, é igual ao coeficiente a .

CONCEITOS E CONTEÚDOS

O COEFICIENTE LINEAR E O GRÁFICO DA FUNÇÃO

Para determinar o ponto em que o gráfico de uma função afim de lei $f(x) = ax + b$ intercepta o eixo y, fazemos $x = 0$.

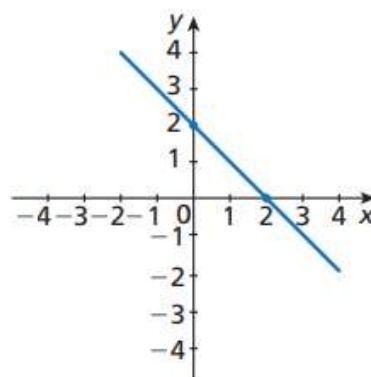
$$f(0) = a \cdot 0 + b \Rightarrow f(0) = b$$

Ou seja, para $x = 0$, $y = b$. Assim, o par ordenado $(0, b)$ é o ponto de intersecção do gráfico com o eixo das ordenadas.

Exemplo:

a) $f(x) = -x + 2$

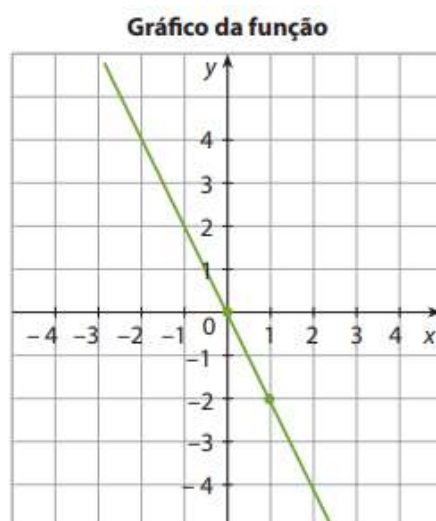
Como o coeficiente linear é 2, a intersecção do gráfico de f com o eixo das ordenadas é o ponto $(0, 2)$, ou seja, a reta intercepta o eixo y em 2.



FUNÇÃO LINEAR

Função linear é um caso particular da função afim, em que o coeficiente linear é zero, ou seja, $b = 0$

O gráfico da função polinomial do 1º grau definida pela lei $y = -2x$:



O gráfico de uma função linear do tipo $y = ax$ é sempre uma reta, não perpendicular ao eixo x, que **passa pela origem** do plano cartesiano

CONCEITOS E CONTEÚDOS

ZERO DE UMA FUNÇÃO AFIM

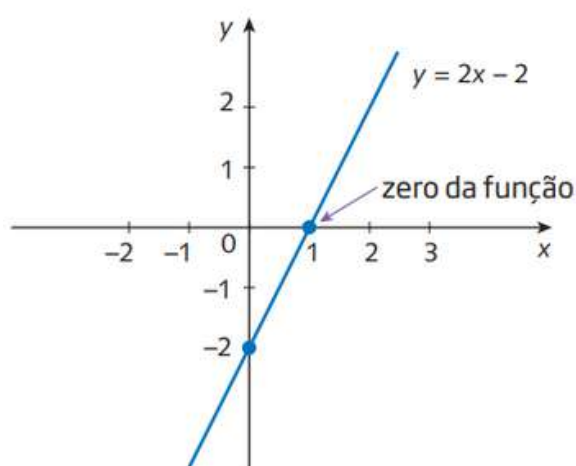
Entre os possíveis valores que x pode assumir em uma função, chamamos de **zero da função** todo valor de x para o qual $y = 0$.

Podemos determinar o zero de uma função afim por meio do gráfico ou por meio da lei da função.

Exemplo:

$$f(x) = 2x - 2.$$

Por meio do gráfico, percebemos que o zero da função é o ponto no eixo x .



Perceba que o gráfico intercepta o eixo x no ponto $x = 1$. Logo, a raiz da função definida por $f(x) = 2x - 2$ é 1.

Por meio da lei da função, obtemos o zero da função igualando-a a zero e resolvendo a equação do 1º grau.

$$f(x) = 2x - 2$$

$$2x - 2 = 0$$

$$2x = 2$$

$$x = 1$$

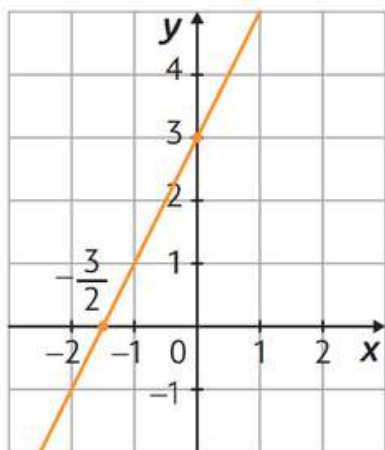
Da mesma forma, obtemos $x = 1$ também por meio da lei de formação.

O **zero** de uma função afim é o ponto em que o gráfico intercepta o eixo x e podemos obtê-lo igualando a lei da função a zero e resolvendo a equação do 1º grau formada.

