

# Referências

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy. **A conquista da matemática**: 9º ano: ensino fundamental: anos finais. São Paulo: Ftd, 2022.

IMPA. **OBMEP – Portal da OBMEP**. Disponível em: <https://portaldaoimp.com.br/index.php/modulo/ver?modulo=46>. Acesso em: 30 jan. 2025.

TEIXEIRA, Lilian Aparecida (ed.). **SuperAÇÃO!**: matemática: 9º ano: manual do professor. São Paulo: Moderna, 2022.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Matrizes de referência de matemática do Saeb – BNCC. Brasília, 2022.

AGAZETA. Duas cidades do ES ficam entre as mais quentes do Brasil nesta sexta-feira, 31/01. A Gazeta, 31 jan. 2025. Disponível em: <https://www.agazeta.com.br/agora/duas-cidades-do-es-ficam-entre-as-mais-quentes-do-brasil-nesta-sexta-feira-31-0125>. Acesso em: 02 fev. 2025.

BRASIL. Ministério da Saúde. Até agora, 43,3 milhões de pessoas se vacinaram contra a gripe no Brasil. 2023. Disponível em: [https://www.gov.br/saude/pt-br/assuntos/noticias/2023/junho/ate-agora-43-3-milhoes-de-pessoas-se-vacinaram-contr-a-gripe-no-brasil?utm\\_source=chatgpt.com](https://www.gov.br/saude/pt-br/assuntos/noticias/2023/junho/ate-agora-43-3-milhoes-de-pessoas-se-vacinaram-contr-a-gripe-no-brasil?utm_source=chatgpt.com). Acesso em: 26 jan. 2025.

CNN BRASIL. 65% dos pais são contra o uso do celular nas escolas, aponta Datafolha. Disponível em: <https://www.cnnbrasil.com.br/educacao/65-dos-pais-sao-contr-a-uso-do-celular-nas-escolas-aponta-datafolha/>. Acesso em: 02 fev. 2025.

GOVERNO DO BRASIL. INSS divulga os novos valores dos benefícios para 2025. Disponível em: <https://www.gov.br/secom/pt-br/assuntos/noticias/2025/janeiro/inss-divulga-os-novos-valores-dos-beneficios-para-2025>. Acesso em: 19 jan. 2025.

REECICLAR. Reciclagem de plástico no Brasil. Disponível em: [https://reeciclar.com.br/reciclagem/reciclagem-de-plastico-no-brasil/?utm\\_source=chatgpt.com](https://reeciclar.com.br/reciclagem/reciclagem-de-plastico-no-brasil/?utm_source=chatgpt.com). Acesso em: 26 jan. 2025.



# Material Estruturado



SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL

GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

9º Ano | Ensino Fundamental Anos Finais

## MATEMÁTICA

### PORCENTAGEM

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM	DESCRITOR(ES) DO SAEB	DESCRITOR(ES) PAEBES
<b>EF09MA05/ES</b> - Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com a ideia de aplicação de percentuais sucessivos e a determinação das taxas percentuais, preferencialmente com o uso de tecnologias digitais, no contexto da educação financeira, fiscal e tributária.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Resolver problemas que envolvam porcentagens, incluindo os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, aplicação de percentuais sucessivos e determinação das taxas percentuais.</li> <li>Elaborar problemas que envolvam porcentagens, incluindo os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, aplicação de percentuais sucessivos e determinação das taxas percentuais.</li> </ul>	<b>9N2.3</b> - Resolver problemas que envolvam porcentagens, incluindo os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, aplicação de percentuais sucessivos e determinação das taxas percentuais.	<b>D038_M</b> Utilizar porcentagem na resolução de problemas.

# Contextualização



A água é um recurso essencial para a vida e, com o aumento da população e da urbanização, sua escassez se torna uma preocupação crescente em muitas regiões do mundo. Nesse contexto, a reutilização das **águas cinzas** — que são as águas residuais provenientes de lavatórios, chuveiros e máquinas de lavar — surge como uma alternativa sustentável para a preservação desse recurso precioso.

A porcentagem desempenha um papel crucial na análise da eficácia e dos benefícios da reutilização das águas cinzas. Ao calcular a porcentagem de água que pode ser tratada e reutilizada em comparação com o total consumido, podemos avaliar o impacto positivo que essa prática pode ter na redução do consumo de água potável e na diminuição da pressão sobre os recursos hídricos. Por exemplo, se uma residência consegue reutilizar 50% das águas cinzas, isso representa uma significativa economia de água potável, que pode ser redirecionada para usos mais críticos, como o abastecimento humano.

Além disso, entender as porcentagens relacionadas à reutilização das águas cinzas pode ajudar na conscientização sobre a importância da gestão hídrica. Ao disseminar informações sobre o quanto podemos economizar e o impacto que isso tem no meio ambiente, promovemos uma cultura de responsabilidade e cuidado com os recursos naturais.

Assim, ao explorar a relação entre porcentagem e reutilização das águas cinzas, não apenas aprendemos sobre cálculos e frações, mas também nos engajamos em uma discussão vital sobre sustentabilidade e a preservação do nosso planeta.

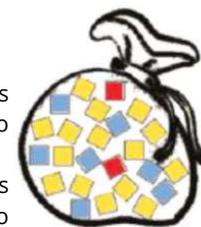
**Bons estudos!**

## ATIVIDADE 10

Em uma sacola opaca, existem 24 cartões de mesma espessura e tamanho, sendo 15 amarelos, 7 azuis e 2 vermelhos. Um cartão é retirado ao acaso da sacola.

