

Matemática

1ª Série | Ensino Médio

27ª Semana



**PERÍMETRO DE
POLÍGONOS REGULARES
E FUNÇÕES**



| MONITORAMENTO | PEDADOGA/O: PED. PROFESSOR/A: PRO LÍDER: LID | PED. | PRO. | LID. |
|---|---|------|------|------|
| DESCRITOR DO PAEBES | D057_M Utilizar o perímetro de uma figura bidimensional na resolução de problema. | | | |
| HABILIDADES DO CURRÍCULO RELACIONADAS AOS DESCRITORES | EM13MAT506 Representar graficamente a variação da área e do perímetro de um polígono regular quando os comprimentos de seus lados variam, analisando e classificando as funções envolvidas | | | |
| HABILIDADES OU CONHECIMENTOS PRÉVIOS | (EF06MA18) - Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros. | | | |

MATEMÁTICA

CONTEXTUALIZAÇÃO



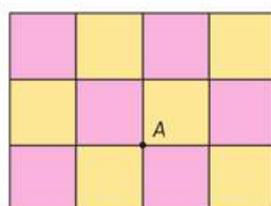
Ladrilhamento de calçada

LADRILHAMENTO: PREENCHIMENTO DE UMA SUPERFÍCIE

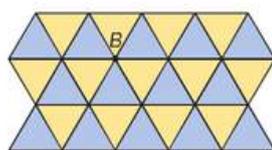
Os polígonos regulares são figuras geométricas que há séculos encantam e desafiam os estudiosos da matemática. Suas formas simétricas e precisas têm um apelo visual único, mas há mais do que apenas beleza nessas figuras. Ao explorar o conceito de **ladrilhamento**, por exemplo, mergulhamos em um mundo de padrões repetitivos e arranjos ordenados, onde cada polígono se encaixa harmoniosamente com seus vizinhos. Nessa dança matemática, descobrimos não apenas a estética, mas também uma profunda conexão com o **perímetro dos polígonos regulares**.

Em um ladrilhamento, as figuras geométricas planas, cujos contornos são polígonos, devem se encaixar sem que haja espaço entre elas e sem que haja superposição. Dessa maneira, elas podem ocupar toda a superfície de uma região plana considerada.

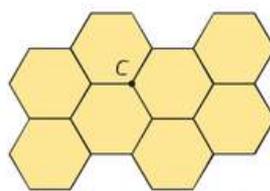
Usando apenas um tipo de região poligonal regular, há somente três regiões poligonais regulares com as quais é possível obter um ladrilhamento:



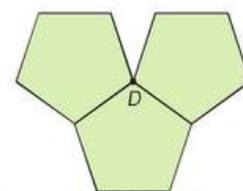
Com formas quadradas.



Com formas triangulares equiláteras.



Com formas hexagonais regulares.



Não é possível obter ladrilhamento com formas pentagonais regulares.

Neste material, vamos estudar o perímetro dos polígonos regulares e sua relação com funções.

Bons Estudos!

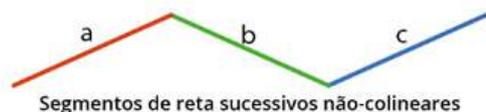
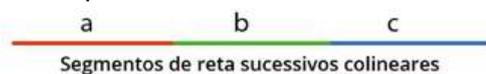
CONCEITOS E CONTEÚDOS

Nos materiais anteriores nós estudamos funções. Neste material vamos ver a relação de funções com o perímetro de polígonos regulares.

LINHA POLIGONAL

Uma linha poligonal é aquela formada por segmentos de retas sucessivos não colineares.

Exemplo:

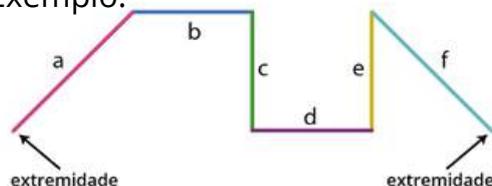


Note que cada segmento de reta começa no ponto em que o anterior termina. Por isso são chamados de segmentos de reta sucessivos. Para que formem uma linha poligonal, devem ser também não colineares, ou seja, não devem fazer parte de uma mesma reta. Se forem colineares eles dão origem apenas a um segmento de reta de maior comprimento.

