



GOVERNO DO ESTADO
DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

Material Estruturado



SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL

GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

3ª Série | Ensino Médio

MATEMÁTICA

MEDIDAS DE DISPERSÃO

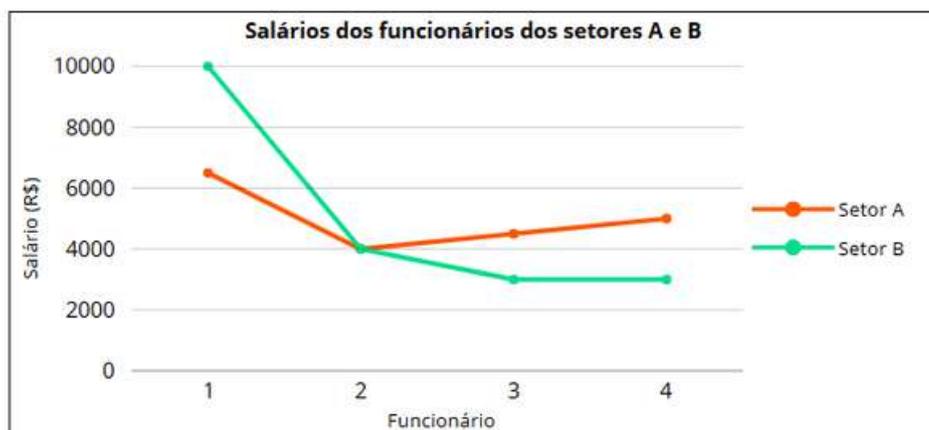
HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM	DESCRIPTOR(ES) DO PAEBES
<p>EM13MAT316 Resolver e elaborar problemas, em diferentes contextos, que envolvem cálculo e interpretação das medidas de tendência central (média, moda, mediana) e das medidas de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão).</p>	<ul style="list-style-type: none"> Determinar amplitude, variância e desvio padrão de um conjunto de dados. Calcular o desvio-padrão de conjuntos de dados distintos com o auxílio de uma planilha eletrônica, em contextos diversos. Relacionar as medidas de tendência central (média, moda e mediana) com as medidas de dispersão (amplitude, desvio-padrão ou coeficiente de variação) em uma série de dados. Resolver situações-problema envolvendo medidas de tendência central ou medidas de dispersão. 	<p>D066_M Utilizar medidas de tendência central na resolução de problemas.</p>

Contextualização

Na última semana iniciamos a discussão sobre as medidas resumo de um conjunto de dados. Se você se recordar, vimos que apenas as medidas de tendência central não são suficientes para que possamos compreender, por completo, os dados.

Observe o seguinte exemplo:

Você está se candidatando a uma vaga de emprego para o setor A e outra pessoa para o setor B de uma empresa. Durante a entrevista, o recrutador informa que a média salarial dos dois setores é igual a R\$ 5 000,00. Se você agir no calor do momento, pode considerar que ambas empresas oferecem as mesmas condições salariais, mas ao pedir para ver os salários dos funcionários de cada setor, observa o seguinte gráfico:



Fonte: acervo de dados da empresa pesquisada

Existe algo curioso nesses dados: apesar da média salarial ser a mesma, o setor B apresenta valores de salário muito diferentes entre si, enquanto o setor A apresenta valores mais uniformes. Mas, observar isso só foi possível devido à visualização gráfica. Como podemos ter indícios desse tipo de informação sem recorrer ao gráfico ou a uma lista de dados? Será que isso é possível?

Durante esta semana vamos estudar as medidas de dispersão. Elas nos informam como os dados estão distribuídos, gerando a informação que conseguimos obter olhando para o gráfico anterior.

Bons estudos!

Conceitos e Conteúdos

Além das medidas de tendência central (média, mediana e moda) vamos acrescentar mais três ao nosso repertório, chamadas de medidas de dispersão: amplitude, variância e desvio-padrão.

AMPLITUDE

A amplitude (A) corresponde à diferença entre o maior e o menor valor de um conjunto de dados.

A tabela abaixo apresenta o valor do salário de cada um dos funcionários do nosso problema inicial:

Funcionário	Salário no setor A (R\$)	Salário no setor B (R\$)
1	6 500	10 000
2	4 000	4 000
3	4 500	3 000
4	5 000	3 000

Desse modo podemos determinar a amplitude do salário de cada um dos dois setores fazendo a diferença entre o maior e o menor salário:

- Setor A: R\$ 6 500,00 – R\$ 4 000,00 = R\$ 2 500,00
- Setor B: R\$ 10 000,00 – R\$ 3 000,00 = R\$ 7 000,00

VARIÂNCIA

A variância (σ^2) é uma medida usada para revelar o grau de variabilidade de um conjunto de dados. A variância é calculada da seguinte forma:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

Cada termo do numerador corresponde ao quadrado da diferença entre um valor observado e o valor médio e n é o número total de elementos analisados. Essa diferença traduz o quanto um valor observado se distancia da média aritmética.

No nosso exemplo sabemos que a média é igual a R\$ 5 000, portanto, podemos calcular a variância* do salário de cada um dos dois setores:

$$\begin{aligned}\sigma_A^2 &= \frac{(6\,500 - 5\,000)^2 + (4\,000 - 5\,000)^2 + (4\,500 - 5\,000)^2 + (5\,000 - 5\,000)^2}{4} \\ &= \frac{1\,500^2 + (-1\,000)^2 + (-500)^2 + 0^2}{4} = \frac{3\,500\,000}{4} = 875\,000\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_B^2 &= \frac{(10\,000 - 5\,000)^2 + (4\,000 - 5\,000)^2 + (3\,000 - 5\,000)^2 + (3\,000 - 5\,000)^2}{4} \\ &= \frac{5\,000^2 + (-1\,000)^2 + (-2\,000)^2 + (-2\,000)^2}{4} = \frac{34\,000\,000}{4} = 8\,500\,000\end{aligned}$$

A unidade de variância é o quadrado da unidade dos dados, o que gera uma incompatibilidade. Para uniformizar as unidades, definiremos o desvio-padrão σ .

DESVIO-PADRÃO

Chamamos de desvio-padrão (σ) à raiz quadrada da variância.

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}.$$

Para o exemplo inicial temos:

$$\sigma_A = \sqrt{875\,000} \approx 935,41.$$

$$\sigma_B = \sqrt{8\,500\,000} \approx 2\,915,48.$$

* O exercício resolvido 1 apresenta uma segunda forma de calcular a variância através de uma tabela.

Exercícios Resolvidos

EXERCÍCIO 1. Segundo a série 'IJSN no Censo 2022', do Instituto Jones do Santos Neves, o Espírito Santo conta com 14410 pessoas indígenas. Os cinco municípios com as maiores populações indígenas do estado são relacionados na tabela abaixo com sua respectiva população indígena.

Município	População Indígena
Aracruz	7 425
Serra	1 326
Vila Velha	866
São Mateus	836
Vitória	642

Adaptado de IJSN. Disponível em:

https://ijsn.es.gov.br/Media/IJSN/PublicacoesAnexos/S%C3%ADnteses/IJSN_Censo_2022-Populacao_Indigena.pdf. Acesso em 04 de dezembro de 2024.

Determine a amplitude, a variância e o desvio-padrão da população indígena nesses cinco municípios.

SOLUÇÃO: Para determinarmos a amplitude devemos calcular a diferença entre o maior e o menor valor, obtendo assim, $A = 7\,425 - 642 = 6\,783$.

Para o cálculo da variância e desvio-padrão devemos calcular a média aritmética da população indígena nesses municípios:

$$\text{Média} = \frac{7\,425 + 1\,326 + 866 + 836 + 642}{5} = \frac{11\,095}{5} = 2\,219.$$

Com a média calculada podemos seguir para o cálculo da variância. Vamos fazer de uma outra maneira, utilizando uma tabela. Observe, na sequência:



$$x_i - \bar{x}$$

$$(x_i - \bar{x})^2$$

Município	População Indígena	Média População Indígena - média	(População Indígena - média) ²
Aracruz	7 425	2 219	5206
Serra	1 326	2 219	-893
Vila Velha	866	2 219	-1353
São Mateus	836	2 219	-1383
Vitória	642	2 219	-1577
Total			34130112

$$(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_5 - \bar{x})^2$$

Portanto, a variância é igual a

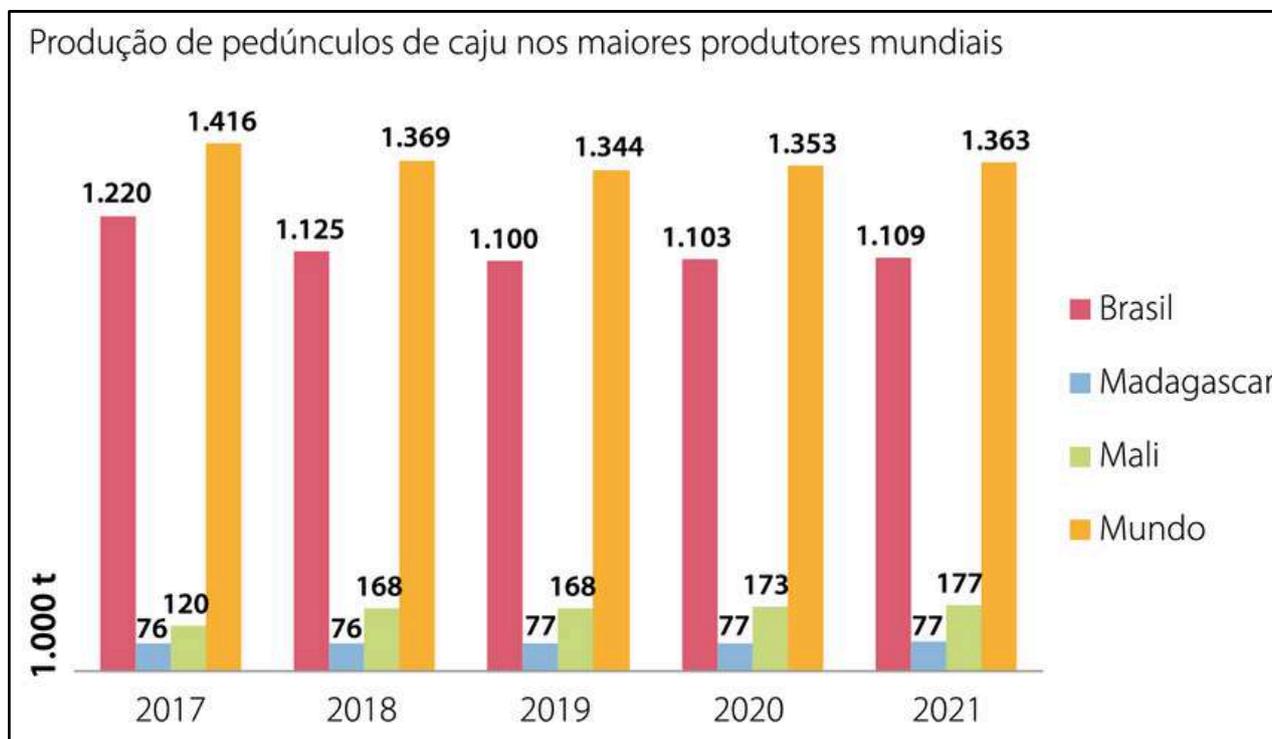
$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_5 - \bar{x})^2}{5} = \frac{34\,130\,112}{5} = 6\,826\,022,4.$$

Logo, o desvio-padrão é

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{6\,826\,022,4} \approx 2\,612,67.$$



EXERCÍCIO 2. O gráfico abaixo apresenta a produção de caju entre os maiores produtores do mundo.



