# Matemática

## 3ª Série | Ensino Médio

*33ª Semana*

# TANGENTE E FUNÇÃO TANGENTE

| MONITORAMENTO | PEDADOGA/O: PED.<br>PROFESSOR/A: PRO<br>LÍDER: LID | PED. | PRO. | LID. |
|---|---|---|---|---|
| DESCRITOR DO PAEBES | **D126_M** Identificar gráficos de funções trigonométricas (seno, cosseno, tangente) reconhecendo suas propriedades. | | | |
| HABILIDADES DO CURRÍCULO RELACIONADAS AOS DESCRITORES | **EM13MAT306** Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos, entre outros) e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria. | | | |
| HABILIDADES OU CONHECIMENTOS PRÉVIOS | **EF09MA08** Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas. | | | |

# MATEMÁTICA

# CONTEXTUALIZAÇÃO

**Porto de Ilhéus – Malhado (Estado da Bahia)**

**Latitude**: 14°46,8'S | **Instituição**: DHN | **Longitude**: 39°01,6'W | **40 Componentes** | **Fuso**: +03 | **Nível Médio**: 1,12 m | **Ano**: 2015 | **Carta**: 01201

JOÁ SOUZA/AG. A TARDE

| Dia | Hora | Altura (m) |
|---|---|---|
| **SÁB** 4/5/2015 | 3 h 41 min | 2,0 |
| | 9 h 51 min | 0,2 |
| | 16 h 02 min | 2,1 |
| | 22 h 06 min | 0,2 |
| **DOM** 5/5/2015 | 4 h 09 min | 2,0 |
| | 10 h 21 min | 0,2 |
| | 16 h 38 min | 2,0 |
| | 22 h 43 min | 0,2 |
| **SEG** 6/5/2015 | 4 h 47 min | 2,0 |
| | 10 h 56 min | 0,2 |
| | 17 h 09 min | 2,0 |
| | 23 h 15 min | 0,3 |

**Fonte:** Marinha do Brasil. Disponível em: <www.mar.mil.br/dhn/chm/box-previsao-mare/tabuas/40145Jan2016.htm>. Acesso em: 10 mar. 2016.

Observe que:

- As marés altas ocorrem de 12 em 12 horas, aproximadamente, como mostram os destaques na cor vermelha da tabela.
- As marés baixas ocorrem, também, de 12 em 12 horas, aproximadamente, como mostra a tabela.
- As alturas da maré alta praticamente se repetem de 12 em 12 horas: com apenas uma exceção, todas as alturas previstas para a maré alta medem 2,0 m.
- As alturas da maré baixa praticamente se repetem de 12 em 12 horas: com apenas uma exceção, todas as alturas previstas para a maré baixa medem 0,2 m ou 20 cm.

Existem outros fenômenos como o descrito: que se repetem em intervalos de tempo iguais. São os chamados fenômenos ou movimentos periódicos.

Os fenômenos periódicos podem ser descritos, de maneira aproximada, por modelos matemáticos que envolvem, geralmente, funções trigonométricas.

Neste material vamos dar continuidade aos estudos de funções trigonométricas, com foco na função tangente.

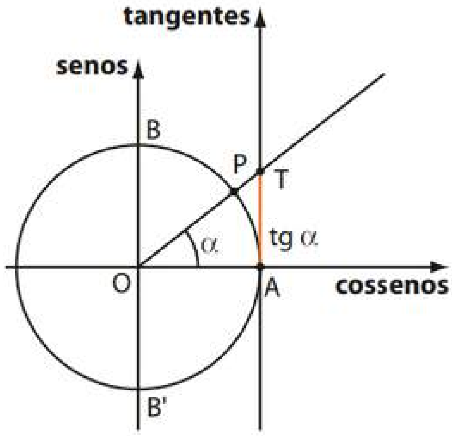
Bons estudos!

# CONCEITOS E CONTEÚDOS

## A TANGENTE

Para definirmos a tangente de um arco AP, que possui medida angular α, vamos acrescentar à circunferência trigonométrica um terceiro eixo.

Esse eixo, denominado eixo das tangentes, é obtido ao se tangenciar, por uma reta vertical, a circunferência no ponto A(1, 0). O ponto A é a origem do eixo das tangentes, e o sentido positivo desse eixo é "para cima", enquanto sentido negativo é "para baixo".



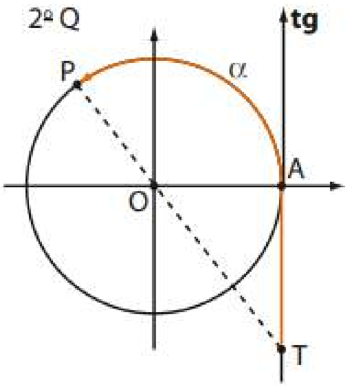

Traçamos uma reta que passa pelo centro da circunferência O e pelo ponto P, sendo que P ≠ B e P ≠ B'. Essa reta OP intersecta o eixo das tangentes no ponto T.

Por definição, a medida algébrica do segmento $\overline{AT}$ é a **tangente** do arco AP de medida angular α rad (ou tangente de α), Indicamos:

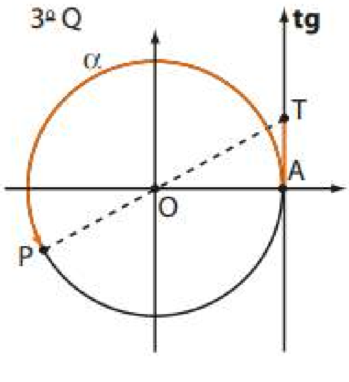
$$\text{tg}\ \alpha = \text{med}(\overline{AT})$$

Considerando o sentido positivo do eixo das tangentes, temos, para P pertencente ao primeiro quadrante: tg α > 0.

