GOVERNO DO ESTADO
DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

MATERIAL ESTRUTURADO

SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO
BÁSICA E PROFISSIONAL

GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA
GERÊNCIA DE ENSINO MÉDIO

Matemática

1.ª Série | Ensino Médio

13ª Semana

Funções afins, lineares, constantes. Gráficos de funções.

DESCRITORES DO PAEBES	**D078_M** Corresponder uma função polinomial do 1º grau a seu gráfico.
HABILIDADES DO CURRÍCULO RELACIONADAS AOS DESCRITORES	**EM13MAT401** Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.
HABILIDADES OU CONHECIMENTOS PRÉVIOS	**EF09MA06** Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis. **EM13MAT501** Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau

MATEMÁTICA

CONTEXTUALIZAÇÃO

VOCÊ SABIA?

A Festa do Morango de Pedra Azul, no município de Domingos Martins, no Espírito Santo é uma festa agrícola realizada todos os anos no começo de agosto. Essa é uma tradição que acontece desde 1985, sendo uma das principais atividades de agroturismo da região serrana capixaba.

No ano de 2023 foram mais de 30 mil fatias de torta de morango e uma das muitas barracas vendia cada pedaço por R$ 4,50.

Quanto essa barraca arrecadaria se tivesse vendido 200 fatias? E se tivesse vendido 450 fatias? E se fossem 850 fatias?

Para responder a essas questões, podemos montar uma tabela com a indicação de valor e de quantidade de fatias de torta de morango, conforme estudamos no material estruturado da semana anterior. Afinal, a quantidade de fatias determina o valor a ser arrecadado. Quando isso acontece, podemos dizer que cada valor da primeira grandeza corresponde a um único valor da segunda grandeza e que a segunda grandeza é dada em **função** da primeira.

Quando temos uma relação em que uma grandeza é dada em função da outra, a correspondência entre cada valor de uma grandeza e cada valor da outra pode ser expressa por uma sentença chamada **lei de formação da função** ou **lei da função.** No caso que estamos analisando, a lei da função nos permite, de forma mais prática, calcular o valor a ser arrecadado para quaisquer quantidade de fatias vendidas.

Além da tabela, podemos ainda construir um gráfico com essas informações, conforme estudamos no material estruturado da semana 7, na página 6. E a partir da tabela ou do gráfico, podemos estabelecer a então desejada lei da função.

Neste material estruturado, vamos estudar como corresponder uma função polinomial do 1º grau com o seu gráfico. Vamos, ainda, a partir de um gráfico de função dado, identificar a lei de sua função.

Bons Estudos!

CONCEITOS E CONTEÚDOS

RETOMANDO O QUE VIMOS

- **FUNÇÃO AFIM**

Um caso particular de função é a função afim, que é toda função f cuja lei pode ser escrita na forma f(x) = ax + b, em que a e b são números reais e x pode ser qualquer número real. Os valores a e b são os coeficientes angular e linear, respectivamente.

- **FUNÇÃO LINEAR**

É um caso particular da função afim, em que o coeficiente linear é zero, ou seja, b = 0

- **FUNÇÃO CRESCENTE**

Uma função polinomial do 1º grau f(x) = ax + b é crescente quando o coeficiente **a** é maior que zero (a>0).

- **FUNÇÃO DECRESCENTE**

Uma função polinomial do 1º grau f(x) = ax + b é decrescente quando o coeficiente **a** é menor que zero (a<0).

- **FUNÇÃO CONSTANTE**

Existem funções que não são crescentes nem decrescentes, como por exemplo, a função definida por f(x) = 3. Funções como essas são chamadas de **constantes**, e possuem como gráfico reta paralela ao eixo x. Note que numa função constante temos a = 0.

No material anterior, vimos que é possível classificar uma função como crescente, decrescente ou constante simplesmente analisando os dados da tabela de uma função.

Vimos também que por meio de dois pares ordenados extraídos da tabela de uma função conseguimos reconhecer a expressão que representa uma função ou utilizando o sistema de equações conseguimos determinar a lei da função.

Neste material, vamos continuar os estudos de funções. Desta vez vamos explorar as informações contidas no gráfico para determinar a lei da função.

Ainda por meio dos gráficos, estudaremos como identificar uma função linear e classificar uma função como crescente, decrescente ou constante.

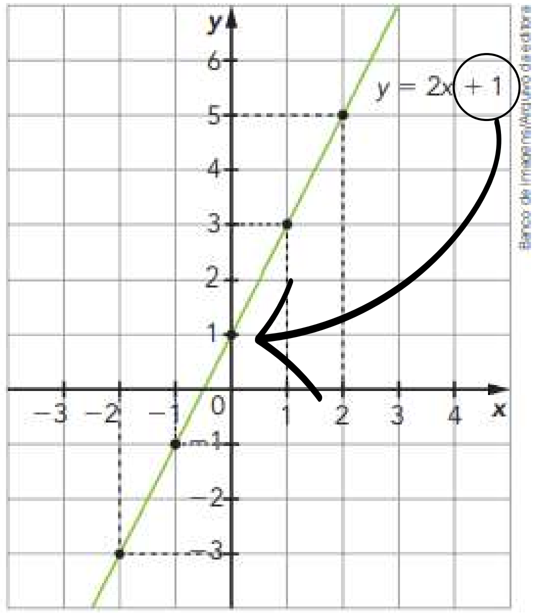
Bons estudos!

CONCEITOS E CONTEÚDOS

GRÁFICO DA FUNÇÃO AFIM

É possível mostrar que o gráfico de uma função afim f(x) = ax + b é uma reta.

Geometricamente, **b** é a **ordenada** do ponto onde a reta, que é gráfico da função f(x) = ax+b, intersecta o eixo Oy, pois para x = 0 temos f(0) = a . 0 + b = b., conforme ilustrado ao lado.



O número **a** chama-se **taxa de variação** da função f, mas também é conhecido como declividade ou **coeficiente angular** dessa reta em relação ao eixo horizontal Ox.
O número **b** chama-se valor inicial da função f ou **coeficiente linear** dessa reta.

CONSTRUÇÃO DO GRÁFICO DE UMA FUNÇÃO

Considere a função f dada pela lei y = x + 1, em que x representa um número inteiro qualquer. Vamos construir seu gráfico.

