CONEXÕES MATEMÁTICAS

GOVERNO DO ESTADO DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

Material Estruturado

QUINZENA **12**
30/06 a 04/07

SEDU - 2025

SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL — GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

7º Ano | Ensino Fundamental Anos Finais

MATEMÁTICA

EQUAÇÃO POLINOMIAL DO 1° GRAU

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM
EF07MA18 - Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma ax + b = c, fazendo uso das propriedades da igualdade.	• Resolver equações polinomiais de 1º grau de uma etapa; • Resolver equações polinomiais de 1º grau de duas etapas; • Modelar e resolver problemas que possam ser representados por equações do 1º grau da forma ax + b = c; • Elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma ax + b = c

Contextualização

O oceano esconde verdadeiros tesouros geológicos e biológicos, e um desses tesouros está bem próximo do Espírito Santo: a Cadeia Vitória-Trindade. Trata-se de um conjunto de montes submarinos que se estendem por aproximadamente 1.200 km a partir da costa capixaba até a ilha de Trindade, no meio do Oceano Atlântico. Esses montes submarinos são, na verdade, antigos vulcões extintos, formados há milhões de anos por atividade vulcânica.

Ilha de Trindade - Foto Neomondo

Além de sua importância geológica, a Cadeia Vitória-Trindade é um verdadeiro refúgio para diversas espécies marinhas, muitas delas raras e ameaçadas de extinção. Pesquisadores da Universidade Federal do Espírito Santo (Ufes) têm estudado essa região e recentemente publicaram um artigo na revista científica Nature, destacando a importância da cadeia para a biodiversidade marinha e para a compreensão dos processos geológicos que moldam o planeta.

Mas como podemos representar e entender melhor essa cadeia de montanhas submarinas? Podemos usar a matemática para modelar algumas características da Cadeia Vitória-Trindade, incluindo a relação entre a altura dos montes submarinos e sua distância da costa.

Imagine que os pesquisadores se depararam com o seguinte problema:

Uma expedição científica explorou $\frac{1}{4}$ da Cadeia Vitória-Trindade e, depois, $\frac{1}{5}$ do que ainda restava. Sabendo que faltam 720 km para concluir o mapeamento, qual é o comprimento **total** dessa cordilheira submarina? Vamos para mais um desafio!

Conceitos e Conteúdos

Já vimos nas semanas anteriores que uma equação é uma igualdade que envolve um número desconhecido (chamado de incógnita, geralmente representado por x). Nessa semana vamos ver algumas equações com números na forma de fração. Vamos aprender juntos como resolver esse tipo de equação.

EQUAÇÃO COM UM ÚNICO DENOMINADOR

$$\frac{x}{3} = 5$$

Nesse caso. para encontrar a raiz precisamos fazer o oposto da divisão por 3, ou seja, multiplicamos os dois lados por 3:

$$\frac{x}{3} = 5 \longrightarrow \frac{x}{3} \cdot 3 = 5 \cdot 3 \longrightarrow \frac{x}{\cancel{3}} \cdot \cancel{3} = 5 \cdot 3 \longrightarrow x = 15$$

EQUAÇÃO COM DIFERENTES DENOMINADORES

$$\frac{x}{2} + \frac{3}{4} = 5$$

O mínimo múltiplo comum (MMC) de 2 e 4 é 4, então multiplicamos tudo por 4 para eliminar as frações:

$$\frac{x}{2} \cdot 4 + \frac{3}{4} \cdot 4 = 5 \cdot 4$$

$$2x + 3 = 20$$

$$2x + 3 - 3 = 20 - 3$$

Retiramos 3 de ambos os lados.

$$2x = 17$$

$$\frac{2}{2}x = \frac{17}{2}$$

Dividimos ambos os lados por 2.

$$x = 8,5$$

Agora, veremos mais equações desse tipo em problemas.

O Epitáfio de Diofante (ou Diofanto). Diofante foi um matemático grego que estudou as equações do 1º grau. Muitas fontes dizem que no túmulo de Diofante foi escrito um problema matemático. Não sabemos se isto é verdade, mas o problema proposto tem como objetivo descobrir com qual idade ele morreu.

