

Matemática

2ª Série | Ensino Médio

29ª Semana



Áreas de figuras geométricas (cálculo por decomposição, composição ou aproximação).



MONITORAMENTO	PEDADOGA/O: PED. PROFESSOR/A: PRO LÍDER: LID	PED.	PRO.	LID.
DESCRIPTOR DO PAEBES	D058_M Utilizar área de figuras bidimensionais na resolução de problema.			
HABILIDADES DO CURRÍCULO RELACIONADAS AOS DESCRITORES	EM13MAT307 Empregar diferentes métodos para a obtenção da medida da área de uma superfície (reconfigurações, aproximação por cortes etc.) e deduzir expressões de cálculo para aplicá-las em situações reais (como o remanejamento e a distribuição de plantações, entre outros), com ou sem apoio de tecnologias digitais.			
HABILIDADES OU CONHECIMENTOS PRÉVIOS	EF07MA32: Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e-ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.			

MATEMÁTICA

CONTEXTUALIZAÇÃO

Aplicação do conceito de Área na Preservação do Meio Ambiente

Como vimos no material anterior, o conceito de área é amplamente aplicável em situações cotidianas. Entre essas aplicações, destaca-se a relação desse conceito com a preservação do Meio Ambiente. A Globalização trouxe diversas contribuições para a sociedade, mas também resultou em impactos negativos para o ambiente. Com objetivo de recuperar áreas degradadas e minimizar esses impactos, foram criadas legislações que estabeleceram áreas de preservação para proteger recursos hídricos, por exemplo.

A Lei 2.651/2012 estabelece normas gerais sobre a proteção da vegetação, áreas de Preservação Permanente e áreas de Reserva Legal, além de regulamentar a exploração florestal, o suprimento de matéria-prima florestal, o controle da origem dos produtos florestais, o controle e prevenção de incêndios florestais, e prever instrumentos econômicos e financeiros para o alcance de seus objetivos (Brasil, 2012).

Desta forma, a lei florestal determina que as áreas situadas próximas a qualquer curso d'água devem ter, como área de proteção permanente (APP), uma faixa cuja largura varia de acordo com o tamanho do curso d'água.

A vegetação situada em APP deve ser mantida pelo proprietário da área, possuidor ou ocupante a qualquer título, seja pessoa física ou jurídica, de direito público ou privado.



Fonte: Site Lage e Portilho Jardim

Alterações na vegetação nativa de APP só poderão ocorrer em casos de utilidade pública, de interesse social ou de baixo impacto ambiental, conforme previsão da lei.



Fonte: Site Plena Mata

A Área de Preservação Permanente (APP), de acordo com a lei, refere-se a uma área protegida, coberta ou não por vegetação nativa, com a função ambiental de preservar os recursos hídricos, a paisagem, a estabilidade geológica e a biodiversidade, facilitar o fluxo gênico de fauna e flora, proteger o solo e assegurar o bem-estar das populações humanas.

CONCEITOS E CONTEÚDOS

CÁLCULO DE ÁREA DE FIGURAS POR DECOMPOSIÇÃO

No material anterior, vimos algumas fórmulas para calcular áreas de figuras planas. As figuras apresentadas, exceto o círculo, são chamadas de **Polígonos**.