Responda as questões a seguir:

1. Qual é a probabilidade de o cartão retirado ser amarelo?
2. Qual é a probabilidade de o cartão retirado ser azul?
3. Qual é a probabilidade de, ao retirar dois cartões sucessivamente (com reposição), o primeiro ser amarelo e o segundo ser azul?
4. Qual é a probabilidade de, ao retirar dois cartões sucessivamente (sem reposição), o primeiro ser vermelho e o segundo ser amarelo?



ATIVIDADE 7

Uma pesquisa entrevistou 2.029 pessoas com 16 anos ou mais e constatou que 76% da população acredita que o celular traz mais prejuízos do que benefícios ao aprendizado das crianças.

Se escolhermos aleatoriamente uma pessoa entrevistada dessa pesquisa, qual é a probabilidade de que essa pessoa não tenha essa opinião?

Fonte dos dados: Pesquisa do Instituto Datafolha (2024).

- A) 24%
- B) 34%
- C) 50%
- D) 76%

ATIVIDADE 8

Em uma sala de aula com 40 alunos, 60% são meninas. Dessas meninas, 25% faltaram à aula. O professor resolveu utilizar a lista de presença para fazer um sorteio entre toda a turma, independentemente de estarem presentes ou ausentes. Qual é a probabilidade de uma dessas meninas que faltaram ser sorteada?

- A) 25%
- B) 24%
- C) 15%
- D) 6%

ATIVIDADE 9

Segundo o site A Gazeta (<https://www.agazeta.com.br/agora/duas-cidades-do-es-ficam-entre-as-mais-quentes-do-brasil-nesta-sexta-feira-31-0125>), foram registradas as maiores temperaturas do Brasil até as 15h do dia 31 de janeiro de 2025. As seis cidades com as maiores temperaturas foram:

- Pão de Açúcar (AL): 36,4°C
- Alfredo Chaves (ES): 36,2°C
- Porto Murtinho (MS): 36,0°C
- Jaguaruana (CE): 35,9°C
- Piranhas (AL): 35,7°C
- Marilândia (ES): 35,7°C

Suponha que uma campanha de conscientização ambiental será realizada em uma das cidades mais quentes do Brasil, e uma cidade será escolhida aleatoriamente para sediar o evento. Qual a probabilidade de a cidade escolhida para sediar o evento ser do estado do Espírito Santo (ES)?

- A) 16,7%
- B) 33,3%
- C) 50%
- D) 83,3%



# Conceitos e Conteúdos

## RETOMANDO O CONCEITO DE PORCENTAGEM

O uso de porcentagem está presente em diversas situações do dia a dia, como em operações financeiras, compras, análises de gráficos e informações veiculadas na mídia, entre outros contextos.

A seguir, veja um caso prático que ilustra a aplicação de porcentagens e alguns modos de resolução:

O preço de um produto que custava 50 reais recebeu um desconto de 15 reais em uma promoção. Qual foi a taxa percentual de desconto aplicada?

1º modo: por meio da fração.

$$\frac{15}{50} = \frac{30}{100} = 30\%$$

2º modo: por meio do valor decimal

$$\frac{15}{50} = 0,3 = \frac{0,3 \cdot 100}{100} = \frac{30}{100} = 30\%$$

3º modo: por meio da regra de três.

$$\begin{array}{r} 50 \text{ reais} \quad \times \quad 100\% \\ 15 \text{ reais} \quad \times \quad x\% \\ \hline 50x = 1500 \\ x = \frac{1500}{50} = 30\% \end{array}$$

Portanto, a taxa percentual de desconto aplicada foi de 30%.



### FATOR MULTIPLICATIVO

Calcular o percentual de um valor é uma operação matemática simples e muito útil no dia a dia, especialmente em situações como descontos, acréscimos, cálculos de juros ou divisão de proporções.

Podemos calcular o percentual de um valor realizando o **produto** entre a forma fracionária (ou decimal) dessa porcentagem e esse valor. Veja um exemplo abaixo.

Calcular 15% de 300.

$$15\% \text{ de } 300.$$

$$\frac{15}{100} \cdot 300 = 45$$

Vamos detalhar cada passo dado. Primeiramente, sabemos que porcentagem significa "por cem". Portanto, 15% pode ser escrito na forma de fração. Depois, multiplicamos a fração por 300. Portanto, 15% de 300 é igual a 45.

### FATOR MULTIPLICATIVO NO AUMENTO

No caso de aumentos, o fator multiplicativo é calculado somando a taxa de aumento a 100% e convertendo o resultado para a forma decimal. Por exemplo, se uma loja oferece um aumento de 15% em um produto, o fator multiplicativo seria 1,15 (100% + 15% = 115%, ou 1,15 em decimal). Isso significa que o preço final do produto pode ser obtido multiplicando o valor original por 1,15. Para ilustrar, veja o exemplo abaixo.

Uma comerciante aumentou em 8% o preço de suas mercadorias. No mês seguinte, os preços foram reajustados em 10%. Depois do primeiro aumento, qual passou a ser o preço de uma mercadoria que custava R\$ 500,00? E depois do segundo aumento, quanto passou a custar essa mercadoria?

Como o primeiro aumento foi de 8%, temos:

$$500 + \frac{8}{100} \cdot 500 = 500 + 0,08 \cdot 500 = 1,08 \cdot 500 \Rightarrow 1,08 \cdot 500 = 540$$

Podemos dizer que o fator relativo a um aumento de 8% foi 1,08 (1 + 0,08). Portanto, depois do primeiro aumento, o preço passou a ser R\$ 540,00.

Aplicando o segundo aumento (10%), temos:



### ATIVIDADE 5

Em uma competição esportiva, uma escola escolheu dois representantes aleatoriamente para carregar a bandeira na abertura dos jogos. O primeiro estudante foi escolhido de um grupo de 20 alunos e o segundo foi escolhido de um grupo diferente, com 15 alunos.

