GOVERNO DO ESTADO DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

MATERIAL ESTRUTURADO

SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL

GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA
GERÊNCIA DE ENSINO MÉDIO

Matemática

3ª Série | Ensino Médio

18ª Semana

POLÍGONOS E FUNÇÕES

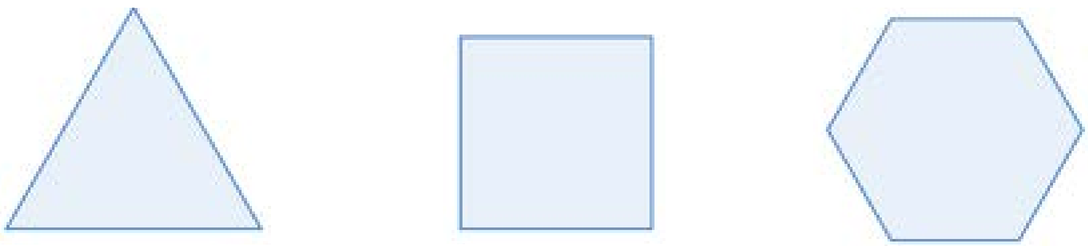
DESCRITORES DO PAEBES	**D133_M** Resolver problemas que envolvam os pontos de máximo ou de mínimo de uma função do 2º grau.
HABILIDADES DO CURRÍCULO RELACIONADAS AOS DESCRITORES	**EM13MAT506** Representar graficamente a variação da área e do perímetro de um polígono regular quando os comprimentos de seus lados variam, analisando e classificando as funções envolvidas.
HABILIDADES OU CONHECIMENTOS PRÉVIOS	**EF08MA19** Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos. **EF09MA09** - Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º Grau.

MATEMÁTICA

CONTEXTUALIZAÇÃO

Ao longo da história, os favos das abelhas têm fascinado os seres humanos pela complexidade e pela geometria.

Inúmeras **hipóteses** foram elaboradas para explicar o formato dos favos, que se aproxima de um hexágono regular. Uma delas trata de uma propriedade matemática: dentre os polígonos regulares que ladrilham o plano (cobrem o plano sem sobreposições e sem deixar espaços em branco), dado um perímetro fixo, o hexágono regular possui a maior área. Veja uma comparação entre os polígonos regulares que ladrilham o plano com um perímetro de 12 mm (a título de exemplo):



4 mm	3 mm	2 mm
$A \cong 6,93$ mm²	$A = 9$ mm²	$A \cong 10,39$ mm²

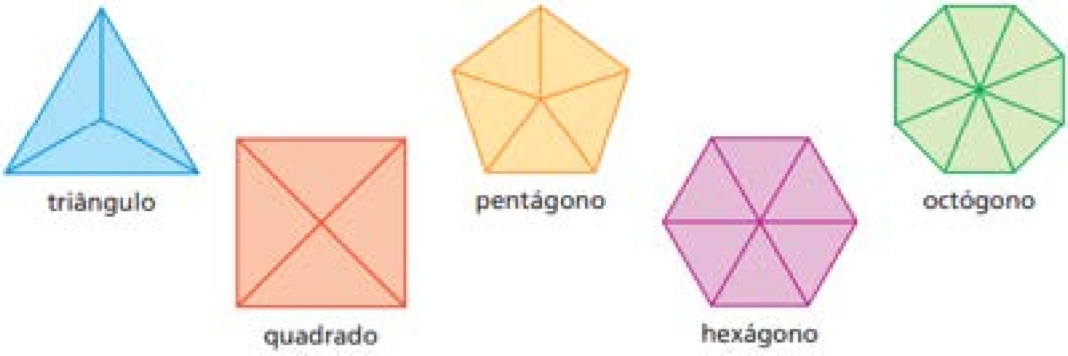
No presente material estruturado, vamos estudar as relações entre polígonos, seus perímetros e áreas e funções.

Bons estudos!

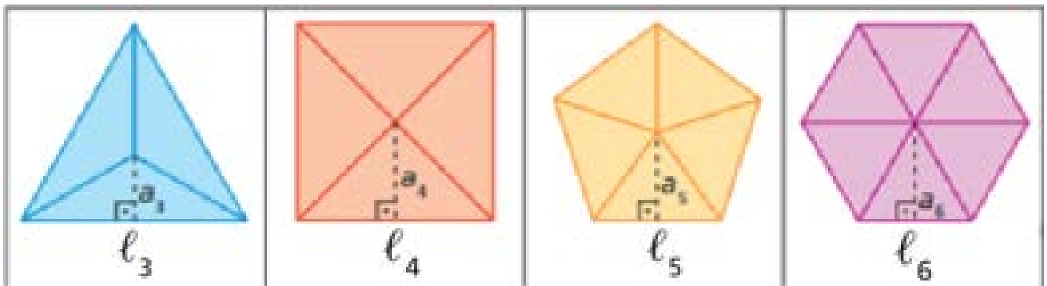
CONCEITOS E CONTEÚDOS

A ÁREA DE POLÍGONOS REGULARES E A FUNÇÃO RELACIONADA

Sempre é possível decompor um polígono regular de n lados em n triângulos isósceles congruentes entre si.



Cada um desses triângulos tem pelo menos dois lados congruentes, de medida igual ao raio da circunferência circunscrita ao polígono.
A base e a altura de cada um desses triângulos são, respectivamente, o lado e o apótema do polígono regular. Como a área de cada um desses polígonos regulares é igual à soma das áreas dos triângulos que os compõem, podemos chegar às seguintes igualdades:



$A_3 = 3.\frac{\ell_3 . a_3}{2}$	$A_4 = 4.\frac{\ell_4 . a_4}{2}$	$A_5 = 5.\frac{\ell_5 . a_5}{2}$	$A_6 = 6.\frac{\ell_6 . a_6}{2}$

Dessa maneira, concluímos que, se um polígono regular tem n lados de medida ℓ_n, e apótema a_n , sua área A_n pode ser dada por:

$$A_n = n.\frac{\ell_n . a_n}{2} \Rightarrow A_n = \frac{n . \ell_n}{2} . a_n \Rightarrow \boxed{A_n = p . a_n}$$

A variável p representa o semiperímetro do polígono.

O apótema de um polígono é o segmento de reta que liga o centro da figura ao ponto médio (ponto que divide ao meio exatamente) de um dos lados do polígono.

A seguir, veremos como é possível organizar uma função que permita o cálculo da área de um polígono regular a partir da medida do lado.