Podem ser divididas em convexas e não convexas

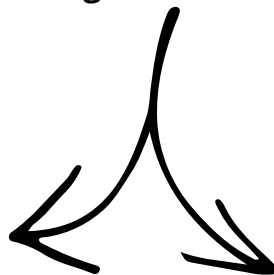
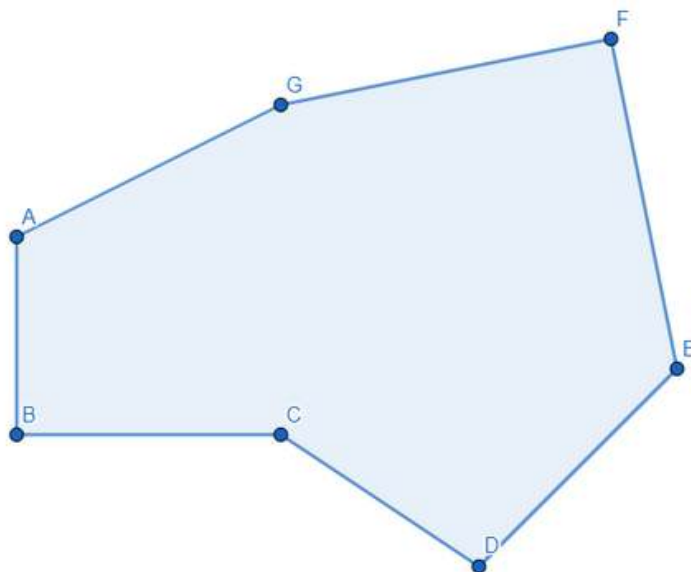


Figura plana formada por linha poligonal, simples e fechada.

No material anterior, estudamos formas de calcular a área de alguns polígonos convexas (ou seja, de polígonos cujos ângulos internos são sempre menores que 180°). Mas como podemos calcular a área de polígonos não convexas (ou seja, polígonos em que pelo menos um ângulo interno é maior que 180°)?

Por exemplo, veja a figura ABCDEFG. Ela é um polígono formado por 7 lados (heptágono), no entanto, é um polígono não convexo, no qual o ângulo interno C é maior que 180° .



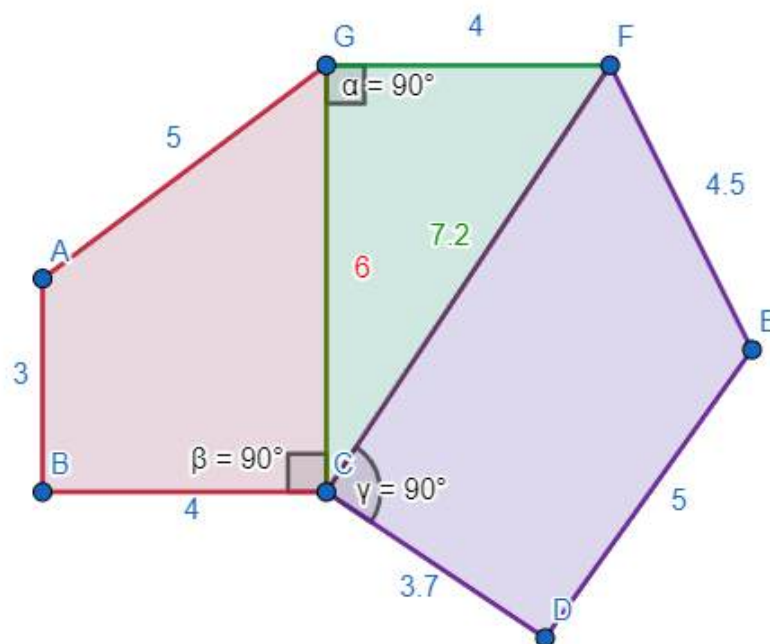
Como podemos determinar a área desse polígono?

Uma possibilidade (e a que trabalharemos aqui) é por meio da decomposição de figuras.

CONCEITOS E CONTEÚDOS

CÁLCULO DE ÁREA DE FIGURAS POR DECOMPOSIÇÃO

Vamos repartir esse heptágono em três outros polígonos.



Na decomposição feita temos:

1 trapézio ABCG (vermelho); 1 triângulo CGF (verde); 1 trapézio CDEF (roxo).

