



# Material Estruturado



SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL

GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

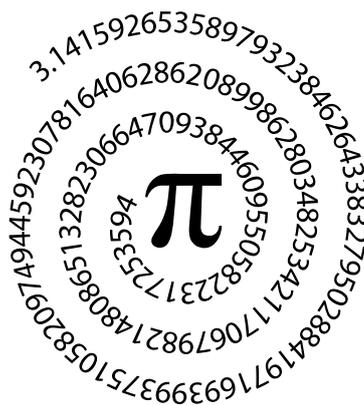
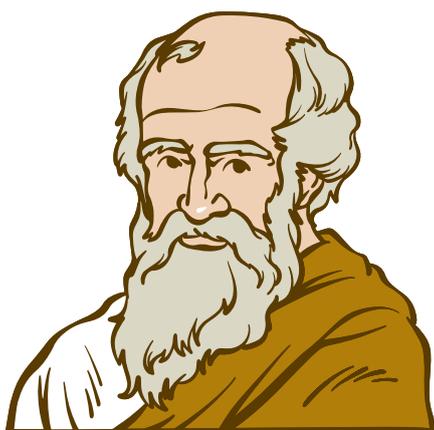
9º Ano | Ensino Fundamental Anos Finais

## MATEMÁTICA

### CÍRCULO E CIRCUNFERÊNCIA

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM	DESCRIPTOR(ES) DO SAEB	DESCRIPTOR(ES) DO PAEBES
<p><b>EF08MA19</b> - Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Resolver problemas que envolvam perímetro de figuras planas.</li> <li>Resolver problemas que envolvam área de triângulos, quadriláteros e círculos.</li> <li>Resolver problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por triângulos ou quadriláteros ou círculos, utilizando a equivalência entre áreas;</li> <li>Elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por triângulos ou quadriláteros ou círculos, utilizando a equivalência entre áreas.</li> </ul>	<p><b>9M2.2</b> - Resolver problemas que envolvam perímetro de figuras planas.</p> <p><b>9M2.3</b> - Resolver problemas que envolvam área de figuras planas.</p>	<p><b>D058_M</b> Utilizar área de figuras bidimensionais na resolução de problema.</p>

# Contextualização



Há mais de quatro mil anos, antigas civilizações já exploravam o conceito de circunferência e área de círculo. Os egípcios e os babilônios foram alguns dos primeiros a se interessar pelo que hoje conhecemos como "*pi*" ( $\pi$ ), a relação constante entre a circunferência de um círculo e seu diâmetro.

No século III a.C., o matemático grego Arquimedes de Siracusa realizou cálculos mais precisos para essa constante, utilizando polígonos inscritos e circunscritos em um círculo. Ele determinou que o valor de *pi* estava entre 3,1408 e 3,14285, uma aproximação notável para a época.

Mas o fascínio pelo *pi* não se restringiu à Antiguidade. Em 1706, o matemático galês William Jones foi o primeiro a usar a letra grega  $\pi$  para representar essa constante. Desde então, *pi* se tornou um símbolo universal na Matemática, representando a beleza e a complexidade dos números irracionais.

Nesta semana, exploraremos como calcular o comprimento e a área de uma circunferência, além de aprofundarmos o estudo das áreas dos polígonos por meio das atividades propostas.

# Contextualização



Pedro Biondi/ABr, [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Parque\\_Ind%C3%ADgena\\_do\\_Xingu.jpg#/media/File:Parque\\_Ind%C3%ADgena\\_do\\_Xingu.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Parque_Ind%C3%ADgena_do_Xingu.jpg#/media/File:Parque_Ind%C3%ADgena_do_Xingu.jpg)

## Aldeia Aiha

Alguns povos indígenas vivem em casas chamadas ocas, que juntas formam as aldeias.

A aldeia Aiha, dos indígenas Kalapalo, tem o formato parecido com o de um grande **círculo**, cuja região interna é descampada e funciona como uma praça pública para as atividades comunitárias ou como um palco central para os rituais.

Próximo ao centro, há uma construção chamada kwakutu, onde são guardados os materiais utilizados nesses rituais, por exemplo, as flautas sagradas kagutu, tocadas exclusivamente pelos homens.

As ocas estão posicionadas sobre uma figura que lembra uma **circunferência**, facilitando o trajeto entre elas e o kwakutu, além de promover a cooperação entre vizinhos com laços de parentesco.

Esse formato manifesta ainda uma distinção cultural fundamental entre homens e mulheres na vida dos Kalapalo: a praça predominantemente masculina, e as ocas, espaço feminino e de atividades domésticas.

Neste material, vamos conhecer qual é a diferença entre **círculo** e **circunferência**, bem como calcular a medida do comprimento da **circunferência** e a medida da superfície do **círculo**, por meio de fórmulas.

Bons estudos!

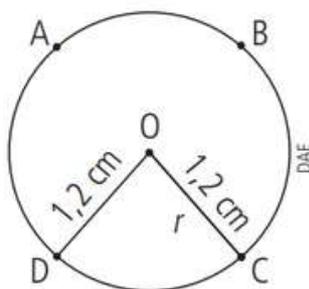
# Conceitos e Conteúdos

## CIRCUNFERÊNCIA E CÍRCULO

Circunferência e círculo são a mesma coisa?

Vamos lá...

Marcamos um ponto  $O$  no plano e fixamos uma distância, por exemplo, 1,2 cm



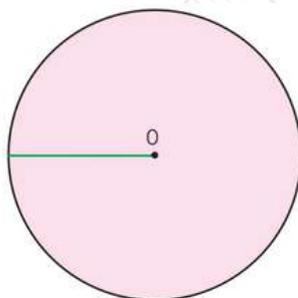
A linha fechada formada por todos os pontos do plano que distam igualmente de  $O$  é uma **circunferência**.

Os pontos  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  são exemplos de pontos pertencentes a essa circunferência. O ponto  $O$  é o seu **centro**.

O segmento que une o centro a qualquer ponto da circunferência é o seu **raio**, que será indicado por  **$r$** .

Nessa circunferência, o raio mede 1,2 cm.

Vimos que a circunferência é uma linha. E o círculo?



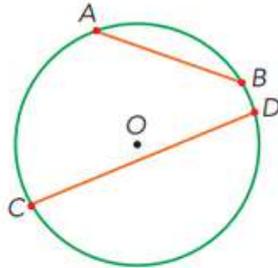
Unindo a circunferência e os pontos do seu interior, obtemos um círculo.

O círculo ocupa uma superfície, e sua medida é a **área do círculo**.

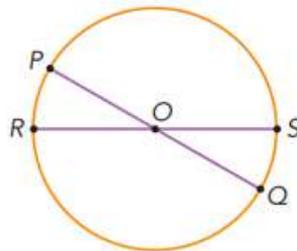
O centro e o raio do círculo coincidem com o centro e o raio de sua circunferência.

## CORDA E DIÂMETRO

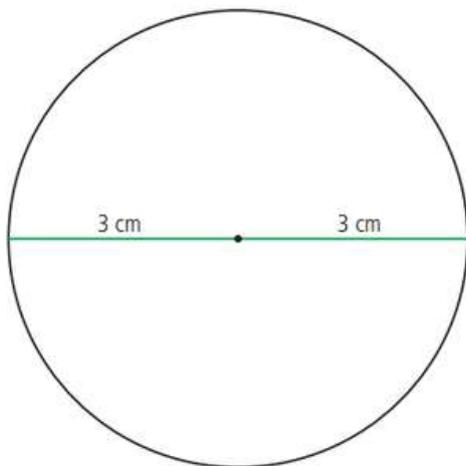
**Corda** é um segmento de reta que tem como extremidades dois pontos da circunferência. Na figura abaixo, AB e CD são exemplos de cordas.



**Diâmetro** é uma corda que passa pelo centro da circunferência. Na figura abaixo, PQ e RS são exemplos de diâmetros.



Traçamos um diâmetro da circunferência abaixo, cujo raio mede 3 cm.



Em qualquer circunferência, a medida do diâmetro ( $d$ ) é igual ao dobro da medida de seu raio ( $r$ ).

$$d = 2 \cdot r$$

O compasso é o instrumento ideal para traçar circunferências. Usando a ponta seca, fixamos um ponto do plano,  $O$ , que será o centro da circunferência. A abertura do compasso determina a medida do raio  $r$ . Quando traçamos a circunferência, todos os pontos da curva traçada estarão a uma mesma distância  $r$  do centro  $O$ .



## COMPRIMENTO DE UMA CIRCUNFERÊNCIA

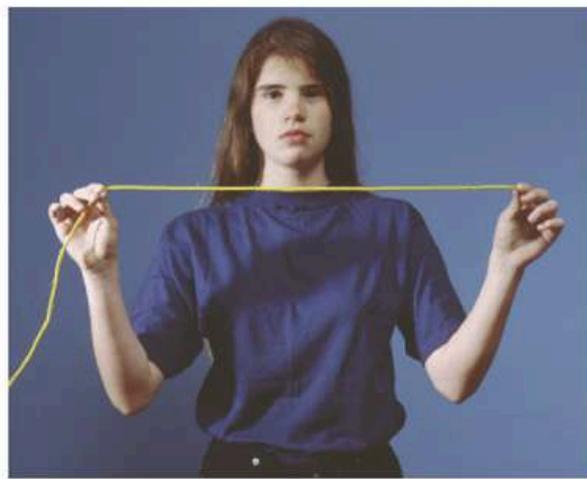
Acompanhe a situação a seguir.

Suponha que um aro da rodinha de uma bicicleta possua o raio com comprimento igual a  $r$ . Consideremos que seja possível adaptar, perfeitamente, sobre esse aro, um barbante qualquer.

Cortando esse barbante e esticando-o, obteremos o **comprimento da circunferência** desse aro.



➤ Aro da rodinha de bicicleta.



➤ Comprimento  $C$  da circunferência do aro.