"Deus concedeu-lhe passar a sexta parte de sua vida na juventude; um duodécimo, na adolescência; um sétimo, em seguida, foi escoado num casamento estéril. Decorreram mais cinco anos, depois do que lhe nasceu um filho. Mas este filho [...] apenas tinha atingido a metade da idade do pai, morreu. Quatro anos ainda, mitigando a própria dor com o estudo da ciência dos números, passou-os Diofante antes de chegar ao termo de sua existência."

Duodécimo é a classificação de algo ou alguém que ocupa o décimo segundo lugar em uma série.

MALBA TAHAN. O homem que calculava. 52. ed. Rio de Janeiro: Record, 2000. p. 135.

Lendo esse texto, é possível descobrir a idade de Diofante quando ele morreu?

1º passo: O problema propõe descobrir com qual idade teria morrido o matemático Diofante de Alexandria. Ele nos fornece dados da vida de Diofante. Esses dados representam 4 frações do total de anos que teria vivido o matemático e mais 2 números inteiros. Todos esses números, somados, devem resultar na idade procurada.

2º passo: Devemos estabelecer que a idade procurada seja a incógnita x. Em seguida, usando os dados fornecidos, escrevemos uma equação compatível com o enunciado

3º passo: Vamos, com os dados fornecidos, escrever a equação, lembrando que Diofante viveu x anos:

"Deus concedeu-lhe passar a sexta parte de sua vida na juventude" → $\frac{x}{6}$

"[...] um duodécimo, na adolescência" → $\frac{x}{6} + \frac{x}{12}$

"[...] um sétimo [...] num casamento estéril" → $\frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7}$

"[...] Decorreram mais cinco anos, depois do que lhe nasceu um filho"

$$\frac{x}{6}+\frac{x}{12}+\frac{x}{7}+5$$

"[...] Mas este filho [...] apenas tinha atingido a metade da idade do pai, morreu."

$$\frac{x}{6}+\frac{x}{12}+\frac{x}{7}+5+\frac{x}{2}$$

"[...] Quatro anos ainda, mitigando a própria dor com o estudo da ciência dos números, passou-os Diofante antes de chegar ao termo de sua existência"

$$\frac{x}{6}+\frac{x}{12}+\frac{x}{7}+5+\frac{x}{2}+4$$

Esses dados, somados, representam toda a vida de Diofante; isto é, somados têm que ser iguais a x.

$$\frac{x}{6}+\frac{x}{12}+\frac{x}{7}+5+\frac{x}{2}+4=x$$

Para resolver essa equação, temos inicialmente que calcular o mínimo múltiplo comum dos denominadores. Temos que mmc(6, 12, 7, 2, 1) = 84.

Multiplicando cada termo da equação por 84, obtemos

$$84\cdot\frac{x}{6}+84\cdot\frac{x}{12}+84\cdot\frac{x}{7}+84\cdot 5+84\cdot\frac{x}{2}+84\cdot 4=84\cdot x$$

$$14x+7x+12x+420+42x+336=84x$$

Retirando 84x, 420 e 336 de ambos os lados, temos:

$$14x+7x+12x+420+42x+336-84x-420-336=84x-84x-420-336$$

$$-9x=-756 \rightarrow \frac{-9}{-9}x=\frac{-756}{-9} \rightarrow \frac{\cancel{-9}}{\cancel{-9}}x=\frac{-756}{-9} \rightarrow x=84$$

4º passo: Substituindo x por 84 no primeiro membro da equação, obtemos:

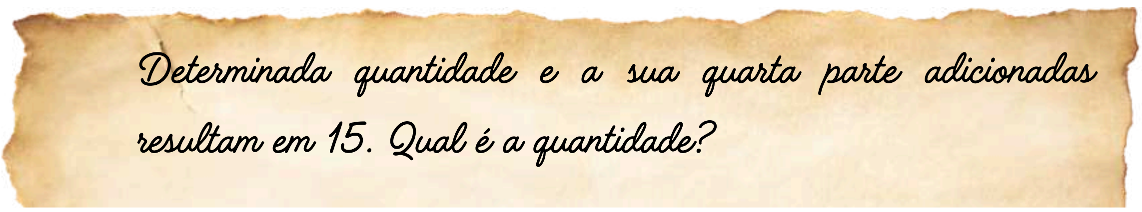
$$\frac{84}{6}+\frac{84}{12}+\frac{84}{7}+5+\frac{84}{2}+4=14+7+12+5+42+4=84$$

Logo, Diofante morreu aos 84 anos de idade.