Assim, para calcularmos a área do heptágono ABCDEFG, vamos calcular a soma da área dos três polígonos.

$$A_{ABCDEFG} = A_{ABCG} + A_{CGF} + A_{CDEF}$$

$$A_{ABCG} = \frac{[(BaseMaior) + (basemenor)] \times altura}{2} = \frac{(6 + 3) \times 4}{2} = 18$$

$$A_{CGF} = \frac{Base \times altura}{2} = \frac{4 \times 6}{2} = 12$$

$$A_{CDEF} = \frac{[(BaseMaior) + (basemenor)] \times altura}{2} = \frac{(7,2 + 5) \times 3,7}{2} = 22,57 \cong 22,6$$

Sendo assim, $A_{ABCDEFG} = A_{ABCG} + A_{CGF} + A_{CDEF}$ temos,

$$A_{ABCDEFG} = 18 + 12 + 22,6$$

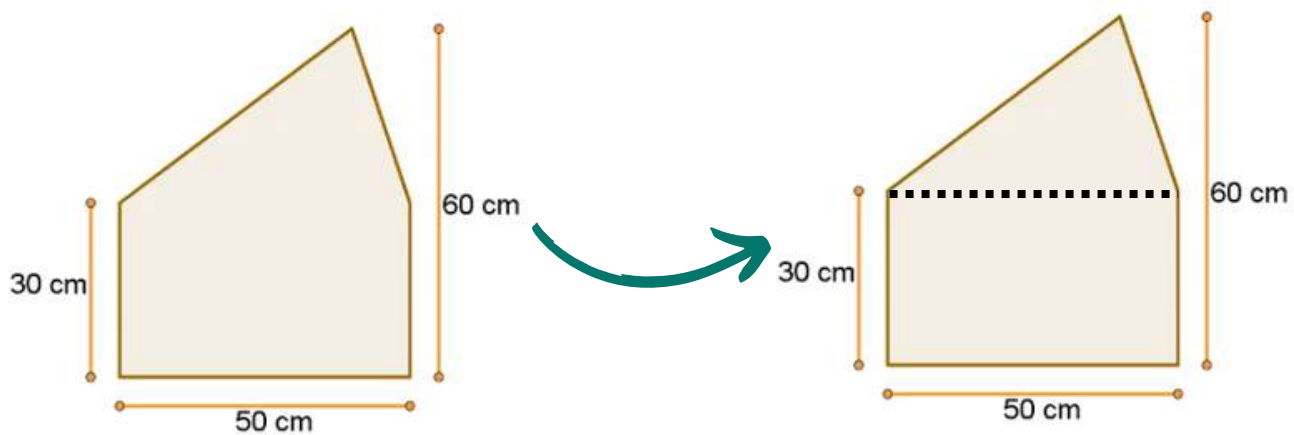
$$A_{ABCDEFG} = 52,6$$

Observe que, neste caso, não foi estabelecida nenhuma unidade de medida para o cálculo de área, sendo assim, podemos representá-la por 52,6 **u.a.**, ou seja, **unidade de área**.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1

Determine a área da figura.



Perceba que é possível dividir a figura em um retângulo e um triângulo. Especificamente, um triângulo de base igual a 50cm e altura igual a 30cm e por um retângulo de base igual a 50 e altura de 30cm. Assim, a área da figura total é formada pela soma da área do triângulo e do retângulo.

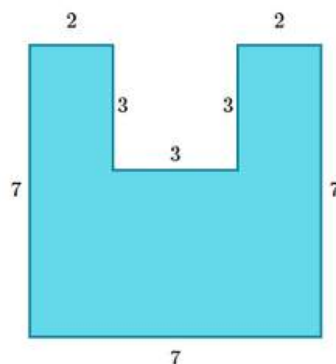
$$A_{\text{triângulo}} = \frac{50 \times 30}{2} = \frac{1500}{2} = 750\text{cm}^2$$

$$A_{\text{retângulo}} = 50 \times 30 = 1500\text{cm}^2$$

$$A_{\text{total}} = 750 + 1500 = 2250\text{cm}^2$$

2

A figura abaixo mostra um quadrado grande com um corte na forma de um pequeno quadrado. Qual a área da região interna (colorida)?



