GOVERNO DO ESTADO DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

Material Estruturado

SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL
GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

7º Ano | Ensino Fundamental Anos Finais

MATEMÁTICA

INTRODUÇÃO ÀS SEQUÊNCIAS

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM
EF07MA15 Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas sequências numéricas. **EF07MA16** Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.	• Identificar regularidades e o correspondente padrão em sequências numéricas. • Expressar regularidades em sequências numéricas por meio da linguagem algébrica. • Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.

Contextualização

O Espírito Santo é conhecido em todo o mundo como um dos principais produtores de café. Mas você sabia que nosso estado é o maior produtor nacional de café conilon e o segundo em café arábica? Ambos são espécies de café, mas possuem características bem diferentes. Com mais de 400 anos de história no Brasil, a cafeicultura capixaba não é só um motor da economia, mas também uma tradição que envolve milhares de famílias que vivem no campo.

Segundo o Incaper (Instituto Capixaba de Pesquisa, Assistência Técnica e Extensão Rural), o café produzido aqui é reconhecido pela sua qualidade e sustentabilidade. Para manter essa tradição, os agricultores utilizam diversas técnicas, como a adubação adequada, o uso eficiente da água e o manejo sustentável, sempre respeitando o meio ambiente. Além disso, os cafeicultores acompanham a produção ao longo do ano, registrando os números para garantir que a colheita atenda às necessidades do mercado.

Uma das formas de monitorar a produção é analisar como os pés de café crescem e produzem ao longo do tempo. Esses dados são registrados em tabelas e gráficos, e as regularidades que aparecem nas sequências numéricas ajudam os agricultores a fazerem previsões para o próximo ano.

Imagine que você está ajudando um produtor capixaba a planejar a ocupação de um terreno para o cultivo de café. Ele já preparou o terreno em fileiras, onde cada fileira permitirá o plantio de mais pés de café do que a anterior, seguindo uma regularidade. Na primeira fileira, ele consegue plantar 5 pés de café, na segunda fileira, ele pode plantar 8 pés, na terceira fileira, 11 pés, e assim por diante, aumentando sempre a mesma quantidade.

O produtor quer usar o terreno inteiro e precisa saber:

Quantos pés de café serão plantados na décima fileira?

Quantos pés de café ele terá plantado ao todo se completar 10 fileiras?

Para resolver esse problema, precisamos identificar a regularidade na sequência numérica (o padrão de aumento entre as fileiras). Bora calcular juntos?

Referências

Bianchini, Edwaldo. **Matemática Bianchini:** 7º ano: manual do professor - 10. ed. - São Paulo: Moderna, 2022.

Dante, Luiz Roberto. **Teláris Essencial** [livro eletrônico] : Matemática : 7ºano - 1. ed. - - São Paulo : Ática, 2022.

EDITORA MODERNA. **Araribá conecta matemática:** 7º ano. São Paulo, 2024.
Giovanni Júnior, José Ruy. A conquista matemática: 7º ano : ensino fundamental : anos finais – 1. ed. – São Paulo : FTD, 2022.

Iezzi, Gelson. **Matemática e realidade 7º ano** - 9. ed. -- São Paulo : Atual Editora, 2018.

Leonardo Fibonacci. Só Matemática. Virtuous Tecnologia da Informação, 1998-2025. Consultado em 01/02/2025. Disponível na Internet em https://www.somatematica.com.br/biograf/fibo.php

Porto de Vitória. Embrapa, 2024. Disponível em: https://www.embrapa.br/macrologistica/exportacao/porto_vitoria . Acesso em: 30 de janeiro de 2025.

TEIXEIRA, Lilian Aparecida. **SuperAÇÃO!:** Matemática. 1. ed. São Paulo: Editora Moderna, 2022.

Conceitos e Conteúdos

Uma **sequência** é uma lista ordenada de objetos que podem ser letras, números, palavras, figuras etc.. Em alguns casos, é possível identificar um padrão (ou regra) de formação dessas sequências.

Cada elemento que compõe uma sequência é chamado de **termo** da sequência. A ordem em que o termo aparece é a **posição** dele na sequência.

Quando uma sequência tem um número finito de termos, ela é chamada de **sequência finita**. No entanto, se é formada por infinitos termos (continua indefinidamente), temos uma **sequência infinita**.

Confira um exemplo a seguir em que é representada uma sequência listando seus termos separados por vírgula.

$$4, 6, 8, 10, 12, 14, 16.$$

Utilizamos as reticências (...) para indicar que a sequência é infinita.

Pode-se também denotar uma sequência escrevendo seus termos entre parênteses e separados por vírgula.

$$(4, 6, 8, 10, 12, 14, 16)$$

Considere, agora, a sequência dos números ímpares representada a seguir.

$$1, 3, 5, 7, 9, 11, \ldots$$

Observe como podemos representar os termos dessa sequência, de acordo com a ordem em que estão dispostos.

$$\begin{aligned} 1º\,termo &\rightarrow a_1 = 1 \\ 2º\,termo &\rightarrow a_2 = 3 \\ 3º\,termo &\rightarrow a_3 = 5 \\ 4º\,termo &\rightarrow a_4 = 7 \\ 5º\,termo &\rightarrow a_5 = 9 \end{aligned}$$

$$n^{\underline{o}}\,termo\,(lemos:\ enésimo\,termo) \rightarrow a_n$$

LEI DE FORMAÇÃO DE UMA SEQUÊNCIA

Quando identificamos um padrão (ou regra) de formação de uma sequência, podemos escrever uma expressão que indica como obter cada termo da sequência. Essa expressão é chamada de **lei de formação da sequência.**

Considerando, novamente, a sequência dos números ímpares, observe que ela pode ser formada iniciando-se com o número 1, e cada termo seguinte pode ser obtido adicionando-se 2 ao termo anterior.

$$1, 3, 5, 7, 9, 11, \ldots$$

+2 +2 +2 +2 +2

Nesse caso, temos:

$$a_1 = 1$$
$$a_2 = a_1 + 2 = 1 + 2 = 3$$
$$a_3 = a_2 + 2 = 3 + 2 = 5$$
$$a_4 = a_3 + 2 = 5 + 2 = 7$$

Com isso, escrevemos uma possível lei de formação para a sequência dos números ímpares:

$$a_n = a_{n-1} + 2$$

Onde n é um número natural maior do que 1.

