CONEXÕES MATEMÁTICAS

QUINZENA
07
28/04 a 02/05

SEDU - 2025

GOVERNO DO ESTADO
DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

Material Estruturado

SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL

GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

1ª Série| Ensino Médio

MATEMÁTICA

FUNÇÃO AFIM

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM	DESCRITOR(ES) DO PAEBES
EM13MAT401 Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica. **EM13MAT315** Investigar e registrar, por meio de um fluxograma, quando possível, um algoritmo que resolve um problema.	• Expressar graficamente regularidades em relações que apresentam variação constante entre duas grandezas. • Investigar gráficos de funções polinomiais do 1º grau a partir de translações e reflexões aplicadas na função elementar f(x) = a.x • Interpretar situações descritas por função afim apresentada algébrica ou graficamente. • Resolver problemas envolvendo função afim apresentada algébrica ou graficamente. • Registrar por meio de fluxograma um algoritmo que resolve problema envolvendo função afim.	**D071_M** Analisar crescimento/ decrescimento, zeros de funções reais apresentadas em gráficos. **D078_M** Corresponder uma função polinomial do 1º grau a seu gráfico.

Contextualização

Você já parou para pensar em como um computador resolve problemas matemáticos ou realiza tarefas complexas com tanta precisão e rapidez? Por trás disso, existe um conceito fundamental: os ***algoritmos***.

Algoritmos são conjuntos de passos organizados logicamente que permitem resolver problemas de forma eficiente. Esses passos podem ser aplicados tanto na programação quanto em questões do dia a dia, como planejar uma viagem ou calcular despesas mensais.

Na ***Matemática Computacional***, os algoritmos desempenham um papel essencial. Eles permitem transformar ideias e raciocínios matemáticos em processos que podem ser interpretados por máquinas, como computadores e calculadoras. E para tornar esses processos ainda mais claros e organizados, utilizamos uma ferramenta visual chamada fluxograma.

O ***fluxograma*** é uma representação gráfica de um algoritmo. Por meio de símbolos padronizados, ele descreve os passos necessários para resolver um problema, desde o início até a solução final. Essa abordagem visual ajuda a entender, testar e melhorar os processos.

Neste material, você aprenderá sobre os algoritmos e como criar fluxogramas para resolver problemas matemáticos, especialmente no contexto das ***funções afins***. Vamos explorar como unir raciocínio lógico e ferramentas gráficas para desenvolver habilidades que vão muito além da sala de aula, abrangendo tecnologia, trabalho e ciências!

canva

Prepare-se para entrar no mundo da Matemática Computacional e descobrir como organizar ideias e resolver desafios de maneira eficiente e criativa!

Bons estudos!

Conceitos e Conteúdos

ZERO DA FUNÇÃO AFIM

O valor de x para o qual a função afim dada pela lei ***f*(x) = ax + b** se anula, ou seja, para o qual ***f*(x) = 0**, denomina-se ***zero da função afim***. Para determinar o zero de uma função afim basta encontrar o valor real de x que satisfaz a equação ***ax + b = 0***.

Veja alguns exemplos.

- Função: ***f*(x) = 2x−4**

Para encontrar o zero da função, faremos ***f*(x) = 0** :

$$2x - 4 = 0$$
$$2x = 4$$
$$x = \frac{4}{2}$$
$$x = 2$$

Zero da função: ***x = 2***

Isso significa que o gráfico cruza o eixo x no ponto (2, 0).

- Função: ***f*(x) = −3x + 9**

  Para encontrar o zero da função, faremos ***f*(x) = 0** :

$$-3x + 9 = 0$$
$$-3x = -9$$
$$x = \frac{-9}{-3}$$
$$x = 3$$

  Zero da função: ***x = 3***

  Isso indica que o gráfico cruza o eixo x no ponto (3, 0).

- Função: ***f*(x) = x - 7**

  Para encontrar o zero da função, faremos ***f*(x) = 0** :

  x - 7 = 0
  x = 7

  Zero da função: ***x = 7***

  Isso indica que o gráfico cruza o eixo x no ponto (7, 0).

Esses exemplos ilustram como determinar o ponto onde a função afim intercepta o eixo x, conhecido como o zero da função.

ZERO DA FUNÇÃO AFIM NO GRÁFICO

O zero da função afim dada por ***f*(x) = ax + b,** no gráfico, é a abscissa (x) do ponto de intersecção do gráfico da função com o eixo x, ou seja quando *f(*x) = 0.
Por exemplo, dada a função afim definida por ***f*(x) = 2x - 6** , temos:

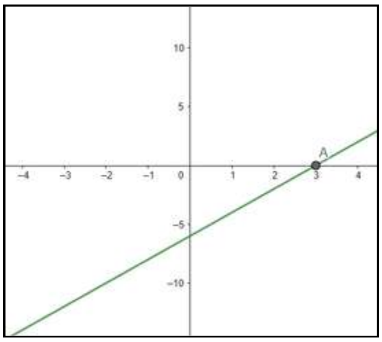
Para encontrar o zero da função, faremos ***f*(x) = 0** :

$$2x - 6 = 0$$
$$2x = 6$$
$$x = \frac{6}{2}$$
$$x = 3$$

Zero da função: ***x = 3***

Isso indica que a reta, o gráfico desta função, intersecta (toca) o eixo x no ponto (3, 0).

Gráfico da Função
f(x) = 2x − 6



Ponto **A (3, 0)** representa o zero da função.

ESTUDO DO SINAL DA FUNÇÃO AFIM

O estudo do sinal de uma função afim envolve determinar para quais valores da variável independente (x) a função assume valores positivos, negativos ou é igual a zero. Essa análise é especialmente útil para interpretar e tomar decisões em diversas áreas, como Economia, Física e Meio Ambiente.

Considerando uma função f, de domínio D(f), temos:
- f é ***positiva*** para os valores de $x \in D(f)$ em que $f(x) > 0$;
- f é ***negativa*** para os valores de $x \in D(f)$ em que $f(x) < 0$;
- f é ***nula*** para os valores de $x \in D(f)$ em que $f(x) = 0$ (zero da função).

Para estudar o sinal de uma função afim dada por ***f*(x) = ax + b**, considerando $a \neq 0$, devemos:

1º - Determinar o zero da função
2º- Desenhar um esboço do gráfico da função afim, levando em consideração o fato de ela ser crescente ($a > 0$) ou ser decrescente ($a < 0$).
3º - Analisar o esboço e apontar onde a $f(x) > 0$, $f(x) < 0$ e $f(x) = 0$

Para exemplificar o que foi posto vamos analisar um exemplo prático, na próxima página.

Vamos analisar um exemplo prático: Poluição de um Rio

agerh.es.gov

Rio Jucu Braço Norte
Foto: Rodrigo de Macêdo Mello

Imagine que a concentração de um poluente em um rio depende da quantidade de resíduos industriais despejados por uma fábrica. A concentração (C) medida em miligramas por litro é dada pela função:

$$C(x) = 2x - 10$$

onde x é a quantidade de resíduos despejados (em toneladas por mês).

ESTUDO DO SINAL DA FUNÇÃO

1º- Encontrar o Zero da Função:

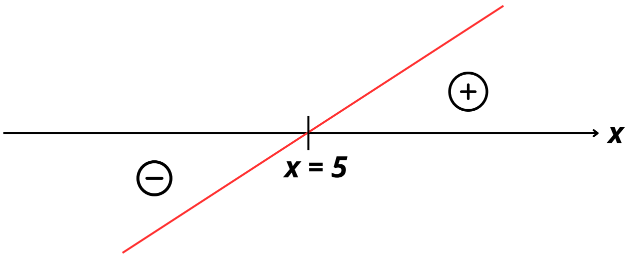
Para encontrar o ponto em que C(x) = 0, resolvemos a equação:

$$2x = 10$$
$$x = \frac{10}{2}$$
$$x = 5$$

Isso significa que, quando 5 toneladas de resíduos são despejadas, a concentração de poluentes é zero.

