GOVERNO DO ESTADO DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

MATERIAL ESTRUTURADO

SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL

GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA
GERÊNCIA DE ENSINO MÉDIO

Matemática

2ª Série | Ensino Médio

21ª Semana

Equação Logarítmica

DESCRITOR DO SAEB	**D28** - Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função logarítmica, reconhecendo-a como inversa da função exponencial.
HABILIDADES DO CURRÍCULO RELACIONADAS AOS DESCRITORES	**EM13MAT305** Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros.
HABILIDADES OU CONHECIMENTOS PRÉVIOS	**EF09MA03/ES** Efetuar cálculos com números reais, inclusive potências com expoentes fracionários e decimais (radiciação).

MATEMÁTICA

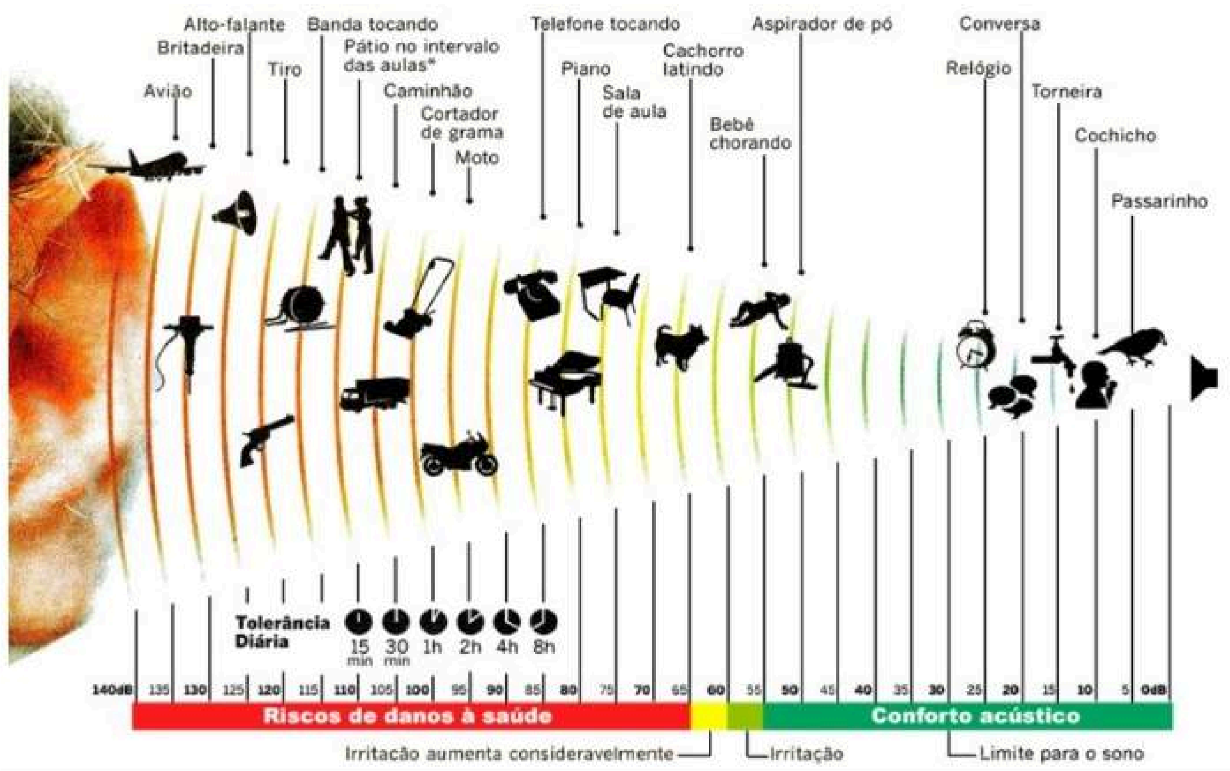
CONTEXTUALIZAÇÃO

OS SONS E A AUDIÇÃO HUMANA

Uma pessoa com audição normal é capaz de ouvir uma grande faixa de sons de intensidades bem diferentes. O som pode ser classificado como fraco ou forte quanto a sua **intensidade**, que é representado por ***I.*** No Sistema Internacional (SI), a intensidade é expressa por watts/metro quadrado (W/m²), ou seja, a potência do som em uma área de 1 m².
Existe um valor mínimo de intensidade de som, abaixo do qual é impossível ouvir algo. A essa intensidade damos o nome de **limiar de audibilidade**, que vale em média, 10^{-12} W/m².
Com base nos valores de intensidade de som, podemos definir o nível de intensidade β medido em decibéis (dB):