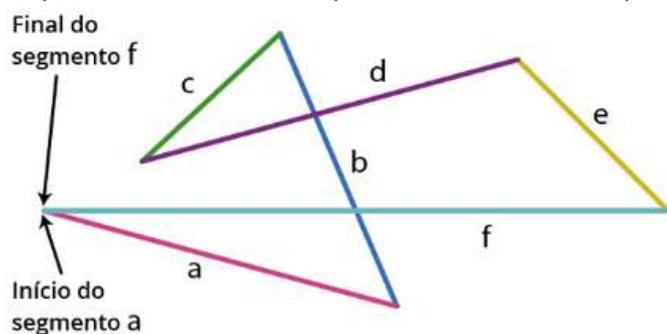
As linhas poligonais podem ser divididas em duas categorias: Linhas poligonais abertas e fechadas.

Uma linha poligonal é dita aberta se as suas extremidades não se intersectam ou não se encontram. Nesse caso a linha poligonal possui duas extremidades distintas ou ainda um começo e um final que não coincidem.

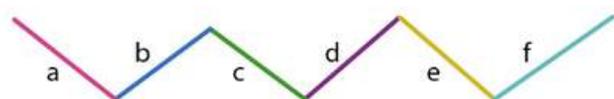
Exemplo:



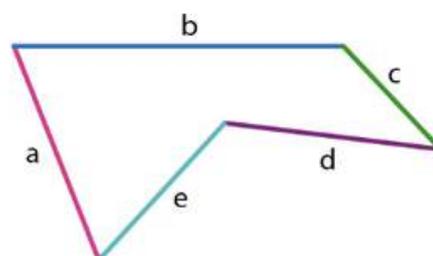
Quando a extremidade do último segmento de uma linha poligonal liga-se à extremidade do primeiro, dizemos que ela é uma linha poligonal fechada.



Se cada segmento de reta de uma linha poligonal toca apenas os segmentos consecutivos, dizemos que a linha poligonal é simples.



Linha poligonal aberta simples



Linha poligonal fechada simples

CONCEITOS E CONTEÚDOS

POLÍGONOS

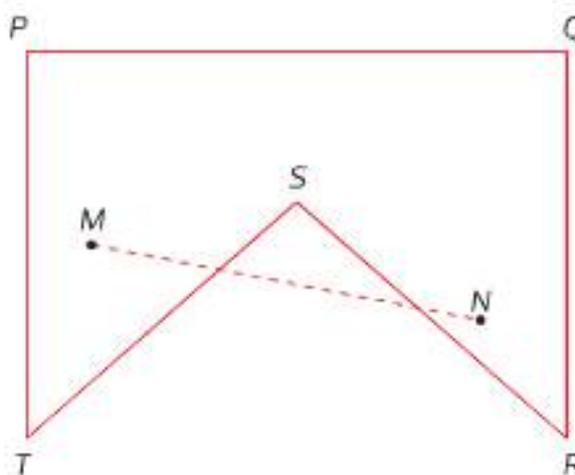
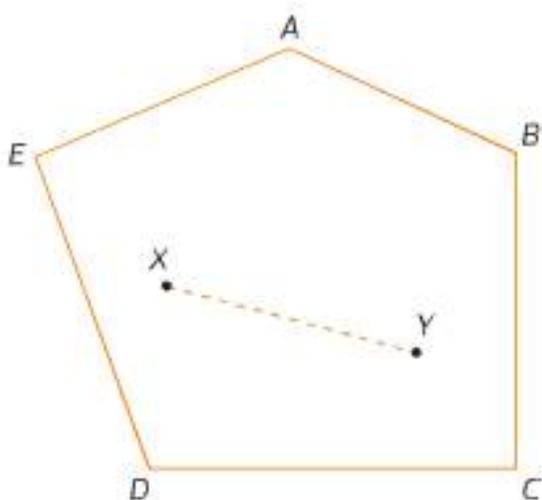
Polígono é a reunião de uma linha poligonal, fechada e simples com sua região interna.

