GOVERNO DO ESTADO DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

Material Estruturado

SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL — GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

2ª Série | Ensino Médio

MATEMÁTICA

PREFIXOS PARA MEDIDAS GRANDES/PEQUENAS

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM	DESCRITOR(ES) DO PAEBES / AMA
EM13MAT313 Utilizar, quando necessário, a notação científica para expressar uma medida, compreendendo as noções de algarismos significativos e algarismos duvidosos, e reconhecendo que toda medida é inevitavelmente acompanhada de erro. **EF09MA18** Reconhecer e empregar unidades usadas para expressar medidas muito grandes ou muito pequenas, tais como distância entre planetas e sistemas solares, tamanho de vírus ou de células, capacidade de armazenamento de computadores, entre outros. **EM13MAT103** Interpretar e compreender textos científicos ou divulgados pelas mídias, que empregam unidades de medida de diferentes grandezas e as conversões possíveis entre elas, adotadas ou não pelo Sistema Internacional (SI), como as de armazenamento e velocidade de transferência de dados, ligadas aos avanços tecnológicos.	• Reconhecer que a notação científica é uma maneira eficiente de expressar números muito grandes ou muito pequenos em diversos contextos. • Representar números em diferentes contextos utilizando a notação científica. • Conhecer regras de arredondamento, identificando algarismos significativos e duvidosos. • Representar quantidades não inteiras usando técnicas de arredondamento. • Reconhecer e empregar unidades usadas para expressar medidas muito grandes ou muito pequenas. • Converter unidades de medidas relacionadas a uma mesma grandeza a fim de expressar a mesma situação em diferentes escalas. • Comparar diferentes unidades de armazenamento e transmissão de dados em diferentes dispositivos eletrônicos (físicos e virtuais) a partir da leitura de manuais técnicos, reportagens e/ou peças publicitárias (panfletos, anúncios etc.).	**D036_M** Representar números em notação científica. **D135_M** Reconhecer e empregar unidades usadas para expressar medidas muito grandes ou muito pequenas. **D106_M** Executar a medição de grandezas por meio de medidas convencionais ou não.

Contextualização

Com o constante avanço da tecnologia e o aumento da digitalização em diversas áreas, é fundamental compreender as unidades de medida utilizadas para representar dados em dispositivos eletrônicos, como computadores, smartphones e servidores. A quantidade de dados gerados e armazenados hoje em dia é imensa, o que exige uma maneira eficiente de expressar esses números.

Nesse contexto, a notação científica se torna uma ferramenta indispensável, permitindo representar de forma compacta e compreensível números muito grandes ou muito pequenos. Além disso, o entendimento sobre unidades de medida, como o bit e o byte, e as técnicas de arredondamento são essenciais para trabalhar com dados de forma precisa, tanto no campo físico quanto no digital.

Ao longo deste material, vamos explorar como representar quantidades não inteiras e como converter e comparar unidades de armazenamento e transmissão de dados, a partir de diferentes contextos e escalas. O objetivo é contribuir com o processo de compreensão dessas ferramentas, essenciais para a leitura e interpretação de manuais técnicos, reportagens e materiais publicitários, auxiliando o aluno a estabelecer relações entre esses conhecimentos e diversas situações do cotidiano tecnológico.

Vamos juntos?

Conceitos e Conteúdos

PREFIXOS DE POTÊNCIA DE 10

O uso de notações científicas é prático para cálculos, mas pouco conveniente no cotidiano. Por exemplo, é mais simples representar a distância de uma cidade como 60 km em vez de 6×10^4 m. Isso é possível graças aos prefixos do **Sistema Internacional (SI)**, como "**quilo**" (**k**), que substitui 10^3. Esses prefixos, que representam potência de 10 na sua grande maioria, facilitam a escrita de números muito grandes ou pequenos sem recorrer à notação científica, sendo aplicáveis a todas as unidades do SI.

Na tabela abaixo temos os principais prefixos adotados pelo SI, seus símbolos e suas respectivas potências de 10 equivalentes:

PREFIXO	REPRESENTAÇÃO DO PREFIXO	POTÊNCIA	PREFIXO	REPRESENTAÇÃO DO PREFIXO	POTÊNCIA
Pico	p	10^{-12}	**Deca**	da	10^1
Nano	n	10^{-9}	**Hecto**	h	10^2
Micro	μ	10^{-6}	**Quilo**	k	10^3
Mili	m	10^{-3}	**Mega**	M	10^6
Centi	c	10^{-2}	**Giga**	G	10^9
Deci	d	10^{-1}	**Tera**	T	10^{12}

Exemplo:

- 70 000 metros de distância equivale a 7×10^4 m ou 70 km (quilômetros).
- 0,000 000 004 metros equivale a 4×10^{-9} ou 4 nm (nanômetros).
- 13 800 volts equivale a $13,8 \times 10^3$ V ou 13,8 kV (quilovolts).
- 0,002 litros equivale a 2×10^{-3} g ou 2 ml (mililitros).
- 0,000 005 gramas equivale a 5×10^{-6} g ou 5 μg (microgramas).

UNIDADES DE ARMAZENAMENTO E TRANSMISSÃO DE DADOS DIGITAIS

Bits e Bytes

O bit é a unidade básica de informação na computação e na comunicação digital. O termo é uma junção de duas palavras em inglês: “binary digit” (dígito binário, traduzindo para o português). Ele representa um estado lógico com dois valores possíveis, geralmente indicados como “1” ou “0”, mas também podem ser representados por verdadeiro/falso, sim/não, ligado/desligado ou +/−. Seu símbolo pode ser “bit”, segundo o padrão IEC (International Electrotechnical Commission), ou a letra minúscula “b”, conforme o padrão IEEE (Institute of Electrical and Electronic Engineers), sendo este último símbolo o mais utilizado para sua denotação.

A concatenação (justaposição) de 8 bits forma um byte, que é a menor unidade prática de armazenamento em dispositivos digitais. Os bytes podem representar diversos tipos de dados, incluindo caracteres. Para o computador, cada caractere, até mesmo um espaço em branco, é, na verdade, uma sequência de bits que, ao ser processada, é exibida na tela ou em uma impressora como uma letra, número ou símbolo específico.

Abaixo, estão alguns exemplos de caracteres da tabela ASCII (American Standard Code for Information Interchange), uma padronização que define qual caractere corresponde a cada byte:

SÍMBOLOS ESPECIAIS		**NÚMEROS**	
Caractere	**Código binário**	**Caractere**	**Código binário**
!	0010 0001	0	0011 0000
"	0010 0010	1	0011 0001
#	0010 0011	2	0011 0010

LETRAS MAIÚSCULAS		**LETRAS MINÚSCULAS**	
Caractere	**Código binário**	**Caractere**	**Código binário**
A	0100 0001	a	0110 0001
B	0100 0010	b	0110 0010
C	0100 0011	c	0110 0011

Você sabia?

Além do byte, outras unidades de dados usadas em computação incluem o word (geralmente 16 bits ou 2 bytes) e o double word (32 bits ou 4 bytes), que variam de acordo com a arquitetura do processador.

Prefixos de Dados Digitais

Assim como outras unidades do Sistema Internacional (SI), os bits e bytes utilizam prefixos para representar seus múltiplos (não há submúltiplos dessas unidades). Esses múltiplos são amplamente conhecidos e usados no dia a dia. A seguir, destacamos os principais:

PREFIXO	REPRESENTAÇÃO DO PREFIXO	POTÊNCIA DE 2 EM BYTES	EQUIVALÊNCIA
Quilo	k	2^{10}	1 024 bytes
Mega	M	2^{20}	1 024 quilobytes
Giga	G	2^{30}	1024 megabytes
Tera	T	2^{40}	1 024 gigabytes

Note que, embora os prefixos sejam os mesmos, seu uso aqui difere ligeiramente das demais unidades de medida do SI. Veja:

1 km = 10^3 m =1 000 m

1 kV = 10^3 V = 1 000 V

1 kB = 2^{10} B = 1 024 B

Essa diferença se dá pela natureza do bit e do byte, construídos em um sistema binário (base 2).

Você sabia?

O primeiro disco rígido comercial, o IBM 305 RAMAC (1956), tinha capacidade de 5 MB (megabytes). Hoje, um pendrive simples pode armazenar mais de 1 milhão de vezes essa quantidade.

UNIDADES DE TRANSFERÊNCIA DE DADOS

A taxa de transferência mede a quantidade de dados transmitidos por segundo e pode ser expressa em bps (bits por segundo) ou em B/s (bytes por segundo), considerando que 1 byte equivale a 8 bits. Assim como outras grandezas, ela aceita prefixos para múltiplos digitais, como kbps (quilobits por segundo), Mbps (megabits por segundo), kB/s (quilobytes por segundo) e MB/s (megabytes por segundo).