$$\beta = 10 \, . \log\left(\frac{I}{I_o}\right)$$

Em que:
I é a intensidade correspondente ao nível β ;
I_o uma constante, que representa o nível de referência tomado como limiar de audição, igual a I_o = 10^{-12} W/m².
De acordo com a Organização Mundial da Saúde (OMS), sons de até 55dB são aceitáveis. Observe no esquema a seguir, os níveis de intensidade de diferentes tipos de som.



MATEMÁTICA

SUGESTÃO DE PRÁTICA PEDAGÓGICA

Prezado(a) professor(a), nesta seção apresentamos uma sugestão de recurso para trabalhar a habilidade EM13MAT305. Para esta proposta são necessários dispositivo com acesso à internet.

Acesse o QR Code ou clique no link e instale o aplicativo.

Clique aqui

Nesta prática, solicite que os alunos instalem em o aplicativo *Decibelímetro: Sound Meter*.
Explore os diferentes espaços da escola e façam a medição dos decibels/decibéis que são emitidos nesses lugares.
Utilizando a equação apresentada no texto inicial, determine as intensidades dos sons emitidos.

CONCEITOS E CONTEÚDOS

DEFINIÇÃO

Equações logarítmicas são situações-problemas comuns quando se procura resolver equações exponenciais cuja base é diferente utilizando-se o logaritmo como ferramenta. Para resolver uma equação logarítmica, precisamos relembrar a definição e as propriedades do logaritmo. Além disso, precisamos levar em consideração a **condição de existência**.

Sendo **a** e **b** números reais e positivos, o $\log_a b$ existe se, e somente se, **b** for maior que zero e **a** maior que zero e diferente de 1. Em uma linguagem matemática, temos que a condição de existência é:

$$b > 0 \quad \text{e} \quad 0 < a \neq 1$$

Assim sendo, respeitando a condição de existência, é possível resolver uma equação logarítmica.

EXEMPLO DE TIPOS DE EQUAÇÕES LOGARITMICAS

a) Logaritmo é igual a um número real.

$$\log_4(3x + 5) = 2$$

$$\log_2 32 = 2x + 1$$

b) Logaritmos com a mesma base.

$$\log_4(3x + 5) = \log_4 9$$

$$\log_3(3x + 5) + \log_3(x - 1) = \log_3 4x - 2$$

c) Necessidade de mudar a variável do logaritmo.

$$(\log_2 x)^2 + \log_2 x = 3$$

$$\log_6 x + \log_x 6 = 2$$

A seguir, faremos a resolução desses tipos de **Equações logarítmicas.**

CONCEITOS E CONTEÚDOS

RESOLVENDO UMA EQUAÇÃO LOGARÍTMICA

Relembre a relação de existência entre Exponencial e Logaritmo:

$$log_a b = x \Leftrightarrow b = a^x$$

Vamos resolver as equações logarítmicas, levando em considerando a condição de existência dos Logaritmos:

a) $\log_4(3x+5) = 2$

Aplicando a definição de logaritmo, temos:

$$4^2 = 3x + 5$$
$$16 = 3x + 5$$
$$3x = 16 - 5$$
$$3x = 11$$
$$x = \frac{11}{3}$$

Substituindo x em (3x + 5), percebemos que este valor satisfaz a condição de existência do log.