Vejamos, então, algumas figuras geométricas que são polígonos:



POLÍGONOS CONVEXOS E POLÍGONOS NÃO CONVEXOS

Quando uma região de um polígono é uma região convexa, temos um **polígono convexo**.



O polígono ABCDE é convexo, pois, se tomarmos quaisquer dois pontos X e Y na região limitada por ele, o segmento de reta que os une sempre estará inteiramente contido nessa região.

No polígono PQRST, isso não ocorre sempre. É possível encontrar dois pontos (M e N) tais que o segmento de reta MN **não** esteja inteiramente contido na região limitada por esse polígono. Por isso ele é chamado de polígono não convexo.

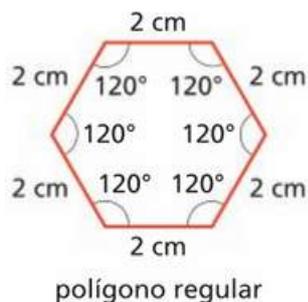
A partir de agora nós iremos estudar apenas os polígonos convexos e por este motivo, não explicitaremos o tipo de polígono, devendo considerar que o polígono citado é convexo.

CONCEITOS E CONTEÚDOS

POLÍGONOS REGULARES

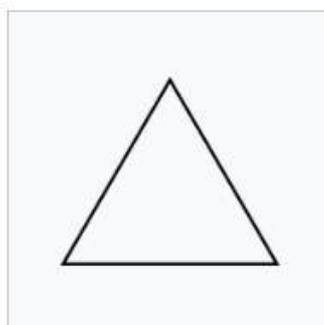
Um polígono é chamado de **polígono regular** quando tem **todos os lados congruentes**, ou seja, com a mesma medida e também todos os ângulos internos congruentes.

Exemplos:

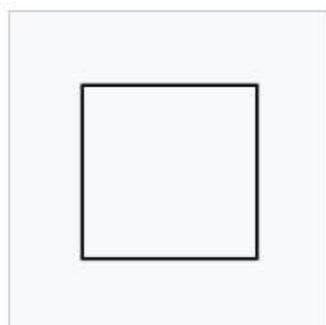


Neste material vamos focar apenas nas medidas dos lados dos polígonos.

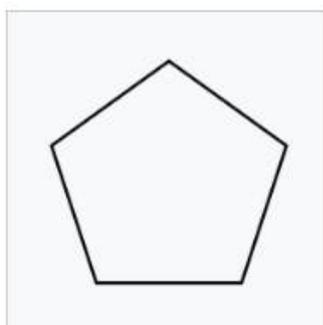
Exemplos de polígonos regulares:



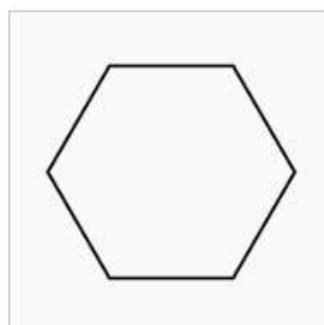
triângulo equilátero



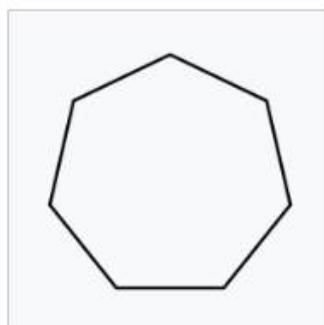
quadrado



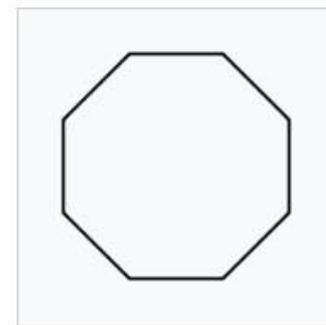
pentágono regular



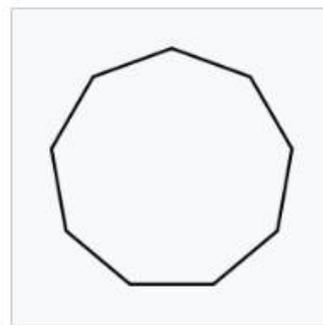
hexágono regular



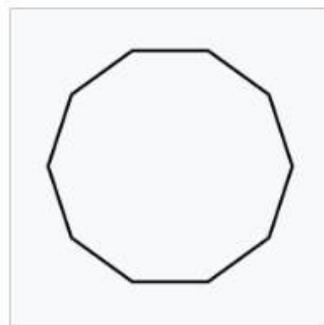
heptágono regular



octógono regular



eneágono regular



decágono regular

CONCEITOS E CONTEÚDOS

PERÍMETRO

Você já deve ter ouvido falar em “perímetro urbano”. É uma expressão usada para se referir ao contorno da parte urbana de um município. Observe ao lado o perímetro urbano aproximado da cidade de Marataízes (ES), representado com uma linha preta na imagem de satélite.

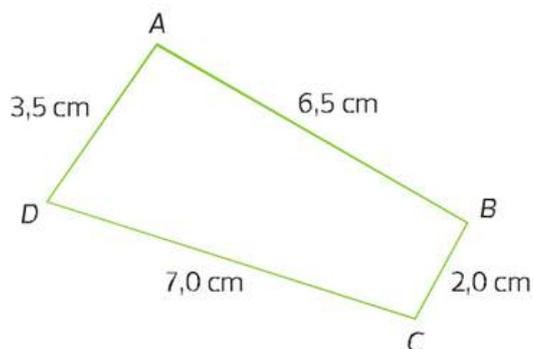


Em matemática, **perímetro** indica a medida do comprimento de um contorno.

PERÍMETRO DE UM POLÍGONO

Quando um contorno é um polígono, o perímetro é a **soma das medidas de comprimento de seus lados**.

Exemplo:



O perímetro do polígono ABCD é
 $6,5 \text{ cm} + 2,0 \text{ cm} + 7,0 \text{ cm} + 3,5 \text{ cm} = 19 \text{ cm}$

Como não existe um símbolo para perímetro, algumas vezes ele é representado como $2p$ (já que p é o símbolo de semiperímetro).

PERÍMETRO DE POLÍGONOS REGULARES

Nós já vimos que os polígonos regulares têm o comprimento de seus lados congruentes, ou seja, de mesma medida. Sabendo disso, podemos obter o perímetro de um polígono regular multiplicando a medida de um de seus lados pela quantidade de lados.

Exemplo:

A medida do lado de um quadrado é 3 cm. Qual é o perímetro desse quadrado?

Uma resolução:

O perímetro desse quadrado é $3 \text{ cm} + 3 \text{ cm} + 3 \text{ cm} + 3 \text{ cm} = 12 \text{ cm}$.

Outra resolução:

O lado desse quadrado mede 3 cm e, como o quadrado tem 4 lados, $3 \text{ cm} \times 4 = 12 \text{ cm}$.

CONCEITOS E CONTEÚDOS

O PERÍMETRO DE POLÍGONOS REGULARES E A FUNÇÃO LINEAR

O perímetro y de um quadrado é dado em função da medida x do lado segundo a lei $y = 4x$. Nessas condições, observe um quadro com os valores dessa função para as seguintes medidas x do lado: 1cm, 2cm, 3cm e 4cm.