Considerando qualquer circunferência, já aprendemos em séries anteriores que, ao dividir o comprimento ( $C$ ) pelo dobro do raio ( $2r$ ), ou seja, pelo diâmetro, o resultado obtido é uma aproximação do número irracional  **$\pi$**  ( $\pi$ ).

Esse valor permanece constante, independentemente da circunferência analisada.

$$\frac{C}{2r} = \pi \Rightarrow C = 2r \cdot \pi \Rightarrow C = 2\pi r$$

A fórmula acima permite calcular o comprimento de qualquer circunferência, conhecida a medida  $r$  de seu raio.

### O NÚMERO PI ( $\pi$ )

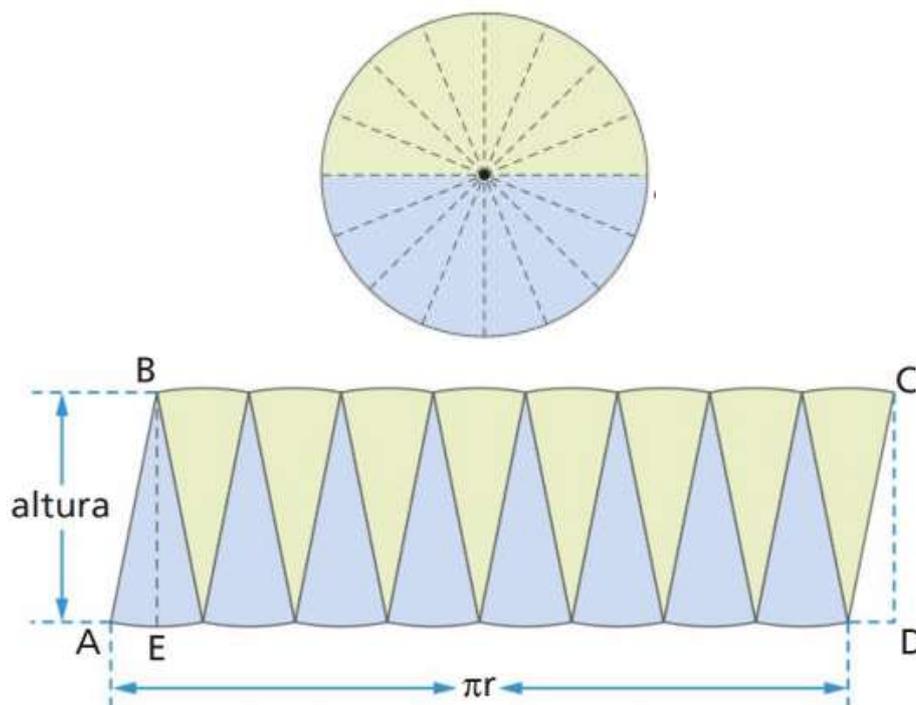
$\pi$  ( $\pi$ ) é uma letra do alfabeto grego. Em grego, a letra  $\pi$  corresponde à letra "p" no alfabeto latino. A escolha da letra  $\pi$  para representar a constante matemática relacionada à razão entre a circunferência e o diâmetro de um círculo se deve ao fato de que "periferia" (circunferência) em grego é "περίμετρος" (perímetros), que começa com a letra  $\pi$ .

$\pi$  é um número irracional, o que significa que não pode ser representado na forma fracionária e tem uma sequência infinita de dígitos. Em março de 2024, a empresa Solidigm calculou o Pi até 105 trilhões de dígitos, quebrando o recorde mundial anterior de 100 trilhões de dígitos, estabelecido pelo Google Cloud em 2022. Apesar de tantos dígitos, é comum utilizarmos o valor de 3,14.

## ÁREA DO CÍRCULO

Para determinar a fórmula para o cálculo da área de um círculo, utilizaremos uma estratégia baseada na aproximação por áreas já conhecidas.

Observe a circunferência apresentada a seguir. Ela foi dividida em 16 partes iguais, como indicado na figura. Em seguida, essas partes foram reorganizadas de maneira a formar uma nova figura geométrica cuja área pode ser calculada por uma fórmula já conhecida.



Dessa forma, podemos calcular a área do círculo multiplicando o comprimento da base pela altura.

Observando novamente a imagem, percebemos que a base é igual à metade do comprimento da circunferência, e a altura corresponde ao raio da circunferência.

Com isso, temos a seguinte fórmula:

$$A = b \cdot h = \pi r \cdot r = \pi r^2$$

# Exercícios Resolvidos

## EXERCÍCIO 1

Samuel usou 3,72 m de bordado inglês para fazer o acabamento no contorno de uma toalha de formato circular. Qual é, em metro, a medida do raio dessa toalha? (Use  $\pi = 3,1$ )

## SOLUÇÃO

Para encontrar a medida do raio da toalha circular, podemos usar a fórmula da circunferência:

$$\begin{aligned}C &= 2\pi r \\3,72 &= 2 \cdot 3,1 \cdot r \\r &= \frac{3,72}{6,2} = 0,6m\end{aligned}$$

Portanto, a medida do raio da toalha é 0,6 metros.

## EXERCÍCIO 2

O prefeito de uma cidade decidiu fazer um mosaico em parte de uma praça circular, conforme o esquema. Sabe-se que a medida do diâmetro da praça é 40 m de comprimento e a mão de obra custa R\$ 9,50 por metro quadrado. Determine o valor que será gasto em mão de obra. (Considere  $\pi = 3$ )

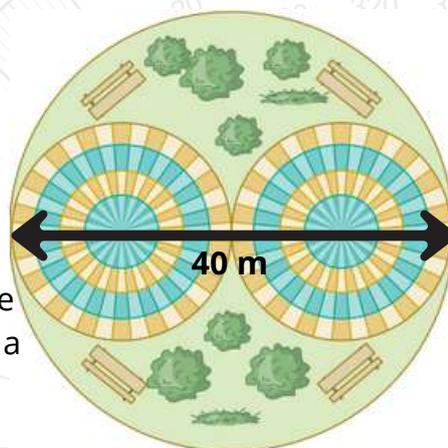
## SOLUÇÃO

O diâmetro da praça é 40 m. Observe que essa medida equivale aos dois diâmetros dos mosaicos. Portanto, o diâmetro de 1 mosaico é 20 m e o raio de cada diâmetro é 10 m. Sendo assim, iremos calcular a área de um mosaico.

$$A = \pi r^2 = 3 \cdot 10^2 = 3 \cdot 100 = 300 \text{ m}^2$$

Sendo 300 m<sup>2</sup> a área de cada mosaico, temos 600 m<sup>2</sup> de área em ambos os mosaicos.

Cada metro quadrado custa R\$ 9,50. Então, temos  $600 \cdot 9,5 = 5700$  reais.



# PRÁTICAS EXPERIMENTAIS DE *Matemática* PARA O ENSINO FUNDAMENTAL

No ano de 2025, o ensino fundamental anos finais apresenta uma importante novidade para o componente curricular Matemática: as Práticas Experimentais de Matemática, que visam fomentar o processo de ensino e aprendizagem favorecendo o desenvolvimento e a consolidação de habilidades, o pensamento crítico e a compreensão e a aplicação da lógica matemática. Intenciona-se, também, combater o estigma de que a matemática é difícil e inacessível, engajando os estudantes em práticas lúdicas e exequíveis.

Desse modo, as práticas foram elaboradas a partir das habilidades estruturantes de cada ano, por trimestre. No período em que constar o caderno de Práticas Experimentais, o(a) professor(a) deverá destinar **duas aulas** para cada prática proposta no material.

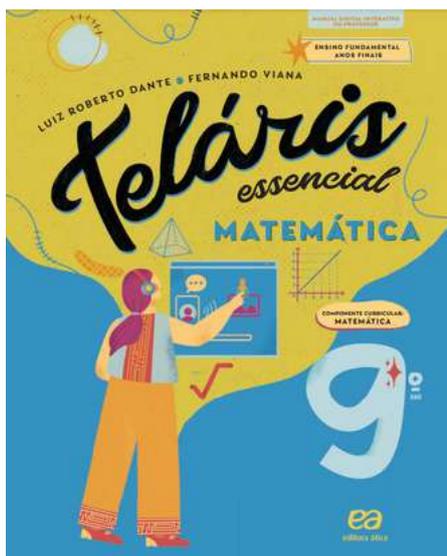
Desejamos um ano letivo de sucesso!

**Prática experimental de Matemática:  
9º ano - Quinzena 7 (2 aulas)**

[Clique aqui](#)



# Material Extra



No livro *Teláris*, o conteúdo *Circunferência e Círculo* está na página 260 e as atividades estão nas páginas 261, 262 e 263.

Na página 260, o livro traz uma sugestão de formas para representar uma circunferência.

**SAIBA MAIS APONTANDO O CELULAR  
PARA O QR CODE ABAIXO OU CLIQUE NO BOTÃO.**

Portal da OBMEP - Área de Figuras Planas



Geogebra - Área de Círculo





# Atividades

## ATIVIDADE 1

No texto da contextualização, aparecem as palavras “círculo” e “circunferência” em momentos distintos. Explique a diferença entre essas duas figuras geométricas planas.

## ATIVIDADE 2

Determine a medida do comprimento da circunferência que tenha:

- a) raio = 1 cm
- b) raio = 2 cm
- c) diâmetro = 10 cm
- d) diâmetro = 6 cm

Em todos os itens, use  $\pi = 3,14$ .

## ATIVIDADE 3

Calcule a área do círculo que tenha:

- a) raio = 6 cm
- b) diâmetro = 8 cm

Em todos os itens, use  $\pi = 3,14$ .

## ATIVIDADE 4

*desafio!*

A fórmula que calcula a medida do comprimento da circunferência é  $C = 2\pi r$  e a fórmula que calcula a área do círculo é  $A = \pi r^2$ . Embora as fórmulas sejam diferentes, há um caso em que a medida do comprimento da circunferência é a mesma que a medida da área (com suas respectivas unidades de medida, claro).