CONCEITOS E CONTEÚDOS

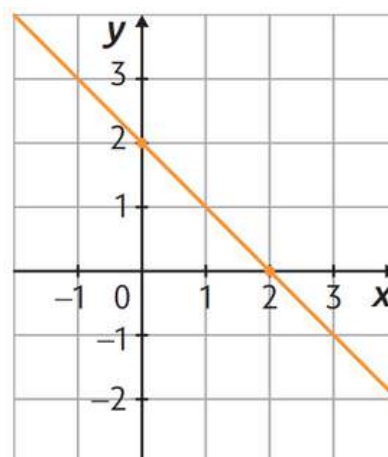
FUNÇÃO CRESCENTE, FUNÇÃO DECRESCENTE E FUNÇÃO CONSTANTE

Observe os gráficos das funções $y = 2x + 3$ e $y = -x + 2$, em que x pode ser qualquer número real.



Quando aumentamos o valor de x , o valor de y **aumenta**, por isso, dizemos que a função é **crescente**.

Observe que na lei $y = 2x + 3$ temos $a = 2$.



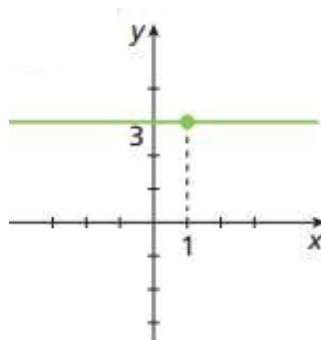
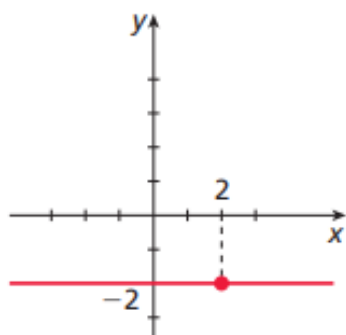
Quando aumentamos o valor de x , o valor de y **diminui**, por isso, dizemos que a função é **decrecente**.

Observe que na lei $y = -x + 2$ temos $a = -1$.

- Uma função polinomial do 1º grau $y = ax + b$ é **crescente** quando o coeficiente a é maior que zero ($a > 0$).
- Uma função polinomial do 1º grau $y = ax + b$ é **decrecente** quando o coeficiente a é menor que zero ($a < 0$).

Existem funções que não são crescente nem decrescentes, como a função definida por $f(x) = -2$ e $f(x) = 3$.

Funções como essas são chamadas de **constantes**, e seu gráfico é uma reta paralela ao eixo x .



EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1

Determine os coeficientes angular e linear de cada função abaixo.

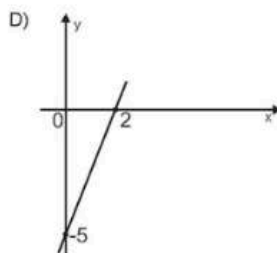
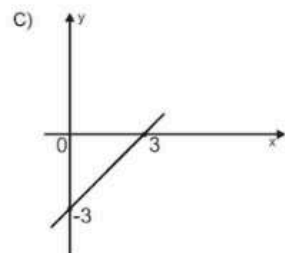
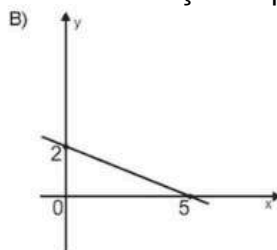
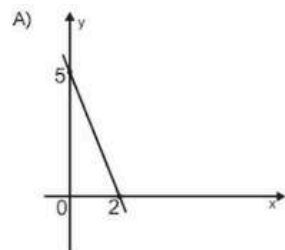
- a) $f(x) = 2x + 4$
- b) $f(x) = -4x + 2$
- c) $f(x) = -8x$
- d) $f(x) = -3$
- e) $f(x) = -2 + 4x$

Resolução:

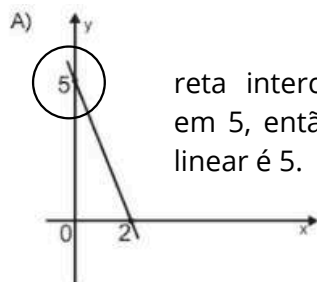
- a) coeficiente angular = 2 e coeficiente linear = 4
- b) coeficiente angular = -4 e coeficiente linear = 2
- c) coeficiente angular = -8 e coeficiente linear = 0
- d) coeficiente angular = 0 e coeficiente linear = -3
- e) coeficiente angular = 4 e coeficiente linear = -2 (observe a posição dos coeficientes)

2

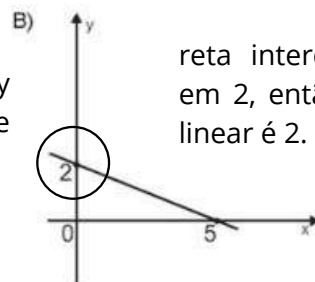
Determine o coeficiente linear de cada função representada pelos gráficos abaixo.