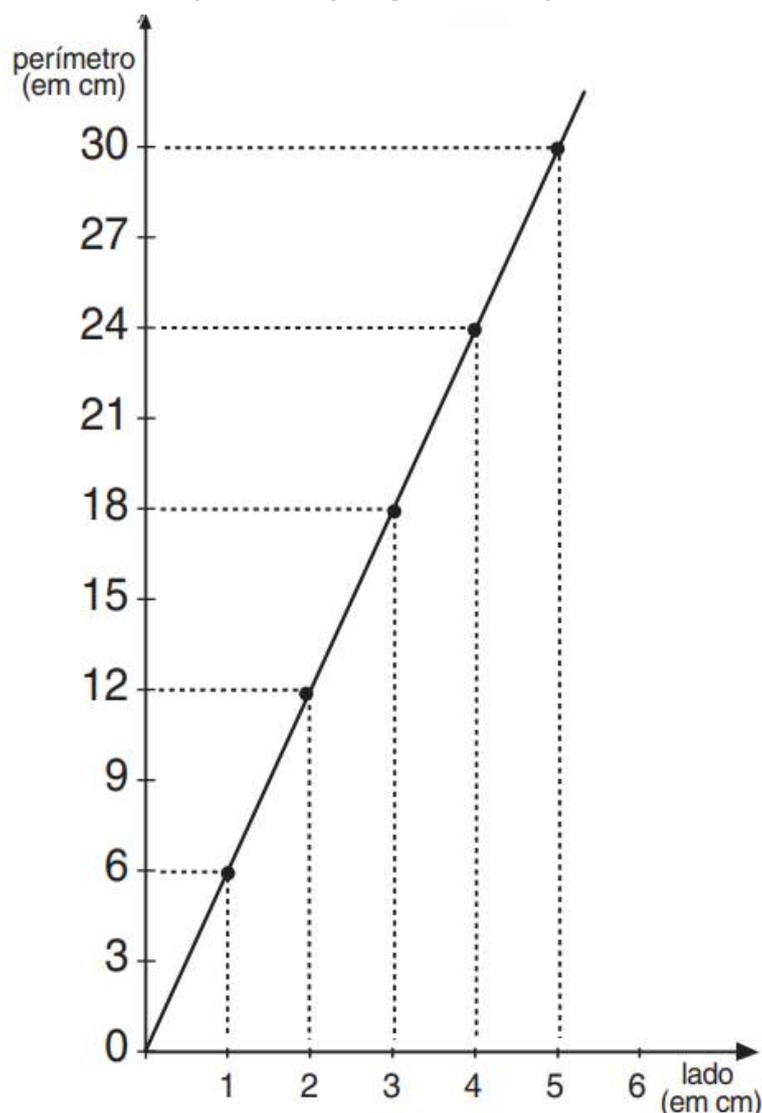
| x | $y = 4x$ |
|-----|----------|
| 1 | 4 |
| 2 | 8 |
| 3 | 12 |
| 4 | 16 |

Perceba que temos uma função linear do tipo $y = ax$ (com $a \neq 0$ e $b = 0$), cujas grandezas **perímetro** e **medida do lado** são grandezas diretamente proporcionais. O mesmo acontece com os demais polígonos regulares.

O perímetro y de um triângulo regular (equilátero) com lados medindo x pode ser representado por $y = 3x$, assim como um pentágono regular pode ser representado por $y = 5x$, um hexágono por $y = 6x$ e assim sucessivamente.

Generalizando, podemos concluir que o perímetro de um polígono regular se dá pela multiplicação da medida de seu lado pela quantidade de lados.

Observe a representação gráfica do perímetro do hexágono regular:



Na lei de formação $f(x) = 6x$, por exemplo, que relaciona o perímetro de um hexágono regular em função do comprimento de seus lados, não faz sentido considerar números negativos no domínio.

CONCEITOS E CONTEÚDOS

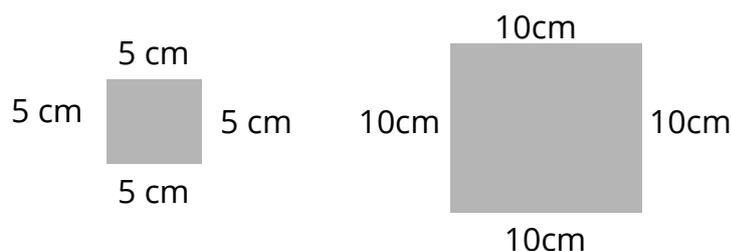
A VARIAÇÃO DE PERÍMETRO E ÁREA DO QUADRADO

Quando aumentamos ou diminuimos as medidas dos lados de um polígono, seu perímetro e área também se alteram. Existem funções que relacionam a medida do lado de um polígono regular com seu perímetro e sua área.

