

Matemática

3ª Série | Ensino Médio

16ª Semana



**Polígonos Regulares:
Perímetro**



DESCRITORES DO PAEBES	D057_M Utilizar o perímetro de uma figura bidimensional na resolução de problema.
HABILIDADES DO CURRÍCULO RELACIONADAS AOS DESCRITORES	EM13MAT506 Representar graficamente a variação da área e do perímetro de um polígono regular quando os comprimentos de seus lados variam, analisando e classificando as funções envolvidas.
HABILIDADES OU CONHECIMENTOS PRÉVIOS	EF05MA07 Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com números naturais e com números racionais, cuja representação decimal seja finita, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.

MATEMÁTICA

CONTEXTUALIZAÇÃO



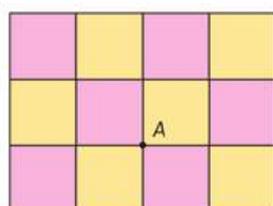
Ladrilhamento de calçada

LADRILHAMENTO: PREENCHIMENTO DE UMA SUPERFÍCIE

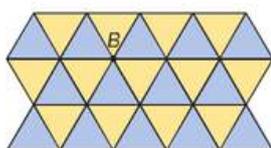
Os polígonos regulares são figuras geométricas que há séculos encantam e desafiam os estudiosos da matemática. Suas formas simétricas e precisas têm um apelo visual único, mas há mais do que apenas beleza nessas figuras. Ao explorar o conceito de **ladrilhamento**, por exemplo, mergulhamos em um mundo de padrões repetitivos e arranjos ordenados, onde cada polígono se encaixa harmoniosamente com seus vizinhos. Nessa dança matemática, descobrimos não apenas a estética, mas também uma profunda conexão com o **perímetro dos polígonos regulares**.

Em um ladrilhamento, as figuras geométricas planas, cujos contornos são polígonos, devem se encaixar sem que haja espaço entre elas e sem que haja superposição. Dessa maneira, elas podem ocupar toda a superfície de uma região plana considerada.

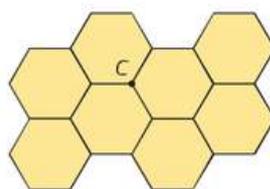
Usando apenas um tipo de região poligonal regular, há somente três regiões poligonais regulares com as quais é possível obter um ladrilhamento:



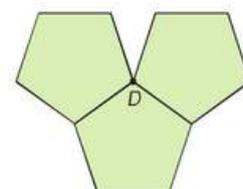
Com formas quadradas.



Com formas triangulares equiláteras.



Com formas hexagonais regulares.



Não é possível obter ladrilhamento com formas pentagonais regulares.

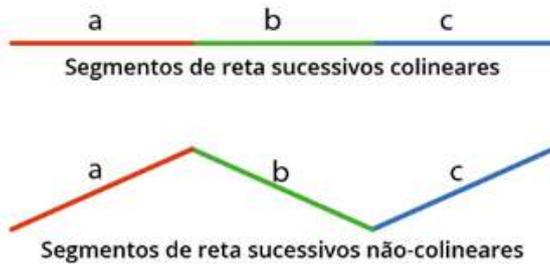
Neste material nos vamos estudar o perímetro dos polígonos regulares para, no material estruturado da semana 17, relacionarmos com funções.

Bons Estudos!

CONCEITOS E CONTEÚDOS

LINHA POLIGONAL

Uma linha poligonal é aquela formada por segmentos de retas sucessivos não colineares. Exemplo:

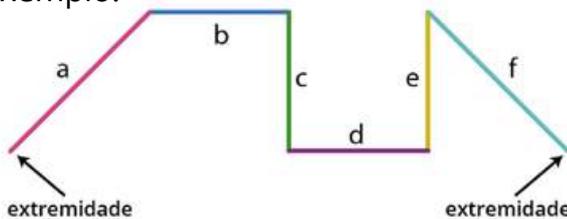


Note que cada segmento de reta começa no ponto em que o anterior termina. Por isso são chamamos de segmentos de reta sucessivos. Para que formem uma linha poligonal, devem ser também não colineares, ou seja, não devem fazer parte de uma mesma reta. Se forem colineares eles dão origem apenas a um segmento de reta de maior comprimento.