Qual é a probabilidade de que ambos os escolhidos sejam meninas, sabendo que em cada grupo há exatamente 5 meninas?

- A)  $\frac{1}{2}$
- B)  $\frac{1}{4}$
- C)  $\frac{1}{8}$
- D)  $\frac{1}{12}$

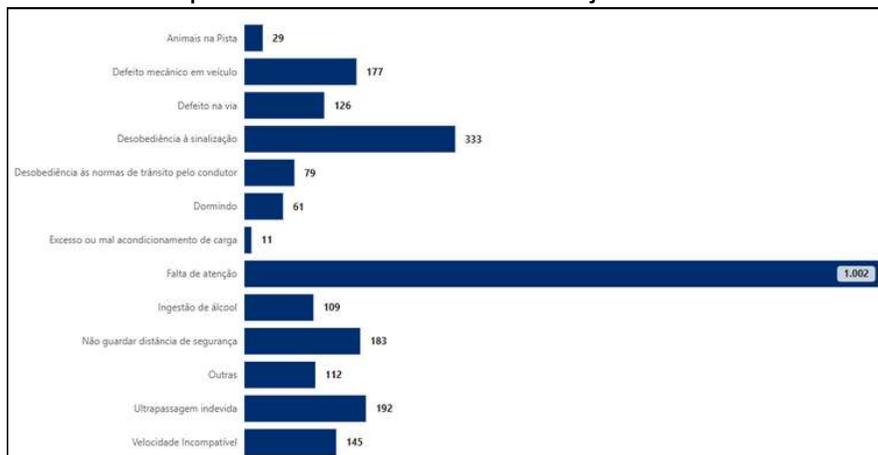
### ATIVIDADE 6

Um professor de química separou 12 frascos de soluções para uma experiência em laboratório. Após análise, ele verificou que 5 desses frascos estavam contaminados. Todos os frascos foram misturados e colocados de volta na bancada. Um estudante escolheu aleatoriamente um frasco e, sem devolvê-lo, escolheu um segundo frasco. Qual é a probabilidade de que o estudante tenha selecionado um frasco contaminado nas duas escolhas?

- A)  $\frac{5}{36}$
- B)  $\frac{5}{12}$
- C)  $\frac{4}{12}$
- D)  $\frac{5}{33}$



Principais causas dos sinistros de trânsito no ES - jan/2024 a fev/2025



Fonte: <https://www.gov.br/dnit/pt-br/assuntos/infraestrutura-rodoviaria/sinistros-de-transito>.

Se um sinistro for selecionado aleatoriamente para análise, qual é a probabilidade da causa desse sinistro ter sido "ultrapassagem indevida"?

- a) 6,92 %
- b) 7,15 %
- c) 7,50 %
- d) 13,01 %

#### ATIVIDADE 4

Em 09/06/2023, foi divulgada a informação de que, até aquela data, foram aplicadas 43,3 milhões de doses de vacinas contra a gripe no Brasil. Desse total, 16 milhões de doses foram aplicadas em idosos, 6 milhões em crianças e 2,6 milhões em profissionais de saúde. A vacina estava disponível para pessoas a partir de seis meses de idade.

Fonte: [https://www.gov.br/saude/pt-br/assuntos/noticias/2023/junho/ate-agora-43-3-milhoes-de-pessoas-se-vacinaram-contr-a-gripe-no-brasil?utm\\_source=chatgpt.com](https://www.gov.br/saude/pt-br/assuntos/noticias/2023/junho/ate-agora-43-3-milhoes-de-pessoas-se-vacinaram-contr-a-gripe-no-brasil?utm_source=chatgpt.com). Acesso em 26 jan 2025.

Suponha que uma pessoa vacinada seja escolhida aleatoriamente entre todas as pessoas vacinadas até essa data. Qual é a probabilidade de que essa pessoa tenha sido uma criança?

- A) 2,50%
- B) 6,00%
- C) 13,86%
- D) 18,10%



$$540 + \frac{10}{100} \cdot 540 = 540 + 0,1 \cdot 540 = 1,1 \cdot 540 \Rightarrow 1,1 \cdot 540 = 594$$

O fator relativo a um aumento de 10% foi 1,1 (1 + 0,1). Portanto, depois do segundo aumento, o preço da mercadoria passou a ser R\$ 594,00.

#### FATOR MULTIPLICATIVO NO DESCONTO

No caso de descontos, o fator multiplicativo é calculado subtraindo a taxa de desconto de 100% e convertendo o resultado para a forma decimal. Por exemplo, se uma loja oferece um desconto de 15% em um produto, o fator multiplicativo seria 0,85 (100% - 15% = 85%, ou 0,85 em decimal). Isso significa que o preço final do produto pode ser obtido multiplicando o valor original por 0,85. Para ilustrar, veja o exemplo abaixo.

Uma loja de eletrônicos está realizando uma promoção especial com dois descontos consecutivos. O primeiro desconto é de 20% em todos os produtos, e o segundo desconto é de 10% adicional caso o cliente opte por pagar via PIX. Se um smartphone custa R\$ 1 500,00, qual será o preço final desse smartphone após a aplicação dos dois descontos?

Como o primeiro desconto foi de 20%, temos:

$$1500 - \frac{20}{100} \cdot 1500 = 1500 - 0,2 \cdot 1500 = 0,8 \cdot 1500 \Rightarrow 0,8 \cdot 1500 = 1200$$

Podemos dizer que o fator relativo a um desconto de 20% foi 0,8 (1 - 0,2). Portanto, depois do primeiro desconto, o preço passou a ser R\$ 1200,00.