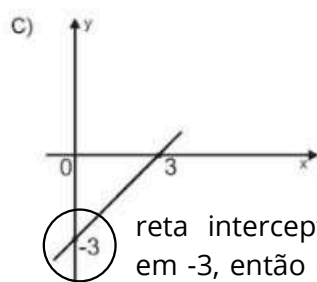
Resolução:



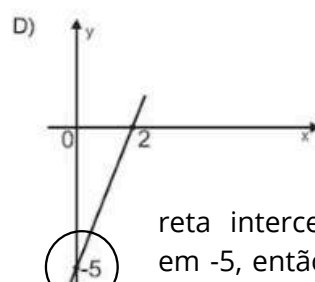
reta intercepta o eixo y em 5, então o coeficiente linear é 5.



reta intercepta o eixo y em 2, então o coeficiente linear é 2.



reta intercepta o eixo y em -3, então o coeficiente linear é -3.



reta intercepta o eixo y em -5, então o coeficiente linear é -5.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

3

Sem construir o gráfico, classifique as funções a seguir como crescente, decrescente ou constante.

a) $f(x) = 2x + 4$

b) $f(x) = -3x - 4$

c) $f(x) = -x + 2$

d) $f(x) = -5$

e) $f(x) = -3 + 2x$

f) $f(x) = -6x$

g) $f(x) = -1$

Resolução:

a) $f(x) = 2x + 4$ $a > 0$, função crescente.

b) $f(x) = -3x - 4$ $a < 0$, função decrescente

c) $f(x) = -x + 2$ $a < 0$, função decrescente

d) $f(x) = -5$ $a = 0$, função constante

e) $f(x) = -3 + 2x$ $a > 0$, função crescente. Fique atento à posição do a .

f) $f(x) = -6x$ $a < 0$, função decrescente.

g) $f(x) = -1$ $a = 0$, função constante

4

Dadas as funções abaixo, qual delas é uma função linear?

a) $f(x) = -2x + 4$

b) $f(x) = -4$

c) $f(x) = 4x - 3$

d) $f(x) = 2x$

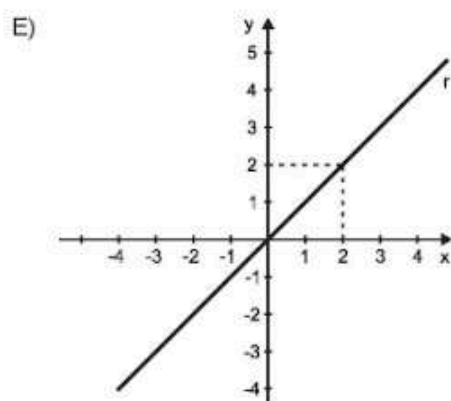
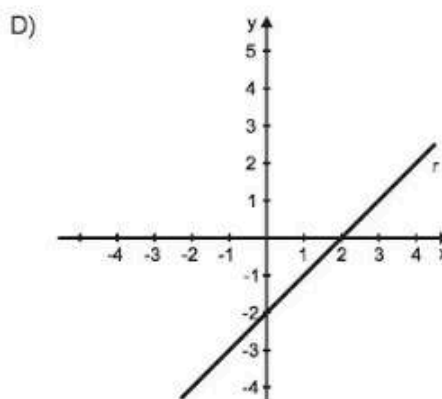
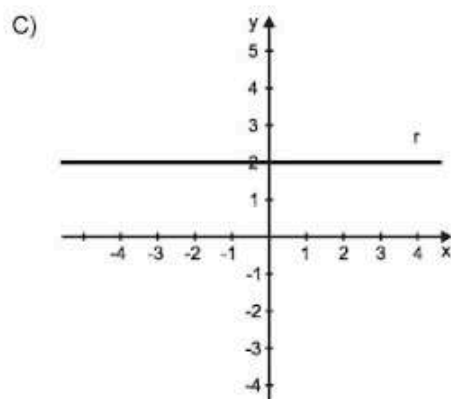
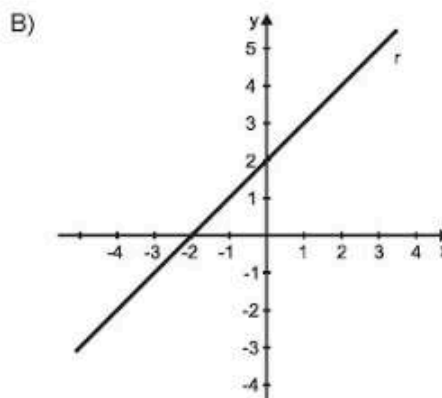
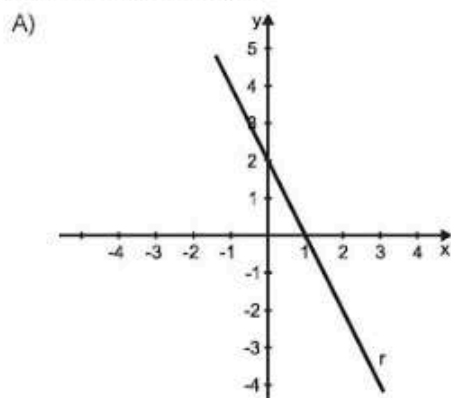
Resolução:

Uma função linear é do tipo $f(x) = ax$, com $a \neq 0$, ou seja, a função linear é a opção D.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

5

(M120215A9) Considere a reta (r) da equação $y = ax + b$, $b \in \mathbb{R}$. Se $a > 0$ e $b = 2$, o gráfico que melhor representa a reta (r) é



Resolução:

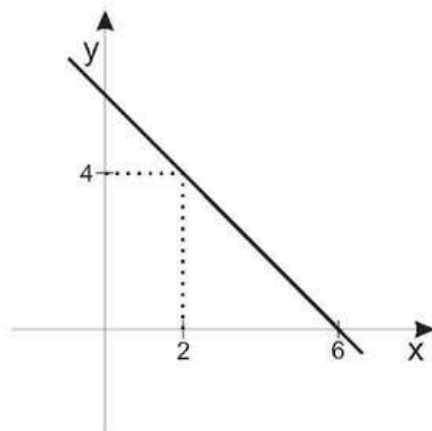
Se $a > 0$, então, a função é crescente, o que elimina as opções (A) e (C).

