GOVERNO DO ESTADO DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

Material Estruturado

SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL   GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

9º Ano | Ensino Fundamental Anos Finais

MATEMÁTICA

SEQUÊNCIA NUMÉRICA E REPRESENTAÇÃO ALGÉBRICA

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM	DESCRITOR(ES) DO SAEB	DESCRITOR(ES) DO PAEBES / AMA
EF08MA10 - Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figural não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes. **EF07MA16** - Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes. **EF08MA06/ES** - Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações e noções de fatoração e produtos notáveis	• Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figural; • Identificar uma representação algébrica para o padrão ou a regularidade de uma sequência de números racionais; • Representar algebricamente o padrão ou a regularidade de uma sequência de números racionais; • Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes. • Construir um algoritmo que permita indicar os números ou as figuras seguintes. • Resolver problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas; • Elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas.	**9A1.3** - Identificar uma representação algébrica para o padrão ou a regularidade de uma sequência de números racionais OU representar algebricamente o padrão ou a regularidade de uma sequência de números racionais. **9A1.4** - Identificar representações algébricas equivalentes. **9A2.2** - Resolver problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas.	**D109_M** Completar sequências de números naturais. **D081_M** Identificar expressão algébrica que modela uma sequência numérica ou figural. **D018_M** Calcular o valor numérico de uma expressão algébrica. **D090_M** Resolver problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas.

Contextualização

APRESENTAÇÃO DO TEMA

canva.com

Em uma tarde chuvosa, Ana e João resolveram explorar o sótão da casa da avó, sempre descrito como um lugar repleto de segredos e relíquias. Entre caixas empoeiradas e livros antigos, encontraram um caderno de capa dura com páginas amareladas e anotações enigmáticas e, ao seu lado um baú fechado com um cadeado de segredo numérico.

Ao abrir o caderno, depararam-se com uma frase misteriosa:
"Os números são a chave para desvendar os segredos do tempo. Resolva o enigma e descubra a resposta!"

Logo abaixo, uma sequência estava escrita:
4, 7, 10, 13, ...

João ficou intrigado:
— O que isso significa? Parece que os números seguem uma lógica.

Ana, mais atenta, leu uma nota no canto da página:
"Diga-me qual é o 50º número desta sequência, e o tesouro será revelado."

Os dois ficaram animados e começaram a pensar: como poderiam encontrar o 50º termo sem listar cada número até chegar lá? Será que existe uma regra por trás dessa sequência?

Agora é com vocês! Será que conseguem ajudar Ana e João a resolver esse enigma e encontrar o 50º número dessa sequência?

Neste material, nós vamos estudar as sequências e suas regras para responder esse enigma, bem como resolver vários problemas matemáticos!

Bons Estudos!

Conceitos e Conteúdos

SEQUÊNCIA NUMÉRICA

Uma sequência numérica é composta por números organizados em uma ordem específica. Essas sequências podem ser infinitas, indicadas por reticências para mostrar que continuam sem fim, ou finitas, quando todos os números são apresentados. Cada número que faz parte da sequência é chamado de termo.

Podemos expressar algebricamente uma sequência numérica por meio da sua **lei de formação**, que é uma regra que mostra como a sequência progride ou é formada. Analise o exemplo.

$a_n = 2n + 3$ ← Lei de formação

$a_1 = 2 \cdot 1 + 3 = 5$ ← Primeiro termo

$a_2 = 2 \cdot 2 + 3 = 7$ ← Segundo termo

$a_3 = 2 \cdot 3 + 3 = 9$ ← Terceiro termo

$a_4 = 2 \cdot 4 + 3 = 11$ ← Quarto termo

Essa lei de formação gera a sequência (5, 7, 9, 11, ...).

IDENTIFICANDO A LEI DE FORMAÇÃO

Para encontrar a lei de formação de uma sequência numérica, é necessário identificar o padrão que relaciona os termos da sequência com suas respectivas posições (1º, 2º, 3º, etc.). Esse padrão pode ser descoberto observando as diferenças entre os termos ou buscando uma regra matemática que descreva a relação entre o número do termo (sua posição) e seu valor.

Por exemplo, considere a sequência: 5, 8, 11, 14, ...

Observe que, ao passar de um termo para o próximo, há uma diferença constante de 3. O que nos leva a pensar na sequência dos múltiplos de 3, representada pela lei de formação $a_n = 3n$.

$$a_n = 3n$$
$$a_1 = 3 \cdot 1 = 3$$
$$a_2 = 3 \cdot 2 = 6$$
$$a_3 = 3 \cdot 3 = 9$$
$$a_4 = 3 \cdot 4 = 12$$

A sequência **3, 6, 9, 12, ...** não corresponde exatamente àquela que foi apresentada inicialmente. No entanto, ao comparar termo por termo, percebe-se uma diferença constante entre eles.

$$3, 6, 9, 12\ldots$$

+2 +2 +2 +2

$$5, 8, 11, 14\ldots$$

Isso sugere que a lei de formação da sequência pode ser definida a partir dessa regularidade, obtendo $a_n = 3n + 2$.

REPRESENTAÇÕES ALGÉBRICAS EQUIVALENTES

Duas ou mais sequências numéricas podem apresentar leis de formação diferentes, mas ainda assim gerar os mesmos termos. Isso acontece porque existem várias maneiras de descrever matematicamente a relação entre a posição do termo e o seu valor. Veja os dois exemplos a seguir:

$$a_n = 4n - 2$$
$$a_1 = 4 \cdot 1 - 2 = 2$$
$$a_2 = 4 \cdot 2 - 2 = 6$$
$$a_3 = 4 \cdot 3 - 2 = 10$$
$$a_4 = 4 \cdot 4 - 2 = 14$$
$$a_5 = 4 \cdot 5 - 2 = 18$$

$$a_n = 2\left(2n - 1\right)$$
$$a_1 = 2\left(2 \cdot 1 - 1\right) = 2$$
$$a_2 = 2\left(2 \cdot 2 - 1\right) = 6$$
$$a_3 = 2\left(2 \cdot 3 - 1\right) = 10$$
$$a_4 = 2\left(2 \cdot 4 - 1\right) = 14$$
$$a_5 = 2\left(2 \cdot 5 - 1\right) = 18$$

Embora as leis de formação sejam expressas de maneiras diferentes, ambas geraram exatamente a mesma sequência numérica (2, 6, 10, 14, 18, ...). Portanto, as duas expressões algébricas são equivalentes.