Qual deverá ser a medida do raio, para que o valor da medida do comprimento da circunferência seja o mesmo da medida da área do círculo?

Sugestão: Você pode fazer uma tabela para anotar ambas as medidas para raio = 1, raio = 2, raio = 3, ..., raio = 10 e comparar os valores.

## ATIVIDADE 5

Se o comprimento de uma circunferência mede 56,52 cm, qual é a medida do raio? Para essa atividade use  $\pi = 3,14$ .

**ATIVIDADE 6**

Se a área de um círculo é  $153,86 \text{ cm}^2$ , calcule a medida do raio.  
Para essa atividade use  $\pi = 3,14$ .

**ATIVIDADE 7**

Um salão circular com raio de 12 m será revestido com mosaicos, cada um ocupando  $0,25 \text{ m}^2$  e custando R\$ 8,50 por unidade. Qual será o custo total para revestir o salão? (Considere  $\pi = 3,14$ ).

- A) R\$ 3842,36
- B) R\$ 6012,72
- C) R\$ 10450,40
- D) R\$ 15376,50

**ATIVIDADE 8**

Retomando o texto da contextualização, supondo que a maior medida de distância entre duas ocas na circunferência dessa aldeia seja de 300 m, qual é a medida da área da região circular?  
Considere  $\pi = 3,14$ .

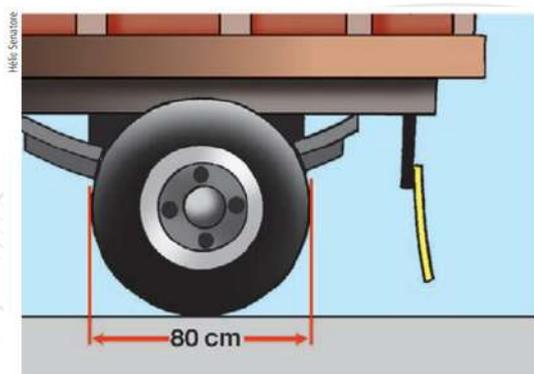


Pedro Biondi/ABr,  
[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Parque\\_Ind%C3%ADgena\\_do\\_Xingu.jpg#/media/File:Parque\\_Ind%C3%ADgena\\_do\\_Xingu.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Parque_Ind%C3%ADgena_do_Xingu.jpg#/media/File:Parque_Ind%C3%ADgena_do_Xingu.jpg)

**ATIVIDADE 9**

O diâmetro das rodas de um caminhão é de 80 cm. Supondo  $\pi = 3$ , calcule a distância que o caminhão percorre a cada volta da roda, sem derrapar.

- A) 2,4 m
- B) 3,0 m
- C) 4,0 m
- D) 4,8 m

**ATIVIDADE 10**

Desenhe uma circunferência no seu caderno. Para isso, você pode usar um transferidor ou qualquer objeto circular. Meça com uma régua a medida do diâmetro. Calcule o comprimento dessa circunferência.





# Gabarito

**ATIVIDADE 01:** resposta na resolução para o(a) professor(a)

**ATIVIDADE 02:** resposta na resolução para o(a) professor(a)

**ATIVIDADE 03:** a)  $113,04 \text{ cm}^2$ , b)  $50,24 \text{ cm}^2$

**ATIVIDADE 04:** Raio = 2, comprimento da circunferência =  $12,56 \text{ cm}$  e área do círculo =  $12,56 \text{ cm}^2$ .

**ATIVIDADE 05:** 9 cm

**ATIVIDADE 06:** 7 cm

**ATIVIDADE 07:** D

**ATIVIDADE 08:**  $70\,650 \text{ m}^2$

**ATIVIDADE 09:** A

**ATIVIDADE 10:** comentário na resolução para o(a) professor(a)

## RESOLUÇÃO PARA O(A) PROFESSOR(A)

### ATIVIDADE 1

Espera-se que os alunos diferenciem com suas palavras.

Uma resposta:

**Círculo:** É a região do plano delimitada por uma circunferência. Em outras palavras, um círculo inclui todos os pontos que estão a uma distância fixa (chamada de raio) de um ponto central (chamado de centro). O círculo é uma figura bidimensional e contém toda a área dentro da circunferência.

**Circunferência:** É o conjunto de pontos que estão a uma distância fixa (o raio) de um ponto central. A circunferência é uma linha curva que forma o contorno do círculo, mas não inclui a área interna. Portanto, a circunferência é uma figura unidimensional.

Em resumo, o círculo é a área interna e a circunferência é o contorno dessa área.

## ATIVIDADE 2

a)

Usando  $\pi \approx 3,14$  e raio  $r = 1$  cm, o comprimento da circunferência é calculado assim:

$$C = 2\pi r$$

Substituindo os valores:

$$C = 2 \times 3,14 \times 1 \text{ cm} = 6,28 \text{ cm}$$

Portanto, o comprimento da circunferência com raio igual a 1 cm é 6,28 cm.

b)

Usando  $\pi \approx 3,14$  e raio  $r = 2$  cm, o comprimento da circunferência é calculado da seguinte forma:

$$C = 2 \times 3,14 \times 2 \text{ cm} = 12,56 \text{ cm}$$

Portanto, o comprimento da circunferência com raio igual a 2 cm é 12,56 cm.

c)

O diâmetro é o dobro do raio. Portanto, se o diâmetro é 10 cm, o raio  $r$  é:

$$r = \frac{d}{2} = \frac{10 \text{ cm}}{2} = 5 \text{ cm}$$

Agora, usando  $\pi \approx 3,14$  para calcular o comprimento da circunferência:

$$C = 2\pi r$$

Substituindo o valor do raio:

$$C = 2 \times 3,14 \times 5 \text{ cm} = 31,4 \text{ cm}$$

Portanto, o comprimento da circunferência com diâmetro de 10 cm é 31,4 cm.

d)

Se o diâmetro é 6 cm, o raio  $r$  é:

$$r = \frac{d}{2} = \frac{6 \text{ cm}}{2} = 3 \text{ cm}$$

Agora, usando  $\pi \approx 3,14$  para calcular o comprimento da circunferência:

$$C = 2 \times 3,14 \times 3 \text{ cm} = 18,84 \text{ cm}$$

Portanto, o comprimento da circunferência com diâmetro de 6 cm é 18,84 cm.

### ATIVIDADE 3

Para calcular a área do círculo, usamos a fórmula:

$$A = \pi r^2$$

#### a) Raio = 6 cm

Usando  $\pi \approx 3,14$ :

$$A = 3,14 \times (6 \text{ cm})^2 = 3,14 \times 36 \text{ cm}^2 = 113,04 \text{ cm}^2$$

#### b) Diâmetro = 8 cm

Primeiro, encontramos o raio:

$$r = \frac{d}{2} = \frac{8 \text{ cm}}{2} = 4 \text{ cm}$$

Agora, calculamos a área:

$$A = 3,14 \times (4 \text{ cm})^2 = 3,14 \times 16 \text{ cm}^2 = 50,24 \text{ cm}^2$$

### Resultados

- Área com raio = 6 cm: 113,04 cm<sup>2</sup>
- Área com diâmetro = 8 cm: 50,24 cm<sup>2</sup>

### ATIVIDADE 4

Adotando  $\pi = 3,14$ , temos uma tabela com os resultados.

Comprimento da circunferência	área do círculo
1. $r = 1$ : 6,28 cm	1. $r = 1$ : 3,14 cm <sup>2</sup>
2. $r = 2$ : 12,56 cm	2. $r = 2$ : 12,56 cm <sup>2</sup>
3. $r = 3$ : 18,84 cm	3. $r = 3$ : 28,26 cm <sup>2</sup>
4. $r = 4$ : 25,12 cm	4. $r = 4$ : 50,24 cm <sup>2</sup>
5. $r = 5$ : 31,40 cm	5. $r = 5$ : 78,50 cm <sup>2</sup>
6. $r = 6$ : 37,68 cm	6. $r = 6$ : 113,04 cm <sup>2</sup>
7. $r = 7$ : 43,96 cm	7. $r = 7$ : 153,86 cm <sup>2</sup>
8. $r = 8$ : 50,24 cm	8. $r = 8$ : 201,06 cm <sup>2</sup>
9. $r = 9$ : 56,52 cm	9. $r = 9$ : 254,47 cm <sup>2</sup>
10. $r = 10$ : 62,80 cm	10. $r = 10$ : 314,00 cm <sup>2</sup>

Observe que os valores são os mesmo para raio = 2 (12,56).

## ATIVIDADE 5

Para encontrar a medida do raio  $r$  a partir do comprimento  $C$  da circunferência, usamos a fórmula:

$$C = 2\pi r$$

Dado que  $C = 56,52$  cm e usando  $\pi \approx 3,14$ , podemos substituir na fórmula:

$$56,52 = 2 \times 3,14 \times r$$

Agora, vamos resolver para  $r$ :

1. Calcule  $2 \times 3,14$ :

$$2 \times 3,14 = 6,28$$

2. Agora a equação fica:

$$56,52 = 6,28 \times r$$

3. Para encontrar  $r$ , divida ambos os lados por 6,28:

$$r = \frac{56,52}{6,28}$$

4. Agora, calcule  $r$ :

$$r \approx 9$$

Portanto, a medida do raio é **9 cm**.

## ATIVIDADE 6

Para calcular a medida do raio  $r$  de um círculo a partir da área  $A$ , usamos a fórmula:

$$A = \pi r^2$$

Dado que  $A = 153,86$  cm<sup>2</sup> e usando  $\pi \approx 3,14$ , podemos substituir na fórmula:

$$153,86 = 3,14 \times r^2$$

Agora, vamos resolver para  $r^2$ :

1. Divida ambos os lados por 3,14:  $r^2 = \frac{153,86}{3,14}$

Calculando:  $r^2 = 49$

2. Agora, tire a raiz quadrada de  $r^2$ :

$$r = \sqrt{49} = 7$$

Portanto, a medida do raio é **7 cm**.