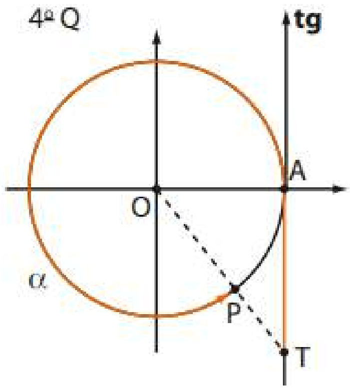
Façamos variar a posição de P nos demais quadrantes:




**T** está abaixo de **A**.
$\text{tg}\ \alpha < 0$




**T** está acima de **A**.
$\text{tg}\ \alpha > 0$



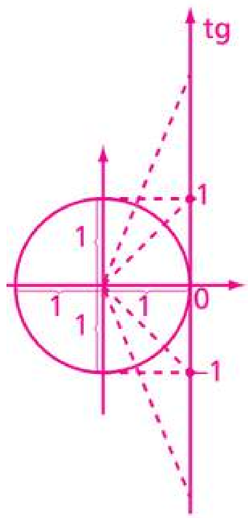

**T** está abaixo de **A**.
$\text{tg}\ \alpha < 0$

# CONCEITOS E CONTEÚDOS

## PENSE NISTO

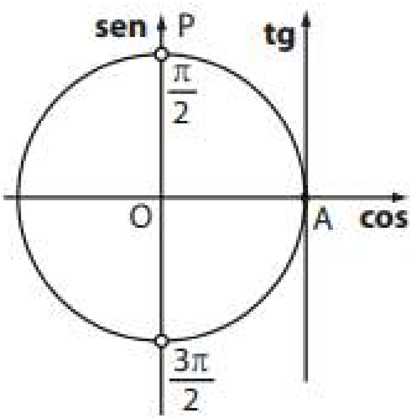
É verdade que $tg\alpha$ possui valor mínimo -1 e valor máximo igual a 1?

Não, embora $-1 \leq sen\alpha \leq 1$ e $-1 \leq cos\alpha \leq 1$ , $tg\alpha$ não é limitada.

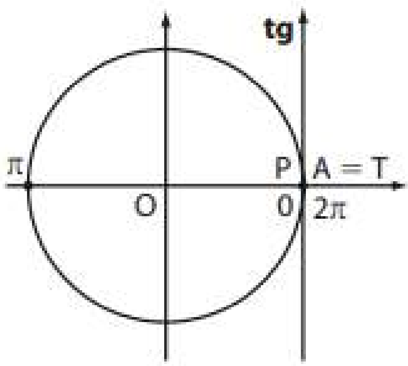



## OBSERVAÇÕES

- Se α = $\frac{\pi}{2}$ rad, o ponto P pertence ao eixo dos senos, e a reta OP é paralela ao eixo das tangentes. Neste caso, não se define tg $\frac{\pi}{2}$ rad. Analogamente, não se define tg $\frac{3\pi}{2}$ rad.



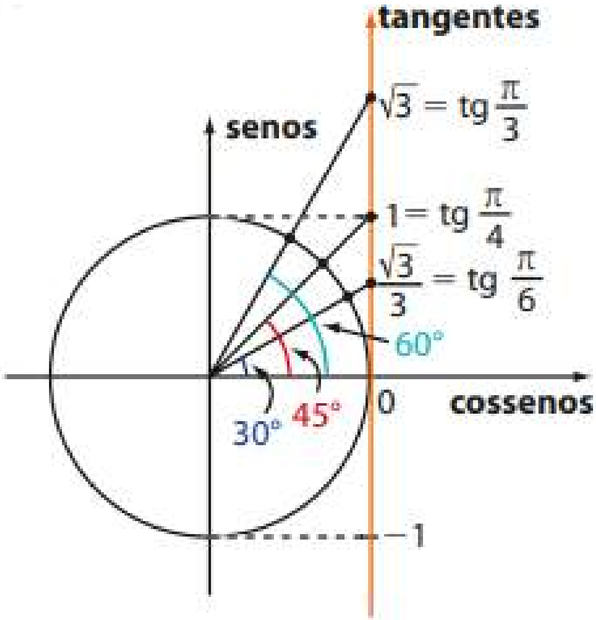

- Se α = 0 ou α = π ou α = 2π, em radianos, a reta OP intersecta o eixo das tangentes em sua origem A. Assim med (AT) = 0 e tg = 0, tg π = 0 e tg 2π = 0.



# CONCEITOS E CONTEÚDOS

## VALORES NOTÁVEIS

Já conhecemos os valores da tangente de ângulos notáveis quando estudamos a trigonometria no triângulo retângulo. Observe esses valores na circunferência trigonométrica abaixo:




$$\text{tg}\,\frac{\pi}{6} = \text{tg}\,30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

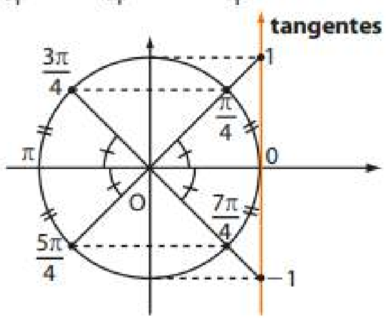
$$\text{tg}\,\frac{\pi}{4} = \text{tg}\,45° = 1$$

$$\text{tg}\,\frac{\pi}{3} = \text{tg}\,60° = \sqrt{3}$$

Com esses valores é possível determinar, por simetria, a tangente de outros arcos.

Exemplo:

Na circunferência trigonométrica seguinte, a partir de $\text{tg}\,\frac{\pi}{4} = 1$, vamos encontrar os valores de $\text{tg}\,\frac{3\pi}{4}$, $\text{tg}\,\frac{5\pi}{4}$ e $\text{tg}\,\frac{7\pi}{4}$. Observe a congruência entre os ângulos assinalados.