Disponível em: <https://ainfo.cnptia.embrapa.br/digital/bitstream/doc/1153294/1/BRASIL-50-ALIMENTOS.pdf>. Acesso em 05 de dezembro de 2024.

Calcule o desvio padrão da produção de caju, entre os anos de 2017 e 2021, nos três países que são os maiores produtores do mundo.

SOLUÇÃO: O primeiro passo para solucionarmos a questão é determinar a média da produção de caju (\bar{x}) nos três países:

$$\bar{x}_{\text{Brasil}} = \frac{1\,220 + 1\,125 + 1\,100 + 1\,103 + 1\,109}{5} = \frac{5\,657}{5} = 1\,131,4;$$

$$\bar{x}_{\text{Madagascar}} = \frac{76 + 76 + 77 + 77 + 77}{5} = \frac{383}{5} = 76,6;$$

$$\bar{x}_{\text{Mali}} = \frac{120 + 168 + 168 + 173 + 177}{5} = \frac{806}{5} = 161,2.$$

De posse das médias, prosseguimos para o cálculo da variância:



Brasil

x_i	\bar{x}	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
1220	1131,4	88,6	7849,96
1125	1131,4	-6,4	40,96
1100	1131,4	-31,4	985,96
1103	1131,4	-28,4	806,56
1109	1131,4	-22,4	501,76
<i>Total:</i>			10 185,2

Madagascar

x_i	\bar{x}	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
76	76,6	-0,6	0,36
76	76,6	-0,6	0,36
77	76,6	0,4	0,16
77	76,6	0,4	0,16
77	76,6	0,4	0,16
<i>Total:</i>			1,2

Mali

x_i	\bar{x}	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
120	161,2	-41,2	1697,44
168	161,2	6,8	46,24
168	161,2	6,8	46,24
173	161,2	11,8	139,24
177	161,2	15,8	249,64
<i>Total:</i>			2 178,8

Portanto,

$$\sigma_{Brasil}^2 = \frac{10\ 185,2}{5} = 2\ 037,04 \Rightarrow \sigma_{Brasil} = \sqrt{2\ 037,04} = 45,13.$$

$$\sigma_{Madagascar}^2 = \frac{1,2}{5} = 0,24 \Rightarrow \sigma_{Madagascar} = \sqrt{0,24} = 0,49.$$

$$\sigma_{Mali}^2 = \frac{2\ 178,8}{5} = 435,76 \Rightarrow \sigma_{Mali} = \sqrt{435,76} = 20,87.$$



EXERCÍCIO 3.

O ganho genético representa superioridade genética dos descendentes em relação à média da geração dos pais, sendo diretamente proporcional à variabilidade da característica que se tem interesse.

Disponível em: <https://www.alice.cnptia.embrapa.br/alice/bitstream/doc/661781/1/22908.pdf>. Acesso em 10 de dezembro de 2024.

Um geneticista, estudando a altura de três espécies de flores, sendo cinco amostras de cada, observou os valores apresentados na tabela abaixo:

População	Altura (cm)				
	1	2	3	4	5
Espécie 1	24	24	30	20	22
Espécie 2	30	21	12	32	25
Espécie 3	16	23	18	27	36

Esse geneticista deseja escolher a(s) espécies que podem gerar o maior ganho genético, baseado apenas nas informações apresentadas na tabela acima. Nessas condições, qual(is) espécies ele deverá selecionar?

- A) Espécie 1
- B) Espécie 2
- C) Espécie 3
- D) Espécies 1 e 2
- E) Espécies 2 e 3

SOLUÇÃO: A média da altura das três espécies são:

$$\bar{X}_1 = \frac{24 + 24 + 30 + 20 + 22}{5} = \frac{120}{5} = 24$$

$$\bar{X}_2 = \frac{30 + 21 + 12 + 32 + 25}{5} = \frac{120}{5} = 24$$

$$\bar{X}_3 = \frac{16 + 23 + 18 + 27 + 36}{5} = \frac{120}{5} = 24$$

Com essa informação podemos calcular a variância da altura de cada uma das três espécies:

$$\sigma_1^2 = \frac{(24 - 24)^2 + (24 - 24)^2 + (30 - 24)^2 + (20 - 24)^2 + (22 - 24)^2}{5} = \frac{0 + 0 + 36 + 16 + 4}{5} = \frac{56}{5} = 11,2$$

$$\sigma_2^2 = \frac{(30 - 24)^2 + (21 - 24)^2 + (12 - 24)^2 + (32 - 24)^2 + (25 - 24)^2}{5} = \frac{36 + 9 + 144 + 64 + 1}{5} = \frac{254}{5} = 50,8$$

$$\sigma_3^2 = \frac{(16 - 24)^2 + (23 - 24)^2 + (18 - 24)^2 + (27 - 24)^2 + (36 - 24)^2}{5} = \frac{64 + 1 + 36 + 9 + 144}{5} = \frac{254}{5} = 50,8$$

A espécie que apresentará maior ganho genético é aquela que apresentará maior desvio-padrão, conseqüentemente, a maior variância. Portanto, ele deverá selecionar as espécies 2 ou 3, assim, a alternativa correta é a letra **E**.

Material Extra

LIVRO DIDÁTICO



Prezado(a) professor(a), os conceitos apresentados neste material estruturado podem ser trabalhados usando os seguintes livros didáticos:

1. **Volume 6 - Coleção Prisma Matemática (Editora FTD):**
 - p. 32-37
2. **Volume 6 - Coleção Matemática em Contextos (Editora Ática):**
 - p. 64-68

SITE



Portal da Matemática - OBMEP

<https://portaldacobmeimpa.br/index.php/modulo/ver?modulo=99>

A seção “Medidas de Dispersão” traz vídeos sobre os conteúdos tratados neste material estruturado. Além dos vídeos, é possível acessar o material teórico que apresenta alguns exemplos extras.



Atividades

ATIVIDADE 1

A Pesquisa Nacional da Cesta Básica de Alimentos (PNCBA) é um levantamento contínuo dos preços de um conjunto de produtos alimentícios considerados essenciais. A PNCBA foi implantada em São Paulo em 1959, a partir dos preços coletados para o cálculo do Índice de Custo de Vida (ICV) e, ao longo dos anos, foi ampliada para outras capitais. Hoje, é realizada em 17 Unidades da Federação e permite a comparação de custos dos principais alimentos básicos consumidos pelos brasileiros.

Dados do Departamento Intersindical de Estatística e Estudos Socioeconômicos (DIEESE) evidenciaram a variação no preço da cesta básica no município de Vitória durante os meses de janeiro a novembro de 2024:

Preço da Cesta Básica – Vitória (JAN/NOV 2024)

Mês	Preço
Janeiro	R\$ 719,30
Fevereiro	R\$ 731,83
Março	R\$ 729,34
Abril	R\$ 726,82
Maiο	R\$ 723,91
Junho	R\$ 718,43
Julho	R\$ 688,45
Agosto	R\$ 684,21
Setembro	R\$ 694,87
Outubro	R\$ 708,06
Novembro	R\$ 726,51

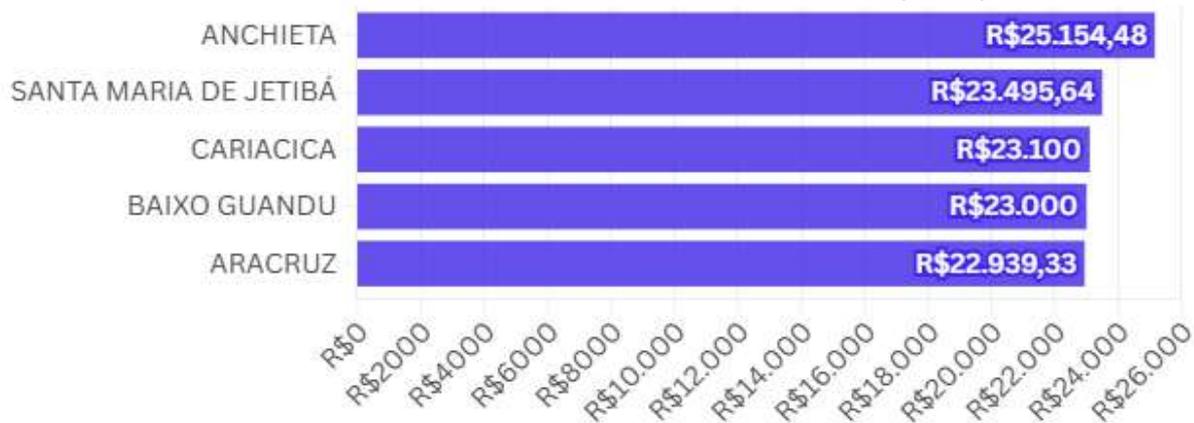
Fonte: <https://www.dieese.org.br>

Determine a amplitude dos preços da cesta básica no município de Vitória entre janeiro e novembro.

ATIVIDADE 2

Em 22 de outubro de 2024, o portal de notícias A Gazeta trouxe uma matéria intitulada "Saiba qual o salário dos prefeitos das cidades do Espírito Santo". Nessa reportagem, são apresentados os salários dos 78 prefeitos do estado do Espírito Santo. O gráfico a seguir é um recorte dos cinco maiores salários dos prefeitos do Espírito Santo evidenciados nessa reportagem.

Cinco maiores salários - Prefeitos ES (2024)



Fonte: <https://www.agazeta.com.br/es/politica/saiba-qual-o-salario-dos-prefeitos-das-cidades-do-espírito-santo-1024>

Determine o grau de variabilidade (variância) e o desvio-padrão desses cinco salários.

Nesta questão, ou em outras que achar necessário, utilize uma calculadora ou uma planilha eletrônica.

ATIVIDADE 3

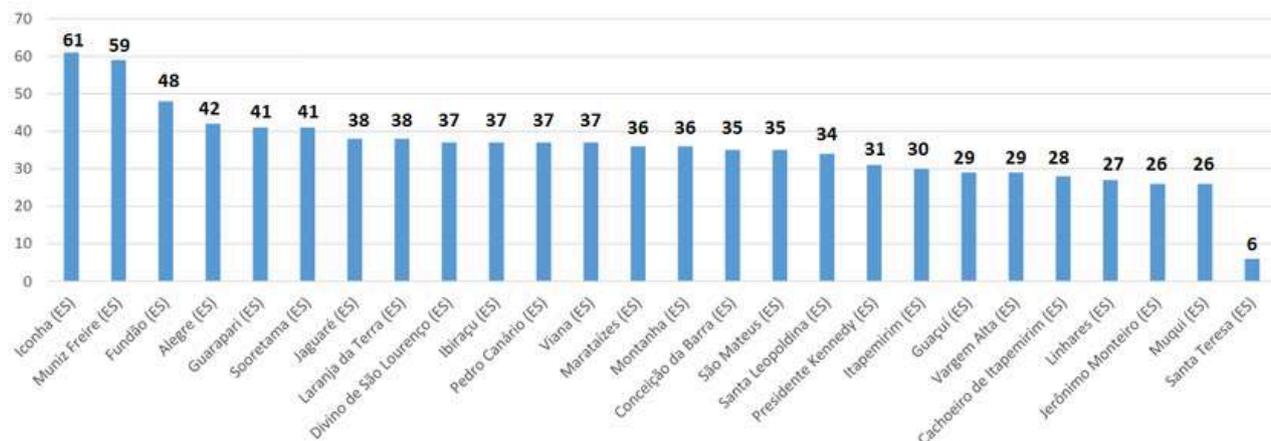
Sete candidatos foram classificados em um concurso. Para tal classificação o candidato deveria obter média aritmética da pontuação igual ou superior a 14. Seria aprovado no concurso aquele candidato que apresentasse a maior nota média e, em caso de empate, o desempate seria em favor da pontuação mais regular. Na tabela a seguir estão apresentados os pontos obtidos nas provas de Matemática, Português e Conhecimentos Gerais, a média, a mediana e o desvio padrão dos sete candidatos.

