

Material Estruturado



SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL

GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

9º Ano | Ensino Fundamental Anos Finais

MATEMÁTICA

TRIÂNGULOS

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM	DESCRIPTOR(ES) DO SAEB	DESCRIPTOR(ES) DO PAEBES / AMA
EF07MA24 - Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°. EF06MA19 - Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos.	- Reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados; - Verificar que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180°; - Identificar características dos triângulos; - Classificar triângulos em relação às medidas dos lados; - Classificar triângulos em relação às medidas dos ângulos.	9G1.5 - Identificar propriedades e relações existentes entre os elementos de um triângulo (condição de existência, relações de ordem entre as medidas dos lados e as medidas dos ângulos internos, soma dos ângulos internos, determinação da medida de um ângulo interno ou externo). 9G1.6 - Classificar triângulos ou quadriláteros em relação aos lados ou aos ângulos internos.	D151_M Reconhecer a condição de existência do triângulo. D116_M Identificar propriedades de triângulos pela comparação de medidas de lados e ângulos.

Contextualização

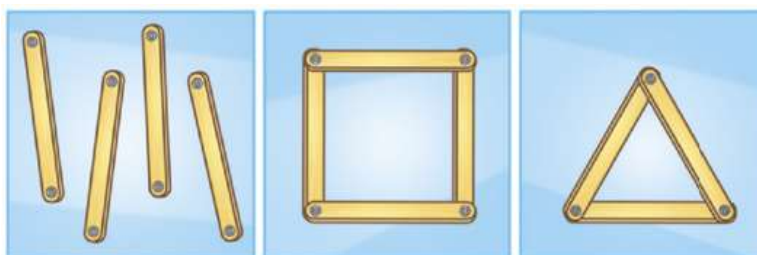
Rigidez na estrutura dos triângulos

No dia a dia, é possível observar a presença de figuras que lembram triângulo em muitas construções. Ele faz parte da estrutura de pontes e telhados, por exemplo, e seu uso pode ser explicado porque é uma figura **rígida**.

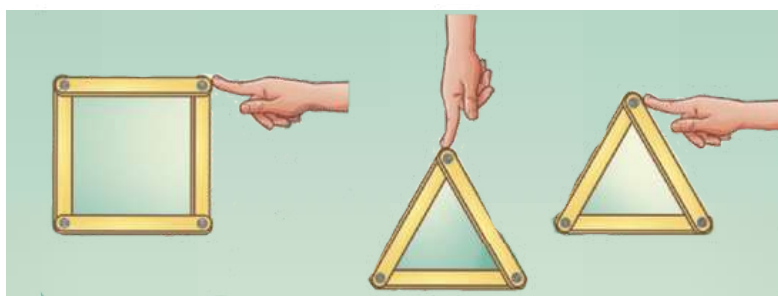
Para entender melhor a rigidez na estrutura dos triângulos, é possível construir, utilizando materiais simples, duas figuras diferentes: um triângulo e um quadrilátero.

Para isso, você vai precisar de 7 palitos de sorvete e 7 percevejos ou tachinhas.

Comece construindo um quadrilátero. Utilize 4 tachinhas para prender 4 palitos de sorvete de modo que obtenha um quadrilátero como a seguir. Reserve o quadrilátero. Depois, usando os outros palitos e as tachinhas, construa um triângulo.



Agora, procure apoiar o quadrilátero sobre uma mesa ou uma superfície lisa; depois, empurre um dos vértices superiores, conforme a imagem a seguir. Repita o mesmo procedimento com o triângulo.



Você vai observar que o quadrilátero pode assumir diferentes formas quando empurrado, ou seja, a figura sofre uma deformação. Já o triângulo não muda o seu formato, independentemente do lado que é empurrado.

Neste material você estudará mais sobre o triângulo, essa figura tão presente no dia a dia e tão importante devido à sua rigidez.

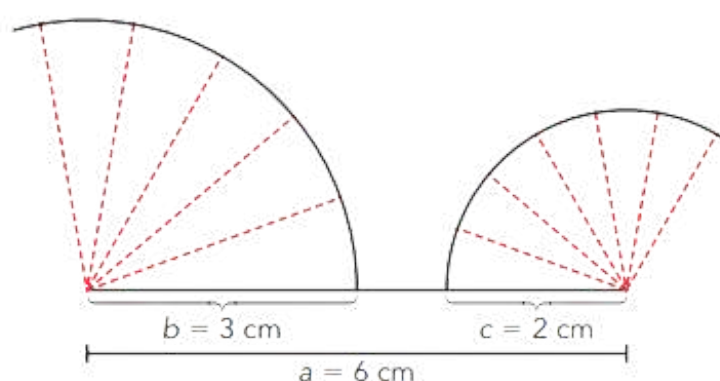
Bons estudos!

Conceitos e Conteúdos

DESIGUALDADE TRIANGULAR

A desigualdade triangular é uma regra importante que vale para todos os triângulos. Ela diz que, em um triângulo, a soma de dois lados sempre deve ser maior que o comprimento do terceiro lado. Ou seja, se somarmos as medidas de dois lados do triângulo, esse valor tem que ser maior do que a medida do terceiro lado.

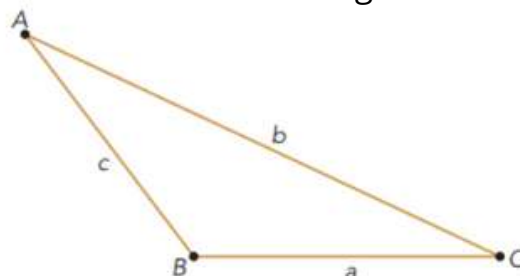
Observe que, se tentássemos construir um triângulo de lados medindo $a = 6$ cm, $b = 3$ cm e $c = 2$ cm, tomando o lado a como base, obteríamos uma figura na qual os arcos formados por b e c não se cruzam. Ou seja, os segmentos b e c não possuem intersecção e o triângulo “não fecha”. Isso significa que **não existe** triângulo de lados medindo 6 cm, 3 cm e 2 cm.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Então, dado um triângulo ABC em que a é medida do lado $\overline{BC}$, b é medida do lado $\overline{AC}$ e c é medida do lado $\overline{AB}$, podemos escrever as seguintes relações:

$$\begin{aligned} a &< b + c \\ b &< a + c \\ c &< a + b \end{aligned}$$



Banco de imagens/Arquivo da editora

Portanto, podemos saber se existe ou não um triângulo com lados de determinadas medidas comparando a maior delas com a soma das outras duas. O triângulo só existirá se a medida do lado maior for menor do que a soma das medidas dos outros dois.

SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS DE UM TRIÂNGULO

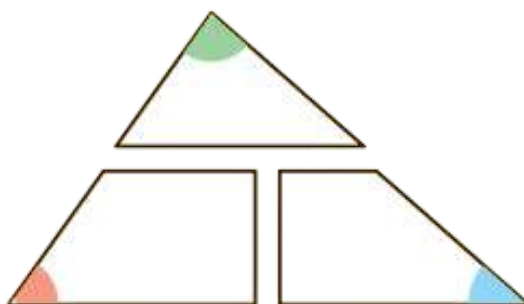
Vamos explorar a relação entre as medidas dos ângulos internos de um triângulo por meio de um experimento prático.

Siga os passos a seguir.

1º) Desenhe e recorte em uma folha avulsa um triângulo de qualquer tamanho e destaque cada ângulo de uma cor.



2º) Recorte o triângulo em três partes, cada uma contendo um dos ângulos internos do triângulo.



3º) Desloque os pedaços e junte os três ângulos do triângulo, fazendo coincidir seus vértices (de modo a obter 3 ângulos adjacentes), como na figura.



Se você medir com um transferidor o ângulo obtido com a junção dos 3 ângulos, vai perceber que esse ângulo mede 180° , ou seja, é um ângulo raso. Portanto, a soma dos três ângulos internos nesse triângulo é 180° . Se você repetir o experimento com outros triângulos, observará que a soma das medidas dos ângulos internos também será 180° .

Considerando esse experimento, chegamos à propriedade:

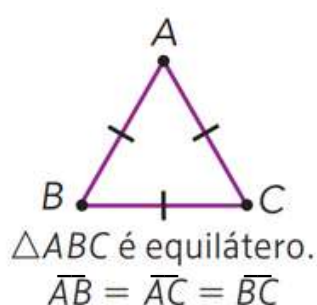
A soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180° .



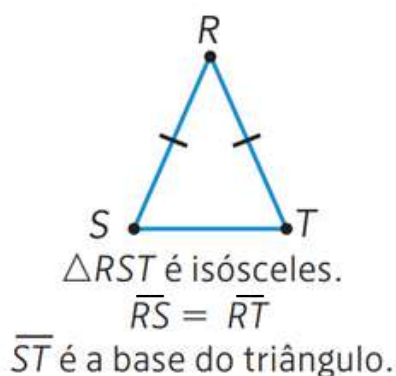
CLASSIFICAÇÃO DE TRIÂNGULOS QUANTO ÀS MEDIDAS DOS LADOS

Quando comparamos as medidas dos lados de um triângulo, podemos observar três situações distintas:

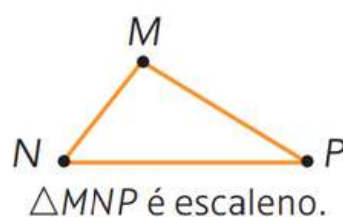
1. **Primeira situação:** Todos os três lados são congruentes, ou seja, possuem a mesma medida. Esse tipo de triângulo é conhecido como **equilátero**. Na representação a seguir, os lados iguais são indicados pelo mesmo número de tracinhos.