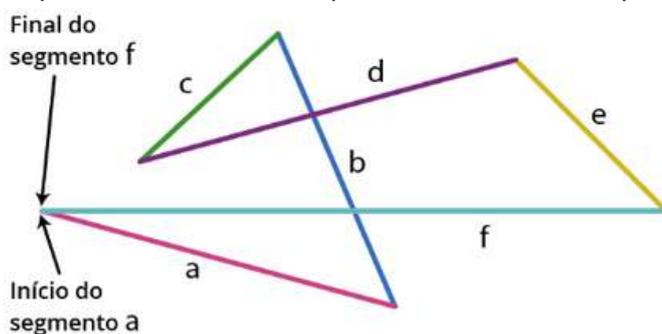
As linhas poligonais podem ser divididas em duas categorias: Linhas poligonais abertas e fechadas.

Uma linha poligonal é dita aberta se as suas extremidades não se intersectam ou não se encontram. Nesse caso a linha poligonal possui duas extremidades distintas ou ainda um começo e um final que não coincidem.

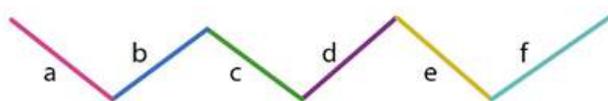
Exemplo:



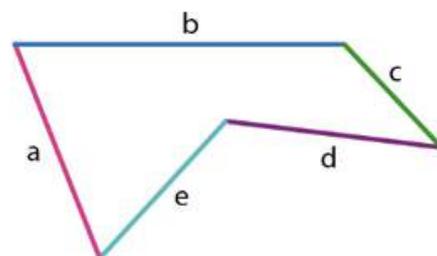
Quando a extremidade do último segmento de uma linha poligonal liga-se à extremidade do primeiro, dizemos que ela é uma linha poligonal fechada.



Se cada segmento de reta de uma linha poligonal toca apenas os segmentos consecutivos, dizemos que a linha poligonal é simples.



Linha poligonal aberta simples



Linha poligonal fechada simples

CONCEITOS E CONTEÚDOS

POLÍGONOS

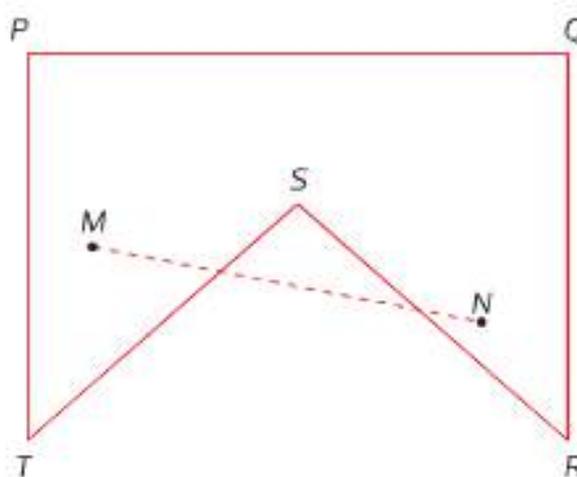
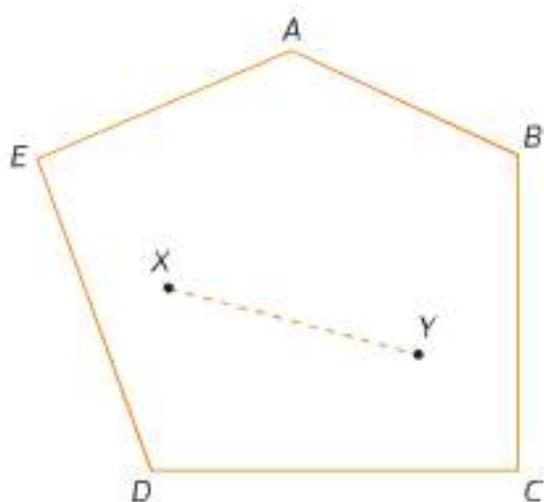
Polígono é a reunião de uma linha poligonal, fechada e simples com sua região interna.