Se $b = 2$, a reta deve necessariamente interceptar o eixo y em 2. Observe que isso acontece nas opções (A), (B) e (C) mas, como vimos, as opções (A) e (C) não são crescente. Logo, a opção correta é (B).

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

7

(M120348A9) Veja a representação geométrica de uma reta na figura abaixo.



Qual é o coeficiente angular dessa reta?

- A) 6
- B) 4
- C) 1
- D) -1
- E) -2

Resolução:

Vimos na página 4 que podemos determinar o coeficiente angular calculando a taxa de variação.

Primeiro, escolhemos dois pontos, que neste caso, são os pontos (2,4) e (0,6).

- Para $x_1 = 2$, temos $f(x_1) = y_1 = 4$
- Para $x_2 = 0$, temos $f(x_2) = y_2 = 6$

Em seguida, comparamos a variação entre as imagens obtidas com a variação dos respectivos elementos do domínio:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - 4}{0 - 2} = \frac{2}{-2} = -1$$

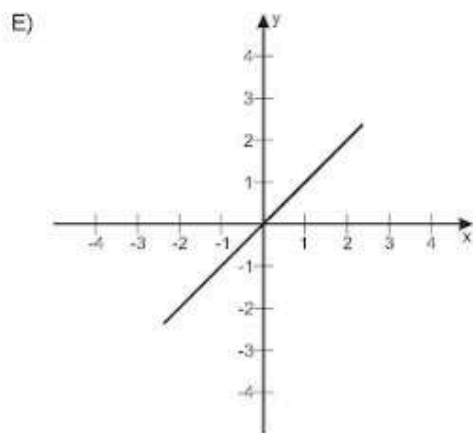
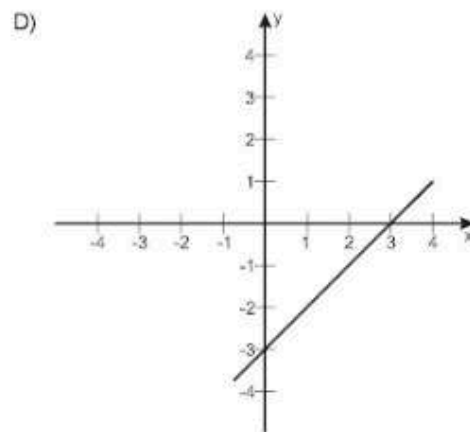
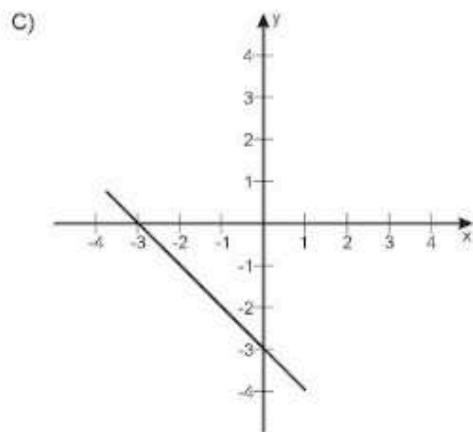
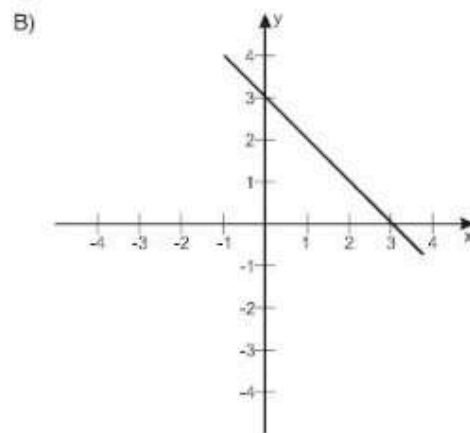
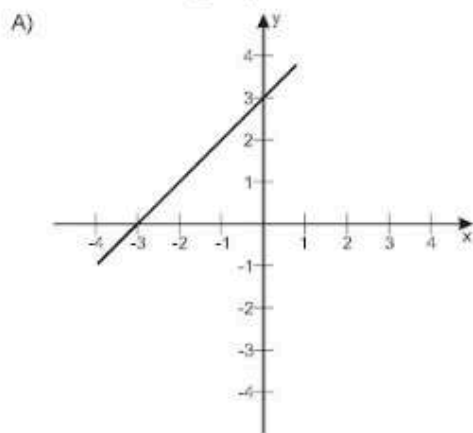
Taxa de variação = coeficiente angular = -1

A opção correta é (D).