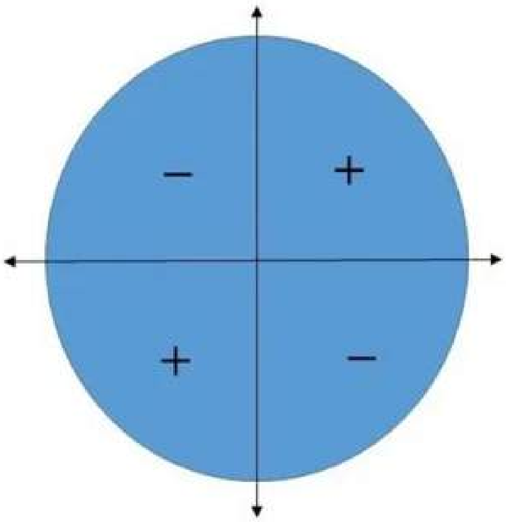



Assim:

$$\text{tg}\,\frac{3\pi}{4} = \text{tg}\,\frac{7\pi}{4} = -1$$

$$\text{tg}\,\frac{5\pi}{4} = \text{tg}\,\frac{\pi}{4} = 1$$

## CONCEITOS E CONTEÚDOS


**TANGENTE**

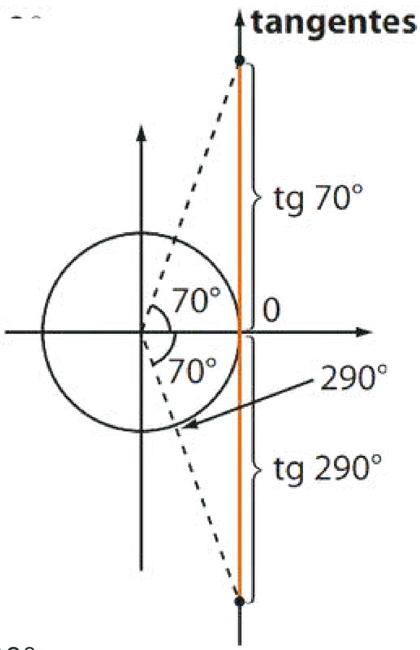
No círculo trigonométrico, o sinal da tangente é positivo quando o arco pertence ao primeiro ou ao terceiro quadrante. Já para arcos que estão no segundo ou no quarto quadrante, o sinal da tangente é negativo.

## EXERCICIOS RESOLVIDOS

**1**

Com o auxílio da tabela trigonométrica, encontre o valor de tg 290°.

Solução:




Observe que 360° - 70° = 290°.

Da figura, concluímos que tg 290° = −tg 70°.

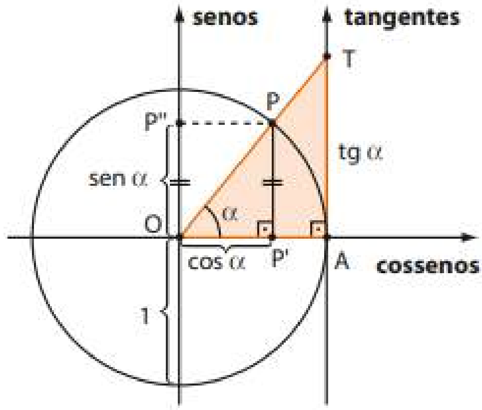
Consultando uma tabela trigonométrica, temos um valor aproximado:
tg 290°  = -2,74748

# CONCEITOS E CONTEÚDOS

## RELAÇÃO ENTRE TANGENTE, SENO E COSSENO

Vamos estabelecer uma importante relação da trigonometria envolvendo as três razões apresentadas: seno, cosseno e tangente.

Seja $\alpha$ um número real, com $0 \leq \alpha \leq 2\pi$, $\alpha \neq \frac{\pi}{2}$ e $\alpha \neq \frac{3\pi}{2}$.




Vamos supor que $\alpha$ seja distinto de 0, π e 2π. Lembrando que o arco AP possui medida angular de $\alpha$ rad.

Observando a figura ao lado, temos:

$OP' = \cos\alpha$ $\quad$ $AT = \text{tg}\,\alpha$

$OP'' = PP' = \text{sen}\,\alpha$ $\quad$ $OP = 1$ (raio)

Os triângulos OP'P e OAT são semelhantes, pois possuem em comum, além de um ângulo reto, também o ângulo de medida α. Podemos, então, estabelecer a proporção:

$$\frac{OP'}{OA} = \frac{P'P}{AT} \Rightarrow \frac{\cos\alpha}{1} = \frac{\text{sen}\,\alpha}{\text{tg}\,\alpha} \Rightarrow \text{tg}\,\alpha = \frac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha}$$

Se o ponto P pertence ao 2º , 3º ou 4º quadrantes, chega-se à mesma relação, usando procedimento similar.

- Se $\alpha \in \{0, \pi, 2\pi\}$, temos que $\text{tg}\,\alpha = 0$, $\text{sen}\,\alpha = 0$ e $\cos\alpha \neq 0$; daí $\text{tg}\,\alpha = 0 = \frac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha}$.

- Se $\alpha = \frac{\pi}{2}$ ou $\alpha = \frac{3\pi}{2}$, não se define a tangente.