CONCEITOS E CONTEÚDOS

A ÁREA DO TRIÂNGULO EQUILÁTERO

O apótema do triângulo equilátero é calculado pela fórmula

$$a = \frac{l\sqrt{3}}{6}$$

Veja como chegar a essa conclusão apontando a câmera do celular para o QR CODE ao lado ou clicando no botão.

PARA SABER MAIS:

- Apótema do triângulo equilátero

Clique aqui

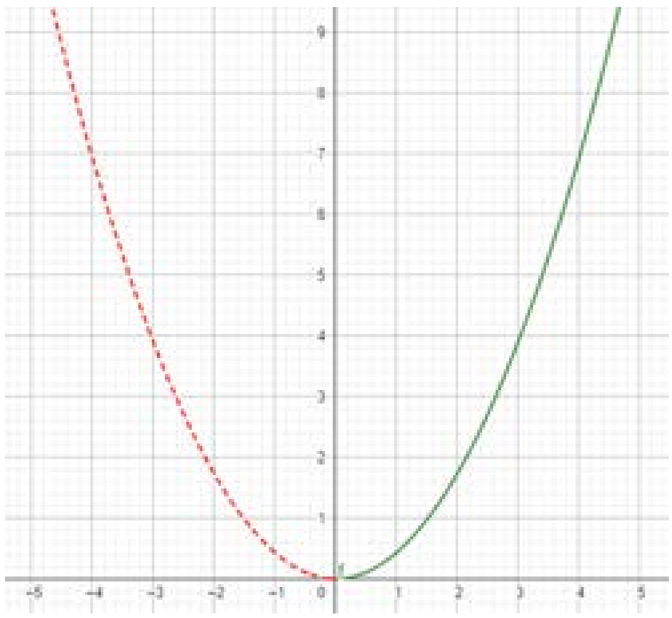
Substituindo essa igualdade na equação que permite cálculo da área do polígono regular, temos:

$$A = p.a \Rightarrow A = \frac{3l}{2}.\frac{l\sqrt{3}}{6} \Rightarrow A = \frac{3l^2\sqrt{3}}{12} \Rightarrow A = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$$

Ou seja, a função que calcula a área y do lado x dado é uma função quadrática.

$$y = \frac{x^2\sqrt{3}}{4} \quad \text{ou} \quad y = \frac{\sqrt{3}}{4}.x^2$$

Observe o gráfico dessa função.



Para os valores de x menores que zero a função não está definida (não trabalhamos com medidas negativas para o lado). Assim, indicamos o traçado do gráfico para x < 0 com um tracejado.

Note que a função não é limitada superiormente. Ou seja, não podemos apontar o valor máximo para y (área).

CONCEITOS E CONTEÚDOS

A ÁREA DO QUADRADO

Já no quadrado, o apótema pode ser facilmente calculado porque sua medida é igual à metade da medida do lado.

$$a = \frac{l}{2}$$

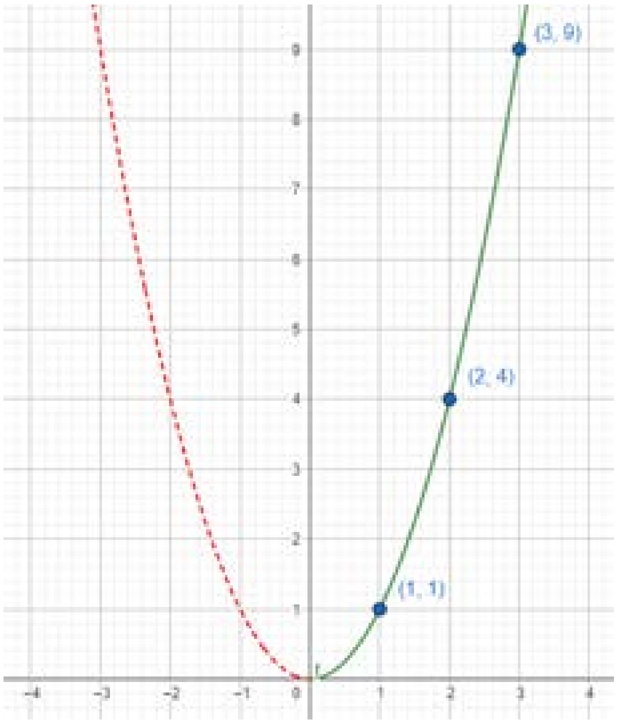
Dessa forma, podemos substituir essa igualdade na equação que permite cálculo da área do polígono regular.

$$A = p \cdot a \Rightarrow A = \frac{4l}{2} \cdot \frac{l}{2} \Rightarrow A = \frac{4l^2}{4} \Rightarrow A = l^2$$

Ou seja, a função que calcula a área y, dado o lado x é uma função quadrática.

$$y = x^2$$

Observe o gráfico dessa função.



Para os valores de x menores que zero a função não está definida (não trabalhamos com medidas negativas para o lado). Assim, indicamos o traçado do gráfico para x < 0 com um tracejado. Destacamos alguns pontos como exemplos:

- para lado x = 1, a área y é igual a $1^2 = 1$
- para lado x = 2, a área y é igual a $2^2 = 4$
- para lado x = 3, a área y é igual a $3^2 = 9$

Note que a função não é limitada superiormente. Ou seja, não podemos apontar o valor máximo para y (área).

CONCEITOS E CONTEÚDOS

A ÁREA DO HEXÁGONO REGULAR

A medida do apótema do hexágono regular coincide com a altura de um dos 6 triângulos equiláteros que podemos obter a partir dele. Desse modo, temos:

$$a = \frac{l\sqrt{3}}{2}$$

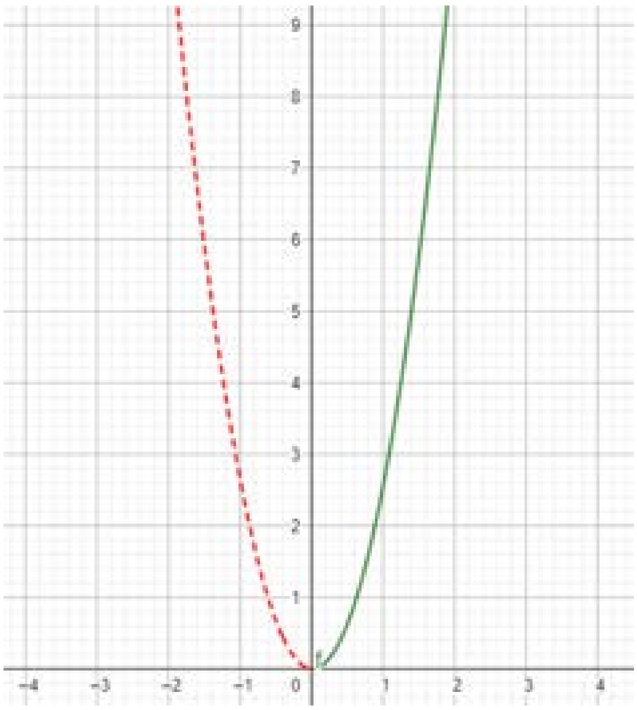
Dessa forma, podemos substituir essa igualdade na equação que permite cálculo da área do polígono regular.