Para isso, atribuímos valores inteiros a x e calculamos os valores de y, determinando os pares ordenados correspondentes.

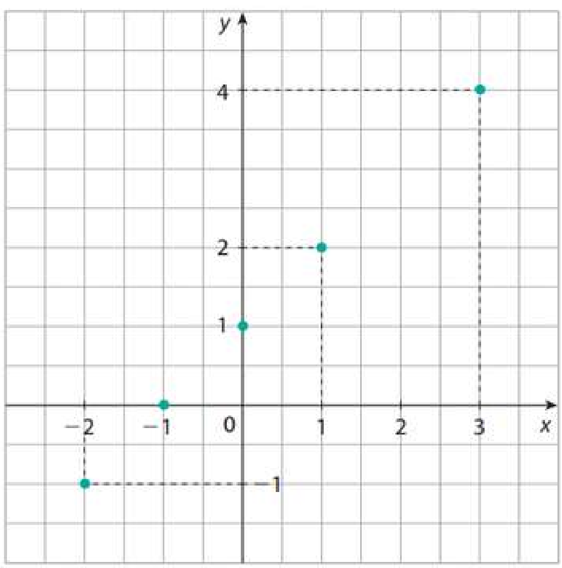
Esses dados foram organizados no quadro com alguns pontos do gráfico de f

x	y
-2	-1
-1	0
0	1
1	2
3	4

Para representar graficamente essa função, vamos marcar, em um plano cartesiano, os pontos determinados por esses pares ordenados.

Os pontos marcados são apenas alguns dos pontos do gráfico dessa função, pois existem infinitos pares ordenados (x, y) que satisfazem a lei y = x + 1, sendo x um número inteiro.

Gráfico de *f*



CONCEITOS E CONTEÚDOS

Observando os pontos marcados, podemos, então, traçar a linha correspondente ao gráfico dessa função. Em outros casos, porém, pode ser necessário escolher para x valores maiores que 3 e valores menores que −2 para fazer a representação.

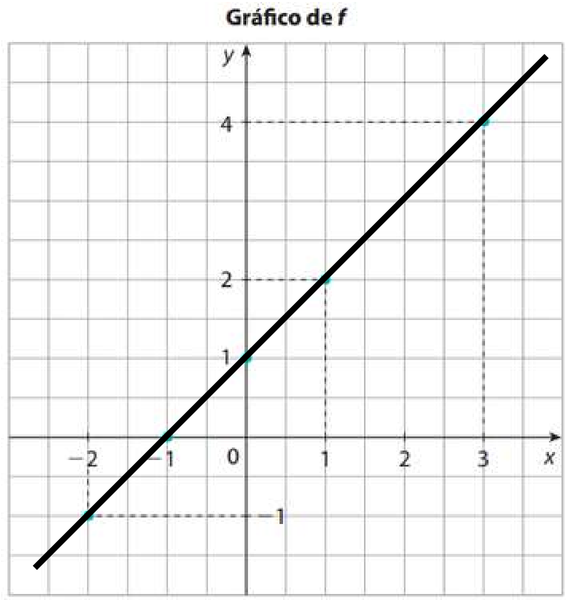
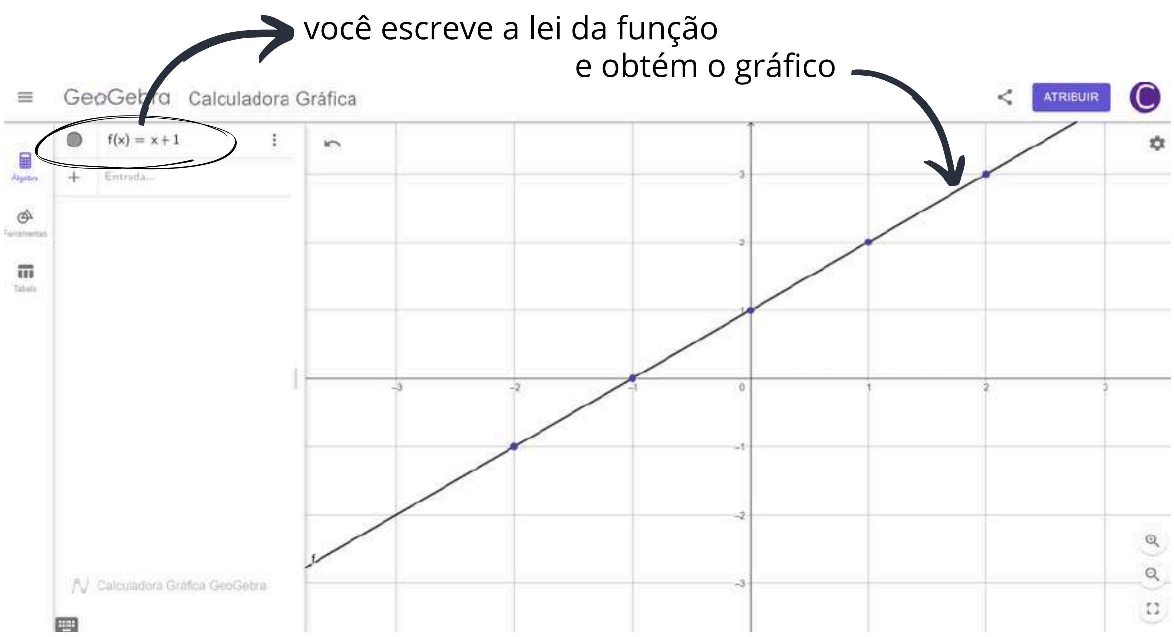


GRÁFICO DIGITAL DE UMA FUNÇÃO

Podemos obter o gráfico de uma função por meio de diversos softwares e aplicativos disponíveis na internet, ou por meio de sites sem necessidade de baixar softwares e aplicativos.

Como exemplo, temos o site https://www.geogebra.org/calculator .



CORRESPONDER UMA FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU AO SEU GRÁFICO

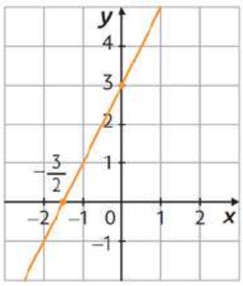
Podemos, ainda, identificar a lei da função observando os dados retirados de um gráfico. Para isso serão necessárias algumas observações:

Embora costumamos usar **cinco** pontos na construção de um gráfico, é importante lembrar que, como o gráfico de uma função afim é uma reta, para construí-lo basta marcar **dois** de seus pontos em um plano cartesiano e depois traçar a reta que passa por esses pontos.