Exercícios Resolvidos

EXERCÍCIO 1

Vamos retomar a situação descrita no início:
Ana e João descobriram uma sequência numérica misteriosa no caderno encontrado no sótão da casa da avó. A sequência é: 4, 7, 10, 13, ...

A avó deixou uma nota dizendo:
"Diga-me qual é o 50º número desta sequência, e o tesouro será revelado".

Para ajudar Ana e João responda:
Qual é o 50º número da sequência?

SOLUÇÃO

Ao observar a sequência fornecida (4, 7, 10, 13, ...) é possível perceber que a diferença entre cada número consecutivo é constante. Cada termo aumenta em 3 unidades. Porém, já vimos anteriormente que a sequência dos múltiplos de 3 é: 3, 6, 9, 12... Comparando termo com termo, existe uma diferença de uma unidade. Sendo assim, a lei de formação gerada é $a_n = 3n + 1$.

Queremos encontrar o 50º termo para descobrirmos a senha, sendo assim:

$$a_{50} = 3 \cdot 50 + 1 = 151$$

Com a senha 151 é possível abrir o cadeado do baú.

EXERCÍCIO 2

Um novo modelo de veículo será testado durante 15 dias. No primeiro dia, o veículo vai percorrer 35 quilômetros, no segundo dia, 55 quilômetros, no terceiro dia, 75 quilômetros e assim por diante.

a) Escreva a lei de formação dessa sequência.
b) Quantos quilômetros o veículo percorrerá no último dia de teste?

SOLUÇÃO

a) Os valores dos quilômetros apresentam uma diferença de 20 unidades entre si. Podemos pensar nos múltiplos de 20, gerando a sequência (20, 40, 60, ...). Ao comparar termo por termo, observamos que a diferença entre eles é de 15 unidades. Assim, a lei de formação da sequência é $a_n = 20n + 15.$

b) $a_{15} = 20 \cdot 15 + 15 = 315.$

EXERCÍCIO 3

A sequência de figuras triangulares a seguir foi construída com palitos. Note que o número de palitos utilizados varia de acordo com o número de figuras triangulares montadas.

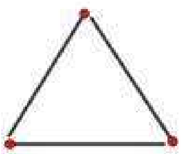


figura 1

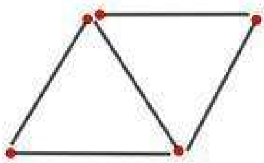


figura 2

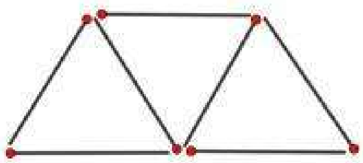


figura 3

a) Determine a lei de formação dessa sequência.
b) Alguma figura nessa sequência pode ser construída com 295 palitos?

SOLUÇÃO

a) Está sendo adicionado dois palitos em cada imagem posterior, o que nos leva a considerar os múltiplos de 2, formando a sequência (2, 4, 6, ...). Ao compararmos termo por termo, observamos que a diferença entre eles é de 1 unidade. Dessa forma, a lei de formação dessa sequência pode ser representada por $a_n = 2n + 1$

b) $2n + 1 = 295 \rightarrow 2n = 294 \rightarrow n = 147$ Sim, a figura 147.

EXERCÍCIO 4

Determine os três termos seguintes de cada sequência.

a) 2, 5, 8, 11, 14, 17, ...   b) 3, 6, 12, 24, ...

SOLUÇÃO

a) Somando 3 unidades. (20, 23, 26)
b) Multiplicando por 2. (48, 96, 192)

EXERCÍCIO 5

A sequência numérica abaixo pode ser definida por uma expressão algébrica, que relaciona o valor do termo com a sua posição na sequência.

Termo	11	12	13	14	15
Posição	132	155	180	207	236

A expressão algébrica que permite determinar o n-ésimo termo dessa sequência é
A) $n + 1$
B) $n + 2$
C) $n^2 + 11$
D) $n^2 + 34$

SOLUÇÃO

Ao observarmos a sequência, percebemos que os números 132, 155, 180, 207 e 236 aumentam em 23, 25, 27 e 29, respectivamente, o que nos faz descartar os múltiplos. Observe que os quadrados perfeitos 0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, ... , sobem, 1, 3, 5, 7, 9, 11, ..., donde percebemos o mesmo padrão. Assim, convém desconfiar que essa sequência se refere a números elevados ao quadrado.

Pensando assim, temos $11^2 = 121$, $12^2 = 144$, $13^2 = 169$, $14^2 = 196$ e $15^2 = 225$, obtendo a sequência 121, 144, 169, 196 e 225.

A sequência apresentada na questão (132, 155, 180, 207 e 236) é 11 unidades a mais que a sequência do quadrado dos números do termo. Então, temos uma sequência de números elevados ao quadrado (n^2) mais 11 unidades, ou seja,
$n^2 + 11$, alternativa C.