*Observação: Quando calculamos a raiz quadrada de um número, obtemos duas soluções: uma positiva e uma negativa. No entanto, no contexto de medidas físicas, como o raio de um círculo, apenas a solução positiva é válida. O raio representa uma distância, e distâncias não podem ser negativas. Portanto, embora  $r = -7$ , seja uma solução matemática, não faz sentido no contexto prático. Assim, a única resposta relevante para a medida do raio é 7 cm.*

### ATIVIDADE 7

$$A_{\text{circulo}} = \pi \cdot r^2 \Rightarrow A_{\text{circulo}} = 3,14 \cdot 12^2 = 3,14 \cdot 144 = 452,16m^2.$$

$$N^{\circ} \text{mosaicos} : \frac{A_{\text{circulo}}}{A_{\text{mosaico}}} \Rightarrow N^{\circ} \text{mosaicos} = \frac{452,16}{0,25} = 1.808,64.$$

Logo, serão necessários 1 809 mosaicos para revestimento do salão.

Custo:  $1\ 809 \times 8,50 = R\$ 15376,50$ .

Alternativa correta: D.

### ATIVIDADE 8

Para calcular a área da região circular, precisamos primeiro encontrar o raio da circunferência. A maior medida de distância entre duas ocos na circunferência é o diâmetro. Portanto, se o diâmetro é 300 m, podemos encontrar o raio  $r$  usando a fórmula:

$$r = \frac{\text{diâmetro}}{2} = \frac{300}{2} = 150 \text{ m}$$

Agora, podemos usar a fórmula da área  $A$  de um círculo:

$$A = \pi r^2$$

Substituindo os valores de  $\pi$  e  $r$ :

$$A = 3,14 \times (150)^2$$

Calculando  $(150)^2$ :

$$(150)^2 = 22\ 500$$

Agora, substituindo na fórmula da área:

$$A = 3,14 \times 22\ 500$$

$$A = 70\ 650 \text{ m}^2$$

Portanto, a medida da área da região circular é **70 650 m<sup>2</sup>**.

**ATIVIDADE 9**

Para calcular a distância que o caminhão percorre a cada volta da roda, precisamos calcular a circunferência da roda. A fórmula para a circunferência  $C$  é:

$$C = \pi \times d$$

onde  $d$  é o diâmetro.

Dado que o diâmetro  $d$  é de 80 cm e usando  $\pi = 3$ :

$$C = 3 \times 80 \text{ cm}$$

$$C = 240 \text{ cm}$$

Agora, vamos converter a circunferência de centímetros para metros:

$$C = 240 \text{ cm} = 2,4 \text{ m}$$

Portanto, a distância que o caminhão percorre a cada volta da roda é **2,4 m**.

A resposta correta é **A) 2,4 m**.

**ATIVIDADE 10**

Suponha que o diâmetro  $d$  encontrado tenha sido 14 cm. Para encontrar o raio, dividimos o diâmetro por 2:

$$r = \frac{d}{2} = \frac{14 \text{ cm}}{2} = 7 \text{ cm}$$

Agora, substituímos o valor do raio na fórmula do comprimento da circunferência:

$$C = 2\pi r = 2 \times 3 \times 7 \text{ cm}$$

$$C = 42 \text{ cm}$$

Portanto, usando a fórmula  $C = 2\pi r$ , o comprimento da circunferência é **42 cm**.

# Referências

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática Bianchini**: 8º ano: manual do professor. 10. ed. São Paulo: Moderna, 2022.

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy. **A conquista da matemática**: 8º ano: ensino fundamental: anos finais. São Paulo: Ftd, 2022.

IMPA. **OBMEP – Portal da OBMEP**. Disponível em: <https://portaldaobmepimpa.br/index.php/modulo/ver?modulo=10>. Acesso em: 8 jan. 2025.

SANTOS, Erinaldo Martins. **Cópia de Area do Circulo**. 2020. Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/kxcfsenv>. Acesso em: 8 jan. 2025.

TEIXEIRA, Lilian Aparecida (ed.). **SuperAÇÃO!**: matemática: 8º ano: manual do professor. São Paulo: Moderna, 2022.



GOVERNO DO ESTADO  
DO ESPÍRITO SANTO  
Secretaria da Educação

# Material Estruturado



SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL

GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

9º Ano | Ensino Fundamental Anos Finais

## MATEMÁTICA

### SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM	DESCRIPTOR(ES) DO SAEB	DESCRIPTOR(ES) DO PAEBES
<p><b>EF06MA17</b> - Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial.</p> <p><b>EF09MA17</b> - Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva.</p> <p><b>EF09MA19</b> - Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de volumes de prismas e de cilindros retos, inclusive com uso de expressões de cálculo, em situações cotidianas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base;</li> <li>Relacionar objetos tridimensionais às suas planificações ou vistas;</li> <li>Calcular áreas de bases de prismas e cilindros;</li> <li>Resolver problemas que envolvam volume de prismas e cilindros.</li> </ul>	<p><b>9G1.2</b> - Relacionar o número de vértices, faces ou arestas de prismas ou pirâmides, em função do seu polígono da base.</p> <p><b>9G1.3</b> - Relacionar objetos tridimensionais às suas planificações ou vistas.</p> <p><b>9G2.2</b> - Construir/desenhar figuras geométricas planas ou espaciais que satisfaçam condições dadas.</p> <p><b>9M2.4</b> - Resolver problemas que envolvam volume de prismas retos ou cilindros retos.</p>	<p><b>D111_M</b> Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações ou vistas.</p> <p><b>D058_M</b> Utilizar área de figuras bidimensionais na resolução de problema.</p> <p><b>D062_M</b> Resolver problema envolvendo noções de volume.</p>

# Contextualização



canva

Viajar nos permite descobrir obras arquitetônicas impressionantes, como a famosa Pirâmide do Louvre, em Paris, França. Essa estrutura de vidro e metal, localizada no pátio principal do maior museu de arte do mundo, é um exemplo marcante de como a geometria inspira a arquitetura moderna. Com mais de 380 mil objetos históricos em exposição, incluindo a Mona Lisa, o Museu do Louvre atrai milhões de visitantes anualmente, que se encantam com suas coleções e seu design inovador.

A Grande Pirâmide, rodeada por três pirâmides menores, serve como entrada principal do museu e se tornou um ícone da cidade de Paris. Sua forma geométrica remete às antigas pirâmides egípcias, demonstrando como **sólidos poliédricos** continuam presentes nas criações humanas, tanto pela beleza estética quanto pela funcionalidade estrutural.

Mais do que um marco turístico, a Pirâmide do Louvre simboliza a conexão entre passado e futuro, combinando tradição e modernidade. Ela nos lembra que a Matemática e a Arte caminham juntas na construção de obras que atravessam gerações, inspirando admiração e novas descobertas.

Neste material, nós vamos estudar as formas poliédricas, como os prismas e as pirâmides. Vamos estabelecer relações entre vértices, faces e arestas, além de calcular o volume de alguns sólidos geométricos.

**Bons estudos!**

# Conceitos e Conteúdos

## RELEMBRANDO FIGURAS GEOMÉTRICAS ESPACIAIS

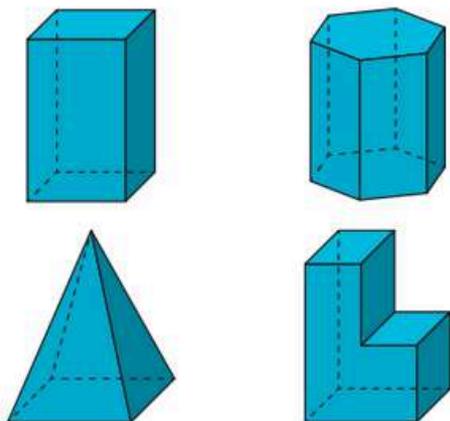
Já estudamos que diversos objetos e elementos do cotidiano, por apresentarem determinadas características, podem ser associados a figuras geométricas espaciais. Acompanhe alguns exemplos:



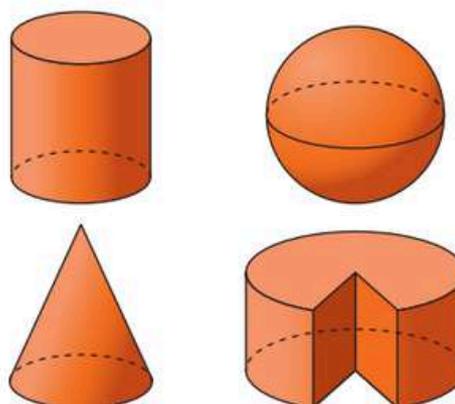
canva

É possível classificar algumas figuras geométricas espaciais em poliedros e não poliedros. Os poliedros são figuras geométricas espaciais limitadas por uma quantidade finita de polígonos, sendo cada lado de um polígono também lado de apenas um outro polígono. Já as figuras que não têm pelo menos uma dessas características são chamadas não poliedros. Analise alguns exemplos.