Agora imagine, por exemplo, que você queira descobrir o **centésimo termo** da sequência anterior. Poderíamos fazer as adições sucessivas até chegar ao centésimo termo a_n, mas seria um processo longo e demorado.

Uma possível maneira de resolver essa situação é definir a sequência por meio de uma lei de formação que relaciona o termo e sua posição n na sequência. Observe uma possibilidade de analisar a sequência dos números ímpares a seguir.

As Matrioskas são bonecas russas feitas de madeira que ficam guardadas umas dentro das outras. A ideia de recorrência (recursão) se dá pelo fato de que, quando abrimos uma boneca, há outra menor e parecida em seu interior. Existem Matrioskas com números impressionantes de camadas de bonecas.

ATIVIDADE 9

Classifique cada uma das sequências abaixo , use “R” para recursiva ou “N” para não recursiva de acordo com a regra apresentada.

( ) Sequência A: **2, 4, 6, 8, 10, ...**
Regra: Cada termo é o anterior somado a 2.

( ) Sequência B: **1, 4, 9, 16, 25, ...**
Regra: Cada termo é o quadrado de sua posição na sequência (1^2, 2^2, 3^2, ...).

( ) Sequência C: **1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...**
Regra: Cada termo, a partir do terceiro, é a soma dos dois termos anteriores (exceto os dois primeiros, que são 1).

( ) Sequência D: **4, 8, 12, 16, 20, ...**
Regra: Cada termo é o quádruplo de sua posição.

( ) Sequência E: **2, 6, 12, 20, 30, ...**
Regra: Cada termo é obtido multiplicando o número da posição pelo seu sucessor.

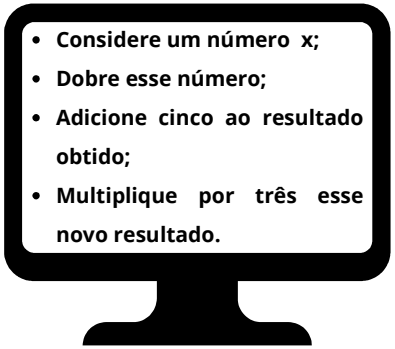
ATIVIDADE 10

Pedro está organizando uma festa e calcula o custo total dos doces que vai comprar. O preço de cada doce pode ser representado por $P = 2x + 3y$
onde x representa a quantidade de balas compradas, e cada uma custa R$ 2,00; e y representa a quantidade de chocolates comprados, e cada um custa R$ 3,00. Se Pedro comprou 5 balas e 4 chocolates, qual foi o custo total gasto com os doces?

A) R$ 16,00
B) R$ 22,00
C) R$ 23,00
D) R$ 26,00

ATIVIDADE 7

Indique a expressão algébrica que se obtém segundo este programa.



ATIVIDADE 8

O Índice de Massa Corporal (IMC) é um indicador amplamente utilizado para avaliar se uma pessoa está dentro de uma faixa de peso saudável em relação à sua altura. Ele é calculado com base na fórmula:

$$IMC = \frac{massa}{(altura)^2}$$

O IMC é uma ferramenta útil em saúde pública para identificar possíveis problemas relacionados ao peso, como sobrepeso ou obesidade, mas não leva em conta a composição corporal, como a quantidade de músculos ou gordura. Agora, vamos usar essa fórmula para entender melhor como o IMC é calculado.

Se a massa de João é de 72 kg e sua altura é de 1,50 m, determine o valor de seu IMC.

$$1, 3, 5, 7, 9, 11, \ldots$$

Termo 1: sua posição é igual a 1. Podemos escrevê-lo como:

$$2 \cdot 1 - 1$$

Posição

$$1, 3, 5, 7, 9, 11, \ldots$$

Termo 3: sua posição é igual a 2. Podemos escrevê-lo como:

$$2 \cdot 2 - 1$$

Posição

$$1, 3, 5, 7, 9, 11, \ldots$$

Termo 5: sua posição é igual a 3. Podemos escrevê-lo como:

$$2 \cdot 3 - 1$$

Posição

Note que é sempre: 2 vezes a posição menos 1. Logo:

Termo a_{100}**:** sua posição é igual a 100. Podemos escrevê-lo como:

$$2 \cdot 100 - 1 = 199$$

Portanto, nosso centésimo termo é 199.

Termo a_n**:** sua posição é igual a n. Podemos escrevê-lo como:

$$a_n = 2 \cdot n - 1$$

Essa expressão é também conhecida como fórmula do **termo geral** da sequência.

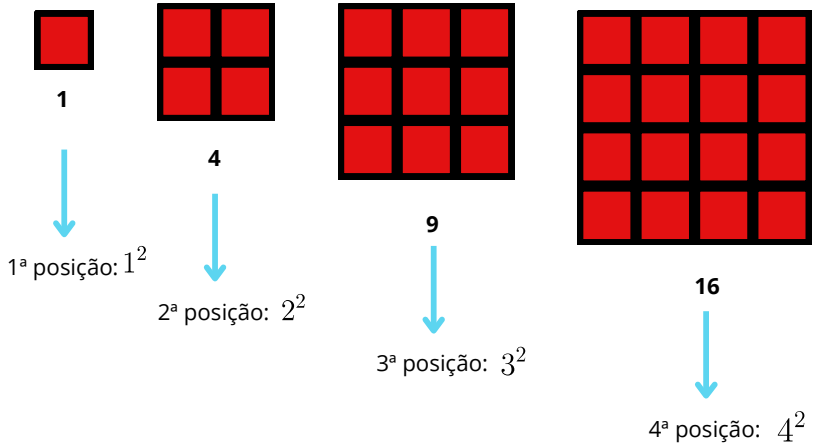
Então, conseguimos representar os termos de sequências numéricas por meio de **expressões algébricas**. Ao fazer isso, estamos relacionando dois campos da Matemática: Aritmética e Álgebra. Mas afinal, o que são **expressões algébricas?**

EXPRESSÕES ALGÉBRICAS

Expressões matemáticas que apresentam números e letras, ou somente letras, envolvendo operações são denominadas expressões algébricas. As letras das expressões algébricas representam números e são chamadas de variáveis.