$$A = p \cdot a \Rightarrow A = \frac{6l}{2} \cdot \frac{l\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A = \frac{6l^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow A = \frac{3l^2\sqrt{3}}{2}$$

Então, a função que calcula a área y, dado o lado x é uma função quadrática.

$$y = \frac{3x^2\sqrt{3}}{2} \quad \text{ou} \quad y = \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot x^2$$

Observe o gráfico dessa função.



Para os valores de x menores que zero a função não está definida (não trabalhamos com medidas negativas para o lado). Assim, indicamos o traçado do gráfico para $x < 0$ com um tracejado.

Perceba que esse gráfico é parecido com os outros dois apresentados (área do triângulo equilátero e área do quadrado). Isso se dá porque todos eles são do tipo $y = ax^2$ $(a > 0)$. Esse tipo de função possui parábola com concavidade para cima e vértice no ponto (0,0).

Novamente, não é possível apontar o valor máximo para y (área).

CONCEITOS E CONTEÚDOS

O PERÍMETRO DE POLÍGONOS REGULARES E A FUNÇÃO LINEAR

O perímetro y de um quadrado é dado em função da medida x do lado segundo a lei $y = 4x$. Nessas condições, observe um quadro com os valores dessa função para as seguintes medidas x do lado: 1cm, 2cm, 3cm e 4cm.

x	y = 4x
1	4
2	8
3	12
4	16

Perceba que temos um função linear do tipo $y = ax$ (com $a \neq 0$ e $b = 0$), cujas grandezas **perímetro** e **medida do lado** de são grandezas diretamente proporcionais.

O mesmo acontece com os demais polígonos regulares.

O perímetro y de um triângulo regular (equilátero) com lados medindo x pode ser representado por $y = 3x$, assim como um pentágono regular pode ser representado por $y = 5x$, um hexágono por $y = 6x$ e assim sucessivamente.

Generalizando, podemos concluir que o perímetro de um polígono regular se dá pela multiplicação da medida de seu lado pela quantidade de lados.

A VARIAÇÃO DE PERÍMETRO E ÁREA DO QUADRADO

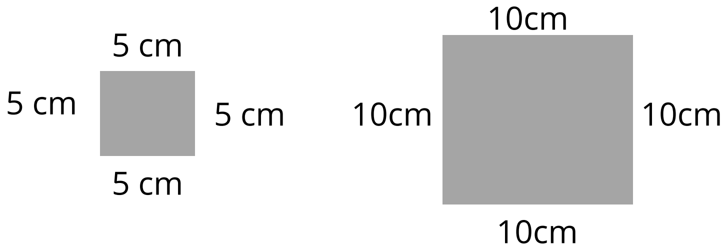
Quando aumentamos ou diminuímos as medidas dos lados de um polígono, seu perímetro e área também se alteram. Existem funções que relacionam a medida do lado de um polígono regular com seu perímetro e sua área.

Em um quadrado (polígono regular de 4 lados), enquanto o perímetro tem uma variação linear, a área varia com o quadrado do lado.

Veja um exemplo:

Um quadrado de lado medindo 5 cm teve a medida de seus multiplicada por 2.

Será que o seu perímetro também será duplicado? Será que a sua área também será duplicada?



Observe que o perímetro do quadrado original de lado medindo 5 cm tem perímetro 5 x 4 = 20 cm, enquanto o quadrado ampliado tem perímetro 10 x 4 = 40 cm. Assim, quando os lados foram duplicados, o perímetro também foi duplicado.

Já a área do quadrado original é $5^2 = 25$, enquanto a área do quadrado ampliado é $10^2 = 100$. Assim, ao duplicar o lado do quadrado, a área foi quadruplicada, ou seja, ao multiplicar o tamanho do lado de um quadrado por dois, o seu perímetro também sofreu uma multiplicação por dois, mas a sua área sofreu uma multiplicação por 4, que é uma multiplicação por 2^2.

PARA SABER MAIS:

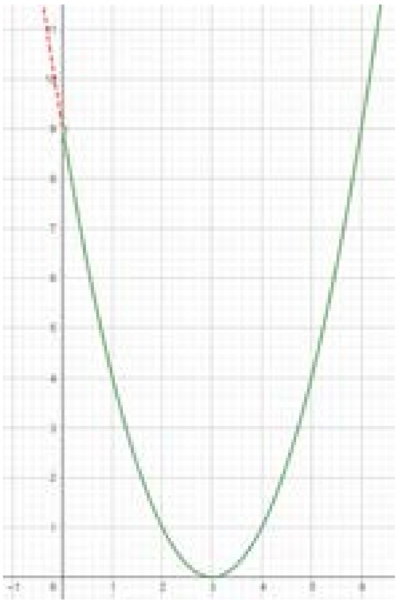
- Variação de área e perímetro.

Clique aqui

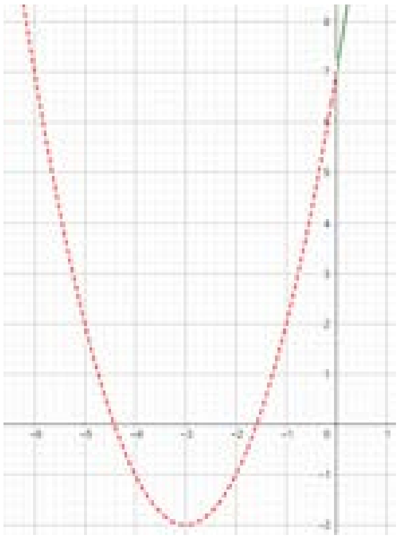
EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1 Qual dos gráficos a seguir pode representar a área de um dodecágono regular (polígono regular de 12 lados) em função de seu lado?