Estrategicamente, vamos focar em dois pontos do gráfico: o ponto no eixo y e o ponto no eixo x, nesta ordem. Antes, vamos analisar se a função é crescente, decrescente ou constante.

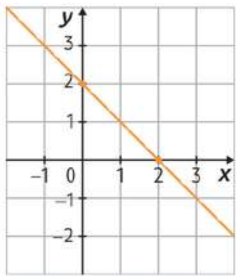
- **Função crescente, decrescente e constante**

Observe os gráficos das funções y= 2x+ 3 e y = −x + 2, em que x pode ser qualquer número real.



Quando aumentamos o valor de x, o valor de y **aumenta**, por isso, dizemos que a função é **crescente**.

Observe que na lei y = 2x + 3 temos a = 3, ou seja, a > 0.

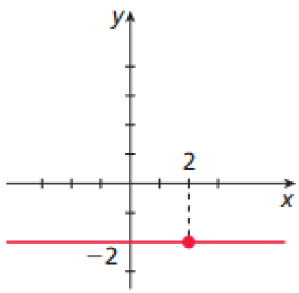


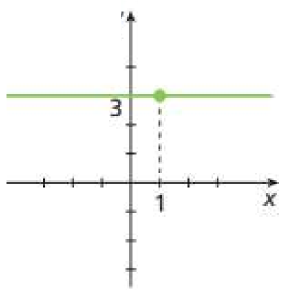
Quando aumentamos o valor de x, o valor de y **diminui**, por isso, dizemos que a função é **decrescente**.

Observe que na lei y = -x + 2 temos a = -1, ou seja, a < 0.

- Uma função polinomial do 1º grau y = ax + b é **crescente** quando o coeficiente a é maior que zero (a>0).
- Uma função polinomial do 1º grau y = ax + b é **decrescente** quando o coeficiente a é menor que zero (a<0).

Existem funções que não são crescente nem decrescentes, como a função definida por f(x) = -2 e f(x) = 3. Funções como essas são chamadas de **constantes**, e seu gráfico é uma reta paralela ao eixo x.





Podemos utilizar esses conhecimentos para corresponder uma função polinomial do 1º grau ao seu gráfico, como veremos mais adiante.

CONCEITOS E CONTEÚDOS

- **O ponto no eixo y**

No material da semana 12, na página 5, nós vimos como identificar os coeficientes angular e linear numa lei de função.

$$y = \underbrace{a}_{\text{coeficiente angular}}x + \underbrace{b}_{\text{coeficiente linear}}$$

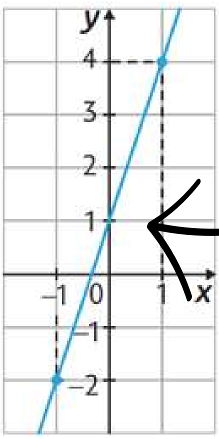
Veja o que acontece quando atribuímos zero para x:

y = ax + b
y = a(0) + b
y = b

Note que o coeficiente linear será o valor de y quando x = 0. Podemos aproveitar esse conhecimento para identificar o coeficiente linear apenas observando o ponto (0,y). É neste ponto que a reta vai interceptar o eixo y.

Em outras palavras, o coeficiente linear nos indica em que ponto a reta vai passar pelo eixo y.

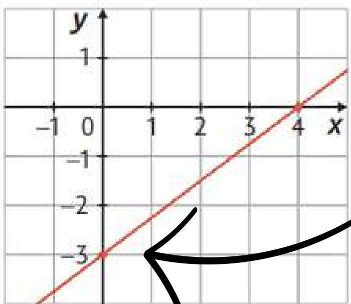
Exemplo: f(x) = 3x + 1



O coeficiente linear é 1.

No gráfico, a reta intercepta o eixo y em 1.

$$y = \frac{3x}{4} - 3$$



O coeficiente linear é -3.

No gráfico, a reta intercepta o eixo y em -3.

CONCEITOS E CONTEÚDOS

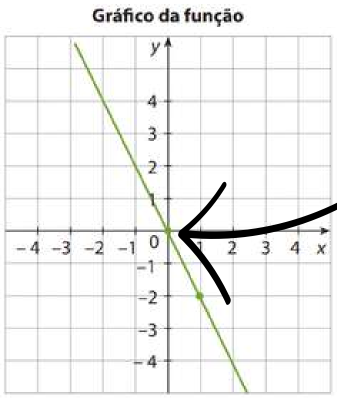
- **O ponto no eixo y numa função linear**

Vimos na página 3 que função linear é um caso particular da função afim, em que o coeficiente linear é zero, ou seja, b = 0 .

Se numa função linear o coeficiente linear é sempre zero, então necessariamente a reta sempre vai interceptar o eixo y no ponto de origem em que y, assim como o x, é igual a zero.

Exemplo:

- f(x) = -2x

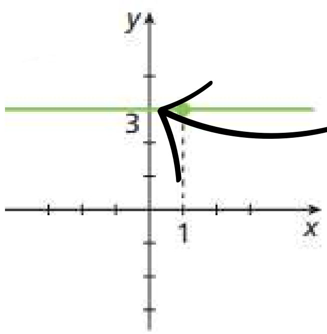


O coeficiente linear é zero, a reta intercepta o eixo y em zero.

- **O ponto no eixo y numa função constante**

Vimos no material da semana 7, na página 8, que uma função constante é do tipo f(x) = b, e seu gráfico é uma reta paralela ao eixo x.

Exemplo: f(x) = 3

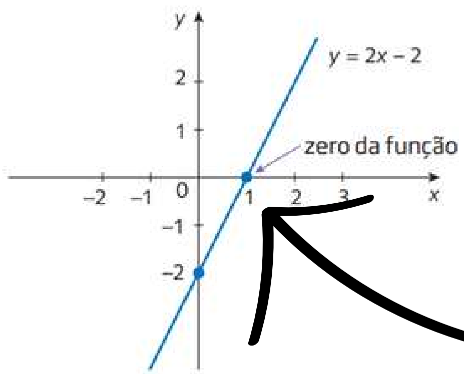


O coeficiente linear é 3, a reta intercepta o eixo y em 3.