Candidato	Matemática	Português	Conhecimentos Gerais	Média	Mediana	Desvio-Padrão
Andreia	10	18	17	15	17	3,5590
Felipe	18	9	18	15	18	4,2426
Marcos	14	15	16	15	15	0,8165
Paulo	8	19	18	15	18	4,9666
Priscilla	17	15	13	15	15	1,6330
Valter	17	14	14	15	14	1,4142
Zilma	14	14	14	14	14	0,0000

Qual foi o candidato aprovado? Por quê?

ATIVIDADE 4

A idade mediana é um indicador que divide uma população entre os 50% mais jovens e os 50% mais velhos. O gráfico a seguir demonstra a idade mediana da população quilombola residente no Espírito Santo.



Fonte: https://ijsn.es.gov.br/Media/IJSN/PublicacoesAnexos/S%C3%ADnteses/IJSN_Censo_2022-Quilombola.pdf

Determine a média, a moda, a mediana e a amplitude desse conjunto de dados.

ATIVIDADE 5

A tabela a seguir representa os valores do salário mínimo dos últimos 5 anos, segundo o Departamento Intersindical de Estatística e Estudos Socioeconômicos (DIEESE).

Ano	Salário mínimo nominal
2024	R\$ 1.412,00
2023	R\$ 1.320,00
2022	R\$ 1.212,00
2021	R\$ 1.100,00
2020	R\$ 1.045,00

Fonte: <https://www.dieese.org.br/analisecestabasica/salarioMinimo.html#2024>

Determine o desvio-padrão dos salários observados.



ATIVIDADE 6

A Copa do Mundo de Futebol Masculino acontece de quatro em quatro anos desde 1930, tendo como exceções os anos de 1942 e 1946, cujo evento não pôde ser realizado devido à Segunda Guerra Mundial. O gráfico a seguir traz a artilharia de cada edição.



Fonte: <https://www.lance.com.br/galerias/saiba-quem-foi-o-artilheiro-de-cada-edicao-de-copa-do-mundo/>

Utilizando uma calculadora ou uma planilha eletrônica, descreva o desvio-padrão para demonstrar se a quantidade de gols em cada edição se comporta de uma forma mais homogênea ou heterogênea.

ATIVIDADE 7

Imagine um conjunto de dados referentes a determinadas notas de uma avaliação de matemática de uma turma da 3ª série do ensino médio. Não tendo nenhuma nota igual a zero, esse conjunto de dados apresenta uma variância igual a zero. Dessa forma, podemos afirmar que:

- A) a média aritmética simples desse conjunto de dados também valerá zero.
- B) a média aritmética ponderada desse conjunto de dados também valerá zero.
- C) a moda desse conjunto de dados também valerá zero.
- D) a media desse conjunto de dados também valerá zero.
- E) o desvio-padrão desse conjunto de dados também valerá zero.

ATIVIDADE 8

Cinco conjuntos de dados apresentam os seguintes desvios-padrão:

- Conjunto A: 0,25400
- Conjunto B: 0,25000
- Conjunto C: 0,24950
- Conjunto D: 0,23478
- Conjunto E: 0,26100

É correto afirmar que, o conjunto que possui os dados mais heterogêneos é:

- A) o conjunto A.
- B) o conjunto B.
- C) o conjunto C.
- D) o conjunto D.
- E) o conjunto E.

ATIVIDADE 9

Um meteorologista analisou o clima no município de Colatina durante uma determinada semana do mês de janeiro de 2024 e registrou os valores de máxima no quadro I. Já no quadro II, é possível observar a classificação para a variabilidade da temperatura de acordo com o desvio-padrão.

Quadro I

Data	14/01	15/01	16/01	17/01	18/01	19/01	20/01
Dia da semana	Domingo	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira	Sábado
Temperatura máxima	33 °C	34 °C	33 °C	34 °C	34 °C	35 °C	35 °C

Quadro II

Variabilidade	Desvio-padrão da temperatura (°C)
Extremamente baixa	$0 < \sigma \leq 2$
Baixa	$2 < \sigma \leq 4$
Moderada	$4 < \sigma \leq 6$
Alta	$6 < \sigma \leq 8$
Extremamente alta	$\sigma > 8$

Com base nas informações apresentadas, a variabilidade da temperatura durante aquela semana foi:

- A) Extremamente baixa.
- B) Baixa.
- C) Moderada.
- D) Alta.
- E) Extremamente alta.



ATIVIDADE 10

Dados do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) evidenciaram que, no ano de 2022, a região Centro-Oeste contribuiu com 10,7% do Produto Interno Bruto (PIB) do Brasil, conforme pode-se apurar na tabela a seguir.

Participação no PIB Brasileiro - Região Centro-Oeste (2022)

Estado	Participação do PIB (%)
Mato Grosso do Sul	1,7
Mato Grosso	2,5
Goiás	3,2
Distrito Federal	3,3

Fonte: <https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/agencia-noticias/2012-agencia-de-noticias/noticias/41893-em-2022-pib-cresce-em-24-unidades-da-federacao>

É válido afirmar que, a média e o desvio padrão desses dados são, aproximadamente:

- A) 2,68 e 1,34
- B) 2,68 e 0,41
- C) 2,68 e 0,64
- D) 2,68 e 1,28
- E) 2,68 e 2,68





Gabarito

ATIVIDADE 07: E

ATIVIDADE 08: E

ATIVIDADE 09: A

ATIVIDADE 10: C

RESOLUÇÃO PARA O(A)
PROFESSOR(A)

ATIVIDADE 1

Para calcular a amplitude basta selecionarmos o valor máximo e o valor mínimo do conjunto de dados e efetuar a subtração;

Valor máximo: R\$ 731,83

Valor mínimo: R\$ 684,21

$$\text{Amplitude} = 731,83 - 684,21 = 47,62$$

Logo, a amplitude dos preços da cesta básica é de R\$ 47,62

ATIVIDADE 2

Determinando a média dos salários:

$$\text{média} = \frac{25\ 154,48 + 23\ 495,64 + 23\ 100 + 23\ 000 + 22\ 939,33}{5}$$

$$\text{média} = \frac{117\ 689,45}{5}$$

$$\text{média} = 23\ 537,89$$

Determinando a variância (σ^2):

$$\sigma^2 = \frac{(25\ 154,48 - 23\ 537,89)^2 + (23\ 495,64 - 23\ 537,89)^2 + (23\ 100 - 23\ 537,89)^2 + (23\ 000 - 23\ 537,89)^2 + (22\ 939,33 - 23\ 537,89)^2}{5}$$

$$\sigma^2 = \frac{(1\ 616,59)^2 + (-42,25)^2 + (-437,89)^2 + (-537,89)^2 + (-598,56)^2}{5}$$

$$\sigma^2 = \frac{+2\ 613\ 363,2281 + 1\ 785,0625 + 191\ 747,6521 + 289\ 325,6521 + 358\ 274,0736}{5}$$

$$\sigma^2 = \frac{3\ 454\ 495,6684}{5}$$

$$\sigma^2 = 690\ 899,133680$$


Determinando o desvio-padrão (σ): $\sigma = \sqrt[3]{690\,899,133680}$

$$\sigma = 831,203425$$

$$\sigma \cong 831,20$$

A variância é igual a 690 899,133680 e o desvio-padrão é aproximadamente R\$ 831,20.

Professor, a questão sugere a utilização de calculadora ou planilhas eletrônicas. No material extra da semana de 24 a 28/03 tem uma sugestão de prática que explora a utilização de ferramentas digitais.

ATIVIDADE 3

Como todos candidatos obtiveram uma média igual ou superior a 14 pontos, o desempate ficaria a cargo da pontuação mais regular, ou seja, homogênea. Dessa forma, bastava observar todos os candidatos com média 15 (maior média) e escolher o candidato com o desvio-padrão mais próximo de zero (homogeneidade).

Marcos: desvio-padrão = 0,8165

Sendo assim, Marcos foi o candidato aprovado.

Observação: a candidata Zilma obteve um desvio-padrão de suas notas igual a zero, porém sua média aritmética foi menor do que 15 pontos.

ATIVIDADE 4

Determinando a média:

$$\text{média} = \frac{61 + 59 + 48 + 42 + 41 + 41 + 38 + 38 + 37 + 37 + 37 + 37 + 36 + 36 + 35 + 35 + 34 + 31 + 30 + 29 + 29 + 28 + 27 + 26 + 26 + 6}{26}$$

$$\text{média} = \frac{924}{26}$$

$$\text{média} \cong 35,54$$

Determinando a moda:

37 (4 vezes)

Determinando a mediana:

Como os dados já estão em ordem decrescente, basta encontrar as idades correspondentes a 13ª e 14ª posições e calcular sua média.

$$\text{média} = \frac{36 + 36}{2}$$

$$\text{média} = \frac{72}{2}$$

$$\text{média} = 36$$

Determinando a amplitude:

Valor máximo: 61

Valor mínimo: 6

$$\text{Amplitude} = 61 - 6 = 55$$



ATIVIDADE 5

Determinando a média:

$$m\acute{e}dia = \frac{1\ 412 + 1\ 320 + 1\ 212 + 1\ 100 + 1\ 045}{5}$$

$$m\acute{e}dia = \frac{6\ 089}{5}$$

$$m\acute{e}dia = 1\ 217,80$$

Determinando a variância (σ^2):

$$\sigma^2 = \frac{(1\ 412 - 1\ 217,80)^2 + (1\ 320 - 1\ 217,80)^2 + (1\ 212 - 1\ 217,80)^2 + (1\ 100 - 1\ 217,80)^2 + (1\ 045 - 1\ 217,80)^2}{5}$$

$$\sigma^2 = \frac{(194,20)^2 + (102,20)^2 + (-5,80)^2 + (-117,80)^2 + (-172,80)^2}{5}$$

$$\sigma^2 = \frac{91\ 928,80}{5}$$

$$\sigma^2 = 18\ 385,76$$

Determinando o desvio-padrão (σ):

$$\sigma = \sqrt[3]{18\ 385,76}$$

$$\sigma = 135,5941$$

ATIVIDADE 6

Resolução utilizando uma planilha eletrônica

Determinando a média:

	A	B	C	D
1		Variável		
2	1930	8		
3	1934	5		
4	1938	7		
5	1950	9		
6	1954	11		
7	1958	13		
8	1962	4		
9	1966	9		
10	1970	10		
11	1974	7		
12	1978	6		
13	1982	6		
14	1986	5		
15	1990	6		
16	1994	6		
17	1998	6		
18	2002	8		
19	2006	5		
20	2010	5		
21	2014	6		
22	2018	6		
23	2022	8		
24	Soma	156	Média	7,090909091

Média: utilizar o comando (função) MÉDIA.