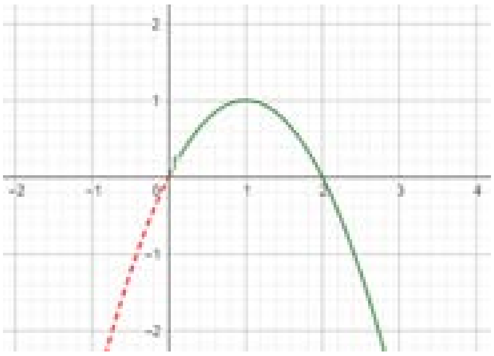
a)



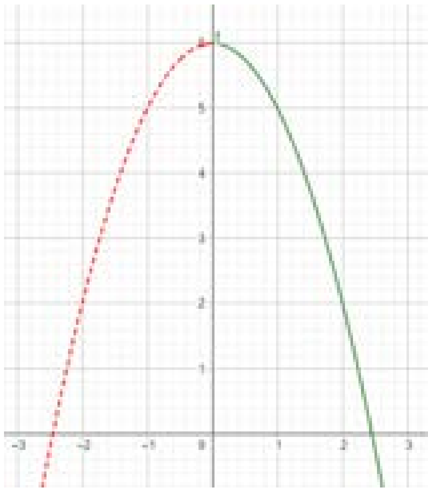
b)



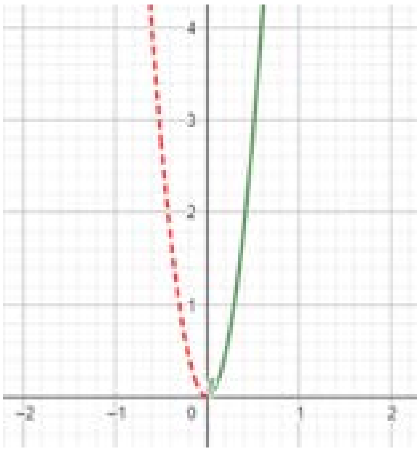
c)



d)



e)



Resolução:

Como vimos, um gráfico que represente a área y em função do lado x de um **polígono regular** deve ser de uma função quadrática do tipo y = ax² com a positivo.

Quando a é positivo, a concavidade da parábola é para cima. Desse modo, podemos eliminar as alternativas *c* e *d*.

Além disso, a função do tipo y = ax² necessariamente tem seu vértice no ponto (0,0). Assim, a alternativa correta é a letra **e**.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

2 O perímetro P de um hexágono regular está em função da medida de seu lado L.

a) Escreva a lei de formação (fórmula) que representa essa função.

b) Quando P = 48 cm, qual é o valor de L?

c) Quando L = 14 cm, qual é o valor de P?

Resolução:

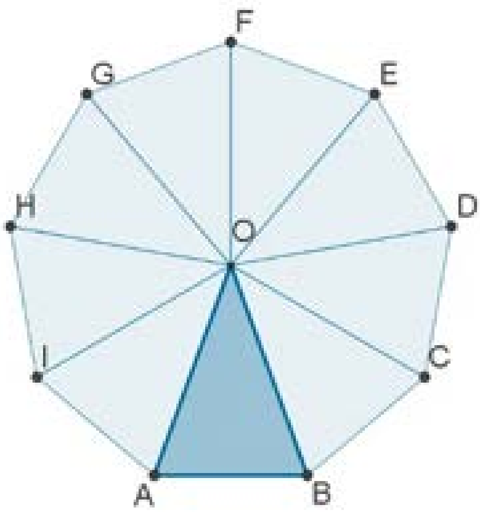
O hexágono é um polígono de seis lados. Como se trata de um hexágono regular, temos os seis lados de mesma medida L.

a) A lei de formação que representa o perímetro de um hexágono regular é
P = L + L + L + L + L + L = 6L.

b) Como temos a lei de formação e o perímetro fornecido, é possível encontrar a medida do lado L. Se o perímetro é 48 cm, temos que:
P = 6L
48 = 6L
l = 48/6
L = 8 cm

c) Como temos a lei de formação e o lado fornecido, consegue-se encontrar o valor de P.
Se o lado é 14 cm, temos que
P = 6L
P = 6 . 14
P = 84 cm.

3 Um eneágono regular tem lado igual a 6 centímetros. Qual a medida de sua área?
Adote: apótema = 8,24 cm.



Resolução:

O perímetro desse polígono é igual a 6·9 = 54 cm. Então, o semiperímetro é 27 cm. A medida do apótema é 8,24 cm.

Usando a fórmula para área do polígono regular, teremos:

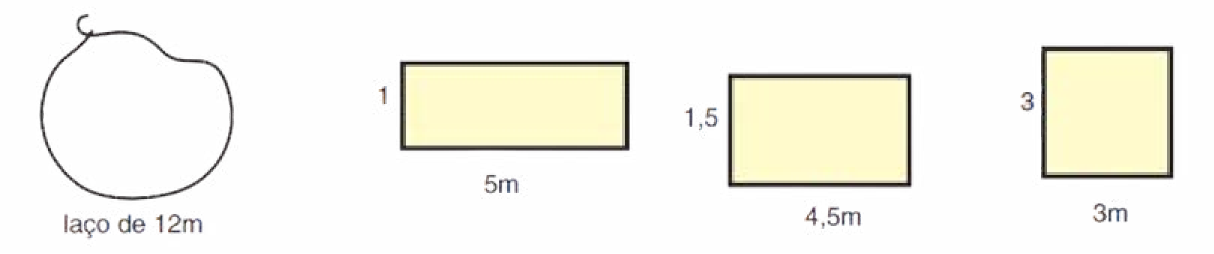
$$A = p \cdot a$$
$$A = 27 \cdot 8,24$$
$$A = 222,48$$

A área desse eneágono é igual a 222,48 cm².

CONCEITOS E CONTEÚDOS

ÁREA, FUNÇÃO QUADRÁTICA E VALOR MÁXIMO

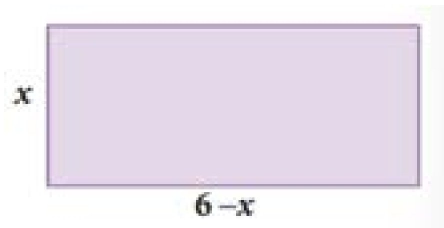
Pedro amarrou os dois extremos de uma corda, obtendo um laço de 12 m. Começou a brincar com o laço e percebeu que poderia formar vários retângulos diferentes.



Imagine outros retângulos que poderiam ser formados com essa corda de 12 m.
Qual será o perímetro do retângulo que tem 1 m de largura e 5 m de comprimento?
Qual será a área desse retângulo?