### • Poliedros



### • Não poliedros

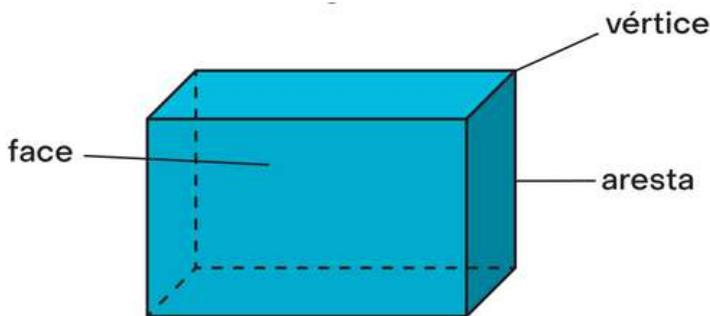


Ilustrações: Sérgio L. Filho/Arquivo da editora

## PARALELEPÍEDO RETÂNGULO E CUBO

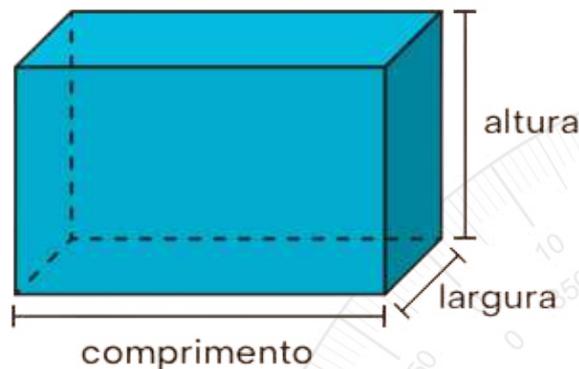


Para enviar mercadorias, algumas empresas usam caixas como as apresentadas na imagem ao lado. Analisando essas caixas, notamos que elas apresentam formatos parecidos. Podemos associar esse formato a um paralelepípedo retângulo, também chamado bloco retangular. Em um paralelepípedo retângulo podemos destacar os elementos a seguir.

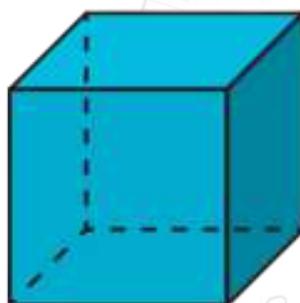


As seis faces de um paralelepípedo retângulo são retângulos.

- Um paralelepípedo retângulo tem três dimensões: comprimento, largura e altura.

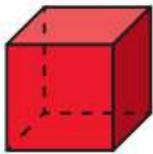


- Quando as três dimensões têm a mesma medida, o paralelepípedo retângulo recebe o nome de cubo.

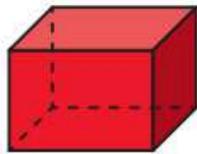


## PRISMA E PIRÂMIDE

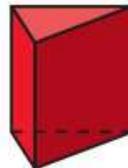
Os poliedros abaixo são **prismas**. No prisma, duas de suas faces são as bases, e as demais são as faces laterais. As bases são idênticas e paralelas entre si, e as faces laterais são paralelogramos. As arestas laterais também são paralelas entre si.



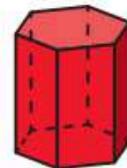
Cubo.



Paralelepípedo retângulo.

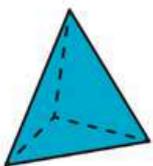


Prisma de base triangular.

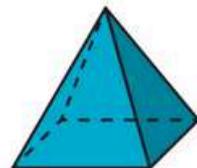


Prisma de base hexagonal.

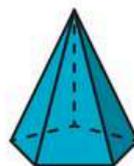
Os poliedros abaixo são pirâmides. A pirâmide tem apenas uma face denominada base, e as demais são as faces laterais. As faces laterais são triângulos que têm um vértice em comum.



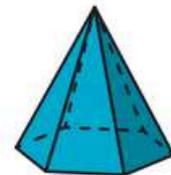
Pirâmide de base triangular.



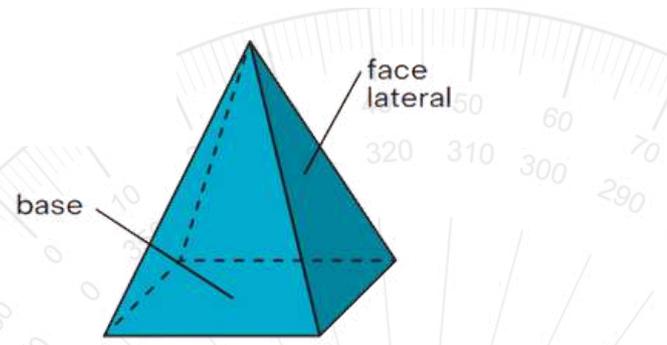
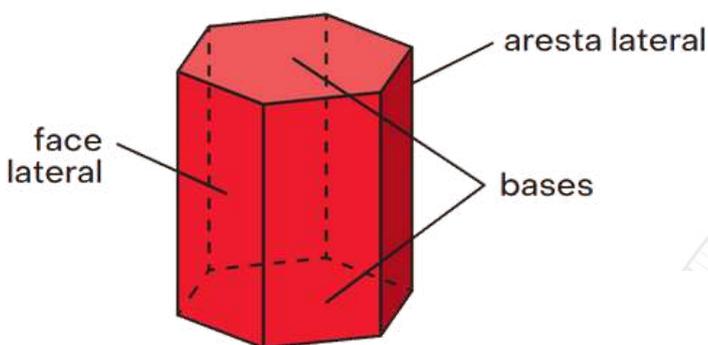
Pirâmide de base quadrangular.



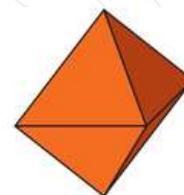
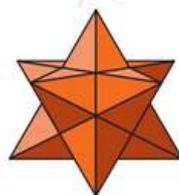
Pirâmide de base pentagonal.



Pirâmide de base hexagonal.

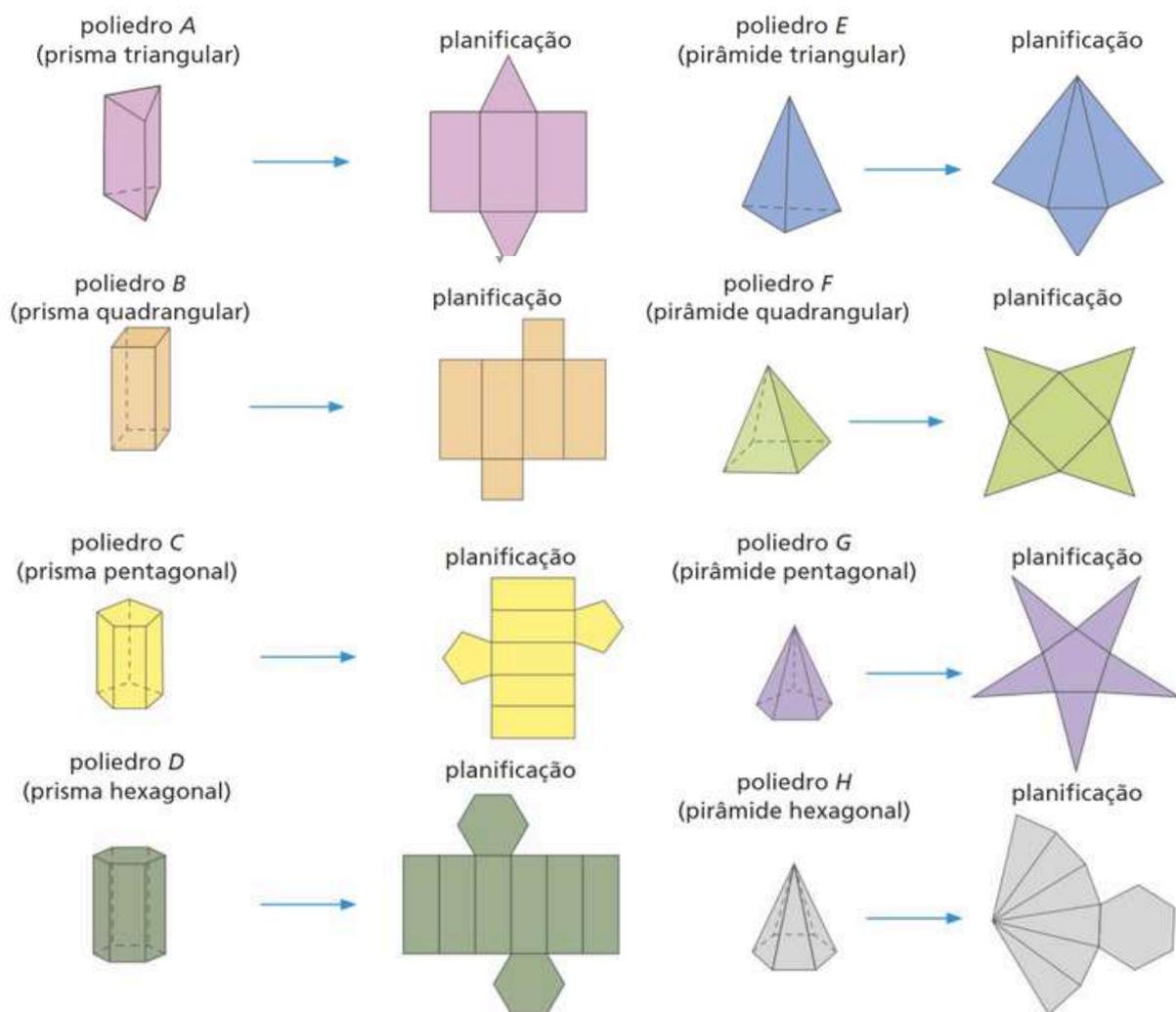


Há poliedros que não podem ser classificados como prisma nem como pirâmide. Conheça alguns exemplos.



## PLANIFICAÇÃO DE POLIEDROS

Os poliedros são sólidos geométricos que possuem superfícies formadas por faces planas. Essas superfícies podem ser representadas de maneira planificada, ou seja, desenhadas como se fossem "desdobradas" em um plano. A seguir, observe alguns exemplos de planificações de prismas e pirâmides, que são dois tipos de poliedros muito utilizados em estudos de geometria.



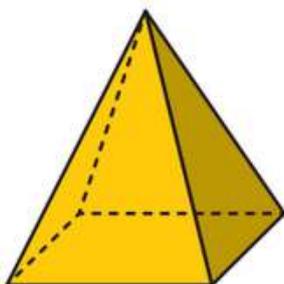
Não há uma única maneira de representar a planificação de um sólido, pois diferentes desdobramentos podem revelar as mesmas faces em posições distintas.