Determinando a variância e o desvio-padrão:

	A	B	C	D	E
1		Variável	Média	Variável - Média	(Variável - Média) ²
2	1930	8	7,09091	0,909090909	0,826446281
3	1934	5	7,09091	-2,090909091	4,371900827
4	1938	7	7,09091	-0,090909091	0,008264463
5	1950	9	7,09091	1,909090909	3,644628099
6	1954	11	7,09091	3,909090909	15,28099173
7	1958	13	7,09091	5,909090909	34,91735537
8	1962	4	7,09091	-3,090909091	9,553719009
9	1966	9	7,09091	1,909090909	3,644628099
10	1970	10	7,09091	2,909090909	8,462809917
11	1974	7	7,09091	-0,090909091	0,008264463
12	1978	6	7,09091	-1,090909091	1,190082645
13	1982	6	7,09091	-1,090909091	1,190082645
14	1986	5	7,09091	-2,090909091	4,371900827
15	1990	6	7,09091	-1,090909091	1,190082645
16	1994	6	7,09091	-1,090909091	1,190082645
17	1998	6	7,09091	-1,090909091	1,190082645
18	2002	8	7,09091	0,909090909	0,826446281
19	2006	5	7,09091	-2,090909091	4,371900827
20	2010	5	7,09091	-2,090909091	4,371900827
21	2014	6	7,09091	-1,090909091	1,190082645
22	2018	6	7,09091	-1,090909091	1,190082645
23	2022	8	7,09091	0,909090909	0,826446281
24				Soma	103,8181818
25				Variância	4,719008264
26				Desvio- Padrão	2,172327845

Variância: utilizar o comando (função) VAR.P

Desvio-padrão utilizar o comando (função) DESVPAD.P

Como o desvio-padrão é de aproximadamente 2,17, pode-se afirmar que os dados estão mais dispersos, ou seja, são mais heterogêneos.

ATIVIDADE 7

Como não teve nenhuma nota igual a zero, e a variância é igual a zero.

(A) a média aritmética simples desse conjunto de dados também valerá zero.

FALSO, pois para a média ser igual a zero, as notas precisariam também serem iguais a zero.

(B) a média aritmética ponderada desse conjunto de dados também valerá zero.

FALSO, pois para a média ser igual a zero, as notas precisariam também serem iguais a zero.

(C) a moda desse conjunto de dados também valerá zero.

FALSO, pois para a moda ser zero, deveria haver alguma frequência de notas zero.

(D) a mediana desse conjunto de dados também valerá zero.

FALSO, pois para a mediana ser zero, deveriam haver apenas notas zero.

(E) o desvio-padrão desse conjunto de dados também valerá zero.

VERDADEIRO, pois o desvio-padrão é a raiz quadrada da variância. Como ela vale zero, o desvio também valerá.



ATIVIDADE 8

O conjunto que possui os dados mais heterogêneos é aquele que possuir o maior desvio-padrão, ou seja, o conjunto E.

ALTERNATIVA E

ATIVIDADE 9

Determinando a média:

$$\text{média} = \frac{33 + 34 + 33 + 34 + 34 + 35 + 35}{7}$$

$$\text{média} = \frac{238}{7}$$

$$\text{média} = 34$$

Determinando a variância (σ^2):

$$\sigma^2 = \frac{(33 - 34)^2 + (34 - 34)^2 + (33 - 34)^2 + (34 - 34)^2 + (34 - 34)^2 + (35 - 34)^2 + (35 - 34)^2}{7}$$

$$\sigma^2 = \frac{(-1)^2 + (0)^2 + (-1)^2 + (0)^2 + (0)^2 + (1)^2 + (1)^2}{7}$$

$$\sigma^2 = \frac{+1 + 0 + 1 + 0 + 0 + 1 + 1}{7}$$

$$\sigma^2 = \frac{4}{7}$$

$$\sigma^2 = 0,571428571428571$$

$$\sigma^2 \cong 0,57$$

Determinando o desvio-padrão (σ):

$$\sigma = \sqrt[3]{0,57}$$

$$\sigma \cong 0,75$$

Logo, 0,75 se enquadra em extremamente baixo.

ALTERNATIVA A



ATIVIDADE 10

Determinando a média:

$$\text{média} = \frac{1,7 + 2,5 + 3,2 + 3,3}{4}$$

$$\text{média} = \frac{10,7}{4}$$

$$\text{média} = 2,675$$

Determinando a variância (σ^2):

$$\sigma^2 = \frac{(1,7 - 2,675)^2 + (2,5 - 2,675)^2 + (3,2 - 2,675)^2 + (3,3 - 2,675)^2}{4}$$

$$\sigma^2 = \frac{(-0,975)^2 + (0,175)^2 + (0,525)^2 + (0,625)^2}{4}$$

$$\sigma^2 = \frac{+0,950625 + 0,030625 + 0,275625 + 0,390625}{4}$$

$$\sigma^2 = \frac{1,6475}{4}$$

$$\sigma^2 = 0,411875$$

$$\sigma^2 \cong 0,41$$

Determinando o desvio-padrão (σ):

$$\sigma = \sqrt{0,41}$$

$$\sigma \cong 0,64$$

Logo, a média é de aproximadamente 2,68 e o desvio-padrão de 0,64.

ALTERNATIVA C



Referências

MATERIAL ESTRUTURADO

BONJORNO, J. R.; GIOVANNI JUNIOR, J. R.; SOUSA, P. R. C. Prisma matemática : estatística, combinatória e probabilidade. 1. ed. São Paulo: Editora FTD, 2020.

EMBRAPA. Brasil em 50 alimentos. Brasília: Embrapa, 2023. Disponível em: <https://www.embrapa.br/busca-de-publicacoes/-/publicacao/1153294/brasil-em-50-alimentos>. Acesso em 28 de novembro de 2023.

IEZZI, G.; HAZZAN, S.; DEGENSZAJN, D. M. Fundamentos de matemática elementar: matemática comercial, matemática financeira, estatística descritiva. 9. ed. São Paulo: Atual, 2013.

IJSN. IJSN no Censo 2022. Disponível em: <https://ijsn.es.gov.br/sinteses/ijsn-no-censo-2022>. Acesso em 26 de novembro de 2024.

Referências

ATIVIDADES

Departamento Intersindical de Estatística e Estudos Socioeconômicos. **Pesquisa nacional da Cesta Básica de Alimentos:** Salário mínimo nominal e necessário. São Paulo, 2024. Disponível em:

<https://www.dieese.org.br/analisecestabasica/salarioMinimo.html#2024>. Acesso em: 09 dez. 2024.

GOMES, Irene. Em 2022, PIB cresce em 24 unidades da federação. **Agência IBGE Notícias**, Rio de Janeiro, 14 nov. 2024. Disponível em:

<https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/agencia-noticias/2012-agencia-de-noticias/noticias/41893-em-2022-pib-cresce-em-24-unidades-da-federacao>. Acesso em: 09 dez. 2024.

Instituto Jones dos Santos Neves. **IJSN Especial Censo Demográfico 2022:**

Primeiros Resultados - População Quilombola no Brasil e no Espírito Santo. Vitória, 2024. Disponível em:

https://ijsn.es.gov.br/Media/IJSN/PublicacoesAnexos/S%C3%ADnteses/IJSN_Censo_2022-Quilombola.pdf. Acesso em: 09 dez. 2024.

ORLANDI, Leticia. Saiba qual o salário dos prefeitos das cidades do Espírito Santo. **A Gazeta**, Vitória, 22 out. 2024. Seção Eleições. Disponível em:

<https://www.agazeta.com.br/es/politica/saiba-qual-o-salario-dos-prefeitos-das-cidades-do-espírito-santo-1024>. Acesso em: 09 dez. 2024.

Saiba quem foi o artilheiro de cada edição de Copa do Mundo. **Lance!**, 12 nov. 2022. Seção Galeria de Fotos. Disponível em:

<https://www.lance.com.br/galerias/saiba-quem-foi-o-artilheiro-de-cada-edicao-de-copa-do-mundo/>. Acesso em: 09 dez. 2024.





GOVERNO DO ESTADO
DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

Material Estruturado



SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL

GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

3ª Série | Ensino Médio

MATEMÁTICA

GRÁFICOS E DIAGRAMAS ESTATÍSTICOS

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM	DESCRIPTOR(ES) DO PAEBES
<p>EM13MAT407 Interpretar e comparar conjuntos de dados estatísticos por meio de diferentes diagramas e gráficos (histograma, de caixa (box plot), de ramos e folhas, entre outros), reconhecendo os mais eficientes para sua análise.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Interpretar e comparar conjuntos de dados estatísticos por meio de diferentes diagramas e gráficos: histograma, de caixa (box-plot), de ramos e folhas. • Reconhecer dentre os diagramas e gráficos (histograma, de caixa (box-plot), de ramos e folhas) os mais eficientes para sua análise. 	<p>D064_M Utilizar informações apresentadas em tabelas ou gráficos na resolução de problemas.</p>

Contextualização

Quando o conjunto de dados é pequeno, fazendo um certo esforço, podemos até tirar certas conclusões sobre os dados, mas com um volume maior de informações é difícil concluir algo. Por isso lançamos mão das representações gráficas.

Segundo o IBGE

Os gráficos são recursos visuais muito utilizados para facilitar a leitura e compreensão das informações e divulgação de pesquisas em jornais, revistas, panfletos, livros e televisão.

Disponível em: <https://educa.ibge.gov.br/professores/educa-recursos/20773-tipos-de-graficos-no-ensino.html>.
Acesso em 05 de dezembro de 2024

Os tipos de gráficos que estamos mais acostumados a ver são os gráficos de barras/colunas, gráfico de setores (ou de pizza) e gráfico de linhas. No entanto, não existem somente eles. Na última quinzena vimos o histograma, usado para representar frequências de dados agrupados em classes.

Neste material retomaremos o histograma e apresentaremos outras duas representações gráficas: o diagrama de caixa (box-plot) e o diagrama de ramos e folhas, fazendo uso deles para calcular medidas de tendência central e de dispersão.

Bons estudos!



Conceitos e Conteúdos

HISTOGRAMA, DIAGRAMA DE CAIXA E DIAGRAMA DE RAMOS E FOLHAS

Neste material abordaremos três representações gráficas de dados: histograma, diagrama de caixa e diagrama de ramos e folhas.

Vamos detalhar o estudo de cada uma destas representações gráficas a seguir.

Histograma

O histograma é um gráfico formado por um conjunto de colunas retangulares contíguas, cujas bases têm comprimento igual à amplitude dos intervalos das classes e cujas alturas têm o comprimento da frequência absoluta de cada classe.

Mais detalhes sobre sua construção podem ser revisados nas semanas anteriores.

Diagrama de Caixa

O diagrama de caixa, ou *box-plot*, trata-se de um interessante elemento gráfico, muito eficiente para indicar a densidade das variáveis e ampliar as possibilidades de interpretação e descrição dos dados. Também é muito útil para comparar duas grandezas.

O diagrama de caixa representa graficamente os dados numéricos com base em cinco valores: limite inferior, primeiro quartil, segundo quartil, terceiro quartil e limite superior. Vejamos como obter cada um desses valores:

- Segundo quartil - Q_2

É a mediana do conjunto de dados

- Primeiro quartil - Q_1

É o valor tal que 25% dos dados ordenados estão abaixo dele, este valor pode ser obtido como a mediana dos valores abaixo da mediana dos dados (segundo quartil).

- Terceiro quartil - Q_3

É o valor tal que 75% dos dados ordenados estão abaixo dele, este valor pode ser obtido como a mediana dos valores acima da mediana dos dados (segundo quartil).