Desse modo, se $\alpha \in \mathbb{R}$, $0 \leq \alpha \leq 2\pi$, $\alpha \neq \frac{\pi}{2}$ e $\alpha \neq \frac{3\pi}{2}$, vale a relação:

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha}$$

## CONCEITOS E CONTEÚDOS

**OBSERVAÇÃO**

Quando estudamos a trigonometria no triângulo retângulo, definimos, para um ângulo agudo $\alpha$:

m

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{\text{medida do cateto oposto a } \alpha}{\text{medida do cateto adjacente a } \alpha}$$

Note que essa definição é compatível com a relação apresentada anteriormente. De fato, considerando o triângulo retângulo OPP' da figura anterior, temos:

medida do cateto oposto a $\alpha$

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{PP'}{OP'} = \frac{OP''}{OP'} = \frac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha}$$

medida do cateto adjacente a $\alpha$

Os valores da tangente de ângulos notáveis e de outros ângulos podem ser obtidos usando a relação apresentada:

- Se $\alpha = \frac{\pi}{3}$, então $\text{tg}\,\frac{\pi}{3} = \dfrac{\text{sen}\,\frac{\pi}{3}}{\cos\frac{\pi}{3}} = \dfrac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$.

- Se $\alpha = \frac{\pi}{4}$, então $\text{tg}\,\frac{\pi}{4} = \dfrac{\text{sen}\,\frac{\pi}{4}}{\cos\frac{\pi}{4}} = \dfrac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 1$.

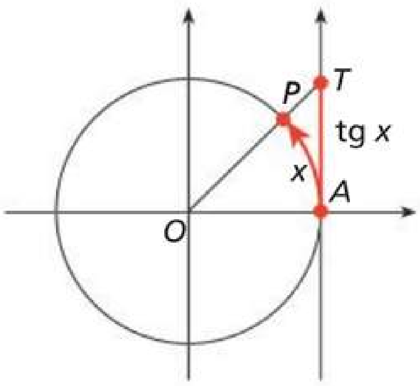
# CONCEITOS E CONTEÚDOS

## FUNÇÃO TANGENTE

Seja P a extremidade de um arco, na circunferência trigonométrica de centro O, correspondente ao número real x.

Considerando o ponto T de intersecção entre a reta $\overleftrightarrow{OP}$ e a reta tangente à circunferência pelo ponto A(1,0).

Sabemos que a ordenada do ponto T é a tangente do arco de medida x




A função **tangente** é a função $f: \mathbb{R} - \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\right\} \rightarrow \mathbb{R}$ que associa cada número real ***x*** do domínio ao número real tg ***x***, ou seja, $f(x) = \text{tg}\, x$.

Observação:

Quando $x$ é a medida de um arco côngruo a $\frac{\pi}{2}$ rad ou a $\frac{3\pi}{2}$ rad, não há intersecção da reta $\overleftrightarrow{OP}$ com a reta tangente à circunferência pelo ponto $A(1, 0)$. Por isso, a função tangente não está definida para $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$, com $k \in \mathbb{Z}$.

Vamos construir o gráfico dessa função, dada por f(x) = tg x, com os dados de uma tabela de valores para x. Inicialmente, vamos considerar x no intervalo [0, 2π]:

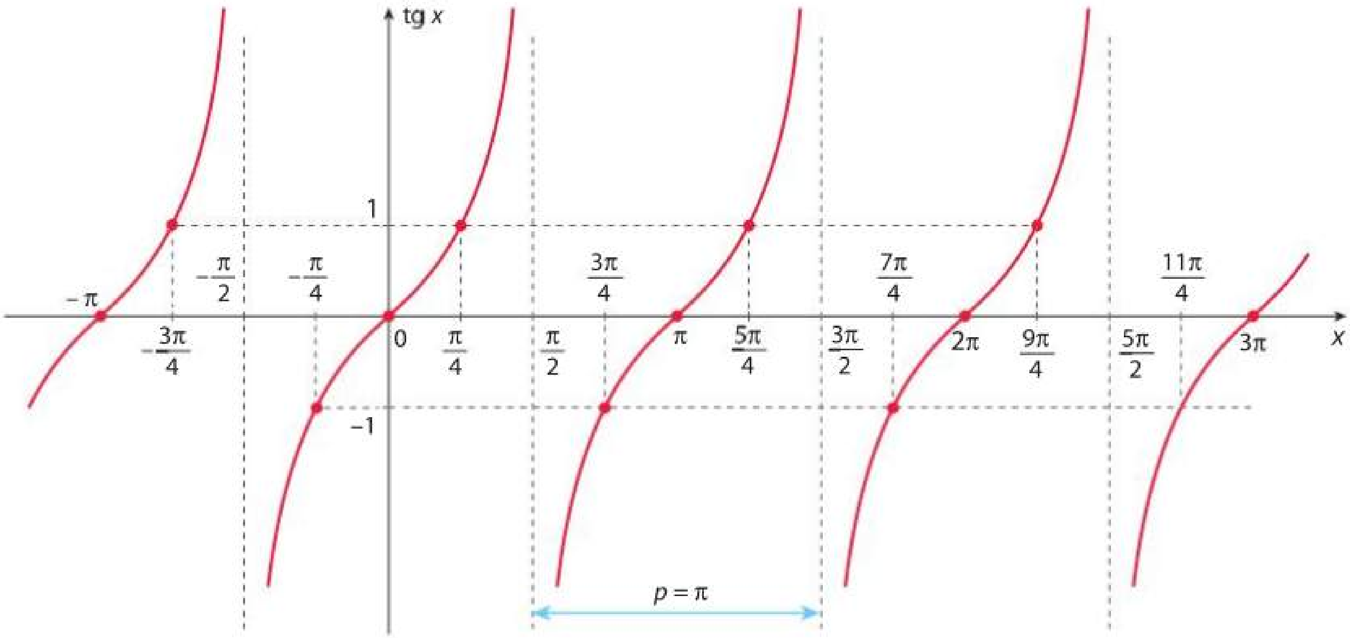
| $x$ | $0$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{3\pi}{4}$ | $\pi$ | $\frac{5\pi}{4}$ | $\frac{3\pi}{2}$ | $\frac{7\pi}{4}$ | $2\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **tg** $x$ | $0$ | $1$ | $\nexists$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $\nexists$ | $-1$ | $0$ |