É comum que essas diferentes formas de medir a transferência de dados causem confusão, pois representam quantidades distintas. A principal diferença está no fato de que 1 byte equivale a 8 bits.

Exemplo:

Se uma empresa anuncia uma velocidade de 35 Mbps para o plano de internet, isso significa 35 megabits por segundo. Para entender melhor, é preciso fazer a conversão para megabytes por segundo (MB/s), que é a unidade mais comum quando se fala de download de arquivos.

- 1 byte = 8 bits, então 1 bit = ⅛ byte, assim:

$$1Mbps = \frac{1\frac{MB}{s}}{8} = 0,125\frac{MB}{s}$$

- Conversão de 35 Mbps para MB/s:

$$35Mbps \times 0,125 = 4,375\frac{MB}{s}$$

Ou seja, a velocidade de 35 Mbps corresponde a 4,375 MB/s.

TÉCNICA DE ARREDONDAMENTO

Algarismos significativos

- **Algarismos significativos exatos:** quando usamos instrumentos para medir objetos, os valores que podemos ver explícitos na medição são chamados de dígitos significativos.

- **Algarismos significativos duvidosos:** são as estimativas, geralmente o último dígito de uma medição, que depende da precisão do instrumento.

Por exemplo:

Veja a seguinte medição de um marca texto comparado a uma régua com resolução de 1 cm.

Podemos afirmar com certeza que esse marca texto tem mais que 12 cm, e esses algarismos são os significativos. Para tentarmos ser mais precisos, podemos afirmar que tem 12,6 cm, mas o algarismo à direita da vírgula tem uma imprecisão inerente do instrumento utilizado e que depende da interpretação de quem está lendo.

Você sabia?

No mundo científico, o femtômetro (fm), que equivale a 10^{-15} metros, é usado para medir o tamanho de partículas subatômicas, enquanto o zeptosegundo (zs), que equivale a 10^{-21} segundos, foi usado para medir o menor intervalo de tempo já registrado.

Arredondamento

O arredondamento é o processo de ajustar um valor para um número específico de algarismos significativos. Quando arredondamos:

1. Se o algarismo descartado for 5 ou maior, o algarismo anterior aumenta em 1.
2. Se for menor que 5, o algarismo anterior permanece igual.

Exemplo:

- Medição: 12,76 cm arredondada para uma casa decimal resulta em 12,8 cm (porque 6 > 5).
- Medição: 12,34 cm arredondada para uma casa decimal resulta em 12,3 cm (porque 4 < 5).

Você sabia?

A maior unidade nomeada atualmente é o yottabyte (YB), equivalente a 10^{24} bytes ou, no padrão binário, aproximadamente 2^{80} bytes.

Exercícios Resolvidos

EXERCÍCIO 1

Um arquivo tem tamanho de 820 000 bytes. Converta esse valor para kilobytes e arredonde o resultado para uma casa decimal.

Resolução

Sabemos que 1 kB = 1 024 bytes. Portanto, para converter de bytes para quilobytes, divide-se o valor em bytes por 1024:

$$\frac{820000}{1024} \approx 800,78125\ kB$$

Para arrendondarmos o valor obtido para uma casa decimal, devemos observar o segundo dígito decimal, que no caso é 8. Como 8 > 5, devemos incrementar o primeiro dígito em 1, ou seja,

$$800,78125\ kB \rightarrow 800,8\ kB$$

EXERCÍCIO 2

Um arquivo tem tamanho de 5 MB, enquanto outro arquivo possui 5100000 bytes. Qual dos dois arquivos é maior? Justifique sua resposta com cálculos detalhados.

Resolução

Para comparar os tamanhos dos arquivos, é necessário expressá-los na mesma unidade de medida. Vamos converter 5 MB para bytes e depois comparar com o valor fornecido diretamente em bytes.

- Conversão de megabyte em bytes:
  - 1 MB = 1 024 kB
  - 1 kB = 1 024 bytes
  - Logo, 1 MB = 1024×1024 = 1 048 576 bytes.

- Tamanho do arquivo em 5 MB em bytes:
  - 5 MB = 5×1048576 = 5 242 880 bytes.

- Comparação entre os valores:
  - Primeiro arquivo: 5 242 880 bytes.
  - Segundo arquivo: 5 100 000 bytes.
  - Como 5 242 880 > 5 100 000, o arquivo de 5 MB é maior que o arquivo de 5 100 000 bytes.

EXERCÍCIO 3

Um cliente contratou um plano de internet de 350 Mbps com um provedor que garantia a velocidade máxima de download em qualquer site da rede. Ao tentar baixar um arquivo de um site, observou que a velocidade máxima atingida foi de 43,75 MB/s. Ao entrar em contato, o provedor confirmou que a conexão estava funcionando dentro do contratado. O provedor está correto? Explique detalhadamente sua resposta.

Resolução

Para determinar se o provedor está correto, é necessário converter a velocidade contratada de 350 Mbps (megabits por segundo) para MB/s (megabytes por segundo), pois o cliente verificou a velocidade de download em MB/s. Vamos aos cálculos:

- Relação entre bits e bytes:

Lembre-se que 1 byte = 8 bits. Portanto, para converter de Mbps para MB/s, divide-se a velocidade por 8.

- Conversão de 350 Mbps para MB/s:

$$\frac{350Mbps}{8} = 43,75\frac{MB}{s}$$

A velocidade máxima de download observada pelo cliente foi exatamente 43,75 MB/s, o que corresponde ao valor que a velocidade contratada (350 Mbps) permite. Assim, a conexão está funcionando dentro do esperado e do especificado pelo contrato. O cliente pode ter esperado que 350 Mbps fosse igual a 350 MB/s, o que seria um equívoco, pois são unidades de medida de velocidade de transmissão de dados diferentes.

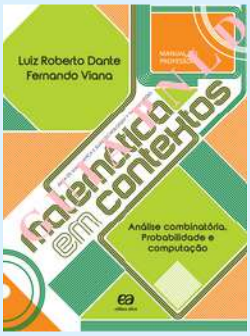
Material Extra

LIVROS DIDÁTICOS

Matemática em Contexto: função exponencial, função logarítmica e sequência. (DANTE).

Capítulo 1: Função exponencial.

- Retomando e aprofundando a operação de potenciação. (p. 13)
- Retomando e aprofundando a operação de potenciação. Formalizando o conceito de notação científica (p. 20-21)
- Retomando e aprofundando a operação de potenciação. Algarismos significativos em medidas. (p. 23-24)



Matemática em Contexto: análise combinatória, probabilidade e computação. (DANTE).

Capítulo 3: Computação.

- Introdução à computação. Funcionamento do computador. (p.110-112)

Prisma Matemática: sistemas, matemática financeira e grandezas. (BONJORNO)

Capítulo 4: Grandezas.

- Medidas muito grandes e medidas muito pequenas. (p. 122-124)
- Unidade de transferência e armazenamento de dados. (p. 125-126)
- Algarismos significativos e duvidosos. (p. 137-140)

Atividades

ATIVIDADE 1

Em cada caso a seguir, indique a quantidade de algarismos significativos:

a) 42,01 m^3

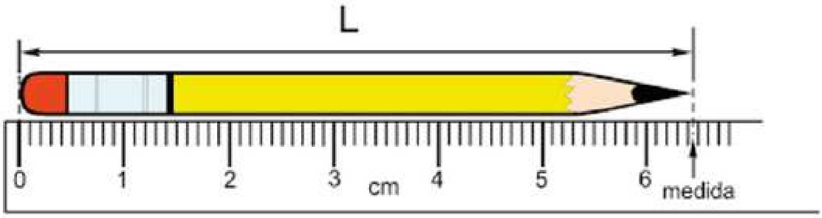
b) 2,50 m

c) 0,018 mg

d) 0,0700 kg

ATIVIDADE 2

Em geral, ao realizarmos uma medição, temos a precisão do resultado limitada pelo instrumento utilizado. Para realizar um experimento, Carlos e João utilizaram uma régua comum, calibrada em milímetros, para medir o comprimento L de um mesmo lápis. Carlos estimou que o comprimento fosse 6,45 cm, enquanto João estimou 6,47 cm.



Fonte: PROMILITARES, Algarismos Significativos.

Quais são os algarismos duvidosos nas medições feitas por Carlos e João?

a) 6

b) 4

c) 4 e 6

d) 5 e 7

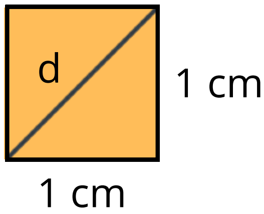
e) 4, 5 e 7

ATIVIDADE 3

Um fio de cabelo humano possui um diâmetro médio de 90 micrômetros, enquanto um fio de teia de aranha tem um diâmetro de 150 nanômetros. Ao comparar os diâmetros dos dois fios, determine qual deles tem o maior diâmetro. Justifique sua resposta.