- Limite inferior - LI

É o menor valor da distribuição, *desde que não seja atípico*. Este valor é determinado pela fórmula:

$$LI = Q_1 - 1,5 \cdot (Q_3 - Q_1).$$

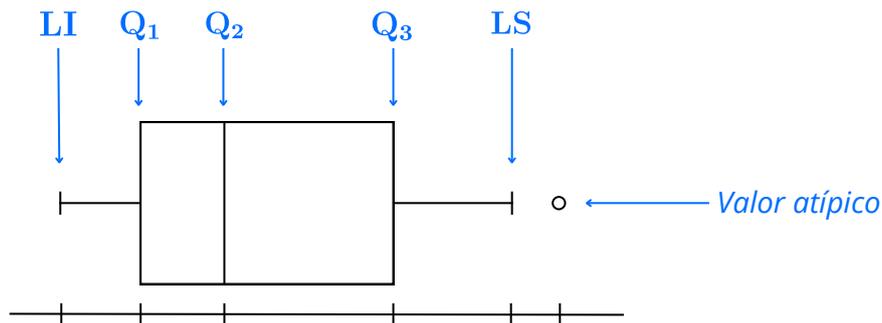
- Limite superior - LS

É o maior valor da distribuição, *desde que não seja atípico*. Este valor é determinado pela fórmula:

$$LS = Q_3 + 1,5 \cdot (Q_3 - Q_1).$$

Observação: Valores atípicos são valores que são muito discrepantes dos demais dados.

O diagrama de caixa tem o seguinte formato e elementos:



Vejamos um exemplo de construção do diagrama de caixa.

Considere as seguintes idades: 25, 31, 29, 25, 23, 28, 22, 27, 54, 31 e 21. Para construirmos o diagrama de caixa devemos, inicialmente, organizar os dados em rol (em ordem crescente). Assim, obtemos:

Idade

21

22

23

25

25

27 → Q₂: mediana

28

29

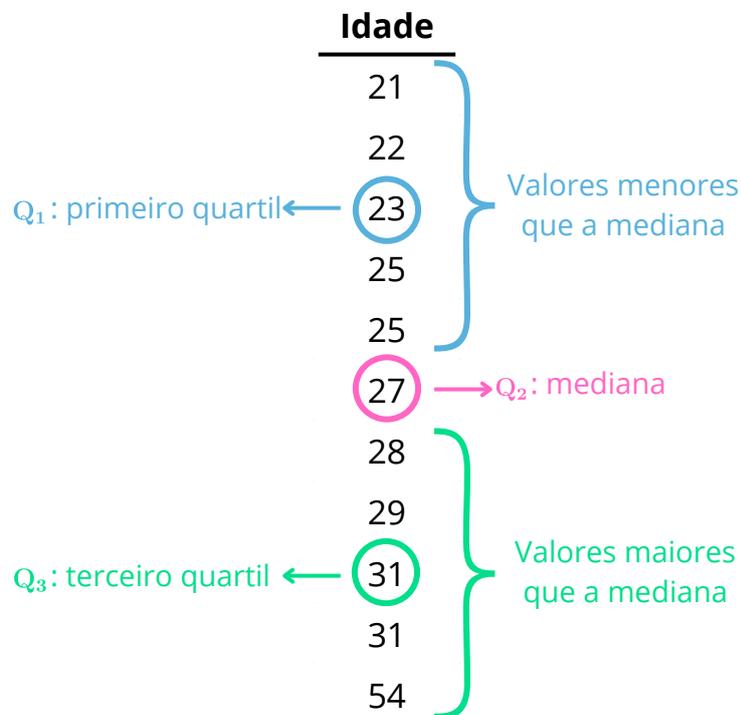
31

31

54



A partir da mediana podemos determinar os primeiro e terceiro quartis:



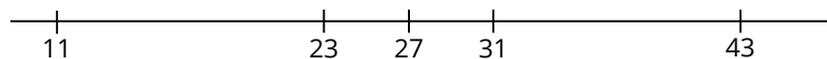
Assim, podemos calcular os limites inferior e superior:

$$LI = Q_1 - 1,5 \cdot (Q_3 - Q_1) = 23 - 1,5 \cdot (31 - 23) = 23 - 1,5 \cdot 8 = 23 - 12 = 11.$$

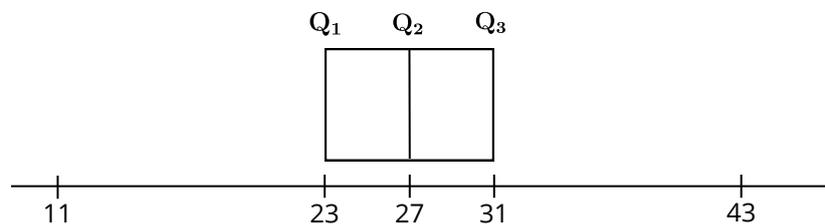
$$LS = Q_3 + 1,5 \cdot (Q_3 - Q_1) = 31 + 1,5 \cdot (31 - 23) = 31 + 1,5 \cdot 8 = 31 + 12 = 43.$$

Note que o valor 54 é um valor atípico pois ele é maior que o limite superior. De posse dessas informações podemos construir o diagrama de caixa:

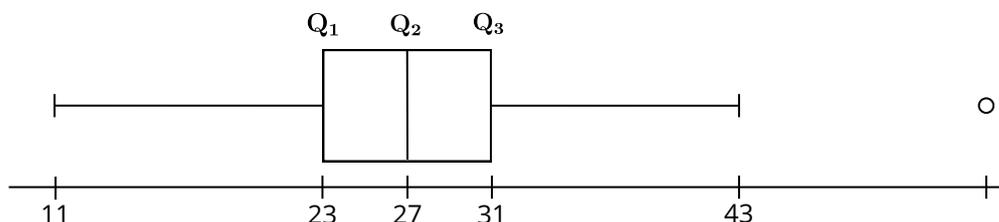
- 1 Marcar na reta numérica os cinco valores bases: 1º, 2º e 3º quartis, LI e LS



- 2 Desenhar a caixa considerando os 1º, 2º e 3º quartis



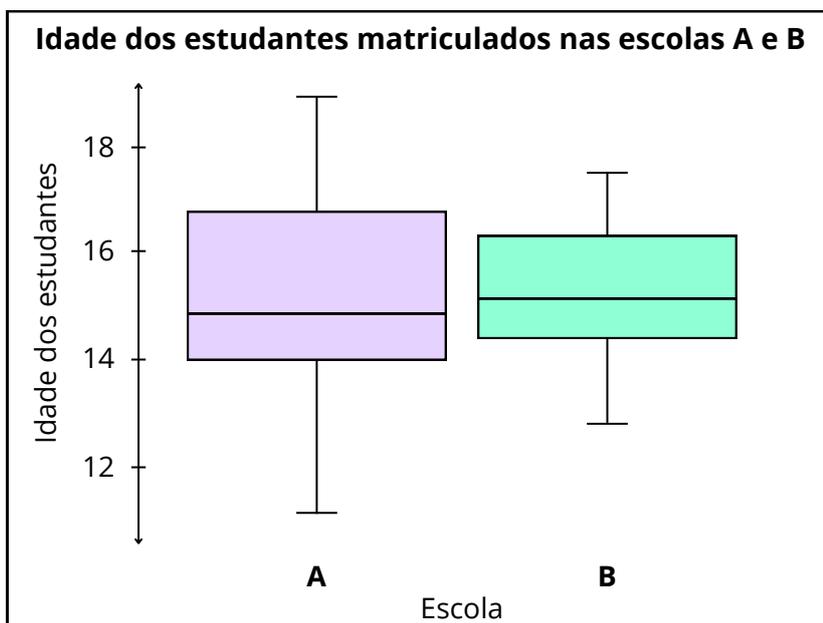
- 3 Desenhar uma linha reta de Q₁ até LI e de Q₃ até LS e marcar os valores atípicos



Comparação de amostras usando diagrama de caixa

O diagrama de caixa pode ser usado para comparação de dois ou mais grupos. As medidas presentes de forma direta são a mediana e os 1º e 3º quartis, além dessas é possível obter a amplitude dos dados através da diferença entre o maior e o menor valor observado e uma medida de dispersão dada pelo comprimento da caixa, isto é, a diferença entre o 3º quartil e o 1º quartil.

Observe os dois diagramas de caixa abaixo:

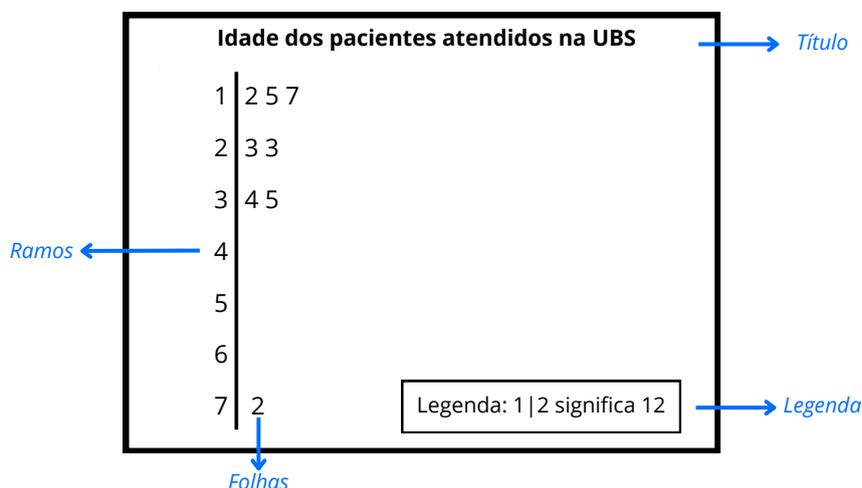


Com base no diagrama podemos concluir que a mediana da idade dos estudantes da escola B é superior à idade dos estudantes da escola A e a escola B é mais homogênea quanto a idade dos estudantes matriculados.

Diagrama de Ramos e Folhas

O diagrama de ramos e folhas recebe esse nome dada a analogia entre um tronco e seus ramos e suas folhas. É bastante útil na organização do rol do conjunto de dados e possibilita uma ampla visão dos elementos para identificar algumas medidas de posição.

Observe abaixo um exemplo do diagrama de ramos e folhas com os elementos destacados:



Vejamos como construir o diagrama de ramos e folhas:

Considere o conjunto das idades dos funcionários da empresa A: 47, 21, 49, 50, 23, 35, 46, 28, 55, 25, 32, 48, 43, 33 e 28. Inicialmente devemos organizar os dados em rol: 21, 23, 25, 28, 28, 32, 33, 35, 39, 43, 46, 47, 48, 50 e 55.

A partir dos dados em rol podemos iniciar a confecção dos diagrama:

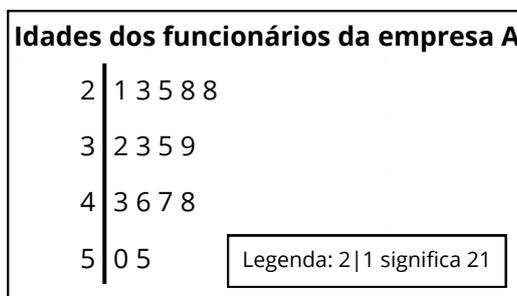
- 1) construímos os ramos com as dezenas. Como os valores variam de 21 a 55, devemos listar os números 2, 3, 4 e 5 nos ramos:

```
2 |
3 |
4 |
5 |
```

- 2) Completamos, então, com as folhas na parte direita da dezena indicada:

```
2 | 1 3 5 8 8
3 | 2 3 5 9
4 | 3 6 7 8
5 | 0 5
```

- 3) Por fim, adicionamos a legenda e título do diagrama:



Vejamos um segundo exemplo:

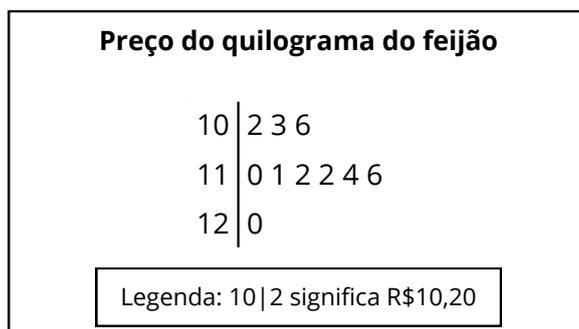
Carlos fez uma pesquisa de preços do quilo do feijão em 10 supermercados, obtendo os seguintes valores:

R\$11,20; R\$10,30; R\$11,00; R\$11,60; R\$10,20; R\$11,20; R\$11,10;
R\$12,00; R\$10,60 e R\$11,40.