## CONCEITOS E CONTEÚDOS

Para alguns valores de x maiores que 2π ou menores que zero, temos:

| $x$ | $\frac{9\pi}{4}$ | $\frac{5\pi}{2}$ | $\frac{11\pi}{4}$ | $3\pi$ | $-\frac{\pi}{4}$ | $-\frac{\pi}{2}$ | $-\frac{3\pi}{4}$ | $-\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **tg $x$** | 1 | $\nexists$ | $-1$ | 0 | $-1$ | $\nexists$ | 1 | 0 |

Assim, o gráfico da função tangente tem o seguinte formato:




### Características da função tangente

Por definição, o domínio da função tangente é $\mathbb{R} - \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$, e o contradomínio é $\mathbb{R}$.

Pelo seu gráfico, observamos ainda que a função tangente:

- é periódica, de período $\pi$;

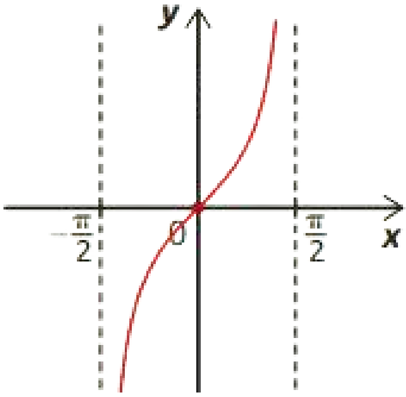
  $\operatorname{tg} x = \operatorname{tg}(x + \pi) = \operatorname{tg}(x + 2\pi) = \ldots = \operatorname{tg}(x + k\pi)$, com $k \in \mathbb{Z}$

- não é limitada, já que seu conjunto imagem é $\operatorname{Im} = ]-\infty, +\infty[$ ou $\mathbb{R}$.

As retas verticais que passam pelos pontos de abscissa $\frac{\pi}{2} + k\pi$, com $k \in \mathbb{Z}$, são denominadas assíntotas da curva que representa a função f, dada por f(x) = tg x.

# EXERCÍCIO RESOLVIDO

Observe o gráfico da função $f: \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[ \to \mathbb{R}$, dada pela lei de formação $f(x) = \operatorname{tg} x$.



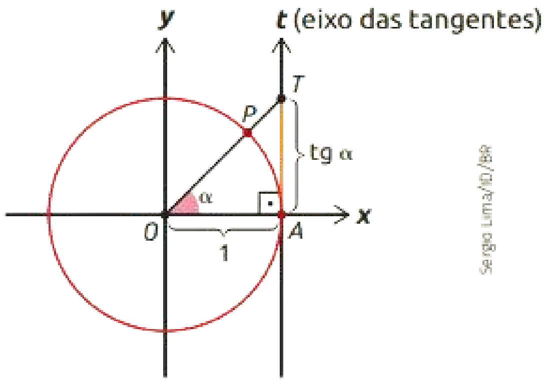

a) Indique o intervalo que corresponde à imagem da função tangente.

b) Por que o domínio dessa função $f$ não poderia ser um intervalo fechado com extremos em $-\frac{\pi}{2}$ e $\frac{\pi}{2}$?

**Resolução:**

a) Observando o gráfico, é possível perceber que os valores da função $f$ variam de $-\infty$ até $+\infty$. Portanto, a imagem dessa função é $\mathbb{R}$.

b) Considere a circunferência trigonométrica:




A $\operatorname{tg} \alpha$ corresponde à medida algébrica de $\overline{TA}$, em que $T$ é o ponto de intersecção da reta $t$ com a reta que contém $\overline{OP}$. Para $\alpha = -\frac{\pi}{2}$ e para $\alpha = \frac{\pi}{2}$, a reta que contém $\overline{OP}$ será paralela à reta $t$, não havendo um ponto de intersecção $T$ entre elas. Assim, para esses arcos, a tangente não está definida. Portanto, o domínio dessa função $f$ não poderia ser um intervalo fechado com extremos em $-\frac{\pi}{2}$ e $\frac{\pi}{2}$.

# CONCEITOS E CONTEÚDOS

## GRÁFICOS DE FUNÇÕES DO TIPO TRIGONOMÉTRICAS ENVOLVENDO A TANGENTE

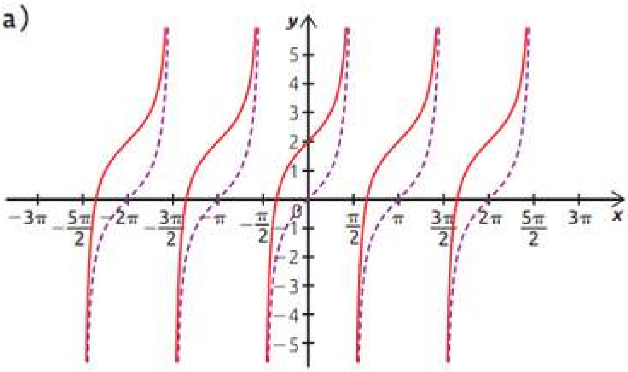
- **Função do tipo** $g(x) = a + b \cdot tg\,(c \cdot x + d)$

Considere a função $f(x) = tg(x)$

Ao compararmos os gráficos de f(x) e g(x), podemos perceber que as constantes **a**, **b**, **c** e **d** alteram o gráfico da função do tipo trigonométrica que envolve a tangente, em relação ao gráfico da função f, de maneira semelhante às alterações provocadas nos gráficos das funções do tipo trigonométricas que envolvem seno ou cosseno.