- **O ponto no eixo x**

Na página 9 do material da semana 7, nós vimos que será zero da função todo valor de x para o qual y = 0, e que esse zero, também chamado de **raiz da função**, necessariamente é o ponto em que a reta intercepta o eixo x.

Exemplo: f(x) = 2x - 2



Por meio da lei da função, obtemos o zero da função igualando-a a zero e resolvendo a equação do 1º grau.

f(x) = **2x - 2**

2x - 2 = 0

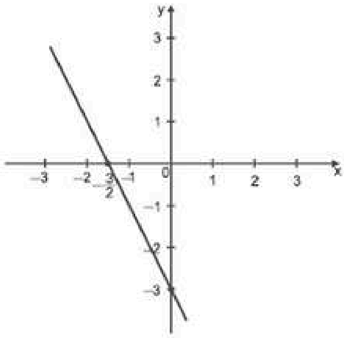
2x = 2

x = 1

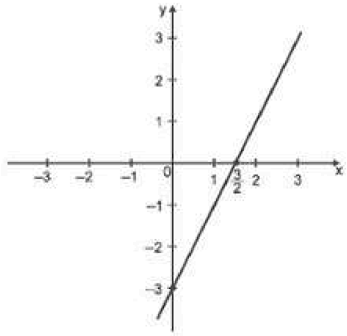
EXERCICIOS RESOLVIDOS

1 (M100129EX) O gráfico que melhor representa a função f(x) = 2x - 3 é:

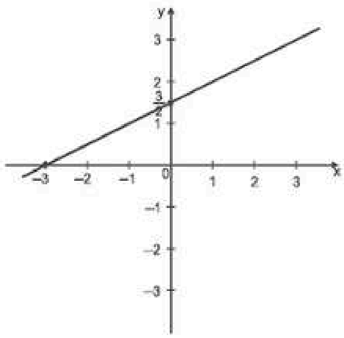
A)



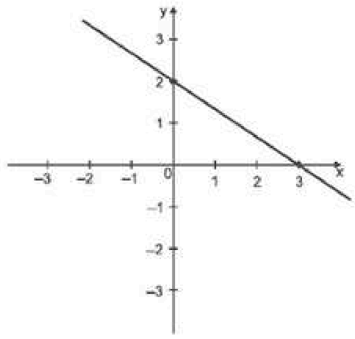
B)



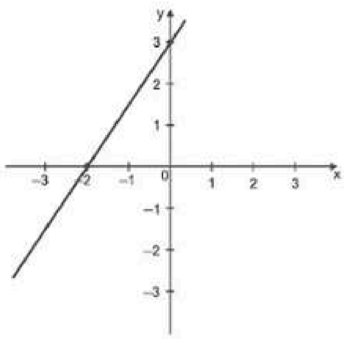
C)



D)



E)



Resolução:

Sem precisar construir o gráfico dessa função, conseguimos corresponder a lei da função com o seu gráfico, utilizando o que acabamos de estudar.

1º) Classifique a função como crescente, decrescente ou constante.

Temos coeficiente angular = 2, ou seja, a > 0, função crescente.

Apenas com essa observação, descartamos a possibilidade das opções (A) e (D).

2º) Identifique onde a reta intercepta o eixo y.

Observe que na função f(x) = 2x - 3, temos o coeficiente linear -3. Logo, necessariamente, o gráfico tem que interceptar o eixo y em -3, o que acontece apenas nas opções (A) e (B). Como a opção (A) já estava descartada, temos como resposta a opção (B).

3º) Calcule o ponto no eixo x.

Perceba que não é necessária essa etapa, porque já sabemos que a opção correta é (B). Para fins didáticos, vamos prosseguir. Igualando a lei da função a zero, temos

2x - 3 = 0

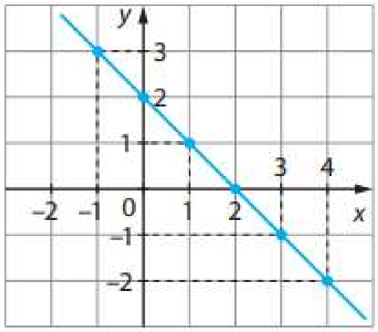
x = 3/2.

Assim, a reta intercepta o eixo x em 3/2, ou seja, opção B.

CONCEITOS E CONTEÚDOS

DETERMINANDO A LEI DA FUNÇÃO A PARTIR DO SEU GRÁFICO

Dado o gráfico de uma função, podemos determinar a lei da função utilizando apenas dois pontos desse gráfico.



Resolução:

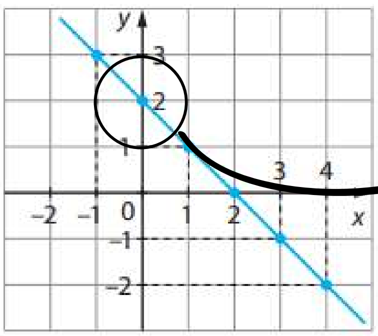
No gráfico acima destacamos 6 pontos:
(-1,3), (0,2), (1,1), (2,0), (3,-1) e (4,-2).
Com dois pontos escolhidos, podemos calcular a taxa de variação, conforme estudamos no material estruturado da semana 7, na página 5. Essa taxa de variação é igual ao coeficiente angular.

Como exemplo, vamos utilizar os pontos (0,2) e (2,0), que são os pontos em que a reta intercepta os eixo x e y, respectivamente.

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 2}{2 - 0} = \frac{-2}{2} = -1$$

A taxa de variação = coeficiente angular = -1.

Como já estudado, podemos determinar o coeficiente linear apenas observando onde a reta intercepta o eixo y.



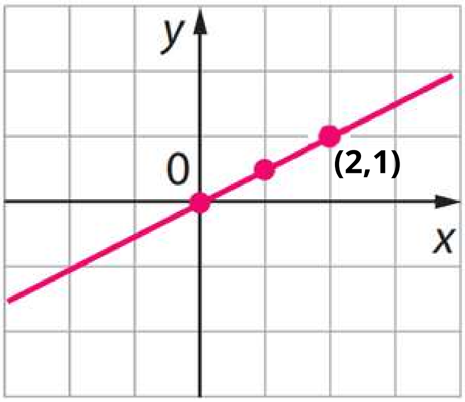
A reta intercepta o eixo y em 2, então, o coeficiente linear é 2.