2º- Fazer o esboço do gráfico

Como a função C(x) = 2x−10 , tem a = 2 , a > 0. Então a função é crescente.
Assim a reta estará voltada para a direita.



3º - Analisar o esboço e apontar onde a C(x) > 0 , C(x) < 0 e C(x) =0

- x > 5 ⇒ C(x) > 0 , indicando um aumento na concentração de poluentes no rio.
- x < 5 ⇒ C(x) < 0, a concentração de poluentes não pode ser negativa no contexto físico, consideramos isso como uma ausência significativa de poluição.
- x = 5 ⇒ C(x) = 0, indicando que a concentração de poluentes é zero.

Assim para este exemplo podemos afirmar que:

- Se a fábrica mantiver a quantidade de resíduos abaixo de 5 toneladas por mês (x<5), a concentração de poluentes será aceitável ou inexistente.
- Caso os resíduos excedam 5 toneladas (x>5), a concentração de poluentes se tornará positiva, aumentando o risco de degradação ambiental e afetando a vida aquática.

Exercícios Resolvidos

EXERCÍCIO 1

Um automóvel andava a 90 km/h, o que equivale a 25 m/s, até o momento em que é freado. Com isso, sua velocidade v, em metros por segundo, varia em função do tempo t, em segundos, de acordo com a lei ***v = 25 − 5t*** , até o instante em que o automóvel para completamente (v = 0 m/s).

a) Qual é o instante em que o automóvel para completamente?
b) Qual é o domínio dessa função?
c) Construa o gráfico dessa função.
d) Qual é a taxa de variação da função v?

SOLUÇÃO

a) Para obter o instante no qual o automóvel para completamente determinamos o zero da função v = 25 − 5t. Resolvendo temos:

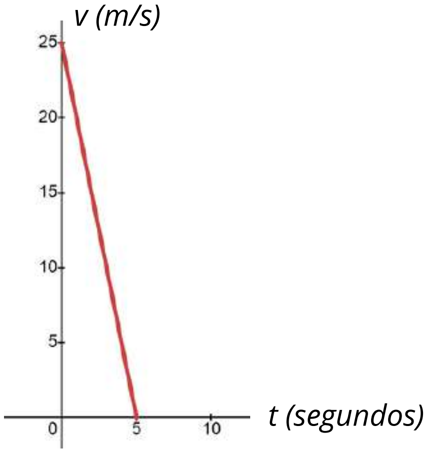
$$0 = 25 - 5t$$
$$-5t = -25$$
$$t = \frac{-25}{-5}$$
$$t = 5$$

Portanto o automóvel para completamente no instante *t* = 5 segundos.

b) A situação ocorre do instante inicial (*t* = 0 segundos) até o momento em que o automóvel para completamente (*t* = 5 segundos) , portanto o domínio da função é D(*v*) = [0 , 5] .

c) Como a lei da função *v* é da forma *y* = *ax*+*b* então essa função é uma função afim. Como $0 \leq t \leq 5$, o gráfico de *v* é um segmento de reta. Para construí-lo escolhemos dois valores de *t* no domínio e assim obtemos os pares ordenados de dois pontos pertencentes ao gráfico, localizamos estes pontos no sistema cartesiano e traçamos o segmento de reta como indicado abaixo.

t	***v = 25 - 5t***	***(t,v)***
0	25 - 5.0 = 25	(0, 25)
5	25 - 5 · 5 = 0	(5, 0)



Observe que D(*v*) = [0, 5] e Im(*v*) = [0, 20].

d) Como a função *v* é dada na forma ***y = ax+b***, a taxa de variação de *v* é dado pelo coeficiente *a*. Logo, a taxa de variação de *v* é **-5**.

EXERCÍCIO 2

Determine o valor de ***h*** de modo que o gráfico da função, definida por ***f*(x)= 3x + *h* - 2**, cruze o eixo y no ponto de ordenada 4.

SOLUÇÃO

Passo 1: Revisar o conceito do ponto de interseção com o eixo y
O gráfico de uma função cruza o eixo y quando x = 0. Para encontrar o ponto onde a função cruza o eixo y, substituímos x = 0 na expressão da função.

Passo 2: Substituir x = 0 na função
A função dada é:
$f(x) = 3x + h - 2$
Substituímos x = 0:
$f(0) = 3 \cdot (0) + h - 2$
$f(0) = h - 2$

Passo 3: Igualar à ordenada fornecida
Sabemos que o gráfico cruza o eixo y no ponto de ordenada 4. Ou seja: $f(0) = 4$
Agora, basta igualar a expressão ***h* − 2** ao valor 4: $h - 2 = 4$

Passo 4: Resolver a equação
Para encontrar o valor de h
$h - 2 = 4$
$h = 4 + 2$
$h = 6$

Resposta: O valor de h para que o gráfico da função $f(x) = 3x + h - 2$ cruze o eixo y no ponto de ordenada 4 é $h = 6$.

EXERCÍCIO 3

Antônio é um pequeno comerciante que vende melancias em sua barraca na feira local. Ele enfrenta um custo fixo mensal de R$500,00, que inclui despesas como aluguel da barraca, transporte e a taxa da licença de feirante. Cada melancia é vendida por R$25,00, e Antônio está se perguntando quantas melancias precisa vender para cobrir os custos fixos e, além disso, começar a obter lucro no final do mês.


canva

Ajude João a calcular o número mínimo de melancias que ele deve vender para garantir que suas receitas superem os custos.

SOLUÇÃO

Observe que o **lucro** é dado em função do número *x* de melancias vendidas, e a lei da função é ***f*(x) = 25x - 500**. Para resolver a questão do comerciante, devemos determinar os valores reais de *x* tais que *f*(x) > 0, ou seja devemos fazer o estudo de sinal da função, acompanhe a resolução.

ESTUDO DO SINAL DA FUNÇÃO

1º- Encontrar o Zero da Função

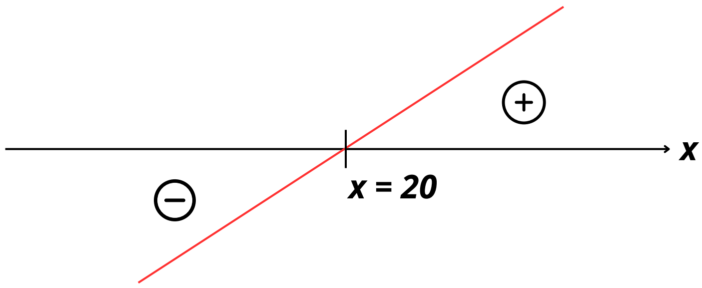
Para encontrar o ponto em que *f*(x) = 25x - 500, resolvemos a equação:

$$25x - 500 = 0$$
$$25x = 500$$
$$x = \frac{500}{25}$$
$$x = 20 \qquad \text{(zero da função)}$$

Isso significa que, quando ele vender 20 melancias , não haverá nem lucro nem prejuízo.

2º- Fazer o esboço do gráfico

Como a função *f*(x) = 25x - 500 , tem a = 25 , a > 0. Então a função é crescente.
Assim a reta estará voltada para a direita.