Aplicando o segundo desconto (10%), temos:

$$1200 - \frac{10}{100} \cdot 1200 = 1200 - 0,1 \cdot 1200 = 0,9 \cdot 1200 \Rightarrow 0,9 \cdot 1200 = 1080$$

O fator relativo a um desconto de 10% foi 0,9 (1 - 0,1). Portanto, depois do segundo desconto, o preço da mercadoria passou a ser R\$ 1080,00.



## Exercícios Resolvidos

### EXERCÍCIO 1

O aluguel de um imóvel residencial é R\$ 1 240,00 ao mês. Para pagamento em atraso, após 1 mês, esse valor sofre um acréscimo de 8%. Qual é o valor desse aluguel ao ser pago com 1 mês de atraso?

### SOLUÇÃO

O acréscimo é de 8%. Para calcular o valor do acréscimo, usamos o fator multiplicativo: fator multiplicativo =  $100\% + 8\% = 108\% = 1,08$ .

Agora, multiplicamos o valor original do aluguel pelo fator multiplicativo:

$$1240 \cdot 1,08 = 1\,339,20$$

Portanto, o valor do aluguel com 1 mês de atraso é R\$ 1 339,20.

### EXERCÍCIO 2

Uma bicicleta na Loja “Pedalar” custa R\$500,00. No mês de novembro ela recebeu um desconto de 10% e após o sucesso das vendas ela recebeu mais um desconto de 5%. Qual será o preço da bicicleta após os dois descontos sucessivos?

### SOLUÇÃO

Para calcular o preço da bicicleta após os dois descontos sucessivos de 10% e 5%, seguimos os seguintes passos:

Cálculo do Primeiro Desconto (10%)

$$1. \text{ Valor do desconto de 10\%: Desconto } 10\% = 500 \times 0,10 = 50$$

$$2. \text{ Preço após o primeiro desconto: Preço após } 10\% = 500 - 50 = 450$$

Cálculo do Segundo Desconto (5%)

$$3. \text{ Valor do desconto de 5\% sobre o novo preço: Desconto } 5\% = 450 \times 0,05 = 22,50$$

$$4. \text{ Preço após o segundo desconto: Preço final } = 450 - 22,50 = 427,50$$

Portanto, o preço da bicicleta após os dois descontos sucessivos será R\$ 427,50.



## Atividades

### ATIVIDADE 1

Em um programa de entrevistas ao vivo, o apresentador sorteia aleatoriamente um espectador para subir ao palco. O sorteado convidado a girar uma roleta que determina qual prêmio ele ganhará.

Sobre esse experimento, é correto afirmar que:

A) O sorteio do espectador e a participação no jogo de prêmios são eventos dependentes, pois a participação no giro da roleta de prêmios ocorre apenas se o espectador for sorteado.

B) O sorteio do espectador e a participação no jogo de prêmios são eventos independentes, pois ambos ocorrem por escolha aleatória.

C) Os eventos são independentes, pois utilizam experimentos aleatórios diferentes (sorteio e roleta).

D) Os eventos são dependentes, pois ambos ocorrem dentro do mesmo programa.

### ATIVIDADE 2

Em uma sacola, há 10 bolas idênticas, numeradas de 1 a 10. Qual é a probabilidade de, ao retirar uma bola de forma aleatória, ocorrer o seguinte?

a) Retirar a bola com o número 3.

b) Retirar uma bola com um número ímpar.

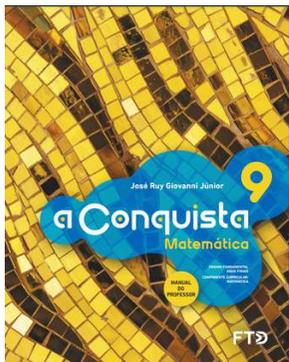
c) Retirar a bola com o número 3, repor essa bola e em seguida retirar uma bola com número ímpar.

### ATIVIDADE 3

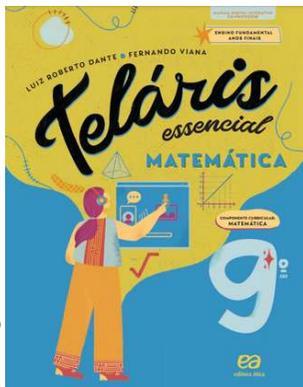
Segundo o Código de Trânsito Brasileiro (CTB), um sinistro de trânsito é qualquer ocorrência que resulte em danos materiais ou corporais, podendo variar desde incidentes leves até situações mais graves. De acordo com o Departamento Nacional de Infraestrutura de Transportes (DNIT), entre janeiro de 2024 e fevereiro de 2025, o estado do Espírito Santo registrou 2.559 sinistros de trânsito, distribuídos por diversas causas, conforme detalhado no gráfico a seguir.



# Material Extra



Você poderá trabalhar com Probabilidade pelo livro A Conquista da Matemática a partir da página 184 e usar as atividades da página 185. Para acessar esse livro, [clique aqui](#).



No livro Teláris, a probabilidade está partir da página 156, e tem como sugestão a atividade da página 157 para o aluno explorar e construir. Trabalhar com as atividades da página 160 vai exercitar os alunos. Para acessar esse livro no formato digital, [clique aqui](#).

SAIBA MAIS APONTANDO O CELULAR PARA O QR CODE ABAIXO OU CLIQUE NO BOTÃO.



Portal da OBMEP - 7 aulas sobre Probabilidade



## EXERCÍCIO 3

Uma loja está oferecendo um desconto de 14% na compra de certo modelo de notebook que custa R\$ 2 850,00. Caso o pagamento seja à vista, a loja ainda concede um desconto de 5%, que é calculado após o desconto de 14%. Qual será o preço desse notebook se um cliente pagar à vista?