Após determinar os coeficientes angular e linear, substituímos a e b, respectivamente, na lei função genérica.

f(x) = ax + b
f(x) = -1x + 2, ou simplesmente **f(x) = -x + 2.**

EXERCICIOS RESOLVIDOS

2 Determine a lei da função representada pelo gráfico abaixo.



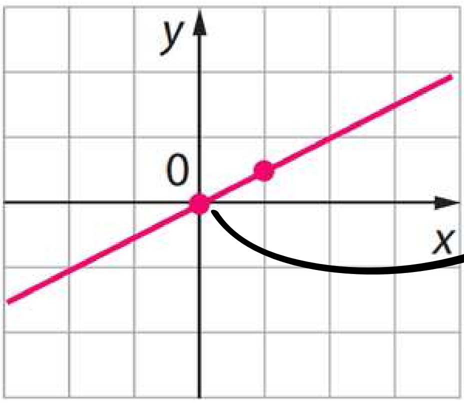
Resolução:

Observe que temos três pontos destacados, dos quais escolheremos dois.

Utilizando os pontos (0,0) e (2,1), podemos calcular a taxa de variação.

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - 0}{2 - 0} = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

Taxa de variação = coeficiente angular = 0,5.



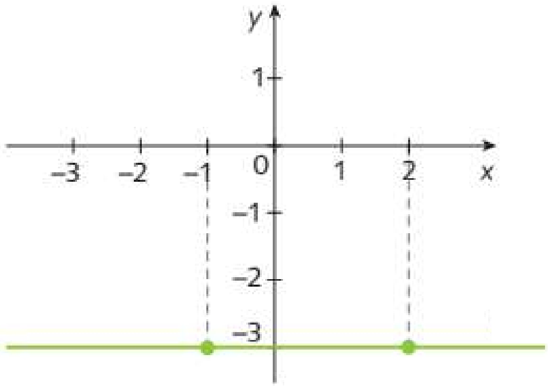
A reta intercepta o eixo y em 0, então, o coeficiente linear é 0.

Após determinar os coeficientes angular e linear, substituímos a e b, respectivamente, na lei função genérica.

f(x) = ax + b
f(x) = 0,5x + 0, ou simplesmente **f(x) = -0,5x**

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

3 Determine a lei da função representada pelo gráfico abaixo.

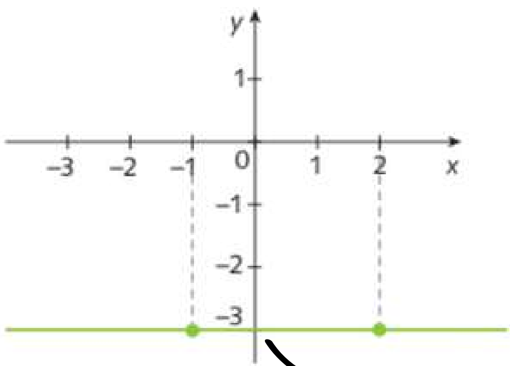


Resolução:

Usaremos os pontos (-1,-3) e (2,-3) para calcular a taxa de variação.

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3 - (-3)}{2 - (-1)} = \frac{0}{3} = 0$$

Taxa de variação = coeficiente angular = 0.



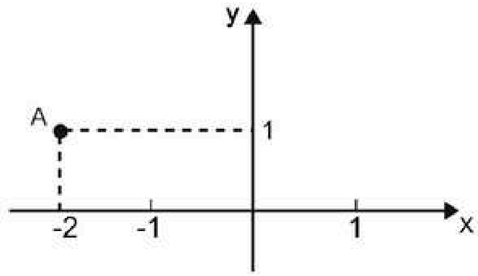
A reta intercepta o eixo y em -3, então, o coeficiente linear é -3.

Após determinar os coeficientes angular e linear, substituímos a e b, respectivamente, na lei função genérica.

f(x) = ax + b
f(x) = 0x - 3, ou simplesmente **f(x) = -3** (função constante)

Atividade 1

(M1D06I0058) Observe o gráfico abaixo.

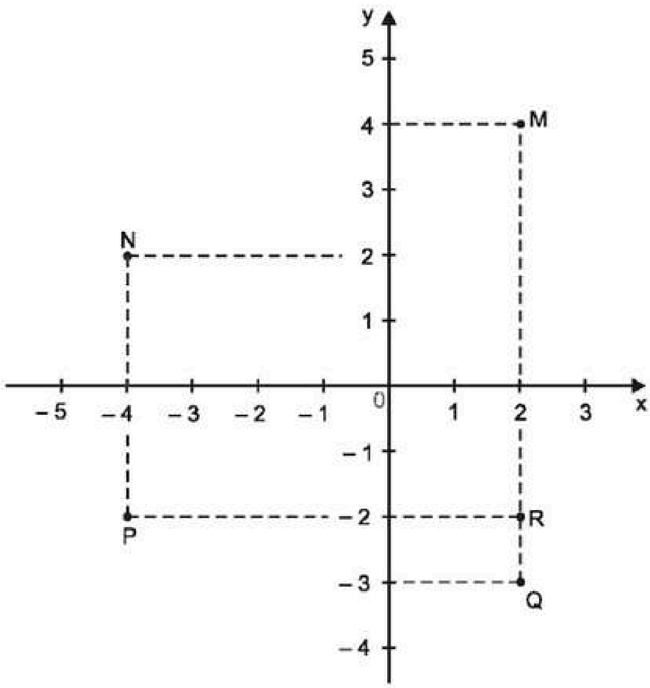


As coordenadas do ponto A são

A) (-2,1)
B) (2,-1)
C) (-2,-1)
D) (2,1)

Atividade 2

(M100018ES) O desenho abaixo representa um sistema de coordenadas cartesianas.

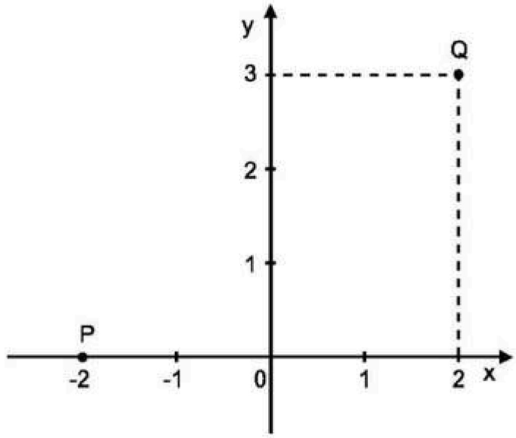


O par ordenado (– 4, – 2) corresponde ao ponto

A) M.
B) N.
C) P.
D) Q.
E) R.

