



**GOVERNO DO ESTADO
DO ESPÍRITO SANTO**
Secretaria da Educação

Material Estruturado

SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL

GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

7º Ano | Ensino Fundamental Anos Finais



MATEMÁTICA

NÚMEROS INTEIROS

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM
EF07MA04/ES Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros, incluindo módulos, números opostos e/ou simétricos.	• Resolver operações de multiplicação e divisão de números inteiros. • Resolver operações de potenciação com base inteira. • Modelar e resolver problemas envolvendo adição, subtração, multiplicação e divisão de números inteiros.

Contextualização

A Antártica, também conhecida como o continente gelado, é uma das regiões mais inóspitas e fascinantes do planeta. Ela é coberta por uma imensa camada de gelo e abriga cerca de 70% de toda a água doce do mundo. Apesar do frio extremo, que pode atingir temperaturas abaixo de -80°C , a Antártica é essencial para o equilíbrio climático global e é um laboratório natural para a realização de importantes pesquisas científicas.

O Brasil participa desse esforço internacional por meio do Programa Antártico Brasileiro (Proantar), criado em 1982. Com a Estação Antártica Comandante Ferraz (EACF), nossos cientistas conduzem estudos sobre mudanças climáticas, ecossistemas marinhos e até a exploração de possíveis formas de vida adaptadas às condições extremas. Para que essa base funcione, é necessário um planejamento logístico rigoroso, que envolve cálculos matemáticos para garantir que os pesquisadores tenham todos os suprimentos de que precisam. Imagine que a base brasileira na Antártica recebe suprimentos a cada 60 dias para sustentar uma equipe de 15 pesquisadores. Sabe-se que cada pesquisador consome, em média, **3 refeições por dia** e cada caixa de suprimentos contém **180 refeições**. Quantas caixas de suprimentos são necessárias para atender toda a equipe durante esse período de 60 dias? Nesse material, estudaremos operações de multiplicação e divisão que nos ajudarão resolver este tipo de problemas. Bons estudos!

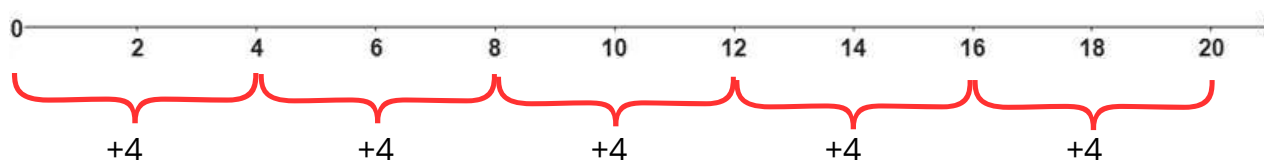


Conceitos e Conteúdos

MULTIPLICAÇÃO COM NÚMEROS INTEIROS

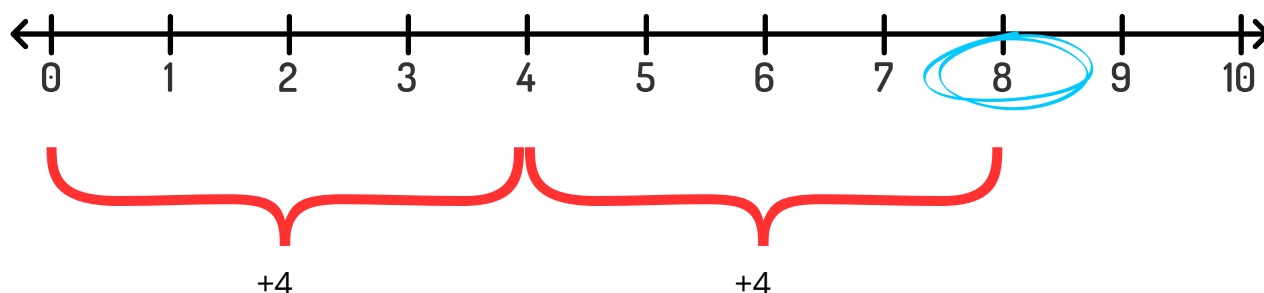
Quando estudamos os números naturais, vimos que a multiplicação equivale à adição de parcelas iguais.

Exemplo 1: $5 \cdot 4 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 20$



Exemplo 2: $(+2) \cdot (+4) = 2 \cdot (+4) = (+4) + (+4) = +8 = 8$

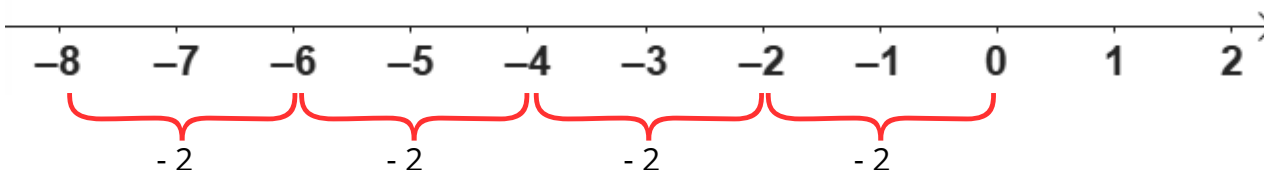
Esse segundo exemplo podemos visualizar dentro da reta numérica



Exemplo 3: $(+2) \cdot (-4) = 2 \cdot (-4) = (-4) + (-4) = -8$

Multiplicamos um número positivo por um número negativo, e o resultado foi um número negativo.

Exemplo 4: $(-2) \cdot 4 = (-2) + (-2) + (-2) + (-2) = -8$



Exemplo 5: $(-2) \cdot (-7) = +14$

Para entender melhor, vamos obter o resultado, vamos nos basear em multiplicações já conhecidas. Observe a sequência de multiplicações a seguir e seus resultados.

$$\begin{array}{l} 4 \cdot (-7) = -28 \\ 3 \cdot (-7) = -21 \\ 2 \cdot (-7) = -14 \\ 1 \cdot (-7) = -7 \\ 0 \cdot (-7) = 0 \end{array} \begin{array}{l} \nearrow +7 \\ \nearrow +7 \\ \nearrow +7 \\ \nearrow +7 \end{array}$$

Essa sequência de multiplicações segue um padrão: o primeiro fator vem decrescendo em 1 unidade (4, 3, 2, 1, 0) e o produto vem crescendo em 7 unidades (-28, -21, -14, -7, 0).

Seguindo esse padrão, podemos escrever:

$$\begin{array}{l} (-1) \cdot (-7) = 0 + 7 = 7 \\ (-2) \cdot (-7) = 7 + 7 = 14 \\ (-3) \cdot (-7) = 14 + 7 = 21 \end{array}$$

Em resumo:

Em qualquer multiplicação de números inteiros diferentes de zero, temos:

- o produto de dois números de **mesmo sinal** é um **número positivo**;
- o produto de dois números de **sinais diferentes** é um **número negativo**.