ATIVIDADES PARA OS ESTUDANTES

Atividade 1

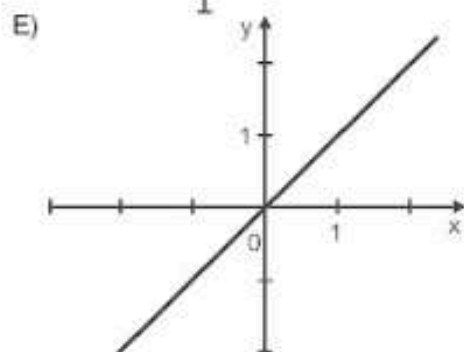
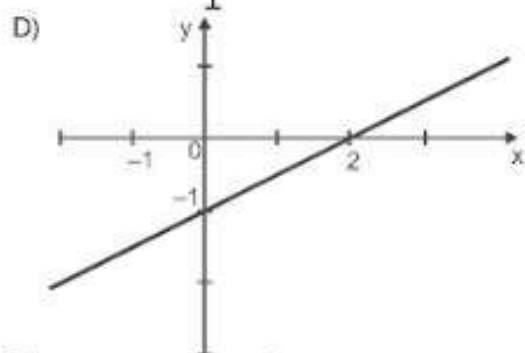
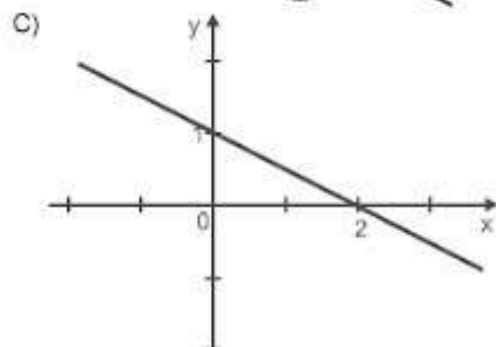
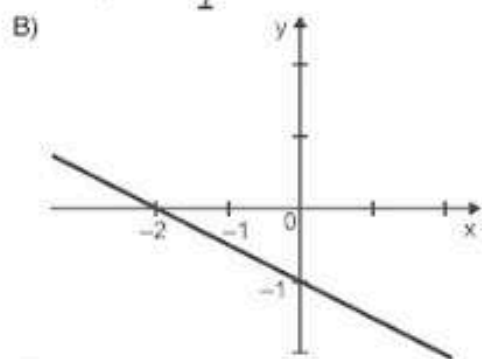
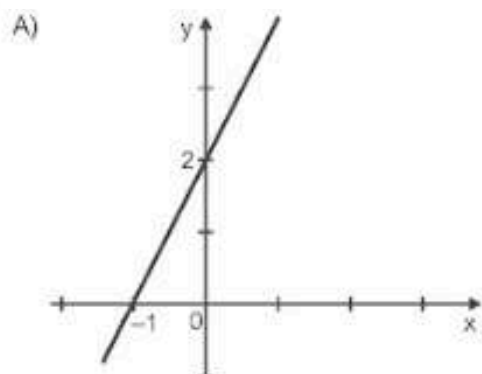
(M120360A9) Das retas $y = ax + b$, com $a \neq 0$, representadas geometricamente no plano cartesiano, a que tem coeficiente angular positivo e coeficiente linear negativo é



ATIVIDADES PARA OS ESTUDANTES

Atividade 2

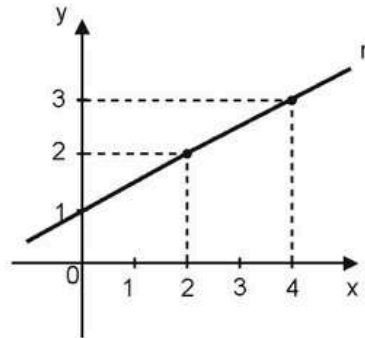
(M11488SI) A reta que tem coeficiente angular positivo e linear negativo está representada no gráfico:



ATIVIDADES PARA OS ESTUDANTES

Atividade 3

(M100020ES) No plano cartesiano abaixo, está representado uma reta de equação $y = mx + n$ com $x \in \mathbb{R}$.

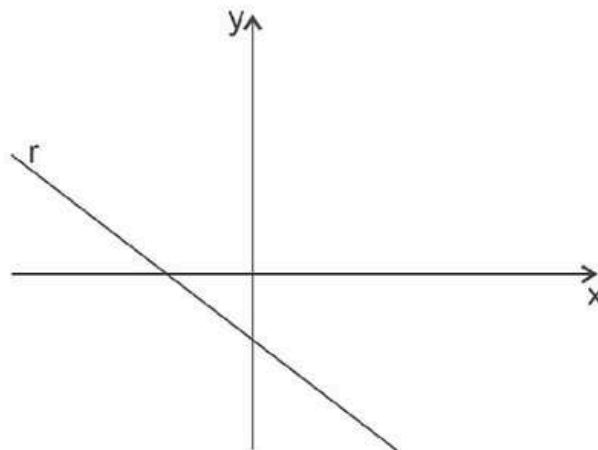


Os coeficientes “m” e “n” nessa reta são, respectivamente

- A) $m < 0$ e $n < 0$.
- B) $m < 0$ e $n > 0$.
- C) $m > 0$ e $n = 0$.
- D) $m > 0$ e $n < 0$.
- E) $m > 0$ e $n > 0$.

Atividade 4

(PAMA11140MS) Uma reta r de equação $y = ax + b$ tem seu gráfico ilustrado abaixo.



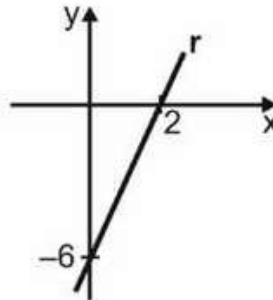
Sobre os coeficientes a e b da reta r , é correto afirmar que

- A) $a < 0$ e $b > 0$.
- B) $a < 0$ e $b < 0$.
- C) $a = 0$ e $b < 0$.
- D) $a > 0$ e $b < 0$.
- E) $a > 0$ e $b > 0$.

ATIVIDADES PARA OS ESTUDANTES

Atividade 5

(M120210G5) Observe abaixo a reta r de equação $y = mx + n$.