No estudo sobre sequências, utilizamos a letra n para indicar a posição de um termo qualquer em uma sequência, além de representar o termo de acordo com a lei de formação da sequência.

Considere a sequência dos números quadrados perfeitos



Indicando por Q_n , a fórmula do termo geral dessa sequência é dada por:

$$Q_n = n^2$$

Em que n (posição da figura) é um número natural e n > 0. Na fórmula do termo geral, n é uma variável, pois pode assumir o valor de qualquer número natural não nulo, e n^2 é uma expressão algébrica.

IGUALDADE

Usamos sentenças para nos comunicar tanto na linguagem oral quanto na linguagem escrita. Em Matemática, também usamos sentenças, e a maioria delas apresenta afirmações sobre números. Nas sentenças matemáticas, usamos símbolos no lugar de palavras.

ATIVIDADE 5

Nas expressões seguintes, a letra x representa um número. Relacione cada frase escrita na linguagem comum com a expressão algébrica correspondente:

I. O dobro de x

II. A terça parte de x

III. O triplo de x mais dez

IV. O quadrado do dobro de x

V. A divisão da soma de x com 3 por 2

VI. O triplo da diferença de x e 3

$3x + 10$

$\frac{x}{3}$

$\frac{x+3}{2}$

$3(x-3)$

$2x$

$(2x)^2$

ATIVIDADE 6

Fractais são figuras geométricas que possuem autossimilaridade, ou seja, são figuras que contém dentro de si cópias menores delas mesmas. Veja no exemplo a seguir:

Partindo da primeira figura que apresenta um triângulo equilátero, podemos formar uma sequência. Perceba que, a cada nova figura formada por triângulos equiláteros pretos, a figura anterior é reduzida e repetida, para dar origem a próximas.
Essa sequência é chamada de triângulo Sierpinski.

Portanto, responda:

A) Qual o número de triângulos equiláteros pretos dos 7 primeiros termos dessa sequência?

B) Essa sequência é recursiva ou não recursiva? Justifique.

ATIVIDADE 2

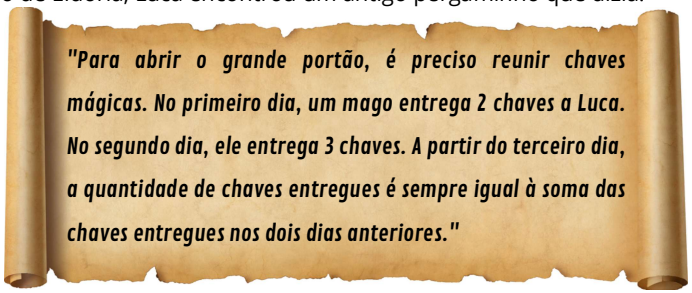
Em um edifício existem x apartamentos com 3 quartos e y apartamentos com 4 quartos.

A) Escreva a expressão que representa o total **T** de quartos desse edifício.

B) Caso x seja 12 apartamentos e y seja 8 apartamentos, quantos quartos há no total nesse edifício?

ATIVIDADE 3

No castelo de Eldoria, Luca encontrou um antigo pergaminho que dizia:



Com base nessa informação, a sequência formada pelo número de chaves entregues diariamente é:

A) Aritmética B) Geométrica C) Recursiva D) Não recursiva

ATIVIDADE 4

A distância de frenagem é o espaço percorrido por um veículo desde o momento em que o motorista pisa no freio até a parada completa. Essa distância depende da velocidade do veículo (v), da aceleração da gravidade (g) e do atrito entre os pneus e a pista (μ). A distância de frenagem pode ser calculada pela fórmula:

$$d_f = \frac{v^2}{2 \cdot \mu \cdot g}$$

Sabendo que um carro trafega a 14 m/s, que o coeficiente de atrito entre os pneus e o asfalto seco é de 0,7 e considerando a aceleração da gravidade 10 m/s², determine a distância de frenagem necessária para que o veículo pare completamente após o motorista acionar os freios.

$= (igual\ a)$

$\neq (diferente\ de)$

$< (menor\ do\ que)$

$> (maior\ do\ que)$

De modo geral, podemos representar uma igualdade por a = b, em que a e b são expressões diferentes para um mesmo número. Isso é chamado de princípio da igualdade.

Exemplos:

$\underbrace{2+5}_{a} = \underbrace{7}_{b}$ $\qquad$ $\underbrace{7^2}_{a} = \underbrace{49}_{b}$

Um pouca da história do sinal de igualdade

O sinal de igualdade "**=**" foi introduzido pelo matemático galês **Robert Recorde** em seu livro "The Whetstone of Witte" (publicado em 1557). Recorde buscava um símbolo para substituir a expressão verbal "**é igual a**", que era repetitiva e ocupava espaço em equações.

Ele justificou sua escolha com a seguinte explicação:

Tradução: "Usarei, como costumo fazer no trabalho, um par de paralelas, ou linhas gêmeas de mesmo comprimento, assim: =, pois nada pode ser mais igual."

Assim, o "=" surgiu como uma solução elegante para simplificar a escrita matemática, tornando-se um dos símbolos mais universais e reconhecíveis do mundo.

Capa do livro The Whetstone of Witte

Robert Recorde

EXPRESSÕES ALGÉBRICAS EQUIVALENTES

Expressões algébricas equivalentes são aquelas que, embora possam parecer diferentes, representam a mesma relação matemática e produzem os mesmos resultados para qualquer valor substituído na variável.

Vamos considerar uma nova sequência de números: 10,15,20,25,...

Podemos representar por 2 expressões diferentes:

Primeira expressão: podemos representar a sequência como 5n + 5, onde n é a posição do número na sequência.