PROPRIEDADES DA MULTIPLICAÇÃO

Em uma multiplicação de dois números inteiros, a ordem dos fatores não altera o produto.

Exemplo: $(-5) \cdot 20 = 20 \cdot (-5) = -100$

Em uma multiplicação de três ou mais números inteiros, podemos associá-los de modos diferentes sem alterar o produto.

Exemplo:

$$\begin{array}{lll}
 (-7) \cdot (+3) \cdot (-2) = & (-7) \cdot (+3) \cdot (-2) = & (-7) \cdot (+3) \cdot (-2) = \\
 \underbrace{(-7) \cdot (+3)}_{= -21} \cdot (-2) = & (-7) \cdot \underbrace{(+3) \cdot (-2)}_{= -6} = & \begin{array}{l} \nearrow (-7) \cdot \nwarrow (+3) \\ = (+14) \cdot (-2) = \end{array} \\
 = (-21) \cdot (-2) = & = (-7) \cdot (-6) = & = (+14) \cdot (-2) = \\
 = +42 & = +42 & = -28
 \end{array}$$

O número 1 é o elemento neutro da multiplicação de números inteiros.

Exemplo 1: $5 \cdot 1 = 5$

Exemplo 2: $1 \cdot (-6) = -6$

Na multiplicação de um número inteiro por uma adição algébrica, podemos multiplicar esse inteiro pelos termos da adição algébrica e, depois, adicionar os resultados.

Exemplo:

$$\begin{array}{l}
 4 \cdot (7 - 10) = \\
 = 4 \cdot 7 + 4 \cdot (-10) = \\
 = 28 - 40 = \\
 = -12
 \end{array}$$

DIVISÃO COM NÚMEROS INTEIROS

Considerando que a divisão é a operação inversa da multiplicação, sabemos, por exemplo, que:

$$18 \div 3 = 6, \text{ porque } 6 \cdot 3 = 18$$



Em uma divisão entre dois números inteiros diferentes de zero, temos:

- quociente **positivo** quando esses números (dividendo e divisor) são de **mesmo sinal**;
- quociente **negativo** quando esses números (dividendo e divisor) são de **sinais diferentes**.

Exemplos:

- $(-20) \div (-4) = +5$, pois $(+5) \cdot (-4) = -20$
- $(+8) \div (+8) = +1$, pois $(+1) \cdot (+8) = +8$
- $(-35) \div (+7) = -5$, pois $(-5) \cdot (+7) = -35$
- $(+15) \div (-5) = -3$, pois $(-3) \cdot (-5) = +15$
- $0 \div (+4) = 0$, pois $0 \cdot (+4) = 0$
- $0 \div (-8) = 0$, pois $0 \cdot (-8) = 0$

POTENCIAÇÃO: NÚMERO INTEIRO NA BASE E NÚMERO NATURAL NO EXPOENTE

Quando trabalhamos com números naturais, vimos que, ao efetuar um produto de fatores iguais, realizamos uma operação chamada de potenciação.

$$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$$

Base: 5

Expoente: 3

Potência: 5^3

Leitura: cinco elevado ao cubo é igual a cento e vinte e cinco.

Vamos ver alguns exemplos com bases inteiras.

Com base positiva:

$$(+8)^1 = +8$$

$$(+7)^2 = (+7) \cdot (+7) = +49$$

$$(+2)^3 = (+2) \cdot (+2) \cdot (+2) = +8$$

Com base 0 e expoente diferente de 0:

$$0^1 = 0$$

$$0^2 = 0$$

$$0^3 = 0$$



Agora vamos ver com **potência de base inteira negativa** e **potência negativa**:

Potência de base inteira negativa

$$(-5)^2 = (-5) \cdot (-5) = 25$$

$$(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$$

$$(-10)^0 = 1$$

Potência negativa

$$-5^2 = -(5 \cdot 5) = -25$$

$$-2^3 = -(2 \cdot 2 \cdot 2) = -8$$

$$-10^0 = -1$$

Exercícios Resolvidos

1. No mesmo dia e horário foram registradas as medidas de temperatura das cidades A e B de um mesmo estado. Na cidade A, a medida de temperatura registrada foi -3°C . Na cidade B, a medida de temperatura registrada foi o triplo da medida de temperatura da cidade A. Qual é essa medida?

**Possível resolução:**

$$3 \cdot (-3) = -9$$

Na cidade B a temperatura é de -9°C .

2. Em cada quadradinho colorido apresentado a seguir deve ser escrito um número inteiro que represente o produto dos 2 números inteiros de cada linha. Escreva no caderno o número correspondente a cada quadradinho.

-6	-10	
+21		-9
	-9	+12

Resolução:

$$(-6) \cdot (-10) = 60$$

$$21 \cdot (-9) = -189$$

$$12 \cdot (-9) = -108$$



3. Em um campeonato de futebol de mesa, o saldo de gols do time azul foi -15. Sabendo que esse time disputou 5 partidas, qual foi a média do saldo de gols por partida?

Possível resolução:

$$-15 \div 5 = -3$$

A média de saldo de gols foi de -3 gols por partida.

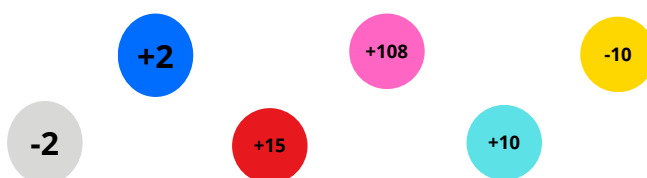


4. Ligue as alternativas com os resultados.

A) $10 - 20 \div (-4)$ $\Rightarrow$

B) $100 - 80 \div (-10)$ $\Rightarrow$

C) $40 \div 8 - 6 \div 2$ $\Rightarrow$



Possível resolução:

A) $10 - 20 \div (-4)$

$10 - 20 \div (-4)$

$10 - (-5)$

$10 + 5$

15

B) $100 - 80 \div (-10)$

$100 - (-8)$

108

C) $40 \div 8 - 6 \div 2$

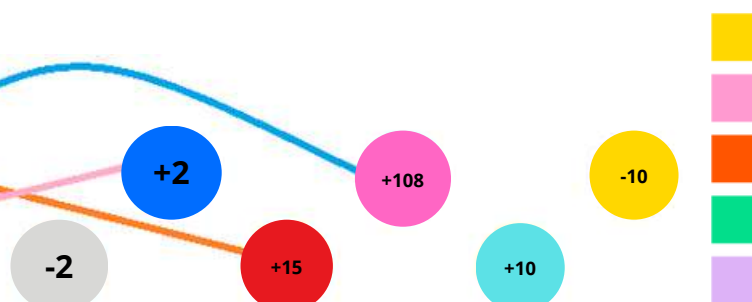
$5 - 3$

2

A) $10 - 20 \div (-4)$ $\Rightarrow$

B) $100 - 80 \div (-10)$ $\Rightarrow$

C) $40 \div 8 - 6 \div 2$ $\Rightarrow$



4. [Pergunta norteadora] Imagine que a base brasileira na Antártica recebe suprimentos a cada 60 dias para sustentar uma equipe de 15 pesquisadores. Sabe-se que cada pesquisador consome, em média, 3 refeições por dia e cada caixa de suprimentos contém 180 refeições. Quantas caixas de suprimentos são necessárias para atender toda a equipe durante esse período de 60 dias?