Ordenando os valores obtemos:

R\$10,20; R\$10,30; R\$10,60; R\$11,00; R\$11,10; R\$11,20;
R\$11,20; R\$11,40; R\$11,60 e R\$12,00.

Para construir o diagrama de ramos e folhas, como os dados são números racionais, devemos listar a parte inteira nos ramos (região à esquerda) e a parte decimal nas folhas (região à direita), obtendo, assim, o seguinte diagrama:



Exercícios Resolvidos

EXERCÍCIO 1. Em novembro de 2024 o Departamento Intersindical de Estatística e Estudos Socioeconômicos (DIEESE) publicou o preço médio da cesta básica em 17 capitais do Brasil, no mês de outubro. Os valores (arredondados) são listados a seguir:

Cidade	Preço médio da Cesta Básica (R\$)
São Paulo	806
Florianópolis	797
Porto Alegre	774
Rio de Janeiro	774
Campo Grande	751
Curitiba	727
Brasília	711
Vitória	708
Goiânia	695
Belo Horizonte	678
Belém	650
Fortaleza	641
Natal	576
João Pessoa	566
Salvador	561
Recife	548
Aracaju	519

Disponível em: <https://www.dieese.org.br/analisecestabasica/2024/202410cestabasica.pdf>. Acesso em 12 de dezembro de 2024

Construa um diagrama de caixa que represente o preço médio da cesta básica.



SOLUÇÃO: Inicialmente devemos ordenar os dados e determinar a mediana e os 1º e 3º quartis.

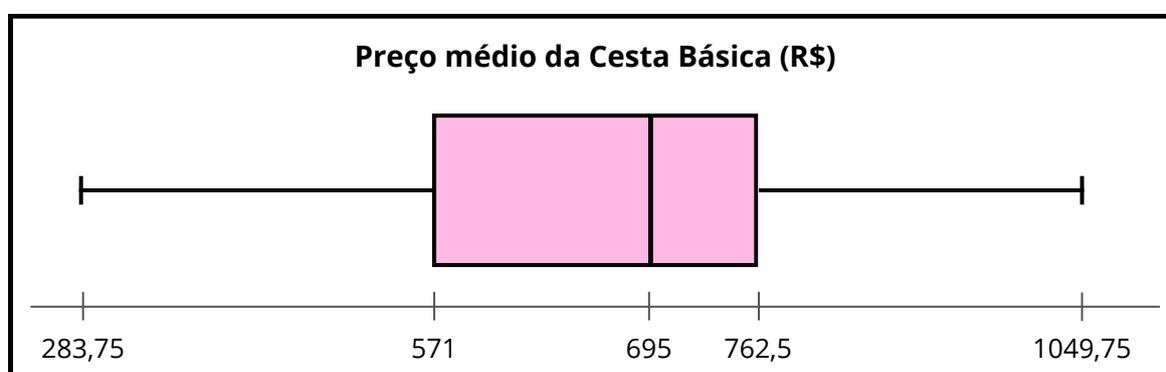
Preço médio da Cesta Básica (R\$)	
519	
548	
561	
566	571 Q_1
576	
641	
650	
678	
695	Q_2
708	
711	
727	
751	762,5 Q_3
774	
774	
797	
806	

Vamos calcular os limites inferior e superior:

$$LI = Q_1 - 1,5 \cdot (Q_3 - Q_1) = 571 - 1,5 \cdot (762,5 - 571) = 283,75;$$

$$LS = Q_3 + 1,5 \cdot (Q_3 - Q_1) = 762,5 + 1,5 \cdot (762,5 - 571) = 1\,049,75.$$

Nenhum dos valores observados estão fora dos limites calculados acima, logo, não existem valores atípicos. Podemos, agora, construir o diagrama de caixa:

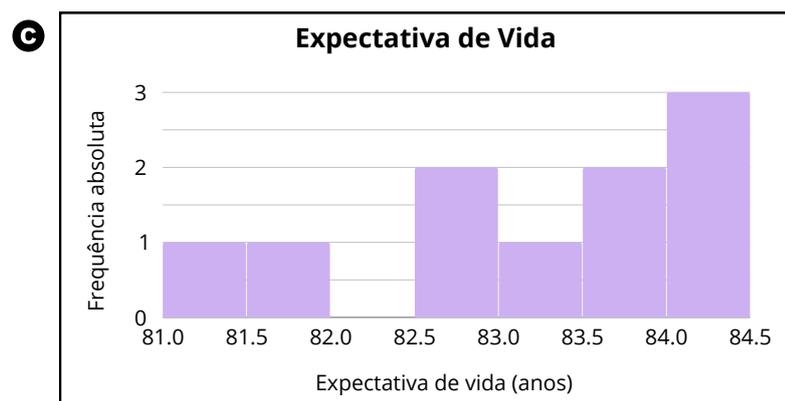
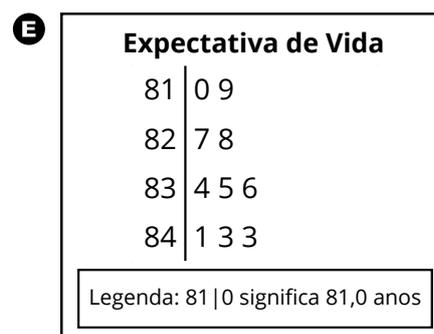
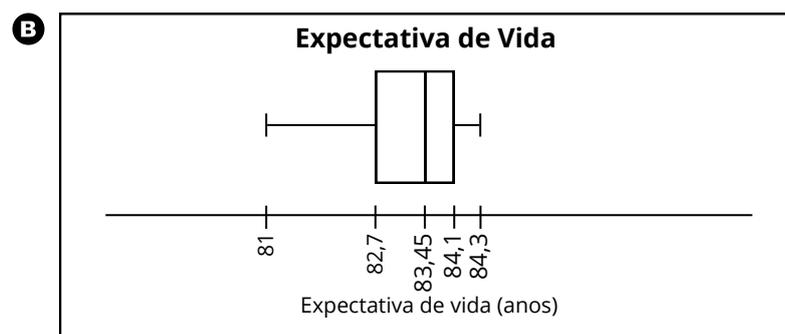
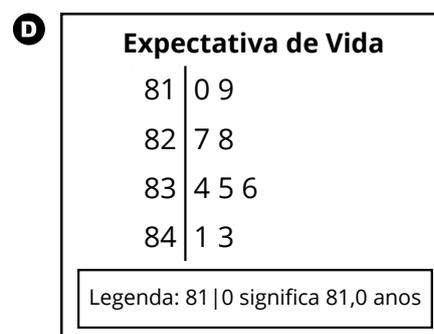
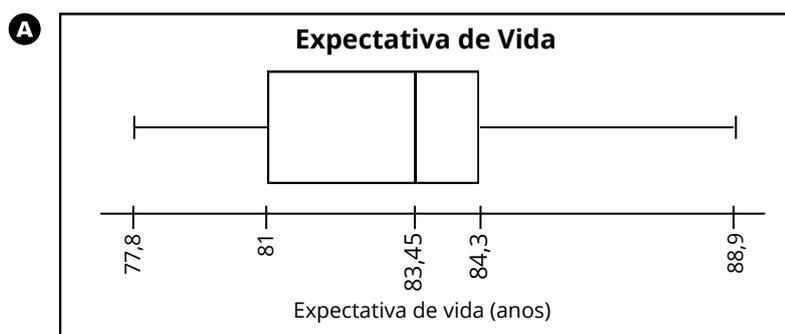


EXERCÍCIO 2. A tabela abaixo apresenta a expectativa de vida dos 10 países com os maiores IDHs do mundo:

País	Expectativa de Vida
Suíça	84,3
Noruega	83,4
Islândia	82,8
Hong Kong	84,3
Dinamarca	81,9
Suécia	83,5
Alemanha	81,0
Irlanda	82,7
Singapura	84,1
Austrália	83,6

Disponível em: <https://hdr.undp.org/system/files/documents/global-report-document/hdr2023-24reportpt.pdf>. Acesso em 12 de novembro de 2024.

Dentre os gráficos abaixo, o que melhor representa os dados acima é:



SOLUÇÃO: Devemos nos atentar a alguns detalhes:

- Para a construção do histograma deve-se verificar o número de classes;
- Para o diagrama de ramos e folhas deve-se verificar se o número de total de dados é compatível com a tabela apresentada e se os dados são os mesmos;
- Para o diagrama de caixa, deve-se verificar se os quartis e limites inferiores e superiores estão corretos.

Vamos fazer a verificação por tipo de gráfico/diagrama apresentados nas alternativas:

A B

**Expectativa
de Vida**

81,0	
81,9	
82,7	Q ₁
82,8	
83,4	
83,5	83,45 Q ₂
83,6	
84,1	Q ₃
84,3	
84,3	

$$LI = Q_1 - 1,5 \cdot (Q_3 - Q_1)$$

$$= 82,7 - 1,5 \cdot (84,1 - 82,7) = 80,6.$$

O diagrama de caixa da alternativa A está incorreto devido ao erro na definição dos quartis.

O diagrama de caixa da alternativa B está incorreto devido ao erro na definição do limite inferior.

C

$$\text{número de classes} = \sqrt{10} = 3,16 \rightarrow 4.$$

Dessa forma, o histograma da alternativa C está incorreto devido ao erro na definição do número de classes.

D E

O diagrama de ramos e folhas da alternativa D está incorreto pois apresenta apenas 9 dos 10 valores. O erro acontece pela ausência do segundo valor 84,3.

O diagrama da alternativa E está correto pois apresenta o número correto de elementos e os elementos coincidem com os apresentados na tabela.



Material Extra

LIVRO DIDÁTICO



Prezado(a) professor(a), os conceitos apresentados neste material estruturado podem ser trabalhados usando os seguintes livros didáticos:

1. Volume 6 - Coleção Prisma Matemática (Editora FTD):

- p. 24
- p. 38-44

2. Volume 6 - Coleção Matemática em Contextos (Editora Ática):

- p. 34
- p. 37
- p. 60

SUGESTÃO DE PRÁTICA

Para finalizar o estudo de medidas resumo e gráficos e diagramas estatísticos sugerimos a seguinte atividade utilizando ferramentas digitais (Google Planilhas e Geogebra) para análise descritiva e gráfica da informação.

O objetivo dessa atividade é aproximar o estudante das ferramentas digitais e aplicar os conceitos vistos em aula nas últimas semanas.

TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO: ANÁLISE DESCRITIVA E GRÁFICA

Objetivos:

- Aplicar conceitos estatísticos em um contexto prático.
- Desenvolver habilidades de análise de dados utilizando ferramentas digitais.
- Relacionar conceitos matemáticos com situações reais.