### SOLUÇÃO

O primeiro desconto é de 14%. Para calcular o valor após esse desconto, usamos o fator multiplicativo: fator multiplicativo =  $100\% - 14\% = 86\% = 0,86$ .  
Agora, multiplicamos o preço original pelo fator multiplicativo:  $2\ 850 \cdot 0,86 = 2\ 451$   
O segundo desconto é de 5% e é aplicado sobre o valor já descontado (R\$ 2 451,00). Usamos o fator multiplicativo: fator multiplicativo =  $100\% - 5\% = 95\% = 0,95$   
Agora, multiplicamos o valor após o primeiro desconto pelo fator multiplicativo:  $2\ 451 \cdot 0,95 = 2\ 328,45$   
O preço do notebook, após os descontos de 14% e 5%, será R\$ 2 328,45.

## EXERCÍCIO 4

O salário de Clóvis era R\$ 1 800,00 e, após um reajuste, ele passou a receber R\$ 2 070,00. De quanto foi o aumento percentual?

### SOLUÇÃO

O aumento é a diferença entre o valor final e o valor inicial.  
Aumento =  $2\ 070 - 1\ 800 = 270$   
Uma forma de encontrar o percentual de aumento é dividir o valor do desconto pelo preço original:  $\frac{270}{1\ 800} = 0,15$ .  
0,15 é a representação decimal de 15% (basta multiplicar por 100).  
O aumento percentual aplicado sobre o salário é de 15%.

## EXERCÍCIO 5

Mariana instalou em sua casa um sistema de filtragem para reutilização de **águas cinzas**, aproveitando a água do banho e da lavagem de roupas para a limpeza do quintal. Antes da instalação do sistema, sua conta de água era de R\$ 250,00 por mês. Após a implementação do sistema, seu consumo de água potável reduziu, e sua nova conta passou a ser de R\$ 162,50. Com base nessas informações, qual foi a porcentagem de redução no valor da conta de água de Mariana?

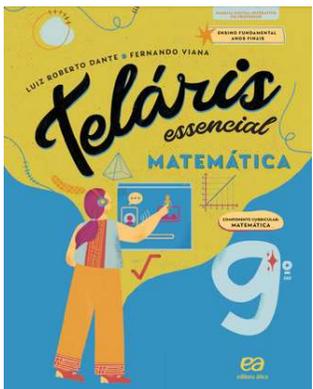
### SOLUÇÃO

A redução no valor da conta de água foi:  $250 - 162,50 = 87,50$   
Agora, calculamos a porcentagem de redução em relação ao valor original:

$$\frac{87,5}{250} = 0,35 \quad \frac{0,35 \cdot 100}{100} = \frac{35}{100} = 35\%$$

Portanto, a porcentagem de redução foi 35%.

# Material Extra



No livro Teláris, a porcentagem é retomada na página 93.

Na página 94 tem uma atividade de explorar e descobrir envolvendo situações de acréscimo e de decréscimo.

A atividade 50 é interessante para estimular os(as) alunos(as) a fazerem cálculo mental de porcentagens.

As atividades 51, 52 e 53 trazem situações do dia a dia envolvendo a porcentagem.

Para acessar esse livro no formato digital, [clique aqui](#).

**SAIBA MAIS APONTANDO O CELULAR PARA O QR CODE ABAIXO OU CLIQUE NO BOTÃO.**

Portal da OBMEP - Porcentagem



Resolução de exercícios sobre porcentagem



Youtube - Reúso de águas cinzas

## EXERCÍCIO 5

Em um bingo beneficente, as bolinhas são numeradas de 1 a 75. Expresse, na forma percentual, a probabilidade das duas primeiras bolinhas sorteadas (sem reposição) apresentarem um número par.

## SOLUÇÃO

No conjunto de números de 1 a 75, há 38 números ímpares e 37 números pares. Assim:

$$P(A) \cdot P(B|A) = \frac{37}{75} \cdot \frac{36}{74} = \frac{1332}{5550} = 0,24 = 24\%$$

## EXERCÍCIO 6

Ao jogar duas vezes um dado cúbico comum, com as faces numeradas de 1 a 6, qual a probabilidade, em porcentagem, de obter dois números ímpares?

## SOLUÇÃO

Vamos calcular a probabilidade de obter dois números ímpares ao jogar duas vezes um dado cúbico comum. Primeiro, identificamos os números ímpares em um dado: 1, 3 e 5. Portanto, há 3 números ímpares em um total de 6 faces. Sendo Assim:

$$P(A) \cdot P(B) = \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6} = \frac{9}{36} = 0,25 = 25\%$$

### EXERCÍCIO 3

Em uma prova, cada questão tem 5 alternativas, em que apenas 1 é correta. Márcia fez essa prova e, quando faltavam 3 questões, ela percebeu que não daria tempo de resolvê-las e que teria de respondê-las aleatoriamente, sem ler os enunciados. Qual é a probabilidade dela responder corretamente a essas questões da prova?

### SOLUÇÃO

Note que os eventos nessa situação são independentes. Cada questão tem 5 alternativas, sendo apenas 1 correta. Assim, a probabilidade de acertar as questões, respondendo aleatoriamente é:

$$P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{125}$$

### EXERCÍCIO 4

Em uma caixa há 26 fichas com letras de A a Z, sem letras repetidas. Dessas fichas, uma após a outra e sem reposição, serão sorteadas duas. Qual é a probabilidade de sortear primeiro uma vogal e, depois, uma consoante?

### SOLUÇÃO

Na caixa há 26 fichas, sendo 5 vogais (A, E, I, O, U) e 21 consoantes. Como as fichas são retiradas sem reposição, a probabilidade de sortear primeiro uma vogal e depois uma consoante pode ser calculada da seguinte forma:

$$P(V) \cdot P(C|V) = \frac{5}{26} \cdot \frac{21}{25} = \frac{105}{650} = \frac{21}{130}$$



# Atividades

## ATIVIDADE 1

Em uma loja de alimentos naturais, o preço de um pacote de granola de 500g passou de R\$ 12,40 para R\$ 14,00. Qual foi a aproximadamente a porcentagem de aumento no preço desse produto?