Segunda expressão: também podemos representar a sequência como 5(n + 1), onde n também é a posição do número na sequência.

Perceba que se multiplicarmos o 5 por (n+1), encontramos a primeira expressão:

$$5 \cdot (n+1)$$

$$5 \cdot n + 5$$

Isso acontece porque as duas expressões algébricas são **equivalentes**.

Uso da propriedade distributiva

Vamos usar a propriedade distributiva para determinar expressões algébricas equivalentes. Exemplos:

$$\rightarrow 3(x+4) = 3 \cdot x + 3 \cdot 4 = 3x + 12$$

$$\rightarrow 2(x-6) = 2 \cdot x - 2 \cdot 6 = 2x - 12$$

$$\rightarrow 5(y+3) = 5 \cdot y + 5 \cdot 3 = 5y + 15$$

Com essa propriedade, encontramos expressões equivalentes.

Atividades

ATIVIDADE 1

O Porto de Vitória, inaugurado em 1906, teve um papel fundamental na exportação de café, um dos principais produtos do Espírito Santo. Desde sua criação, a exportação de café pelo porto cresceu de maneira significativa.

Um estudo recente mostrou que, nos últimos anos, a quantidade de sacas de café exportadas anualmente segue um padrão de crescimento.
No primeiro ano analisado, foram exportadas 500 mil sacas.
No segundo ano, 600 mil sacas. No terceiro ano, 700 mil sacas. O padrão continua seguindo esse padrão.

Os economistas registraram esses valores e perceberam que a quantidade de sacas exportadas a cada ano segue a seguinte expressão:

$$E_n = 500000 + (n-1) \cdot 100000$$

Onde:

$E_n \rightarrow$ representa quantidade de sacas de café exportadas no ano n

$n \rightarrow$ é o número do ano desde o início do estudo. (Ex: ano 1 , ano 2, ... ano)

A) Classifique a sequência formada pela quantidade de sacas exportadas como recursiva ou não recursiva, justificando sua resposta.

B) Utilizando a expressão algébrica dada, determine quantas sacas de café foram exportadas no décimo ano do estudo.

C) Se, em um determinado ano, foram exportadas 1 milhão e 200 mil sacas de café, descubra qual era o número desse ano no estudo.

Material Extra

Vídeo aula sobre sequências definidas por recorrências:
https://www.youtube.com/watch?v=st2tWc7Laoc

Vídeo sobre a Torre de Hanói. Jogo em que é possível utilizar a ideia de recorrência para encontrar uma relação em que a quantidade mínima de movimentos para ganhar o jogo com n discos deve satisfazer.
https://www.youtube.com/watch?v=Bn9h9k6eg0o

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy. A conquista matemática: 7º ano: ensino fundamental: anos finais. – 1. ed. – São Paulo : FTD, 2022.
Sequência, página 132. Para acessar o livro didático, clique aqui.

Dante, Luiz Roberto. Teláris Essencial : Matemática : 7º ano - 1. ed. -- São Paulo : Ática, 2022.

Sequência, página 119. Para acessar o livro didático, clique aqui.

Exercícios Resolvidos

EXERCÍCIO 1

Um agricultor está plantando pés de café em fileiras. Na primeira fileira, ele consegue plantar 5 pés de café, na segunda fileira, 8 pés, na terceira fileira, 11 pés, e assim por diante, aumentando sempre a mesma quantidade de pés de café em relação à fileira anterior.
O agricultor deseja saber:

1. Quantos pés de café ele poderá plantar na décima fileira?
2. Quantos pés de café ele terá plantado ao todo após completar as 10 fileiras?

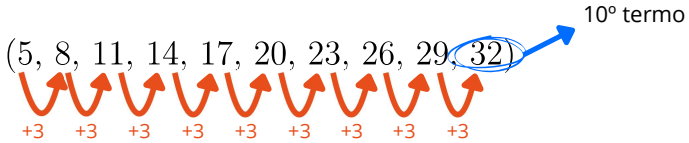
Solução:
Para resolvermos facilmente essa questão, podemos encontrar a lei de formação. Chamamos P de números de pés de café.
Veja que o número de pés aumenta de 3 em 3. $(5,\ 8,\ 11,\ ...)$

Logo, a nossa lei é: $P = 3n + 2$

Para encontrarmos quantos pés terão na 10ª fileira, basta substituir n por 10:

$$P = 3 \cdot 10 + 2$$
$$P = 30 + 2$$
$$P = 32$$

Outra forma de resolvermos esse problema é continuar somando 3 a cada termo da sequência até encontrarmos o 10º termo:



Para encontrarmos quantos pés de café ele terá plantado ao todo após completar as 10 fileiras, devemos somar todos os 10 primeiros termos da noss sequência:

$$5 + 8 + 11 + 14 + 17 + 20 + 23 + 26 + 29 + 32 = 185$$

Até a 10ª fileira serão plantados 185 pés.

EXERCÍCIO 2

Escreva os três primeiros termos da sequência definida pela lei geral: $a_n = \frac{n}{2} + 10$

Solução:

Para encontramos a sequência, precisamos encontrar o primeiro termo, segundo termo, terceiro termo e assim por diante.

1º termo: $a_n = \frac{n}{2} + 10$

$a_1 = \frac{1}{2} + 10$

$a_1 = \frac{21}{2}$

2º termo: $a_n = \frac{n}{2} + 10$

$a_2 = \frac{2}{2} + 10$

$a_1 = 1 + 10$

$a_1 = 11$

3º termo: $a_n = \frac{n}{2} + 10$

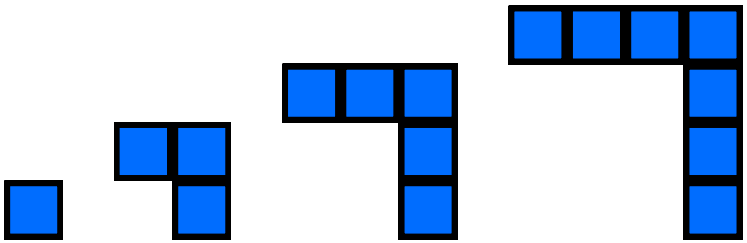
$a_3 = \frac{3}{2} + 10$

$a_1 = \frac{23}{2}$

Portanto, a sequência é: $\left(\frac{21}{2}, 11, \frac{23}{2}\right)$

EXERCÍCIO 3

Observe a sequência de figuras e responda:



1ª 2ª 3ª 4ª

A) Quantos quadrados terá a 5ª figura?
B) Utilizando a letra p para identificar a posição da figura, escreva uma expressão que determine corretamente o número de quadrados em cada figura.
C) Calcule o número de quadrados da 20ª figura.