Preparando o espaço de trabalho

Você vai usar dois ambientes digitais para esta atividade: Google Planilhas e Geogebra.

1 Google Planilhas
Acesse a página inicial do google e observe o canto superior direito e clique no ícone abaixo:

Nos aplicativos mostrados, busque o planilhas?

Clique e abra uma nova planilha:

2 Geogebra
Em uma nova guia de busca, pesquise "Geogebra Classic" e clique no link com o seguinte link:

Na parte direita da página clique no link indicado abaixo:

Conhecendo o problema

O site "Amigos" da UFPR lista o número de gols feitos dos 32 jogadores com maior número de gols da história. O site pode ser acessado através do QR code ao lado.

Um estudante, que tem vontade de ser torcedor um jogador de futebol, se interessou por esses números e deseja saber como se comportam os dados de número de gols dos maiores jogadores. O seu trabalho é ajudar esse estudante com as estatísticas sobre o assunto. No entanto, os dados são altos e em grande quantidade, fazer esse trabalho manualmente seria desnecessariamente trabalhoso, por isso você fará isso com o auxílio de ferramentas digitais.



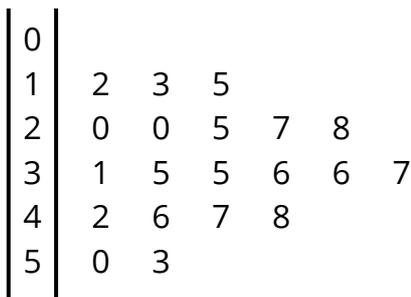
Clique aqui



Atividades

ATIVIDADE 1

O dono de uma rede de lojas de tênis esportivos criou o seguinte diagrama de ramos e folhas (ou caule e folhas) mostrando a quantidade do tênis MaxY em cada loja:



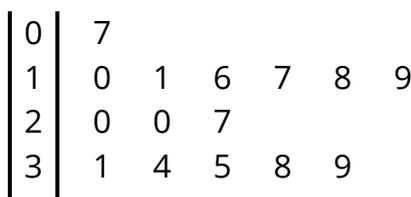
Legenda: 1|2 significa 12

Qual é o menor número de tênis MaxY em uma loja?

- A) 2
- B) 6
- C) 12
- D) 15
- E) 37

ATIVIDADE 2

Observe o diagrama de ramos e folhas a seguir:



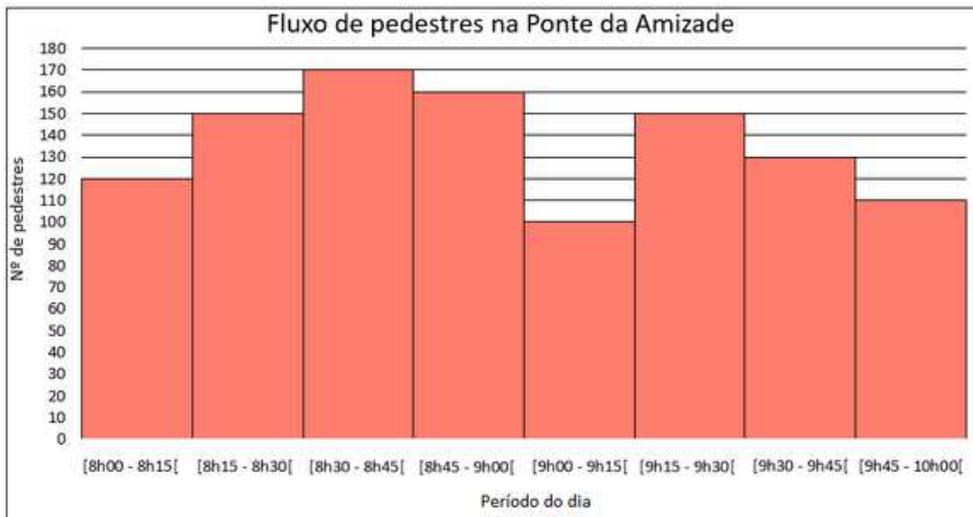
Legenda: 0|7 significa 7

O conjunto de dados referentes a esse diagrama é:

- A) 0 - 0 - 0 - 1 - 1 - 4 - 5 - 6 - 7 - 7 - 7 - 8 - 8 - 9 - 9
- B) 0 - 0 - 0 - 0 - 1 - 1 - 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 7 - 7 - 8 - 8 - 9 - 9
- C) 7 - 11 - 16 - 17 - 18 - 19 - 27 - 31 - 34 - 35 - 38 - 39
- D) 7 - 10 - 11 - 16 - 17 - 18 - 19 - 20 - 20 - 27 - 31 - 34 - 35 - 38 - 39
- E) 11 - 13 - 43 - 53 - 61 - 70 - 71 - 72 - 81 - 83 - 91 - 93

ATIVIDADE 3

O histograma a seguir retrata o fluxo de pedestres que atravessam a Ponte da Amizade, que liga o Brasil ao Paraguai, entre 8h00 e 10h00 da manhã de um certo dia.



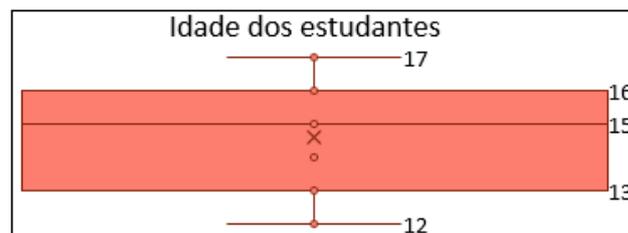
Fonte: pesquisa realizada por amostragem

A frequência absoluta de pedestres atravessando a ponte no período de 8h15 às 9h30 foi de:

- A) 300
- B) 540
- C) 730
- D) 940
- E) 1 090

ATIVIDADE 4

O gráfico box-plot a seguir, representa as idades dos estudantes de uma turma de nível intermediário de espanhol de um curso de línguas chamado de Escuela de Español.



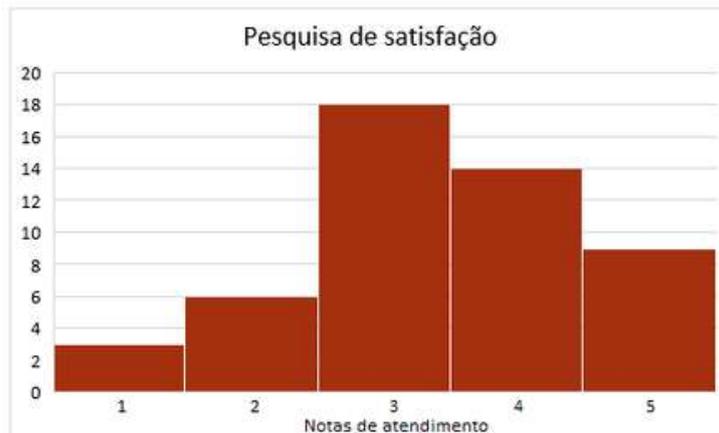
Fonte: Escuela de Español

Com base nesse gráfico, é correto afirmar que:

- A) a mediana das idades é igual a 15 anos.
- B) a maior idade é 16 anos.
- C) a menor idade é 13 anos.
- D) não tem nenhum estudante com 14 anos.
- E) existem estudantes com idade acima de 17 anos.

ATIVIDADE 5

A Empresa XYZ decidiu avaliar a satisfação dos seus clientes em relação ao atendimento prestado pelos seus funcionários. O histograma a seguir apresenta o resultado dessa pesquisa de satisfação.



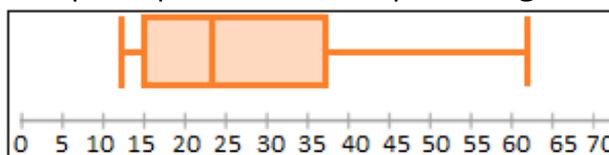
Fonte: pesquisa realizada com clientes

Para fins de avaliação, o gerente da empresa considerou como classificações: péssimo (nota 1), regular (nota 2), bom (nota 3), ótimo (nota 4) e excelente (nota 5). Dessa forma, o gerente verificou que o percentual de clientes que apontaram um grau de satisfação entre ótimo e excelente foram de:

- A) 14%
- B) 28%
- C) 35%
- D) 46%
- E) 50%

ATIVIDADE 6

O conjunto de dados que representa o box-plot a seguir é:



- A) 9 - 10 - 12 - 14 - 16 - 17 - 24 - 27 - 30 - 32 - 34 - 35 - 49 - 54 - 61
- B) 10 - 12 - 14 - 15 - 17 - 18 - 20 - 25 - 26 - 32 - 33 - 37 - 50 - 54 - 68
- C) 12 - 11 - 11 - 14 - 15 - 18 - 20 - 25 - 28 - 35 - 35 - 37 - 52 - 55 - 65
- D) 12 - 12 - 14 - 16 - 18 - 18 - 24 - 25 - 27 - 34 - 40 - 42 - 45 - 54 - 55
- E) 12 - 14 - 14 - 15 - 17 - 18 - 20 - 24 - 26 - 32 - 33 - 37 - 49 - 52 - 61

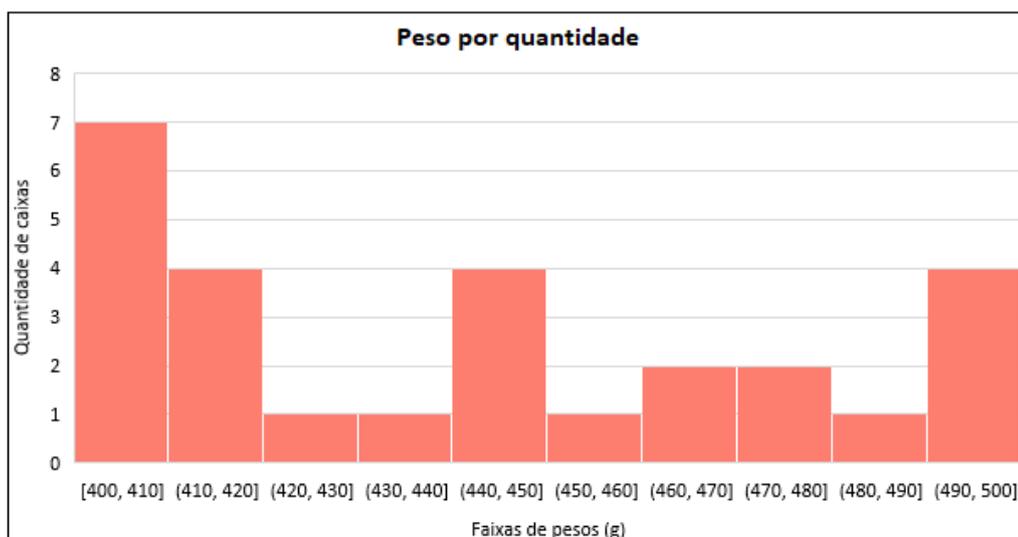


ATIVIDADE 7

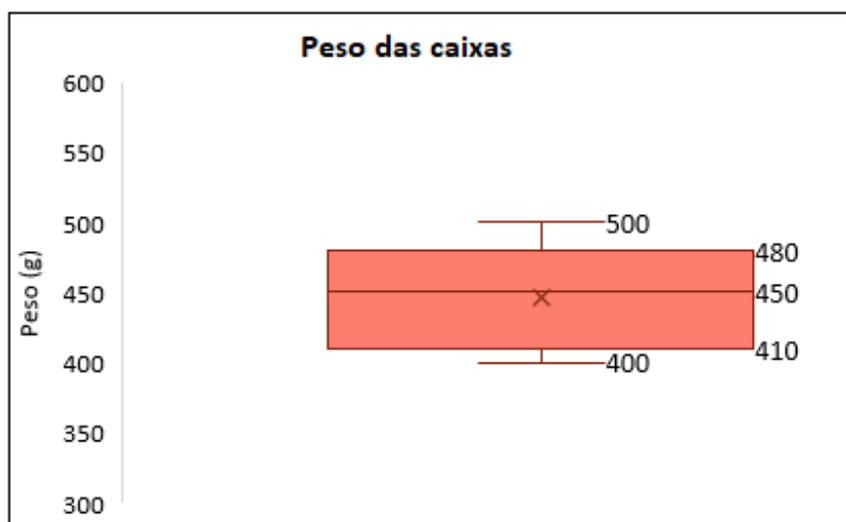
Um vendedor separou 27 caixas de uva para pesar, anotando os resultados (em gramas) no quadro a seguir.