Vamos resolver mais problemas históricos!

Os papiros egípcios representam um dos legados mais valiosos para compreender o desenvolvimento matemático nas civilizações antigas. Entre eles, destacam-se o Papiro de Moscou, o Papiro de Berlim, o Papiro de Kahun e, sobretudo, o **Papiro de Rhind** – documentos datados aproximadamente entre 2000 a.C. e 1600 a.C. Esses registros não apenas comprovam o domínio técnico-matemático da sociedade egípcia em uma época remota, mas também revelam, por meio de escrita sistemática, métodos de cálculo, geometria e resolução de problemas que desafiam a noção de primitivismo associada a períodos tão antigos.

Vamos resolver um problema do papiro de Rhind. Observe a ilustração.



Design: Wirakorn Deelert's Images / Fonte: Canva

Chamando essa certa quantidade de x, temos:

$$x + \frac{x}{4} = 15$$

Podemos multiplicar toda a equação por 4.

Design: Icons8 Photos / Fonte: Canva

$$4 \cdot x + 4 \cdot \frac{x}{4} = 4 \cdot 15$$

$$4x + x = 60$$

$$5x = 60$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{60}{5}$$

$$x = 12$$

Logo, a quantidade procurada é 12.

Agora, vamos resolver um problema da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP).

Após lançar **2014** vezes uma moeda, Antônio contou **997** caras. Continuando a lançar a moeda, quantas caras seguidas ele deverá obter para que o **número de caras fique igual à metade do número total de lançamentos**?

Design: Iconbunny / Fonte: Canva

Escreva uma expressão algébrica, com x para o números de caras seguidas, que represente o total de caras ao final dos lançamentos.

$$997 + x$$

Escreva outra expressão algébrica que represente o total de lançamentos:

$$2014 + x$$

Vamos escrever a expressão que indica a metade do valor representado pela expressão algébrica anterior:

$$\frac{2014 + x}{2}$$

Vamos relacionar as duas expressões algébricas criadas indicada pelos problemas (número de caras fique igual à metade do número total de lançamentos):

$$997 + x = \frac{2014 + x}{2}$$

Primeiramente vamos multiplicar toda a expressão por 2:

$$997 \cdot 2 + x \cdot 2 = \frac{2014 + x}{2} \cdot 2 \longrightarrow 997 \cdot 2 + x \cdot 2 = \frac{2014 + x}{\cancel{2}} \cdot \cancel{2}$$

Ficamos com a equação: $1994 + 2x = 2014 + x$

Retirando 1994 e x de ambos os lados temos:

$$1994 + 2x - 1994 - x = 2014 + x - 1994 - x$$

$$x = 20$$

Antônio deverá obter 20 caras seguidas para que o número de caras fique igual à metade do número total de lançamentos.

Um pouco de **mágica**! Siga os passos abaixo para que eu possa descobrir o número que você pensou.

1. Pense em um número;
2. Multiplique esse numero por 2;
3. Some 14;
4. Divida por 2;
5. Diminua o primeiro número que você pensou.

O resultado é 7!

Design: Pixelhound / Fonte: Canva

Para entender como isso aconteceu, vamos montar uma equação, chamando de x o número que você pensou.

Pense em um número: x

No segundo passo, ficamos com: $2x$

Some 14: $2x+14$

Divida por 2: $\frac{2x+14}{2}$

Diminua o primeiro número que você pensou: $\frac{2x+14}{2}-x$

$$\frac{2x+14}{2}-x=\frac{2x+14}{2}-\frac{x}{1}=\frac{2x+14}{2}-\frac{2x}{2}=\frac{2x-2x+14}{2}=\frac{14}{2}=7$$

Então: $\frac{2x+14}{2}-x=7$

Logo, independente do x escolhido inicialmente, a resposta é 7.

Você conseguiria criar uma mágica parecida com essa?