ATIVIDADE 4

Thiago, com o objetivo de obter geometricamente um segmento de comprimento $\sqrt{2}$ cm, desenhou um quadrado com 1 cm de lado e, utilizando o Teorema de Pitágoras, calculou a medida da diagonal (d) desse quadrado, conforme ilustrado na imagem a seguir:



$$a^2 = b^2 + c^2$$
$$d^2 = 1^2 + 1^2$$
$$d = \sqrt{2}\ cm$$

Em seguida, sabendo que a raiz quadrada de 2 é um número irracional, Thiago utilizou uma calculadora para estimar seu valor numérico, obtendo 1,4142135623730... como resultado no visor. Qual é a melhor aproximação desse número, com três algarismos significativos?

ATIVIDADE 5

De acordo com o IBGE, a população estimada do estado do Espírito Santo no último censo realizado em 2022 era de 3 833 712 habitantes. Considerando que a área territorial do estado é de 46 074,448 km², e sabendo que a densidade demográfica é calculada pela razão entre a população e a extensão territorial, temos:

$$d = \frac{3\,833\,712}{46\,074,448} \approx 83,206900275831...\ hab/Km^2$$

Fonte: IBGE. Portal Cidades. Disponível em: <https://www.ibge.gov.br/cidades-e-estados/es.html>. Acessado em: 21/11/2024.

Portanto, a densidade demográfica estimada para o estado do Espírito Santo no final de 2022, arredondada utilizando apenas quatro algarismos significativos, é aproximadamente:

a) 83,2069 habitantes por km².
b) 83,22 habitantes por km².
c) 83,21 habitantes por km².
d) 83,20 habitantes por km².
e) 83,00 habitantes por km².

ATIVIDADE 6

Para medir a distância entre as estrelas, os astrônomos desenvolveram uma unidade de medida chamada ano-luz, que corresponde à distância percorrida pela luz em um ano. Sabendo que em um ano (365 dias) existem $3,1536 \times 10^7$ segundos e que a velocidade da luz é de 3×10^5 km/s, determine, utilizando 3 algarismos significativos, a quantidade de quilômetros equivalente a um ano-luz.

$a)\ 9,46 \times 10^{12}\ Km$

$b)\ 9,47 \times 10^{12}\ Km$

$c)\ 9,4 \times 10^{12}\ Km$

$d)\ 1,15 \times 10^{2}\ Km$

$e)\ 9,51 \times 10^{-3}\ Km$

ATIVIDADE 7

Para expressar medidas extremamente grandes ou pequenas, além dos múltiplos do metro, podem ser utilizadas outras unidades de medida, como o Ångstron (Å), que é uma unidade de comprimento comumente usada para medir dimensões a nível atômico. Um Ångstron (1Å) equivale a 1×10^{-10} metros. Sabendo que o elétron é a menor partícula que compõe um átomo e que seu diâmetro é aproximadamente 1×10^{-18} metros, podemos calcular essa medida em Ångstrons (Å). A resposta correta para a conversão é:

$a)\ 1 \times 10^{-28}\ \mathring{A}$

$b)\ 1 \times 10^{28}\ \mathring{A}$

$c)\ 1 \times 10^{-8}\ \mathring{A}$

$d)\ 1 \times 10^{8}\ \mathring{A}$

$e)\ 1 \times 10^{-10}\ \mathring{A}$

ATIVIDADE 8

Os dados armazenados na memória e interpretados pelo computador são representados por impulsos elétricos que podem assumir apenas os valores numéricos 1 ou 0, ou os valores lógicos equivalentes, verdadeiros ou falsos. Cada impulso elétrico é chamado de bit. O bit é a menor unidade de informação em um sistema de computador. Um grupo de 8 bits reunidos recebe o nome de byte. O byte é a unidade de armazenamento de informações mais usual em informática. Qual das alternativas equivale a 250 gigabytes?

a) 256 000 bits.

b) 256 000 bytes.

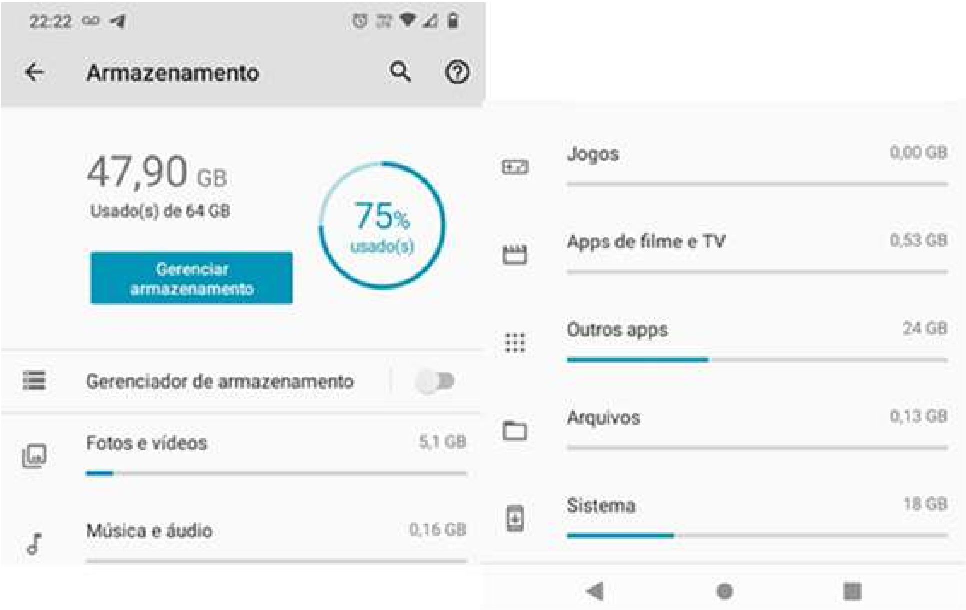
c) 256 000 kilobytes.

d) 256 000 megabytes.

e) 256 000 gigabytes.

ATIVIDADE 9

Giselli está viajando pelo litoral do Espírito Santo e deseja registrar os momentos especiais com seu celular. O aparelho possui uma memória total de 64 GB, mas, ao verificar o gerenciador de armazenamento, ela percebeu que 47,90 GB já foram utilizados. Esse valor corresponde a 75% da capacidade total, sendo ocupado por arquivos do sistema, músicas, áudios e aplicativos como WhatsApp, entre outros. Assim, restam apenas 16,10 GB disponíveis, o que representa 25% da memória.



Giselli observou que cada foto tirada com seu celular ocupa 4 MB. Quantas fotos ela pode tirar no máximo com o restante do espaço disponível em seu celular?

ATIVIDADE 10

Sabemos que o comprimento de dados em um computador é determinado por meio de **bytes**, que indicam a quantidade de **bits** utilizados para formar as instruções internas. No entanto, quando a transmissão de dados ocorre entre dispositivos, a medição geralmente é feita em **bits**, e não em **bytes**. Quando a medição é baseada em **bytes**, a letra "B" na sigla é maiúscula (ex.: GB, MB), enquanto quando a medição é feita em **bits**, o "b" é minúsculo (ex.: Gb, Mb).

Disponível em: <https://www.passeidireto.com/arquivo/142863917/informatica-basica-e-seguranca>. Acessado em: 25/11/2024.

Carlos, que gosta de assistir a filmes em plataformas de streaming por assinatura, percebeu que precisava melhorar sua conexão com a internet. Por isso, contratou um plano de 200 Mega, que oferecia uma velocidade de 200 Mbps (megabits por segundo) para download. Após a contratação, Carlos iniciou o download de um arquivo de 5 GB. Sabendo que a velocidade de download permaneceu constante durante todo o processo, quanto tempo, em segundos, levou para que o arquivo fosse totalmente transferido? **Dados:** 1 MB = 8 megabits (Mb).

Gabarito

ATIVIDADE 02: D
ATIVIDADE 05: C
ATIVIDADE 06: A
ATIVIDADE 07: C
ATIVIDADE 08: D

RESOLUÇÃO PARA O(A) PROFESSOR(A)

ATIVIDADE 1

Algarismos significativos (ou dígitos significativos) são os números que possuem valor relevante em uma medição ou cálculo e que contribuem para a precisão do valor obtido, portanto:

a) 42,01 m^3 = tem 4 algarismos significativos representado por: 4, 2, 0 e 1
b) 2,50 m = há 3 algarismos significativos representado por: 2, 5 e 0
d) 0,018 mg = há 2 algarismos significativos representado por 1 e 8
e) 0,0700 kg = há 3 algarismos significativos representado por 7, 0 e 0

ATIVIDADE 2

Os algarismos duvidosos nas medições de Carlos e João estão nas casas decimais. Como a régua foi calibrada em milímetros (ou seja, até 1 mm), é razoável supor que a medição não seja precisa além do primeiro algarismo após a vírgula.