Analisando os retângulos acima, temos as respectivas áreas: 5 m²; 6,75 m² e 9 m². Embora as áreas tenham medidas diferentes, temos o mesmo perímetro para os três retângulos: 12 m.

Agora considere um retângulo genérico que poderia ser formado com o laço de 12 m. A largura será representada por x.



Como em qualquer retângulo, os lados opostos têm a mesma medida.

O comprimento será $\frac{12-2x}{2} = 6 - x$.

A área desse retângulo é expressa por $A = x \cdot (6 - x) = 6x - x^2$.
O valor da área depende do valor de x, ou seja, a área A é função de x, e assim podemos escrever: **$A(x) = -x^2 + 6x$**.

Esse tipo de função é chamada de função polinomial do 2º grau ou **função quadrática**, já que a variável x tem 2 como maior expoente.

> Uma função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ chama-se **quadrática** quando existem números reais a, b, c, com $a \neq 0$, tal que f leva x em $ax^2 + bx + c$, para todo $x \in \mathbb{R}$.
>
> Escrevemos:
>
> $$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
> $$x \to ax^2 + bx + c$$

Podemos facilitar a escrita de $f: x \to ax^2 + bx + c$ escrevendo $f(x) = ax^2 + bx + c$, mas sempre atentos para não confundir a função $f: x \to ax^2 + bx + c$ com o número real $f(x)$, que é o valor assumido pela função no ponto x.

CONCEITOS E CONTEÚDOS

- **GRÁFICO DE FUNÇÃO QUADRÁTICA**

O gráfico de uma função quadrática é sempre uma curva chamada **parábola**.

Dada a função quadrática citada anteriormente, **$A(x) = - x^2 + 6x$**, vamos atribuir a x alguns valores e calcular os valores correspondentes da área. Observe:

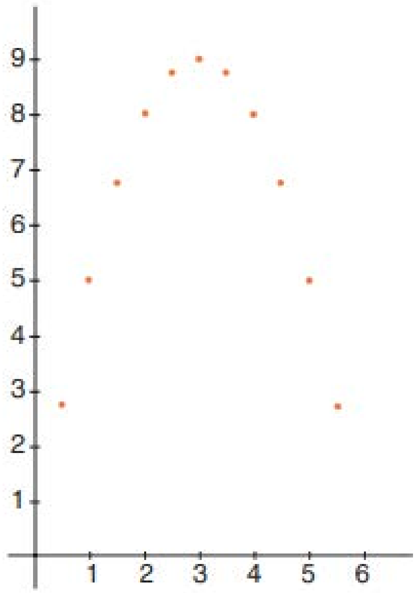
Se $x = 0$, então $A(x) = -0^2 + 6 \cdot 0 = 0$
Se $x=0,5$, então $A(x) = -0,5^2 + 6 \cdot 0,5 =2,75$
Se $x = 1$, então $A(x) = -1^2 + 6 \cdot 1 = 5$

Continuando esse trabalho, podemos organizar uma tabela com diversos pontos. Escolhemos valores de x entre 0 e 6.

Atenção: para x = 0 e x = 6, o retângulo não existe e não tem sentido calcular sua área.

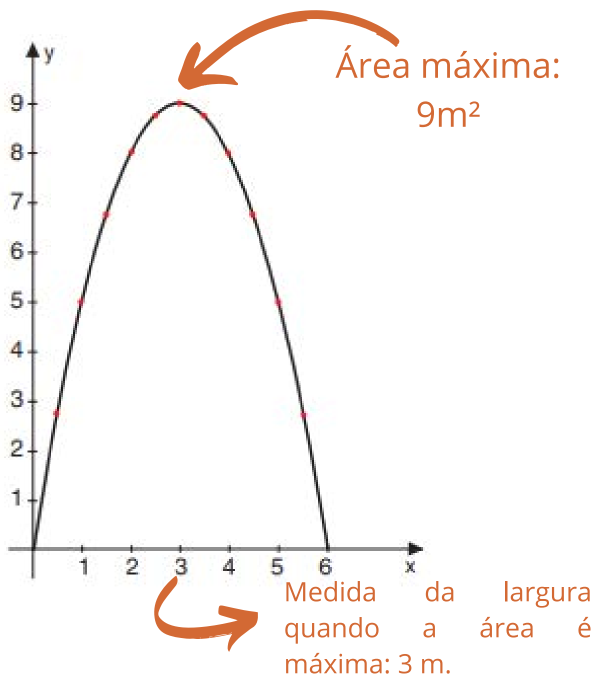
Analise ao lado cada um desses pontos para ter uma primeira ideia do comportamento dessa função.

x	y
0	0
1	5
0,5	2,75
1,5	6,75
2	8
2,5	8,75
3	9
3,5	8,75
4	8
4,5	6,75
5	5
5,5	2,75
6	0



Para visualizar melhor o gráfico da função $A(x) = x^2 + 6x$, podemos aumentar a tabela para obter mais pontos. O resultado você vê na figura ao lado, que já mostra o gráfico da função entre x = 0 e x = 6:

É bom lembrar que esse desenho é apenas parte do gráfico da função. Para valores de x menores que 0 ou maiores do que 6, os valores calculados para A(x) serão sempre negativos e portanto o gráfico continuará abaixo do eixo X.



Analisando o gráfico, o eixo y representa a área em função de x. Se, por exemplo, buscamos a maior área possível, consideramos o maior valor para y (A(x)) apresentado no gráfico: 9m². Ou seja, o retângulo com maior área possível que pode ser obtido a partir do laço é aquele com área de 9m² e dimensões 3 por 3. Trata-se de uma quadrado.

Atenção: vale lembrar que pela definição geométrica, um quadrado é um retângulo.

CONCEITOS E CONTEÚDOS

- **VÉRTICE DA PARÁBOLA, VALOR MÁXIMO OU VALOR MÍNIMO**

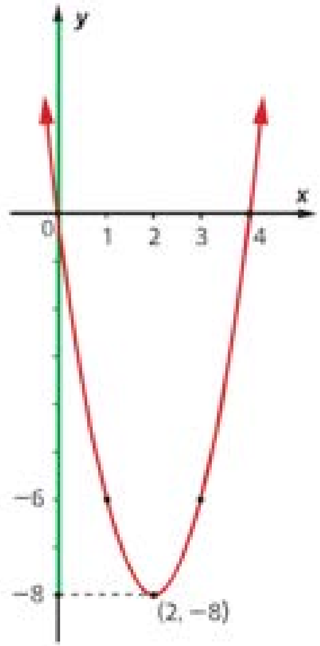
A determinação do vértice da parábola ajuda na construção do gráfico e dá o **valor máximo** ou **valor mínimo** de uma função quadrática.