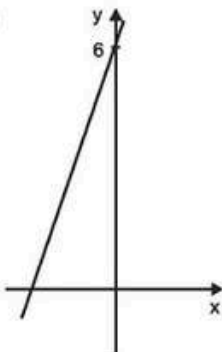
De acordo com esse gráfico, os coeficientes m e n são

- A) $m > 0$ e $n > 0$.
- B) $m > 0$ e $n < 0$.
- C) $m > 0$ e $n = 0$.
- D) $m < 0$ e $n > 0$.
- E) $m < 0$ e $n < 0$.

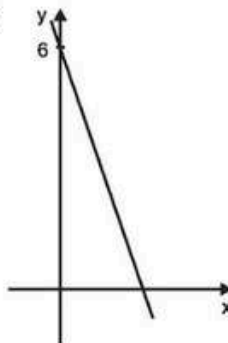
Atividade 6

(M100002B1) Qual é o gráfico que melhor representa uma função polinomial do 1º grau de coeficiente angular positivo e coeficiente linear igual a 6?

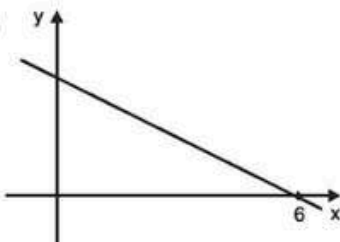
A)



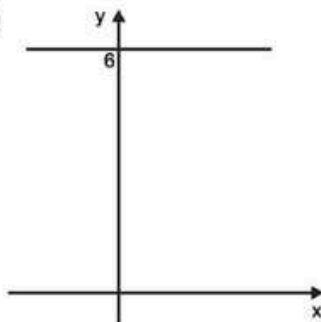
B)



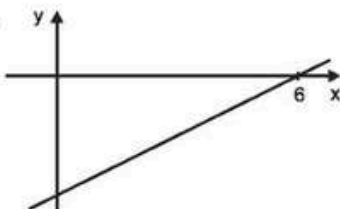
C)



D)



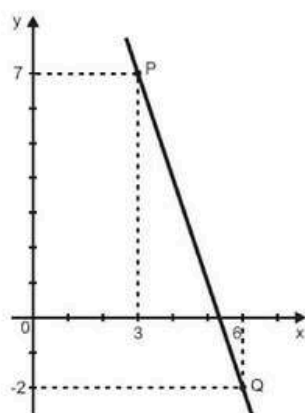
E)



Atividade 7

ATIVIDADES PARA OS ESTUDANTES

(M120429A9) Observe o gráfico abaixo.

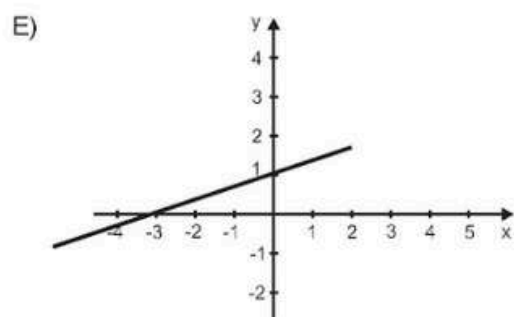
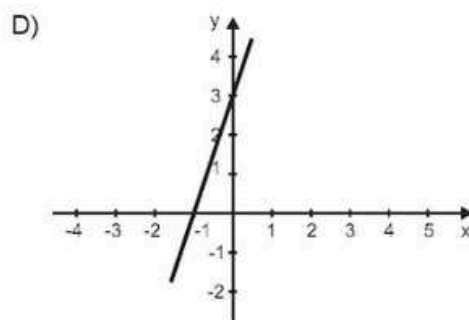
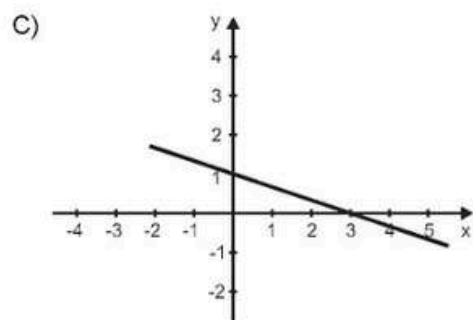
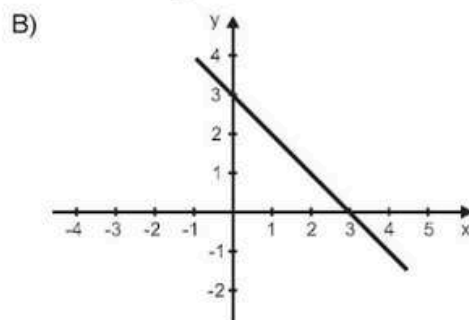
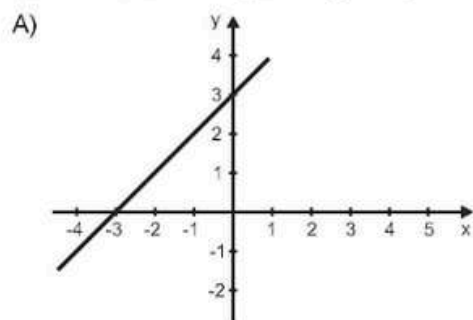


O coeficiente angular da reta que contém o segmento $\overline{PQ}$ é

- A) - 3
- B) - 2
- C) 3
- D) 6
- E) 9

Atividade 8

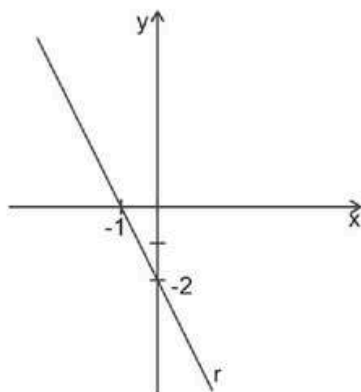
(M120365ES) Qual é o gráfico que representa a reta de coeficiente angular 1 e coeficiente linear 3?