## RELAÇÃO DE EULER

A relação entre a quantidade de vértices, de faces e de arestas de alguns poliedros, entre eles os prismas e as pirâmides, pode ser representada pela igualdade a seguir.

$$V + F = A + 2$$

Essa igualdade é conhecida como **relação de Euler**, em homenagem ao matemático e físico suíço Leonhard Euler (1707-1783).



Observe a pirâmide ao lado.

Note que ela tem:

- 5 vértices (4 vértices na base e uma no topo),
- 8 arestas (4 arestas na base e 4 arestas laterais) e
- 5 faces (1 face na base e 4 faces laterais).

Veremos agora exemplos de como é aplicada a relação de Euler, utilizando o exemplo acima.

1) Um sólido tem 5 **vértices** e 8 **arestas**. Determine a quantidade de **faces**.

Substituindo as informações dadas, temos  $V = 5$  e  $A = 8$ :

$$V + F = A + 2$$

$$5 + F = 8 + 2$$

Resolvendo a equação, temos:

$$F = 8 + 2 - 5$$

$$F = 5$$

Utilizando a relação de Euler, concluímos que esse sólido geométrico tem 5 faces. De fato, como vimos.

Neste primeiro exemplo, determinamos a quantidade de faces. Mas podemos, também, determinar a quantidade de arestas ou a quantidade de vértices.

2) Um sólido tem 5 **vértices** e 5 **faces**. Determine a quantidade de **arestas**.

$$V + F = A + 2$$

$$5 + 5 = A + 2$$

$$A = 8.$$

3) Um sólido tem 5 **faces** e 8 **arestas**. Determine a quantidade de **vértices**.

$$V + F = A + 2$$

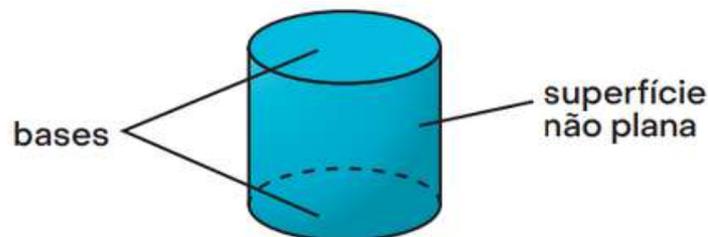
$$V + 5 = 8 + 2$$

$$V = 5$$

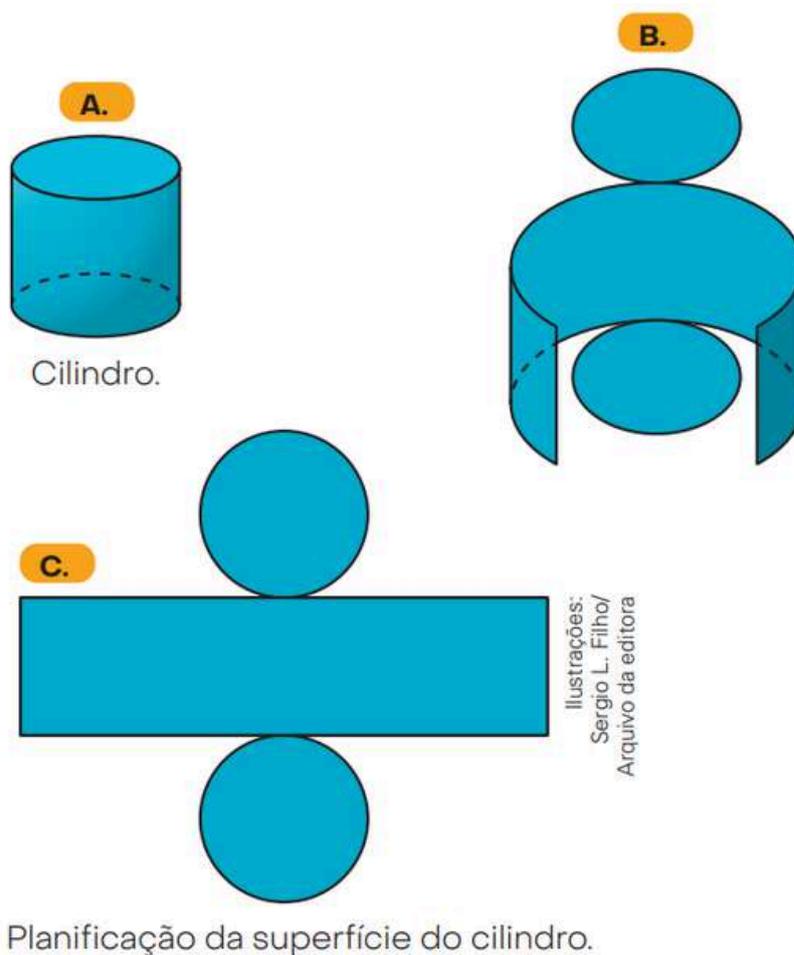
Portanto, a relação de Euler nos permite calcular a quantidade de arestas, vértices e faces num poliedro.

## CILINDRO

O cilindro é um sólido geométrico que possui duas bases circulares paralelas e congruentes, ligadas por uma superfície lateral curva, por isso ele é chamado de **não poliedro**. Ele é bastante utilizado em situações do dia a dia, como em latas de alimentos, canos e garrafas. Vamos destacar alguns elementos no cilindro.



A seguir, está representada a planificação da superfície do cilindro.



## VOLUME DO PRISMA E CILINDRO

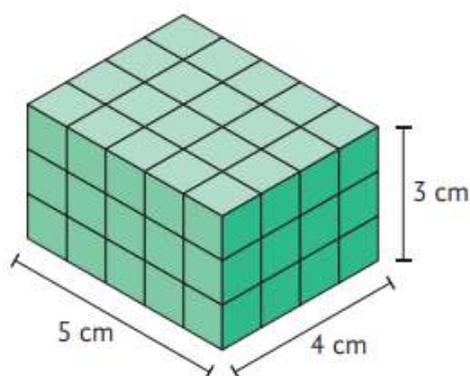
Para calcular o volume de um prisma ou cilindro, utilizamos a mesma ideia: multiplicar a área da base pela altura.

No caso do prisma, basta calcular a área da base (que pode ser de qualquer forma geométrica, como triângulo, quadrado ou pentágono) e multiplicá-la pela altura do prisma.

Já para o cilindro, a base é sempre um círculo. Sendo assim, podemos resumir que a fórmula para o cálculo do volume de um prisma ou cilindro será a multiplicação da área da base pela altura.

$$V = A_b \cdot h$$

Veja o exemplo a seguir para entender melhor como realizar o cálculo do volume de um paralelepípedo ou prisma de base retangular.



Observe que a base é um retângulo, cuja área é  $20 \text{ cm}^2$  ( $5 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm}$ ).

Para calcular o volume desse sólido, usamos a fórmula  $V = A_b \cdot h$ , em que a área da base é  $20 \text{ cm}^2$  (conforme acabamos de calcular) e a altura do sólido é  $3 \text{ cm}$ . Portanto, temos:

$$V = A_b \cdot h$$

$$V = 5 \cdot 4 \cdot 3$$

$$V = 60 \text{ cm}^3$$

Quando um prisma for um paralelepípedo retângulo, podemos usar a fórmula:  $V = a \cdot b \cdot c$ , em que  $a$  = comprimento,  $b$  = largura e  $c$  = altura, não necessariamente neste ordem (nesse caso, a ordem dos fatores não altera o produto).

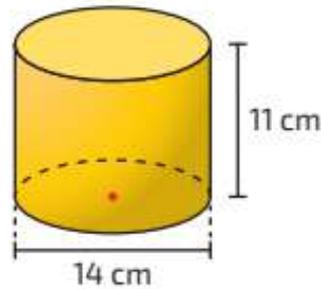
Neste caso, bastaria observar que  $a = 4 \text{ cm}$ ,  $b = 5 \text{ cm}$  e  $c = 3 \text{ cm}$ , obtendo:

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$V = 4 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm}$$

$$V = 60 \text{ cm}^3.$$

Observe o exemplo para calcular o volume do cilindro:



Para calcular o volume  $V$  de um cilindro usando a fórmula "área da base vezes altura", seguimos estas etapas:

1. **Encontrar o raio:** O raio  $r$  é metade do diâmetro. Para um diâmetro de 14 cm:

$$r = \frac{d}{2} = \frac{14 \text{ cm}}{2} = 7 \text{ cm}$$

2. **Calcular a área da base:** A área da base  $A$  de um cilindro (que é um círculo) é dada pela fórmula:

$$A = \pi r^2$$

Substituindo  $r$  e  $\pi$ :

$$A = 3,14 \times (7 \text{ cm})^2 = 3,14 \times 49 \text{ cm}^2 = 153,86 \text{ cm}^2$$

3. **Calcular o volume:** Usando a altura  $h = 11 \text{ cm}$  e a área da base:

$$V = A \times h = 153,86 \text{ cm}^2 \times 11 \text{ cm} = 1692,46 \text{ cm}^3$$

Portanto, o volume do cilindro é aproximadamente **1692,46 cm<sup>3</sup>**.

Sendo a base do cilindro um círculo e considerando que  $r$  é a medida do comprimento do raio da base do cilindro, podemos escrever essa fórmula da seguinte maneira:

$$V = \pi r^2 \cdot h$$



# Exercícios Resolvidos

## EXERCÍCIO 1

Num poliedro convexo, o número de arestas excede o número de vértices em 4 unidades. Calcule o número de faces.

### SOLUÇÃO

Para resolver o problema, podemos usar a Fórmula de Euler para poliedros convexos, que é dada por:  $V + F = A + 2$

Como o número de aresta excede o número de vértice em 4 unidades, temos:

$$A = V + 4$$

Substituindo, temos:

$$V + F = A + 2$$

$$V + F = V + 4 + 2$$

$$V + F - V = 6$$

$$F = 6$$

O poliedro possui 6 faces.