Vejamos, então, algumas figuras geométricas que são polígonos:



POLÍGONOS CONVEXOS E POLÍGONOS NÃO CONVEXOS

Quando uma região de um polígono é uma região convexa, temos um **polígono convexo**.



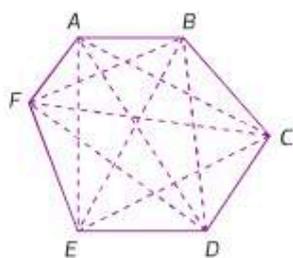
O polígono ABCDE é convexo, pois, se tomarmos quaisquer dois pontos X e Y na região limitada por ele, o segmento de reta que os une sempre estará inteiramente contido nessa região.

No polígono PQRST, isso não ocorre sempre. É possível encontrar dois pontos (M e N) tais que o segmento de reta MN **não** esteja inteiramente contido na região limitada por esse polígono. Por isso ele é chamado de polígono não convexo.

A partir de agora nós iremos estudar apenas os polígonos convexos e por este motivo, não explicitaremos o tipo de polígono, devendo considerar que o polígono citado é convexo.

CONCEITOS E CONTEÚDOS

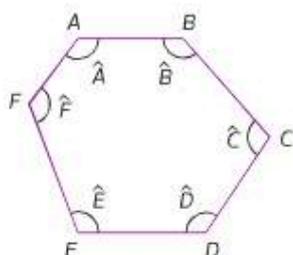
ELEMENTOS DE UM POLÍGONO



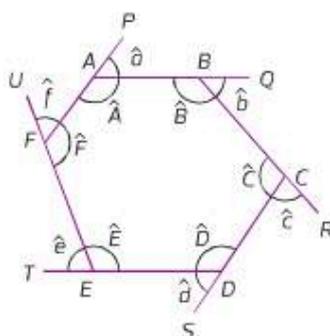
Vértices: os pontos A, B, C, D, E e F.

Lados: os segmentos de reta \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} , \overline{DE} , \overline{EF} e \overline{FA} .

Diagonais: os segmentos de reta que ligam um vértice a outro vértice não consecutivo a ele: \overline{AC} , \overline{AD} , \overline{AE} , \overline{BD} , \overline{BE} , \overline{BF} , \overline{CE} , \overline{CF} e \overline{DF} .



Ângulos internos: os ângulos formados por dois lados consecutivos: $\hat{A}BC$ ou \hat{B} , $\hat{B}CD$ ou \hat{C} , $\hat{C}DE$ ou \hat{D} , $\hat{D}EF$ ou \hat{E} , $\hat{E}FA$ ou \hat{F} e $\hat{F}AB$ ou \hat{A} .



Ângulos externos: os ângulos formados por um lado e o prolongamento do lado consecutivo a ele: $\hat{P}AB$ ou \hat{a} , $\hat{Q}BC$ ou \hat{b} , $\hat{R}CD$ ou \hat{c} , $\hat{S}DE$ ou \hat{d} , $\hat{T}EF$ ou \hat{e} , $\hat{U}FA$ ou \hat{f} .

Em qualquer polígono, o número de vértices, de lados, de ângulos internos e de ângulos externos é o mesmo.