3º - Analisar o esboço e apontar onde a f(x) > 0 , f(x) < 0 e f(x) = 0

- x > 20 $\Rightarrow$ *f*(x) > 0 , (haverá lucro)
- x < 20 $\Rightarrow$ *f*(x) < 0, (haverá prejuízo)
- x = 20 $\Rightarrow$ *f*(x) = 0, (não haverá lucro nem prejuízo)

Assim, Antônio precisa vender mais de 20 melancias para começar a ter lucro. Como não é possível vender uma fração de melancia, concluímos que, ele precisa vender pelo menos ***21 melancias*** para obter lucro ao final do mês.

Material Extra

LIVRO MATEMÁTICA EM CONTEXTOS -
FUNÇÃO AFIM E FUNÇÃO QUADRÁTICAS

- Para consolidação dos conteúdos apresentados neste material, sugerimos as atividades das páginas:50 , 52 e 53.

LIVRO MATEMÁTICA PRISMA -
CONJUNTOS E FUNÇÕES

- Para consolidação dos conteúdos apresentados neste material, sugerimos as atividades das páginas: 97, 104 e 105.

ASSISTA AO VÍDEOS APONTANDO O CELULAR PARA O QR CODE ABAIXO OU CLIQUE NO BOTÃO.

VÍDEO AULA SOBRE ESTUDO DO SINAL DA FUNÇÃO AGIM

Atividades

ATIVIDADE 1

Como vimos, a **raiz** (ou zero) da função afim **f(x) = ax + b** é o valor de x em seu domínio tal que **f(x) = 0**. Com base nessa definição, a raiz da função afim **f(x) = 4x – 16** é:

A) x = – 16.
B) x = – 2.
C) x = 3.
D) x = 4.
E) x = 16.

ATIVIDADE 2

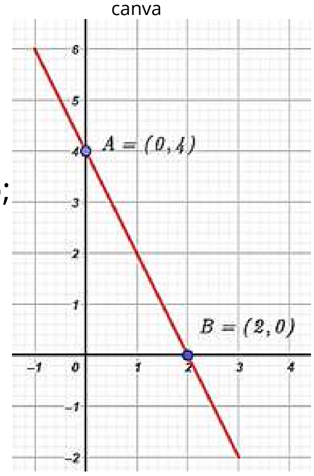
Um mergulhador possui um tanque de oxigênio com capacidade para 900 L. Ele mergulha na água com o tanque completamente cheio e, por questões de segurança, deve emergir antes que o oxigênio se esgote. A cada minuto que o mergulhador permanece submerso gasta 20 L de oxigênio. A função que relaciona a quantidade de oxigênio **Q** restante no tanque com o tempo **t**, em minutos, que esse mergulhador permanece submerso é uma **função afim** dada por **Q = 900 – 20t**.
Quanto tempo, no máximo, esse mergulhador pode ficar submerso sem que lhe falte oxigênio (Q = 0)?

A)45 minutos
B)43 minutos
C)41 minutos
D)39 minutos
E) 37 minutos

ATIVIDADE 3

A seguir, temos o **gráfico** de uma função afim **y = f(x)** que passa pelos pontos A = (0, 4) e B = (2, 0) no plano cartesiano.

canva

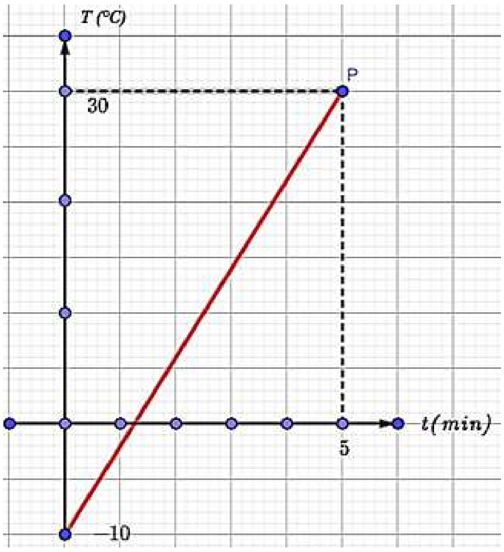


Em relação a essa função foram feitas três afirmações:
I. O valor x = 4 é a raiz dessa função;
II. A função y = f(x) é positiva para todo x > 2 em seu domínio;
III. A função y = f(x) é negativa para todo x > 2 em seu domínio;
É correto o que se afirma em:

A) I e II apenas
B) I e III apenas
C) II apenas
D) III apenas
E) Nenhuma

ATIVIDADE 4

O gráfico representa a variação da **temperatura T**, medida em graus Celsius, de uma barra de ferro em função do **tempo t**, medido em minutos.



Com base nas informações do gráfico, pode-se estimar que a temperatura dessa barra atingiu **0 °C** no instante **t** igual a:

A) 1 min e 15 s.
B) 1 min e 20 s.
C) 1 min e 25 s.
D) 1 min e 30 s.
E) 1 min e 35 s.

Dica: Encontre a lei da função afim associada ao gráfico e calcule a raiz dessa função**.**

ATIVIDADE 5


canva

Maria tem uma loja de roupas e **compra** cada peça por R$50,00. Ela **vende** cada peça por R$120,00. No entanto, ela também tem um **custo fixo** mensal de R$3500,00 que inclui aluguel, salários e outras despesas.

O lucro **L** conseguido por Maria em um mês pode ser representada pela função afim **L(x) = 70x – 3500**, onde **x** é o número de peças vendidas.

Maria quer saber para qual **valor de x** ela começará ter **lucro**. Que valor de x é esse?

A) x = 49
B) x = 50
C) x = 51
D) x = 52
E) x = 53

ATIVIDADE 6

Qual das opções a seguir melhor define um **fluxograma**?

A) Um diagrama que representa o fluxo de dados dentro de um sistema.
B) Um conjunto de instruções escritas para a execução de um programa de computador.
C) Uma representação gráfica das etapas de um processo ou sistema.
D) Um documento que detalha os requisitos de um projeto.
E) Um gráfico que mostra a relação entre diferentes variáveis.

canva

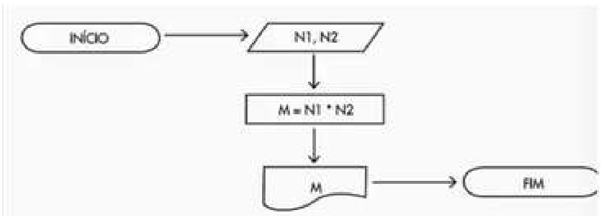
ATIVIDADE 7

Observe a tabela a seguir com os significados de cada símbolo utilizado em **fluxograma**.

TABELA 1.1 Conjunto de símbolos utilizados no fluxograma.

⬭	Símbolo utilizado para indicar o início e o fim do algoritmo.
↓	Permite indicar o sentido do fluxo de dados. Serve exclusivamente para conectar os símbolos ou blocos existentes.
▭	Símbolo utilizado para indicar cálculos e atribuições de valores.
▱	Símbolo utilizado para representar a entrada de dados.
(documento)	Símbolo utilizado para representar a saída de dados.
◇	Símbolo utilizado para indicar que deve ser tomada uma decisão, apontando a possibilidade de desvios.

No fluxograma abaixo o *paralelogramo* recebe dois valores **N1** e **N2** e passa para o *retângulo* efetivar a multiplicação desses dois valores e enviar o resultado **M** dessa multiplicação e logo depois, encerra o processo.



Vamos supor que você queira calcular a imagem de **x = 20** na função ***M = 15x + 18*** por meio desse fluxograma. Para isso, basta entrar no paralelogramo com três variáveis **N1 = 15**, **N2 = 20** e **N3 = 18** e enviar para o retângulo com a operação ***M = N1 · N2 + N3***. Qual seria o valor de **M** no final desse processo?