Solução:

A) Podemos escrever a quantidade de quadrados como uma sequência numérica:

$$(1, 3, 5, 7, ...)$$

Note que a quantidade de quadradinhos está aumentando de 2 em 2. Então, a 5ª figura terá 9 quadrados.

Solução:

Para resolvermos esse exercício vamos substituir a por 5. Logo:

$$2a + 3 = 2 \cdot 5 + 3 = 10 + 3 = 13$$

Então o valor numérico da expressão 2a+3, para quando a = 5, é 13.

EXERCÍCIO 2

Uma loja vende camisetas e bonés. O lucro da loja pode ser calculado pela expressão:

$$L = 10c + 5b$$

onde c é o número de camisetas vendidas e b o número de bonés vendidos. Se a loja vendeu 8 camisetas e 6 bonés, qual foi o lucro?

Solução:

Sabendo que camisetas é representado por c e bonés por b, vamos subtituir c por 8 e b por 6:

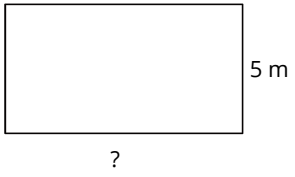
$$L = 10c + 5b$$
$$L = 10 \cdot 8 + 5 \cdot 6$$
$$L = 80 + 30$$
$$L = 110$$

Logo, o lucro é igual a R$ 110,00.

EXERCÍCIO 3

Um retângulo tem área A = 40 m² e altura h = 5 m. Qual é a medida da base?

Solução:



Sabemos que para calcular a área do retângulo usamos:

$$A = b \cdot h$$

Vamos substituir o valor de A (área) e de h (altura):

$A = b \cdot h$

$40 = b \cdot 5$

Logo, b(base) é igual a 8, pois:

$$8 \cdot 5 = 40$$

Já as **expressões literais** incluem números e letras (também chamadas de parte literal) que representam valores. Por exemplo: $2p + 7q$, $a^2 - a + 10$ ou $3x + 5$. Essas letras podem desempenhar papéis diferentes, como **incógnitas** ou **variáveis**, dependendo do contexto.

Mas afinal, o que é incógnita e o que é variável?

Incógnitas são valores desconhecidos que precisam ser determinados e variáveis são valores que podem variar e não possuem um único valor fixo. Vamos retornar ao exemplo do quadrado perfeito:

$$Q_n = n^2$$

Nesse caso, a expressão algébrica que indica o enésimo termo da sequência é n², em que n é um número natural maior ou igual a 1. Podemos calcular qualquer termo desta sequência apenas usando sua posição, n. Logo, a letra n na expressão algébrica apresentada pode ser substituída por qualquer número natural não nulo, sendo, portanto, uma **variável** e não uma incógnita.

Agora, para falarmos de incógnita, imagine um retângulo cuja base vale 10. Qual deve ser a altura para que a área deste retângulo seja igual a 200?

Sabemos que a área do retângulo é calculada pela fórmula: $A = b \cdot h$

Como já sabemos o valor da base e da área, vamos substituí-los na fórmula:

$$200 = 10 \cdot h$$

Portanto, qual o valor de h para que multiplicado por 10 dá 200?

Logo, h só pode ser 20. Então, no nosso exemplo h é uma incógnita (valor desconhecido que não varia).

Exercícios Resolvidos

EXERCÍCIO 1

Calcule o valor da expressão $2a + 3$, quando a = 5.

B) Note que podemos considerar a posição de cada termo, multiplicar por 2 e, subtrair 1. Logo a lei de formação será:

$$Q = 2 \cdot p - 1$$

Onde Q é a quantidade de quadrados da figura.

C) Na lei de formação, vamos subtituir o p por 20.

$$Q = 2 \cdot p - 1$$
$$Q = 2 \cdot 20 - 1$$
$$Q = 40 - 1$$
$$Q = 39$$

Material Extra

Material do Khan academy sobre sequências: clique aqui

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy. A conquista matemática: 7º ano: ensino fundamental: anos finais. – 1. ed. – São Paulo : FTD, 2022

Sequência, página 132. Para acessar o livro didático, clique aqui.

Atividades

ATIVIDADE 1

No Espírito Santo, um dos maiores produtores de café do Brasil, uma cooperativa de agricultores está organizando a expansão de suas áreas de plantio para atender à crescente demanda por café arábica e conilon. A cooperativa começou o projeto em 2020, com 20 hectares plantados, e planejou um crescimento sistemático na área de cultivo para garantir maior produção ao longo dos anos.
Eles decidiram seguir o seguinte plano de expansão:

- De 2021 a 2025, a área plantada será ampliada a cada ano em 5 hectares adicionais em relação ao ano anterior.

- A partir de 2026, para acompanhar a demanda do mercado, a expansão anual da área será dobrada, ou seja, passará a ser de 10 hectares por ano.

A cooperativa precisa monitorar o crescimento dessa área para otimizar recursos como mão de obra, irrigação e colheita. Sua tarefa é ajudar os agricultores a compreenderem o padrão de crescimento e preverem as áreas de plantio no futuro.

A) Liste os hectares totais plantados a cada ano, de 2020 a 2027.

B) Escreva uma lei de formação, onde n = 0 representa o ano de 2020, que descreva a área plantada de 2021 a 2025.