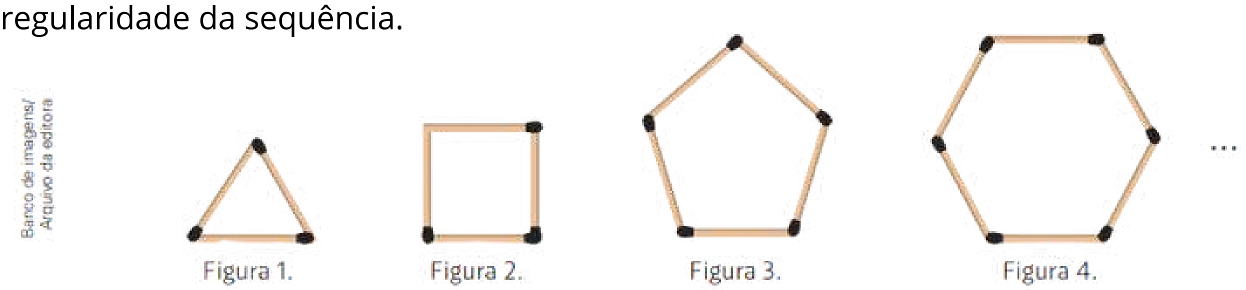
Atividades

ATIVIDADE 1

Considere a sequência: 1,4,9,16,25,...
Qual será o próximo termo da sequência?
A) 28
B) 32
C) 34
D) 36

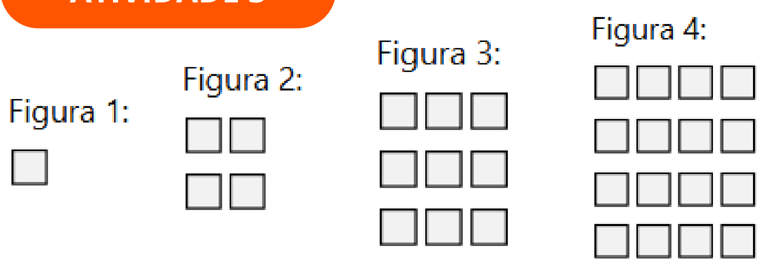
ATIVIDADE 2

Analise a sequência de figuras construídas com palitos de fósforos, de acordo com a regularidade da sequência.



a) Quantos palitos são necessários para formar a figura 5 da sequência?

ATIVIDADE 3



Qual é a expressão algébrica que representa o número total de quadradinhos na Figura n, e quantos quadradinhos haverá na Figura 10?
A) $Q_n=n^2$, com 81 quadradinhos na Figura 10
B) $Q_n=n^2$, com 100 quadradinhos na Figura 10
C) $Q_n=2n^2$, com 100 quadradinhos na Figura 10
D) $Q_n= n^2 + n$, com 121 quadradinhos na Figura 10

ATIVIDADE 4

Uma sequência numérica é dada por: $a_n = 2n^2 + 1$. Qual é o 5º termo dessa sequência?

A) 41
B) 45
C) 51
D) 55

ATIVIDADE 5

Considere a sequência de números 3,5,7,9,11,...
Qual expressão algébrica representa o n-ésimo termo da sequência?

A) $a_n = 2n + 1$
B) $a_n = 3n + 1$
C) $a_n = 2n + 3$
D) $a_n = 2n - 1$

ATIVIDADE 6

Uma sequência é definida pelos termos 2,4,6,8,10,...
Dois alunos criaram as seguintes expressões para representar o n-ésimo termo:

Aluno A: $a_n = 2n$
Aluno B: $a_n = n + n$

Sobre as expressões, é correto afirmar que:

a) Ambas são equivalentes, porque n + n = 2n.
b) Apenas a expressão do Aluno A é válida.
c) Apenas a expressão do Aluno B é válida.
d) As expressões não são equivalentes, porque a sequência não segue um padrão fixo.

ATIVIDADE 7

Em uma fábrica, a produção de peças segue a sequência 2,4,8,16,32,...
Observe que o número de peças dobra a cada etapa.
Qual expressão algébrica representa o número de peças (a_n) na n-ésima etapa?

$A) a_n = 2n$
$B) a_n = 2^n$
$C) a_n = n^2$
$D) a_n = 4n$

ATIVIDADE 8

Considere a sequência de números racionais $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \ldots$, onde o numerador aumenta em 1 a cada termo, e o denominador também aumenta em 1. Qual expressão algébrica representa o n-ésimo termo da sequência?

A) $a_n = \dfrac{n}{n+1}$

B) $a_n = \dfrac{n+1}{n}$

C) $a_n = \dfrac{n}{2n+1}$

D) $a_n = \dfrac{n+1}{n+2}$

ATIVIDADE 9

Maria está juntando dinheiro para comprar um presente especial no final de dois anos. No início, ela já possuía R$ 100,00 guardados. A partir daí, decide economizar R$ 20,00 todos os meses.

Complete a tabela com os valores que Maria terá acumulado até o 10º mês:

Mês	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Valor (R$)	120	140				220	240			300

a) Qual padrão você observa na maneira de Maria economizar?

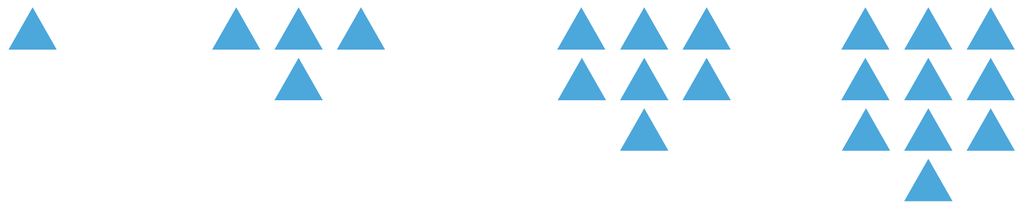
b) Escreva a expressão algébrica que representa o valor acumulado (V) por Maria em relação ao número de meses (m).

c) Mantendo o mesmo padrão, quanto ela terá economizado no 18º mês?

ATIVIDADE 10

As figuras a seguir estão organizadas dentro de um padrão.

n = 1 n = 2 n = 3 n = 4



A expressão algébrica que representa a quantidade de estrelas P em função de n é

A) $P = 3n - 2$

B) $P = 2n + 1$

C) $P = n^2$

D) $P = n$

Gabarito

ATIVIDADE 01: D
ATIVIDADE 02: confira a resolução para o professor
ATIVIDADE 03: B
ATIVIDADE 04: C
ATIVIDADE 05: A
ATIVIDADE 06: A
ATIVIDADE 07: B
ATIVIDADE 08: A
ATIVIDADE 09: confira a resolução para o professor
ATIVIDADE 10: A

RESOLUÇÃO PARA O(A) PROFESSOR(A)

ATIVIDADE 1

A sequência 1, 4, 9, 16, 25, ... apresenta os números quadrados perfeitos, ou seja, os números que podem ser escritos como n^2, onde n é um número natural:
$1=1^2$, $4=2^2$, $9=3^2$,$16=4^2$,$25=5^2$.
Seguindo o padrão, o próximo número será $6^2 = 36$, pois o próximo número natural depois de 5 é 6. Logo, o próximo termo da sequência é 36, alternativa D.