Na situação apresentada, podemos resolver de duas formas: realizando a decomposição, por exemplo, em retângulos, ou, de forma talvez mais prática, calculando a área total do quadrado de lado igual a 7, e depois a área do quadrado com lado igual a 3. A área colorida será a diferença entre as áreas encontradas. Em linguagem matemática, temos que:

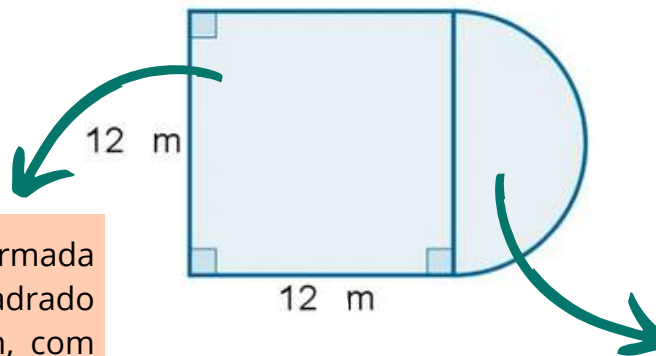
$$A_{\text{colorida}} = 7^2 - 3^2 = 49 - 9 = 40$$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

3

A figura a seguir, representa o piso de uma quadra de um condomínio e é composta por um quadrado com medida de 12 m e um semicírculo de raio igual a 6 m. Sabendo que 1 lata de tinta rende, aproximadamente, 25m^2 de cobertura de tinta, quantas latas de tinta serão necessárias para cobrir a quadra com uma camada de tinta?

Considere $\pi = 3$



A quadra é formada por um quadrado de lado 12 m, com área igual a 144m^2 ($12\text{m} \times 12\text{m}$).

A área do semicírculo pode ser calculada por:

$$A = \frac{\pi r^2}{2}$$

Assim, a área desse semicírculo pode ser calculada por:

$$A = \frac{3 \cdot 6^2}{2} = 54\text{m}^2$$

A área total da quadra é $144\text{m}^2 + 54\text{m}^2 = 198\text{m}^2$.

Se 1 lata rende 25m^2 , 198m^2 precisam de 7,92 latas, ou seja, 8 latas para cobrir a quadra completamente.

4

Desde 2002, passou a circular no Brasil um novo modelo da moeda de 1 real. Ela possui um núcleo prateado composto por aço inoxidável e um anel externo dourado, que lembra uma coroa circular, composto por aço revestido de bronze. Nessa moeda, entre outras características, estão presentes grafias encontradas em cerâmicas de origem indígena, fazendo referência às raízes étnicas brasileiras. Essas características da moeda de 1 real são importantes elementos de segurança para evitar fraudes.

Utilizando $\pi = 3$, qual a área aproximada da coroa circular dourada da moeda de 1 real?

A área do círculo com diâmetro de 27mm é igual a $A = 3 \cdot (13,5)^2$
 $A = 3 \cdot 182,25 = 546,75$

A área do círculo com diâmetro de 18mm é igual a $A = 3 \cdot 9^2$
 $A = 3 \cdot 81 = 243$

Logo a área ocupada pela coroa circular é: $546,75 - 243 = 303,75\text{mm}^2$

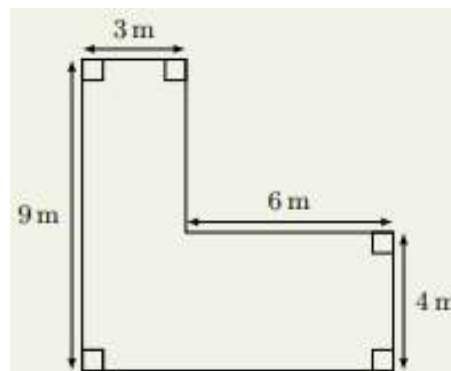


ATIVIDADES PARA OS ESTUDANTES

Atividade 1

O desenho na figura representa a planta do salão de festas de um prédio. A medida da área, em metros quadrados, desse salão de festas é igual a:

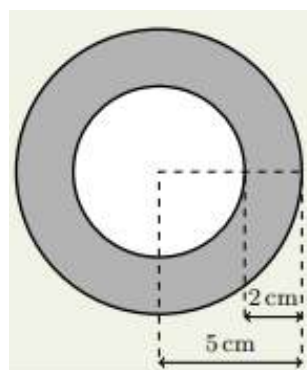
- A) 22.
- B) 27.
- C) 31.
- D) 51.
- E) 81.