O **vértice de uma parábola** dada por $y = ax^2 + bx + c\ (a \neq 0)$ é determinado por:

$$V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$$

Exemplos:

a) Vamos determinar o vértice da parábola y = 2x² - 8x e o valor máximo ou mínimo da função.



Como $V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$, vamos calcular o valor de Δ para essa função:

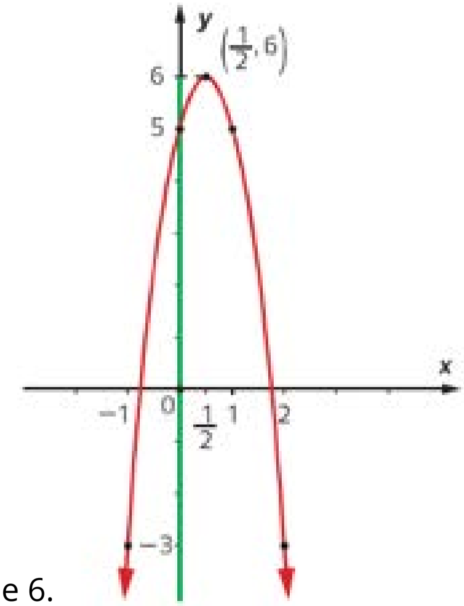
$$\Delta = b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 0 = 64$$

Então:

$$V\left(-\frac{(-8)}{4}, -\frac{64}{8}\right) \Rightarrow V(2, -8)$$

A função quadrática y = 2x² - 8x assume valor mínimo -8, quando x = 2. Todos os outros valores de y nessa função são maiores do que -8.

b) Agora, vamos determinar o vértice da parábola y = - 4x² + 4x + 5 e o valor máximo ou mínimo da função.



$$\Delta = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \cdot (-4) \cdot 5 = 16 + 80 = 96$$

$$x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{-8} = \frac{1}{2}$$

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{96}{-16} = 6$$

Assim, temos $V\left(\frac{1}{2}, 6\right)$.

A função y = - 4x² + 4x + 5 tem valor máximo 6 quando x = 1/2.

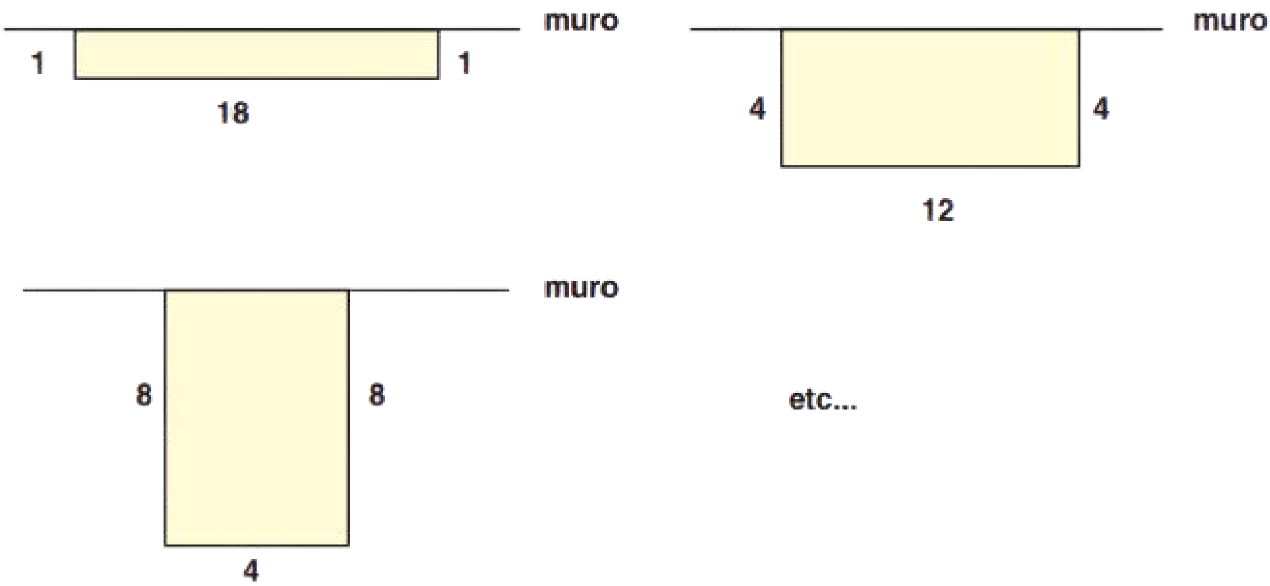
Todos os outros valores de y nessa função são menores do que 6.

CONCEITOS E CONTEÚDOS

MÁXIMOS E MÍNIMOS

Em determinadas situações, surgem problemas em que a solução é obter o valor máximo ou o valor mínimo que uma função quadrática assume. Observe a seguir um problema desse tipo.

Um pequeno fazendeiro deseja criar coelhos e para isso comprou 20 m de tela a fim de construir um cercado, em forma de retângulo, aproveitando um muro já existente.
Fez desenhos representando o cercado e verificou que suas dimensões poderiam variar, sempre com a soma da medidas dos três lados com tela igual a 20 m.



Para cada um dessas opções, há uma área diferente. No primeiro desenho, a área do cercado seria $18 \times 1 = 18$ m² ; no segundo, $12 \times 4 = 48$ m² ; e no terceiro, $4 \times 8 = 32$ m² . Sabemos ainda que estes não são os únicos casos possíveis. Sem precisar imaginar todos os casos, é possível descobrir qual deles teria a área máxima? Qual seria essa área?

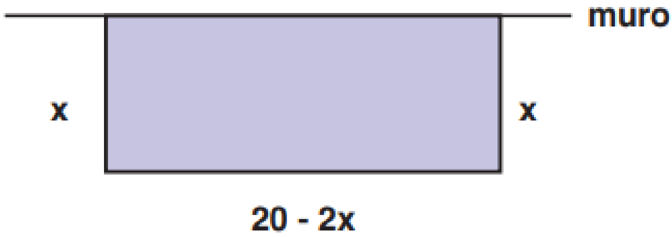
Problemas de máximos e mínimos estão presentes em quase todas as atividades do mundo moderno. Você pode imaginar como um carteiro distribui a correspondência? Qual é seu itinerário para que o tempo de distribuição seja o menor possível? Uma variação desse problema é o trajeto do ônibus escolar. Ele deve passar na casa de cada criança para levá-la à escola. Conhecendo os endereços, é preciso planejar o percurso para fazer o serviço no menor tempo possível. Em qualquer empresa, grande ou pequena, ouvimos falar em encontrar o máximo lucro, reduzir o desperdício ao mínimo, entre outras coisas.