2. **Segunda situação:** Dois dos lados são congruentes. O outro lado é considerado a base do triângulo. Esse triângulo é chamado de **isósceles**.



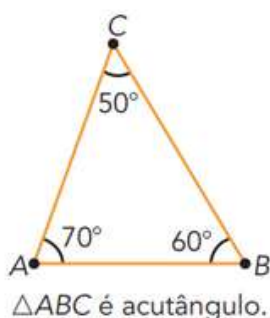
3. **Terceira situação:** Todos os três lados possuem medidas diferentes, ou seja, nenhum dos lados é congruente ao outro. Esse triângulo é denominado **escaleno**.



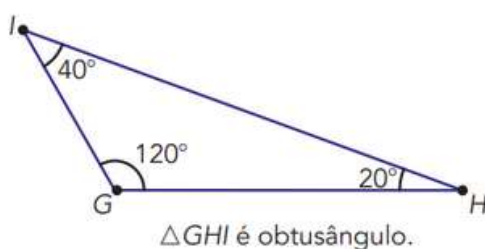
CLASSIFICAÇÃO DE TRIÂNGULOS QUANTO ÀS MEDIDAS DOS ÂNGULOS

Os triângulos podem ser classificados conforme os ângulos internos, da seguinte forma:

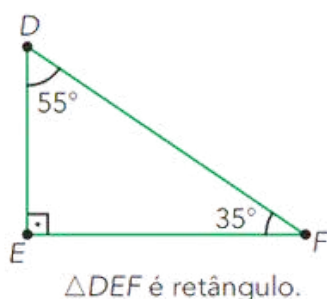
- **Triângulo acutângulo:** possui três ângulos internos agudos, ou seja, todos com medidas menores que 90° .



- **Triângulo obtusângulo:** tem um ângulo interno obtuso, com medida superior a 90° , enquanto os outros dois ângulos são agudos.



- **Triângulo retângulo:** apresenta um ângulo interno reto, medindo exatamente 90° .



Exercícios Resolvidos

EXERCÍCIO 1

Verifique se existe um triângulo com as medidas de seus lados sendo 6 cm, 8 cm e 4 cm.

SOLUÇÃO

Sim, pois o maior lado mede 8 cm e $8 < 6 + 4$.

EXERCÍCIO 2

Em um triângulo isósceles, a base mede 12 cm. Calcule as medidas dos outros dois lados sabendo que o perímetro, ou seja, a soma da medida de seus lados, mede 40 cm.

SOLUÇÃO

Considerando a medida desconhecida como x , temos 2 lados = $2x$.

$$12 + 2x = 40 \rightarrow 2x = 28 \rightarrow x = 14 \text{ cm}$$

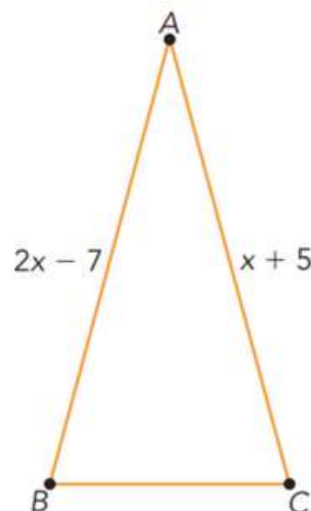
EXERCÍCIO 3

O triângulo ABC é isósceles e $AB = AC$. Sabendo que $AB = 2x - 7$ e $AC = x + 5$, determine x .

SOLUÇÃO

$$2x - 7 = x + 5 \rightarrow 2x - x = 5 + 7 \rightarrow x = 12$$

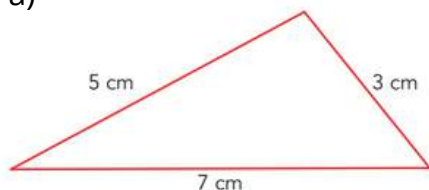
$$x = 12 \text{ u.c.}$$



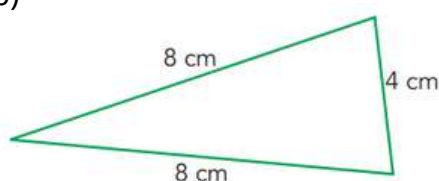
EXERCÍCIO 4

Classifique os triângulos abaixo quanto a medida de seus lados.

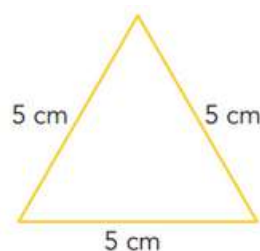
a)



b)



c)

**SOLUÇÃO**

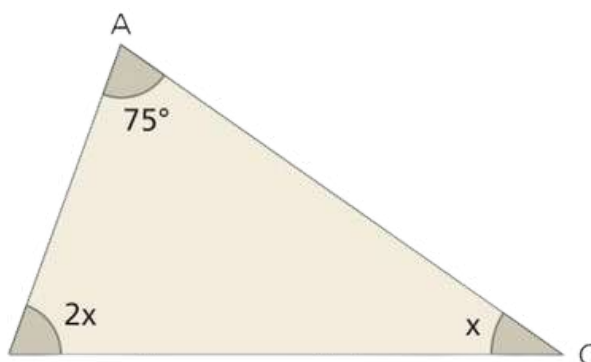
a) Escaleno (nenhum lado congruente).

b) Isósceles (dois lados congruentes).

c) Equilátero (todos os lados congruentes).

EXERCÍCIO 5

Determine o valor de cada ângulo do triângulo abaixo.

**SOLUÇÃO**

$$75 + 2x + x = 180 \rightarrow 3x = 105 \rightarrow x = 35^\circ$$

O ângulo representado por x mede 35° e o ângulo representado por $2x$ tem $2 \cdot 35^\circ = 70^\circ$.

Portanto, os ângulos medem: 75° , 35° e 70° .

Confira que a soma dessas três medidas é 180° , conforme a propriedade que já estudamos.



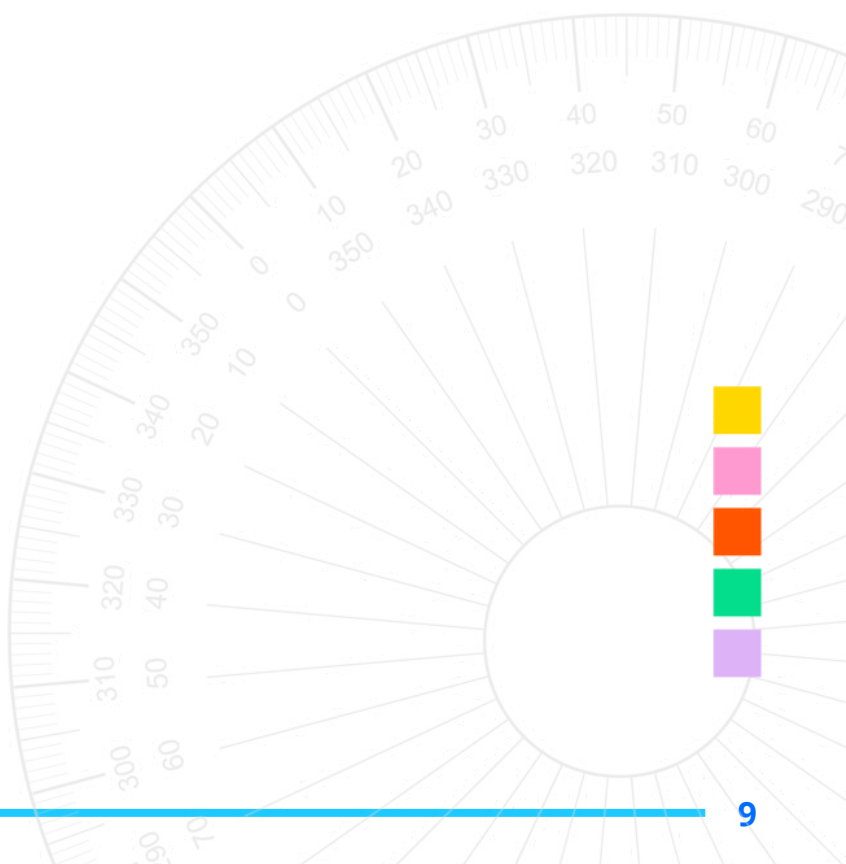
Material Extra

SAIBA MAIS APONTANDO O CELULAR PARA
O QR CODE ABAIXO OU CLIQUE NO BOTÃO.