Imagem produzida no Canva

RESOLVA AS EQUAÇÕES NO GOOGLE PLANILHAS

No Google planilhas crie uma tabela com 3 colunas:

- Coluna A: Enunciado da equação
- Coluna B: Campo para o aluno digitar a resposta
- Coluna C: Verificação automática (Correto/Errado)

	A	B	C
1	**Equação**	**Sua Resposta**	**Correção**
2	3x + 2 = 11	[digite aqui]	[verificação]
3	5x - 4 = 16	[digite aqui]	[verificação]
4	2x + 6 = 14	[digite aqui]	[verificação]
5			
6			

Use a seguinte fórmula na coluna C (Correção) para verificar a resposta automaticamente:

=SE(B2=3; "Correto"; "Errado")

C2 =SE(B2=3; "Correto"; "Errado")

	A	B	C
1	**Equação**	**Sua Resposta**	**Correção**
2	3x + 2 = 11	[digite aqui]	Errado
3	5x - 4 = 16	[digite aqui]	[verificação]
4	2x + 6 = 14	[digite aqui]	[verificação]
5			

Para as outras equações, altere o valor correto de x na fórmula.

Para C3: =SE(B3=4; "Correto"; "Errado")

Para C4: =SE(B4=4; "Correto"; "Errado")

Dica: Para deixar mais interativo, use Formatação Condicional para destacar respostas corretas (azul) e erradas (vermelho).

Resultado final:

	A	B	C
1	**Equação**	**Sua Resposta**	**Correção**
2	3x + 2 = 11	3	Correto
3	5x - 4 = 16	4	Correto
4	2x + 6 = 14	5	Errado
5			
6			

Exercícios Resolvidos

EXERCÍCIO 1

Em uma escola na qual há turmas de 6º, 7º, 8º e 9º anos do Ensino fundamental, um terço dos estudantes está matriculado no 6º ano; um quarto no 7º ano; três décimos no 8º ano; e 140 estudantes estão no 9º ano. Quantos estudantes estão matriculados nas turmas do 6º ao 9º ano dessa escola?

Solução:

1º passo: O problema pede que se descubra a quantidade de estudantes matriculados nas turmas do 6º, 7º, 8º e 9º anos da escola, informando dados sobre cada ano escolar.

2º passo: Vamos representar esse número pela letra x e escrever a equação correspondente.

$$\underbrace{\frac{1}{3}x}_{6^\circ\text{ ano}} + \underbrace{\frac{1}{4}x}_{7^\circ\text{ ano}} + \underbrace{\frac{3}{10}x}_{8^\circ\text{ ano}} + \underbrace{140}_{9^\circ\text{ ano}} = \underbrace{x}_{\text{Total de estudantes}}$$

3º passo: Resolvendo a equação, temos:

$$\frac{1^{\times 20}}{3_{\times 20}}x + \frac{1^{\times 15}}{4_{\times 15}}x + \frac{3^{\times 6}}{10_{\times 6}}x + \frac{140^{\times 60}}{1_{\times 60}} = \frac{x^{\times 60}}{1_{\times 60}}$$

$$\frac{20}{60}x + \frac{15}{60}x + \frac{18}{60}x + \frac{8\,400}{60} = \frac{60x}{60}$$

Para cada fração, vamos encontrar frações equivalentes com denominador 60, pois o mmc (3,4,10) = 60.

$$\frac{20x + 15x + 18x + 8400}{60} = \frac{60x}{60}$$

$$\frac{20x + 15x + 18x + 8400}{60} \cdot 60 = \frac{60x}{60} \cdot 60$$

$$20x + 15x + 18x + 8400 - 60x - 8400 = 60x - 60x - 8400$$

$$-7x = -8400$$

$$\frac{-7}{-7}x = \frac{-8400}{-7}$$

$$\boxed{x = 1\,200}$$

4º passo: Estudam 1 200 estudantes nas turmas de 6º ao 9º.

EXERCÍCIO 2

André afirmou que o quádruplo do número de suas figurinhas é igual à metade do número de figurinhas que ele possui mais 35. Quantas figurinhas tem André?

Solução:

1º passo: O problema pede o número de figurinhas (x) de André.