Se considerarmos que x = 1, y = 2 e a = 0, qual será o valor dessa expressão algébrica?

$$3x + 2y + a = 3 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 0 = 7$$

Neste caso, o valor numérico da expressão algébrica 3x + 2y + a é igual a 7. Observe que o valor numérico não foi o mesmo, pois mudamos os valores atribuídos às variáveis.

O cálculo do valor numérico de expressões algébricas pode nos ajudar na resolução de problemas. Acompanhe as situações a seguir.

Uma fábrica de parafusos tem um custo fixo mensal de R$ 12 000,00, além de R$ 0,20 por peça produzida. Vamos representar o custo mensal por meio de uma expressão algébrica com base na quantidade de peças produzidas. A quantidade de peças será indicada por:

$$12\,000 + 0,20x$$

Com essa expressão, podemos determinar, por exemplo, o custo para um mês em que a fábrica produzir 10000 parafusos.

$$\begin{aligned} &12\,000 + 0,20x = \\ &= 12\,000 + 0,20 \cdot 10\,000 = \\ &= 12\,000 + 2\,000 = \\ &= 14\,000 \end{aligned}$$

Logo, o custo para produzir 10000 parafusos é de R$ 14 000,00.

EXPRESSÕES NUMÉRICAS E LITERAIS

A linguagem algébrica é uma ferramenta essencial na Matemática, pois permite representar situações de forma simplificada e generalizada, usando números, letras e símbolos. Nesse contexto, é importante compreender a diferença entre expressões numéricas e expressões literais, bem como os diferentes usos das letras na álgebra: como incógnitas ou como variáveis.

As expressões numéricas são aquelas que envolvem apenas números e operações matemáticas. Por exemplo: $3 + 5$, $5 \cdot (20 - 5)$ ou $100 \div 15$.
Nelas, as operações podem ser resolvidas diretamente, resultando em um único número.

VALOR NUMÉRICO DE UMA EXPRESSÃO ALGÉBRICA

Quando substituímos um valor de n na fórmula do termo geral, estamos obtendo o valor numérico da expressão algébrica. Por exemplo, para obter o décimo termo da sequência dos números quadrados perfeitos, sabemos que n = 10 e substituímos esse valor na fórmula do termo geral.

$$Q_n = n^2$$
$$Q_{10} = 10^2$$
$$Q_{10} = 100$$

Assim, 100 é o valor numérico da expressão n² para n = 10, ou seja, o décimo termo dessa sequência.

Um quadrado perfeito é um número natural que se extrairmos sua raiz quadrada, possui como resultado outro número natural. Alguns exemplos:

$$\sqrt{1} = 1$$
$$\sqrt{4} = 2$$
$$\sqrt{9} = 3$$
$$\sqrt{16} = 4$$

Observe, também, que se conhecemos o termo da sequência, podemos descobrir sua posição nessa sequência.
Por exemplo, qual é a posição do número 625 na sequência dos números quadrados perfeitos?

$$Q_n = n^2$$
$$625 = n^2$$
$$25 = n$$
$$n = 25$$

Com isso, determinamos o número natural n que, elevado ao quadrado, resulta em 625, ou seja, n = 25

Vamos fazer mais um exemplo. Considere a expressão: $3x + 2y + a$

Se considerarmos que x = 5, y = 3 e a = 2, poderemos determinar o valor da expressão algébrica substituindo as variáveis x, y e a por 5, 3 e 2, respectivamente. Assim:

$$3x + 2y + a = 3 \cdot 5 + 2 \cdot 3 + 2 = 23$$

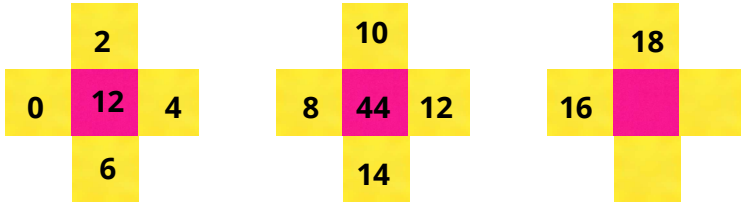
Para esses números, o valor numérico da expressão algébrica 3x + 2y + a é igual a 23.

Importante

$3x = 3 \cdot x$

ATIVIDADE 2

Observe as imagens apresentadas:



A) Quais os números que faltam na terceira imagem apresentada?

B) É possível determinar a relação dos quadrados amarelos com rosa em cada imagem?

C) Como seriam as duas próximas imagens da sequência?

ATIVIDADE 3

Durante uma aula de ciências, a professora pediu que os alunos observassem diferentes tipos de flores no jardim da escola. Eles perceberam algo curioso: muitas flores tinham uma quantidade específica de pétalas, como 3, 5, 8, 13 e 21.
Intrigados, começaram a listar esses números e notaram que formavam a seguinte sequência:

1, 1 , 2 , 3 , 5 , 8 , 13 , 21 , ...

A professora explicou que essa é a Sequência de Fibonacci, que aparece em vários fenômenos da natureza, como no crescimento de plantas e na organização de sementes em girassóis.

Qual é o padrão dessa sequência? Como podemos descobrir o próximo número da lista?

Leonardo Pisano (Fibonacci)

ATIVIDADE 4

Em uma oficina de artesanato, artesãos produzem conjuntos de bonecas matrioskas, famosas por serem colocadas uma dentro da outra. Cada conjunto de bonecas é feito de acordo com um padrão em que o tamanho de cada boneca diminui proporcionalmente em relação à anterior, formando uma sequência de alturas.

No conjunto a seguir, a maior boneca tem 30 cm de altura, e cada boneca subsequente é 80% da altura da anterior. Isso significa que as alturas seguem uma sequência decrescente.

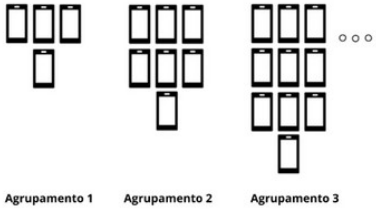
A partir disso responda:

A) Qual a altura da terceira boneca?

B) Escreva uma expressão que represente a altura da n-ésima boneca em função da altura da maior boneca.