b) $\log_2 32 = 2x + 1$

Aplicando a definição de logaritmo, temos:

$$2^{2x+1} = 32$$
$$2^{2x+1} = 2^5$$
$$2x + 1 = 5$$
$$2x = 4$$
$$x = 2$$

Verificando a solução: 2x + 1 = 2 . 2 + 1 = 5. Logo $\log_2 32 = 5$

CONCEITOS E CONTEÚDOS

RESOLVENDO UMA EQUAÇÃO LOGARÍTMICA

c) $\log_4(3x+5) = \log_4 9$

Nesta equação, observa-se que os logaritmos possuem a mesma base. Desta forma, por se tratar de uma igualdade, temos que os logaritmandos são iguais.

$$3x + 5 = 9$$
$$3x = 9 - 5$$
$$3x = 4$$
$$x = \frac{4}{3}$$

Ao substituirmos o x, no logaritmando, percebemos que os logaritmos se igualam.

d) $\log_3(3x+5) + \log_3(x-1) = \log_3 4x - 2$

Para resolver essa situação, vamos aplicar a Propriedade de Logaritmos:

$$log_a\,(b \cdot c) = log_a b + log_a c$$

Assim, $\log_3[(3x+5).(x-1)] = \log_3(4x-2)$

Agora que temos os logaritmos iguais, igualamos os logaritmandos.

$$(3x+5)(x-1) = 4x - 2$$

Aplicando a distributiva,

$$3x^2 - 3x + 5x - 5 = 4x - 2$$
$$3x^2 - 3x + 5x - 4x - 5 + 2 = 0$$
$$3x^2 - 2x - 3 = 0$$

Vamos aplicar na **Fórmula de Bhaskara.** $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

CONCEITOS E CONTEÚDOS

RESOLVENDO UMA EQUAÇÃO LOGARITMICA

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(3)(-3)}}{2.3}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 36}}{6}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{40}}{6}$$

$$x = \frac{2 \pm 2\sqrt{10}}{6}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{10}}{3}$$

Assim, as raízes da equação $3x^2 - 2x - 3 = 0$ são $\frac{1 \pm \sqrt{10}}{3}$.

A raiz da equação $\frac{1 - \sqrt{10}}{3}$ não é solução da equação logarítmica, pois ao substituirmos na equação, obtemos o logaritmando negativo. Pela definição, o logaritmando precisa ser maior que zero.

Assim, a solução da equação logarítmica é $\frac{1 + \sqrt{10}}{3}$

EXERCICIOS RESOLVIDOS

1

Resolva, em R, as seguintes equações:

a) $\log_5(x+4) = \log_5 7$

Temos que:

$$(x+4) = 7$$
$$x = 7 - 4$$
$$x = 3$$

S = { 3 }

b) $\log_3(5x^2 - 6x + 16) = \log_3(4x^2 + 4x - 5)$

$$5x^2 - 6x + 16 = 4x^2 + 4x - 5$$
$$5x^2 - 4x^2 - 6x - 4x + 16 + 5 = 0$$
$$x^2 - 10x + 21 = 0$$

Aplicando a fórmula de Bhaskara, temos:

$$x = \frac{10 \pm \sqrt{16}}{2}$$
$$x' = \frac{10+4}{2} = 7$$
$$x'' = \frac{10-4}{2} = 3$$

S = {3, 7}

O cálculo de raízes da equação do 2º grau pode ser calculado usando soma e produto

$$S = -\frac{b}{a}; P = \frac{c}{a}$$

c) $\log_{\frac{3}{5}}(2x+3) = 0$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^0 = 2x + 3$$
$$1 = 2x + 3$$
$$2x = 1 - 3$$
$$2x = -2$$
$$x = -1$$

S = { - 1} .

Observe que se substituirmos x por - 1, no logaritmando, temos 2 . (-1) + 3 = 1 > 0. Isso satisfaz a condição de existência do logaritmo.

d) $(\log_2 x)^2 - 15 = 2\log_2 x$

Neste caso, vamos considerar $\log_2 x = y$

$$y^2 - 15 = 2y$$
$$y^2 - 2y - 15 = 0$$

Aplicando na fórmula de Bhaskara, encontramos as raízes - 3 e 5.