NOMES DOS POLÍGONOS QUANTO AO NÚMERO DE LADOS

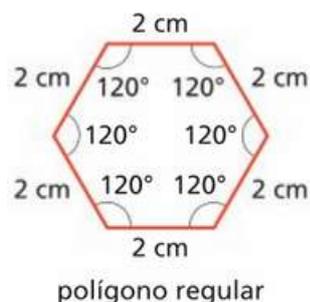
- Triângulo (tri = três): 3 lados
- Quadrilátero (quadri = quatro): 4 lados
- Pentágono (penta = cinco): 5 lados
- Hexágono (hexa = seis): 6 lados
- Heptágono (hepta = sete): 7 lados
- Octógono (octo = oito): 8 lados
- Eneágono (enea = nove): 9 lados
- Decágono (deca = dez): 10 lados
- Undecágono (um + dez): 11 lados
- Dodecágono (dois + dez): 12 lados
- Pentadecágono (cinco + dez): 15 lados
- Icoságono (icos = vinte): 20 lados

CONCEITOS E CONTEÚDOS

POLÍGONOS REGULARES

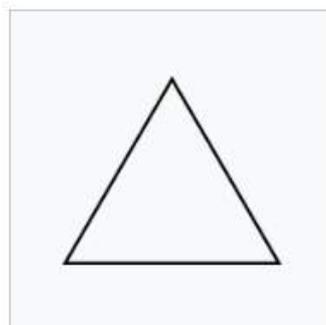
Um polígono é chamado de **polígono regular** quando tem **todos os lados congruentes**, ou seja, com a mesma medida e também todos os ângulos internos congruentes.

Exemplos:

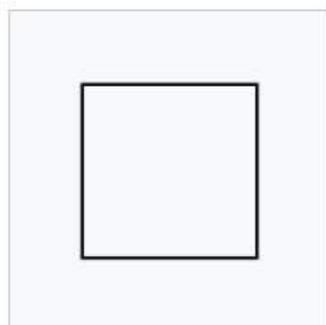


Neste material vamos focar apenas nas medidas dos lados dos polígonos.

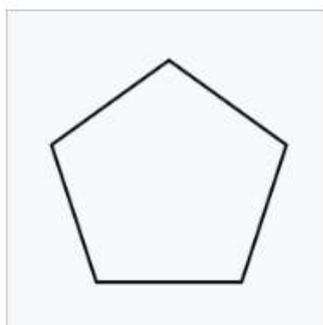
Exemplos de polígonos regulares:



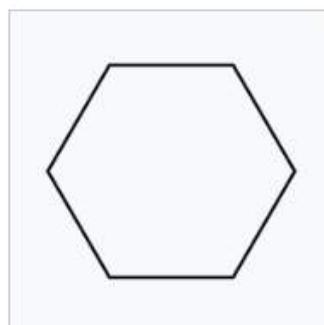
triângulo equilátero



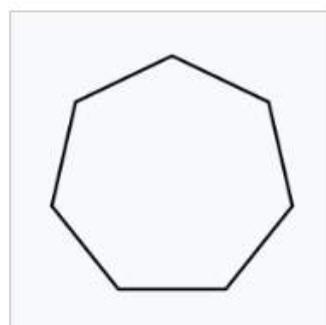
quadrado



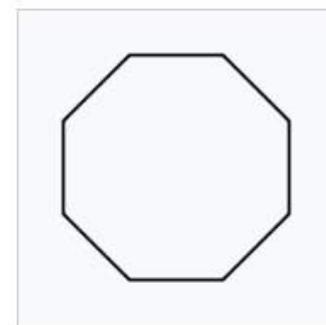
pentágono regular



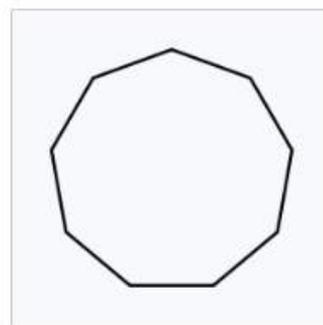
hexágono regular



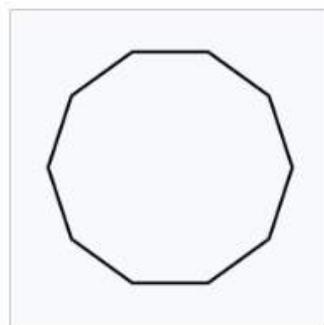
heptágono regular



octógono regular



eneágono regular



decágono regular

CONCEITOS E CONTEÚDOS

PERÍMETRO

Você já deve ter ouvido falar em “perímetro urbano”.

É uma expressão usada para se referir ao contorno da parte urbana de um município.

Observe ao lado o perímetro urbano aproximado da cidade de Marataízes (ES), representado com uma linha preta na imagem de satélite.

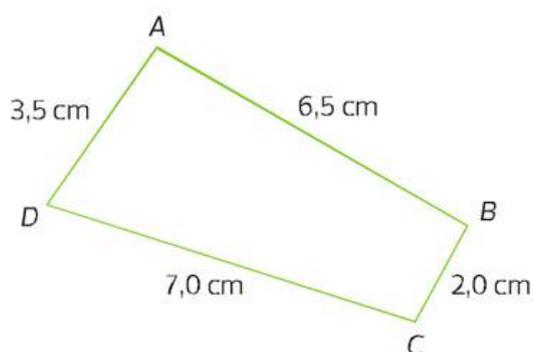


Em matemática, **perímetro** indica a medida do comprimento de um contorno.

PERÍMETRO DE UM POLÍGONO

Quando um contorno é um polígono, o perímetro é a **soma das medidas de comprimento de seus lados**.

Exemplo:



O perímetro do polígono ABCD é
 $6,5 \text{ cm} + 2,0 \text{ cm} + 7,0 \text{ cm} + 3,5 \text{ cm} = 19 \text{ cm}$

Como não existe um símbolo para perímetro, algumas vezes ele é representado como $2p$ (já que p é o símbolo de semiperímetro).

PERÍMETRO DE POLÍGONOS REGULARES

Nós já vimos que os polígonos regulares têm o comprimento de seus lados congruentes, ou seja, de mesma medida. Sabendo disso, podemos obter o perímetro de um polígono regular multiplicando a medida de um de seus lados pela quantidade de lados.

Exemplo:

A medida do lado de um quadrado é 3 cm. Qual é o perímetro desse quadrado?

Uma resolução:

O perímetro desse quadrado é $3 \text{ cm} + 3 \text{ cm} + 3 \text{ cm} + 3 \text{ cm} = 12 \text{ cm}$.

Outra resolução:

O lado desse quadrado mede 3 cm e, como o quadrado tem 4 lados, $3 \text{ cm} \times 4 = 12 \text{ cm}$.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1

Eduardo quer colocar um cerca, do tipo alambrado, no pasto onde fica seu gado. O pasto tem forma quadrangular de dimensões 80 metros. Quantos metros de cerca Eduardo precisa comprar?

Resolução:

A cerca vai contornar todo o pasto, que é de forma quadrangular (nesse caso, um quadrado). Cada lado desse terreno tem 80 metros.

$$2p = 80 \text{ m} + 80 \text{ m} + 80 \text{ m} + 80 \text{ m} = 4 \times 80 \text{ m} = 320 \text{ m}.$$

Eduardo vai precisar comprar 320 metros.

2

O perímetro de um dodecágono (polígono com 12 lados) é 78 cm. Calcule cada lado desse polígono.

Resolução:

O perímetro de um polígono de 12 lados é 78. Isso significa que esse polígono teve a medida de seu lado somada 12 vezes, resultando em 78. Considerando m = medida de cada lado, temos:

$$\text{Perímetro} = 12 \cdot m$$

$$78 = 12 \cdot m$$

$$m = 78/12$$

$$m = 6,5$$

Cada lado desse dodecágono mede 6,5 cm.