- Para Carlos, na medida 6,45 cm, o algarismo duvidoso é o 5 (na segunda casa decimal).
- Para João, na medida 6,47 cm, o algarismo duvidoso é o 7 (na segunda casa decimal).

Portanto, os algarismos duvidosos nas medições feitas por Carlos e João são 5 e 7 respectivamente. **Letra D.**

ATIVIDADE 3

Sabemos que: 1 micrômetro (μm) é igual a 1.000 nanômetros (nm).
Agora, vamos converter o diâmetro do fio de teia de aranha de nanômetros para micrômetros: $150\, nm = \frac{150}{1000} \mu m = 0,15 \mu m$

Agora que temos os dois diâmetros em micrômetros:

- Fio de cabelo humano: 90 μm
- Fio de teia de aranha: 0,15 μm

Podemos ver que o **fio de cabelo humano**, com 90 μm, tem um diâmetro muito maior do que o fio de teia de aranha, que tem 0,15 μm.

ATIVIDADE 4

Para aproximar o número 1,4142135623730... com três algarismos significativos, observamos os primeiros três dígitos: 1,41. Como o número à direita do terceiro dígito (o quarto dígito) é 4, que é menor que 5, o terceiro dígito permanece inalterado.

Portanto, ao arredondar 1,4142135623730... para três algarismos significativos, o número aproximado é **1,41.**

ATIVIDADE 5

Para arredondar o número 83,206900275831..., para quatro algarismos significativos iremos observar os primeiros quatro dígitos significativos: 83,20
O próximo dígito após o quarto dígito é 6. Como 6 é maior ou igual a 5, arredondamos o quarto dígito para cima.

Portanto, o número arredondado para quatro algarismos significativos será **83,21.**

ATIVIDADE 6

Para calcular a distância equivalente a um ano-luz, precisamos utilizar as informações fornecidas:

- Número de segundos em um ano: $3,1536 \times 10^7$
- Velocidade da Luz: 3×10^5

Para calcularmos a distância percorrida pela luz em um ano multiplicamos a velocidade x tempo. Substituindo os valores:
D = $(3 \times 10^5) \times (3,1536 \times 10^7) = (3 \times 10^5 \times 3,1536 \times 10^7) = 9,4608 \times 10^{12}$

Arredondando para **3 algarismos significativo**s, temos: Distância $\approx 9,46 \times 10^{12}$ Km
Portanto, a resposta correta é a **Letra A.**

ATIVIDADE 7

Para converter de metros para Ångstrons, basta dividir o valor em metros pelo valor de 1 Ångstron (1×10^{-10} metros):

Diâmetro do elétron em $\mathring{A} = \dfrac{1 \times 10^{-18} \text{ metros}}{1 \times 10^{-10} \text{ metros}} = 1 \times 10^{-18-(-10)} = 1 \times 10^{-18+10} = 1 \times 10^{-8} \mathring{A}$

Portanto, a resposta correta é a **letra C**

ATIVIDADE 8

Sabemos que: 1 Gigabyte (GB) = 1024 Megabytes = 1.048.576 KB = 1.073.741.824 bytes.
Convertendo 250 GB para bytes, teríamos:

- 250 GB = 250 x 1 024 = 256 000 MB
- 250 GB = 250 x 1 024 x 1 024 = 262 144 000 KB
- 250 GB = 250 x 1 024 x 1 024 x 1024 = 268 435 456 000 Bytes

Logo, 250 GB equivale a 256.000 MB, estando correto a **letra D.**

ATIVIDADE 9

Sabemos que o espaço restante de armazenamento do celular de Giselli é de 16,10 GB e que cada foto ocupa um espaço interno de 4 MB, Portanto:

- Primeiro, convertemos 16,10 GB para MB, pois a foto é medida em MB: 1 GB = 1024 MB, Logo: 16,10 x 1 024 = **16 486,4 MB**
- Agora, para calcular o número máximo de fotos que Giselli pode tirar, dividimos o espaço disponível (16 486,4 MB) pelo espaço que cada foto ocupa (4 MB):

Número máximo de fotos = $\dfrac{16\,486,4 \ MB}{4 \ MB} = 4\,121,6 \text{ fotos}$

Como Giselli não pode tirar uma fração de foto, ela poderá tirar **4 121** fotos com o espaço restante de 16,10 GB no celular.

ATIVIDADE 10

Sabemos que: 1 GB = 1 024 MB (Megabytes) e que cada 1 MB = 8 Megabits (Mb), Logo, 5 GB equivalem a 5 GB X 1 024 MB x 8 Megabits = 40 960 megabits
Agora, para calcular o tempo necessário para transferir o arquivo, usamos a fórmula:

$$Tempo = \frac{40\,960 \text{ Megabits}}{200 \text{ Mbps}} = 204,8 \text{ segundos}$$

Portanto, um arquivo de 5 GB demoraria **204,8 segundos** (Aproximadamente 3 minutos e 24,8 segundos) para ser feito o download a uma velocidade de 200 Mbps.

Referências

MATERIAL ESTRUTURADO

BONJORNO, José Roberto et al. **Prisma matemática: sistemas, matemática financeira e grandezas.** 1. ed. São Paulo: Editora FTD, 2020.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Matemática em Contexto: função exponencial, função logarítmica e sequências.** 1. ed. São Paulo: Ática, 2020.

______. **Matemática em Contexto: análise combinatória, probabilidade e computação.** 1. ed. São Paulo: Ática, 2020.

DROZDEK, Adam. **Estruturas de dados e algoritmo em C++**. Tradução de Luiz Sérgio de Castro Páiva. 2. ed. [S.l.]: CENGAGE Learning., 2016.

IBGE, Centro de Documentação e Disseminação de Informações. **Normas de apresentação tabular.** 3. ed. Rio de Janeiro: IBGE, 1993.

Referências

ATIVIDADES

ANDRADE, Thais Marcelle de. **Matemática interligada: grandezas, sequências e matemática financeira**. Matemática e suas tecnologias - Ensino Médio. 1ª ed. São Paulo: Scipione, 2020.

BONJORNO, José Roberto; JÚNIOR, Ruy Giovanni Júnior; SOUZA, Paulo Roberto Câmara. **Prisma matemática: sistemas, matemática financeira e grandezas.** ensino médio - área do conhecimento: matemática e suas tecnologias. 1ª ed. São Paulo: FTD, 2020.

_______. **Prisma matemática: funções e progressões.** ensino médio - área do conhecimento: matemática e suas tecnologias. 1ª ed. São Paulo: FTD, 2020.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Matemática em contextos: Função exponencial, função logarítmica e sequências.** Matemática e suas Tecnologias - Ensino Médio. 1ªed. São Paulo: ática, 2020.

GOV. BR. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. **Portal Cidades**. Disponível em: <https://www.ibge.gov.br/cidades-e-estados/es.html>. Acessado em: 21/11/2024.

LORENA, Pereira. **Informática Básica e Segurança. Passei direto**. 2024. Disponível em: <https://www.passeidireto.com/arquivo/142863917/informatica-basica-e-seguranca>. Acessado em: 25/11/2024.

PAIVA, Manoel. **Matemática: Paiva**/ Manoel Paiva - 2 ed. - São Paulo: Moderna, 2013.

PROMILITARES. **Cinemática: algarismos significativos e análise dimensional.** 2024. Disponível em: <https://promilitares.com.br/concursos-militares/conteudo/cinematica-algarismos-significativos-e-analise-dimensional/>. Acessado em: 23/11/2024.

SOUZA, Joamir Roberto de. **Multiverso Matemática: Funções e suas aplicaçõe**s. Ensino Médio. 1ª ed. São Paulo: FTD, 2020.

GOVERNO DO ESTADO DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

Material Estruturado

SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL | GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

2ª Série | Ensino Médio

MATEMÁTICA

FUNÇÃO EXPONENCIAL: DEFINIÇÃO

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM	DESCRITOR(ES) DO PAEBES
EM13MAT304 Resolver e elaborar problemas com Funções Exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros.	• Identificar e definir a função exponencial e suas características, como a base, o expoente e o comportamento de crescimento ou decrescimento. • Reconhecer situações, em diferentes contextos práticos, que possuem crescimento ou decrescimento que podem ser modelados por uma função exponencial.	**D088_M** Utilizar função exponencial na resolução de problemas.

Contextualização

As funções exponenciais desempenham um papel importante na modelagem de fenômenos que envolvem crescimento ou decrescimento acelerado em diferentes situações do nosso cotidiano. Esses modelos matemáticos ajudam a descrever e prever como sistemas dinâmicos se comportam, sendo usados em áreas como biologia, economia, física, tecnologia e até mesmo em questões sociais.

Por exemplo, o crescimento da população em uma cidade, o rendimento de investimentos com juros compostos e a disseminação de doenças infecciosas, ilustram situações práticas de crescimento exponencial. Por outro lado, o decaimento radioativo, o resfriamento de um objeto e a absorção de medicamentos pelo organismo ilustram cenários de decaimento exponencial.