ATIVIDADE 5

Os alunos do 7º ano utilizaram seus celulares como ferramenta pedagógica para explorar o estudo de Sequências em Matemática por meio de um aplicativo. Após a atividade, eles organizaram os aparelhos em grupos seguindo um padrão específico. Observe como os celulares foram distribuídos em cada conjunto:



A) Quantos celulares haverá no 4º agrupamento?

B) Escreva uma expressão que defina a quantidade de celulares da enésima figura.

Em resumo:

Sequência recursiva

Uma sequência é dita recursiva ou recorrente quando determinado termo pode ser calculado em função de termos antecessores.

Por exemplo, na sequência (5,9,13,17) sempre somamos 4 para obter o próximo termo.

Sequência não recursiva

As sequências não recursivas são aquelas que não dependem de termos anteriores para determinarmos o próximo termo, pode-se determinar o valor de um elemento da sequência apenas pela sua posição.

Exemplos clássicos de sequências não recursivas são as sequências dos múltiplos de um número.

Sequência dos múltiplos de 5:

$$(0, 5, 10, 15, 20, 25, \ldots)$$

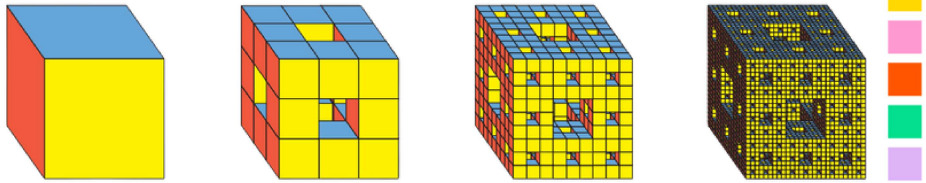
Nessa sequência cada termo construído não depende do termo anterior, e sim da sua posição.

Para saber mais

O termo **recursividade** é usado para descrever, a partir de um elemento, o processo de repetição desse elemento ou de parte dele de maneira similar ao que já foi mostrado antes. Existe um ramo da Matemática, conhecido como Geometria fractal, em que figuras são construídas usando o conceito de recursividade.

Um exemplo de recursividade na Matemática é a esponja de Menger, descrita pelo matemático austríaco Karl Menger (1902-1985). Esse fractal é obtido começando com um cubo (1º termo) e a partir dele é construída uma sequência de figuras.

A palavra fractal vem do latim fractus, que quer dizer "pedaço", "fração".



$(3, 7, ...)$ $(3, 7, 15, ...)$ $(3, 7, 15, 31, ...)$

$3 \cdot 2+1$ $7 \cdot 2+1$ $15 \cdot 2+1$

Na **sequência não recursiva**, cada termo pode ser calculado diretamente, sem depender do anterior. Vejamos um exemplo:

$$(2, 4, 6, 8, 10, ...)$$

Essa é a sequência de números naturais pares cuja lei de formação é:

$$a_n = 2 \cdot n$$

Para calcularmos o primeiro termo, substituimos o n por 1:

$$a_1 = 2 \cdot 1$$

$$a_1 = 2$$

Para calcularmos o segundo termo, substituimos o n por 2:

$$a_2 = 2 \cdot 2$$

$$a_2 = 4$$

Para calcularmos o terceiro termo, substituimos o n por 3:

$$a_3 = 2 \cdot 3$$

$$a_3 = 6$$

Deste modo, podemos completar a sequência dos números naturais pares.

Logo, a sequência dos números pares é uma **sequência não recursiva**, pois depende apenas da sua posição (n).

É preciso esclarecer que recursividade é um atributo da maneira como se descreve a sequência, e não da sequência em si. Dada uma sequência, pode haver uma lei de formação que dependa da sua posição – essa é então uma lei de formação não recursiva; a mesma sequência pode ser descrita por uma lei que dependa do termo inicial e da relação entre termos – essa é uma lei de formação recursiva.

A sequência dos números naturais pares pode também ser descrita por uma lei recursiva. Considerando $a_0 = 0$:

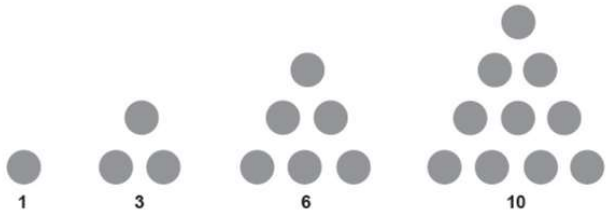
$$a_n = a_{n-1} + 2$$

Termo anterior

Ou seja, nessa forma cada termo seguinte depende do anterior.

ATIVIDADE 6

Lúcia notou que cada número da sequência 1 , 3 , 6 , 10, pode ser modelado por meio de um conjunto de bolinhas que, dispostas convenientemente, formam um triângulo, conforme ilustra a figura mostrada abaixo.



Seguindo o mesmo padrão, quantas bolinhas terá o triângulo associado ao décimo termo dessa sequência numérica?

A) 45 B) 50 C) 55 D) 60

ATIVIDADE 7

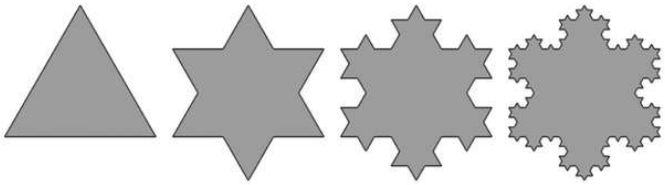
Davi encontrou a seguinte lei geral para uma sequência numérica:

$$a_n = \frac{2n}{3} + 1$$

Usando essa regra, escreva os cinco primeiros termos da sequência.

ATIVIDADE 8

Observe as figuras a seguir. Elas foram desenvolvidas pelo matemático sueco Helge Van Koch e originam uma figura chamada " Floco de neve de Koch".
Para se construir esta figura , desenha-se inicialmente um triângulo equilátero (3 lados iguais). Em seguida, em cada lado desse triângulo são feitos outros triângulos equiláteros.