3

Um polígono regular tem um de seus lados medindo 15 cm e seu perímetro mede 105 cm. Determine quantos lados tem esse polígono.

Resolução:

Considerando q = quantidade de lados desse polígono, temos

$$\text{Perímetro} = q \cdot 15 \text{ cm}$$

$$105 = q \cdot 15 \text{ cm}$$

$$105 = 15q$$

$$q = 105/15 = 7$$

Esse polígono tem 7 lados, ou seja, é um heptágono.

ATIVIDADES PARA OS ESTUDANTES

Atividade 1

(M090047CE) Pedro cercou um terreno quadrado de lado igual a 90 metros. Quantos metros de muro Pedro construiu para cercar todo esse terreno?

- A) 90
- B) 180
- C) 360
- D) 810
- E) 3 600

Atividade 2

(M100500H6) Na cidade onde Pedro mora há uma praça cujo formato é um quadrado que possui 12 metros de lado. Nessa mesma cidade, o prefeito deseja construir outra praça, com o formato de um hexágono regular e de mesmo perímetro que a praça já existente.

Qual será a medida, em metros, do lado dessa nova praça que o prefeito deseja construir?

- A) 2
- B) 8
- C) 12
- D) 24
- E) 72

Atividade 3

(M100661H6) Um ferreiro foi contratado para produzir a moldura de um espelho no formato de um polígono regular de seis lados de medida igual a 60 cm cada um. Para fazer essa moldura, ele utilizou uma fina barra de ferro cuja medida do comprimento era equivalente à medida do comprimento do contorno do espelho acrescida de 5 cm.

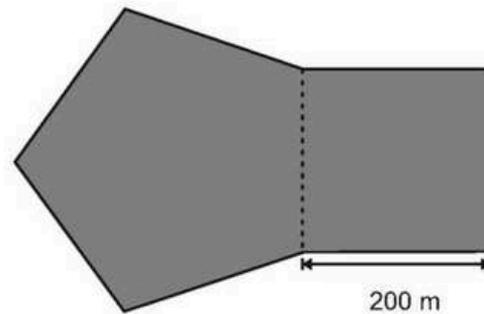
Qual era a medida do comprimento da barra de ferro que esse profissional utilizou para fazer essa moldura?

- A) 65 cm.
- B) 90 cm.
- C) 300 cm.
- D) 365 cm.
- E) 390 cm.

ATIVIDADES PARA OS ESTUDANTES

Atividade 4

(M090184G5) A figura abaixo representa a planta de um sítio, cujo terreno é formado pela justaposição de uma parte no formato de um pentágono regular e outra parte no formato de um quadrado.



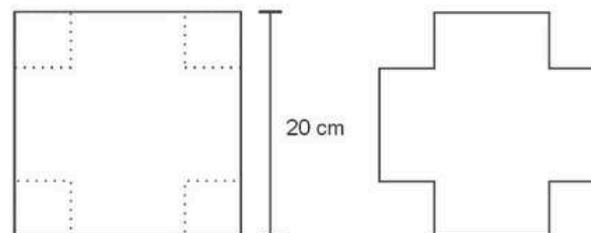
Esse sítio foi todo cercado com 4 voltas de arame farpado.

A quantidade mínima de arame necessária para cercar esse sítio é de

- A) 7 200 metros.
- B) 5 600 metros.
- C) 4 400 metros.
- D) 2 800 metros.

Atividade 5

(PAMA11028AC) De um quadrado de 20 centímetros de lado, cortamos 4 quadrados, um em cada canto, de 5 centímetros de lado, e obtemos uma cruz. Observe a figura.



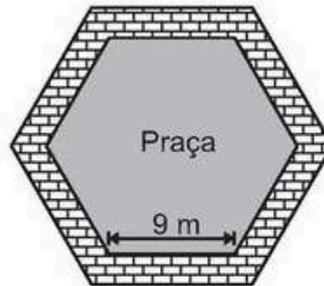
Qual é o perímetro da cruz?