Possível resolução:

Primeiro calculamos o número de refeições consumidas por dia: $15 \cdot 3 = 45$

Calculamos as refeições consumidas em 60 dias: $45 \cdot 60 = 2\,700$

Por fim, calculamos o número de caixas necessárias: $2\,700 \div 180 = 15$

Serão necessárias 15 caixas.

Material Extra

Multiplicação de números inteiros:

<https://www.youtube.com/watch?v=IOoPyr0yVkg>



Jogo para sala - Bingo com Números Inteiros:

<http://www.matematica.seed.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=223>



GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy. A conquista matemática: 7º ano: ensino fundamental: anos finais. – 1. ed. – São Paulo : FTD, 2022

Multiplicação, página 58.

Divisão, página 63.

Potenciação, página 65.



Dante, Luiz Roberto. Teláris Essencial : Matemática : 7º ano - 1. ed. -- São Paulo : Ática, 2022.

Multiplicação, página 36.

Divisão, página 38.

Potenciação, página 39.



Atividades

ATIVIDADE 1

Determine o sinal das operações abaixo :

- A) produto de dois números positivos.
- B) quociente de um número positivo por um número negativo.
- C) produto de um número negativo por um número positivo.
- D) quociente de dois números negativos.

ATIVIDADE 2

Calcule o valor das expressões numéricas :

A) $15 + (-8) \cdot (+3)$

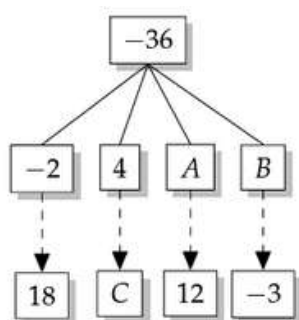
C) $3 \cdot (-8) - 4 \cdot (-5)$

B) $(-9) : (-3) - (+3)$

D) $(-5) \cdot (+4) + (-15) : (-5)$

ATIVIDADE 3

Observe a figura abaixo



Nela conhecemos alguns valores e temos que descobrir **A**, **B** e **C**. A primeira passagem entre o -36 e os números do andar de baixo deve ser feita uma operação de divisão e o resultado de cada conta fica nos últimos retângulos. Quais os valores de A, B e C?

ATIVIDADE 4

Observe a figura a seguir.

-15	-10	-3
2	4	10

Dentre os números que aparecem na figura, escolha dois de modo que :

A) a soma seja -13 e o produto -30.

B) a soma seja -6 e o produto -40.

C) a soma seja 0 e o quociente -1.

ATIVIDADE 5

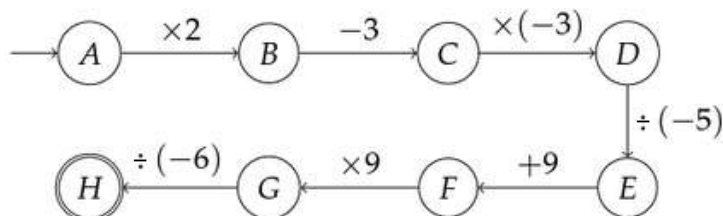
Se a, b, c, d são respectivamente $(-1)^{100}, (+1)^{100}, (-1)^{101}, (+1)^{101}$

Calcule o valor de $a + b + c + d$.

ATIVIDADE 6

Observe o circuito representado pela figura abaixo onde a partida é dada no local indicado pela letra A e a chegada pela letra H.

A) Quando $A = 9$, qual o valor de H?



B) Quando $A = -1$, qual o valor de H?

ATIVIDADE 7

Efetue as operações indicadas nos cartões abaixo:

$$(+3) - (-5)$$

$$(-20) : (+4)$$

$$(-2) \cdot (-3)$$

A soma algébrica dos resultados obtidos é :

A) -1

B) 9

C) - 13

D) - 3

ATIVIDADE 8

Quando multiplicamos um número x pelo quadrado do número (-10) , obtemos o número -500 . O número x é:

A) + 5

B) - 5

C) - 25

D) - 10

ATIVIDADE 9

Diogo precisa pagar três prestações atrasadas de R\$ 153,00 cada, mas não sabe seu saldo bancário. Consultando sua conta, ele descobriu que :

- anteontem, seu saldo era de R\$ 543,00;
- ontem, ele depositou R\$ 273,00 e fez um PIX de R\$ 85,00 e outro de R\$ 128,00.

A) O saldo bancário de Diogo é suficiente para efetuar o pagamento?

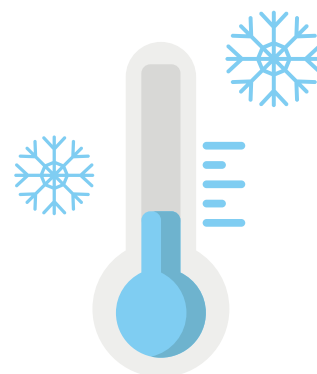
B) Vai sobrar ou vai faltar dinheiro? Quanto?



ATIVIDADE 10

Em Ijuí (RS), num dia de inverno, às 6 horas da manhã, o termômetro marcava 1°C . Às 10 horas, a temperatura havia subido 4°C , e às 13 horas mais 3°C . Ao anoitecer, a temperatura baixou 5°C , e às 22 horas baixou mais 4°C , não se alterando mais até a meia noite.

A) Que temperatura marcava o termômetro à meia noite?



B) Qual foi a diferença entre a temperatura máxima e a temperatura mínima registrada nesse dia ?





Gabarito

ATIVIDADE 01:

- A) Positivo
- B) Negativo
- C) Negativo
- D) Positivo

ATIVIDADE 02:

- A) -9
- B) 0
- C) - 4
- D) - 17

ATIVIDADE 03:

- A)- 3
- B) 12
- C) -9

ATIVIDADE 04:

- A) -15 e 2
- B) -10 e 4
- C) -10 e 10

ATIVIDADE 05:

$$a + b + c + d = 2$$

ATIVIDADE 06:

$$H = -27$$
$$H = -9$$

ATIVIDADE 07:

Letra B

ATIVIDADE 08:

Letra B

ATIVIDADE 09:

- A) Sim
- B) Sobrar. 144 reais

ATIVIDADE 10:

- A) -1°C
- B) 9°C

RESOLUÇÃO PARA O(A) PROFESSOR(A)

ATIVIDADE 01:

A regra de sinais para multiplicação e divisão de números inteiros é:

- Quando os sinais dos números são iguais, o resultado é positivo.
- Quando os sinais dos números são diferentes, o resultado é negativo.