450	400	480	500	500	420	410	450	420
400	410	460	450	500	480	500	420	450
410	420	400	470	470	480	410	400	500

Utilizando uma planilha eletrônica, o vendedor inseriu todos os valores e gerou dois gráficos: um box-plot e um histograma, com a finalidade de identificar a mediana dos pesos observados.



Observação: [] Intervalo fechado; () Intervalo aberto

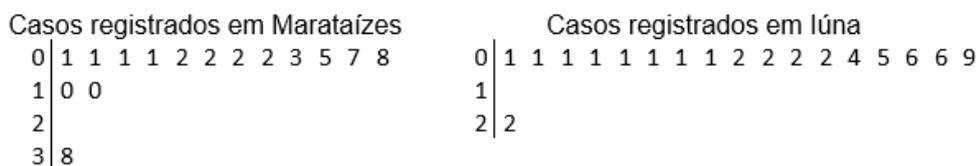


A fim de encontrar o peso mediano das caixas, qual seria o gráfico mais apropriado? Por quê?



ATIVIDADE 8

A fim de comparar os dados de lesão corporal contra mulheres nos municípios de Marataízes e Iúna, um estudante da 3ª série do ensino médio acessou o Painel de Monitoramento da Violência Contra a Mulher e analisou as informações contidas no *site*. Para melhor apresentar os dados, ele construiu dois diagramas de ramos e folhas (um para cada município) com os casos registrados.

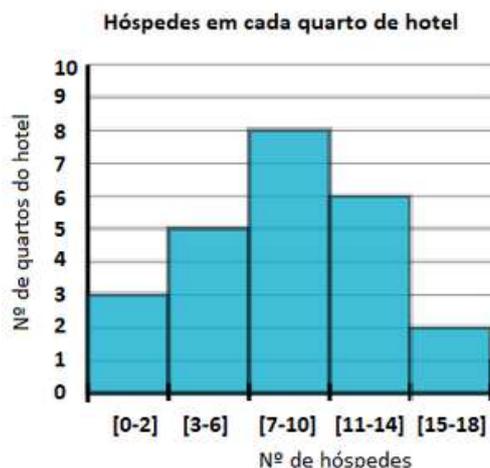


Fonte: <https://sesp.es.gov.br/painel-de-violencia-mulher>
 Acesso em: 09 dez. 2024

Analise os dois diagramas e indique o quantitativo total de casos registrados em cada município.

ATIVIDADE 9

O histograma a seguir indica a quantidade de hóspedes de um hotel em cada um dos quartos disponíveis.



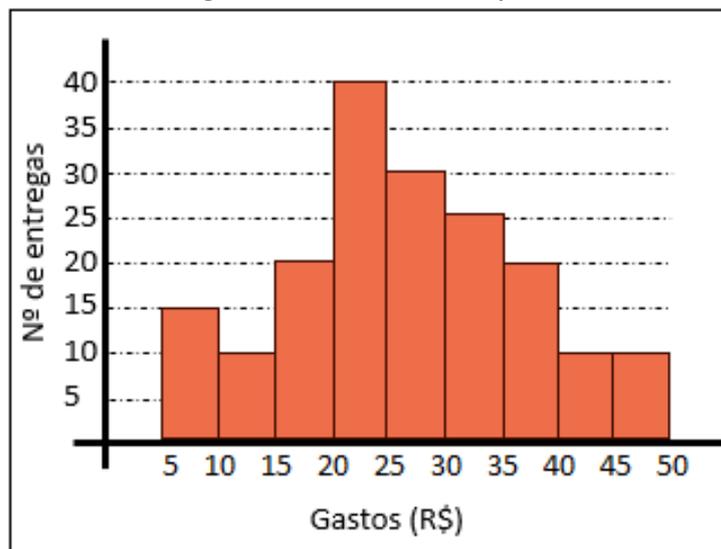
Em quantos quartos desse hotel há 10 hóspedes ou menos?



ATIVIDADE 10

Uma empresa de logística avaliou por 15 dias o número de entregas feitas por um motoboy e os gastos em reais de cada uma delas. Para facilitar a visualização, o gerente da empresa elaborou um histograma, representado na sequência, com 180 entregas feitas.

Gasto das entregas realizadas num período de 15 dias



Qual foi a média de gastos em relação ao intervalo com maior número de entregas?



Gabarito

ATIVIDADE 01: C
ATIVIDADE 02: D
ATIVIDADE 03: C
ATIVIDADE 04: A
ATIVIDADE 05: D
ATIVIDADE 06: E

**RESOLUÇÃO PARA O(A)
PROFESSOR(A)**

ATIVIDADE 1

O menor número de tênis é dado por:

0										
1	2	3	5	→						1 (dezena) 2 (unidade): 12
2	0	0	5	7	8					
3	1	5	5	6	6	7				
4	2	6	7	8						
5	0	3								

ALTERNATIVA C

ATIVIDADE 2

Definindo o conjunto de dados:

0	7								7
1	0	1	6	7	8	9			10 - 11 - 16 - 17 - 18 - 19
2	0	0	7						20 - 20 - 27
3	1	4	5	8	9				31 - 34 - 35 - 38 - 39

ALTERNATIVA D

ATIVIDADE 3

- [8h15 - 8h30]: 150
- [8h30 - 8h45]: 170
- [8h45 - 9h00]: 160
- [9h00 - 9h15]: 100
- [9h15 - 9h30]: 150

$$150+170+160+100+150 = 730$$

ALTERNATIVA C

ATIVIDADE 4

A) a mediana das idades é igual a 15 anos.

A mediana é dada pelo valor entre o 1º quartil (13) e o 3º quartil (16) e explicitada pela linha que divide a “caixa”. Dessa forma, a mediana é o 15

VERDADEIRO

B) a maior idade é 16 anos.

A maior idade é dada pelo limite superior, 17.

FALSO

C) a menor idade é 13 anos.

A menor idade é dada pelo limite inferior, 12.

FALSO

D) não tem nenhum estudante com 14 anos.

Como estamos falando de idades e, existe valores entre o 1º quartil e a mediana, logo podemos afirmar que existe pelo menos um estudante com 14 anos.

FALSO

E) existem estudantes com idade acima de 17 anos.

O limite superior é dado pela idade 17, logo não existe valores superiores a ela.

FALSO

ATIVIDADE 5

Grau de satisfação:

- ótimo: 14
 - excelente: 9
- } 14 + 9 = 23

Total de notas: $3 + 6 + 18 + 14 + 9 = 50$

Quantidade de notas	%
50	100
23	x

$$\frac{50}{23} = \frac{100}{x}$$

$$50 \cdot x = 23 \cdot 100$$

$$50 \cdot x = 2\,300$$

$$x = \frac{2\,300}{50}$$

$$x = 46$$

ALTERNATIVA D



ATIVIDADE 6

Observando o box-plot, podemos inferir algumas informações:

Limite inferior: $10 < a < 15$

1º quartil: $b = 15$

Mediana: $20 < c < 25$

3º quartil: $35 < d < 40$

Limite superior: $60 < e < 65$

A) **9** - 10 - 12 - 14 - 16 - 17 - 24 - 27 - 30 - 32 - 34 - 35 - 49 - 54 - 61

Limite inferior menor do que 10.

FALSO

B) 10 - 12 - 14 - 15 - 17 - 18 - 20 - 25 - 26 - 32 - 33 - 37 - 50 - 54 - **68**

Limite superior maior do que 65

FALSO

C) 12 - 11 - 11 - 14 - 15 - 18 - 20 - 25 - 28 - 35 - 35 - 37 - 52 - 55 - **65**

Limite superior igual a 65

FALSO

D) 12 - 12 - 14 - 16 - 18 - 18 - 24 - 25 - 27 - 34 - 40 - 42 - 45 - 54 - **55**

Limite superior menor do que 60

FALSO

E) **12** - 14 - 14 - 15 - 17 - 18 - 20 - **24** - 26 - 32 - 33 - 37 - 49 - 52 - **61**

Limite inferior entre 10 e 15

Mediana entre 20 e 25

Limite superior entre 60 e 65

VERDADEIRO

ATIVIDADE 7

Para esse caso, o gráfico box-plot é o mais indicado pois ele indica diretamente o valor da mediana (valor entre o 1º quartil e o 3º quartil) que, no caso, é 450.

ATIVIDADE 8

Marataízes:

$$1+1+1+1+2+2+2+2+3+5+7+8+10+10+38 = 93$$

93 casos registrados

Íluna:

$$1+1+1+1+1+1+1+1+2+2+2+2+4+5+6+6+9+22 = 68$$

68 casos registrados



ATIVIDADE 9

[0-2]: 3 quartos

[3-6]: 5 quartos

[7-10]: 8 quartos

$$3 + 5 + 8 = 16$$

Em 16 quartos.

ATIVIDADE 10

O maior número de entregas corresponde a faixa de gastos entre R\$ 20,00 e R\$ 25,00. Determinando a média:

$$m\acute{e}dia = \frac{20 + 25}{2}$$

$$m\acute{e}dia = \frac{45}{2}$$

$$m\acute{e}dia = 22,5$$

A média foi de R\$ 22,50.



Referências

MATERIAL ESTRUTURADO

BONJORNO, J. R.; GIOVANNI JUNIOR, J. R.; SOUSA, P. R. C. **Prisma matemática : estatística, combinatória e probabilidade**. 1. ed. São Paulo: Editora FTD, 2020.

DANTE, L. R.; VIANA, F. **Matemática em contextos: Estatística e Matemática Financeira**. 1. ed. São Paulo: Editora Ática, 2020.

DIEESE. **Custo da cesta básica aumenta em todas as cidades**. Disponível em: <https://www.dieese.org.br/analisecestabasica/2024/202410cestabasica.pdf>. Acesso em 12 de dezembro de 2024

ONU. **Human Development Report 2023/2024 technical notes**. Disponível em: https://hdr.undp.org/sites/default/files/2023-24_HDR/hdr2023-24_technical_notes.pdf. Acesso em 12 de novembro de 2023.

Referências

ATIVIDADES

ESPÍRITO SANTO. Secretaria de Segurança Pública e Defesa Social (SESP). **Painel de Monitoramento da Violência Contra a Mulher**. Vitória, 2024. Disponível em: <https://sesp.es.gov.br/painel-de-violencia-mulher>. Acesso em: 09 dez. 2024.

IEZZI, Gelson; HAZZAN, Samuel; DEGENSZAJN, David Mauro. **Fundamentos de matemática elementar, 11**: matemática comercial, matemática financeira, estatística descritiva. 9. ed. São Paulo: Atual, 2013.