EXERCICIOS RESOLVIDOS

Substituindo os valores de y, iguais a - 3 e 5 na expressão $\log_2 x = y$, temos

$$log_2 x = -3 \qquad log_2 x = 5$$

$$2^{-3} = x \qquad 2^5 = x$$

$$\frac{1}{8} = x \qquad 32 = x$$

d) $\log_2(x-2) + \log_2 x = 3$

Utilizando a propriedade $\log_a b.c = \log_a b + \log_a c$, temos:

$$\log_2(x-2).x = 3$$

Por definição,

$$2^3 = (x-2).x$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

Resolvendo a equação do 2º grau, por meio da fórmula de Bhaskara, encontramos as raízes x = - 2 e 4. Pela definição de logaritmo (b > 0), x = -2, não convém como solução da equação logarítmica

2

O pH de uma substância é uma medida da sua acidez ou basicidade (alcalinidade). O pH é definido como o <u>logaritmo negativo da concentração de íons de hidrogênio</u> (H+) em sua solução. Uma substância com pH 7 é considerada neutra, enquanto pH menor que 7 indica acidez e maior que 7 indica basicidade. Suponha que o pH de uma determinada solução seja 3. Qual é o valor da concentração de íons de hidrogênio nessa solução? Lembre-se: $pH = -\log[H^+]$ **, [H+] é a concentração de íons de hidrogênio em mol/L.**

Substituindo o pH = 3 na equação

$$3 = -\log[H^+]$$

Multiplicando a equação por (- 1):

$$-3 = \log[H^+]$$

Aplicando a definição de logaritmo:

$$10^{-3} = [H^+]$$

Resolvendo a potência da base 10;

$$0{,}001 = [H^+]$$

Assim,

$$[H^+] = 0{,}001\ mol/L$$

EXERCICIOS RESOLVIDOS

3

Numa plantação de certa espécie de árvore, as medidas aproximadas da altura e do diâmetro do tronco, desde o instante que as árvores são plantadas até completarem 10 anos, são dadas respectivamente pelas funções:

- **altura:** $H(t) = 1 + 0,8 \cdot log_2\,(t+1)$
- **diâmetro do tronco:** $D(t) = (0,1) \cdot 2^{\left(\frac{t}{7}\right)}$

Sabendo que H(t) e D(t) são dados em metro e t é dado em anos:

a) Determine as medidas aproximadas da altura, em metros, e do diâmetro, em centímetros, das árvores no momento em que são plantadas.

Considerando t = 0, para o momento que as árvores foram plantadas:

$$H(0) = 1 + 0{,}8 \,.\, \log_2(0+1)$$
$$H(0) = 1 + 0{,}8 \,.\, \log_2 1$$
$$H(0) = 1 + 0{,}8 \,.\, 0$$
$$H\ (0) = 1 + 0$$
$$H(0) = 1\,m$$

$$D(0) = 0{,}1 \,.\, 2^{\frac{0}{7}}$$
$$D(0) = 0{,}1 \,.\, 2^0$$
$$D(0) = 0{,}1 \,.\, 1$$
$$D(0) = 0{,}1\,m = 10\,cm$$

$$\log_2 1 = x$$
$$2^x = 1$$
$$2^x = 2^0$$
$$x = 0$$
$$\log_2 1 = 0$$

A altura é igual a 1m e o diâmetro é igual a 10 cm.

b) A altura de um árvore é 3,4 m. Determine o diâmetro aproximado do tronco dessa árvore, em centímetro.

Primeiro, vamos determinar o tempo que essa árvore levou para atingir a altura de 3,4 m.

$$3{,}4 = 1 + 0{,}8 \,.\, \log_2(t+1)$$
$$3{,}4 - 1 = 0{,}8 \,.\, \log_2(t+1)$$
$$2{,}4 = 0{,}8 \,.\, \log_2(t+1)$$
$$\frac{2{,}4}{0{,}8} = \log_2(t+1)$$
$$3 = \log_2(t+1)$$
$$2^3 = t+1$$
$$8 - 1 = t$$
$$t = 7\ anos$$

Substituindo t = 7, na equação D(t):

$$D(7) = 0{,}1 \,.\, 2^{\frac{7}{7}}$$
$$D(7) = 0{,}1 \,.\, 2^1$$
$$D(7) = 0{,}1 \,.\, 2$$
$$D(7) = 0{,}2\,m = 20\,cm$$