A) 570
B) 540
C) 318
D) 53
E) 51

ATIVIDADE 8

Usando o **fluxograma** da atividade anterior, escreva uma sequência lógica para resolver o seguinte problema:

Um taxista cobra um valor fixo de 20 reais (bandeirada) por uma corrida mais um valor variável de 5 reais por cada quilômetro percorrido. Se numa corrida ele cobrou 75 reais, então quantos quilômetros ele teve que dirigir?

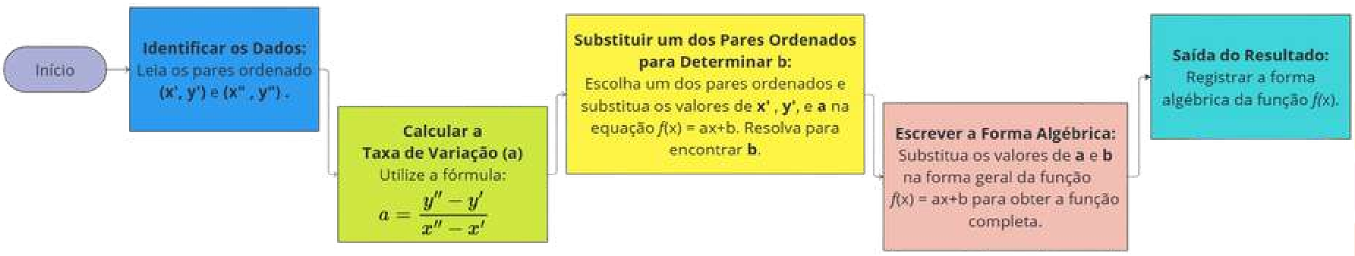
ATIVIDADE 9

Usando a **sequência lógica** a seguir, você deve calcular o valor de **x** que faz a função afim **f(x) = 8x – 12** retornar um valor igual a **f(x) = 8**. Que valor de x é esse?

A) 2,0
B) 2,5
C) 3,0
D) 3,5
E) 4,0

ATIVIDADE 10

Use a **sequência lógica** abaixo para resolver o seguinte problema:
Encontrar a **forma algébrica** da função afim cujo gráfico (reta) passa pelos pontos **P = (3, 3)** e **Q = (–1, 1)**.



A) y = 0,5x + 4,5
B) y = – 0,5x – 4,5
C) y = 4,5x – 0,5
D) y = – 0,5x + 4,5
E) y = – 4,5x + 0,5

Gabarito

ATIVIDADE 01: D
ATIVIDADE 02: A
ATIVIDADE 03: D
ATIVIDADE 04: A
ATIVIDADE 05: C
ATIVIDADE 06: C
ATIVIDADE 07: C
ATIVIDADE 08: 11 km
ATIVIDADE 09: B
ATIVIDADE 10: D

RESOLUÇÃO PARA O(A) PROFESSOR(A)

ATIVIDADE 1

Pela definição, a raiz dessa função é o valor de x tal que 4x – 16 = 0, ou seja, 4x = 16 o que implica em x = 4.
*Portanto, a opção correta é a **letra D**.*

ATIVIDADE 2

Quando o oxigênio acaba, temos Q = 0, ou seja, estamos procurando a raiz da função Q = 900 – 20t, que é o mesmo que procurar o valor de t tal que 900 – 20t = 0, o que equivale a 900 = 20t. Dividindo 900 por 20 chegamos a conclusão que t = 45 minutos.
*Portanto, a opção correta é a **letra A**.*

ATIVIDADE 3

I. Falsa, pois x = 2 é que faz y = 0, ou seja, o gráfico da função passa pelo ponto (2,0).
II. Falsa, pois o gráfico da função é decrescente com raiz em x = 2, logo a função será negativa para todo x > 2.
III. Verdadeira, como já explicado no caso anterior.

*Portanto, a opção correta é a **letra D**.*

ATIVIDADE 4

Pelo gráfico podemos observar que seu valor inicial é b = – 10 e que a temperatura subiu 40°C em 5 minutos, logo, sua taxa de variação (a) é a divisão de 40 °C por 5 min que resulta em 8 °C/min. Portanto, a lei que associa T em função de t é T = – 10 + 8t.
A raiz dessa função é o valor de t tal que, a temperatura da barra é T = 0°C, ou seja, é o valor de t que faz – 10 + 8t = 0, que equivale a 8t = 10, de onde podemos concluir que t é a divisão de 10 por 8 resultando em t = 1,25 min.
Esse resultado significa que o tempo é 1 minuto mais 25% de 1 minuto, ou seja, 1 minuto e 15 segundos.
*Portanto, a opção correta é a **letra A**.*

ATIVIDADE 5

O lucro acontece a partir do momento que L(x) > 0, sendo assim, basta resolver a inequação 70x – 3 500 > 0 que equivale a 70x > 3 500. Dividindo os dois lados da inequação por 70 podemos concluir que x > 50.
*Portanto, Maria vai começar ter lucro para x = 51 e a opção correta é a **letra C**.*

ATIVIDADE 6

Os fluxogramas são usados para ilustrar o fluxo de trabalho ou processo, facilitando a compreensão visual de como as etapas estão interconectadas.
*Portanto, a opção correta é a **letra C**.*

ATIVIDADE 7

*O valor de M no final do processo seria M = 15 . 20 + 18 = 318 e, portanto, a opção correta é a **letra C**.*

ATIVIDADE 8

***Sugestão de Solução:** Inicia-se entrando no paralelogramo com as variáveis N1 = 75, N2 = 20 e N3 = 5 e manda para o retângulo a operação* $M = \frac{N1 - N2}{N3}$ *e o processo vai encerrar com **M = 11**.*

ATIVIDADE 9

A função é f(x) = 8x – 12, substituindo f(x) = 8 temos que 8x – 12 = 8.
Isolando a variável x fica $x = \frac{8+12}{8}$ *e a saída do resultado é x = 2,5.*

*Portanto, a opção correta é a **letra B**.*

ATIVIDADE 10

Os pontos são P = (3, 3) e Q = (-1, 1), logo, a taxa de variação dessa função é

$$a = \frac{3-1}{-1-3} = \frac{2}{-4} = -0,5$$

*Substituindo as coordenadas de P na lei algébrica da função afim y = ax + b teremos a equação 3 = – 0,5 . 3 + b que equivale a 3 = – 1,5 + b de onde podemos concluir que b = 3 + 1,5 = 4,5. Logo, y = – 0,5x + 4,5 e, portanto, a opção correta é a **letra D**.*

Referências

DANTE, Luiz Roberto. Telaris – Matemática: 9º ano . 3.ed. São Paulo: Editora Ática, 2018.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. Matemática em contextos . Volume 1. São Paulo: Ática, 2020

BONJORNO, Giovanni Jr.; CÂMARA, Paulo. Prisma: matemática – conjuntos e funções . São Paulo: FTD, 2020.

GOVERNO DO ESTADO DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

Material Estruturado

SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL

GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

1ª Série | Ensino Médio

MATEMÁTICA

PROGRESSÃO ARITMÉTICA (PA)

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM	DESCRITOR(ES) DO PAEBES
EM13MAT507 Identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.	• Identificar a regularidade em uma sequência, seja ela apresentada por uma sequência de figuras ou números que recursivamente aumentam/diminuem em um valor constante, ou seja, uma Progressão Aritmética. • Identificar a regularidade que permite a dedução do Termo Geral de uma Progressão Aritmética. • Associar os termos de uma progressão aritmética (PA) aos valores de uma função afim de mesmo domínio que a progressão. • Resolver problemas envolvendo Progressões Aritméticas.	**D096_M** Utilizar propriedades de progressões aritméticas na resolução de problemas.