Na prática, os problemas de máximos e mínimos são frequentemente complexos, porque envolvem muitas variáveis e exigem técnicas matemáticas sofisticadas para sua solução. Entretanto, existem também aqueles problemas que são resolvidos pelo uso de uma simples função polinomial do 2º grau. São esses problemas que estudaremos a seguir.

CONCEITOS E CONTEÚDOS

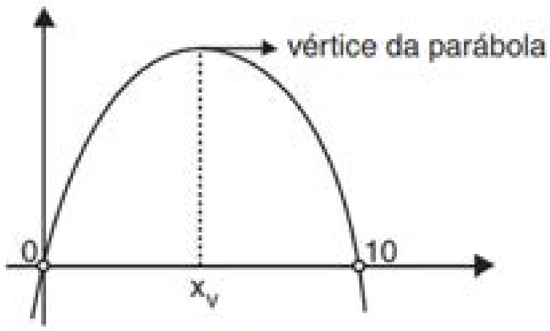
RESOLVENDO O PROBLEMA DO CERCADO

Vamos representar por x a medida das laterais de um cercado. Como a soma das medidas dos três lados com tela é 20, a medida do lado oposto ao muro será 20 – 2x .



A área deste retângulo será:
A = x(20 - 2x) = 20x - 2x².
Como a área é função de x, podemos escrever:
A(x) = - 2x² + 20x.

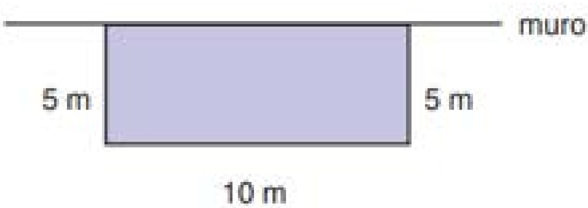
Essa é uma função polinomial do 2º grau. Seu gráfico é uma parábola com a concavidade voltada para baixo, já que a = –2 < 0. Esta função possui dois zeros, que são 0 e 10.
Veja como seria o gráfico dessa função:



O ponto mais alto do gráfico é o vértice. Portanto, o valor máximo da função é a ordenada y_V e o valor de x para o qual a área é máxima é x_V (abscissa do vértice).
Já aprendemos a calcular a abscissa do vértice:

$$x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{20}{2\cdot(-2)} = 5$$

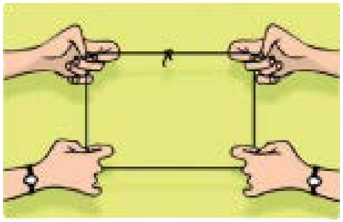
O cercado que possui a área máxima é aquele em que as laterais medem 5 m.



A área máxima é 10 × 5 = 50 m².

EXERCICIOS RESOLVIDOS

1



Pedro amarrou os dois extremos de um barbante e obteve um laço de 100 cm. Qual o retângulo de maior área que se pode formar com esse laço?

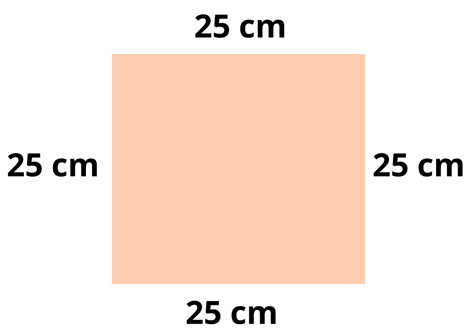
Resolução:
Como o laço tem 100 cm, qualquer retângulo que pode ser formado terá 100 cm de perímetro.
Considere um desses retângulos .
Represente a largura por x. Seu comprimento deverá ser, então, representado por

$$\frac{100 - 2x}{2} = 50 - x$$

A área será dada pela expressão $y = x \cdot (50 - x) = 50x - x^2$, que é uma função polinomial do 2º grau.
O problema pede para determinar as dimensões do retângulo que tem área máxima. Descobrindo para que valor de x a função assume seu valor máximo, o problema está resolvido.
Sabemos, ainda que, como x^2 tem coeficiente negativo, o gráfico da função é uma parábola com a concavidade voltada para baixo.
Assim, o valor de x para o qual a função assume seu valor máximo é

$$x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{50}{2x(-1)} = 25.$$

O retângulo formado pelo laço de 100 cm que possui a área máxima é aquele em que x vale 25.
Encontramos um quadrado de lado 25, mas lembre-se de que todo quadrado é um retângulo.



ATIVIDADES PARA OS ESTUDANTES

Atividade 1

Um dodecágono regular tem lado igual a 10 centímetros. Qual a medida de sua área?
Adote: apótema = 18,6 cm.

Atividade 2

(M120329A8) O valor máximo da função $f(x) = -x^2 + 2x + 8$ ocorre no ponto de abscissa

Coordenada x

A) $x = 1$
B) $x = 2$
C) $x = 4$
D) $x = 8$
E) $x = 9$

Atividade 3

(M120392B1) A função $f(x) = -x^2 + 5x - 4$ possui:

A) Ponto de mínimo em $\left(\frac{5}{2}, \frac{9}{4}\right)$.

B) Ponto de mínimo em $\left(\frac{9}{4}, \frac{5}{2}\right)$.

C) Ponto de máximo em (1, 4).

D) Ponto de máximo em $\left(\frac{9}{4}, \frac{5}{2}\right)$.

E) Ponto de máximo em $\left(\frac{5}{2}, \frac{9}{4}\right)$.

Atividade 4

(M120305A8) João deseja cercar um terreno retangular. Sabe-se que se um dos lados do terreno mede *x* metros, sua área será dada por $A(x) = -x^2 + 40x$.
O valor de *x* para que o terreno cercado tenha a maior área possível é

A) 10
B) 20
C) 40
D) 300
E) 400

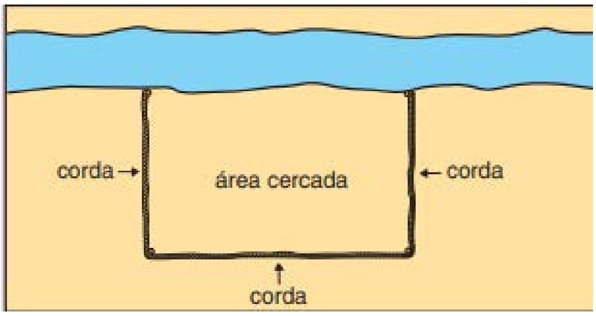
Atividade 5

Um arquiteto iniciou a planta de uma casa desenhando um retângulo que representa o terreno. O perímetro do retângulo é 100 cm. Como cada centímetro do desenho equivale a 1 metro, então a área máxima do terreno é

A) 625 m²
B) 100 m²
C) 50 m²
D) 25 m²
E) 12,5 m²

Atividade 6

Com 80 m de corda, um fazendeiro deseja cercar uma área retangular junto a um rio, para confinar alguns animais.