ATIVIDADE 2

a) Observando a sequência formada pela quantidade de palitos temos 3, 4, 5 e 6. Assim, facilmente entendemos que a próxima figura tem 1 palito sendo acrescentado. Portanto, temos 7 palitos na figura 5.
b) Numa linguagem algébrica, podemos obter a quantidade de palitos de qualquer figura, mesmo que não seja conhecida a quantidade de palitos da figura anterior, utilizando: $a_1 = 3$ e $a_n = a_{n-1} + 1$, para $n > 1$.

ATIVIDADE 3

Identificação do padrão: o número total de quadradinhos em cada figura é dado pelo quadrado do número da figura elevado ao quadrado:
Figura **1**: **1**^{2}=1
Figura **2**: **2**^{2}=4
Figura **3**: **3**^{2}=9
Figura **4**: **4**^{2}=16.
Assim, a fórmula que representa o número de quadradinhos na Figura n é

$$Q_n = n^2$$

O cálculo para a Figura 10:
Substituímos n=10 na fórmula:

$$Q_{10} = 10^2 = 100.$$

Portanto, alternativa B.

ATIVIDADE 4

Para encontrar o 5º termo da sequência, basta substituir n por 5 na fórmula da sequência: $a_n = 2n^2 + 1 \Rightarrow a_5 = 2 \times 5^2 + 1 = 51.$
Portanto, o 5º termo da sequência é 51. Alternativa C.

ATIVIDADE 5

Na sequência, observa-se que o próximo termo aumenta 2 unidades. Pensamos nos múltiplos de 2 (2n) e percebemos que os termos tem 1 unidade a mais que a sequência dos múltiplos de 2. Temos, então 2n + 1. Alternativa A.

ATIVIDADE 6

Aluno A: $a_n = 2n$
Essa expressão é correta, pois representa exatamente o n-ésimo termo da sequência.
Aluno B: $a_n = n + n$
Podemos reescrever n + n como 2n, que também é equivalente à fórmula correta.
Logo, ambas as expressões são equivalentes e, portanto, alternativa A.

ATIVIDADE 7

Substituímos os valores de n=1,2,3,4,5,... nas expressões das alternativas e verificamos qual delas gera corretamente os termos da sequência 2,4,8,16,32,....
A expressão que gera esses termos é $a_n = 2^n$.

Portanto, a resposta correta é a alternativa B.

ATIVIDADE 8

Observe o padrão:

- O numerador do primeiro termo é 1, do segundo é 2, do terceiro é 3, e assim por diante. Assim, o numerador é sempre igual a n, onde n representa a posição do termo na sequência.
- O denominador do primeiro termo é 2, do segundo é 3, do terceiro é 4, e assim por diante. O denominador é sempre n+1, onde n é a posição do termo.

Portanto, o n-ésimo termo da sequência pode ser representado por: $\frac{n}{n+1}$.

Assim, a resposta correta é a alternativa A.

ATIVIDADE 9

a) Uma resposta: O padrão observado é que Maria economiza R$ 20,00 por mês e o valor acumulado cresce linearmente.

b) A expressão algébrica que relaciona o valor acumulado (V) com o número de meses (m) é:

$$V = 100 + 20m$$

c) Para o 18º mês:
A cada mês, o valor cresce 20. O valor no 18º mês pode ser calculado somando 20×18 ao valor inicial de 100:

$$V = 100 + 20 \times 18 \Rightarrow V = 100 + 360 = 460$$

ATIVIDADE 10

Observe a sequência da quantidade de triângulos: 1, 4, 7 e 10.
Perceba que essa sequência está subindo de 3 em 3, o que nos faz pensar nos múltiplos de 3, que podem ser escritos por 3n. Porém, os múltiplos de 3, desconsiderando o zero, são 3, 6, 9 e 12. Perceba que a sequência da quantidade de triângulos é 2 unidades a menos que a sequência dos múltiplos de 3. Portanto, podemos representar como 3n - 2.
Opção correta, P = 3n - 2, alternativa A.

Referências

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Matrizes de referência de matemática do Saeb – BNCC. Brasília, 2022.

DANTE, L. R. (2022). Projeto Teláris: Matemática - 9º Ano (1a ed., Vol. 4). São Paulo: Ática.

GIOVANI JÚNIOR, J. R. (2022). A Conquista da Matemática - 9º Ano (1a ed. São Paulo: FTD.

NOVA ESCOLA. Plano de aula: Padrões em Sequências Numéricas. Disponível em: <https://novaescola.org.br/planos-de-aula/fundamental/7ano/matematica/padroes-em-sequencias-numericas/631#section-sobreOPlano-4>. Acesso em: 27 nov. 2024.

NOVA ESCOLA. Plano de aula: Calculando Termos Futuros de uma Sequência Numérica. Disponível em: <https://novaescola.org.br/planos-de-aula/fundamental/7ano/matematica/padroes-em-sequencias-numericas/631#section-sobreOPlano-4>. Acesso em: 27 nov. 2024.

NOVA ESCOLA. Plano de aula: Sequências e Expressões Algébricas (ax + b). Disponível em: <https://novaescola.org.br/planos-de-aula/fundamental/7ano/matematica/padroes-em-sequencias-numericas/631#section-sobreOPlano-4>. Acesso em: 27 nov. 2024.

Portal da Matemática (IMPA). Expressões Algébricas e Polinômios. Disponível em: <https://portaldaobmep.impa.br/index.php/modulo/ver?modulo=13>. Acesso em: 28 outubro de 2024.

Portal da Matemática (IMPA). Produtos Notáveis e Fatoração de Expressões Algébricas. Disponível em: <https://portaldaobmep.impa.br/index.php/modulo/ver?modulo=14>. Acesso em: 28 outubro de 2024.