2º passo: Quádruplo do número de suas figurinhas (4x). Metade do número de figurinhas: $\frac{x}{2}$. Podemos montar a seguinte equação:

$$4x = \frac{x}{2} + 35$$

3º passo: Resolvendo a equação, temos:

$$\begin{gathered}
4x = \tfrac{x}{2} + 35 \\
4x \cdot 2 = \tfrac{x}{2} \cdot 2 + 35 \cdot 2 \\
8x = x + 70 \\
8x - x = x + 70 - x \\
7x = 70 \\
\tfrac{7}{7}x = \tfrac{70}{7} \\
x = 10
\end{gathered}$$

4º passo: Portanto, André tem 10 figurinhas.

EXERCÍCIO 3

[Contextualização] Uma expedição científica explorou $\frac{1}{4}$ da Cadeia Vitória-Trindade e, depois, $\frac{1}{5}$ do que ainda restava. Sabendo que faltam 720 km para concluir o mapeamento, qual é o comprimento **total** dessa cordilheira submarina?

Solução:

1º passo: O problema pede o comprimento total da cordilheira.

2º passo: Chamando de x o comprimento total da cordilheira, podemos montar a seguinte equação:

$$\frac{1}{4}x + \frac{1}{5} \cdot \underbrace{\left(x - \frac{1}{4}x\right)}_{\text{Parte não explorada}} + 720 = x$$

x: comprimento total

$\frac{1}{4}x$: já foi explorado

$x - \frac{1}{4}x$: o que falta pra ser explorado

3º passo: Resolvendo a equação, encontramos:

$$\frac{1}{4}x + \frac{1}{5} \cdot \left(x - \frac{1}{4}x\right) + 720 = x$$

$$\frac{1}{4}x + \frac{1}{5}x - \frac{x}{20} + 720 = x$$

$$\frac{5}{20}x + \frac{4}{20}x - \frac{x}{20} + \frac{14\,400}{20} = \frac{20x}{20}$$

$$\frac{8x + 14\,400}{20} = \frac{20x}{20}$$

$$\frac{8x + 14\,400}{20} \cdot 20 = \frac{20x}{20} \cdot 20$$

$$8x + 14\,400 = 20x$$

$$8x + 14\,400 - 8x = 20x - 8x$$

$$14\,400 = 12x$$

$$\frac{14\,400}{12} = \frac{12x}{12}$$

$$1\,200 = x$$

$$x = 1\,200$$

4º passo: A Cadeia Vitória-Trindade tem 1 200 km de extensão.

Material Extra

Jogo para resolver equações do 1º grau com termos desconhecidos nos dois membros:
https://encurtador.com.br/S5Rah

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy. A conquista matemática: 7º ano: ensino fundamental: anos finais. – 1. ed. – São Paulo : FTD, 2022

Equações na resolução de problemas, página 156.

Link para o livro: clique aqui

Dante, Luiz Roberto. Teláris Essencial : Matemática : 7º ano - 1. ed. -- São Paulo : Ática, 2022.

Outras situações-problema que envolvem a resolução de equações do 1º grau com 1 incógnita, página 135.

Link para o livro: clique aqui

Atividades

ATIVIDADE 1

Conta-se que Bháskara II escreveu o livro Līlāvatī em homenagem à sua filha, também chamada Līlāvatī. Segundo a lenda, ele queria prever o melhor momento para o casamento dela, mas um acidente com um relógio d'água teria mudado seu destino.

Entre os desafios do livro, há um famoso problema sobre um colar partido.

Fonte: https://tamilandvedas.com/2020/01/17/great-women-lilavati-and-ubhaya-bharati-post-no-7464/

O Enigma do Colar

Uma mulher estava usando um colar de pérolas quando ele se partiu, espalhando as pérolas no chão. Algumas caíram no tapete, outras no chão e algumas ficaram presas na roupa.
O problema é apresentado assim:

"Metade das pérolas caíram no tapete, um terço caíram no chão, as 5 pérolas restantes ficaram presas no fio. Quantas pérolas havia no colar?"