Em um quadrado (polígono regular de 4 lados), enquanto o perímetro tem uma variação linear, a área varia com o quadrado do lado.

Veja um exemplo:

Um quadrado de lado medindo 5 cm teve a medida de seus lados multiplicada por 2. Será que o seu perímetro também será duplicado? Será que a sua área também será duplicada?



Observe que o perímetro do quadrado original de lado medindo 5 cm tem perímetro $5 \times 4 = 20$ cm, enquanto o quadrado ampliado tem perímetro $10 \times 4 = 40$ cm. Assim, quando os lados foram duplicados, o perímetro também foi duplicado.

Já a área do quadrado original é $5^2 = 25$ cm², enquanto a área do quadrado ampliado é $10^2 = 100$ cm². Assim, ao duplicar o lado do quadrado, a área foi quadruplicada, ou seja, ao multiplicar o tamanho do lado de um quadrado por dois, o seu perímetro também sofreu uma multiplicação por dois, mas a sua área sofreu uma multiplicação por 4, que é uma multiplicação por 2².

PARA SABER MAIS:

Variação de
área e perímetro.



[Clique aqui](#)

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1

O perímetro $2p$ de um hexágono regular está em função da medida de seu lado L .

- Escreva a lei de formação (fórmula) que representa essa função.
- Quando $P = 48$ cm, qual é o valor de L ?
- Quando $L = 14$ cm, qual é o valor de P ?

Resolução:

O hexágono é um polígono de seis lados. Como se trata de um hexágono regular, temos os seis lados de mesma medida L .

a) A lei de formação que representa o perímetro de um hexágono regular é

$$P = L + L + L + L + L + L = 6L.$$

b) Como temos a lei de formação e o perímetro fornecido, é possível encontrar a medida do lado L . Se o perímetro é 48 cm, temos que:

$$P = 6L$$

$$48 = 6L$$

$$l = 48/6$$

$$L = 8 \text{ cm}$$

c) Como temos a lei de formação e o lado fornecido, consegue-se encontrar o valor de P .

Se o lado é 14 cm, temos que:

$$P = 6L$$

$$P = 6 \cdot 14$$

$$P = 84 \text{ cm.}$$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

2

Eduardo quer colocar um cerca, do tipo alambrado, no pasto onde fica seu gado. O pasto tem forma quadrangular de dimensões 80 metros. Quantos metros de cerca Eduardo precisa comprar?

Resolução:

A cerca vai contornar todo o pasto, que é de forma quadrangular (nesse caso, um quadrado). Cada lado desse terreno tem 80 metros.

$$2p = 80 \text{ m} + 80 \text{ m} + 80 \text{ m} + 80 \text{ m} = 4 \times 80 \text{ m} = 320 \text{ m}.$$

Eduardo vai precisar comprar 320 metros.

3

O perímetro de um dodecaedro (polígono com 12 lados) é 78 cm. Calcule cada lado desse polígono.

Resolução:

O perímetro de um polígono de 12 lados é 78. Isso significa que esse polígono teve a medida de seu lado somada 12 vezes, resultando em 78. Considerando m = medida de cada lado, temos:

$$\text{Perímetro} = 12 \cdot m$$

$$78 = 12 \cdot m$$

$$m = 78/12$$

$$m = 6,5$$

Cada lado desse dodecaedro mede 6,5 cm.

4

Um polígono regular tem um de seus lados medindo 15 cm e seu perímetro mede 105 cm. Determine quantos lados tem esse polígono.

Resolução:

Considerando q = quantidade de lados desse polígono, temos

$$\text{Perímetro} = q \cdot 15 \text{ cm}$$

$$105 = q \cdot 15 \text{ cm}$$

$$105 = 15q$$

$$q = 105/15 = 7$$

Esse polígono tem 7 lados, ou seja, é um heptágono.