SEMAAN, Isabella (ed.). **Geração alpha matemática:** 8º ano: ensino fundamental. 4. ed. São Paulo: Edições SM, 2022.

SILVEIRA, Ênio. **Desafios da matemática com Ênio Silveira**: 8º ano. São Paulo: Moderna, 2022.

CONEXÕES MATEMÁTICAS

QUINZENA
03
10/03 a 14/03

SEDU - 2025

GOVERNO DO ESTADO DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

Material Estruturado

SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL

GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

9º Ano | Ensino Fundamental Anos Finais

MATEMÁTICA

EQUAÇÕES

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM	DESCRITOR(ES) DO SAEB	DESCRITOR(ES) DO PAEBES / AMA
EF08MA06/ES - Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações e noções de fatoração e produtos notáveis. **EF07MA18 -** Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma ax + b = c, fazendo uso das propriedades da igualdade.	• Resolver problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas; • Elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas. • Resolver equações polinomiais de 1º grau de uma etapa; • Resolver equações polinomiais de 1º grau de duas etapas; • Inferir uma equação polinomial de 1º grau que modela um problema; • Inferir uma inequação polinomial de 1º grau que modela um problema; • Resolver problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma ax + b = c; • Elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma ax + b = c;	**9A2.2 -** Resolver problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas. **9A1.1 -** Resolver uma equação polinomial de 1º grau. **9A1.2 -** Inferir uma equação, inequação polinomial de 1º grau ou um sistema de equações de 1º grau com duas incógnitas que modela um problema.	**D018_M** Calcular o valor numérico de uma expressão algébrica. **D090_M** Resolver problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas. **D122_M** Resolver problema que envolva equação do 1º grau. **D120_M** Identificar uma equação ou inequação do 1º grau que expressa um problema.

Contextualização

APRESENTAÇÃO DO TEMA

https://loja.asstace.com.br/produtos/taximetro-mig-z-8/

Certa tarde, Carlos andou de táxi pela primeira vez com o seu pai. Ele ouviu do taxista que o preço da corrida era calculado por uma tarifa fixa de R$ 5,00 mais R$ 2,50 por cada quilômetro percorrido.

Ao entrar no táxi, Carlos ficou admirado com o taxímetro, um aparelho que fazia o cálculo automaticamente do valor pela corrida.

Chegando ao destino, Carlos viu no taxímetro que o valor da corrida era de R$ 35,00, e disse ao seu pai quantos quilômetros o carro havia percorrido.

Intrigado, o motorista perguntou-lhe como ele sabia disso. Carlos explicou que durante o percurso ficou elaborando uma expressão matemática que pudesse calcular o valor a pagar, utilizando as informações de que esse valor seria obtido pelo valor fixo acrescido ao valor pela quilometragem percorrida. E que, por meio dessa expressão que ele elaborou, além do valor final a pagar, ele conseguia obter outras informações, como por exemplo, a distância percorrida.

Que fórmula Carlos elaborou? Quantos quilômetros o táxi percorreu? Neste material nós vamos estudar expressões matemáticas que permitem fazer cálculos como este, por exemplo.


canva

Bons estudos!

Conceitos e Conteúdos

VALOR NÚMERICO DE EXPRESSÕES ALGÉBRICAS

Uma expressão algébrica é uma combinação de números, variáveis (letras) e operações matemáticas, como adição, subtração, multiplicação, divisão, entre outras. O valor numérico de uma expressão algébrica é o resultado obtido quando se atribuem valores específicos às variáveis presentes na expressão e se realizam as operações de acordo com as regras da álgebra. Por exemplo, considere a expressão algébrica: $3x + 5$

Aqui, temos uma expressão que depende da variável "*x*". Para calcular o valor numérico dessa expressão, devemos substituir o valor de "*x*" e depois realizar as operações indicadas. Se atribuirmos o valor *x = 2*, por exemplo, a expressão se torna: 3 (2) + 5 = 6 + 5 = 11.

Portanto, quando x = 2, o valor numérico da expressão é 11.

Observe o exemplo abaixo:

Maria é vendedora em uma loja de roupas e tem um salário composto por duas partes: uma parte fixa e uma parte variável. Sua parte fixa é de R$ 1.500,00 mensais, enquanto a parte variável depende do valor das vendas que ela realiza.

A parte variável do salário de Maria é calculada com base em 5% sobre o valor total das vendas que ela faz no mês.

Podemos montar a expressão algébrica referente ao salário de Maria da seguinte forma:

$$1500 + 0,05v$$

Sendo 1500 o valor da parte fixa do salário, "v" é o valor total das vendas feitas por Maria no mês e "0,05v" representa 5% sobre o valor das vendas (parte variável).

Sabemos que o valor das vendas de Maria em um determinado mês foi de R$ 50 000,00. Vamos calcular o salário final (valor numérico dessa expressão algébrica):

$$1500 + 0,05\,(50000) = 1500 + 2500 = 4000$$

O salário total de Maria será R$ 4 000,00 no mês.

EQUAÇÃO DO 1º GRAU

As equações do 1º grau são uma das bases da álgebra e aparecem em muitos contextos do dia a dia. Elas são expressões matemáticas que representam uma igualdade entre duas partes, nas quais o valor de pelo menos um termo, chamado incógnita, é desconhecido e precisa ser determinado. A forma geral de uma equação do 1º grau é **ax + b = c**, onde a, b e c são números reais e a ≠ 0. A incógnita, representada normalmente por x, aparece elevada à primeira potência, o que caracteriza a equação como sendo de "1º grau".

O principal objetivo ao trabalhar com equações do 1º grau é descobrir o valor da incógnita que torna a igualdade verdadeira, sendo chamado de solução ou raiz da equação. Para isso, fazemos uso das propriedades da igualdade, que garantem que certas operações realizadas de maneira equivalente em ambos os lados da equação não alteram o equilíbrio entre eles. As operações mais comuns incluem somar, subtrair, multiplicar ou dividir os dois lados da equação por um mesmo número.