## EXERCÍCIO 2

Sabendo que um poliedro possui 8 vértices e que em cada vértice se encontram 3 arestas, determine o número de faces dessa figura.

### SOLUÇÃO

As arestas que partem e chegam a um vértice são as mesmas, por isso precisamos dividir o número total de arestas por dois.

$$A = \frac{8 \cdot 3}{2} = 12$$

$$V + F = A + 2$$

$$8 + F = 12 + 2$$

$$F = 6$$

O poliedro possui 6 faces.

**EXERCÍCIO 3**

Considerando uma piscina retangular com 12 metros de comprimento, 6 metros de largura e 1,5 metros de profundidade média, calcule o volume total de água que a piscina pode conter em litros. (1 m<sup>3</sup> é igual a 1000 L)

**SOLUÇÃO**

Para calcular o volume total de água que a piscina retangular pode conter, usamos a fórmula do volume de um paralelepípedo:  $V = \text{comprimento} \cdot \text{largura} \cdot \text{altura}$ , cujos valores são 12 m, 6 m e 1,5 m, respectivamente. Substituindo na fórmula, temos:

$$V = 12 \cdot 6 \cdot 1,5$$

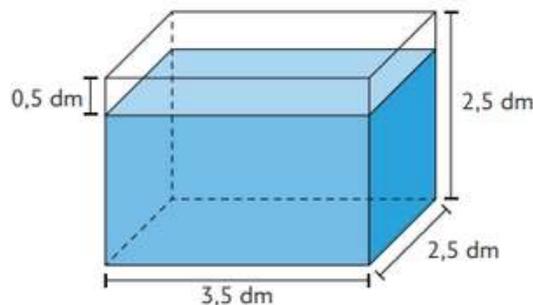
$$V = 108 \text{ m}^3$$

Para saber em litros, basta multiplicar 108 por 1 000, conforme enunciado:

$$V = 108 \cdot 1000 = 108000 \text{ L}$$

**EXERCÍCIO 6**

Luísa está enchendo o seu aquário com água. O recipiente utilizado tem o formato de um paralelepípedo reto retângulo e está representado a seguir. Qual é a quantidade de água que ela utilizou para encher o aquário, em litros? (1 dm<sup>3</sup> é igual a 1 L)

**SOLUÇÃO**

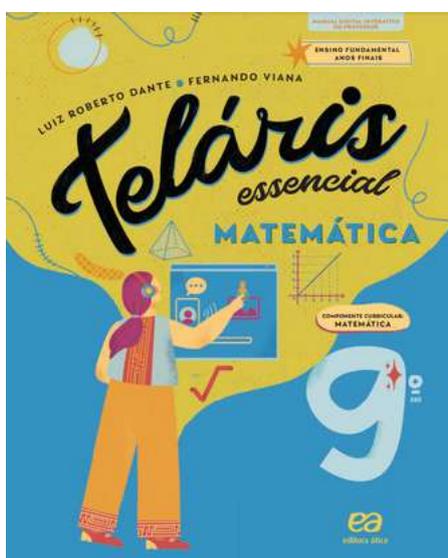
Observe que, embora a altura do sólido seja 2,5 dm, a altura da água (que interessa) é apenas 2 dm.

Temos a fórmula  $V = a \cdot b \cdot c$ , e que  $a = 3,5 \text{ dm}$ ,  $b = 2,5 \text{ dm}$  e  $c = 2 \text{ dm}$ . Substituindo na fórmula, temos:

$$V = 3,5 \text{ dm} \cdot 2,5 \text{ dm} \cdot 2 \text{ dm} = 17,5 \text{ dm}^3$$

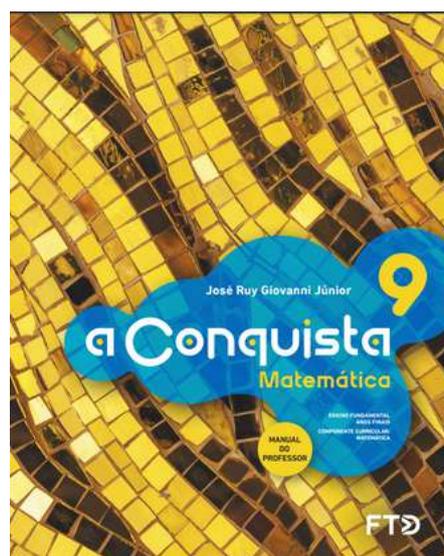
Como 1 dm<sup>3</sup> equivale a 1 litro (conforme o enunciado), o volume de água utilizado para encher o aquário foi de 17,5 litros (17,5 · 1).

# Material Extra



Uma sugestão é trabalhar com os alunos as vistas de um sólido geométrico, na página 125 do livro Teláris.

Já no livro A Conquista da Matemática, vistas ortogonais está na página 251. Da página 254 à 257 você pode aprofundar em volume de prismas.



**SAIBA MAIS APONTANDO O CELULAR  
PARA O QR CODE ABAIXO OU CLIQUE NO BOTÃO.**

**Portal da OBMEP - Geometria Espacial 2 -  
Volumes e áreas de prismas e pirâmides**





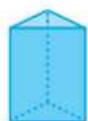
# Atividades

## ATIVIDADE 1

Observando as figuras dos sólidos geométricos abaixo ou utilizando a relação de Euler, preencha a tabela conforme o modelo.



Paralelepípedo (ou prisma de base retangular).



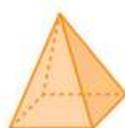
Prisma de base triangular.



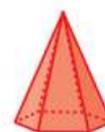
Prisma de base hexagonal.



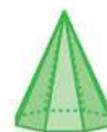
Pirâmide de base triangular.



Pirâmide de base quadrada.



Pirâmide de base hexagonal.



Pirâmide de base octogonal.

Sólido Geométrico	Quantidade de Lados da Base	Quantidade de Vértices do Sólido Geométrico	Quantidade de Arestas do Sólido Geométrico	Quantidade de Faces do Sólido Geométrico
Paralelepípedo (ou prisma de base retangular)				
Prisma de base triangular				
Prisma de base hexagonal				
Pirâmide de base triangular				
Pirâmide de base quadrada				
Pirâmide de base hexagonal				
Pirâmide de base octogonal				



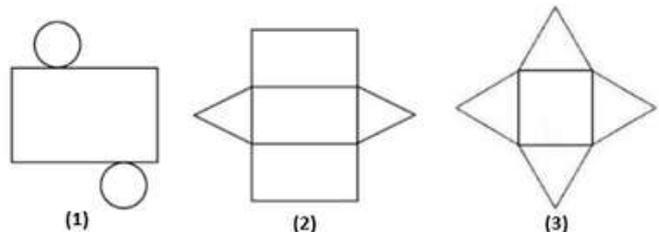
**ATIVIDADE 2**

Uma professora de arte está orientando seus alunos na construção de modelos geométricos para uma feira escolar. Um dos alunos escolheu fazer uma pirâmide com base hexagonal e decidiu colocar pequenas esferas decorativas em cada vértice da pirâmide. No entanto, ele não sabe exatamente quantas esferas precisa comprar. A professora lembra que a pirâmide possui 12 arestas e 7 faces. Ajude o aluno a determinar o número de vértices dessa pirâmide para que ele saiba quantas esferas decorativas comprar.

- A) 10 vértices
- B) 9 vértices
- C) 8 vértices
- D) 7 vértices

**ATIVIDADE 3**

Ao lado, seguem as planificações de três sólidos geométricos. Marque a alternativa que indica, respectivamente, os nomes dos sólidos representados pelas planificações 1, 2 e 3.

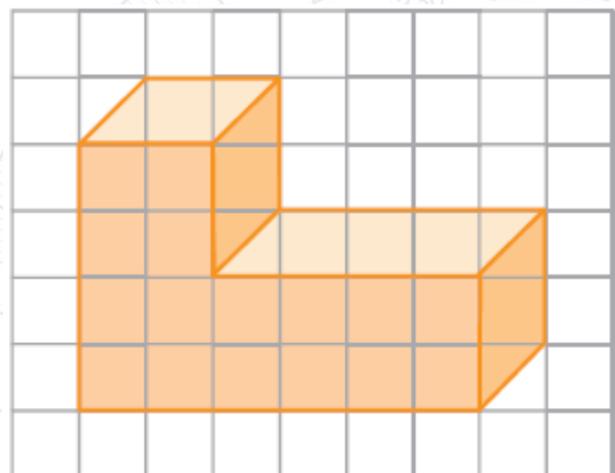


- A) 1 - Cilindro, 2 - Pirâmide, 3 - Prisma
- B) 1 - Cilindro, 2 - Cone, 3 - Prisma
- C) 1 - Pirâmide, 2 - Cilindro, 3 - Cone
- D) 1 - Cilindro, 2 - Prisma, 3 - Pirâmide

**ATIVIDADE 4**

Analise o sólido geométrico abaixo. A representação aproximada da vista superior deste sólido é:

- A)
- B)
- C)
- D)



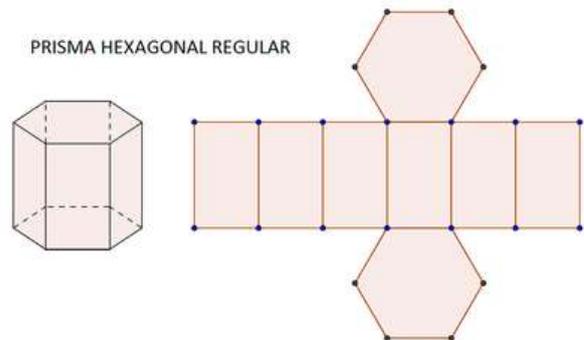
Fonte: Projeto Teláris: Matemática - 9º Ano (1a ed., Vol. 4), 2022.