Desta forma, a planta após 7 anos, terá 3,4m de altura e 20 cm de diâmetro no tronco

EXERCICIOS RESOLVIDOS

4

O nível de ruído sonoro R, em decibéis (dB), é dado pela expressão $R = 120 + 10 \cdot log\,(I)$, sendo I a intensidade sonora, em W/m². Se duas fontes sonoras F1 e F2 produzem ruídos iguais a 100 dB e 80 dB, respectivamente, e possuem intensidades sonoras I1 e I2, calcule a razão entre as intensidades I1 e I2, ou seja, quantas vezes a I1 é maior que a I2.

Inicialmente, vamos calcular a intensidade sonora para cada ruído:

$$\begin{aligned}
&100 = 120 + 10\,.\log(I_1)\\
&100 - 120 = 10\,.\log(I_1)\\
&-20 = 10\,.\log(I_I)\\
&-\frac{20}{10} = \log(I_1)\\
&-2 = \log(I_1)\\
&10^{-2} = I_1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&80 = 120 + 10\,.\log(I_2)\\
&80 - 120 = 10\,.\log(I_2)\\
&-40 = 10\,.\log(I_2)\\
&-\frac{40}{10} = \log(I_2)\\
&-4 = \log(I_2)\\
&10^{-4} = I_2
\end{aligned}$$

Vamos calcular a razão $\frac{I_1}{I_2}$:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{10^{-2}}{10^{-4}}$$

Divisão de potências de mesma base: repita a base e subtraia os expoentes

Aplicando propriedade de potência, temos:

$$10^{(-2)-(-4)} = 10^{-2+4} = 10^2$$

Assim, temos que a intensidade do ruído de 100 dB é 100 vezes maior que a intensidade de 80dB

5

Os sismos são fenômenos naturais resultantes de uma ruptura da crosta terrestre. As atividades sismológicas podem ser medidas tanto pela magnitude, quanto pela intensidade. A magnitude é a medida da energia liberada pelo sismo. Já a intensidade é a estimativa dos danos causados pelo sismo. A intensidade I de um terremoto, medida na escala de *Mercalli*, é um número que varia de I = 0 até I = 8,9 para o maior terremoto conhecido. I é dado pela fórmula:

$$I = \frac{2}{3}.\log\left(\frac{E}{E_0}\right)$$

Em que E é a energia liberada no terremoto em quilowatt-hora (kWh) e $E_0 = 7.10^{-3}kWh$

Qual é a energia liberada em um terremoto de intensidade 8 na escala Richter?

EXERCICIOS RESOLVIDOS

Substituindo o valor da intensidade e a energia (Eo) :

$$8 = \frac{2}{3} . \log\left(\frac{E}{7.10^{-3}}\right)$$

$$\frac{8}{\frac{2}{3}} = \log\left(\frac{E}{7.10^{-3}}\right)$$

$$\frac{24}{2} = \log\left(\frac{E}{7.10^{-3}}\right)$$

$$12 = \log\left(\frac{E}{7.10^{-3}}\right)$$

$$log_c\left(\frac{a}{b}\right) = log_c a - log_c b$$

Aplicando propriedade de logaritmo em $\frac{E}{7.10^{-3}}$

$$12 = logE - log\left(7 \cdot 10^{-3}\right)$$

$$12 = logE - \left(log7 + log10^{-3}\right)$$

$$12 = logE - log7 - log10^{-3}$$

$$12 = logE - log7 + 3log10$$

$$12 = logE - log7 + 3 \cdot 1$$

$$12 - 3 = logE - log7$$

Vamos aplicar, novamente, a propriedade de logaritmo em Log E - log 7:

$$9 = \log\left(\frac{E}{7}\right)$$

Aplicando a definição de logaritmo:

$$10^{9} = \frac{E}{7}$$

$$7.10^{9} = E$$

Então, a energia liberada é 7.10^{9} kWh

ATIVIDADES PARA OS ESTUDANTES

Atividade 1

O valor de x, que satisfaz a equação, $\log_2(x+2) + \log_2(3) = \log_2(27)$ é:

$A)\ 3$
$B)\ 5$
$C)\ 7$
$D)\ 9$
$E)\ 11$

Atividade 2

Se $\log_{10}(2x-5) = 0$, então x vale:

$A)\ 5$
$B)\ 4$
$C)\ 3$
$D)\ \frac{7}{3}$
$E)\ \frac{5}{2}$

Atividade 3

A solução real da equação $-1 = \log_5\left[\frac{2x}{x+1}\right]$ é:

$A)\ \frac{1}{9}$
$B)\ -\frac{1}{5}$
$C)\ -1$
$D)\ -5$
$E)\ -9$

Atividade 4

O conjunto solução da equação $\log x + \log(x+1) - \log 6 = 0$ é:

$A)\ 3$
$B)\ -3\ e\ 2$
$C)\ -2\ e\ 3$
$D)\ 2\ e\ 3$
$E)\ 2$

Atividade 5

O nível sonoro S, em decibel (dB), de uma fonte emissora de som é dado pela função

$$S = 10 \, . \log\left(\frac{I}{I_o}\right)$$

Em que I é a intensidade da onda sonora, em watts por metro quadrado (W/m²) e $I_o = 10^{-12} W/m^2$ é a intensidade de referência padrão correspondente a menor intensidade percebida pelo ouvido humano. A máxima intensidade suportável pelo ouvido humano é de 1 W/m². Acima desse valor, a sensação auditiva é dolorosa. Assim o nível sonoro *S* de uma fonte que emite um som com a maior intensidade que o ouvido humano pode suportar sem dor é:

$A)\ 80\ dB$
$B)\ 10^{-11} dB$
$C)\ 10^{-12} dB$
$D)\ 100\ dB$
$E)\ 120\ dB$

Atividade 6

Um estudo recente mostrou que a temperatura média de uma cidade durante um determinado dia pode ser modelada pela expressão $T(t) = 20 + 10 \log(t+1)$, onde T é a temperatura em graus Celsius e **t** é o tempo em horas a partir da meia-noite. Com base nessa informação e considerando log 2 = 0,3, qual a temperatura média da cidade às 19 horas?

$A)\ 24$
$B)\ 30$
$C)\ 33$
$D)\ 34$
$E)\ 40$

Atividade 7

O nível sonoro N, medido em decibéis (dB), e a intensidade I de um som em medida em watt por metro quadrado (W/m²), estão relacionados pela expressão: $N = 120 + 10 \, . [\log_{10}(I)]$
Suponha que foram medidos em certo local os níveis sonoros, N1 = 200 dB e N2 = 80 dB, de dois ruídos com intensidades I1 e I2, respectivamente. Dessa forma, a razão entre I1 e I2, é:

$A)\ 10^8$
$B)\ 10^{12}$
$C)\ 10^6$
$D)\ 10^7$
$E)\ 10^{11}$

Atividade 8

Para um pesquisador foi informado que o pH de uma solução aquosa é definido pela expressão pH = - log[H+] , em que [H+] indica a concentração, em mol/l , de íons de hidrogênio na solução e log, o logaritmo decimal. Ao analisar uma determinada solução, um pesquisador verificou que, nela, a concentração de íons de hidrogênio era $[H^+] = 5{,}4 \,.\, 10^{-8} mol/L$
Utilizando log 5,4 = 0,73, qual o valor que o pesquisador obteve para o pH da solução pesquisada?