Atividade 3

(M100094CE) Juliana marcou os pontos P e Q no plano cartesiano abaixo.

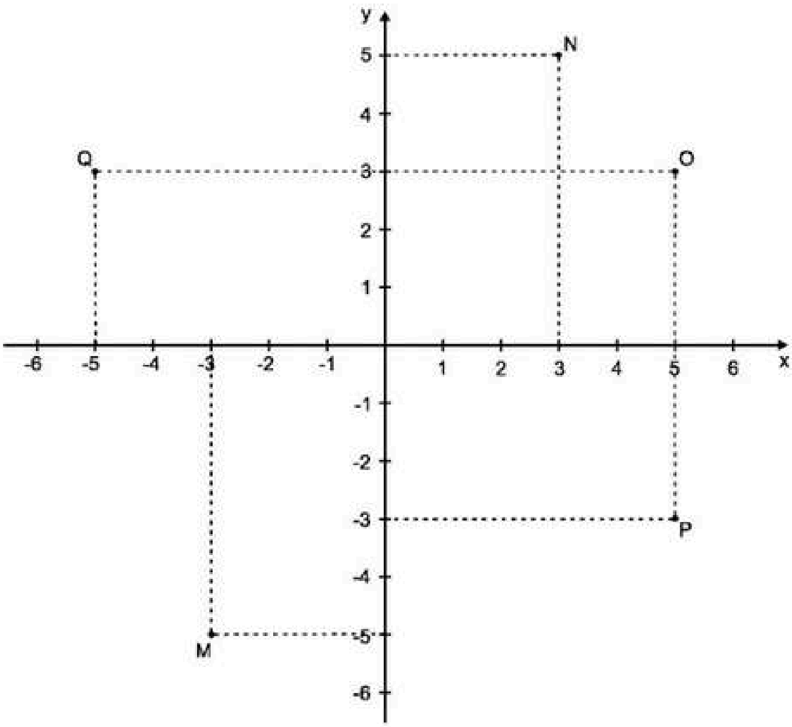


As coordenadas dos pontos P e Q, são, respectivamente,

A) (– 2, 0) e (2, 0).
B) (– 2, 0) e (2, 3).
C) (– 2, 0) e (3, 0).
D) (0, – 2) e (3, 2).
E) (2, 3) e (– 2, 0).

Atividade 4

(M100001EX) No plano cartesiano abaixo, encontram-se representados os pontos M, N, O, P e Q.



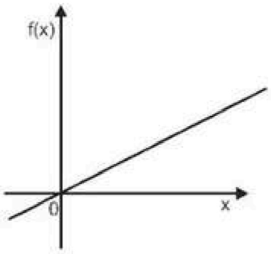
O ponto que possui as coordenadas (5, – 3) é

A) M.
B) N.
C) O.
D) P.
E) Q.

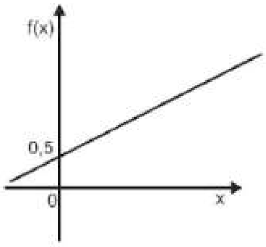
Atividade 5

(M120662A9) O gráfico que melhor representa a função $f(x) = 0,5x$ é

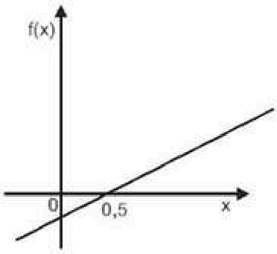
A)



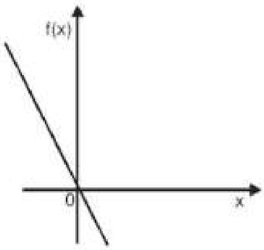
B)



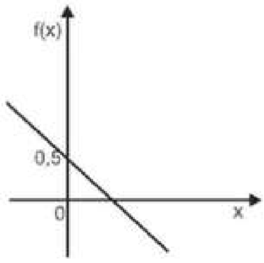
C)



D)



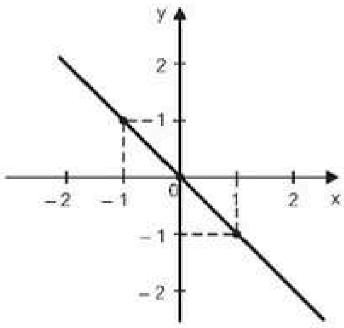
E)



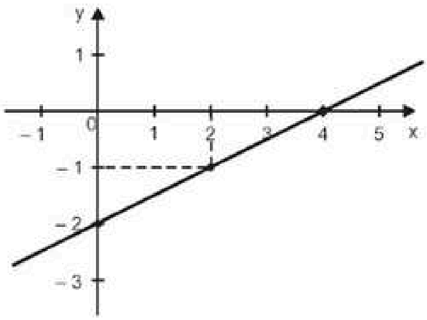
Atividade 6

(M100303ES) O gráfico que representa a função $y = -\frac{1}{2}x$, definida de IR em IR é

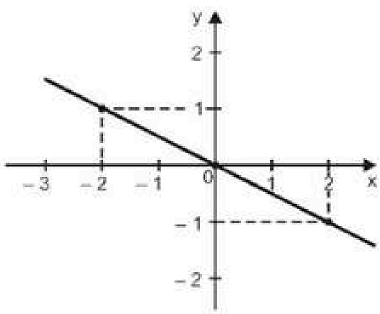
A)



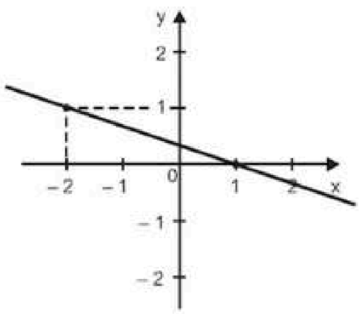
B)



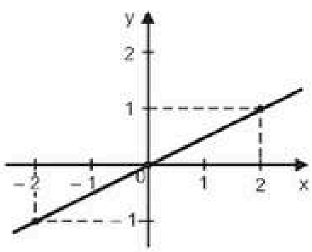
C)