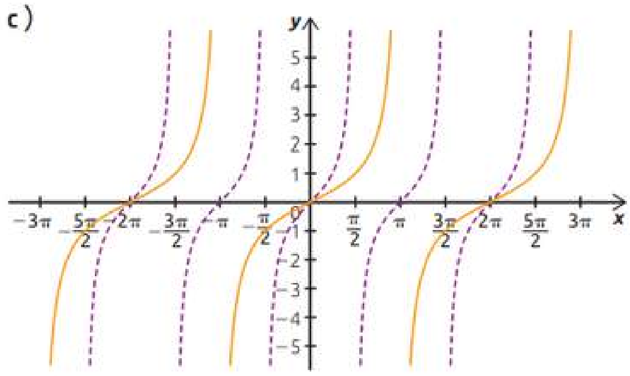
A seguir, estão representados exemplos de gráficos de funções do tipo trigonométricas que envolvem a tangente e o gráfico da função **f(x) = tg(x), em tracejado**. Observe as constantes **a**, **b**, **c**, **d** e as alterações provocadas no gráfico, em relação ao gráfico da função f.

a)



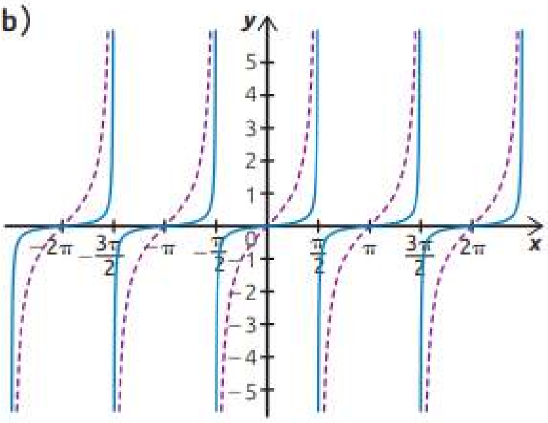

Constante a:
o gráfico transladou verticalmente (para cima, pois a>0)

c)



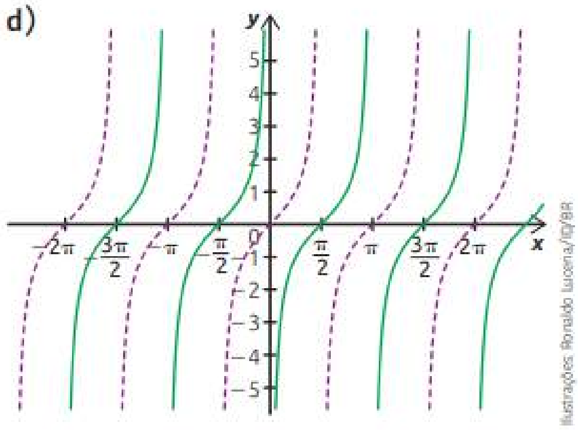

Constante c:
o gráfico foi ampliado horizontalmente (para 0 < c < 1)

b)




Constante b:
o gráfico comprimiu verticalmente (para 0 < b < 1)

d)




Constante d:
o gráfico transladou horizontalmente.

# CONCEITOS E CONTEÚDOS

## GRÁFICOS DE FUNÇÕES DO TIPO TRIGONOMÉTRICAS ENVOLVENDO A TANGENTE

O período das funções do tipo trigonométricas que envolvem tangente é dado por $p = \dfrac{\pi}{|c|}$.

### PARA SABER MAIS

**Aponte a câmera do seu celular para o QR CODE ao lado ou clique no botão abaixo para assistir à aula do Portal da Matemática OBMEP sobre período das funções que envolvem tangente.**

**clique aqui**

# SUGESTÕES DE AULAS - PORTAL DA MATEMÁTICA OBMEP

**Função Tangente**

Nesta aula, utilizamos o Geogebra para visualizar propriedades importantes da função tangente. Observamos que a imagem da função tangente é $(-\infty, +\infty)$ e que a função não está definida nos pontos da forma $n\pi + \pi/2$, com $n$ inteiro.

**clique aqui**

**Gráficos - Função Tangente**

Nesta aula, esboçamos o gráfico da função tangente no quadro. Vamos que o período dessa função seja igual a $\pi$, o que difere dos períodos das funções seno e cosseno, que são iguais a $2\pi$. No final, visualizamos os gráficos da função tangente no

**clique aqui**

**Função Tangente - Exercícios**

Nesta aula, resolvemos dois exercícios sobre função tangente. Determinamos o domínio e a imagem das funções $f$ e $g$ dados por $f(x) = \mathrm{tg}(3x)$ e $g(x) = \mathrm{tg}(2x + \pi/2)$.

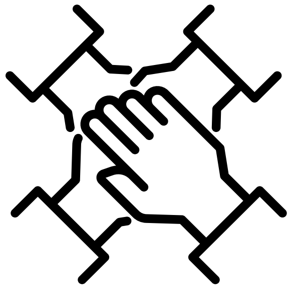
**clique aqui**

**Exercício - Período das funções que envolvem tangente**

Nesta aula, resolvemos dois exercícios sobre função tangente. Determinamos o período das funções $f$ e $g$ dadas por $f(x) = \mathrm{tg}(2x)$ e $g(x) = -3 + 2\,\mathrm{tg}(\pi/4 - x/2)$. No final, visualizamos o gráfico dessas funções no Geogebra.

**clique aqui**

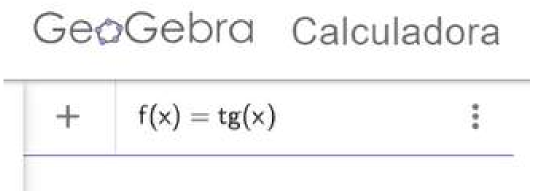
# SUGESTÃO DE ATIVIDADE EM GRUPO



Ao clicar no link abaixo ou apontar a câmera do celular para o QR CODE ao lado, você será redirecionado para o site do GeoGebra.