Atividade 2

O desenho na figura é formado por dois círculos concêntricos. Qual é a medida da área da parte colorida de cinza?

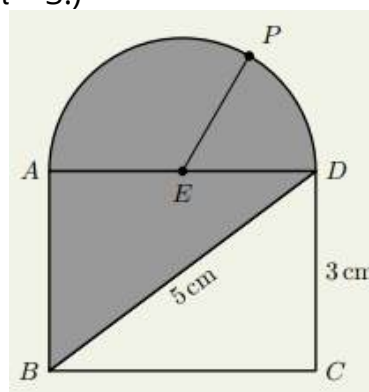
- A) $34\pi \text{ cm}^2$.
- B) $25\pi \text{ cm}^2$.
- C) $21\pi \text{ cm}^2$.
- D) $16\pi \text{ cm}^2$.
- E) $13\pi \text{ cm}^2$.



Atividade 3 DESAFIO

Na figura, sabendo que EP é o raio da semicircunferência de centro em E. Determine o valor da área mais escura e assinale a opção correta. (Considere $\pi = 3$.)

- A) 8 cm^2 .
- B) 10 cm^2 .
- C) 12 cm^2 .
- D) 20 cm^2 .
- E) 24 cm^2 .

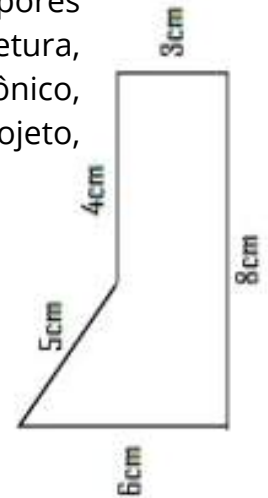


ATIVIDADES PARA OS ESTUDANTES

Atividade 4

A imagem a seguir assemelha-se a uma coifa, objeto utilizado para tirar vapores e odores em cozinha e pode servir como ilustração em projetos de arquitetura, por exemplo. Desconsiderando a escala adotada em um projeto arquitetônico, qual seria a área ocupada pela coifa, caso fosse utilizada em um projeto, conforme a imagem em questão?

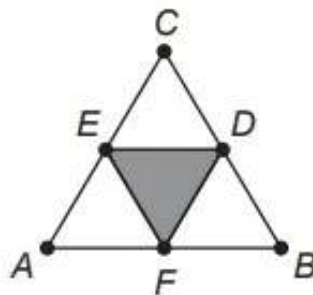
- A) 24 cm²
- B) 30 cm²
- C) 33 cm²
- D) 36 cm²
- E) 48 cm²



Atividade 5

Um artista deseja pintar em um quadro uma figura na forma de triângulo equilátero ABC de lado 1 metro. Com o objetivo de dar um efeito diferente em sua obra, o artista traça segmentos que unem os pontos médios D, E e F dos lados BC, AC e AB, respectivamente, colorindo um dos quatro triângulos menores, como mostra a figura. Qual é a área do triângulo DEF?

- A) $\frac{1}{16}$
- B) $\frac{\sqrt{3}}{16}$
- C) $\frac{1}{8}$
- D) $\frac{3}{8}$
- E) $\frac{\sqrt{3}}{4}$



Área do Triângulo Equilátero

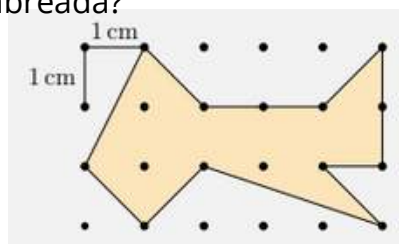
$$A = \frac{l^2 \sqrt{3}}{4}$$

Lado Triângulo Equilátero

Atividade 6 DESAFIO

No reticulado a seguir, pontos vizinhos na vertical ou na horizontal estão a 1 cm de distância. Qual é a área da região sombreada?