- A) 20 cm
- B) 40 cm
- C) 60 cm
- D) 80 cm
- E) 100 cm

ATIVIDADES PARA OS ESTUDANTES

Atividade 6

(M090205G5) Todos os dias de manhã, Rafael dá três voltas completas em torno de uma praça que tem o formato de um hexágono regular, como mostra o desenho abaixo.



Quantos metros, no mínimo, Rafael percorre por dia em volta dessa praça?

- A) 27
- B) 54
- C) 152
- D) 162
- E) 304

Atividade 7

(M100019EX) Para formar o quadrado abaixo, Paulo usou quatro fichas quadradas, com perímetro medindo 12 cm cada uma. Essas fichas foram colocadas lado a lado, sem sobreposição.



Determine a medida do perímetro, em centímetros, desse quadrado.

- A) 24
- B) 36
- C) 48
- D) 72
- E) 96

ATIVIDADES PARA OS ESTUDANTES

Atividade 8

(M120141A8) O perímetro de um hexágono regular cujo lado possui medida de 6 cm é

- A) $6\sqrt{3}$
- B) 18
- C) $18\sqrt{3}$
- D) 36
- E) $27\sqrt{3}$

Atividade 9

(M090112A8) Um terreno quadrado foi dividido em quatro partes, como mostra o desenho abaixo. Uma parte foi destinada para a piscina, uma para a quadra, uma parte quadrada para o canteiro de flores e outra, também quadrada, para o gramado.

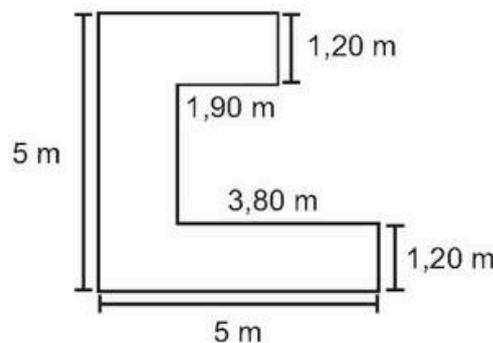


Sabe-se que o perímetro da parte destinada ao gramado é de 20 m, e o do canteiro de flores é 12 m. Qual é o perímetro da parte destinada à piscina?

- A) 8 m
- B) 15 m
- C) 16 m
- D) 32 m

Atividade 10

(M120077ES) Maurício desenhou a planta baixa de uma passarela construída para um desfile na escola.



Qual é a medida do perímetro dessa passarela?

- A) 18,10 m
- B) 20,70 m
- C) 21,20 m
- D) 23,80 m
- E) 24,50 m

GABARITO

ATIVIDADE 1: C
ATIVIDADE 2: B
ATIVIDADE 3: D
ATIVIDADE 4: B
ATIVIDADE 5: D
ATIVIDADE 6: D
ATIVIDADE 7: A
ATIVIDADE 8: D
ATIVIDADE 9: C
ATIVIDADE 10: A

REFERÊNCIAS

Bonjorno, José Roberto. Prisma Matemática : ensino médio : área do conhecimento : matemática e suas tecnologias / José Roberto Bonjorno, José Ruy Giovanni Júnior, Paulo Roberto de Câmara de Sousa. - 1.ed. - São Paulo : Editora FTD, 2020.

Giovanni Júnior, José Ruy. A Conquista da Matemática : 8º ano : ensino fundamental : anos finais / José Ruy Giovanni Júnior. - 1.ed. - São Paulo : FTD, 2022.

Matemática : ciência e aplicações, volume 1: ensino médio / Gelson lezzi...[et al.]. - 7.ed. - São Paulo : Saraiva, 2013.

<https://materialpublic.imd.ufrn.br>. Acesso em 10 maio 2024