Assim ,

- A) Positivo
B) Negativo
C) Negativo
D) Positivo

ATIVIDADE 02:

$$\begin{aligned} \text{A) } 15 + (-8) \cdot (+3) &= \\ 15 + (-24) &= \\ -9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B) } (-9) : (-3) - (+3) &= \\ (+3) + (-3) &= \\ 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{C) } 3 \cdot (-8) - 4 \cdot (-5) &= \\ (-24) + 20 &= \\ -4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{D) } (-5) \cdot (+4) + (-15) : (-5) &= \\ (-20) + (+3) &= \\ -17 \end{aligned}$$

ATIVIDADE 03:

$$\begin{aligned} (-36) : 4 &= C \\ C &= -9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (-36) : A &= 12 \\ A &= -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (-36) : B &= -3 \\ B &= 12 \end{aligned}$$

ATIVIDADE 04:

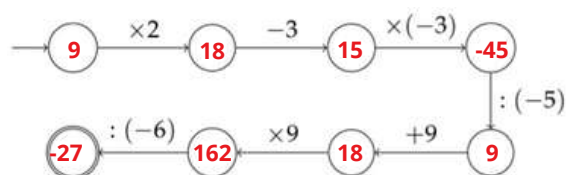
- A) -15 e 2
B) -10 e 4
C) -10 e 10

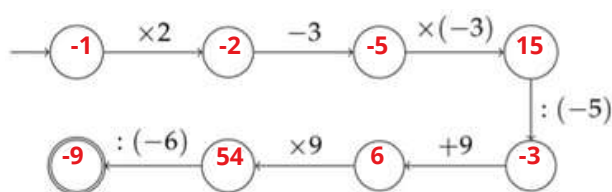
ATIVIDADE 05:

$$\begin{aligned} a &= 1 \\ b &= 1 \\ c &= -1 \\ d &= 1 \end{aligned}$$

$$1+1-1+1 = 2$$

ATIVIDADE 06:



**ATIVIDADE 07:**

$$(+3) - (-5) = +8$$

$$(-20) : (+4) = -5$$

$$(-2) \cdot (-3) = +6$$

$$+8 - 5 + 6 = 9$$

Letra B

ATIVIDADE 08:

$$x \cdot (-10)^2 = (-500)$$

$$x \cdot 100 = (-500)$$

$$x = -5$$

Letra B

ATIVIDADE 09:

A) Sim.

Anteontem

Saldo: +543

Ontem

$$+543 + 273 - 85 - 128$$

Saldo : +603

Pagamento

$$+603 + 3x(-153)$$

Saldo: +144

B) Sobrar. R\$ 144.

ATIVIDADE 10:

$$1 + 4 + 3 - 5 - 4 = -1$$

A) -1°C

B) Máxima : 8°C

Mínima : -1°C

$$8 - (-1) = 9^{\circ}\text{C}$$



Referências

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática Bianchini**: Matemática. 8. ed. São Paulo: Editora Moderna, 2015.

EDITORIA MODERNA. **Araribá conecta matemática**: 7º ano. São Paulo, 2024.

Fazer caminhada é uma alternativa ao esporte?. Hospital Israelita Albert Einstein, 2022. Disponível em: <https://vidasaudavel.einstein.br/fazer-caminhada/>. Acesso em: 03, dez de 2024.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antonio. **Matemática e Realidade**. São Paulo: Saraiva Educação S.A., 2022.

IMPA. Portal da OBMEP: Matemática. Disponível em: <https://portaldaobmepimpa.br/>. Acesso em: 11 nov. 2024.

RUY GIOVANI JUNIOR, José. A conquista da Matemática. 1.ed. São Paulo : Editora FTD 2022

TEIXEIRA, Lilian Aparecida. **SuperAÇÃO!**: Matemática. 1. ed. São Paulo: Editora Moderna, 2022.



**GOVERNO DO ESTADO
DO ESPÍRITO SANTO**
Secretaria da Educação

Material Estruturado

SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL

GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

7º Ano | Ensino Fundamental Anos Finais



MATEMÁTICA

NÚMEROS RACIONAIS

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM
EF07MA08 Comparar e ordenar frações associadas a ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador. EF07MA09 Utilizar, na resolução de problemas, a associação entre razão e fração, como a fração $\frac{2}{3}$ para expressar a razão de duas partes de uma grandeza para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza. EF06MA09 - Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora.	• Identificar uma fração com os significados de parte de um inteiro, resultado da divisão de dois números inteiros, como razão entre duas grandezas, operador e medidas. • Comparar, ordenar e representar frações na reta numérica. • Resolver e elaborar problemas utilizando a associação entre razão e fração para expressar a razão de uma mesma grandeza ou de outra grandeza. • Resolver problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade.

Contextualização

Diversos estudos tentam explicar por que dormimos, mas a cada nova descoberta, fica evidente que o sono é ainda mais complexo e essencial do que imaginamos. Ele desempenha um papel importante na reparação física e mental do corpo, além de contribuir para a economia de energia, já que entramos em um estado de repouso. Pesquisas mostram que o sono também é fundamental para o processamento das experiências vividas ao longo do dia. Durante esse período, o cérebro realiza importantes conexões, aprimorando habilidades como a memória. É nesse momento que ele seleciona as informações relevantes e descarta o que considera desnecessário. Por isso, estudar por longas horas sem um sono adequado pode impactar diretamente o aprendizado.

Alguns estudos sugerem que o sono funciona como um botão de reiniciar, permitindo que o cérebro volte a um estado ideal para aprender coisas novas e melhorar a capacidade de retenção de informações. Além disso, dormir bem fortalece o sistema imunológico, ajuda a prevenir doenças e contribui para o equilíbrio do metabolismo.

Curiosamente, uma pessoa passa, em média, $\frac{1}{3}$ de sua vida dormindo, o que reforça a importância desse período para a saúde e o bem-estar geral.

Se uma população, de certo país, vive 80 anos em média, quanto tempo uma pessoa desse país passa dormindo ao longo da vida? Vamos estudar nesse capítulo como resolver problemas como esse.

Bons estudos!



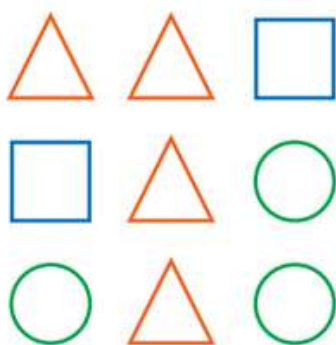
Conceitos e Conteúdos

Como já estudamos em anos anteriores, os números $\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}, \frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{6}{8}$ e $\frac{8}{8}$ são exemplos de frações.

$\frac{3}{8}$ ← **numerador** 3 partes de 8 partes da unidade
 8 ← **denominador** (lemos: três oitavos).

FRAÇÃO COMO PARTE/TODO

Qual fração representa a quantidade de triângulos do total de figuras?



Temos um total, um todo, de 9 figuras, das quais 4 são triângulos. Então $\frac{4}{9}$ das figuras são triângulos.