- A) 7 cm²
- B) 8 cm²
- C) 8,5 cm²
- D) 9 cm²
- E) 9,5 cm²



ATIVIDADES PARA OS ESTUDANTES

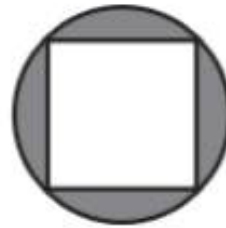
Atividade 7

ENEM2016

Um arquiteto deseja construir um jardim circular de 20m de diâmetro. Nesse jardim, uma parte do terreno será reservada para pedras ornamentais. Essa parte terá a forma de um quadrado inscrito na circunferência, como mostrado na figura. Na parte compreendida entre o contorno da circunferência e a parte externa ao quadrado, será colocada terra vegetal. Nessa parte do jardim, serão usados 15 kg de terra para cada m^2 . A terra vegetal é comercializada em sacos com exatos 15kg cada. Use 3 como valor aproximado para π .

O número mínimo de sacos de terra vegetal necessários para cobrir a parte descrita do jardim é:

- A) 100
- B) 140
- C) 200
- D) 800
- E) 1000



RESOLUÇÃO PARA O PROFESSOR

Atividade 1

Vamos decompor a figura em um retângulo (3m x 9m) e outro retângulo (6m x 4m). As respectivas áreas são, 27m^2 e 24m^2 , totalizando a área de 51m^2 .

Letra D

Atividade 2

Para calcular a área colorida de cinza, vamos determinar a área dos círculos com raio 5cm e 3cm. Usando a fórmula para cálculo de área de círculo temos, $A = \pi \times 5^2 = 25\pi\text{cm}^2$ e $A = \pi \times 3^2 = 9\pi\text{cm}^2$.

A diferença entre as áreas dos círculos é: $25\pi - 9\pi = 16\pi\text{cm}^2$, que representa a área da parte colorida de cinza.

Letra D

Atividade 3

Em primeiro lugar, podemos utilizar o Teorema de Pitágoras no triângulo ABD:

$$BD^2 = AB^2 + AD^2$$

$$5^2 = 3^2 + AD^2$$

$$AD^2 = 25 - 9$$

$$AD^2 = 16$$

$$AD = 4\text{cm}.$$

Como $AD = 4$, o raio desse círculo é 2.

Assim, a área do triângulo é $(\text{base} \cdot \text{altura}) / 2 = (4 \cdot 3) / 2 = 6\text{cm}^2$.

A área de um círculo é dada por: $A = \pi R^2$. Como se trata de um semicírculo, devemos dividir essa área por 2; logo, a área da figura é $(\pi R^2) / 2 = [3 \cdot (2)^2] / 2 = 6\text{cm}^2$.

A área total será, então: $A = \text{Área do triângulo} + \text{Área do Semicírculo} = 6 + 6 = 12\text{cm}^2$.

Letra C

Atividade 4

Vamos decompor a figura em um retângulo (3cm x 4cm) e um trapézio com base maior (6cm), base menor (3cm) e altura (4cm).

A área do retângulo é igual a 12cm^2 . O trapézio possui área $[(6 + 3) \cdot 4] / 2 = 18\text{cm}^2$.

A área total é $12\text{cm}^2 + 18\text{cm}^2 = 30\text{cm}^2$.

Letra B

RESOLUÇÃO PARA O PROFESSOR

Atividade 5

É possível perceber que o triângulo ABC foi dividido em 4 triângulos congruentes, sendo assim, o triângulo DEF representa $\frac{1}{4}$ da área do triângulo ABC.