Atividade 9

ATIVIDADES PARA OS ESTUDANTES

(M11451SI) A reta r representada no plano cartesiano abaixo está na forma $y = ax + b$.

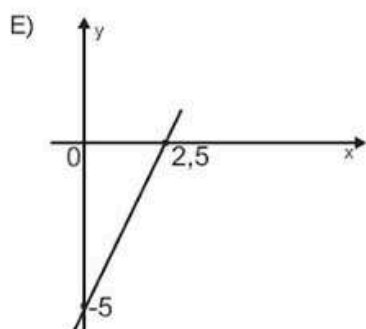
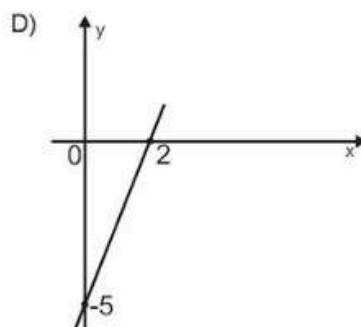
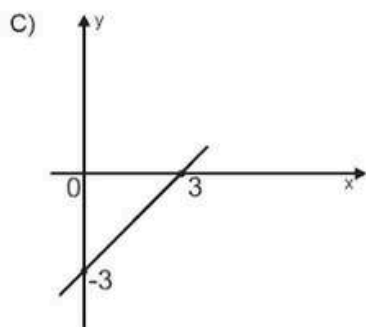
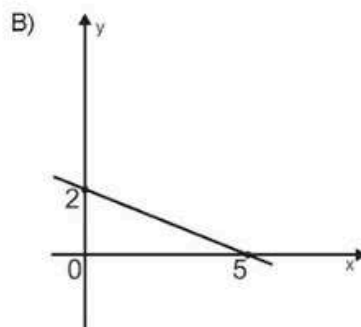
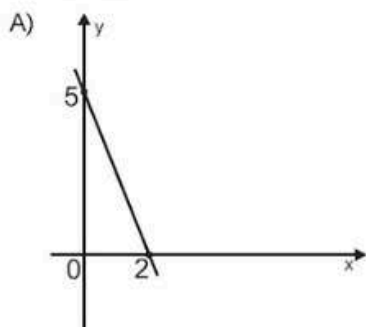


Os valores dos coeficientes a e b , na reta r , são, respectivamente,

- A) Zero e -2
- B) -1 e -2
- C) -2 e -2
- D) -1 e zero
- E) -2 e zero

Atividade 10

(M120122A9) Qual é o gráfico que representa a reta cuja equação tem coeficiente angular 2 e coeficiente linear -5 ?



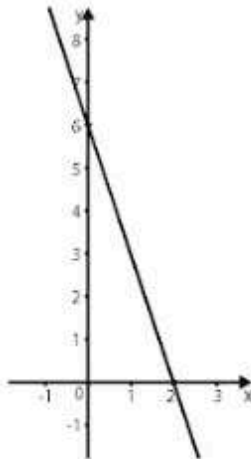
ATIVIDADES PARA OS ESTUDANTES

Atividade 11

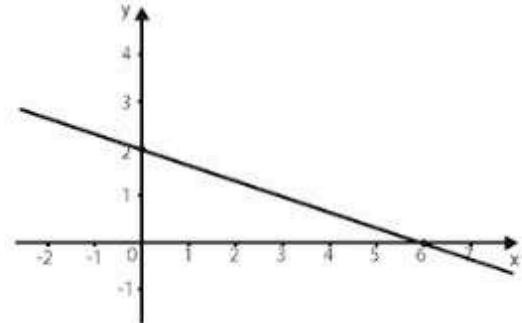
(M100123ES) Considere a função de equação $y = ax + b$, $a, b \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$.

Com coeficiente angular, $a = 2$ e linear, $b = 6$, o gráfico que melhor representa esta função é

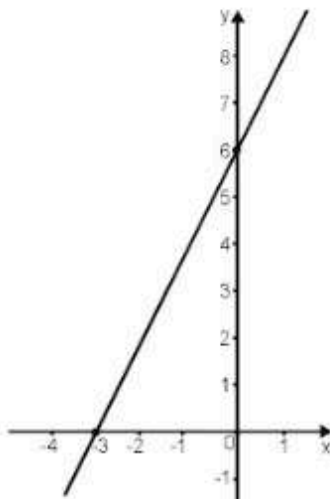
A)



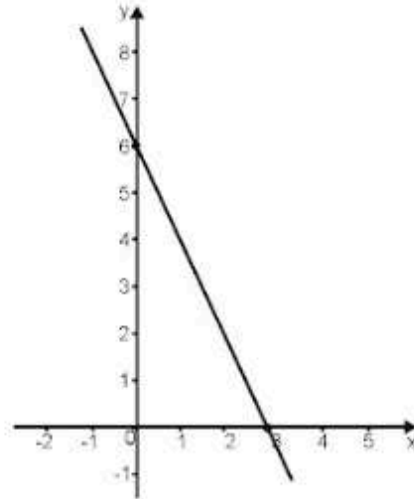
B)