D)



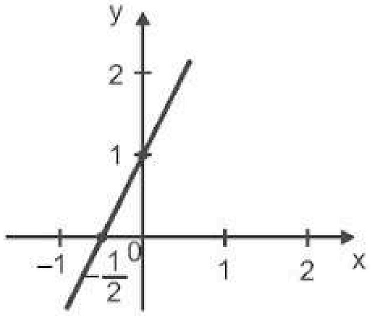
E)



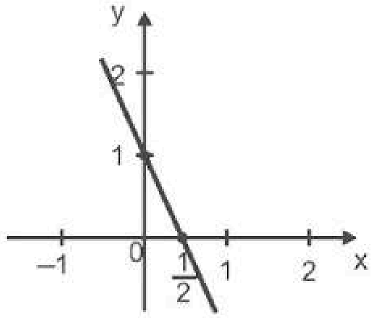
Atividade 7

(M100192EX) O gráfico que representa a função $y = -2x + 1$ é

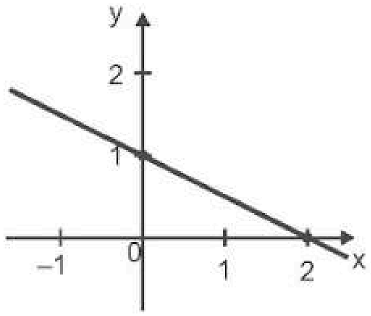
A)



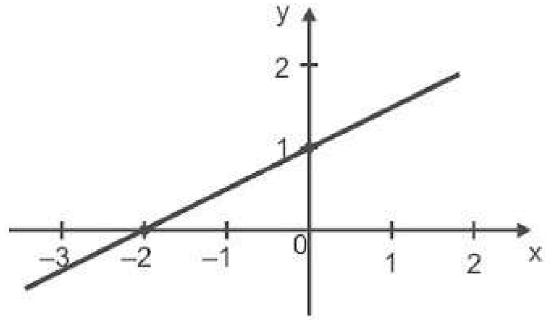
B)



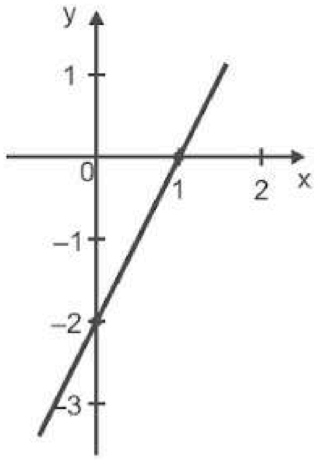
C)



D)



E)

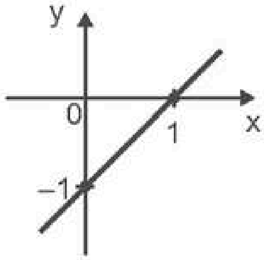


ATIVIDADES PARA OS ESTUDANTES

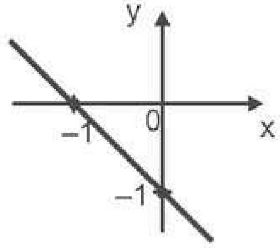
Atividade 8

(M100068ES) O gráfico da função polinomial y = – x – 1 definida de IR em IR é

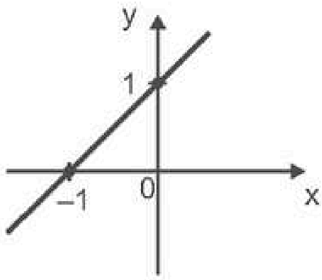
A)



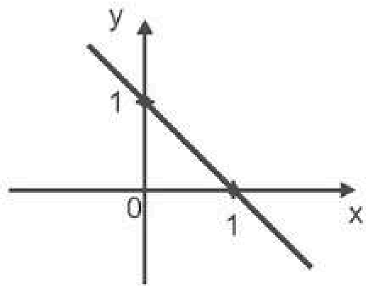
B)



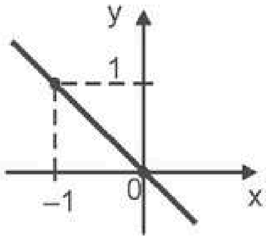
C)



D)

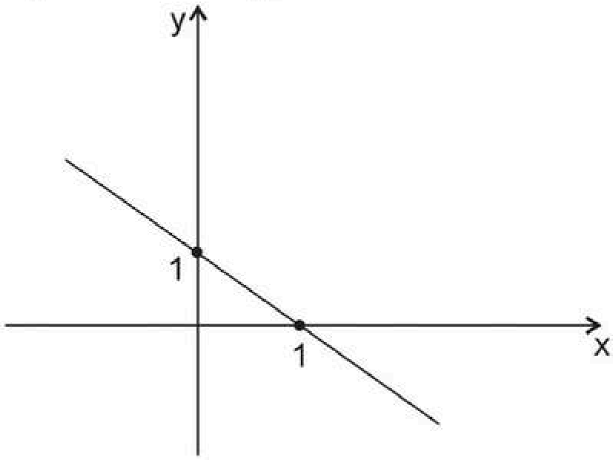


E)



Atividade 9

(PAMA11223MS) Observe a função representada no gráfico abaixo.



A função representada acima é

A) y = -x +1

B) y = x +1

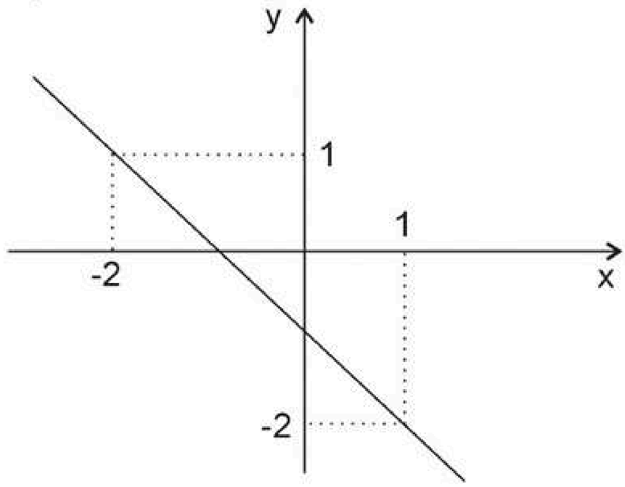
C) y = -x +2

D) y = -x

E) y = -2x

Atividade 10

(PAMA11225MS) Observe a função representada no gráfico abaixo.