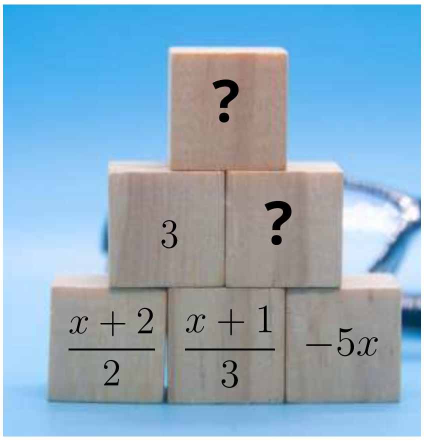
Resolva o problema acima.

ATIVIDADE 10

A partir da casa de cima, cada número é a soma dos dois números que estão nas casas imediatamente abaixo.

A) Descubra o valor de x.

B) Descubra os valores de todas as casas.



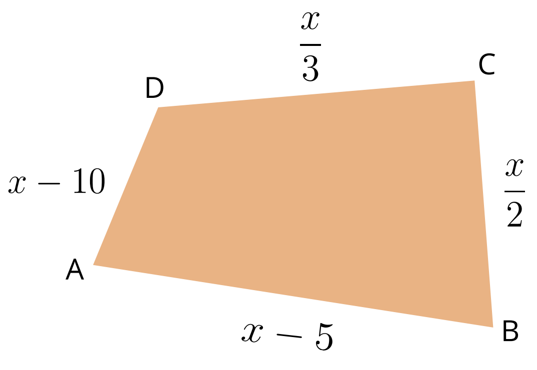
Design: Getty Images / Fonte: Canva

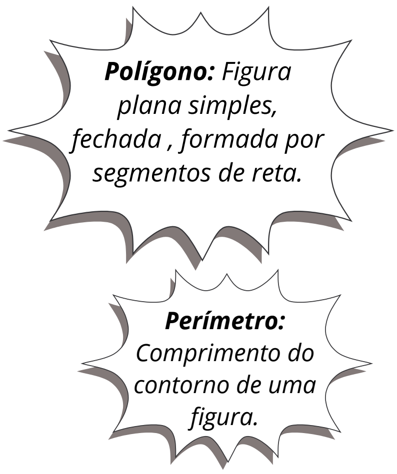
ATIVIDADE 3

Diminuindo-se seis anos da idade de minha filha, obtém-se os $\frac{3}{5}$ de sua idade. Determine a idade de minha filha.

ATIVIDADE 4

No polígono a seguir, a soma das medidas dos lados $\overline{AB}$ *e* $\overline{CD}$ é igual à soma das medidas dos lados $\overline{AD}$ *e* $\overline{BC}$.





Calcule:

A) o valor de x

B) o perímetro desse polígono

ATIVIDADE 5

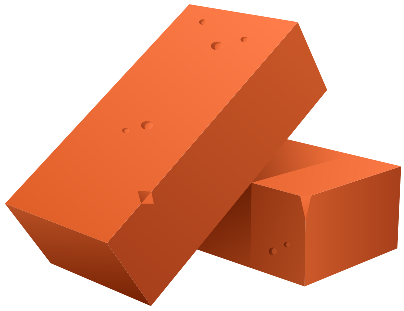
Um famoso problema registrado por volta de 1150 a.C., na Índia, diz o seguinte: De uma quantidade de puras flores de lótus, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$ e $\frac{1}{6}$ foram oferecidos para os deuses Shiva, Vishnu e Surya (Sol). Da quantidade original, $\frac{1}{4}$ foi oferecido a Bhavani. Os 6 lótus restantes foram dados ao venerável preceptor.

Diga qual o número total de flores de lótus.

Design: Diversifysketch / Fonte: Canva

ATIVIDADE 6

Um tijolo pesa 1kg mais meio tijolo. Quanto pesa um tijolo e meio?



Design: Icons8 / Fonte: Canva

ATIVIDADE 7

Um eletricista comprou um rolo de fio com 50 metros de comprimento para realizar três ligações. Na 1ª ligação ele utilizou 18,7 metros do fio, na 3ª ligação, utilizou $\frac{2}{3}$ do comprimento de fio que havia utilizado para a 2ª ligação, restando ainda 2,3 m de fio no rolo. Qual o comprimento, em metros, de fio utilizado na 3ª ligação?