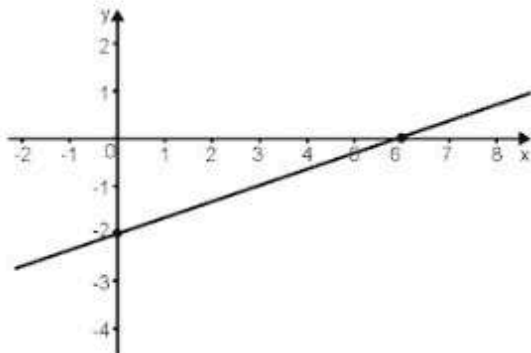
C)



D)



E)



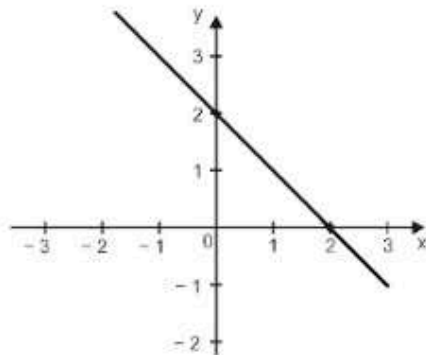
ATIVIDADES PARA OS ESTUDANTES

Atividade 12

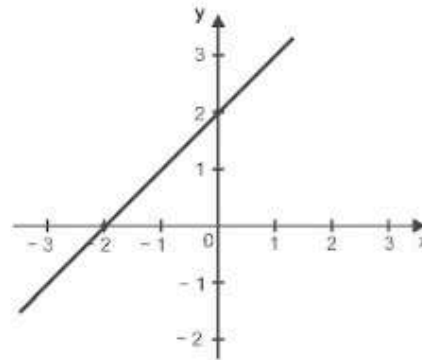
(M100177ES) Uma função polinomial do 1º grau definida de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, tem coeficiente angular igual a 2 e linear igual a -2.

O gráfico que melhor representa esta função é

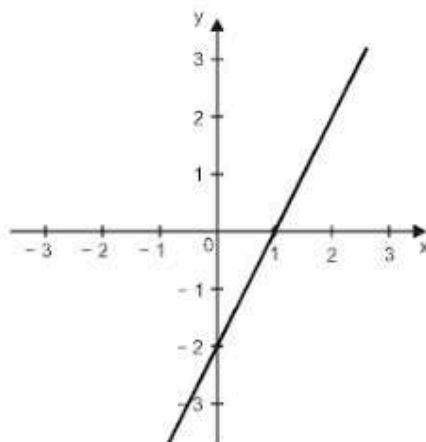
A)



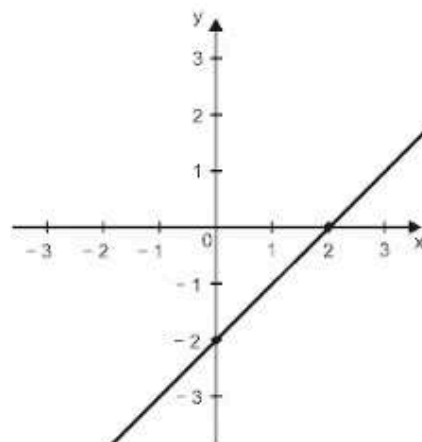
B)



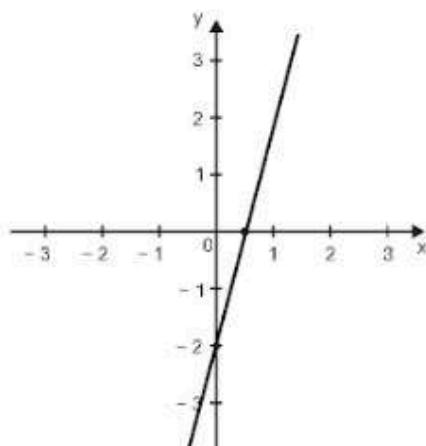
C)



D)



E)



GABARITO

ATIVIDADE 1: D

ATIVIDADE 2: D

ATIVIDADE 3: E

ATIVIDADE 4: B

ATIVIDADE 5: B

ATIVIDADE 6: A

ATIVIDADE 7: A

ATIVIDADE 8: A

ATIVIDADE 9: C

ATIVIDADE 10: E

ATIVIDADE 11: C

ATIVIDADE 12: C

REFERÊNCIAS

Bonjorno, José Roberto. Prisma Matemática : ensino médio : área do conhecimento : matemática e suas tecnologias / José Roberto Bonjorno, José Ruy Giovanni Júnior, Paulo Roberto de Câmara de Sousa. - 1.ed. - São Paulo : Editora FTD, 2020.

Giovanni Júnior, José Ruy. A Conquista da Matemática : 8º ano : ensino fundamental : anos finais / José Ruy Giovanni Júnior. - 1.ed. - São Paulo : FTD, 2022.

Matemática : ciência e aplicações, volume 1: ensino médio / Gelson Iezzi...[et al.]. - 7.ed. - São Paulo : Saraiva, 2013.

Symbolab. Disponível em: <https://pt.symbolab.com/graphing-calculator>. Acesso em 26 de abril de 2024.