RESOLUÇÃO DE EQUAÇÃO DO 1º GRAU

O processo de resolução de uma equação do 1º grau é baseado em reorganizar os termos de modo que a incógnita x seja isolada em um dos lados da igualdade. A partir disso, conseguimos determinar o seu valor. Por exemplo, vamos resolver passo a passo a equação a seguir.

$$3x + 4 = 16$$

$$3x + 4 - 4 = 16 - 4 \quad \longleftarrow \quad \text{Subtraímos 4 em ambos os membros}$$

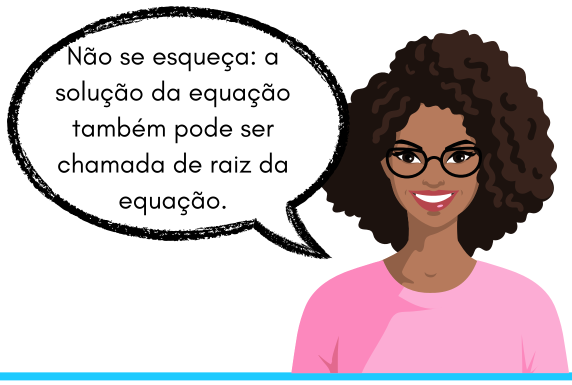
$$3x = 16 - 4$$

$$3x = 12$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{12}{3} \quad \longleftarrow \quad \text{Dividimos por 3 ambos os membros}$$

$$x = 4$$

Assim, a solução da equação é x = 4. Se substituirmos esse valor no lugar de x na equação original, veremos que a igualdade **3 (4) + 4 = 16** é verdadeira, confirmando que o cálculo está correto.



INEQUAÇÃO POLINOMIAL DE 1º GRAU

As inequações polinomiais de 1º grau surgem em contextos onde se deseja estabelecer uma relação de desigualdade. Elas têm uma estrutura semelhante à das equações, mas utilizam símbolos como **>** , **<** , **≥** ou **≤** .

Por exemplo, imagine que uma pessoa deseja comprar um produto e tem, no máximo, 100 reais disponíveis. Se o preço do produto é 20 reais por unidade e “x” representa a quantidade de unidades que deseja comprar, a relação pode ser expressa como:

$$20x \leqslant 100$$

Lê-se: vinte x é menor ou igual a cem.

$$x \leqslant 5$$

Ao resolver a inequação, verificamos que o número máximo de produtos que a pessoa pode comprar é igual a 5.

VOCÊ SABIA?

No caso específico de multiplicar ou dividir por um número negativo, a regra fundamental é que o sinal da desigualdade deve ser invertido. Isso acontece porque a ordem dos números muda ao multiplicar por um valor negativo.

Exercícios Resolvidos

EXERCÍCIO 1

Determine a solução da equação 2x + 5 = 17.

SOLUÇÃO

$$2x + 5 = 17$$
$$2x + 5 - 5 = 17 - 5$$
$$2x = 12$$
$$x = 6$$

EXERCÍCIO 2

Túlio é agricultor e certo dia comprou 3 pacotes de sementes e 1 pacote de adubo, todos custando o mesmo valor unitário. Além desses pacotes, comprou um par de luvas por R$ 12,00. No momento do pagamento, Túlio verificou que o total pago foi igual a R$ 84,00. Uma equação que permite calcular o valor x de cada pacote de semente é:

A) x + 12 = 84.
B) (3 + 1)x = 84.
C) 3x + 1 + 12 = 84.
D) (3 + 1)x + 12 = 84.

SOLUÇÃO

Para resolver o problema, vamos identificar as informações fornecidas e escrever a equação. Túlio comprou 3 pacotes de sementes, cada um custando x. Ele também comprou 1 pacote de adubo, que custa o mesmo que x. Além disso, comprou um par de luvas por R$ 12,00. O total gasto foi R$ 84,00. Agora, somamos os custos de cada item, temos 3x + x + 12 = 84. Colocando o x em evidência: (3+1)x + 12 =84

EXERCÍCIO 3

Douglas propôs a seguinte charada para seus amigos decifrarem: “A diferença entre o triplo do meu peso e a sua quinta parte é igual a 70. Qual é o meu peso?”. Denotando-se por x o peso de Douglas, determine a equação que traduz as informações contidas nessa charada.

SOLUÇÃO

O triplo do peso é representado por 3x. A quinta parte do peso é representada por $\frac{x}{5}$ Como ele falou a diferença, iremos subtrair as duas expressões, obtendo a seguinte equação:

$$3x - \frac{x}{5} = 70$$

EXERCÍCIO 4

Vamos retornar ao problema do início dos nossos estudos: qual a expressão que Carlos montou mentalmente? Além disso, sabendo que o valor da corrida foi de R$ 35,00, qual foi a distância total percorrida pelo táxi?

SOLUÇÃO

Ele sabia que o preço era composto por uma tarifa fixa de R$ 5,00 e um custo adicional de R$ 2,50 para cada quilômetro percorrido. Assim, a expressão matemática que ele elaborou foi: C = 5 + 2,50x.

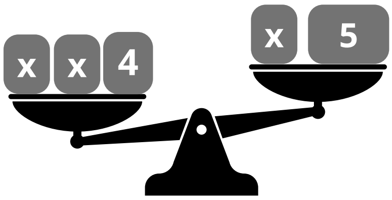
Agora, sabendo que o valor total da corrida foi de R$ 35,00, podemos usar a expressão para descobrir a distância percorrida. Substituímos C por 35 na equação:

$$35 = 5 + 2,50x$$
$$35 - 5 = 5 + 2,50x - 5$$
$$30 = 2,50x$$
$$\frac{30}{2,50} = \frac{2,50x}{2,50}$$
$$12 = x$$

Portanto, a distância total percorrida foi 12 quilômetros.

EXERCÍCIO 5

Qual a expressão matemática que relaciona os pesos nos pratos da balança?