Contextualização

06/06/2024 14h41

'Maio Amarelo': ações de educação e fiscalização de trânsito do Detran|ES atingem mais de 20 mil pessoas no Estado

detran.es.gov.br

A Educação para o Trânsito é um tema de grande relevância social, especialmente em um estado como o Espírito Santo, onde iniciativas voltadas para a conscientização já impactaram milhares de pessoas. De acordo com uma reportagem publicada no portal oficial do estado, durante a campanha Maio Amarelo em 2024, o Departamento Estadual de Trânsito (Detran-ES) realizou ações de educação e fiscalização que atingiram mais de 20 mil cidadãos. Esse esforço reforça a importância de conscientizar a população sobre comportamentos seguros e responsáveis no trânsito, visando preservar vidas e promover um ambiente mais seguro e gentil.

detran.es.gov.br

Mas, será que existe alguma relação entre a Matemática e o trânsito? A primeira vista pode parecer inusitada essa relação, mas ela está presente em diversos aspectos do cotidiano. Um exemplo, são os horários das linhas de ônibus que circulam em um município. Muitas vezes, esses horários seguem intervalos regulares, como partidas a cada 15 ou 20 minutos. Essa sequência de tempos pode ser analisada como uma ***Progressão Aritmética (PA)***, onde o intervalo entre os ***termos*** é constante. Essa regularidade é essencial para organizar o transporte público e garantir que passageiros e motoristas possam planejar seus deslocamentos de forma eficiente e segura.

Além de facilitar o planejamento de horários e rotas, o transporte público também desempenha um papel importante na conscientização para a construção de um trânsito mais seguro. Seja enquanto estamos andando pelas vias, pedalando, pilotando, dirigindo, de carona ou utilizando o transporte coletivo, atitudes como respeitar os semáforos, dar preferência aos pedestres e evitar distrações são fundamentais para tornar o trânsito mais humano e colaborativo.

Ao longo deste material, exploraremos os conceitos sobre a ***Progressão Aritmética*** e como pode ser aplicada em situações práticas e no nosso cotidiano em diversas áreas.

Bons estudos!

Conceitos e Conteúdos

SEQUÊNCIAS E PADRÕES

Como vimos no texto de contextualização, O transporte público de um município, como as linhas de ônibus, é um exemplo prático de como sequências e padrões estão presentes no nosso cotidiano.


ceturb.es.gov.br

FROTA DE ÔNIBUS DO SISTEMA TRANSPORTE GV-ES

Imagine que uma determinada linha de ônibus possui partidas regulares a cada 15 minutos, começando às 6h da manhã. Os horários de saída podem ser escritos como uma sequência ou sucessão e podemos escreve-los da seguinte forma:

(6h, 6h15min, 6h30min, 6h45min, 7h, ...)

REPRESENTAÇÃO DOS TERMOS DA SEQUÊNCIA

Cada elemento ou horário dessa sequência pode ser representado por uma letra (geralmente a letra **a**) acompanhada de um índice que indica sua posição na sequência. Por exemplo:

a_1= 6h é o primeiro horário;

a_2= 6h15min é o segundo horário;

a_3= 6h30min é o terceiro horário;

E assim por diante.
Se a sequência tiver um ***último termo***, dizemos que ela é ***finita***. Caso contrário, dizemos que é ***infinita*** e a indicamos colocando reticências (...) no final.

Outros exemplos de sequências:

- A sequência dos meses de um ano é finita, pois tem um último elemento: (janeiro, fevereiro, março, abril, maio, junho, julho, agosto, setembro, outubro, novembro, dezembro).
- A sequência dos números naturais primos é infinita. Para indicá-la, escrevemos seus primeiros elementos e colocamos reticências no final: (2, 3, 5, 7, 11, 13, ...)
- A sequência formada pelas letras iniciais dos dias de uma semana é uma sequência finita: (D, S, T, Q, Q, S, S). Veja que os termos de uma sequência não são necessariamente distintos.

Note que todas essas sequências pressupõem certa ordem em seus termos.

Em uma sequência, a_n representa um termo genérico, na posição *n*.
Assim:

- se n = 5, a_5 é o quinto termo;
- se n = 100, a_{100} é o 100º termo.
- o termo subsequente a a_n é representado por a_{n+1}
- o antecessor de a_n , a partir do segundo termo, é representado por a_{n-1} .

SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS

Um tipo importante de sucessão são as sequências numéricas. Podemos classifica-las em:

Sequência numérica é finita de *n* termos

- representada por $(a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots, a_n)$
- é uma função cujo domínio é o conjunto {1, 2, 3, 4, ..., *n*}
- o contradomínio é o conjunto dos números reais, tal que
  $f(1) = a_1,\ f(2) = a_2, f(3) = a_3, f(4) = a_4, \ldots, f(n) = a_n$

Por exemplo, a sequência numérica (3, 5, 7, 9) é uma sequência finita, na qual
$a_1 = 3;\ a_2 = 5;\ a_3 = 7; a_4 = 9.$

Sequência numérica é infinita

- representada por $(a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots, a_n, \ldots)$
- é uma função cujo domínio é o conjunto {1, 2, 3, 4, ..., *n, ...*}
- o contradomínio é o conjunto dos números reais, tal que
  $f(1) = a_1,\ f(2) = a_2, f(3) = a_3, f(4) = a_4, \ldots, f(n) = a_n$, ...

Por exemplo, a sequência dos números pares (0, 2, 4, 6, 8, ...) é uma sequência infinita, em que $a_1 = 0, a_2 = 2, a_3 = 4, a_4 = 6, a_5 = 8, \ldots$

DETERMINAÇÃO DE UMA SEQUÊNCIA NUMÉRICA

Algumas sequências numéricas podem ser determinadas por uma ***lei de formação***, ou seja, uma lei que associa a cada número natural ***n*** diferente de zero um termo $a_n = f(n)$. O termo a_n , nesse caso, é conhecido por ***termo geral*** da sequência.

Vamos ver os exemplos :

- Para determinar a sequência de números naturais pares, podemos utilizar a seguinte lei de formação: *f*(*n*) = 2*n em que n* ∈ *N** (números naturais diferentes de zero). Essa lei de formação associa cada número natural não nulo a um termo da sequência formada pelos números naturais pares. Nesse caso, o primeiro termo da sequência será indicado por a_1.

Na tabela abaixo, estão determinados os quatro primeiros termos dessa sequência:

n	***f(n) =2n***	a_n
1	2 · 1 = 2	$a_1 = 2$
2	2 · 2 = 4	$a_2 = 4$
3	2 · 3 = 6	$a_3 = 6$
4	2 · 4 = 8	$a_4 = 8$

Assim, podemos verificar que a sequência dos números naturais pares é: (2, 4, 6, 8,...). Como ***n*** pertence ao conjunto dos números naturais diferentes de zero (*N**), a sequência também é ***infinita***.
A ***lei de formação*** que expressa a_n em função de ***n*** é: $a_n = 2n$ com *n* ∈ *N**.

- Considerando a sequência (5, 10, 15, 20, 25), verificamos que pode ser estabelecida uma relação entre o valor de cada termo e sua posição na sequência:

n	1	2	3	4	5
a_n	$a_1 = 5 \cdot 1 = 5$	$a_2 = 5 \cdot 2 = 10$	$a_3 = 5 \cdot 3 = 15$	$a_4 = 5 \cdot 4 = 20$	$a_5 = 5 \cdot 5 = 25$

Analisando a tabela, verificamos que o ***termo geral*** dessa sequência ***finita*** é: $a_n = 5n$ com *n* ∈ {1, 2 , 3 , 4 , 5} .