Essas situações mostram como as funções exponenciais nos ajudam a interpretar e explicar mudanças rápidas ou graduais que acontecem ao nosso redor. Entender seus fundamentos nos permite fazer previsões mais precisas e tomar decisões mais informadas em diversos cenários.

Ao longo dos próximos materiais, vamos explorar os conceitos básicos de função exponencial, suas principais características, representações gráficas e aplicações práticas. Convidamos você a mergulhar nesse estudo e descobrir como a matemática dessas funções está conectada à situações do dia a dia, tornando o aprendizado mais significativo e aplicável.

Conceitos e Conteúdos

FUNÇÃO EXPONENCIAL

Definição

Seja a um número real positivo e diferente de 1 ($a > 0$ e $a \neq 1$), a função $f : R \to R_{+}^{*}$ dada por $f(x) = a^{x}$ é denominada função exponencial de base a.

Exemplos:

- $f(x) = 2^{x}$ A função f é uma função exponencial de base 2.
- $g(x) = 5^{x}$ A função g é uma função exponencial de base 5.
- $h(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^{x}$ A função h é uma função exponencial de base $\frac{2}{3}$.
- $m(x) = \pi^{x}$ A função m é uma função exponencial de base π.
- $n(x) = (0,2)^{x}$ A função n é uma função exponencial de base 0,2.

Gráficos da Função Exponencial

A função exponencial pode ser crescente ou decrescente, dependendo do valor de sua base. É importante lembrar que a base deve ser sempre um número positivo e diferente de 1. Assim, considerando uma função exponencial qualquer de base a, o gráfico pode apresentar dois comportamentos distintos:

- *Crescente*: ocorre quando a base é maior que 1, ou seja, $a > 1$.
- *Decrescente*: ocorre quando a base está entre 0 e 1, isto é, $0 < a < 1$.

Portanto, a base da função exponencial define diretamente o crescimento ou decrescimento da função, e consequentemente, de sua representação gráfica.

Vamos analisar o comportamento gráfico das funções exponenciais crescentes e decrescentes. Para isso, considere as funções exponenciais crescentes com base 2 e 3. Observe na tabela abaixo que, à medida que x aumenta, o valor da função também cresce, evidenciando que essas são **funções exponenciais crescentes**.

	$f(x) = 2^x$	$f(x) = 3^x$
$x = -2$	$2^{-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1^2}{2^2} = \frac{1}{4}$	$3^{-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1^2}{3^2} = \frac{1}{9}$
$x = -1$	$2^{-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1^1}{2^1} = \frac{1}{2}$	$3^{-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^1 = \frac{1^1}{3^1} = \frac{1}{3}$
$x = 0$	$2^0 = 1$	$3^0 = 1$
$x = 1$	$2^1 = 2$	$3^1 = 3$
$x = 2$	$2^2 = 4$	$3^2 = 9$

A seguir, apresentamos o gráfico de cada uma dessas funções, onde é possível observar que ambas exibem um crescimento acelerado à medida que os valores de x aumentam.

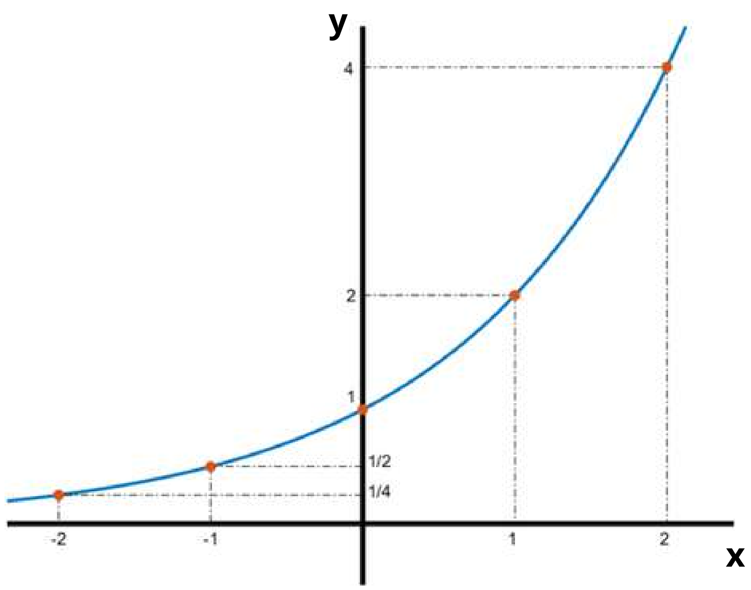


Gráfico 1: $f(x) = 2^x$

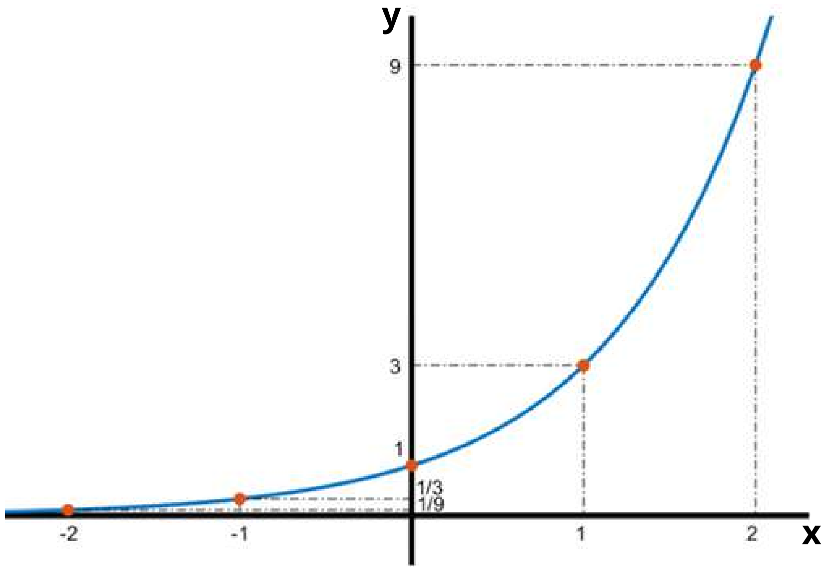


Gráfico 2: $f\left(x\right)=3^{x}$

Agora, vejamos o comportamento das **funções exponenciais decrescentes**.

Considere as funções $f\left(x\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^{x}$ e $f\left(x\right)=\left(\frac{1}{3}\right)^{x}$.

	$f\left(x\right)=(\frac{1}{2})^{x}$	$f\left(x\right)=(\frac{1}{3})^{x}$
$x=-2$	$\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}=2^{2}=4$	$\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}=3^{2}=9$
$x=-1$	$\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}=2^{1}=2$	$\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}=3^{1}=3$
$x=0$	$\left(\frac{1}{2}\right)^{0}=1$	$\left(\frac{1}{3}\right)^{0}=1$
$x=1$	$\left(\frac{1}{2}\right)^{1}=\frac{1^{1}}{2^{1}}=\frac{1}{2}$	$\left(\frac{1}{3}\right)^{1}=\frac{1^{1}}{3^{1}}=\frac{1}{3}$
$x=2$	$\left(\frac{1}{2}\right)^{2}=\frac{1^{2}}{2^{2}}=\frac{1}{4}$	$\left(\frac{1}{3}\right)^{2}=\frac{1^{2}}{3^{2}}=\frac{1}{9}$

Abaixo, o gráfico dessas funções é apresentado. Note que ambas possuem comportamento decrescente, aproximando-se do eixo x sem nunca tocá-lo.