Nessa ideia, um todo, ou uma unidade, é dividido em partes iguais e é selecionada 1 ou mais partes.

FRAÇÃO COMO QUOCIENTE

Elisa quer repartir igualmente 12 conchinhas entre as 3 amigas dela. Quantas conchinhas cada uma receberá?

Como $12 \div 3 = 4$, cada amiga receberá 4 conchinhas

Aqui também podemos escrever $\frac{12}{3}$, ou seja, o traço da fração indica a divisão.

FRAÇÃO COMO RAZÃO

Frações também podem ser usadas para representar razões, que nada mais são do que uma comparação entre duas grandezas. A razão mostra quantas vezes uma quantidade está relacionada a outra, ou como uma parte se compara com o todo.

Por exemplo: Em uma sala de aula, há 30 alunos: 18 meninas e 12 meninos. A razão entre o número de meninos e o total de alunos pode ser representada pela fração:

$$\frac{12}{30} = \frac{\text{meninos}}{\text{total}}$$

Simplificando, temos:

$$\frac{12^{\div 2}}{30^{\div 2}} = \frac{6^{\div 3}}{15^{\div 3}} = \frac{2}{5}$$

Isso significa que, para cada 5 alunos, 2 são meninos.

Um outro exemplo: em um pote há 15 doces, sendo 9 de chocolate e 6 de morango.

A razão entre os doces de chocolate e o total de doces é:

$$\frac{\text{chocolate}}{\text{total}} = \frac{9}{15}$$

Simplificando, temos:

$$\frac{9^{\div 3}}{15^{\div 3}} = \frac{3}{5}$$

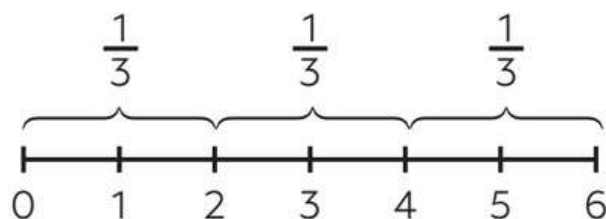
Isso significa que, de cada 5 doces, 3 são de chocolate.



FRAÇÃO COMO OPERADOR

Cláudio comprou uma caixa com 6 laços. Ele usou $\frac{1}{3}$ da quantidade de laços para decorar um vestido da filha Luana. Quantos laços ele usou?

$$\frac{1}{3} \text{ de } 6 = ?$$



$$\frac{1}{3} \text{ de } 6 = 2$$

Note que $6 \div 3 = 2$. Assim, ele usou 2 laços.

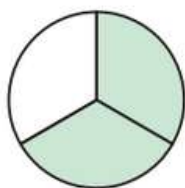
Perceba que 6 laços foram transformados em 2 quando a eles foi aplicada a fração $\frac{1}{3}$.

Quando a fração atua como operador, ela transforma uma quantidade em outra.

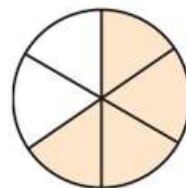
FRAÇÕES EQUIVALENTES E SIMPLIFICAÇÃO DE FRAÇÕES

Frações equivalentes

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$$



Fração da figura que está pintada: $\frac{2}{3}$



Fração da figura que está pintada: $\frac{4}{6}$

Podemos dizer que 2 frações são equivalentes quando indicam o mesmo valor para uma mesma unidade ou todo.

Para obter frações equivalentes, basta **multiplicar** ou **dividir** o numerador e o denominador da fração pelo mesmo número diferente de zero. Isso mantém o valor da fração inalterado.

$$\frac{2}{3} \overset{\times 2}{=} \frac{4}{6}$$



Simplificação de frações

Para determinar uma fração equivalente a uma fração dada, podemos dividir o numerador e o denominador pelo mesmo número diferente de 0.

Simplificação de $\frac{10}{15} \rightarrow \frac{10 \div 5}{15 \div 5} = \frac{2}{3}$

A simplificação de $\frac{3}{8}$ não é possível, pois é uma **fração irredutível**.

Mais exemplos:

- $\frac{10}{20} = \frac{1}{2}$ ($\div 10$)
- $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ ($\div 4$)
- $\frac{2}{7}$ (fração irredutível)

Uma fração é **irredutível** quando o numerador e o denominador não possuem divisores comuns além de 1. Isso significa que ela não pode ser simplificada mais.

COMPARAÇÃO DE FRAÇÕES

Qual das frações é maior: $\frac{7}{9}$ ou $\frac{4}{6}$?

Para comparar frações com denominadores diferentes, inicialmente, obtemos frações equivalentes a elas com o mesmo denominador. Em seguida, comparamos as frações equivalentes.

Podemos determinar diretamente as frações equivalentes de mesmo denominador usando o MMC dos denominadores 9 e 6.

$$\begin{array}{r|l} 6, 9 & 2 \\ 3, 9 & 3 \\ 1, 3 & 3 \\ 1, 1 & \end{array}$$

$$\text{MMC}(6,9) = 18$$

Agora ajustamos os numeradores multiplicando pelo número que resultará em 18:

$$\frac{7}{9} \stackrel{\cdot 2}{=} \frac{14}{18} \quad \frac{4}{6} \stackrel{\cdot 3}{=} \frac{12}{18}$$

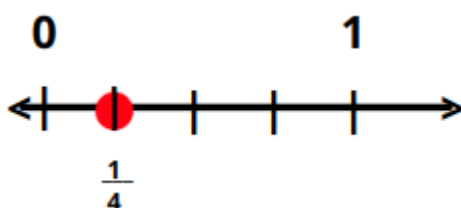
$$\frac{14}{18} > \frac{12}{18} \quad \text{Então:} \quad \frac{7}{9} > \frac{4}{6}$$



FRAÇÕES NA RETA NUMÉRICA

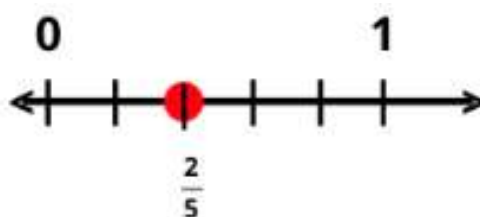
Como representar $\frac{1}{4}$ na reta numérica?