TRIÂNGULOS

- Definição
- Classificação
- Desigualdade triangular
- Vídeo com aulas
- Exercícios





Atividades

ATIVIDADE 1

Observe as medidas abaixo e identifique qual delas **não** pode representar os lados de um triângulo:

- A) 5 cm, 7 cm, 10 cm
- B) 6 cm, 6 cm, 11 cm
- C) 8 cm, 15 cm, 20 cm
- D) 3 cm, 4 cm, 8 cm

ATIVIDADE 2

Ana está planejando construir uma mesa triangular para sua sala de estudos. No projeto, dois dos ângulos internos já foram definidos: um mede 65° e o outro mede 75° . Para finalizar o projeto, Ana precisa calcular o valor do terceiro ângulo. Qual é o valor do terceiro ângulo dessa mesa triangular?

- A) 40°
- B) 45°
- C) 50°
- D) 60°

ATIVIDADE 3

Um triângulo, que será utilizado para um projeto de segurança, precisa atender a algumas propriedades geométricas específicas. Foram fornecidas as seguintes informações sobre os lados do triângulo ABC:

- O lado $\overline{AB}$ mede 12 metros.
- O lado $\overline{BC}$ mede 9 metros.
- O lado $\overline{AC}$ mede 15 metros.

Com base nessas informações, é correto afirmar que:

- A) Esse triângulo é equilátero.
 - B) Esse triângulo é isósceles.
 - C) Esse triângulo é escaleno.
 - D) Esse triângulo é equilátero e retângulo.
- 

ATIVIDADE 4

Durante a construção de um novo prédio, a equipe de engenharia de uma construtora está definindo os tipos de triângulos que serão utilizados nas traves estruturais e nas fundações. Eles precisam identificar os tipos de triângulos para garantir a resistência e a distribuição de forças:

- Um triângulo com todos os lados de igual medida, utilizado para suportar esforços simétricos.
- Um triângulo com dois lados de igual medida e um de medida diferente, que será usado em áreas onde a carga é distribuída de forma assimétrica, mas ainda com equilíbrio.
- Um triângulo com os três lados de medidas diferentes, empregado em locais com diferentes tensões estruturais.

Qual das alternativas abaixo descreve corretamente os triângulos que serão utilizados em cada parte do projeto?

- A) 1: Equilátero; 2: Isósceles; 3: Escaleno
B) 1: Isósceles; 2: Escaleno; 3: Equilátero
C) 1: Escaleno; 2: Equilátero; 3: Isósceles
D) 1: Isósceles; 2: Equilátero; 3: Escaleno

ATIVIDADE 5

Em um estudo sobre tipos de triângulos, a professora pediu aos alunos que classificassem alguns triângulos com base nas medidas de seus ângulos. Observe as informações a seguir:

- O Triângulo ABC tem um ângulo de 90° e os outros dois ângulos, pela propriedade da soma dos ângulos internos, são menores que 90° .
- O Triângulo DEF tem todos os seus ângulos menores que 90° .
- O Triângulo GHI tem um ângulo maior que 90° e os outros dois ângulos menores que 90° .

Com base nas informações, classifique os triângulos quanto ao tipo de ângulos presentes em cada um.

- A) ABC é acutângulo, DEF é retângulo e GHI é obtusângulo.
B) ABC é retângulo, DEF é acutângulo e GHI é obtusângulo.
C) ABC é obtusângulo, DEF é acutângulo e GHI é retângulo.
D) ABC é acutângulo, DEF é obtusângulo e GHI é retângulo.



ATIVIDADE 6

Em um triângulo ABC, temos as seguintes informações:

- A medida do ângulo A é três vezes a medida do ângulo B.
- A medida do ângulo C é 30° maior que a medida do ângulo B.

Com base nessas informações, qual é o valor do ângulo B desse triângulo?

- A) 30°
- B) 60°
- C) 90°
- D) 120°

ATIVIDADE 7

No triângulo isósceles, a medida do ângulo que não está na base é 50° . Utilizando a propriedade da soma dos ângulos internos, podemos afirmar que os dois outros ângulos desse triângulo medem:

- A) 40° e 90°
- B) 50° e 80°
- C) 60° e 70°
- D) 65° e 65°

ATIVIDADE 8

Considere três segmentos de reta com comprimentos $a = 7$ cm, $b = 10$ cm e $c = x$ cm, onde **x é um número inteiro positivo**.

Sabendo que esses segmentos devem formar um triângulo, determine o valor máximo de x .

- A) 15 cm
- B) 16 cm
- C) 17 cm
- D) 18 cm

ATIVIDADE 9

Três amigos, Ana, Bruno e Clara, estão em lugares diferentes na cidade e querem se encontrar. Ao verificarem suas localizações, perceberam que suas posições formam um triângulo. Além disso, observaram que a distância entre Ana e Bruno é igual à distância entre Ana e Clara. Ana notou, ainda, que o ângulo entre as linhas que conectam sua posição às de Bruno e Clara ($B\hat{A}C$) era de 40° .

Com base nessa situação, julgue as afirmações abaixo e marque a correta:

- 1- Os ângulos nas posições de Bruno e Clara são iguais, pois o triângulo é isósceles.
- 2- A soma dos ângulos internos do triângulo formado pelos três amigos é 180° .
- 3- Os ângulos nas posições de Bruno e Clara medem 70° cada.
- 4- O triângulo formado pelos três amigos é escaleno, pois os três ângulos têm medidas diferentes.

Alternativas:

- A) Somente as afirmações 1 e 3 estão corretas.
- B) Somente as afirmações 1, 2 e 3 estão corretas.
- C) Somente as afirmações 2 e 4 estão corretas.
- D) Todas as afirmações estão corretas.

ATIVIDADE 10

Três postes estão posicionados em uma praça, de forma que suas bases formam um triângulo. Sabe-se que:

O ângulo no poste A é o triplo do ângulo no poste B.

O ângulo no poste C é 10° maior que o dobro do ângulo no poste B.

Determine, aproximadamente, os ângulos formados nos postes A, B e C.

- a) Poste A: 80° , Poste B: 35° , Poste C: 65°
- b) Poste A: 90° , Poste B: 30° , Poste C: 60°
- c) Poste A: 100° , Poste B: 25° , Poste C: 55°
- d) Poste A: 85° , Poste B: 28° , Poste C: 67°





Gabarito

ATIVIDADE 01: D

ATIVIDADE 02: A

ATIVIDADE 03: C

ATIVIDADE 04: A

ATIVIDADE 05: B

ATIVIDADE 06: A

ATIVIDADE 07: D

ATIVIDADE 08: B

ATIVIDADE 09: B

ATIVIDADE 10: D

RESOLUÇÃO PARA O(A)
PROFESSOR(A)

ATIVIDADE 1

Para que três medidas formem um triângulo, é necessário que a soma de dois lados seja maior que o terceiro lado em todas as combinações. Observe que a alternativa D apresenta os tamanhos 3 cm, 4 cm, 8 cm, e $8 > 3 + 4$. Portanto, alternativa D.

ATIVIDADE 2

A soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é 180° . Assim, o terceiro ângulo pode ser calculado como:

$$180^\circ - (65^\circ + 75^\circ) = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$$

Portanto, a resposta correta é a alternativa A.

ATIVIDADE 3

O triângulo apresentado não tem as medidas de seus lados congruentes. Portanto, é um triângulo escaleno. Alternativa C.

ATIVIDADE 4

O triângulo com todos os lados de mesma medida é um Equilátero. Esse tipo é usado quando é necessário distribuir esforços de maneira uniforme.

O triângulo com dois lados de mesma medida e um diferente é um Isósceles, ideal para áreas com cargas assimétricas.

O triângulo com os três lados diferentes é um Escaleno, usado quando há tensões estruturais variadas.

Portanto, a resposta correta, alternativa A.

ATIVIDADE 5

O Triângulo ABC possui um ângulo reto 90° , portanto, ele é retângulo.

O Triângulo DEF possui todos os ângulos menores que 90° , portanto, é acutângulo.

O Triângulo GHI possui um ângulo maior que 90° , portanto, é obtusângulo.

Logo, a alternativa correta é B.

ATIVIDADE 6

Sabemos que a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é 180° . Portanto, temos a equação: $A+B+C=180^\circ$.

Agora, substituímos as expressões de A e C em termos de B na equação:

$$3B+B+(B+30^\circ) = 180^\circ.$$

Simplificando a equação:

$$5B+30^\circ = 180$$

$$5B=180^\circ-30^\circ$$

$$5B=150$$

$$B=30^\circ$$

Logo, a alternativa correta é a letra A.



ATIVIDADE 7

Num triângulo isósceles, dois de seus lados têm a mesma medida, consequentemente, dois de seus ângulos têm a mesma medida. Os ângulos congruentes devem estar na base do triângulo, portanto, se o ângulo citado não está na base, esse é o ângulo que tem a medida diferente. Pela propriedade da soma dos ângulos internos num triângulo, temos que os três ângulos somam 180° . Sendo 50° a medida do ângulo diferente, a medida dos outros dois ângulos soma 130° , sendo 65° para cada. Alternativa D.