ATIVIDADES PARA OS ESTUDANTES

Atividade 1

A função que melhor representa o perímetro de um hexágono regular é:

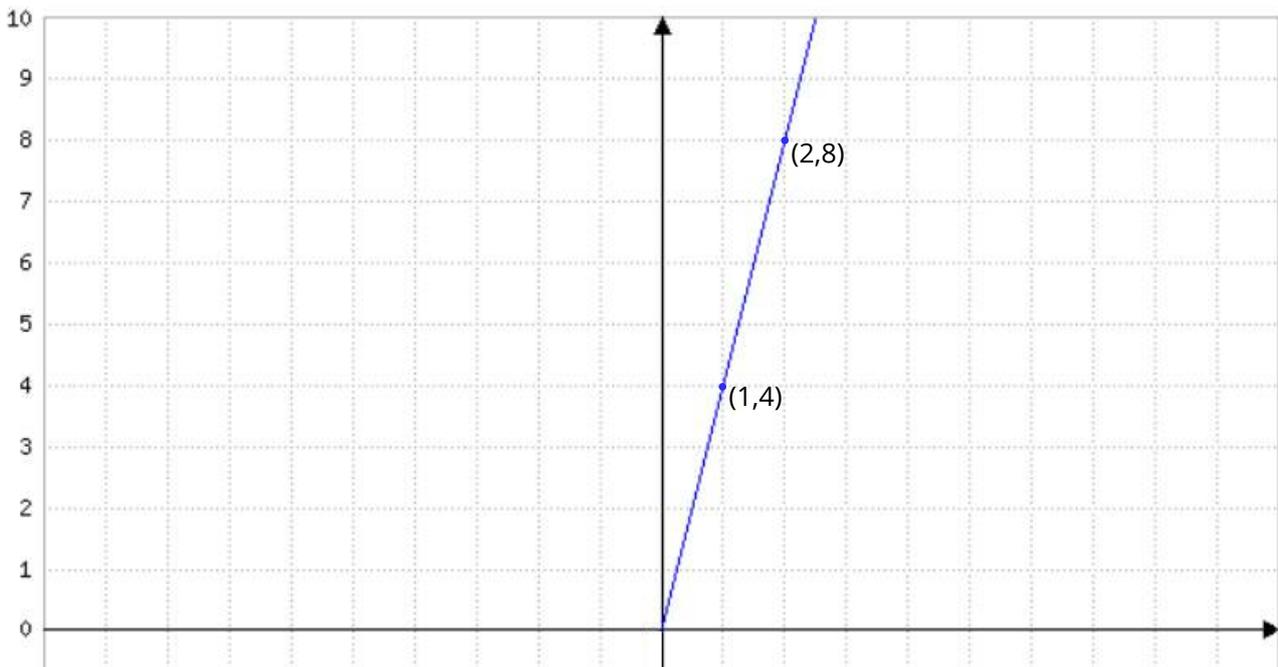
- A) $y = x$
- B) $y = x + 6$
- C) $y = 6x$
- D) $6y = x$
- E) $6y = x + 6$

Atividade 2

Um quadrado de perímetro 60 cm teve a medida de seus lados triplicada. O perímetro desse novo quadrado é:

- A) 60 cm
- B) 120 cm
- C) 180 cm
- D) 225 cm
- E) 360 cm

Atividade 3



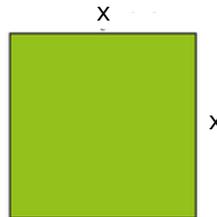
O gráfico acima é a representação gráfica do perímetro do

- A) quadrado
- B) hexágono regular
- C) octógono regular
- D) decágono regular
- E) icoságono regular

ATIVIDADES PARA OS ESTUDANTES

Atividade 4

Quando variamos a medida x do lado de um quadrado, seu perímetro também varia. Então, o perímetro do quadrado é dado em função da medida x do lado, ou seja, $f(x) = 4x$.



Um quadrado cujo perímetro é 36 cm tem cada lado medindo:

- A) 6 cm
- B) 9 cm
- C) 12 cm
- D) 18 cm
- E) 72 cm

Atividade 5

(M120141A8) O perímetro de um hexágono regular cujo lado possui medida de 6 cm é

- A) $6\sqrt{3}$
- B) 18
- C) $18\sqrt{3}$
- D) 36
- E) $27\sqrt{3}$

Atividade 6

(M090047CE) Pedro cercou um terreno quadrado de lado igual a 90 metros. Quantos metros de muro Pedro construiu para cercar todo esse terreno?