SOLUÇÃO

O lado mais *pesado* (lado esquerdo) da balança tem blocos que geram a expressão “2x + 4", enquanto o lado mais leve (lado direito) tem blocos que geram a expressão “x + 5”. Como o lado esquerdo é mais *pesado*, isso significa que a expressão do lado esquerdo é maior que a expressão do lado direito. Sendo assim, a expressão relacionada é “$2x + 4 > x + 5$”.

EXERCÍCIO 6

Numa papelaria, cada caderno custa 5 reais a mais que um jogo de canetas. Marcos comprou 4 cadernos e 3 jogos de canetas e pagou por essa compra 104 reais. Qual o valor de cada jogo de caneta?

SOLUÇÃO

Para resolver o problema, vamos atribuir incógnitas ao preço dos itens e estabelecer uma equação com base nas informações fornecidas. Denotamos o preço de um jogo de canetas por “x” (em reais). Como cada caderno custa 5 reais a mais que um jogo de canetas, o preço de um caderno será “x + 5". Assim, o custo total pode ser expresso como a soma dos custos dos cadernos e dos jogos de canetas:

$$4(x + 5) + 3x = 104$$

Resolvendo a equação, temos:

$$4x + 20 + 3x = 104$$
$$7x = 84$$
$$x = 12$$

Portanto, o preço de cada jogo de canetas é 12 reais.

Material Extra

SAIBA MAIS APONTANDO O CELULAR PARA O QR CODE ABAIXO OU CLIQUE NO BOTÃO.

EQUAÇÃO DO 1º GRAU

INEQUAÇÃO DO 1º GRAU

Atividades

ATIVIDADE 1

Maria ao fazer uma lista de exercícios preparatórios para um simulado deparou com a seguinte expressão:

$$\frac{x^2 - 2y}{x}$$

Para x = 3 e y = – 1, o valor da expressão é

A) $\frac{8}{3}$

B) $\frac{4}{3}$

C) $\frac{11}{3}$

D) $\frac{7}{3}$

ATIVIDADE 2

Observe a equação apresentada abaixo.
2x - 5 = x + 1
Qual é o conjunto S solução dessa equação?
A) S = {3}.
B) S = {4}.
C) S = {5}.
D) S = {6}.

ATIVIDADE 3

Letícia comprou um lápis e duas canetas por R$ 11,60. Cada caneta custou R$ 1,00 a mais que o lápis. Qual é o preço do lápis?
A) R$ 1,60
B) R$ 3,20
C) R$ 4,20
D) R$ 7,40

ATIVIDADE 4

Calcule o valor de $4x^2 - 5x + 1$ para $x = -\frac{1}{2}$.

A) $\frac{5}{4}$

B) $\frac{3}{2}$

C) $\frac{9}{4}$

D) $\frac{9}{2}$

ATIVIDADE 5

A diferença entre quatro vezes um número e o dobro desse mesmo número é igual a 30. Que número é esse?

A) 6
B) 9
C) 12
D) 15

ATIVIDADE 6

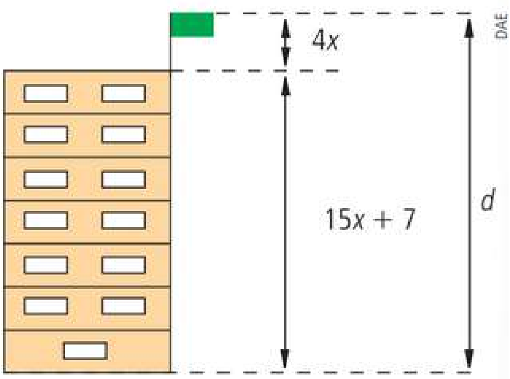
O perímetro de um retângulo é 48 cm. Sabendo que o comprimento é o triplo da largura, quais são as dimensões do retângulo?

A) 6 cm e 18 cm
B) 9 cm e 27 cm
C) 12 cm e 36 cm
D) 15 cm e 45 cm

ATIVIDADE 7

No topo de um edifício de 15x + 7 metros de altura se encontra uma bandeira que mede 4x metros de altura. A fórmula que determina a distância d que há do solo à extremidade da bandeira é:

A) 11x + 7
B) 19x + 7
C) 19x + 11
D) 15x + 11



ATIVIDADE 8

Uma empresa oferece serviços de impressão 3D. O preço cobrado por cada peça impressa é de R$ 40,00. Para iniciar qualquer impressão, há um custo fixo de R$ 200,00 referente à configuração e calibração das máquinas.

Eduardo pagou R$ 600,00 por certa quantidade de peças impressas. Qual é a equação que representa essa situação?

A) $600 = 200x + 40$

B) $600 = 40x + 200$

C) $600 = 40x - 200$

D) $600 = 200 + x$

ATIVIDADE 9

Antônio precisou dos serviços de táxi para ir a uma festa. Ao entrar no veículo, observou que o taxímetro marcava R$ 3,00, referente à bandeirada inicial. Durante o percurso, ele percebeu que, a cada quilômetro rodado, o valor da corrida aumentava em R$ 1,80.

Ao final do trajeto, Antônio verificou que o táxi havia percorrido um total de 12 km.

a) Expresse, por meio de uma fórmula algébrica, o padrão que determina o valor da corrida após n quilômetros rodados.

b) Qual foi o valor total pago por Antônio pela corrida?

c) Descreva a sequência de valores a cada quilômetro rodado, do 1º ao 12º quilômetro.

ATIVIDADE 10

Lucas quer comprar uma bicicleta que custa R$ 1.500,00. Ele já economizou R$ 300,00 e decidiu juntar uma quantia fixa (x) por mês para alcançar o valor necessário.

a) Elabore um problema que possa ser resolvido por uma equação polinomial de 1º grau da forma $ax+b=c$.

b) Escreva a equação que representa o problema elaborado por você.

c) Resolva a equação para descobrir em quantos meses Lucas terá o valor necessário para comprar a bicicleta.