- A) 9,50%
- B) 11,20%
- C) 12,00%
- D) 12,90%

## ATIVIDADE 2

Uma instituição federal de ensino técnico oferece 240 vagas em um curso. Conforme a Lei 12.711, 50% das vagas devem ser reservadas para estudantes que cursaram integralmente o ensino fundamental em escolas públicas. Dentre essas vagas reservadas, metade é destinada a candidatos de famílias com renda per capita de até 1 salário mínimo. Além disso, as vagas reservadas são distribuídas proporcionalmente entre pretos, pardos, indígenas e pessoas com deficiência, com base nos dados do censo. Se, em uma determinada região, 40% dos candidatos das vagas reservadas pertencem ao grupo de pretos, pardos e indígenas, quantas vagas, no total, serão destinadas a esses candidatos?

- A) 48
- B) 60
- C) 72
- D) 96

## ATIVIDADE 3

Carla comprou um automóvel novo, em 2021, pelo valor de R\$ 45 000,00. Um ano depois, ela avaliou o veículo e constatou que houve uma desvalorização de 8% em relação ao valor pelo qual o automóvel foi comprado. Após completar o segundo ano de uso, Carla realizou uma nova avaliação, que indicou uma desvalorização de 10% em relação ao valor do automóvel no ano anterior.

- Qual foi o valor do automóvel de Carla na segunda avaliação?
- A) R\$ 40.200,00
  - B) R\$ 38.340,00
  - C) R\$ 37.260,00
  - D) R\$ 36.900,00



**ATIVIDADE 4**

Clara recebeu um reajuste salarial de 15% e, com isso, seu novo salário passou a ser R\$ 2 875,00. Antes desse aumento, o valor do salário de Carla, em reais, era:

- A) R\$ 2 140,00
- B) R\$ 2 153,85
- C) R\$ 2.443,00
- D) R\$ 2 500,00

**ATIVIDADE 5**

Joana viu um produto em liquidação que estava com 20% de desconto em relação ao valor normal. Como estava pagando à vista, ela ainda obteve um desconto adicional de 5% sobre o valor promocional. Qual foi o total de desconto que Joana obteve, em relação ao preço original do produto?

- A) 24%
- B) 25%
- C) 75%
- D) 76%

**ATIVIDADE 6**

Um produto custava R\$ 200,00. Após um primeiro aumento de 10%, o preço do produto foi reajustado novamente em 15% sobre o novo valor. Qual é o preço final do produto após os dois aumentos?

- A) R\$ 245,00
- B) R\$ 250,00
- C) R\$ 253,00
- D) R\$ 259,00
- E) R\$ 265,00

**ATIVIDADE 7**

Uma família tem os seguintes gastos mensais:

- R\$ 250,00 com energia elétrica;
- R\$ 170,00 com água;
- R\$ 1 200,00 com alimentação.

Após adotar práticas de economia, a família conseguiu reduzir:

- 12% na conta de energia elétrica;
- 8% na conta de água;
- 5% nos gastos com alimentação.

Qual foi o total economizado em um mês? E qual será a economia acumulada em um ano, supondo que a redução mensal permaneça constante?

- A) R\$ 103,60 por mês; R\$ 1 243,20 por ano
- B) R\$ 103,60 por mês; R\$ 1 540,80 por ano
- C) R\$ 132,40 por mês; R\$ 1 243,20 por ano
- D) R\$ 142,00 por mês; R\$ 1 704,00 por ano



# Exercícios Resolvidos



**EXERCÍCIO 1**

Bruno vai lançar uma moeda duas vezes. Qual é a probabilidade de obter cara no primeiro lançamento e coroa no segundo?

**SOLUÇÃO**

Primeiramente, é importante observar que esses são eventos independentes. Dessa forma, podemos calcular a probabilidade do primeiro evento ocorrer e, em seguida, multiplicá-la pela probabilidade do segundo evento.

$$P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

**EXERCÍCIO 2**

Em uma urna, foram colocadas as seguintes letras: A, S, O, L, O, V. Ao retirar 3 letras aleatoriamente da urna, sem reposição, qual é a probabilidade de formar a palavra **SOL** sorteando as letras nessa ordem?

**SOLUÇÃO**

Como o sorteio ocorre sem reposição, é essencial lembrar que, a cada nova retirada, o total de letras na urna diminui em uma unidade. Isso significa que os eventos são dependentes e devem ser analisados considerando essa variação no número de elementos disponíveis.

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2}{120} = \frac{1}{60}$$



Na segunda retirada, como uma bolinha já foi sorteada e não foi devolvida à caixa, restam agora 11 bolinhas. Sabemos que, inicialmente, havia 6 números ímpares entre as 12 bolinhas. Como a primeira bolinha retirada era par, isso não alterou a quantidade de números ímpares disponíveis.

Portanto, a probabilidade de sortear um número ímpar na segunda retirada será:

$$P(R) = \frac{6}{11}$$

Sendo assim:

$$P(N) \cdot P(R|N) = \frac{6}{12} \cdot \frac{6}{11} = \frac{36}{132} = \frac{3}{11}$$

Consequentemente, a probabilidade de obter um número par na primeira retirada e um número ímpar na segunda é  $\frac{3}{11}$ .