As medidas do retângulo para que a área cercada seja a maior possível são:

A) 5 cm, 5 cm, 70 cm
B) 10 cm, 10 cm, 60 cm
C) 20 cm, 20 cm, 40 cm
D) 20 cm, 30 cm, 30 cm
E) 30 cm, 25 cm, 25 cm

Atividade 7

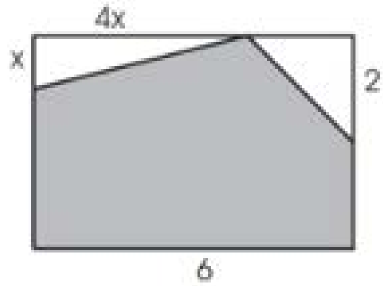
(FGV 2017) Um fazendeiro dispõe de material para construir 60 metros de cerca em uma região retangular, com um lado adjacente a um rio.
Sabendo que ele não pretende colocar cerca no lado do retângulo adjacente ao rio, a área máxima da superfície que conseguirá cercar é

A) 430 m²
B) 440 m²
C) 460 m²
D) 470 m²
E) 450 m²

Atividade 8

desafio!

(UFSM) Na parede da sala de aula de Manolito, que tem 4 m de atura e 6 m de largura, será pintado um painel, conforme a figura apresentada.



O valor de x para que a área hachurada seja máxima é

A) 1/4

B) 1/2

C) 1

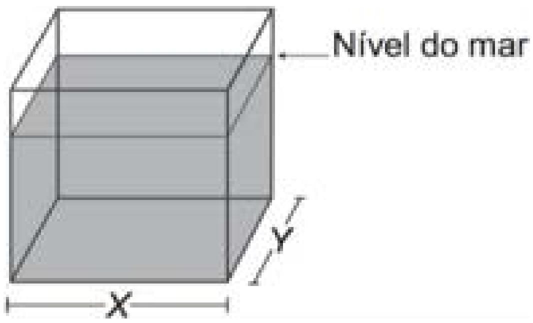
D) 2

E) 4

Atividade 9

desafio!

(ENEM)Viveiros de lagostas são construídos, por cooperativas locais de pescadores, em formato de prismas reto-retangulares, fixados ao solo e com telas flexíveis de mesma altura, capazes de suportar a corrosão marinha. Para cada viveiro a ser construído, a cooperativa utiliza integralmente 100 metros lineares dessa tela, que é usada apenas nas laterais.



Quais devem ser os valores de X e de Y, em metro, para que a área da base do viveiro seja máxima?

A) 1 e 49

B) 1 e 99

C) 10 e 10

D) 25 E 25

E) 50 E 50

GABARITO

ATIVIDADE 1:

O dodecágono é um polígono regular de 12 lados de mesma medida. Calculando o semiperímetro temos:

$$p = \frac{12 \cdot 10}{2} = 60$$

$$A = 60 \cdot 18,6 = 1116 \text{ cm}^2$$

ATIVIDADE 2: A
ATIVIDADE 3: E
ATIVIDADE 4: B
ATIVIDADE 5: A
ATIVIDADE 6: C
ATIVIDADE 7: E
ATIVIDADE 8: C
ATIVIDADE 9: D

Resolução dos desafios:

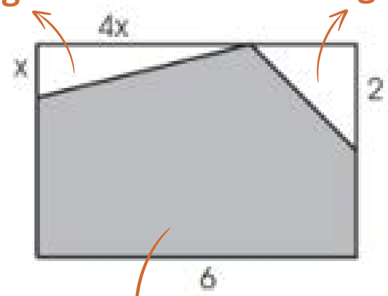
ATIVIDADE 8

A área hachurada pode ser obtida se calcularmos a área do retângulo e retirarmos dela as regiões em branco (dois triângulos retângulos).

$$\underbrace{A(x)}_{\text{Área hachurada}} = \underbrace{4 \cdot 6}_{\text{Área do retângulo}} - \underbrace{\frac{x \cdot 4x}{2}}_{\text{Área do triângulo 1}} - \underbrace{\frac{2 \cdot (6 - 4x)}{2}}_{\text{Área do triângulo 2}}$$

Área do triângulo 1

Área do triângulo 2



Área hachurada

$$A(x) = 24 - 2x^2 - 6 + 4x$$
$$A(x) = -2x^2 + 4x + 18$$

A área hachurada é uma função quadrática de x. Queremos descobrir o valor de x tal que a área hachurada seja máxima. Ou seja procuramos a abscissa do vértice (x_v).

$$x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2 \cdot (-2)} = -\frac{4}{-4} = 1$$

Quando x= 1, a área hachurada é a máxima possível. Alternativa C.

Resolução dos desafios (continuação)

ATIVIDADE 9

O perímetro vale 100, ou seja, $2x+2y=100$, logo $x+y=50$.

A área $A=x.y$.

Fazendo $y=50-x$ temos que a $A=x(50-x)= -x^2+50x$.

Calculando o x do vértice temos $-50/-2=25$.

Assim $x=25$ e $y=25$

REFERÊNCIAS

Bonjorno, José Roberto. Prisma Matemática : ensino médio : área do conhecimento : matemática e suas tecnologias / José Roberto Bonjorno, José Ruy Giovanni Júnior, Paulo Roberto de Câmara de Sousa. - 1.ed. - São Paulo : Editora FTD, 2020.

Dante, Luiz Roberto. Matemática: contexto & aplicações : ensino médio / Luiz Roberto Dante. -- 3. ed. -- São Paulo : Ática, 2016.

Matemática, primeira série, ensino médio: autores. Ana Lúcia Bordeaux... [et al.], coordenação João Bosco Pitombeira; - Rio de Janeiro: Fundação Roberto Marinho, 2005. 376p. :il. - (Multicurso; Coleção completa; v.1)

Mundo Educação. Acesso em https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/area-poligono-regular.htm no dia 06/06/2024.