ATIVIDADE 8

Aplicando as desigualdades para os valores dados:

$$7 + 10 > x \Rightarrow 17 > x \Rightarrow x \leq 16$$

$$7 + x > 10 \Rightarrow x > 10 - 7 \Rightarrow x > 3$$

$$10 + x > 7 \Rightarrow x > -3 \Rightarrow x \geq 1$$

De todas as desigualdades, concluímos que: $3 < x < 17$. Como x é um número inteiro positivo, o maior valor que ele pode assumir é 16.

Portanto, a alternativa correta é a letra B.

ATIVIDADE 9

A primeira afirmação está correta, pois Ana está à mesma distância de Bruno e Clara, o que torna o triângulo isósceles.

A segunda afirmação também está correta, já que a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é sempre 180° .

A terceira afirmação está correta, pois como o triângulo é isósceles, os ângulos nas posições de Bruno e Clara são iguais, ou seja, 70° cada.

A quarta afirmação está incorreta, pois o triângulo não é escaleno, mas isósceles.

Portanto, a alternativa correta é a B, ou seja, somente as afirmações 1, 2 e 3 estão corretas.

ATIVIDADE 10

Seja x a medida do ângulo no poste B. Então, ângulo no poste A será $3x$ e o ângulo no poste C será $2x+10$. Como a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é 180° , temos a equação: $x+3x+(2x+10)=180$.

Resolvendo a equação do 1º grau concluímos que $x \approx 28$. Assim os outros dois ângulos medem, aproximadamente, 67° e 85° .

Portanto, a resposta correta é a letra D.



Referências

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Matrizes de referência de matemática do Saeb – BNCC. Brasília, 2022.

CÁSSIO, Jorge. Aprendendo Geometria Plana com a Plataforma GeoGebra. 2019. Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/hsXHDX7#chapter/208070>. Acesso em: 09 dez. 2024.

DANTE, L. R. (2022). Projeto Teláris: Matemática - 9º Ano (1a ed., Vol. 4). São Paulo: Ática.

GIOVANI JÚNIOR, J. R. (2022). A Conquista da Matemática - 9º Ano (1a ed. São Paulo: FTD.

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy. A conquista da matemática: 7º ano: ensino fundamental: anos finais. São Paulo: Ftd, 2022.

IEZZI, Gelson. Matemática e realidade: 7º ano. 10. ed. São Paulo: Saraiva Educação SA, 2022.

NOVA ESCOLA. Plano de aula: Condição de existência dos triângulos quanto às medidas dos lados. Disponível em: <<https://novaescola.org.br/planos-de-aula/fundamental/7ano/matematica/condicao-de-existencia-dos-triangulos-quanto-as-medida-dos-lados/243>>. Acesso em: 05 dez. 2024.

NOVA ESCOLA. Plano de aula: Soma das Medidas dos ângulos Internos de um Triângulo Qualquer. Disponível em: <<https://novaescola.org.br/planos-de-aula/fundamental/7ano/matematica/soma-das-medidas-dos-ngulos-internos-de-um-triangulo-qualquer/723>>. Acesso em: 05 dez. 2024.

NOVA ESCOLA. Plano de aula: Classificando triângulos. Disponível em: <<https://novaescola.org.br/planos-de-aula/fundamental/5ano/matematica/classificando-triangulos/576>>. Acesso em: 05 dez. 2024.

TEIXEIRA, Lilian Aparecida (ed.). SuperAÇÃO!: matemática: 7º ano: manual do professor. São Paulo: Moderna, 2022.



GOVERNO DO ESTADO
DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

Material Estruturado



SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL

GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

9º Ano | Ensino Fundamental Anos Finais

MATEMÁTICA

QUADRILÁTEROS NOTÁVEIS

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM	DESCRIPTOR(ES) DO SAEB	DESCRIPTOR(ES) DO PAEBES / AMA
EF06MA20 - Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles. EF06MA18 - Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros.	- Identificar características dos quadriláteros; - Classificar quadriláteros em relação às medidas dos lados; - Classificar quadriláteros em relação às medidas dos ângulos; - Reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre quadriláteros; - Classificar polígonos em regulares e não regulares.	9G1.6 - Classificar triângulos ou quadriláteros em relação aos lados ou aos ângulos internos. 9G1.4 - Classificar polígonos em regulares e não regulares.	D117_M Identificar relação entre quadriláteros por meio de suas propriedades. D098_M Identificar polígonos regulares em uma coleção de polígonos dada.

Contextualização



TANGRAM

O tangram é um antigo quebra-cabeça chinês que consiste em sete peças geométricas chamadas "tans". Essas peças são formadas a partir de um quadrado que foi dividido em dois triângulos grandes, um triângulo médio, dois triângulos pequenos, um quadrado e um paralelogramo.

A ideia do tangram é usar essas sete peças para formar diferentes figuras, como pessoas, animais, objetos e formas abstratas, sem sobrepor nenhuma das peças. É um desafio de criatividade e lógica que pode ser tanto simples quanto complexamente interessante.

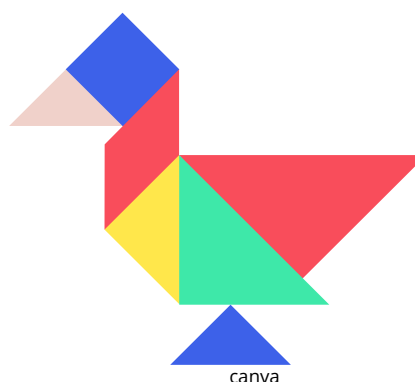
Sendo uma ferramenta educativa valiosa, o Tangram é também uma forma divertida de explorar a imaginação e a capacidade de visualização espacial. No material anterior, nós estudamos sobre os triângulos. Neste material nós vamos aprofundar o conhecimento em outras formas geométricas, inclusive, as que estão presentes no Tangram.



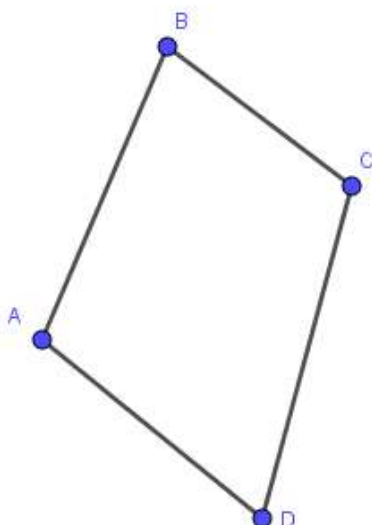
canva

Conceitos e Conteúdos

QUADRILÁTEROS



Um quadrilátero é um polígono que tem 4 lados. No quadrilátero ABCD abaixo, temos:

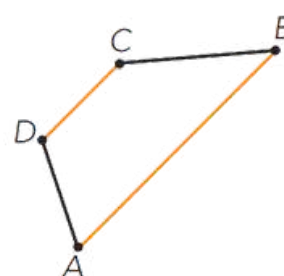
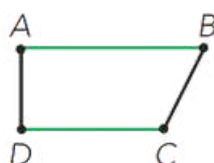
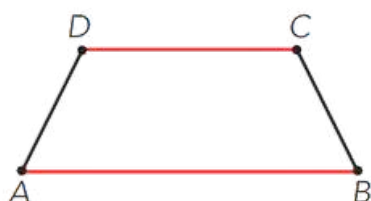


- lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$;
- vértices: A, B, C e D;
- ângulos internos: $\widehat{DAB}$, $\widehat{ABC}$, $\widehat{BCD}$, $\widehat{CDA}$

Devido à sua relevância na Geometria, alguns quadriláteros possuem nomes específicos. A seguir, serão apresentados os principais deles.

TRAPÉZIO

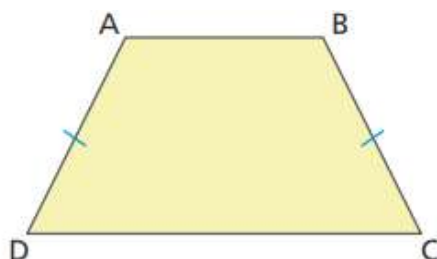
Trapézio é um quadrilátero que tem 1 par de lados paralelos. Nos trapézios ABCD a seguir, temos $\overline{AB}$ paralelo a $\overline{CD}$ e nomeamos $\overline{AB}$ como **base maior** e $\overline{CD}$ como **base menor**.



Os trapézios podem ser classificados em três tipos.

- **TRAPÉZIO ISÓSCELES**

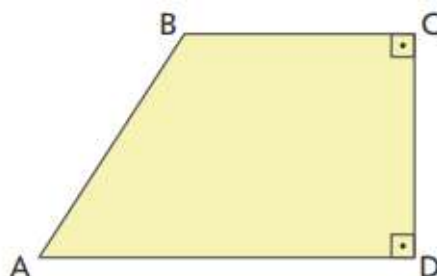
Aquele em que os lados opostos não paralelos são congruentes (medidas iguais).



Nos trapézios isósceles, as diagonais são congruentes entre si e os ângulos internos de cada base são congruentes.