## ATIVIDADE 5

Um artesão deseja revestir uma caixinha decorativa em forma de prisma hexagonal regular com tecido. Cada lado do hexágono da base da caixinha mede 6 cm, e a altura do prisma é 10 cm. O artesão planeja revestir toda a superfície externa da caixinha (bases e faces laterais) com o tecido, sem deixar sobras.

Quanto de tecido (em  $\text{cm}^2$ ) será necessário para revestir toda a caixinha? (use  $\sqrt{3}=1,7$ ).

- A) 186,84  $\text{cm}^2$
- B) 546,84  $\text{cm}^2$
- C) 600,84  $\text{cm}^2$
- D) 720,84  $\text{cm}^2$



## ATIVIDADE 6

Uma família está construindo uma piscina retangular em forma de paralelepípedo para o quintal. A piscina terá 10 metros de comprimento, 5 metros de largura e 2 metros de profundidade. Para revestir o fundo da piscina, eles escolheram azulejos especiais que custam R\$ 50,00 por metro quadrado.

Quantos reais a família gastará para revestir o fundo da piscina com esses azulejos?

- A) R\$ 2.500,00
- B) R\$ 3.000,00
- C) R\$ 4.000,00
- D) R\$ 5.000,00

## ATIVIDADE 7

Uma caixa de vidro em formato de prisma pentagonal regular está sendo projetada para uma exposição de joias. O arquiteto já sabe que o prisma possui 7 faces (2 bases e 5 faces laterais) e 10 vértices. No entanto, ele quer verificar o número de arestas para calcular o custo da estrutura de metal que sustentará as arestas do prisma. Calcule o número de arestas desse prisma.

- A) 15 arestas
- B) 20 arestas
- C) 25 arestas
- D) 30 arestas

## ATIVIDADE 8

A escola decidiu instalar um reservatório de água em formato de cilindro para garantir o abastecimento em dias de seca. O reservatório tem 3 metros de altura e um raio da base de 1 metro.

Qual é o volume total de água (em  $m^3$ ) que esse reservatório pode armazenar?

Use  $\pi = 3,14$ .

- A)  $18,84 m^3$
- B)  $12,56m^3$
- C)  $9,42 m^3$
- D)  $21,99 m^3$

## ATIVIDADE 9

Uma lanchonete oferece dois tamanhos de copos em formato de cilindro:

- O copão com altura de 20 cm e raio de 10 cm.
- O copo pequeno com altura de 10 cm e raio de 5 cm.

Um grupo de amigos está pensando em qual opção escolher: comprar um único copão ou vários copos pequenos para obter a mesma quantidade de bebida.

Sabendo que o preço de um copão é R\$ 26,00 e cada copo pequeno custa R\$ 3,50, qual é a melhor opção em termos de custo-benefício? (considere  $\pi = 3,14$ ).

- A) Comprar um copão, pois ele custa R\$ 26,00 e oferece mais bebida por um preço menor.
- B) Comprar 2 copos pequenos, pois são mais baratos e o volume é o mesmo que o do copão.
- C) Comprar 8 copos pequenos, pois o volume é o mesmo e custa menos.
- D) Comprar tanto o copão quanto os 8 copos pequenos, pois ambos têm o mesmo custo.

## ATIVIDADE 10

Carlos está construindo sua casa e precisa escolher entre duas opções de caixa d'água:

- Caixa cilíndrica: Raio = 2 m, Altura = 3 m;
- Caixa retangular: Comprimento = 4 m, Largura = 3 m, Altura = 3 m.

Carlos quer saber qual caixa oferece maior capacidade de armazenamento de água.

Qual delas oferece maior capacidade de armazenamento?

Quando necessário use  $\pi = 3,14$ .

- A) A caixa cilíndrica tem maior volume, com  $37,68 m^3$ .
- B) A caixa retangular tem maior volume, com  $36 m^3$ .
- C) A caixa cilíndrica tem volume de  $36 m^3$ .
- D) Ambas as caixas têm o mesmo volume de  $37 m^3$ .



# Gabarito

ATIVIDADE 01: resposta na resolução para o(a) professor(a)

ATIVIDADE 02: D

ATIVIDADE 03: D

ATIVIDADE 04: C

ATIVIDADE 05: B

ATIVIDADE 06: A

ATIVIDADE 07: A

ATIVIDADE 08: C

ATIVIDADE 09: A

ATIVIDADE 10: A

## RESOLUÇÃO PARA O(A) PROFESSOR(A)

### ATIVIDADE 1

Sólido Geométrico	Quantidade de Lados da Base	Quantidade de Vértices do Sólido Geométrico	Quantidade de Arestas do Sólido Geométrico	Quantidade de Faces do Sólido Geométrico
Paralelepípedo (ou prisma de base retangular)	4	8	12	6
Prisma de base triangular	3	6	9	5
Prisma de base hexagonal	6	12	18	8
Pirâmide de base triangular	3	4	6	4
Pirâmide de base quadrada	4	5	8	5
Pirâmide de base hexagonal	6	7	12	7
Pirâmide de base octogonal	8	9	16	9

**ATIVIDADE 2**

De acordo com a relação de Euler:  $V+F=A+2$ .

Substituímos os valores conhecidos ( $F=7$  e  $A=12$ ):

$$V+7 = 12+2$$

$$V = 14 - 7$$

$$V = 7.$$

Portanto, a alternativa correta é a letra D.

**ATIVIDADE 3**

1- Planificação composta por dois círculos e um retângulo: Esta planificação corresponde a um cilindro;

2- Planificação composta por três retângulos e duas faces triangulares: Esta planificação corresponde a um prisma de base triangular;

3- Planificação composta por um polígono e várias faces triangulares: Esta planificação corresponde a uma pirâmide.

Portanto, a alternativa correta é a D.

**ATIVIDADE 4**

Basta observar o sólido para concluir que a representação aproximada da vista superior é a figura da alternativa C.

**ATIVIDADE 5**

Podemos calcular a área de uma base hexagonal dividindo em triângulos equiláteros. A área de cada triângulo equilátero é dada por:

$$A_{\Delta} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot l^2 \quad (l = 6\text{cm}) \Rightarrow A_{\Delta} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 6^2 = \frac{1,7}{4} \cdot 36 = 1,7 \cdot 9 = 15,3\text{cm}^2.$$

Como o hexágono possui 6 triângulos, a área do hexágono é:  $6 \cdot 15,3 = 91,8\text{cm}^2$ .

**Área lateral:**

O prisma possui 6 faces retangulares. A área de cada retângulo é o produto da altura pela base:  $10 \cdot 6 = 60\text{cm}^2$ .

Como são 6 retângulos, a área lateral será:  $6 \cdot 60 = 360\text{cm}^2$ .

**A área total:**

A área total da superfície externa é a soma da área das bases e da área lateral:

$$A_{\text{área total}} = 2 \cdot 91,8 + 360 = 183,6 + 360 = \mathbf{543,6\text{cm}^2}.$$

Portanto, a alternativa correta é a B.

**ATIVIDADE 6**

O fundo da piscina é um retângulo cuja área é:  $10 \cdot 5 = 50\text{m}^2$ .

O custo por metro quadrado é R\$ 50,00. Logo, o custo total será:  $50 \cdot 50 = 2\,500$  reais.

Portanto, a alternativa correta é a A.

## ATIVIDADE 7

De acordo com a relação de Euler:  $V+F=A+2$ .

Substituímos os valores conhecidos ( $V=10$  e  $F=7$ ):

$$10+7=A+2$$

$$17 - 2 = A$$

$$A = 15.$$

Portanto, a alternativa correta é a letra A.

## ATIVIDADE 8

$$V_{cilindro} = \pi \cdot r^2 \cdot h \Rightarrow V_{cilindro} = 3,14 \cdot 1^2 \cdot 3 = 3,14 \cdot 1 \cdot 3 = 9,42m^3.$$

Portanto, a alternativa correta é a letra C:

## ATIVIDADE 9

O preço de um copão é R\$ 26,00.

Para obter a quantidade de copos pequenos que equivale a um copão, precisamos dividir o volume do copão pelo volume de um copo pequeno.

**Volume do copão**

- Raio ( $r$ ) = 10 cm
- Altura ( $h$ ) = 20 cm

$$V_{copao} = \pi \cdot 10^2 \cdot 20 = 3,14 \cdot 100 \cdot 20 = 6280cm^3.$$

**Volume do copo pequeno**

- Raio ( $r$ ) = 5 cm
- Altura ( $h$ ) = 10 cm

$$V_{pequeno} = \pi \cdot 5^2 \cdot 10 = 3,14 \cdot 25 \cdot 10 = 785cm^3$$

Número de copos pequenos:

Logo, um copão equivale a 8 copos pequenos em termos de volume. No entanto, 8 copos pequenos custam  $8 \cdot 3,50 = 28$  reais.

A opção de comprar o copão é mais vantajosa em termos de custo-benefício, pois oferece o mesmo volume de bebida por um preço menor (R\$ 26,00 contra R\$ 28,00).

Portanto, a alternativa correta é a A.

## ATIVIDADE 10

Volume da caixa cilíndrica:

$$V_{cilindro} = \pi \cdot r^2 \cdot h \Rightarrow V_{cilindro} = 3,14 \cdot 2^2 \cdot 3 = 37,68m^3.$$

Volume da caixa retangular:

Logo, a caixa cilíndrica tem maior volume, com  $37,68 m^3$  (alternativa A).

# Referências

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática Bianchini**: 6º ano: manual do professor. 10. ed. São Paulo: Moderna, 2022.

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy. **A conquista da matemática**: 8º ano: ensino fundamental: anos finais. São Paulo: Ftd, 2022.

IMPA. **OBMEP – Portal da OBMEP**. Disponível em: <https://portaldaobmepimpa.br/index.php/modulo/ver?modulo=40>. Acesso em: 10 jan. 2025.

TEIXEIRA, Lilian Aparecida (ed.). **SuperAÇÃO!**: matemática: 8º ano: manual do professor. São Paulo: Moderna, 2022.