### ATIVIDADE 8

Neila foi à loja Narciso Magazine comprar um notebook cujo valor era de R\$ 5 000,00. Neila pagaria via PIX, porém, como a loja não dava desconto, decidiu pagar sem parcelamento pelo cartão de crédito. Ela preferiu usar o cartão de crédito do banco do seu Estado que lhe dá pontos que podem ser trocados por descontos em IPTU, IPVA e conta de água, o que significava naquele momento receber aproximadamente 0,5% de tudo o que gastasse.

Além desse receber esse retorno em pontos pelo uso do cartão, Neila deixou o dinheiro na conta poupança por um mês até que a fatura de seu cartão vencesse, o que lhe rendeu outros 0,6% de juros.

Qual valor Neila ganhou, somando o valor equivalente recebido com os pontos do cartão e o valor da remuneração da conta poupança?

### ATIVIDADE 9

Um trabalhador autônomo recebeu R\$ 5 000,00 por seus serviços.

Ele pagará os seguintes tributos:

- **ISS (Imposto Sobre Serviços):** 5%, conforme a legislação do município onde o serviço foi prestado.
- **INSS (Contribuição Previdenciária):** 20% sobre a remuneração recebida.
- **IRRF (Imposto de Renda Retido na Fonte):** Alíquota de 15%, com dedução de R\$ 354,80.

Qual será o valor líquido que o trabalhador receberá após o desconto de todos os tributos?

**Dica:** Para calcular o IRRF, aplique a alíquota de 15% sobre o valor recebido e, em seguida, subtraia a dedução de R\$ 354,80.

- A) R\$ 3.000,00
- B) R\$ 3.804,80
- C) R\$ 3.354,80
- D) R\$ 3.250,80

### ATIVIDADE 10

Agora teste seus conhecimentos!

Elabore um problema que envolva porcentagem, no qual seja necessário descobrir qual é a taxa percentual de um aumento ou desconto aplicado em uma situação do dia a dia.

Pense em um contexto prático e claro, envolvendo valores iniciais e finais, e formule uma pergunta que desafie o leitor a calcular a taxa percentual dessa mudança.

Depois de criar o seu problema, compartilhe-o com um(a) colega de sala e peça que ele(a) resolva. Assim, vocês poderão aprender juntos!



# Referências

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Matrizes de referência de matemática do Saeb – BNCC. Brasília, 2022.

AGAZETA. Duas cidades do ES ficam entre as mais quentes do Brasil nesta sexta-feira, 31/01. A Gazeta, 31 jan. 2025. Disponível em: <https://www.agazeta.com.br/agora/duas-cidades-do-es-ficam-entre-as-mais-quentes-do-brasil-nesta-sexta-feira-31-0125>. Acesso em: 02 fev. 2025.

BRASIL. Ministério da Saúde. Até agora, 43,3 milhões de pessoas se vacinaram contra a gripe no Brasil. 2023. Disponível em: [https://www.gov.br/saude/pt-br/assuntos/noticias/2023/junho/ate-agora-43-3-milhoes-de-pessoas-se-vacinaram-contra-a-gripe-no-brasil?utm\\_source=chatgpt.com](https://www.gov.br/saude/pt-br/assuntos/noticias/2023/junho/ate-agora-43-3-milhoes-de-pessoas-se-vacinaram-contra-a-gripe-no-brasil?utm_source=chatgpt.com). Acesso em: 26 jan. 2025.

CNN BRASIL. 65% dos pais são contra o uso do celular nas escolas, aponta Datafolha. Disponível em: <https://www.cnnbrasil.com.br/educacao/65-dos-pais-sao-contra-o-uso-do-celular-nas-escolas-aponta-datafolha/>. Acesso em: 02 fev. 2025.

GOVERNO DO BRASIL. INSS divulga os novos valores dos benefícios para 2025. Disponível em: <https://www.gov.br/secom/pt-br/assuntos/noticias/2025/janeiro/inss-divulga-os-novos-valores-dos-beneficios-para-2025>. Acesso em: 19 jan. 2025.

REECICLAR. Reciclagem de plástico no Brasil. Disponível em: [https://reeciclar.com.br/reciclagem/reciclagem-de-plastico-no-brasil/?utm\\_source=chatgpt.com](https://reeciclar.com.br/reciclagem/reciclagem-de-plastico-no-brasil/?utm_source=chatgpt.com). Acesso em: 26 jan. 2025.

## EVENTOS DEPENDENTES

Dois eventos, X e Y, pertencentes ao mesmo espaço amostral, são considerados dependentes quando a ocorrência de um influencia a ocorrência do outro. Nessa situação, a probabilidade de ambos ocorrerem ao mesmo tempo é determinada pela fórmula:

$$P(X) \cdot P(Y|X)$$

onde  $P(Y|X)$  representa a probabilidade de Y acontecer, dado que X já ocorreu. Vamos analisar o exemplo abaixo para melhor compreensão.

Uma caixa contém 12 bolinhas idênticas, numeradas de 1 a 12. Duas bolinhas serão sorteadas aleatoriamente sem reposição, ou seja, após a retirada de uma bolinha, ela não retorna à caixa.

Queremos determinar a probabilidade de sortear um número par no primeiro sorteio e um número ímpar no segundo. Para resolver essa questão, definimos:

- Evento N: "sortear um número par na primeira retirada".
- Evento R: "sortear um número ímpar na segunda retirada".

A probabilidade procurada será calculada por:

$$P(N) \cdot P(R|N)$$

Inicialmente, há 6 números pares entre os 12 disponíveis. Assim, a probabilidade de retirar uma bolinha com número par na primeira escolha é:

$$P(N) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

### EVENTOS INDEPENDENTES

Dois eventos, A e B, pertencentes ao mesmo espaço amostral, são considerados independentes quando a ocorrência de um não interfere na ocorrência do outro. Nessa situação, a probabilidade de ambos acontecerem ao mesmo tempo é determinada pela seguinte relação:

$$P(A) \cdot P(B)$$

Imagine uma caixa contendo 3 cartões iguais, marcados com as letras A, B e E. Serão retirados aleatoriamente 2 cartões com reposição, o que significa que, após cada cartão ser sorteado, ele é devolvido à caixa. Qual é a probabilidade de retirar uma vogal no primeiro sorteio e uma consoante no segundo?