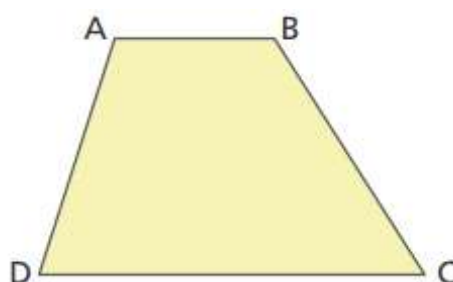
- **TRAPÉZIO RETÂNGULO**

Aquele que tem dois ângulos internos retos.



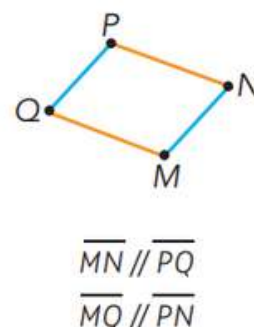
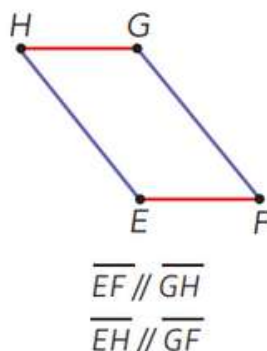
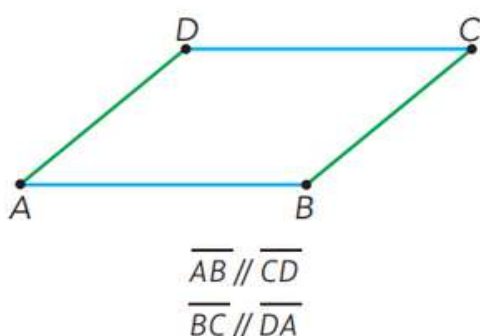
- **TRAPÉZIO ESCALENO**

Aquele em que os lados opostos não paralelos não são congruentes.



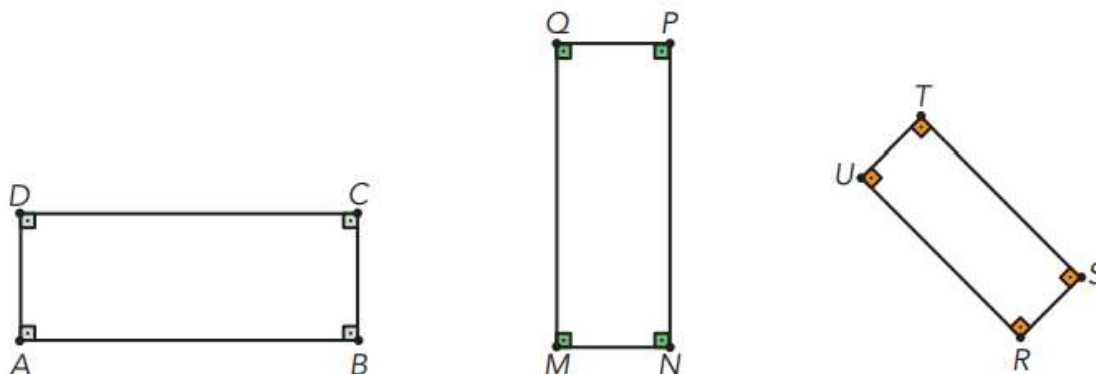
PARALELOGRAMO

Paralelogramo é um quadrilátero que tem 2 pares de lados paralelos.



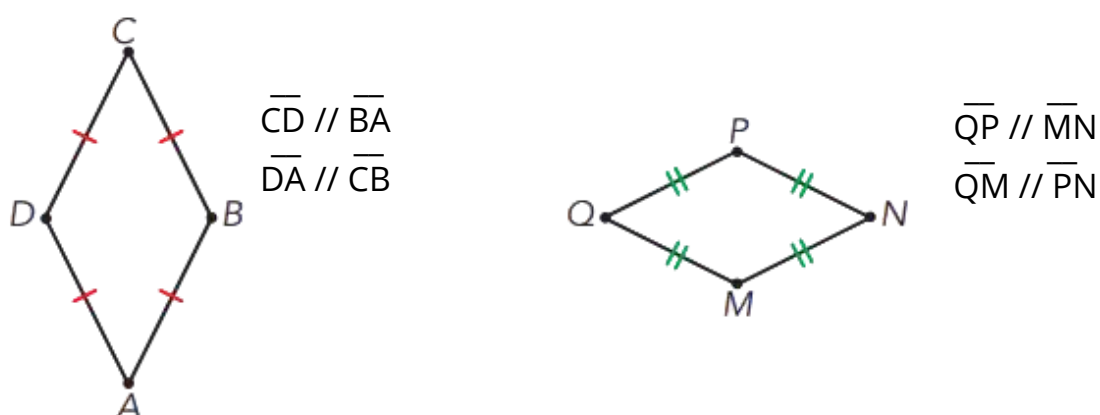
RETÂNGULO

Retângulo é um paralelogramo que tem todos os ângulos retos.



LOSANGO

Losango é um paralelogramo em que todos os lados são congruentes.



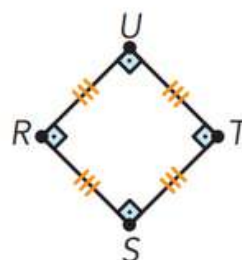
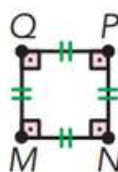
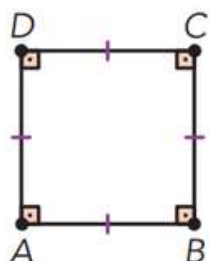
Assim como indicado nos triângulos, os tracinhos em cada losango indicam que as medidas dos lados são iguais.

O símbolo $//$ indica que esses segmentos de reta são paralelos.

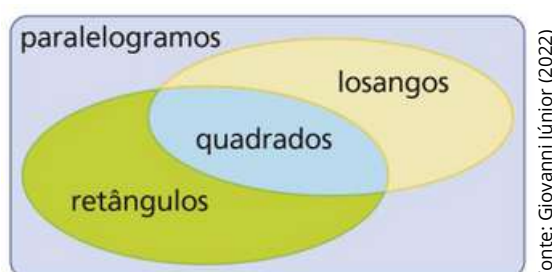


QUADRADO

Quadrado é um paralelogramo em que todos os ângulos são retos e todos os lados são congruentes.

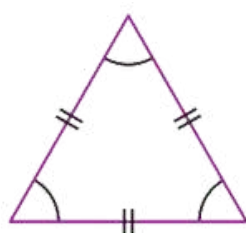


Por apresentar características em comum com os retângulos e losangos, o quadrado é considerado um caso particular de ambos, conforme ilustrado no esquema a seguir.

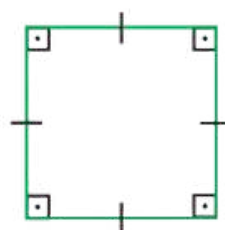


POLÍGONOS REGULARES

Um polígono é considerado regular quando todos os seus lados possuem a mesma medida, ou seja, são congruentes, e todos os seus ângulos internos também são congruentes. Por exemplo, o quadrado é um polígono regular com 4 lados e o triângulo equilátero é um polígono regular de 3 lados.



3 lados medindo
2,5 cm.
3 ângulos internos
medindo 60° .



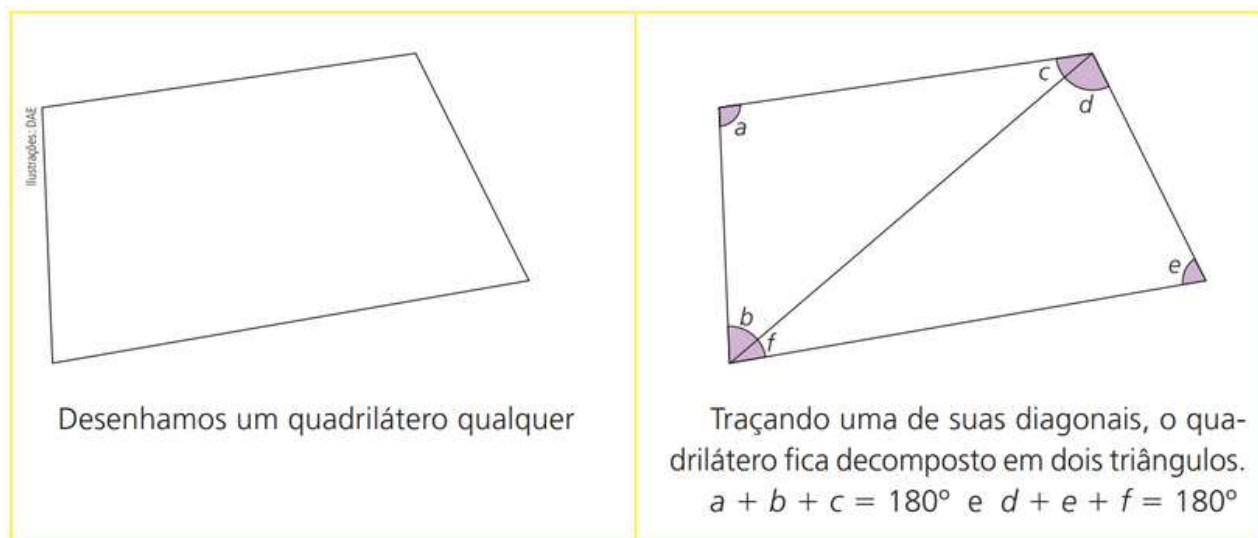
4 lados medindo
2 cm.
4 ângulos internos
medindo 90° .



SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS NO QUADRILÁTERO

No material anterior nós estudamos que a soma dos ângulos internos em qualquer triângulo é 180° . Neste material, nós vamos ampliar esse conhecimento e estudar a soma dos ângulos internos nos quadriláteros.

Utilizando a propriedade da soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo, podemos descobrir como calcular a soma das medidas dos ângulos internos de outros polígonos. Acompanhe:



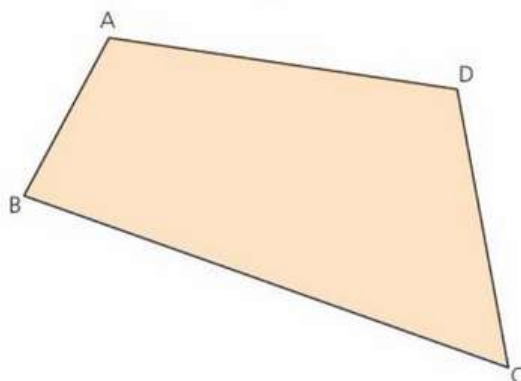
A soma das medidas dos ângulos internos do quadrilátero é dada por

$$a + b + f + e + d + c = 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$$

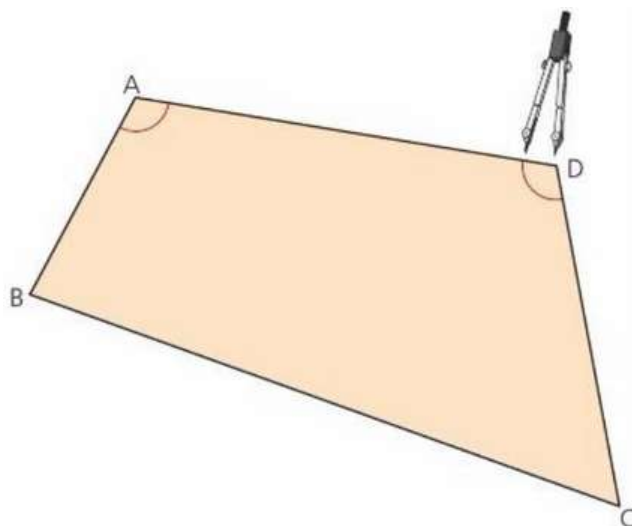
Para qualquer quadrilátero ABCD, a soma dos ângulos internos é 360° .

A atividade a seguir tem como objetivo verificar que a soma dos ângulos internos de um quadrilátero é 360° .

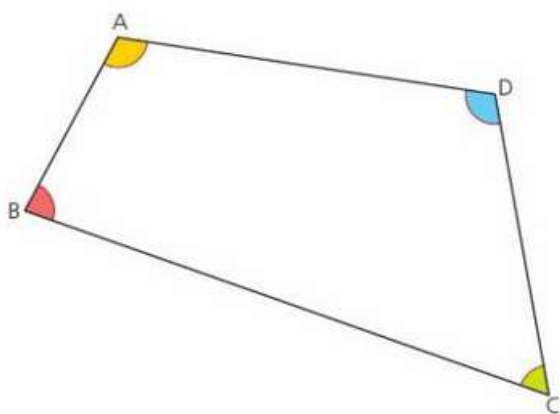
A. Desenhe um quadrilátero ABCD qualquer numa folha de sulfite, ocupando o máximo de sua superfície.



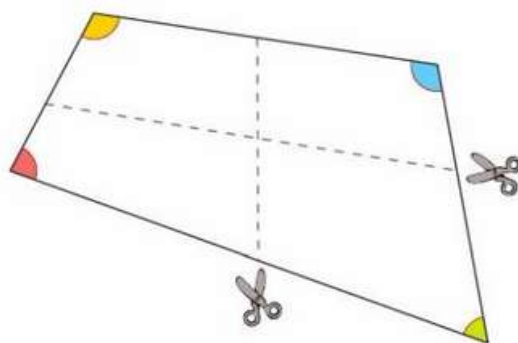
B. Utilizando sempre a mesma abertura do compasso, marque os quatro ângulos internos do quadrilátero.



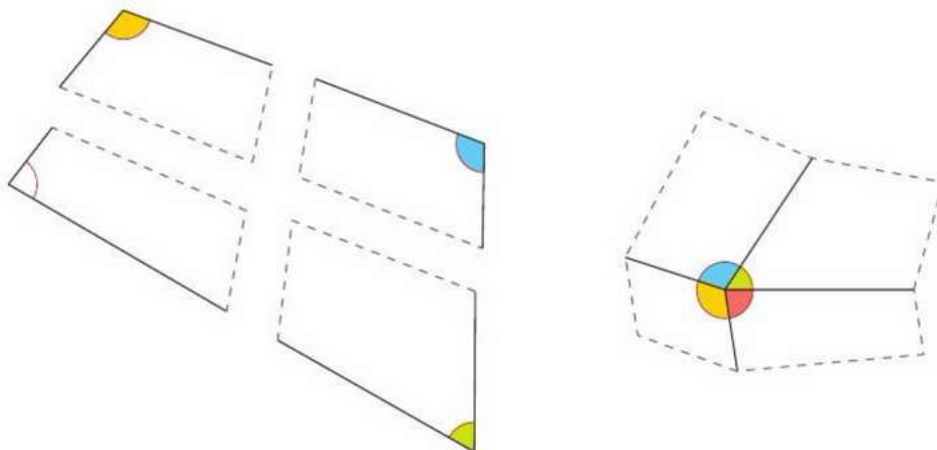
C. Em seguida, pinte cada ângulo interno com uma cor diferente.



D. Agora, recorte o quadrilátero ao longo de seus lados e, em seguida, divida-o em quatro partes recortando-o através de duas linhas internas que não passem pelos ângulos que você pintou.



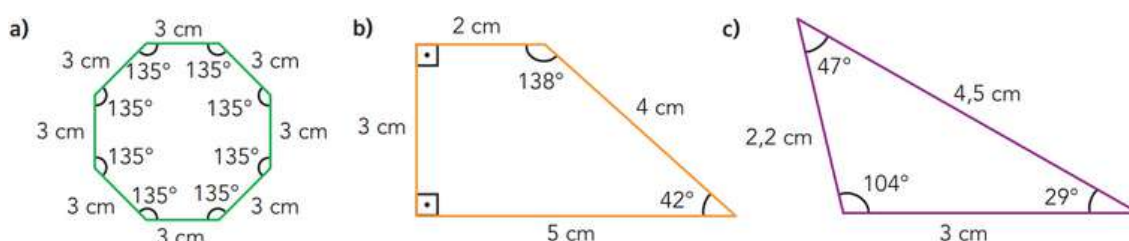
E. Separe as quatro partes obtidas, faça coincidir os quatro vértices dos ângulos internos do quadrilátero e verifique que sua soma é 360° .



Exercícios Resolvidos

EXERCÍCIO 1

Qual polígono a seguir é regular? Justifique a sua resposta.

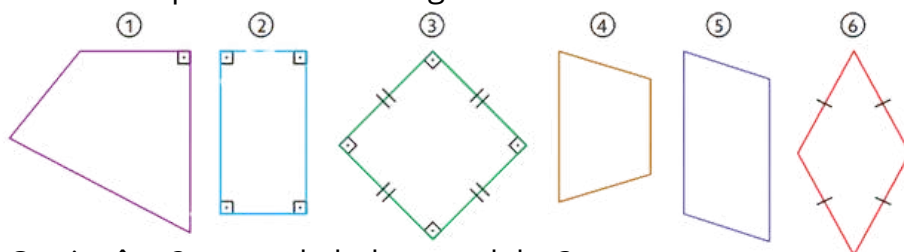


SOLUÇÃO

Apenas o primeiro polígono (letra a) é regular, pois todos os lados são congruentes e todos os ângulos são congruentes.

EXERCÍCIO 2

Analise os quadriláteros a seguir:



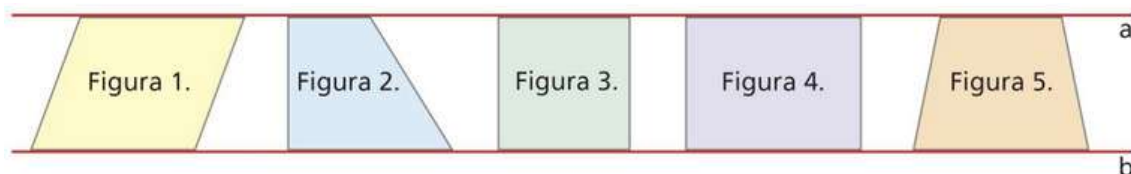
- Quais têm 2 pares de lados paralelos?
- Quais têm todos os lados de mesma medida?
- Quais têm todos os ângulos retos?
- Quais são paralelogramos?
- Quais são losangos?
- Quais são retângulos?
- Qual é quadrado?
- Que nome recebe o quadrilátero 4?