Sabemos que o triângulo ABC tem lado medindo 1 m. Sendo A a área pintada, temos que:

$$A = \frac{l^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{1}{4}$$

$$A = \frac{1^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{1}{4}$$

$$A = \frac{1\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{1}{4}$$

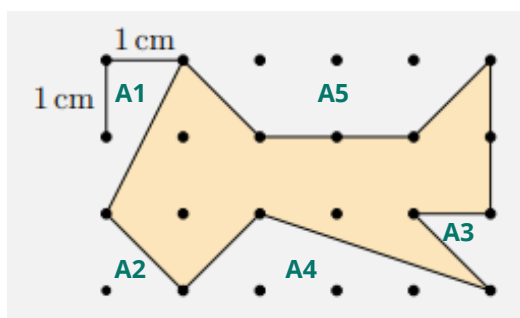
$$A = \frac{1\sqrt{3}}{16}$$

$$A = \frac{\sqrt{3}}{16}$$

Letra B

Atividade 6

Vamos completar o retângulo que dá forma ao reticulado, calcular a área desse retângulo e calcular as áreas dos polígonos cuja soma representa a diferença entre a área sombreada e a área do retângulo. Depois disso, para calcular a área da região sombreada que foi pedida no problema, basta subtrair a soma das áreas dos polígonos da área do retângulo.



A área do retângulo é igual a $3 \cdot 5 = 15 \text{ cm}^2$.

Já a soma das áreas A1, A2, A3, A4, e A5 é igual a $A1 + A2 + A3 + A4 + A5 = 1 + 0,5 + 2 + 0,5 + 3 = 7 \text{ cm}^2$.

Assim, a área sombreada é igual a $15 - 7 = 8 \text{ cm}^2$.

Letra B

RESOLUÇÃO PARA O PROFESSOR

Atividade 7

Pelo Teorema de Pitágoras temos:

$$d^2 = L^2 + L^2$$

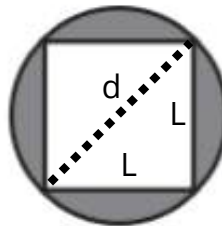
$$20^2 = 2L^2$$

$$400 = 2L^2$$

$$L^2 = 400/2$$

$$L^2 = 200$$

$$L = \sqrt{200} = 10\sqrt{2} \text{ m}$$



Agora que sabemos quanto vale o lado do quadrado podemos calcular sua área, dada por:

$$A = L^2$$

$$A = 10\sqrt{2} \cdot 10\sqrt{2}$$

$$A = 100 \cdot 2$$

$$A = 200 \text{ m}^2$$

Portanto a área marcada é a área do círculo menos a área quadrado:

$$300 - 200 = 100 \text{ m}^2$$

Como para cada m^2 são necessários 15 kg de terra, para cobrir os 100 m^2 são necessário $100 \cdot 15 = 1500 \text{ kg}$.

Como cada saco de terra possui 15 kg, temos que $1500 \text{ kg} / 15 \text{ kg} = 100$ sacos.

GABARITO

ATIVIDADE 1: D

ATIVIDADE 2: D

ATIVIDADE 3: C

ATIVIDADE 4: B

ATIVIDADE 5: B

ATIVIDADE 6: B

ATIVIDADE 7: A

REFERÊNCIAS

BRASIL. Lei 12.651/2012., de 25 de maio de 2012. Dispõe sobre proteção da vegetação nativa [...]. Brasília, DF, [2012]. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2007-2010/2009/Lei/L11947.htm. Acesso em: 23 ago. 2024.

Dante, Luiz Roberto. Matemática Contexto & Aplicações. 2. ed. São Paulo: Ática, 2014.

Fonseca, Fred [et al.]. Coleção Ensino Médio 1ª Série. Belo Horizonte: Bernoulli Sistema de Ensino, 2024

Lezzi, Gelson, [et al.]. Matemática: Volume único. 4 ed. - São Paulo: Atual, 2007

Paiva, Manoel. Matemática: Paiva/ Manoel Paiva - 2 ed. - São Paulo: Moderna, 2013.

Smole, Kátia Cristina Stocco; Diniz, Maria Ignez de Souza Vieira. Matemática: ensino médio: volume 1. 6 ed. São Paulo: Saraiva, 2010.