- A) 90
- B) 180
- C) 360
- D) 810
- E) 3 600

ATIVIDADES PARA OS ESTUDANTES

Atividade 7

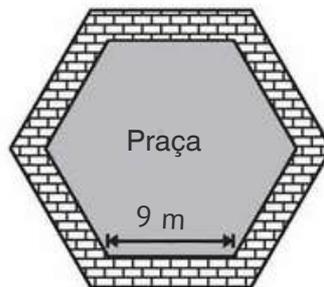
(M100500H6) Na cidade onde Pedro mora há uma praça cujo formato é um quadrado que possui 12 metros de lado. Nessa mesma cidade, o prefeito deseja construir outra praça, com o formato de um hexágono regular e de mesmo perímetro que a praça já existente.

Qual será a medida, em metros, do lado dessa nova praça que o prefeito deseja construir?

- A) 2
- B) 8
- C) 12
- D) 24
- E) 72

Atividade 8

(M090205G5) Todos os dias de manhã, Rafael dá três voltas completas em torno de uma praça que tem o formato de um hexágono regular, como mostra o desenho abaixo.



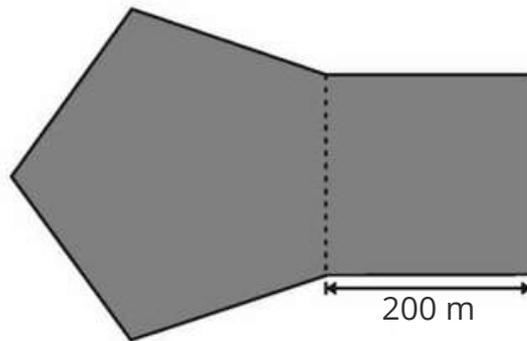
Quantos metros, no mínimo, Rafael percorre por dia em volta dessa praça?

- A) 27
- B) 54
- C) 152
- D) 162
- E) 304

ATIVIDADES PARA OS ESTUDANTES

Atividade 9

(M090184G5) A figura abaixo representa a planta de um sítio, cujo terreno é formado pela justaposição de uma parte no formato de um pentágono regular e outra parte no formato de um quadrado.



Esse sítio foi todo cercado com 4 voltas de arame farpado.
A quantidade mínima de arame necessária para cercar esse sítio é de

- A) 7 200 metros.
- B) 5 600 metros.
- C) 4 400 metros.
- D) 2 800 metros.

Atividade 10

(M100019EX) Para formar o quadrado abaixo, Paulo usou quatro fichas quadradas, com perímetro medindo 12 cm cada uma. Essas fichas foram colocadas lado a lado, sem sobreposição.



Determine a medida do perímetro, em centímetros, desse quadrado.

- A) 24
- B) 36
- C) 48
- D) 72
- E) 96

GABARITO

ATIVIDADE 1: C
ATIVIDADE 2: C
ATIVIDADE 3: A
ATIVIDADE 4: B
ATIVIDADE 5: D
ATIVIDADE 6: C
ATIVIDADE 7: B
ATIVIDADE 8: D
ATIVIDADE 9: B
ATIVIDADE 10:A

REFERÊNCIAS

Bonjorno, José Roberto. Prisma Matemática : ensino médio : área do conhecimento : matemática e suas tecnologias / José Roberto Bonjorno, José Ruy Giovanni Júnior, Paulo Roberto de Câmara de Sousa. - 1.ed. - São Paulo : Editora FTD, 2020.

Dante, Luiz Roberto. Matemática: contexto & aplicações : ensino médio / Luiz Roberto Dante. -- 3. ed. -- São Paulo : Ática, 2016.

Matemática : ciência e aplicações, volume 2: ensino médio / Gelson Iezzi...[et al.]. - 7.ed. - São Paulo : Saraiva, 2013.