SOLUÇÃO

- | | |
|-------------------------------|-------------------------|
| a) Quadriláteros 2, 3, 5 e 6. | e) Quadriláteros 3 e 6. |
| b) Quadriláteros 3 e 6. | f) Quadriláteros 2 e 3. |
| c) Quadriláteros 2 e 3. | g) Quadrilátero 3. |
| d) Quadriláteros 2, 3, 5 e 6. | h) Trapézio. |

EXERCÍCIO 3

As retas a e b são paralelas. Laura desenhou alguns quadriláteros na região entre essas retas.



Observe atentamente os desenhos de Helena e responda às perguntas a seguir.

- a) Quais dessas figuras são paralelogramos?
- b) Dentre os quadriláteros, qual(is) figura(s) é(são):
 - um retângulo?
 - um quadrado?
- c) Quais desses quadriláteros desenhados são trapézios?
- d) Dentre os trapézios, qual deles é um trapézio retângulo?

SOLUÇÃO

- a) Figuras 1, 3 e 4.
- b) Retângulo: figuras 3 e 4, quadrado: figura 3.
- c) Figuras 2 e 5.
- d) Figura 2, porque tem dois ângulos retos.

EXERCÍCIO 4

Classifique cada afirmação em verdadeira (V) ou falsa (F) e justifique.

- I. Todo retângulo é um quadrado.
- II. Todo quadrado é um losango.
- III. Os trapézios têm um par de lados opostos paralelos.
- IV. Todo paralelogramo é um losango.

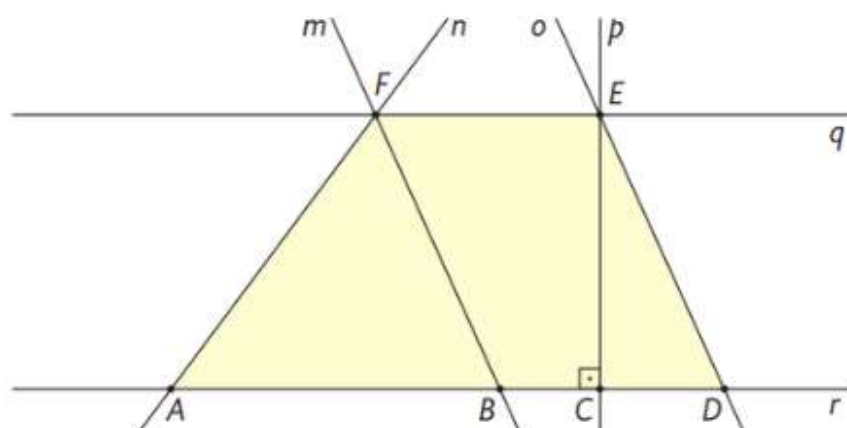
SOLUÇÃO

- I. F, porque nem todo retângulo tem todos os seus lados congruentes.
- II. V, porque possui todos os seus lados congruentes.
- III. V, e esses lados são chamados de base maior e base menor.
- IV. F, porque nem todo paralelogramo tem lados congruentes.



EXERCÍCIO 5

Nomeie os quadriláteros que podemos identificar na figura. Em seguida, classifique cada um deles em paralelogramo ou trapézio.

**SOLUÇÃO**

Quadrilátero ADEF: trapézio; Quadrilátero ACEF: trapézio; Quadrilátero BDEF: paralelogramo; Quadrilátero BCEF: trapézio.

EXERCÍCIO 6

Classifique as afirmações em verdadeira ou falsa. Em seguida, reescreva as falsas corrigindo-as.

- a) Todo retângulo é um quadrado, mas nem todo quadrado é um retângulo.
- b) Existem losangos que são retângulos.
- c) Alguns trapézios podem ser classificados como paralelogramos.
- d) Todo quadrado é um losango, mas nem todo losango é um quadrado.
- e) Existem retângulos que são losangos.
- f) Alguns paralelogramos podem ser classificados como trapézios.

SOLUÇÃO

- a) Falsa. Sugestão de correção: Todo quadrado é um retângulo, mas nem todo retângulo é um quadrado.
- b) Verdadeira.
- c) Falsa. Sugestão de correção: Os trapézios não podem ser classificados como paralelogramos.
- d) Verdadeira.
- e) Verdadeira.
- f) Falsa. Sugestão de correção: Os paralelogramos não podem ser classificados como trapézios.

Material Extra

SAIBA MAIS APONTANDO O CELULAR PARA O QR CODE ABAIXO OU CLIQUE NO BOTÃO.



Quadriláteros Definições e Propriedades

O objetivo desse material extra é oferecer condições para que os estudantes compreendam as definições e propriedades relacionadas com os Quadriláteros Notáveis.

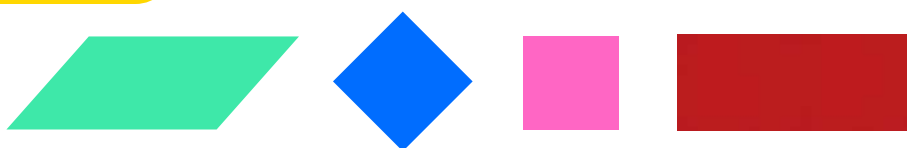
Para isso, serão exploradas atividades com os objetivos:

- Saber o que são quadriláteros côncavos e convexos.
- Compreender e saber aplicar as definições e propriedades dos trapézios.
- Saber classificar os diferentes trapézios (isósceles, escaleno e retângulo).
- Compreender e saber aplicar as definições e propriedades do paralelogramo.
- Compreender e saber aplicar as definições e propriedades do retângulo, losango e quadrado.
- Compreender e saber aplicar os teoremas da base média do triângulo e trapézio.



Atividades

ATIVIDADE 1



Sobre os quadriláteros, assinale a alternativa correta:

- A) Todo paralelogramo é um losango, mas nem todo losango é um paralelogramo.
- B) Todo losango é um quadrado.
- C) Um retângulo é um quadrilátero com todos os ângulos internos iguais a 90° , então todo retângulo é um quadrado.
- D) Um quadrado é um retângulo, logo também é um paralelogramo.

ATIVIDADE 2

Em um quadrilátero convexo, as medidas dos ângulos internos são 90° , 90° , 120° e 60° . Qual a classificação correta desse quadrilátero em relação aos ângulos?

- A) Paralelogramo
- B) Trapézio
- C) Retângulo
- D) Losango

ATIVIDADE 3

Em um quadrilátero convexo, os ângulos internos têm as seguintes medidas:

- O ângulo A mede 90° ;
- O ângulo B é o dobro do ângulo C);
- O ângulo D mede 60° .

Qual é o valor do ângulo C?

- A) 50°
- B) 55°
- C) 60°
- D) 70°



ATIVIDADE 4

Em um quadrilátero convexo ABCD, os ângulos internos em A, B, C e D são, respectivamente, 60° , 120° , 60° e 120° . Qual a classificação do quadrilátero?

- A) trapézio retângulo
- B) quadrado
- C) retângulo
- D) losango

ATIVIDADE 5

Todo losango pode ser considerado um paralelogramo? Justifique com base nas propriedades dos quadriláteros.

- A) Sim, porque todo losango tem lados opostos paralelos.
- B) Não, porque nem todo losango possui ângulos opostos congruentes.
- C) Não, porque o losango não possui diagonais que se cruzam perpendicularmente.
- D) Sim, porque todo losango tem apenas um par de lados paralelos.

ATIVIDADE 6

Analise as afirmações a seguir sobre polígonos regulares e irregulares:

- I. Um polígono regular possui todos os lados e ângulos internos congruentes.
- II. Um polígono irregular pode ter lados ou ângulos diferentes, mas nunca ambos.
- III. Todo quadrado é um polígono regular.
- IV. Um triângulo escaleno é um exemplo de polígono irregular.

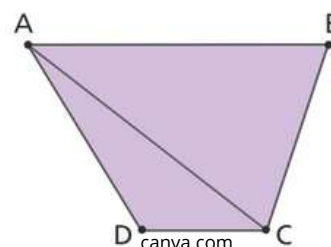
Quais afirmações estão corretas?

- A) Apenas I e III.
- B) Apenas II e IV.
- C) Apenas I, III e IV.
- D) Apenas I e IV.
- E) Todas estão corretas.

ATIVIDADE 7

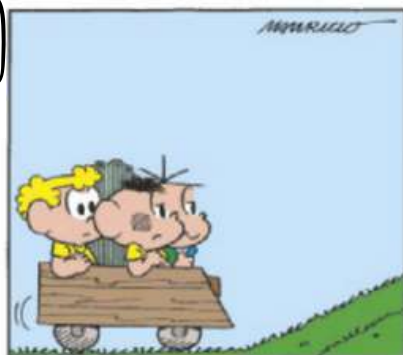
A soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é sempre 180° . Sabendo disso, é possível calcular a soma dos ângulos internos de outros polígonos ao dividi-los em triângulos. Com base nessa ideia, as somas dos ângulos internos de um quadrilátero é:

- A) 90°
- B) 180°
- C) 270°
- D) 360°



ATIVIDADE 8

PUXA, CEBOLINHA! COMO VOCÊ TÁ LEGAL! NUNCA VOCÊ DEIXOU TANTA GENTE ANDAR COM SEU CARRINHO NOVO...