A) 8
B) 7,27
C) 6,5
D) 4,8
E) 3,5

RESOLUÇÃO PARA O PROFESSOR

Atividade 1

$$\log_2(x+2) + \log_2 3 = \log_2 27$$
$$\log_2(x+2).(3) = \log_2 27$$
$$(x+2).3 = 27$$
$$3x + 6 = 27$$
$$3x = 27 - 6$$
$$3x = 21$$
$$x = \frac{21}{3} = 7$$

Letra C

Atividade 2

$$10^0 = 2x - 5$$
$$1 = 2x - 5$$
$$-2x = -5 - 1$$
$$-2x = -6$$
$$x = -\frac{6}{-2}$$
$$x = 3$$

Letra C

Atividade 3

$$-1 = \log_5\left[\frac{2x}{x+1}\right]$$
$$5^{-1} = \frac{2x}{x+1}$$
$$\frac{1}{5} = \frac{2x}{x+1}$$
$$x + 1 = 10x$$
$$x - 10x = -1$$
$$-9x = -1$$
$$x = \frac{1}{9}$$

Letra A

Atividade 4

$$\log x + \log(x+1) = \log 6$$
$$\log[(x)(x+1)] = \log 6$$
$$x.(x+1) = 6$$
$$x^2 + x - 6 = 0$$

Calculando as raízes da equação do 2º grau, temos x = -2 ou x = 3.

O valor de x = - 2, não convém, pois, pela definição de logaritmos, o logaritmando precisa ser maior do que zero. Logo, x = 3

Letra A

RESOLUÇÃO PARA O PROFESSOR

Atividade 5

$$S = 10 \,.\log\left(\frac{1}{10^{-12}}\right)$$
$$S = 10 \,.\log 1 - 10\log(10^{-12})$$
$$S = 10 \,.\, 0 - 10 \,.\,(-12).\,1$$
$$S = 0 + 120$$
$$S = 120\, dB$$

Letra E

Atividade 6

$$T(t) = 20 + 10\log(t+1)$$
$$T(19) = 20 + 10\log(19+1)$$
$$T(19) = 20 + 10 \,.\log(20)$$
$$T(19) = 20 + 10 \,.\,[\log 2 \,.\, 10]$$
$$T(19) = 20 + 10 \,.\log 2 + 10\log 10$$
$$T(19) = 20 + 10 \,.\, 0{,}3 + 10$$
$$T(19) = 20 + 3 + 10$$
$$T(19) = 33$$

Letra C

Atividade 7

$$200 = 120 + 10 \,.\,[\log_{10}(I_1)]$$
$$200 - 120 = 10\log_{10}(I_1)$$
$$80 = 10\log_{10}(I_1)$$
$$\frac{80}{10} = \log_{10}(I_1)$$
$$8 = \log_{10}(I_1)$$
$$10^8 = I_1$$

$$80 = 120 + 10 \,.\,[\log_{10}(I_2)]$$
$$80 - 120 = 10\log_{10}(I_2)$$
$$-40 = 10\log_{10}(I_2)$$
$$-\frac{40}{10} = \log_{10}(I_2)$$
$$-4 = \log_{10}(I_2)$$
$$10^{-4} = I_2$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{10^8}{10^{-4}}$$
$$\frac{I_1}{I_2} = 10^{8-(-4)} = 10^{12}$$

Letra B

Atividade 8

$$pH = -\log(5{,}4 \,.\, 10^{-8})$$
$$pH = -[\log 5{,}4 + \log 10^{-8}]$$
$$pH = -[\log 5{,}4 + (-8).\,log 10]$$
$$pH = -[\log 5{,}4 - 8.1]$$
$$pH = -[0{,}73 - 8]$$
$$pH = -[-7{,}27]$$
$$pH = 7{,}27$$

Letra B

GABARITO

ATIVIDADE 1: C
ATIVIDADE 2: C
ATIVIDADE 3: A
ATIVIDADE 4: A
ATIVIDADE 5: E
ATIVIDADE 6: C
ATIVIDADE 7: B
ATIVIDADE 8: B

REFERÊNCIAS

Fonseca, Fred [et al.]. Coleção Ensino Médio 1ª Série. Belo Horizonte: Bernoulli Sistema de Ensino, 2024

Lezzi, Gelson, [et al.]. Matemática: Volume único. 4 ed. - São Paulo: Atual, 2007

Paiva, Manoel. Matemática: Paiva/ Manoel Paiva - 2 ed. - São Paulo: Moderna, 2013.

Smole, Kátia Cristina Stocco; Diniz, Maria Ignez de Souza Vieira. Matemática: ensino médio: volume 1. 6 ed. São Paulo: Saraiva, 2010.