- Leonardo de Pisa, também conhecido por Leonardo Fibonacci ou “filho de Bonaccio”, foi um dos mais talentosos matemáticos da Idade Média. Entre suas descobertas, pode ser citada a “sequência de Fibonacci”: (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...)

  A sequência de Fibonacci é formada por um padrão no qual cada termo, a partir do terceiro, é obtido pela soma dos dois termos anteriores. Isso pode ser representado pela seguinte ***lei de formação:***

$$a_1 = 1,\ a_2 = 1,\ a_n = a_{n-1} + a_{n-2}\ para\ n \geq 3.$$


canva

Leonardo Fibonacci - Matemático italiano primeiro grande matemático europeu da Idade Média

Portanto, os primeiros oito termos da sequência de Fibonacci são:
(1, 1 , 2 , 3 , 5 , 8 , 13 , 21).

Essa sequência é amplamente utilizada em diversas áreas, como a Matemática, a natureza (disposição de folhas em plantas), e até na Arte, pela sua relação com a proporção áurea.

PROGRESSÕES ARITMÉTICAS

Caro(a) professor(a) aproveite a oportunidade, para junto aos estudantes, dialogarem sobre a temática Maio Amarelo.

Durante uma campanha do ***Maio Amarelo***, uma equipe de conscientização sobre segurança no trânsito distribuiu panfletos educativos em uma avenida movimentada.

Essa equipe entregou 100 panfletos por hora de forma constante. Após 1 hora, terão sido entregues 100 panfletos; após 2 horas, 200; após 3 horas, 300, e assim por diante. Os números que representam o total acumulado de panfletos entregues a cada hora formam uma sequência:

(100 , 200 , 300 , 400 ,...)

Note que, nessa sequência, cada termo, a partir do segundo, é obtido pela soma do termo anterior a 100. Essa sequência é um exemplo de **progressão aritmética (PA)**.

Progressão aritmética é uma sequência numérica em que cada termo, a partir do segundo, é obtido pela adição do termo anterior a uma constante *r*, chamada de *razão* da progressão.

No exemplo da entrega de panfletos:

- O primeiro termo (a_1) é 100 (total de panfletos entregues na primeira hora).
- A razão (r) é 100 (número constante de panfletos entregues a cada hora).

Podemos classificar uma PA de acordo com o valor da razão ***r*** :

- se $r > 0$, a PA é chamada de **crescente**;
- se $r < 0$, a PA é chamada **decrescente**;
- se $r = 0$, a PA é chamada **constante**.

TERMO GERAL DE UMA PA

Em uma progressão aritmética $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, \ldots, a_n, \ldots)$ de razão r, podemos escrever qualquer termo em função do primeiro. Para isso, basta considerar a definição de PA:

$$a_2 = a_1 + r$$

$$a_3 = a_2 + r$$
$$a_3 = (a_1 + r) + r$$
$$a_3 = a_1 + 2r$$

$$a_4 = a_3 + r$$
$$a_4 = (a_1 + 2r) + r$$
$$a_4 = a_1 + 3r$$

Se continuarmos seguindo o mesmo raciocínio, chegaremos à conclusão de que o termo geral é dado por:

$$a_n = a_1 + (n-1)r \text{ , } com\ n \in N^*$$

PROGRESSÃO ARITMÉTICA E FUNÇÃO AFIM

A ***Progressão Aritmética (PA)*** e a ***Função Afim*** são conceitos matemáticos interligados. A PA pode ser representada e interpretada por meio de uma função afim, o que facilita a análise e a compreensão de seus termos. Vamos explorar essa relação.

Como vimos anteriormente o termo geral da PA é definida por:

$$a_n = a_1 + (n-1)r$$

onde:
a_1 : primeiro termo da PA;
r : razão da PA;
n : posição do termo na sequência;
a_n : enésimo termo da sequência.

FUNÇÃO AFIM

Retomando a quinzena anterior, temos que a Função Afim é uma função polinomial de grau 1, representada pela fórmula:

$f(x) = mx+b$

onde:
m *:* coeficiente angular (indica a inclinação da reta);
b : coeficiente linear (valor de *f*(x) quando x = 0);
x : variável independente;
***f*(x)** : valor da função para um dado x.
A função afim é representada graficamente por uma reta no plano cartesiano.

RELAÇÃO ENTRE *PA* E FUNÇÃO AFIM

A fórmula do termo geral da PA, $a_n = a_1 + (n-1)r$, pode ser reescrita de forma similar à equação da função afim:

$$a_n = r.n + (a_1 - r)$$

Note que:

- ***r*** , a razão da PA, corresponde ao coeficiente angular ***m*** da função afim; $a_1 - r$ corresponde ao coeficiente linear **b**.
- Assim, cada termo da PA pode ser interpretado como o valor de uma função afim para um valor específico de ***n***.
- Isso significa que a PA é uma sequência linear, e seus termos podem ser visualizados como pontos alinhados em uma reta no plano cartesiano.

Exemplo

Considere uma PA com $a_1 = 3 \text{ e } r = 2 \implies a_n = 3 + (n-1)\cdot 2$

Simplificando: $a_n = 2n + 1$

Essa equação tem a mesma forma da função afim ***f*(x) = 2x+1**. A PA pode ser interpretada como os valores inteiros da função ***f(x)*** para ***x ∈ N (3, 5, 7, 9, 11,...)***

No plano cartesiano, os pontos (1, 3) , (2, 5) , (3, 7),... estão alinhados sobre a reta da função *f*(x) = 2x+1.

Exercícios Resolvidos

EXERCÍCIO 1

(ENEM) O número mensal de passagens de uma determinada empresa aérea aumentou no ano passado nas seguintes condições: em janeiro foram vendidas 33.000 passagens; em fevereiro, 34.500; em março, 36.000. Esse padrão de crescimento se mantém para os meses subsequentes. Quantas passagens foram vendidas por essa empresa em julho do ano passado?

a) 38000
b) 40500
c) 41000
d) 42000
e) 48000


canva

SOLUÇÃO

Se considerarmos as quantidades de passagens vendidas como elementos de uma sequência numérica, podemos escrevê-los como:

janeiro: $a_1 = 33\ 000$

fevereiro: $a_2 = 34\ 500$

março: $a_3 = 36\ 000$

Se fizermos a diferença entre os termos subsequentes, teremos:

$$a_2 - a_{21} = 34\ 500 - 33\ 000 = 1\ 500$$

$$a_3 - a_2 = 36\ 000 - 34\ 500 = 1\ 500$$

Podemos então afirmar que essa é uma progressão aritmética de razão 1500. Como consideramos que cada mês corresponde a um elemento da progressão aritmética e partindo da ideia de que janeiro corresponde ao primeiro elemento, podemos dizer que julho seria representado pelo termo a_7. Sendo assim, podemos identificar o sétimo elemento da sequência numérica através da fórmula do termo geral:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$
$$a_7 = 33\ 000 + (7-1) \cdot 1\ 500$$
$$a_7 = 33\ 000 + 6 \cdot 1\ 500$$
$$a_7 = 33\ 000 + 9\ 000$$
$$a_7 = 42\ 000$$

Portanto, foram vendidas 42 000 passagens em julho.
A alternativa correta é a opção D.

EXERCÍCIO 2

Em uma PA crescente de seis termos, a soma dos termos de ordem ímpar é 27, e a soma dos termos de ordem par é 36. Escreva essa PA.