**clique aqui**

Em grupo, acesse o site do GeoGebra e escreva no campo sinalizado com o sinal +, conforme a figura abaixo, as funções a seguir. Observem o que acontece com o gráfico ao mudar a função em cada ação e depois respondam o que aconteceu em cada ação.




**AÇÃO 1**

- f(x) = tg (x)
- f(x) = tg (2x)
- f(x) = tg (3x)
- f(x) = tg (4x)

**AÇÃO 2**

- f(x) = tg (x)
- f(x) = tg (-x)
- f(x) = tg (-2x)
- f(x) = tg (-3x)

**AÇÃO 3**

- f(x) = 1 + tg (x)
- f(x) = 2 +tg (x)
- f(x) = 3 + tg (x)
- f(x) = 4 + tg (x)

**AÇÃO 4**

- $f(x) = tg(x)$
- $f(x) = 2tg(x)$
- $f(x) = 3tg(x)$
- $f(x) = \frac{1}{2} \cdot tg(x)$

**AÇÃO 5**

- $f(x) = tg(x)$
- $f(x) = tg(x + \frac{\pi}{2})$
- $f(x) = tg(x + \pi)$

# ATIVIDADES PARA OS ESTUDANTES

## Atividade 1

É correto afirmar que tg 150º é:

a) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

b) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

c) $-\sqrt{3}$

d) $\sqrt{3}$

e) $-1$

## Atividade 2

É correto afirmar que tg 300º é:

a) $1$

b) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

c) $-\sqrt{3}$

d) $\sqrt{3}$

e) $-1$

## Atividade 3

É correto afirmar que tg $\frac{5\pi}{4}$ é:

a) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

b) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

c) $\sqrt{3}$

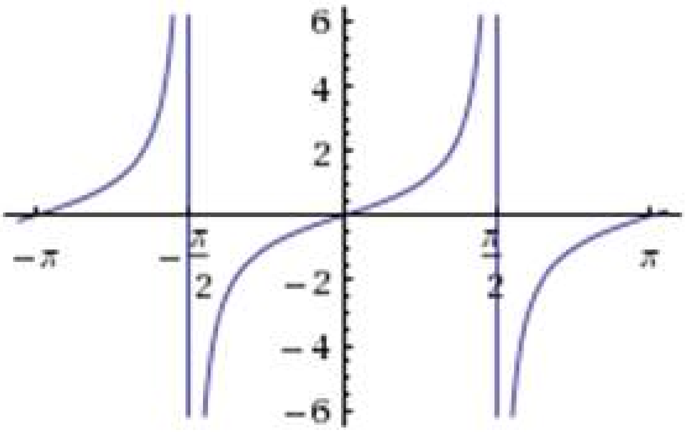
d) $1$

e) $-1$

# ATIVIDADES PARA OS ESTUDANTES

## Atividade 4

Qual a função que melhor representa esse gráfico no intervalo [−π,π]?




A) $y = tg(\frac{x}{2})$.

B) $y = tg(x)$.

C) $y = sen\ (2x)$.

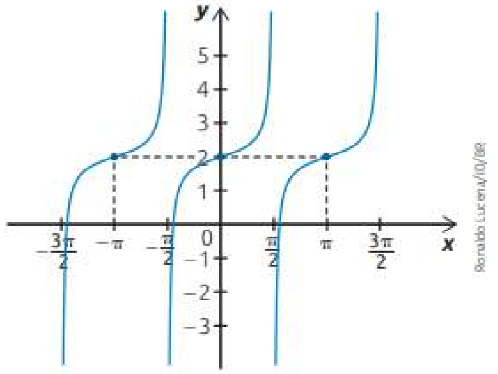
D) $y = -cos\ (x)$.

E) $y = 2\ cos\ (x)$

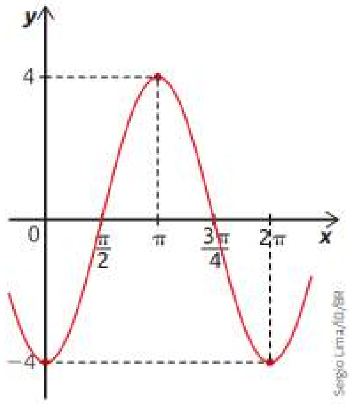
## Atividade 5

O gráfico que representa a função $h(x) = 2 + \frac{1}{3}\text{tg}(x)$ é:

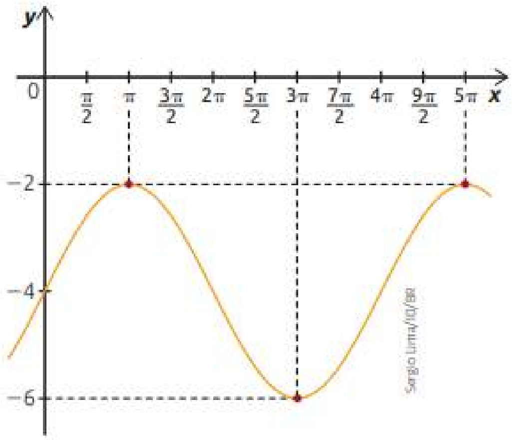
I )



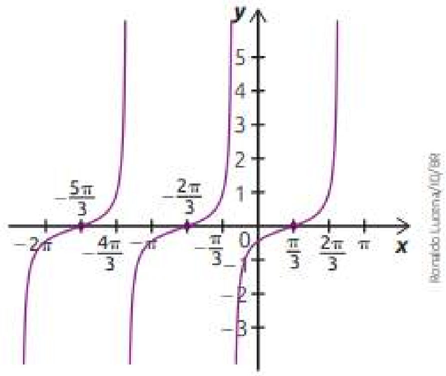

III )