O denominador nos indicará em quantas partes vamos dividir o nosso intervalo entre os valores inteiros. Nesse caso, vamos dividir de 0 a 1 em **4** partes. Como o numerador é igual a **1**, ficaremos na primeira marcação:



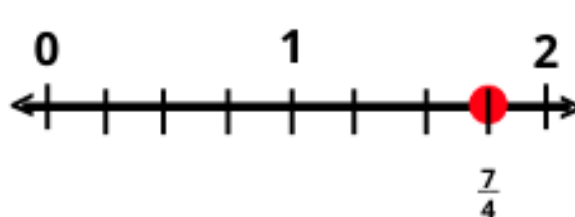
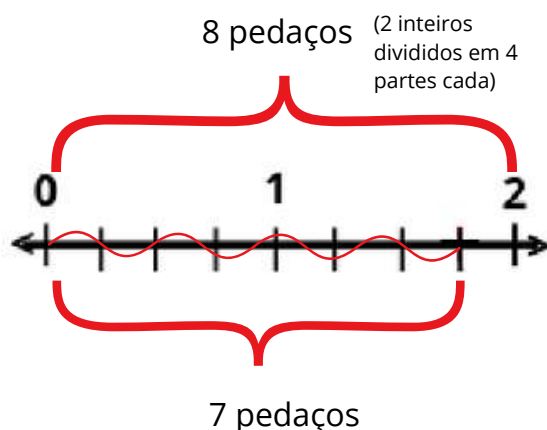
Como representar $\frac{2}{5}$ na reta numérica?

O denominador nos indicará em quantas partes vamos dividir o nosso intervalo entre os valores inteiros. Nesse caso, **5** partes. Como o numerador é igual a **2**, ficaremos na segunda marcação:



Como representar $\frac{7}{4}$ na reta numérica?

Dividimos de 0 a 1 em 4 partes (denominador) e de 1 a 2, também em 4 partes. De 0 a 2 temos 8 partes. “Andamos” na reta numérica 7 (numerador) partes.

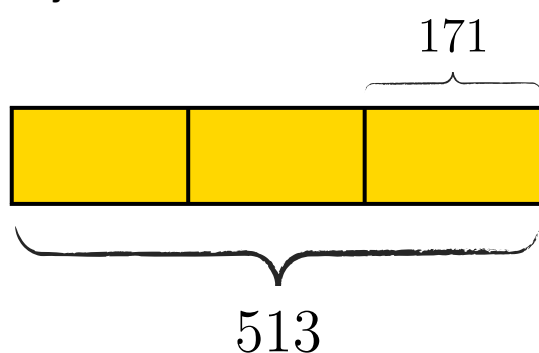


Exercícios Resolvidos

1. Para que seja possível iniciar a votação de uma emenda constitucional, é necessário que estejam presentes $\frac{1}{3}$ do total de deputados (quantidade essa chamada de quórum) e para a aprovação, é necessário que $\frac{3}{5}$ do quórum vote favorável à mudança.

Se em um dia de votação, compareceram 170 deputados de um total de 513, a votação pode ter ocorrido?

Possível resolução:



$$\frac{513}{3} = 171$$

$$171 > 170$$

Não haverá votação já que deveriam ter comparecido, no mínimo, 171 deputados.

Outra possível resolução:

$$\frac{1}{3} \text{ de } 513 = \frac{1}{3} \cdot 513 = \frac{513}{3} = 171$$

Não haverá votação já que deveriam ter comparecido, no mínimo, 171 deputados.

2. Para se fazer uma receita de bolo, utiliza-se $\frac{3}{4}$ de uma xícara de 240ml, de leite. Quantos ml de leite devem ser utilizados?

Possível resolução:

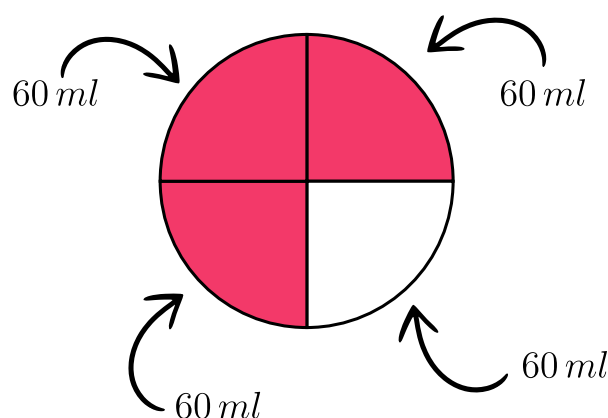


$$\frac{240}{4} = 60$$

Foram utilizados 3 partes:

$$3 \cdot 60 = 180 \text{ ml}$$

Deve-se utilizar 180 ml de leite nessa receita.



Outra possível resolução:

$$\frac{3}{4} \text{ de } 240 = \frac{3}{4} \cdot 240 = \frac{3 \cdot 240}{4} = \frac{720}{4} = 180$$

Material Extra

Jogos com Frações

<https://portaldabobmep.impa.br/index.php/modulo/ver?modulo=28>



Playlist de vídeos sobre Frações

<https://youtube.com/playlist?list=PLGyv8aUrOlzCWzESnCz0O-WzeOCupSDIZ&si=IMU0XXZYkrV1qi2y>



Dante, Luiz Roberto. Teláris Essencial : Matemática : 7º ano - 1. ed. -- São Paulo : Ática, 2022.

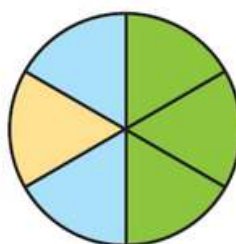
Frações página 63.



Atividades

ATIVIDADE 1

Uma escola possui 900 alunos no total. O resultado das eleições do grêmio dessa escola foi apresentado conforme a figura ao lado.



-  Chapa Cobra
-  Chapa Jacaré
-  Chapa Caracol

A) Qual é a fração que corresponde aos votos de cada chapa?

B) Quem ganhou a eleição ?

C) Supondo que todos os alunos votaram, quantos votos obteve a chapa Caracol? E a chapa Jacaré? E a chapa Cobra?

ATIVIDADE 2

João planejou uma viagem incrível utilizando diferentes meios de transporte.

Ao todo, ele percorreu 960 km durante a viagem. A distância foi dividida da seguinte forma:

- $\frac{3}{8}$ do percurso foi realizado de ônibus;
- $\frac{1}{4}$ do percurso foi feito de trem;

O restante da distância foi feito de avião.

Quantos quilômetros João percorreu de avião?

ATIVIDADE 3

Observe as bandeiras apresentadas a seguir e ligue cada bandeira às afirmações correspondentes.



Alemanha



Colômbia



Costa Rica

A parte amarela represente a metade do total.

A parte vermelha representa a terça parte do total.

A parte azul representa a terça parte do total.

ATIVIDADE 4

Em uma mesma semana, Felipe fez provas de Matemática, História e Inglês. Ele acertou 12 das 20 questões de Matemática, 6 das 10 questões de História e 4 das 7 questões de Inglês.

Em quais provas ele se saiu melhor?



ATIVIDADE 5

(Vunesp) Duas empreiteiras farão conjuntamente a pavimentação de uma estrada, cada uma trabalhando a partir de uma das extremidades.

Se uma delas pavimentar $\frac{2}{5}$ da estrada e a outra os 81 Km restantes, a extensão dessa estrada será de :

- A) 125 Km B) 135 Km C) 142 Km D) 145 Km



ATIVIDADE 6

(Enem 2016) Nas construções prediais são utilizados tubos de diferentes medidas para a instalação da rede de água. Essas medidas são conhecidas pelo seu diâmetro, muitas vezes medido em polegada. Alguns desses tubos, com medidas em polegada, são os tubos de $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{4}$.