Gabarito

ATIVIDADE 01: C
ATIVIDADE 02: D
ATIVIDADE 03: B
ATIVIDADE 04: D
ATIVIDADE 05: D
ATIVIDADE 06: A
ATIVIDADE 07: B
ATIVIDADE 08: B
ATIVIDADE 09: Resposta na resolução para o professor
ATIVIDADE 10: Resposta pessoal

RESOLUÇÃO PARA O(A) PROFESSOR(A)

ATIVIDADE 1

Substituindo x por 3 e y por -1, temos:

$$\frac{(3)^2 - 2(-1)}{3} \Rightarrow \frac{9+2}{3} = \frac{11}{3}$$

Alternativa C.

ATIVIDADE 2

Na equação 2x - 5 = x + 1, temos:
2x - x = 1 + 5
x = 6
Portanto, o conjunto solução é S = {6}, alternativa D.

ATIVIDADE 3

Representamos o preço do lápis por x.
O preço de cada caneta será representado por x + 1.
Como o gasto foi de R$ 11,60 no total, escrevemos:
$x + 2(x+1)=11,6$ Aplicando a propriedade distributiva.
$x + 2x + 2 = 11,6$ Fazendo $x + 2x = 3x$.
$3x + 2 = 11,6$
$3x = 9,6$
$x = 3,2$
O preço do lápis é R$ 3,20, portanto, alternativa B.

ATIVIDADE 4

Substituímos $x=-\frac{1}{2}$ na expressão $4x^2 - 5x + 1$. Temos:

$$4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 5 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 1 = 1 + \frac{5}{2} + 1 = \frac{9}{2}$$

Portanto, a alternativa correta é a letra D.

ATIVIDADE 5

Quatro vezes um número pode ser representado por 4x e o dobro de um número por 2x. A diferença entre esses dois números é a operação de subtração, donde temos: $4x - 2x = 30$
$2x = 30$
$x = 15$

ATIVIDADE 6

Seja x a largura e 3x o comprimento. O perímetro é dado por:
$x + 3x + x + 3x = 48$.
$8x = 48$
$x = 6$
A largura é 6 e o comprimento 3x é 3(6) = 18.   Alternativa A.

ATIVIDADE 7

Para determinar a distância d que há do solo à extremidade da bandeira, temos 15x + 7 somando com 4x, obtendo:
15x + 7 + 4x
19x + 7, alternativa B.

ATIVIDADE 8

O custo total é composto pelo custo fixo (R$ 200,00) somado ao custo por peça (R$ 40,00). Assim, a equação que representa o custo total é:
C= 40x + 200, onde x é o número de peças impressas. Como o custo total de Eduardo foi de R$ 600,00, a temos 600 = 40x + 200, alternativa B.

ATIVIDADE 9

a) O valor total da corrida (V) para n quilômetros rodados pode ser expresso pela fórmula: V = 3,00 + 1,80n.
b) O valor pago por Antônio foi V = 3,00 + 1,80(12)
V = 3,00 + 21,60 = 24,60.
c) Sequência completa: 4,80; 6,60; 8,40; 10,20; 12,00; 13,80; 15,60; 17,40; 19,20; 21,00; 22,80; 24,60.

ATIVIDADE 10

Exemplo de Resposta esperada do aluno:
a) "Um grupo de alunos está organizando uma festa escolar para arrecadar fundos para a formatura. O custo para alugar o salão é de R$ 150,00, e cada pessoa que participar contribui com R$ 20,00. Quantas pessoas precisam participar para que a arrecadação líquida seja de pelo menos R$ 250,00?"

b) Fórmula: R = 20x − 150R

c) Para R ≥ 250 ⇒ 20x−150 ≥ 250 ⇒ 20x ≥ 400

x ≥ 20 (pelo menos 20 pessoas precisam participar).

Referências

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Matrizes de referência de matemática do Saeb – BNCC. Brasília, 2022.

DANTE, L. R. (2022). Projeto Teláris: Matemática - 9º Ano (1a ed., Vol. 4). São Paulo: Ática.

GIOVANI JÚNIOR, J. R. (2022). A Conquista da Matemática - 9º Ano (1a ed. São Paulo: FTD.

GIS COM GIZ. Equação do 1º Grau - YouTube, 2024. Disponível em: https://youtu.be/bWJrg5DyuMY?si=muHutanDXfocqDrA Acesso em: 03 dez. 2024.

GIS COM GIZ. Inequação do 1º Grau - YouTube, 2024. Disponível em:https://youtu.be/pecamqaz9f4?si=7XCmcK1IyI9P-BTd. Acesso em: 03 dez. 2024.

NOVA ESCOLA. Plano de aula: Padrões em Sequências Numéricas. Disponível em: <https://novaescola.org.br/planos-de-aula/fundamental/7ano/matematica/padroes-em-sequencias-numericas/631#section-sobreOPlano-4>. Acesso em: 27 nov. 2024.

NOVA ESCOLA. Plano de aula: Calculando Termos Futuros de uma Sequência Numérica. Disponível em: <https://novaescola.org.br/planos-de-aula/fundamental/7ano/matematica/padroes-em-sequencias-numericas/631#section-sobreOPlano-4>. Acesso em: 27 nov. 2024.

NOVA ESCOLA. Plano de aula: Sequências e Expressões Algébricas (ax + b). Disponível em: <https://novaescola.org.br/planos-de-aula/fundamental/7ano/matematica/padroes-em-sequencias-numericas/631#section-sobreOPlano-4>. Acesso em: 27 nov. 2024.

Portal da Matemática (IMPA). Expressões Algébricas e Polinômios. Disponível em: <https://portaldaobmep.impa.br/index.php/modulo/ver?modulo=13>. Acesso em: 28 outubro de 2024.

Portal da Matemática (IMPA). Produtos Notáveis e Fatoração de Expressões Algébricas. Disponível em: <https://portaldaobmep.impa.br/index.php/modulo/ver?modulo=14>. Acesso em: 28 outubro de 2024.

SEMAAN, Isabella (ed.). Geração alpha matemática: 8º ano: ensino fundamental. 4. ed. São Paulo: Edições SM, 2022.

SILVEIRA, Ênio. Desafios da matemática com Ênio Silveira: 8º ano. São Paulo: Moderna, 2022.