II )




IV )

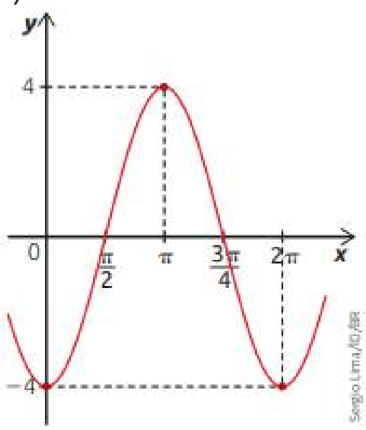


# ATIVIDADES PARA OS ESTUDANTES

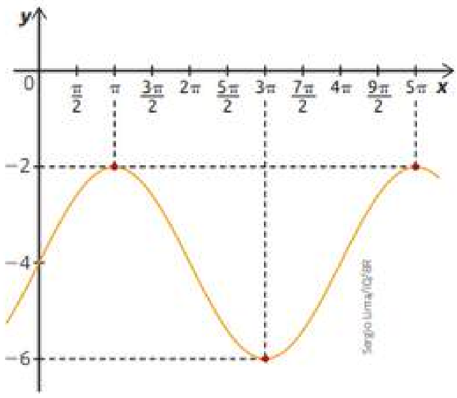
**Atividade 6**

O gráfico que representa a função $m(x) = \frac{1}{3}\,\mathrm{tg}\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ é:

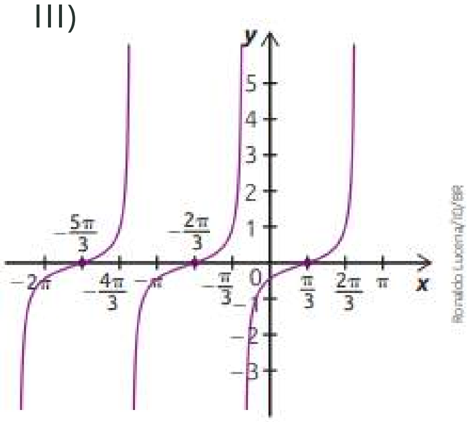
I)




II)

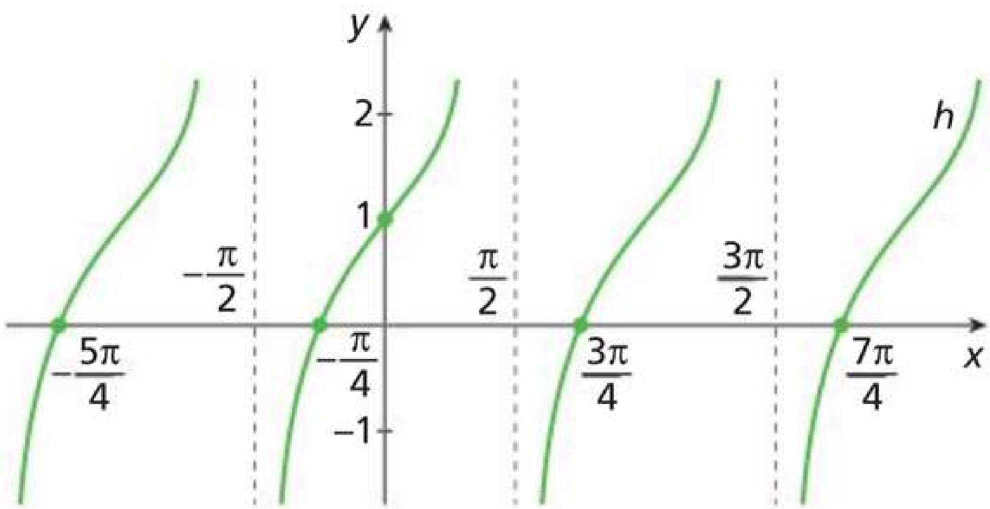



III)




**Atividade 7**

A curva abaixo é a representação gráfica da função, tal que (x) = 1 + tg x.




Analisando o gráfico, responda às questões.

a) Qual é o período da função h?

b) Por quais valores de x passam as assíntotas da função h?

**GABARITO**

**ATIVIDADE 1: B**
**ATIVIDADE 2: C**
**ATIVIDADE 3: D**
**ATIVIDADE 4: B**
**ATIVIDADE 5: Gráfico I**
**ATIVIDADE 6: GRÁFICO III**
**ATIVIDADE 7:**

a) Qual é o período da função h?

$$\pi$$

b) Por quais valores de x passam as assíntotas da função h?

$$\frac{\pi}{2} + k\pi\,,\ k \in \mathbb{Z}$$

# REFERÊNCIAS


Bonjorno, José Roberto. Prisma Matemática : ensino médio : área do conhecimento : matemática e suas tecnologias / José Roberto Bonjorno, José Ruy Giovanni Júnior, Paulo Roberto de Câmara de Sousa. - 1.ed. - São Paulo : Editora FTD, 2020.

Conexões com a matemática / organizadora Editora Moderna ; obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna ; editor responsável Fabio Martins de Leonardo. - 3. ed. - São Paulo : Moderna, 2016.

Dante, Luiz Roberto. Matemática: contexto & aplicações : ensino médio / Luiz Roberto Dante. -- 3. ed. -- São Paulo : Ática, 2016.

Matemática, primeira série, ensino médio: autores. Ana Lúcia Bordeaux... [et al.], coordenação João Bosco Pitombeira; - Rio de Janeiro: Fundação Roberto Marinho, 2005. 376p. :il. - (Multicurso; Coleção completa; v.1)

Portal da Matemática - OBMEP. Acesso https://portaldaobmep.impa.br/index.php/modulo/ver?modulo=42 em 30/09/2024.