Para solucionar o problema, consideramos o evento A, "retirar o primeiro cartão e a letra ser uma vogal"; o evento B, "retirar o segundo cartão e a letra ser uma consoante"; e, por fim, calculamos  $P(A) \cdot P(B)$ .

Ao retirar o primeiro cartão, temos 2 vogais de um total de 3 letras. Nesse caso, a probabilidade de obter uma vogal na primeira retirada é:

$$P(A) = \frac{2}{3}$$

Ao retirar o segundo cartão, temos 1 consoante de um total de 3 letras (lembre-se: o cartão obtido na primeira retirada foi devolvido). Nesse caso, a probabilidade de obter uma consoante na segunda retirada é:

$$P(B) = \frac{1}{3}$$

Sendo assim:

$$P(A) \cdot P(B) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$$

Consequentemente, a probabilidade de retirar uma vogal no primeiro sorteio e uma consoante no segundo é  $\frac{2}{9}$ .



# Material Estruturado



SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL

GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

9º Ano | Ensino Fundamental Anos Finais

## MATEMÁTICA

### PROBABILIDADE

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM	DESCRITOR(ES) DO SAEB	DESCRITOR(ES) DO PAEBES
<b>EF09MA20</b> Reconhecer, em experimentos aleatórios, eventos independentes e dependentes e calcular a probabilidade de sua ocorrência, nos dois casos.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Reconhecer em experimentos aleatórios eventos independentes.</li> <li>Reconhecer em experimentos aleatórios eventos dependentes.</li> <li>Calcular a probabilidade da ocorrência de eventos independentes.</li> <li>Calcular a probabilidade da ocorrência de eventos dependentes.</li> </ul>	<b>9E2.4</b> Resolver problemas que envolvam a probabilidade de ocorrência de um resultado em eventos aleatórios equiprováveis independentes ou dependentes.	<b>D065_M</b> Resolver problema envolvendo noções de probabilidade.

# Contextualização



A probabilidade é um ramo da Matemática que estuda as chances de um evento ocorrer. No dia a dia, utilizamos esse conceito para tomar decisões, como levar um guarda-chuva ao perceber nuvens escuras no céu. No entanto, a probabilidade também está presente em jogos e apostas, onde muitas pessoas acreditam que podem prever resultados e obter grandes ganhos. Entretanto, entender a Matemática por trás desses jogos ajuda a perceber que, na maioria das vezes, as chances estão contra o jogador.

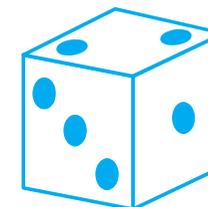
Nos últimos anos, as apostas esportivas e jogos de azar se tornaram cada vez mais populares, principalmente entre os jovens. Muitas dessas plataformas utilizam publicidade agressiva e promovem a ilusão de ganhos fáceis, sem destacar os riscos envolvidos. Do ponto de vista matemático, as casas de apostas sempre possuem uma vantagem estatística sobre os jogadores, o que significa que, no longo prazo, a maioria das pessoas perde mais dinheiro do que ganha. Essa estratégia é chamada de "valor esperado negativo", ou seja, a expectativa matemática de lucro para o apostador é sempre desfavorável.

Compreender a probabilidade de forma crítica pode ajudar a tomar decisões mais conscientes e evitar armadilhas financeiras. Em vez de contar com a sorte, é fundamental avaliar os riscos e entender que, em apostas, a vitória da casa é uma certeza matemática. Assim, desenvolver o pensamento probabilístico não apenas auxilia nos estudos, mas também na vida cotidiana, protegendo-nos de escolhas impulsivas que podem levar a prejuízos.

Neste material, vamos estudar probabilidade; reconhecer em experimentos aleatórios eventos independentes e eventos dependentes; calcular a probabilidade da ocorrência de eventos independentes e calcular a probabilidade da ocorrência de eventos dependentes.

**Bons estudos!**

## Conceitos e Conteúdos



### PROBABILIDADE

Ao lançar um dado, não é possível prever qual será o resultado. Isso ocorre porque o lançamento de um dado é um exemplo de experimento aleatório.

Experimentos aleatórios são aqueles que, mesmo repetidos várias vezes sob as mesmas condições produzem resultados imprevisíveis.

O espaço amostral é o conjunto de todos os possíveis resultados de um experimento aleatório. Ele pode ser representado pela letra  $S$ .

Por exemplo:

- No lançamento de um dado de seis faces, o espaço amostral é  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ , pois qualquer um desses números pode ser o resultado.
- No lançamento de uma moeda, o espaço amostral é  $S = \{\text{cara}, \text{coroa}\}$ , pois há apenas essas duas possibilidades.

Em probabilidade, um evento é qualquer subconjunto do espaço amostral, ou seja, um conjunto de resultados possíveis de um experimento aleatório.

Alguns exemplos de eventos são:

- Obter um número par no lançamento de um dado:  $E = \{2, 4, 6\}$ .
- Obter a face "coroa" voltada para cima no lançamento de uma moeda:  $E = \{\text{coroa}\}$ .

Neste material, iremos calcular a probabilidade de ocorrência de eventos independentes e dependentes. Antes disso, é importante lembrar que a probabilidade de um evento  $X$  acontecer é determinada por:

$$P(X) = \frac{\text{quantidade de resultados favoráveis ao evento}}{\text{quantidade de resultados possíveis}}$$