SOLUÇÃO

Para resolver o problema, consideramos a Progressão Aritmética (PA) com os seis termos $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ e utilizamos as informações fornecidas:
A soma dos termos de ordem ímpar :

$$a_1 + a_3 + a_5 = 27$$

A soma dos termos de ordem par:

$$a_2 + a_4 + a_6 = 36$$

Os termos de uma PA podem ser escritos em função do primeiro termo (a_1) e da razão (*r*):

$$a_1,\ a_1 + r,\ a_1 + 2r,\ a_1 + 3r,\ a_1 + 4r\ ,\ a_1 + 5r$$

Assim:
Termos ímpares: $a_1,\ a_3 = a_1 + 2r,\ a_5 = a_1 + 4r$

Termos pares: $a_2 = a_1 + r,\ a_4 = a_1 + 3r,\ a_6 = a_1 + 5r$

Ao somar os termos de ordem ímpar teremos :

$$\begin{aligned} &a_1 + (a_1 + 2r) + (a_1 + 4r) = 27 \\ &3a_1 + 6r = 27\ (\div 3) \\ &a_1 + 2r = 9 \end{aligned}$$

Ao somar os termos de ordem pares teremos :

$$\begin{aligned} &(a_1 + r) + (a_1 + 3r) + (a_1 + 5r) = 36 \\ &3a_1 + 9r = 36\ (\div 3) \\ &a_1 + 3r = 12 \end{aligned}$$

Resolvendo o sistema: $$\begin{aligned} &a_1 + 2r = 9 \\ &a_1 + 3r = 12 \end{aligned}$$

Subtraímos a equação (2) da equação (1), teremos:

$$\begin{aligned} &(a_1 + 3r) - (a_1 + 2r) = 12 - 9 \\ &r = 3 \end{aligned}$$

Substituímos r = 3 em na equação (1): $$\begin{aligned} &a_1 + 2r = 9 \\ &a_1 + 2 \cdot 3 = 9 \\ &a_1 = 9 - 6\ = 3 \end{aligned}$$

Substituímos os valores para encontrar os seis termos:

$$a_1 = 3,\ a_2 = 6,\ a_3 = 9,\ a_4 = 12,\ a_5 = 15,\ a_6 = 18$$

Material Extra

LIVRO MATEMÁTICA EM CONTEXTOS - FUNÇÃO EXPONENCIAL E FUNÇÃO LOGARÍTIMICA E SEQUÊNCIAS

- Nas páginas 120 a 124 as atividades ali apresentadas podem ser usadas como aprofundamento dos estudos das progressões aritméticas.
- Na página 129 as atividades apresentadas retomam ao conceito da relação da progressão aritmética e a função afim

LIVRO PRISMAS - FUNÇÕES E PROGRESSÕES

- Na páginas 122 as atividades ali apresentadas podem ser usadas como aprofundamento dos estudos das sequências.
- Nas página 128 a 131 as atividades apresentadas podem ser usadas como aprofundamento dos estudos das progressões aritméticas.

ASSISTA AOS VÍDEOS E REALIZE AS ATIVIDADES APONTANDO O CELULAR PARA O QR CODE ABAIXO OU CLIQUE NO BOTÃO.

VÍDEO AULA - INTRODUÇÃO A PROGRESSÃO ARITMÉTICA

ESTUDO DA PROGRESSÃO ARTIMÉTICA, PARA O DESENVOLVIMENTO DA HABILIDADE (EM13MAT507)

Atividades

ATIVIDADE 1

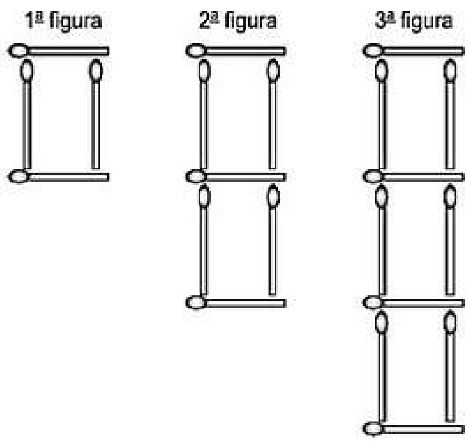
A **sequência** a seguir é formada por figurinhas e obedece a um **padrão**. Repare que a bola aparece nas posições 2 e 7 e, com certeza, voltará a aparecer na posição 12, pois são 5 objetos distintos que mantêm a **mesma ordem de posicionamento**. Seguindo nesse raciocínio, qual objeto aparecerá na **posição 34**?

A) Peão
B) Bola
C) Ursinho
D) Foguete
E) Barco

ATIVIDADE 2

A **sequência** a seguir é formada por retângulos e é construída com palitos de fósforo. A primeira figura é formada com 4 palitos; a segunda figura é formada com 7 palitos e assim por diante.

A **quantidade de palitos** em cada figura forma uma sequência numérica que obedece a um padrão. Seguindo esse padrão, qual é a quantidade de palitos que irá aparecer na **10ª figura**?

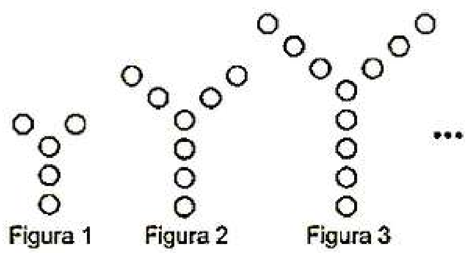


A) 33 palitos
B) 32 palitos
C) 31 palitos
D) 30 palitos
E) 29 palitos

ATIVIDADE 3

(OBMEP 2019) Observe a **sequência** de figuras abaixo, todas elas com a forma de letra Y. Seguindo esse **padrão**, quantas bolinhas terão na **15ª figura**?

A) 35
B) 47
C) 50
D) 52
E) 60



ATIVIDADE 4

Um automóvel, de tanque cheio, inicia um percurso com consumo constante de 5 litros de combustível por hora. A quantidade (**Qn**) de combustível no tanque, a cada hora (**n**) que passa, forma uma **sequência padronizada** decrescente e finita de números naturais, cujo termo geral é dado por Qn = 40 – 5n.

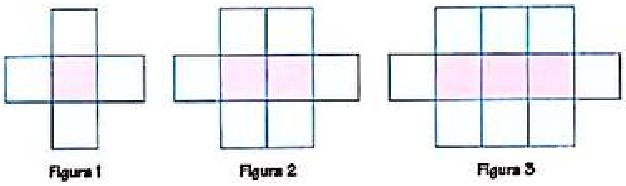
Para você entender melhor, após 3 horas de percurso a quantidade de combustível no tanque desse automóvel é Q3 = 40 – 5 . 3 = 40 – 15 = 25 litros.

Quantos termos tem a sequência Qn sabendo que seu primeiro termo é Q1?

A) 5
B) 6
C) 7
D) 8
E) 9

ATIVIDADE 5

Na **sequência** de figuras a seguir, seja **n** o **número da figura** e **f(n)** a **quantidade de quadradinhos** na figura n. Por exemplo, na figura 1 há 5 quadradinhos, sendo assim, escrevemos f(1) = 5. Do mesmo modo, f(2) = 8 e f(3) = 11. Seguindo esse **padrão**, a função f é **polinomial de 1º grau**.



Para qual **valor de n** temos que **f(n) = 38**?

A) n = 9
B) n = 10
C) n = 11
D) n = 12
E) n = 13

ATIVIDADE 6

Dada uma sequência A_n de modo que $A_1 = 1$, $A_2 = 3$, $A_3 = 5$ e assim por diante, dizemos que A_n é a sequência dos números ímpares positivos.