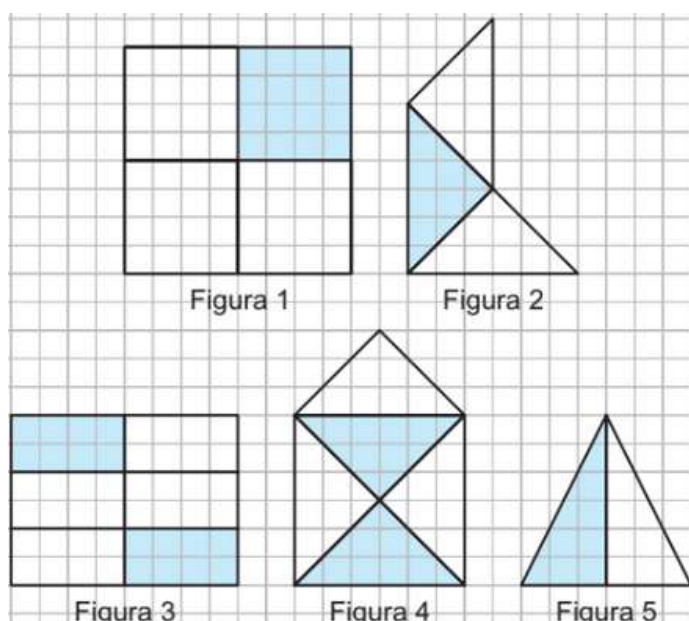
Colocando os valores dessas medidas em ordem crescente, encontramos :

- A) $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{4}$ B) $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{3}{8}$ C) $\frac{3}{8}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{4}$ D) $\frac{5}{4}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{1}{2}$

ATIVIDADE 7

(OBMEP 2018) Na Figura 1 a área pintada corresponde a $\frac{1}{4}$ da área total.

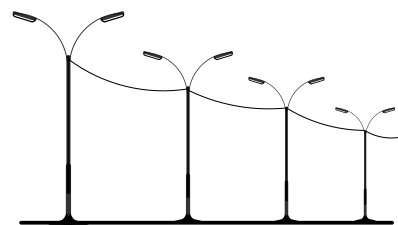
Em qual figura a fração correspondente à área pintada é a maior?



ATIVIDADE 8

Os comprimentos de dois postes estão entre si assim como 3 está para 5. Sabendo-se que o menor deles mede 6m, então o maior mede:

- A) 20m B) 18m C) 15m D) 10m

**ATIVIDADE 9**

A 2ª fase de uma maratona de Matemática de uma escola será realizada no próximo sábado. Os alunos classificados para essa fase são aqueles que, na primeira fase, acertaram, no mínimo, 16 das 20 questões da prova.

Observe os resultados obtidos por alguns alunos na 1ª fase:

I) Augusto não respondeu $\frac{1}{10}$ das questões da prova e errou o dobro do número de questões que não respondeu.

II) Daniela acertou $\frac{3}{5}$ das questões da prova.

III) Francisco acertou metade das questões de 1 a 10. No restante da prova, seu desempenho foi melhor: ele acertou $\frac{4}{5}$ das questões de 11 a 20.

IV) Jorge errou $\frac{3}{20}$ das questões da prova.

V) Carolina acertou 4 questões a mais do que Augusto.

Pode-se afirmar que os únicos alunos classificados para a 2ª fase da maratona foram:

- A) Augusto e Francisco
B) Daniela e Jorge
C) Jorge e Carolina
D) Augusto e Daniela



ATIVIDADE 10

Em um campeonato de vôlei, um time disputou 5 partidas, das quais 3 foram vitórias e 2 foram derrotas.

A) Qual é a razão entre o número de vitórias e o número total de partidas? Expresse essa razão como uma fração.

B) Qual é a razão entre o número de derrotas e o número total de partidas? Expresse-a como uma fração.



Gabarito

ATIVIDADE 01:

A) Chapa Cobra : $\frac{3}{6}$

Chapa Jacaré : $\frac{2}{6}$

Chapa Caracol : $\frac{1}{6}$

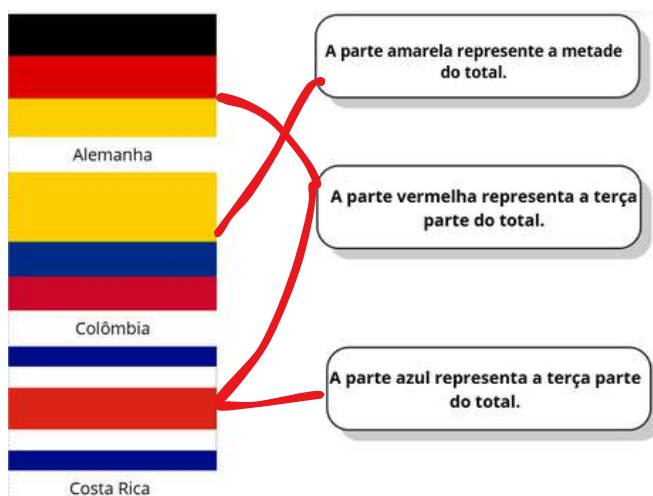
B) Chapa Cobra

C) Chapa Cobra : 450 votos
Chapa Jacaré : 300 votos
Chapa Caracol : 150 votos

ATIVIDADE 02:

360 km

ATIVIDADE 03:



ATIVIDADE 04:

Matemática e História

ATIVIDADE 05:

Letra B

ATIVIDADE 06:

Letra C

ATIVIDADE 07:

Figura 5

ATIVIDADE 08:

Letra D

ATIVIDADE 09:

Letra C

ATIVIDADE 10:

A) Razão entre o número de vitórias e o número total de partidas:

$$Razão = \frac{Vitórias}{Total de partidas} = \frac{3}{5}$$

B) Razão entre o número de derrotas e o número total de partidas:

$$Razão = \frac{Derrotas}{Total de partidas} = \frac{2}{5}$$

RESOLUÇÃO PARA O(A) PROFESSOR(A)

ATIVIDADE 01:

a) Chapa Cobra : $\frac{3}{6}$

Chapa Jacaré : $\frac{2}{6}$

Chapa Caracol : $\frac{1}{6}$

b) Chapa Cobra

c) Chapa Cobra : $\frac{3}{6}$ de 900 = 450 votos

Chapa Jacaré : $\frac{2}{6}$ de 900 = 300 votos

Chapa Caracol : $\frac{1}{6}$ de 900 = 150 votos

ATIVIDADE 02:

Percurso realizado de ônibus:

$$\frac{3}{8} \text{ de } 960 \text{ km}$$

$$\frac{3}{8} \cdot 960 = 360 \text{ km}$$

Percurso realizado de trem:

$$\frac{1}{4} \text{ de } 960 \text{ km}$$

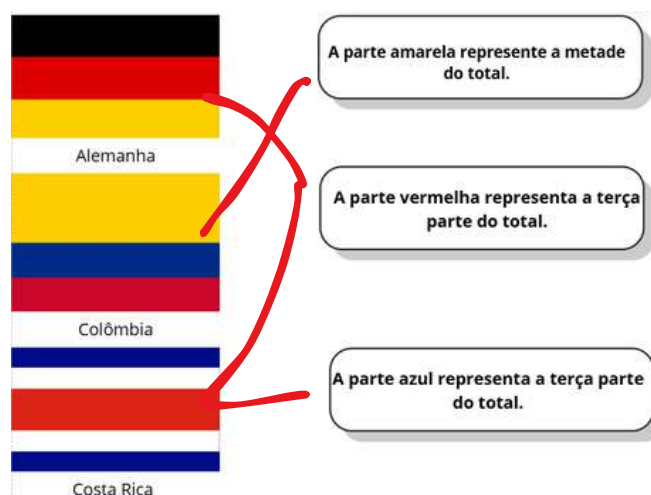
$$\frac{1}{4} \cdot 960 = 240 \text{ km}$$

Continuação da atividade 2

A parte do percurso realizada por meio de avião é a distância que ainda deve ser percorrida. Assim, retirando do percurso total os trechos percorridos de ônibus e de trem:

$$\begin{aligned} 960 - (360 + 240) &= \\ &= 960 - 600 = \\ &= 360 \text{ km} \end{aligned}$$

ATIVIDADE 03:



ATIVIDADE 04:

Matemática : $\frac{12}{20}$ História : $\frac{6}{10}$

Inglês : $\frac{7}{7}$

Usando a equivalência , descubra - se um denominador comum às frações
MMC (20,10,7) = 140. Assim:



ATIVIDADE 05:

Se uma das empreiteiras asfaltou $\frac{2}{5}$
então, a outra asfaltou $\frac{3}{5}$

Assim, $\frac{3}{5} \longrightarrow 81 \text{ Km}$

Ou seja, cada quinto equivale a 27 Km, pois $81 : 3 = 27 \text{ Km}$. Portanto, a parte inteira (cinco quintos), é igual a $5 \times 27 \text{ Km} = \mathbf{135 \text{ Km}}$

ATIVIDADE 06:

Calculando o MMC dos denominadores teremos, $\text{MMC}(2, 8, 4) = 8$. Reescrevendo as frações com o denominador 8 temos:

$$\frac{1}{2} \times \frac{4}{4} = \frac{4}{8}$$

$$\frac{3}{8} = \frac{3}{8}$$

$$\frac{5}{4} \times \frac{2}{2} = \frac{10}{8}$$

Como $\frac{3}{8} < \frac{4}{8} < \frac{10}{8} :$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \frac{3}{8} & < & \frac{1}{2} < \frac{5}{4} \end{array}$$

Alternativa correta C $\frac{3}{8}, \frac{1}{2}, \frac{5}{4}$

ATIVIDADE 07:

Observemos que os três triângulos da Figura 2 são congruentes (portanto, têm mesma área). Consequentemente, a área pintada, que é exatamente a de um triângulo, corresponde à fração $\frac{1}{3}$.

Os seis retângulos que constituem a Figura 3 são congruentes. Então, a área pintada corresponde a $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Por outro lado, na Figura 4, observamos cinco triângulos congruentes, sendo que apenas dois estão pintados, os quais correspondem à fração $\frac{2}{5}$.



Finalmente, na Figura 5, temos um triângulo isósceles formado por dois triângulos retângulos congruentes, sendo que apenas um deles está pintado. Logo, a área pintada corresponde à fração $\frac{1}{2}$.

Para comparar as frações, igualamos os denominadores das frações para que elas tenham o mesmo denominador e, assim, podemos compará-las diretamente. Primeiro, calculamos o mmc dos denominadores.

$$\text{mmc}(2, 3, 4, 5, 6) = 60$$

$$\frac{1 \times 15}{4 \times 15} = \frac{15}{60}; \quad \frac{1 \times 20}{3 \times 20} = \frac{20}{60}; \quad \frac{1 \times 20}{3 \times 20} = \frac{20}{60}; \quad \frac{2 \times 12}{5 \times 12} = \frac{24}{60} \quad \text{e} \quad \frac{1 \times 30}{2 \times 30} = \frac{30}{60}$$

Como, $\frac{1}{4} < \frac{1}{3} = \frac{2}{6} < \frac{2}{5} < \frac{1}{2}$, a maior fração corresponde à área pintada na Figura 5, a saber, $\frac{1}{2}$.

ATIVIDADE 08:

Podemos escrever "3 está para 5" como : $\frac{3}{5}$

E usando a equivalência temos que : $\frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10}$

Observando a nova fração equivalente , percebemos que a altura do maior poste será de **10m**.

ATIVIDADE 09:

A princípio , calcularemos quantas questões cada aluno obteve na 1ª fase.

I) Augusto não respondeu 2 questões , e errou 4 questões.

Acertou $20 - (2 + 4) = 14$ questões.

II) Daniela acertou 12 questões.

III) Francisco acertou 5 questões (1 a 10) + 8 questões (11 a 20) = 13 questões.

IV) Jorge errou 3 questões , então acertou **17 questões**.

V) Carolina acertou $14 + 4 = \mathbf{18}$ questões.

Jorge e Carolina se classificaram para a 2ª fase da maratona.



ATIVIDADE 10:

A) Razão entre o número de vitórias e o número total de partidas:

$$Raz\tilde{a}o = \frac{Vitórias}{Total\ de\ partidas} = \frac{3}{5}$$

B) Razão entre o número de derrotas e o número total de partidas:

$$Raz\tilde{a}o = \frac{Derrotas}{Total\ de\ partidas} = \frac{2}{5}$$



Referências

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática Bianchini**: Matemática. 8. ed. São Paulo: Editora Moderna, 2015.

EDITORIA MODERNA. **Araribá conecta matemática**: 7º ano. São Paulo, 2024.

Frações na reta numérica, Khan Academy, acessado em 05.12.2024, www.khanacademy.org/computing/computer-programming/programming/good-practices/a/planning-a-programming-project

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antonio. **Matemática e Realidade**. São Paulo: Saraiva Educação S.A., 2022.

MPA. Portal da OBMEP: Matemática. Disponível em: <https://portaldaobmep.impa.br/>. Acesso em: 11 nov. 2024.

RUY GIOVANI JUNIOR, José. A conquista da Matemática. 1.ed. São Paulo : Editora FTD 2022

SANTOS, Vanessa Sardinha dos. **"Por que dormimos?"**; Brasil Escola. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/curiosidades/por-que-dormimos.htm>. Acesso em 05 de dezembro de 2024.

TEIXEIRA, Lilian Aparecida. **SuperAÇÃO!**: Matemática. 1. ed. São Paulo: Editora Moderna, 2022.