A função representada acima é

A) y = -x

B) y = x - 1

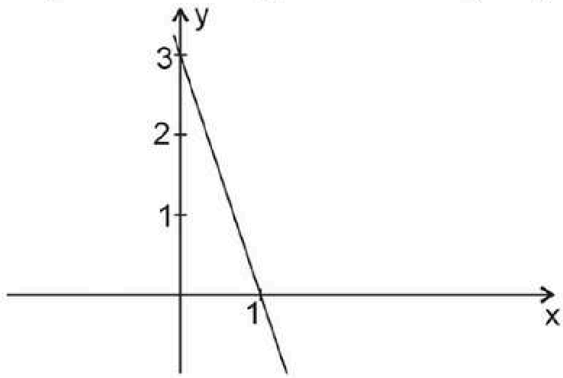
C) y = -x - 1

D) y = -x + 1

E) y = x + 1

Atividade 11

(PAMA11164MS) Na figura abaixo está representado o gráfico da função y = ax + b.



A função y = ax + b é dada por

A) y = 2x - 6

B) y = 2x + 6

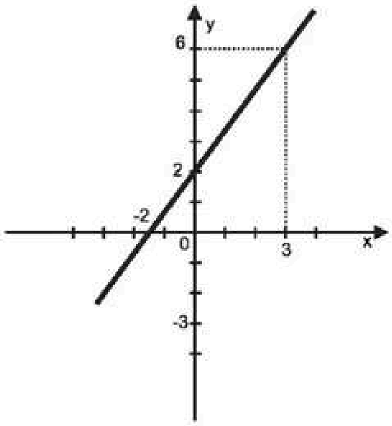
C) y = 3x - 3

D) y = -3x - 3

E) y = -3x + 3

Atividade 12

(M120024A9) O gráfico, abaixo, representa uma função do 1º grau.



A representação algébrica dessa função é

A) $y = \frac{4}{3}x + 2$

B) $y = \frac{3}{4}x + 2$

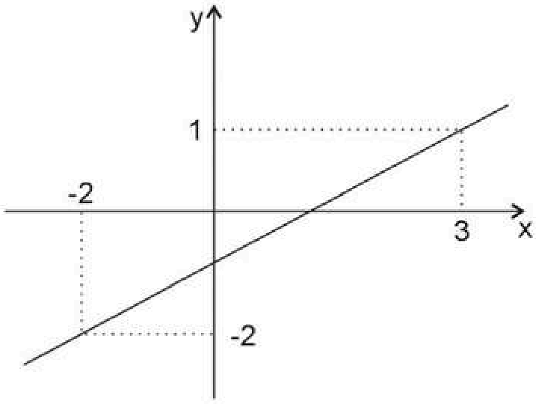
C) $y = -\frac{1}{2}x + 2$

D) $y = -\frac{3}{2}x + 2$

E) $y = \frac{8}{3}x + 2$

Atividade 13

(PAMA11224MS) Observe a função representada no gráfico abaixo.



A lei da função representada acima é

A) $y = \frac{3}{5}x + \frac{4}{5}$

B) $y = -x + \frac{4}{5}$

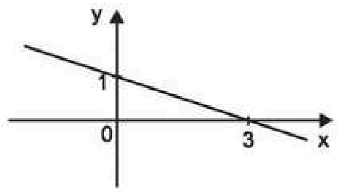
C) $y = -\frac{3}{5}x - \frac{4}{5}$

D) $y = -x - \frac{4}{5}$

E) $y = \frac{3}{5}x - \frac{4}{5}$

Atividade 14

(M120024B1) O gráfico abaixo representa uma função polinomial do 1º grau.



A representação algébrica dessa função é

A) $y = -\frac{1}{3}x + 1$

B) $y = \frac{1}{3}x + 1$

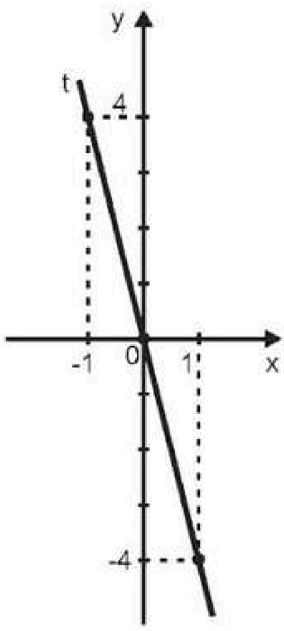
C) $y = 3x + 1$

D) $y = -3x + 1$

E) $y = -x + 1$

Atividade 15

(M120824A9) Observe o gráfico abaixo.



A equação da reta t nesse gráfico é

A) $y = -x$

B) $y = 4x$

C) $y = x - 4$

D) $y = -4x$

E) $y = -x + 4$

GABARITO

ATIVIDADE 1: A
ATIVIDADE 2: C
ATIVIDADE 3: B
ATIVIDADE 4: D
ATIVIDADE 5: A
ATIVIDADE 6: C
ATIVIDADE 7: B
ATIVIDADE 8: B
ATIVIDADE 9: A
ATIVIDADE 10: C
ATIVIDADE 11: E
ATIVIDADE 12: A
ATIVIDADE 13: E
ATIVIDADE 14: A
ATIVIDADE 15: D

REFERÊNCIAS

Bianchini, Edwaldo. Matemática Bianchini: 9º ano : manual do professor / Edwaldo Bianchini - 10.ed. - São Paulo : Moderna, 2022.

ES.GOV.BR. Disponível em: https://www.geogebra.org/graphing/qwsatwup. Acesso em 24 de abril de 2024.

Geogebra. Disponível em: https://www.geogebra.org/graphing/qwsatwup. Acesso em 24 de abril de 2024.

Giovanni Júnior, José Ruy. A Conquista da Matemática : 8º ano : ensino fundamental : anos finais / José Ruy Giovanni Júnior. - 1.ed. - São Paulo : FTD, 2022.

Matemática : ciência e aplicações, volume 1: ensino médio / Gelson Iezzi...[et al.]. - 7.ed. - São Paulo : Saraiva, 2013.