SOUSA, M. Turma da Mônica, nº 5157.

Na historinha acima, Cebolinha aparece com dois carrinhos diferentes, ambos com a lateral na forma de um trapézio. Classifique como trapézio retângulo ou trapézio isósceles o que aparece na

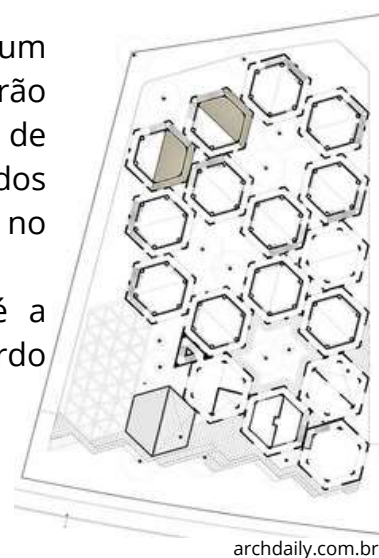
- Figura 1:
- Figura 2:
- Figura 3:

ATIVIDADE 9

Em um projeto de urbanismo para revitalização de um parque, os engenheiros foram desafiados a utilizar um padrão geométrico baseado em hexágonos para a divisão de áreas de lazer. O coordenador da equipe sabe que a soma total dos ângulos internos de cada hexágono, que será utilizado no pavimento, é de 720° .

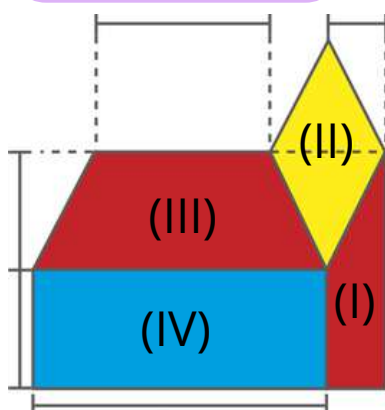
Considerando que os hexágonos são regulares, qual é a medida de cada ângulo interno de um hexágono, de acordo com essa informação?

- 108°
- 120°
- 140°
- 160°



archdaily.com.br

ATIVIDADE 10



Na figura ao lado, um aluno utilizou 4 peças sem sobreposições.

Escreva o nome do quadrilátero de cada peça.

- Peça (I)
- Peça (II)
- Peça (III)
- Peça (IV)





Gabarito

ATIVIDADE 01: D

ATIVIDADE 02: B

ATIVIDADE 03: D

ATIVIDADE 04: D

ATIVIDADE 05: A

ATIVIDADE 06: C

ATIVIDADE 07: D

ATIVIDADE 08: resposta na resolução do professor

ATIVIDADE 09: B

ATIVIDADE 10: resposta na resolução do professor

RESOLUÇÃO PARA O(A)
PROFESSOR(A)

ATIVIDADE 1

Análise das alternativas:

A) "Todo paralelogramo é um losango, mas nem todo losango é um paralelogramo."

- Incorreta. Nem todo paralelogramo é um losango, pois um paralelogramo pode ter lados de comprimentos diferentes (como o retângulo). Por outro lado, todo losango é um paralelogramo, pois possui lados opostos paralelos.

B) "Todo losango é um quadrado."

- Incorreta. Um losango só é um quadrado se, além de ter os lados congruentes, também tiver todos os ângulos internos iguais a 90° . Nem todo losango atende a essa condição.

C) "Um retângulo é um quadrilátero com todos os ângulos internos iguais a 90° , então todo retângulo é um quadrado."

- Incorreta. Um retângulo não precisa ter todos os lados iguais, enquanto um quadrado sim. Logo, nem todo retângulo é um quadrado.

D) "Um quadrado é um retângulo, logo também é um paralelogramo."

- Correta. Um quadrado atende às condições de um retângulo (ângulos iguais a 90°) e de um paralelogramo (lados opostos paralelos e iguais).

ATIVIDADE 2

O quadrilátero tem um par de ângulos retos (90°) e outro par com medidas diferentes (120° e 60°). Isso indica que ele não é um paralelogramo ou um retângulo. Além disso, ele possui apenas um par de lados paralelos, o que o classifica como trapézio.

Resposta correta: B) Trapézio

ATIVIDADE 3

A soma dos ângulos internos de qualquer quadrilátero convexo é sempre 360° . Assim, temos:

$$90^\circ + 2 \cdot C + C + 60^\circ = 360^\circ$$

$$150^\circ + 3 \cdot C = 360^\circ$$

$$3 \cdot C = 360^\circ - 150^\circ$$

$$C = 210^\circ / 3$$

$$C = 70^\circ$$

Portanto, a alternativa correta é a letra D.

ATIVIDADE 4

Classificação do quadrilátero:

- Trapézio retângulo: Um trapézio retângulo possui dois ângulos de 90° . Não é o caso aqui.
- Quadrado: Um quadrado tem todos os ângulos de 90° . Não é o caso aqui.
- Retângulo: Um retângulo tem todos os ângulos iguais a 90° . Não é o caso aqui.
- Losango: Um losango tem os ângulos opostos iguais. No caso, os ângulos 60° e 120° indicam um losango, pois os ângulos opostos são iguais, e isso é uma característica de um losango com ângulos não-retos. Para concluir que o quadrilátero, de fato, é um losango, verifique que os lados são todos de mesma medida.

Logo, a alternativa correta é a D.

ATIVIDADE 5

Um losango é definido como um quadrilátero em que todos os lados têm a mesma medida. Além disso, os lados opostos de um losango são paralelos, o que satisfaz a definição de um paralelogramo (quadrilátero com lados opostos paralelos).

Logo, a alternativa correta é a A.



ATIVIDADE 6

- I. Verdadeira. Por definição, um polígono regular possui todos os lados e ângulos internos congruentes.
- II. Falsa. Um polígono irregular pode ter tanto lados quanto ângulos diferentes, como no caso de um triângulo escaleno ou de um trapézio.
- III. Verdadeira. O quadrado é um polígono regular porque tem todos os lados e ângulos iguais.
- IV. Verdadeira. Um triângulo escaleno tem lados e ângulos diferentes, sendo um exemplo de polígono irregular.
- Portanto, a alternativa correta é a C: apenas I, III e IV.

ATIVIDADE 7

Um quadrilátero pode ser dividido em dois triângulos, e cada triângulo tem soma dos ângulos igual a 180° . Assim:
Soma dos ângulos internos do quadrilátero: $180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$
Logo, a alternativa correta é a D.

ATIVIDADE 8

No quadrinho 1 e 2, o trapézio apresentado na lateral do carro do Cebolinha é o trapézio retângulo, pois dois de seus ângulos é um ângulo reto (90°). Já no quadrinho 3, o trapézio apresentado na lateral do carro do Cebolinha é o trapézio isósceles, pois tem dois de seus lados com a mesma medida (congruentes).

ATIVIDADE 9

Como o hexágono é regular, todos os ângulos internos são congruentes. Assim, a medida de cada ângulo interno é: $\frac{720^\circ}{6} = 120^\circ$.
Alternativa B.

ATIVIDADE 10

A peça (I) é um trapézio retângulo; a peça (II) é um losango; a peça (III) é um trapézio isósceles e a peça (IV) é um retângulo.



Referências

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Matrizes de referência de matemática do Saeb – BNCC. Brasília, 2022.

CÁSSIO, Jorge. Aprendendo Geometria Plana com a Plataforma GeoGebra. 2019. Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/hsXHDX7#chapter/208073>. Acesso em: 09 dez. 2024.

DANTE, L. R. (2022). Projeto Teláris: Matemática - 9º Ano (1a ed., Vol. 4). São Paulo: Ática.

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy. A conquista da matemática: 6º ano: ensino fundamental: anos finais. São Paulo: Ftd, 2022.

GIOVANI JÚNIOR, J. R. (2022). A Conquista da Matemática - 9º Ano (1a ed. São Paulo: FTD.

IEZZI, Gelson. Matemática e realidade: 6º ano. 10. ed. São Paulo: Saraiva Educação SA, 2022.

NOVA ESCOLA. Plano de aula: Nomeando os polígonos. Disponível em: <<https://novaescola.org.br/planos-de-aula/fundamental/6ano/matematica/nomeando-os-poligonos/399>>. Acesso em: 05 dez. 2024.

NOVA ESCOLA. Plano de aula: Classificando os quadriláteros. Disponível em: <<https://novaescola.org.br/planos-de-aula/fundamental/6ano/matematica/classificando-os-quadrilateros/1081>>. Acesso em: 05 dez. 2024.

NOVA ESCOLA. Plano de aula: Reconhecendo os polígonos regulares. Disponível em: <<https://novaescola.org.br/planos-de-aula/fundamental/6ano/matematica/reconhecendo-os-poligonos-regulares/400>>. Acesso em: 05 dez. 2024.

TEIXEIRA, Lilian Aparecida (ed.). **SuperAÇÃO!**: matemática: 6º ano: manual do professor. São Paulo: Moderna, 2022.