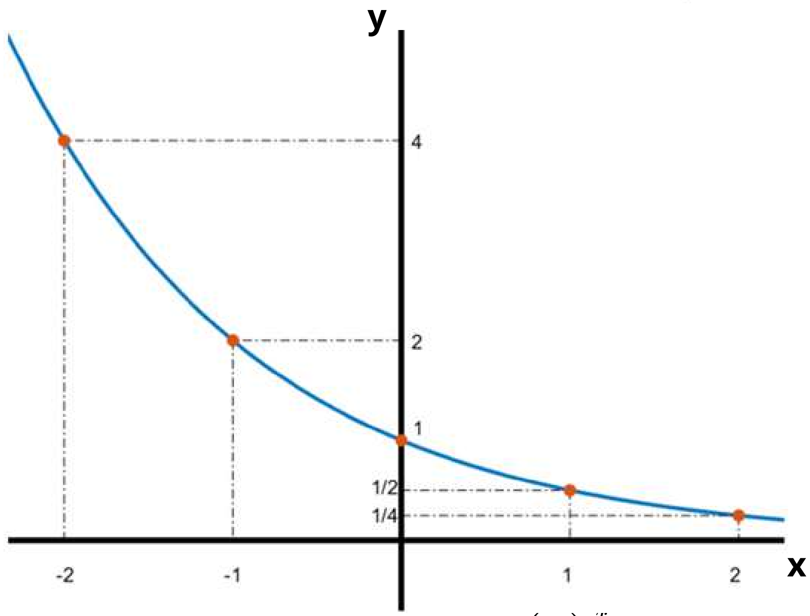


Gráfico 3: $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

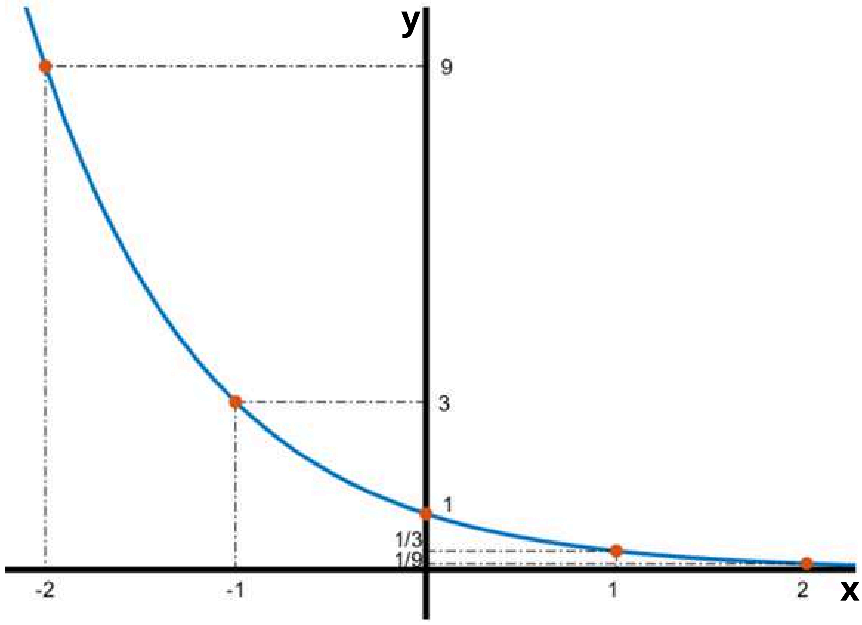


Gráfico 4: $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

Você sabia?

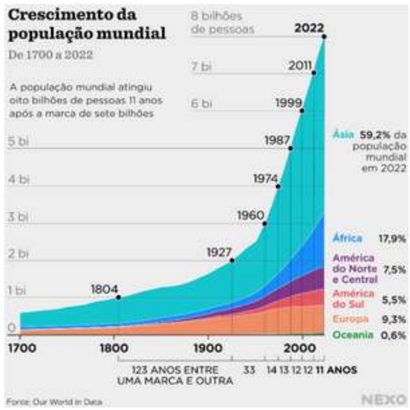
Muitos processos naturais seguem leis exponenciais. Por exemplo, o crescimento de bactérias ou a decomposição de substâncias radioativas são modelos de funções exponenciais. No caso das bactérias, por exemplo, elas podem duplicar de número em um intervalo de tempo fixo, o que é um exemplo de crescimento exponencial.

Reconhecendo situações do cotidiano modeladas por funções exponenciais

Funções exponenciais estão presentes em diversos contextos do nosso dia a dia, seja em fenômenos de crescimento acelerado ou de decrescimento. Abaixo, destacamos alguns exemplos práticos:

Crescimento populacional

Quando uma população cresce a uma taxa constante em porcentagem, o número de habitantes aumenta de forma exponencial. Por exemplo, se a população de uma cidade cresce a 5% ao ano, o número de habitantes pode ser modelado por uma função exponencial crescente.



Investimentos financeiros

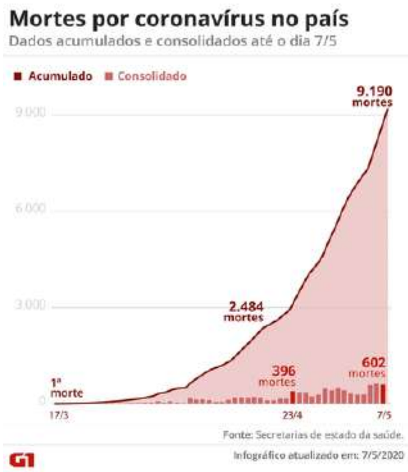
O rendimento de aplicações que possuem juros compostos pode ser modelado por funções exponenciais crescentes. Nesse caso, o valor acumulado cresce mais rapidamente ao longo do tempo devido aos juros incidirem sobre o capital acumulado.

Decaimento radioativo

A desintegração de materiais radioativos segue um modelo de decrescimento exponencial, onde a quantidade remanescente do material diminui com o tempo de forma previsível.

Propagação de doenças

Durante surtos ou epidemias, o número de pessoas infectadas pode crescer exponencialmente no início, dependendo da taxa de transmissão e do contato entre os indivíduos.



Exercícios Resolvidos

EXERCÍCIO 1

Analise as funções abaixo e determine se elas são crescentes ou decrescentes. Justifique sua resposta.

a) $f\left(x\right)=3^{x}$

b) $g\left(x\right)=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x}$

c) $h\left(x\right)=5^{x}$

d) $k\left(x\right)=0,8^{x}$

Resolução

Lembremos que a classificação de uma função exponencial como crescente ou decrescente depende do valor da sua base:

- A função é crescente se base > 1.
- A função é decrescente se 0 < base < 1.

Portanto:

a) Crescente, pois 3 é maior que 1.

b) Decrescente, pois $\frac{1}{2}$ está entre 0 e 1.

c) Crescente, pois 5 é maior que 1.

d) Decrescente, pois 0,8 está entre 0 e 1.

EXERCÍCIO 2

Considere a função $f(x) = 7^x$. Calcule os valores de $f(x)$ para $x = -2$, $x = -1$, $x = 0$, $x = 1$ e $x = 2$.

Resolução

$$x = -2 \rightarrow f(-2) = 7^{-2} = \left(\frac{1}{7}\right)^2 = \frac{1^2}{7^2} = \frac{1}{49}$$

$$x = -1 \rightarrow f(-1) = 7^{-1} = \left(\frac{1}{7}\right)^1 = \frac{1}{7}$$

$$x = 0 \rightarrow f(0) = 7^0 = 1$$

$$x = 1 \rightarrow f(1) = 7^1 = 7$$

$$x = 2 \rightarrow f(2) = 7^2 = 49$$

EXERCÍCIO 3

(ENEM - 2015) O sindicato de trabalhadores de uma empresa sugere que o piso salarial da classe seja de R$ 1 800,00, propondo um aumento percentual fixo por cada ano dedicado ao trabalho. A expressão que corresponde à proposta salarial (s), em função do tempo de serviço (t), em anos, é $s(t) = 1\,800 \cdot (1{,}03)^t$

De acordo com a proposta do sindicato, o salário de um profissional dessa empresa com 2 anos de tempo de serviço será, em reais:

a) 7 414,00
b) 3 819,24
c) 3 709,62
d) 3 708,00
e) 1 909,62

Resolução

A expressão que corresponde à proposta salarial é uma função exponencial e, para resolver o problema, devemos considerar que t = 2. Assim, temos o seguinte desenvolvimento:

$$s(t) = 1\,800 \cdot (1{,}03)^t$$

$$s(2) = 1\,800 \cdot (1{,}03)^2$$

$$s(2) = 1\,800 \cdot 1{,}0609$$

$$s(2) = 1\,909{,}62$$

A alternativa correta é, portanto, a **LETRA E.**

Material Extra

LIVROS DIDÁTICOS

Matemática em Contexto: função exponencial, função logarítmica e sequência. (DANTE).

Capítulo 1: Função exponencial.

- A função exponencial. (p. 34 - 65)

Prisma Matemática: funções e progressões. (BONJORNO)

Capítulo 2: função exponencial.

- Função exponencial. (p. 64 - 65)

EXPLORANDO O GEOGEBRA

GeoGebra

Prisma Matemática: funções e progressões. (BONJORNO)

Capítulo 2: função exponencial.

- Função exponencial. (p. 70 - 71)

Atividades

ATIVIDADE 1

Identifique, entre as funções a seguir, qual delas representa uma função exponencial. Com base na definição de função exponencial, justifique sua resposta.

$a)\ f(x) = (0,3)^{2x}$

$b)\ f(x) = 2x^{8}$

$c)\ f(x) = x^{2}$

$d)\ f(x) = \dfrac{1^{x}}{5}$

ATIVIDADE 2

Classifique as funções exponenciais em crescente ou decrescente.