A) Preencha a tabela abaixo, considerando um floco de neve de Koch originado a partir de um triângulo equilátero.

Figura	Número de lados
1	3
2	
3	
4	

B) Escreva uma expressão que represente o número de lados, da situação acima.

ATIVIDADE 9

Pedro e Maria estavam analisando uma sequência numérica e cada um encontrou uma expressão diferente para representá-la. A sequência é:

5 , 9 , 13 , 17 , 21 , ...

Pedro disse que a expressão que representa a sequência é: $P(n) = 4n + 1$

Enquanto Maria afirmou que a expressão correta é: $M(n) = 2(2n - 1) + 3$

Verifique se as expressões de Pedro e Maria são equivalentes. Justifique sua resposta.

Conceitos e Conteúdos

Na semana passada vimos o que é uma sequência. Para continuarmos esse assunto nessa semana, começaremos com o que são sequência **recursiva** e não **recursiva**.

Na **sequência recursiva**, cada termo depende do termo anterior. Em algumas sequências, é possível identificar uma **recursividade** entre os termos. Analisaremos a sequência abaixo:

$$(1,\ 1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 8,\ \ldots)$$

Essa sequência é chamada de **sequência de Fibonacci** e é um padrão numérico famoso que começa com 1, e cada termo seguinte é a soma dos dois números anteriores.
Como cada termo dessa sequência é definido em relação ao termo anterior, dizemos que ela é uma **sequência recursiva.**

$(1, 1, 2, \ldots)$ $(1, 1, 2, 3, \ldots)$ $(1, 1, 2, 3, 5\ldots)$

Quem foi Leonardo Fibonacci?

Leonardo de Pisa, também conhecido como Leonardo Fibonacci, foi um matemático italiano nascido no final do século XII. Filho de um renomado comerciante, Fibonacci viajou por diversos países da Europa, África e Oriente Médio, onde teve contato com outras culturas e técnicas matemáticas. Suas contribuições foram registradas em livros sobre Aritmética, Álgebra, Geometria e Trigonometria.

Um outro exemplo de **sequência recursiva**:

$$(3, 7, 15, 31, 63, \ldots)$$

Nessa sequência, para determinar um termo, a partir do segundo, dobramos o termo anterior e adicionamos 1.

Contextualização

O Porto de Vitória é um dos mais importantes portos do Brasil e desempenha um papel essencial na economia do Espírito Santo. Localizado na capital do estado, ele está estrategicamente posicionado no litoral, facilitando a exportação e importação de mercadorias. O porto possui catorze pontos de atracação, conhecidos como berços, onde diferentes tipos de cargas são movimentadas, como contêineres, rochas ornamentais, grãos, automóveis, produtos siderúrgicos e fertilizantes.

Historicamente, o Porto de Vitória foi fundamental para o crescimento da economia local, especialmente durante a expansão da cultura cafeeira, que tornou o Espírito Santo um dos maiores exportadores de café do Brasil. Atualmente, ele continua sendo uma infraestrutura essencial para o transporte de mercadorias, conectando o estado a mercados internacionais e impulsionando diversas atividades econômicas.

No Porto de Vitória, os contêineres são organizados em sequências nos berços. Suponha que, em um dia de operação, o número de contêineres descarregados segue um padrão de 1ª hora: 50 contêineres, 2ª hora: 55 contêineres, 3º hora: 60 contêineres e assim por diante. Os funcionários do Porto descobriram uma lei de formação onde n é o número da hora e C é a quantidade de contêineres. A expressão que calcula o total de contêineres na n-ésima hora é:

$$C = 50 + 5(n - 1)$$

Com essas informações, foi pedido para você calcular quantos contêineres serão descarregados depois de 6 horas. Como você faria esse cálculo?

Vamos aprender como resolver esse tipo de problema juntos?

ATIVIDADE 10

Observe a sequencia de figuras, abaixo:

A quantidade de triângulos em cada posição pode ser representada por:

1, 3, 5, 7

Já a quantidade de quadrados pode ser representada por:

3, 5, 7, 9

Com base nisso responda:
Essas sequências são equivalentes? Justifique representando as expressões algébricas dos triângulos e quadrados.

Referências

A saga do sinal de igualdade: mais de 450 anos de história. (2008). Educação Matemática Em Revista, 25, 33-36. Disponível em: https://www.sbembrasil.org.br/periodicos/index.php/emr/article/view/814

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática Bianchini:** 7º ano: manual do professor - 10. ed. - São Paulo: Moderna, 2022.

CAFEICULTURA. Incaper, 2015. Disponível em: https://incaper.es.gov.br/cafeicultura. Acesso em: 25, janeiro de 2025.

DANTE, Luiz Roberto. **Teláris Essencial** [livro eletrônico] : Matemática : 7ºano - 1. ed. -- São Paulo : Ática, 2022.

EDITORA MODERNA. **Araribá conecta matemática:** 7º ano. São Paulo, 2024.
Giovanni Júnior, José Ruy. A conquista matemática: 7º ano : ensino fundamental : anos finais – 1. ed. – São Paulo : FTD, 2022.

IEZZI, Gelson. **Matemática e realidade 7º ano** - 9. ed. -- São Paulo : Atual Editora, 2018.

TEIXEIRA, Lilian Aparecida. **SuperAÇÃO!:** Matemática. 1. ed. São Paulo: Editora Moderna, 2022.

GOVERNO DO ESTADO DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

Material Estruturado

SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL — GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

7º Ano | Ensino Fundamental Anos Finais

MATEMÁTICA

SEQUÊNCIAS E EXPRESSÕES ALGÉBRICAS

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM
EF07MA14 - Classificar sequências em recursivas e não-recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na Matemática, mas também nas artes e na literatura. **EF07MA13** - Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.	• Classificar sequências em recursivas e não-recursivas. • Utilizar a linguagem algébrica, com expressões numéricas e literais, distinguindo os usos de expressões literais para denotar incógnitas e variáveis. • Determinar o valor de expressões algébricas ao atribuir valores numéricos aos termos variáveis.