Qual é a lei de formação para essa sequência?

A) $A_n = n + 1$
B) $A_n = n - 1$
C) $A_n = 2n + 1$
D) $A_n = 2n - 1$
E) $A_n = n + 2$

ATIVIDADE 7

Em uma progressão aritmética (PA), o primeiro termo é 5 e a razão é 3. Qual é o 10º termo dessa PA?

A) 32
B) 29
C) 35
D) 26
E) 38

ATIVIDADE 8

Os ganhos mensais de uma empresa, ao decorrer do ano de 2024, estiveram em **progressão aritmética** aumentando R$15000,00 a cada mês. No primeiro mês, seu ganho foi de R$800.000,00. Qual foi seu ganho no mês de dezembro de 2024?

A) R$935.000,00
B) R$950.000,00
C) R$965.000,00
D) R$980.000,00
E) R$995.000,00

ATIVIDADE 9

A sequência a_n é uma **progressão aritmética** tal que $a_{16} = 48$ e $a_{10} = 36$. Qual é a **razão** dessa progressão aritmética?

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5

ATIVIDADE 10

A sequência numérica a_n é uma **progressão aritmética** de cinco termos. Sabe-se que $a_2 + a_5 = 9$ e $3a_5 - a_3 = 16$.

Qual é o valor do **primeiro termo** dessa sequência numérica?

A) 1,0
B) 1,4
C) 1,8
D) 2,2
E) 2,6

Gabarito

ATIVIDADE 01: D
ATIVIDADE 02: C
ATIVIDADE 03: B
ATIVIDADE 04: D
ATIVIDADE 05: D
ATIVIDADE 06: D
ATIVIDADE 07: A
ATIVIDADE 08: C
ATIVIDADE 09: B
ATIVIDADE 10: A

RESOLUÇÃO PARA O(A) PROFESSOR(A)

ATIVIDADE 1

Dividindo 34 por 5 temos um resultado igual a 6 e resto igual a 4. Isso significa que na posição 34 aparecerá o mesmo objeto que figura na posição 4, ou seja, foguete. Sendo assim, a opção correta é a ***letra D****.*

ATIVIDADE 2

Seguindo o padrão da sequência (4, 7, 10, 13, ...) é só observar que, para chegar no número que figura na posição 10, basta partir do número 4 e adicionar 3 mais 9 vezes, ou seja, a10 = 4 + 3 . 9 = 4 + 27 = 31. Portanto, a opção correta é a ***letra C****.*

ATIVIDADE 3

A figura 1 é formada por 5 bolinhas; a figura 2, por 8 bolinhas; a figura 3, por 11 bolinhas. Seguindo esse padrão, para formar a figura 4 basta adicionar 3 bolinhas, uma em cada extremidade e, assim sucessivamente. O padrão numérico para a quantidade de bolinhas em cada figura é (5, 8, 11, 14, ...), sendo assim, para encontrar a quantidade de bolinhas na figura 15 é só partir do número 5 e somar 3 mais14 vezes, ou seja, a15 = 5 + 3 . 14 = 5 + 42 = 47. Portanto, a opção correta é a ***letra B****.*

ATIVIDADE 4

Os termos dessa sequência são Q1 = 40 – 5 = 35, Q2 = 40 – 10 = 30, Q3 = 40 – 15 = 25 e assim por diante até Q8 = 40 – 40 = 0.
*Portanto, Qn é uma sequência com 8 termos e a opção correta é a **letra D**.*

ATIVIDADE 5

Podemos observar que f(n) aumenta de 3 unidades sempre que n aumenta em 1 unidade, logo, a taxa de variação dessa função é a = 3 e sua lei algébrica será da forma f(n) = 3n + b. Como f(1) = 5 então 5 = 3.1 + b, de onde podemos concluir que b = 2.
*Para encontrar o valor de n tal que f(n) = 38 basta resolver a equação 38 = 3n + 2 que equivale a resolver 3n = 36 de onde sai que n = 12. Portanto, a opção correta é a **letra D**.*

ATIVIDADE 6

Supondo que os números ímpares positivos são imagens de uma função polinomial f(n) onde o domínio são os números naturais, então essa função é de 1° grau, pois a taxa de variação é constante e igual a 2, logo, f(n) = 2n + b. Sabendo que f(1) = 1 podemos encontrar o valor fixo b resolvendo a equação 2.1 + b = 1, de onde concluímos que b = – 1.
*Portanto, a lei de formação dessa sequência é An = 2n – 1 e, a opção correta é a **letra D**.*

ATIVIDADE 7

A fórmula do n-ésimo termo de uma PA é dada por:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$

- $a_1 = 5$
- $r = 3$
- $n = 10$

Substituindo os valores na fórmula:

$$a_{10} = 5 + (10-1) \cdot 3$$
$$a_{10} = 5 + 9 \cdot 3$$
$$a_{10} = 32$$

*Portanto, a opção correta é a **letra A**.*

ATIVIDADE 8

Aplicando a fórmula do termo geral de uma PA,
queremos calcular a12 sabendo que a1 = 800000 e r = 15000.

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$
$$a_{12} = 800\,000 + (12-1) \cdot 15\,000$$
$$a_{12} = 800\,000 + 11 \cdot 15\,000$$
$$a_{12} = 800\,000 + 165\,000$$
$$a_{12} = 965\,000$$

*Portanto, a opção correta é a **letra C**.*

ATIVIDADE 9

Se tomarmos a10 como o primeiro termo, a16 será o sétimo termo, daí podemos aplicar direto na fórmula do termo geral de uma PA.

$$a_n = a_1 + (n-1)\cdot r$$
$$a_7 = a_1 + (7-1)\cdot r$$
$$48 = 36 + 6\cdot r$$
$$\frac{48-36}{6} = r$$
$$r = 2$$

Portanto, a opção correta é a ***letra B*****.**

ATIVIDADE 10

Vamos escrever os termos a2, a3 e a5 em função de a1 e de r.

$$a_2 + a_5 = 9 \quad \Rightarrow \quad a_1 + r + a_1 + 4r = 9 \quad \Rightarrow \quad 2a_1 + 5r = 9 \ \ (eq.1)$$

$$3a_5 - a_3 = 16 \quad \Rightarrow \quad 3\cdot(a_1 + 4r) - (a_1 + 2r) = 16 \quad \Rightarrow \quad 2a_1 + 10r = 16 \ \ (eq.2)$$

Agora vamos subtrair da equação 2 a equação 1.

$$\begin{array}{rl} & \cancel{2a_1} + 10r = 16 \\ - & \cancel{2a_1} + 5r \ = \ 9 \\ \hline & 5r \ = \ 7 \end{array}$$

$$r = \frac{7}{5}$$

Substituindo esse valor da razão na equação 1:

$$2a_1 + 5r = 9$$
$$2a_1 + 5\cdot\frac{7}{5} = 9$$

$$2a_1 + 7 = 9$$
$$2a_1 = 2$$
$$a_1 = 1$$

Portanto, a opção correta é a ***letra A****.*

Referências

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. Matemática em contextos . Volume 1. São Paulo: Ática, 2020

BONJORNO, Giovanni Jr.; CÂMARA, Paulo. Prisma: matemática – conjuntos e funções . São Paulo: FTD, 2020.

KHAN ACADEMY. Progressão aritmética (PA). Disponível em: https://pt.khanacademy.org/math/em-mat-algebra2/x1d9e5bc8bded7b21:progressao-aritmetica-p-a. Acesso em: 13 jan. 2025.

PORTAL DA OBMEP. Aula 01 - Sequências. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=kv_QhjPVi4o. Acesso em: 6 dez. 2024.