$a)\ f(x) = \left(\dfrac{9}{5}\right)^{x}$

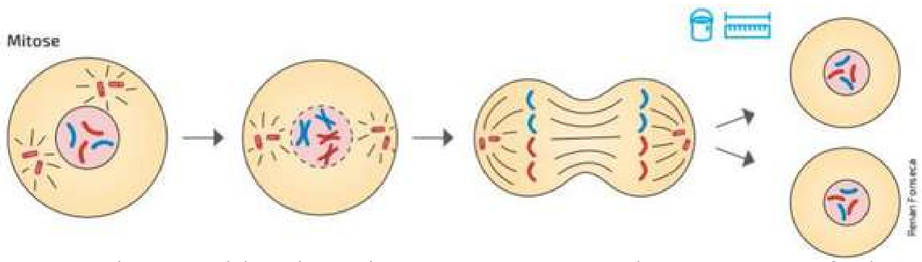
$b)\ f(x) = 6^{-x}$

$c)\ f(x) = 4^{\frac{x}{2}}$

$d)\ f(x) = \left(\dfrac{1}{5}\right)^{2x}$

ATIVIDADE 3

A mitose é um processo de divisão celular no qual uma célula duplica seu conteúdo e se divide em duas células-filhas geneticamente idênticas à célula-mãe, ambas com o mesmo número de cromossomos. Cada célula filha, por sua vez, repete esse processo, totalizando, após a 2ª divisão, quatro células-filhas.



Fonte: SOUZA, p.145, 2016. Ilustração elaborada com base em: TORTORA, Gerard J. Corpo Humano: fundamentos de anatomia e fisiologia. Tradução Clãudia L. Zimmer. 4ª ed. Porto Alegra: Arrmed, 2000.

a) Determine o número total de células-filhas obtidas a partir de uma única célula após:

- 3 divisões celular
- 4 divisões celular
- 10 divisões celular

b) Escreva uma função que associe a quantidade total de células-filhas y, obtida a partir de uma única célula, após uma quantidade x de divisões (Considere x > 0).

ATIVIDADE 4

Considere as funções exponenciais de domínio real $f(x) = 8^x$ e $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. Assim, calcule o valor de:

a) *f(2)* =

d) $f\left(\frac{1}{3}\right) =$

b) *g(3)* =

e) *g(-3)* =

c) *f(-2)* = =

f) *g(-1)* + *f(1)*

ATIVIDADE 5

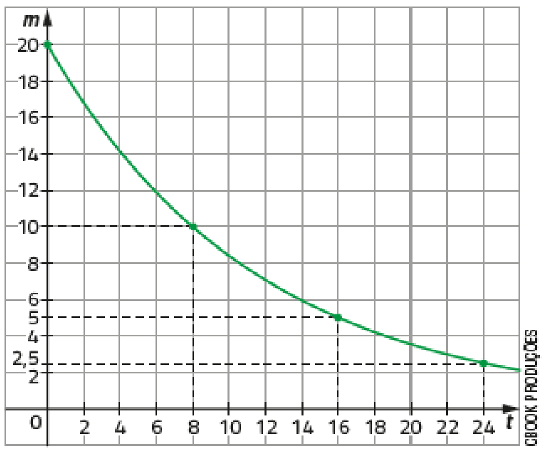
Chamamos de tempo de meia-vida de uma substância radioativa ao tempo que se passa para que a quantidade da substância se reduza a metade. O iodo-131, um isótopo radioativo com meia-vida de aproximadamente 8 dias, é utilizado no tratamento de câncer de tireoide.

Considere um experimento que avalia a variação da massa de uma amostra contendo 20 mg de iodo-131 ao longo do tempo.

A função $m(t) = 20 \cdot (0,5)^{\frac{t}{8}}$, descreve a massa ***m*** de iodo-131, em gramas, após t dias do início do experimento. A representação gráfica ao lado ilustra o decaimento exponencial da massa de iodo-131 ao longo de 24 dias.

Quantos miligramas de iodo-131 restaram no sangue do paciente no 24º dia após a ingestão de 20 mg de medicação com iodo-131? E no 32º dia?

Variação do iodo-131 numa amostra



Fonte: SOUZA, 2020, p.79.

ATIVIDADE 6

O gráfico da função exponencial dada por $f(x) = a^x$, com *a* real, *a* > 0 e *a* ≠ 1, passa pelo ponto:

a) (0, 0)
b) (1, 0)
c) (0, -1)
d) (0, 1)
e) (1, 1)

ATIVIDADE 7

Uma pessoa publicou uma notícia falsa em uma rede social que alcançou inicialmente 200 pessoas. Devido a vários compartilhamentos da informação, a quantidade de pessoas alcançadas pela notícia aumenta cinco vezes a cada hora desde a publicação inicial. Qual será a função que relaciona a quantidade **N** de pessoas alcançadas pela notícia, **t** horas após a publicação inicial?

$a) N(t) = 200 + 5^t$

$b) N(t) = 200 + t^5$

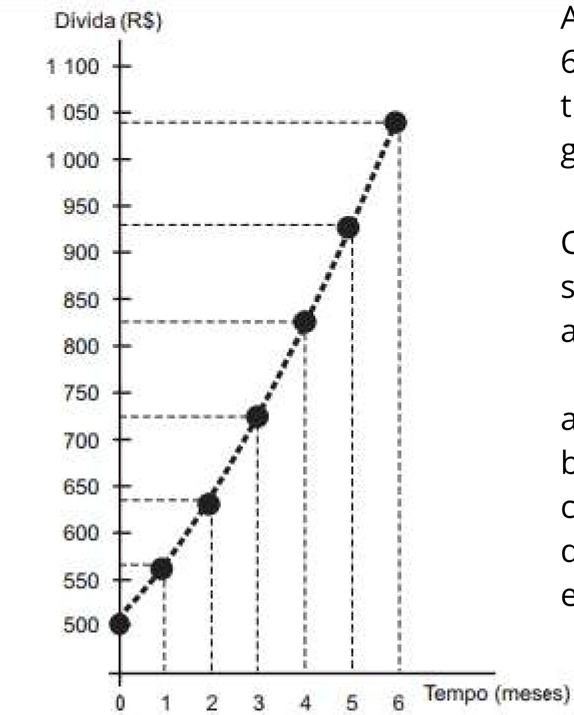
$c) N(t) = 200^{5t}$

$d) N(t) = 200 \cdot 5^t$

$e) N(t) = 1000 \cdot t$

ATIVIDADE 8

(ENEM - 2013) Um trabalhador possui um cartão de crédito que, em determinado mês, apresenta o saldo devedor a pagar no vencimento do cartão, mas não contém parcelamentos a acrescentar em futuras faturas. Nesse mesmo mês, o trabalhador é demitido. Durante o período de desemprego, o trabalhador deixa de utilizar o cartão de crédito e também não tem como pagar as faturas, nem a atual nem as próximas, mesmo sabendo que, a cada mês, incidirão taxas de juros e encargos por conta do não pagamento da dívida.



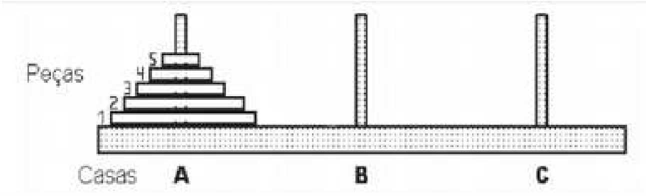
Ao conseguir um novo emprego, já completados 6 meses de não pagamento das faturas, o trabalhador procura renegociar sua dívida. O gráfico mostra a evolução do saldo devedor.

Com base no gráfico, podemos constatar que o saldo devedor inicial, a parcela mensal de juros e a taxa de juros são:

a) R$ 500,00; constante e inferior a 10% ao mês.
b) R$ 560,00; variável e inferior a 10% ao mês.
c) R$ 500,00; variável e superior a 10% ao mês.
d) R$ 560,00; constante e superior a 10% ao mês.
e) R$ 500,00; variável e inferior a 10% ao mês.

ATIVIDADE 9

(ENEM - 2011) A torre de Hanói é um jogo que tem o objetivo de mover todos os discos de uma haste para outra, utilizando o menor número possível de movimento, respeitando-se as regras.



As regras são:
1- um disco maior não pode ser colocado sobre um disco menor;
2 - pode-se mover um único disco por vez;
3 - um disco deve estar sempre em uma das três hastes ou em movimento.

Disponível em: http://www.realidadevirtual.com.br. Acesso em: 28 abr. 2010 (adaptado).
Disponível em: http://www.imeusp.br. Acesso em: 28 abr. 2010 (adaptado).

Usando a torre de Hanói e baseando-se nas regras do jogo, podemos montar uma tabela entre o número de peças (x) e o número mínimo de movimentos (y):

Número de peças	Número mínimo de movimentos
1	1
2	3
3	7
4	15

A relação entre (x) e (y) é:

$a)\ y = 2^x - 1$

$b)\ y = 2^{x-1}$

$c)\ y = 2^x$

$d)\ y = 2x - 1$

$e)\ y = 2x - 4$

ATIVIDADE 10

Empreendedoras reconhecem que as mídias digitais desempenham um papel fundamental no crescimento de suas marcas. Com isso, uma delas adquiriu um pacote de divulgação para promover um anúncio em uma rede social, com o objetivo de aumentar a visibilidade de sua loja de artigos esportivos recém-inaugurada.

O anúncio foi inicialmente exibido para 100 pessoas diferentes. Cada uma dessas pessoas, ao visualizar o anúncio, o compartilhou com seus próprios seguidores, o que fez com que o alcance de visualização triplicasse a cada 2 hora. O número total de pessoas que visualizam o anúncio ao longo do tempo é modelado pela função exponencial $N(t) = 100 \cdot 3^{0,5.t}$, onde t representa o tempo em horas após a publicação, e N(t) é o número de pessoas que visualizaram o anúncio. Qual será o número de pessoas que visualizarão o anúncio após 10 horas de sua publicação?

Gabarito

ATIVIDADE 06: D
ATIVIDADE 07: D
ATIVIDADE 08: C
ATIVIDADE 09: A

RESOLUÇÃO PARA O(A) PROFESSOR(A)

ATIVIDADE 1

A função exponencial é caracterizada pela presença da variável no expoente, com a base sendo um número maior que zero e diferente de um. Ela pode ser representada na forma $f(x) = a^x$, onde a > 0 e a ≠ 1.
No caso da função $f(x) = (0,3)^{2x}$, temos que a = 0,3 (uma constante positiva, sendo 0 < 0,3 < 1) e o expoente é 2x. Como a base 0,3 é menor que 1, a função será decrescente. Portanto, essa função é do tipo exponencial decrescente.

ATIVIDADE 2

Sabemos que uma função exponencial pode ser expressa na forma $f(x) = a^x$, e sua classificação depende do valor da base a. Se a > 1, a função é crescente. Por outro lado, se 0 < a < 1, a função é decrescente. Portanto temos:
a) a base *a* é 9/5 = 1,8. Logo a > 1, função crescente
b) a base *a* é 1/6 = 0,166.... . Logo 0 < a < 1, função decrescente.
c) a base *a* é 2. Logo a > 1, função crescente.
d) a base *a* é 1/5 = 0,2. Logo 0 < a < 1, função decrescente.

ATIVIDADE 3

a) Sabemos que, a cada divisão celular (mitose), cada célula-mãe se divide em duas células-filhas. Por isso, na 1ª divisão teremos 2 células-filhas; na 2ª divisão teremos 4 células-filhas; na 3ª divisão teremos **8 células-filhas**; na 4ª divisão teremos **16 células-filhas**; e na 10ª divisão teremos **1 024 células-filhas**.

b) Mantendo esse padrão, o processo de divisão celular pode ser modelado por uma função exponencial de base 2, onde o número de células-filhas y pode ser expresso por em função de x, logo a expressão é: $y = 2^x$

ATIVIDADE 4

Considerando as funções *f(x)* e *g(x)* dadas para cada item teremos:

a) $f(2) = 8^2 = 8 . 8 = 64$

b) $g(3) = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{8}$

c) $f(-2) = 8^{-2} = \dfrac{1}{8^2} = \dfrac{1}{64}$

d) $f\left(\dfrac{1}{3}\right) = 8^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8} = 2$

e) $g(-3) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^3} = \frac{1}{\frac{1}{8}} = 8$ ou $g(-3) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = \left(\frac{2}{1}\right)^3 = 2^3 = 8$

f) $g(-1) + f(1) = 2 + 8 = 10$

$g(-1) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = \left(\frac{2}{1}\right)^1 = 2^1 = 2$ $\qquad f(1) = 8^1 = 8$

ATIVIDADE 5

Observando o gráfico m x t é possível identificar que no instante t = 24º dia a massa de iodo-131 corresponde a **2,5 mg**, ou é possível ainda calcular a quantidade no 24º dia, substituímos t = 24 na fórmula:

$$m(24) = 20 \cdot (0,5)^{\frac{24}{8}} \Rightarrow m(24) = 20 \cdot (0,5)^3 \Rightarrow m(24) = 20 \cdot 0,125 = m(24) = 2,5\ mg.$$

Para calcular a quantidade no 32º dia, substituímos t = 32 na fórmula:

$$m(32) = 20 \cdot (0,5)^{\frac{32}{8}} \Rightarrow m(32) = 20 \cdot (0,5)^4 \Rightarrow m(32) = 20 \cdot 0,0625 = m(32) = 1,25\ mg.$$

ATIVIDADE 6

Por definição, sabemos que o gráfico da função exponencial $f(x) = a^x$, onde *a* é uma constante real, a > 0 e a ≠ 1 , sempre passa pelo ponto (0, 1), pois: $f(0) = a^0 = 1$

Resposta: LETRA D

ATIVIDADE 7

A situação descrita segue um padrão de crescimento exponencial, onde a quantidade inicial de 200 pessoas alcançadas aumenta cinco vezes a cada hora. Assim, a função que relaciona a quantidade N de pessoas alcançadas com o tempo t em horas é:

$$N(t) = 200 \cdot 5^t$$

Resposta: LETRA D

ATIVIDADE 8

Do gráfico, tem-se que o saldo devedor inicial é R$ 500,00. Além disso, como a capitalização é composta, podemos concluir que a parcela mensal de juros é variável. Finalmente, supondo uma taxa de juros constante e igual a 10% ao mês, teríamos, ao final de 6 meses, um saldo devedor igual a:

$$M = 500 \cdot (1,1)^6 \Rightarrow M = 500 \cdot 1,771561 = \text{R\$}\,885,78$$

Portanto, comparando esse resultado com o gráfico, podemos afirmar que a taxa de juros mensal é superior a 10%. Logo a resposta é a **LETRA C**.

ATIVIDADE 9

Observando a tabela, podemos perceber que, à medida que o número de discos aumenta, o número de movimentos necessários dobra a cada disco adicional e subtrai 1. Isso evidencia o crescimento exponencial dos movimentos exigidos para resolver o problema.

- Para 1 disco: $2^1 - 1 = 2 - 1 = 1$ movimento.
- Para 2 discos: $2^2 - 1 = 4 - 1 = 3$ movimentos.
- Para 3 discos: $2^3 - 1 = 8 - 1 = 7$ movimentos.
- E assim por diante.

Portanto, a fórmula que descreve o número mínimo de movimentos Y necessários para mover X discos é dada por: $y = 2^x - 1$

Resposta: LETRA A.

ATIVIDADE 10

Par calcular o número de pessoas que visualizaram o anúncio após 10 horas, substituímos t = 10 na função N(t):

$$N(10) = 100 \cdot 3^{0,5 \cdot 10}$$
$$N(10) = 100 \cdot 3^5$$
$$N(10) = 100 \cdot 243 = 24\,300$$

Portanto, **24 300** pessoas visualizarão o anúncio após 10 horas.

Referências

MATERIAL ESTRUTURADO

BONJORNO, José Roberto et al. **Prisma matemática: funções e progressões.** 1. ed. São Paulo: Editora FTD, 2020.

______. **Matemática completa 1º Ano. 4**. ed. São Paulo: Editora FTD, 2016.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Matemática em Contexto: função exponencial, função logarítmica e sequências.** 1. ed. São Paulo: Ática, 2020.

______. **Matemática: contexto & aplicações. 3**. ed. São Paulo: Ática, 2016.

IEZZI, Gelson et al. **Fundamentos de matemática elementar, 2: logaritmos.** 10. ed. São Paulo: Atual, 2013.

Referências

ATIVIDADES

ANDRADE, Thais Marcelle de. **Matemática interligada: funções afim, quadrática, exponencial e logarítmica.** Matemática e suas tecnologias - ensino Médio. 1ª ed. São Paulo: Scipione, 2020.

BONJORNO, José Roberto; JÚNIOR, Ruy Giovanni Júnior; SOUZA, Paulo Roberto Câmara. **Prisma matemática: funções e progressões**. ensino médio - área do conhecimento: matemática e suas tecnologias. 1ª ed. São Paulo: FTD, 2020.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Matemática em contextos: Função exponencial, função logarítmica e sequências**. Matemática e suas Tecnologias - Ensino Médio. 1ªed. São Paulo: ática, 2020.

GOV.BR. **Ministério da Educação - INEP**. Provas e Gabaritos. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos>. Acessado em: 29/11/2024.

LEONARDO, Fabio Martins. **Conexões com a matemática. Ensino Médio**. 3ª ed. São Paulo: Moderna, 2016.

SOUZA, Joamir Roberto de. **Multiverso Matemática: Funções e suas aplicaçõe**s. Ensino Médio. 1ª ed. São Paulo: FTD, 2020.

SOUZA, Joamir Roberto de; GARCIA, Jacqueline da Silva Ribeiro. **Contato Matemática**. Ensino Médio. 1ª ano. 1ª ed. São Paulo: FTD, 2016.