ATIVIDADE 8

Júlia e Luísa plantaram juntas 88 árvores, sendo que Júlia plantou $\frac{3}{8}$ da quantidade de árvores plantadas por Luísa. Qual a quantidade de árvores plantadas por Luísa?

Design: The8monkeyportifolio / Fonte: Canva

ATIVIDADE 9

Uma herança deve ser dividida entre três herdeiros: o filho mais velho receberá metade, o filho do meio, a terça parte, e o mais novo, a metade do que receberá o filho mais velho, menos 6000 reais. Qual o valor da herança?

ATIVIDADE 10

Resolva as equações abaixo:

A) $\frac{3x}{5} - \frac{1}{2} = x - \frac{2}{5}$ B) $\frac{x}{2} + \frac{3}{4} = \frac{2x}{6} - \frac{1}{3}$ C) $2x + \frac{1}{5} - \frac{x}{10} = \frac{1}{2} + \frac{8}{5}$

Referências

Artigo de grupo da Ufes sobre a Cadeia Vitória-Trindade é capa da revista Nature. UFES. Disponível em: https://ufes.br/conteudo/artigo-de-grupo-da-ufes-sobre-cadeia-vit%C3%B3ria-trindade-%C3%A9-capa-da-revista-nature. Acesso em: 17 de fevereiro de 2025.

A Matemática egípcia no papiro de Rhind. Ensinar História. Disponível em: https://ensinarhistoria.com.br/a-matematica-egipcia-no-papiro-de-rhind/. Acesso em: 12 de fevereiro de 2025.

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática Bianchini:** 7º ano: manual do professor - 10. ed. - São Paulo: Moderna, 2022.

DANTE, Luiz Roberto. **Teláris Essencial** [livro eletrônico] : Matemática : 7ºano - 1. ed. -- São Paulo : Ática, 2022.

EDITORA MODERNA. **Araribá conecta matemática:** 7º ano. São Paulo, 2024.
Giovanni Júnior, José Ruy. A conquista matemática: 7º ano : ensino fundamental : anos finais – 1. ed. – São Paulo : FTD, 2022.

IEZZI, Gelson. **Matemática e realidade 7º ano** - 9. ed. -- São Paulo : Atual Editora, 2018.

TEIXEIRA, Lilian Aparecida. **SuperAÇÃO!:** Matemática. 1. ed. São Paulo: Editora Moderna, 2022.

GOVERNO DO ESTADO DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

Material Estruturado

SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL — GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

7º Ano | Ensino Fundamental Anos Finais

MATEMÁTICA

PROPORCIONALIDADE

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM
EF07MA17 - Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.	• Descrever relação de proporcionalidade direta em termos de razões entre grandezas e distinguir relações entre grandezas que não são de proporcionalidade direta; • Interpretar, modelar e resolver problemas envolvendo grandezas direta e inversamente proporcionais; • Modelar e resolver problemas envolvendo relações de proporcionalidade entre variáveis.

Contextualização

O Convento da Penha, localizado em Vila Velha, Espírito Santo, é um dos mais antigos e importantes santuários religiosos do Brasil. Fundado em 1558 pelo frei espanhol Pedro Palácios, o convento fica no alto de um penhasco a 154 metros acima do nível do mar, cercado por uma bela área de Mata Atlântica preservada. Com mais de 460 anos de história, o local é um símbolo religioso, cultural e turístico do estado, atraindo milhares de visitantes todos os anos, seja por devoção, seja pela vista panorâmica espetacular que oferece da Grande Vitória.


Design: Getty Images / Fonte: Canva

Ao longo dos séculos, o convento passou por diversas reformas e ampliações, mas sempre manteve sua essência histórica e espiritual. No caminho até o topo, os visitantes podem percorrer diferentes trajetos, sendo os mais conhecidos a Ladeira da Penitência e a estrada pavimentada. A Ladeira da Penitência é um caminho mais íngreme e antigo, feito de pedras irregulares, que desafia os peregrinos e remete às subidas feitas pelos fiéis em séculos passados.

Todos os anos, milhares de fiéis participam das romarias ao Convento da Penha, especialmente durante a Festa da Penha, a maior celebração religiosa do Espírito Santo e uma das mais antigas do Brasil.

Durante essa festividade, devotos percorrem longas distâncias a pé, saindo de diferentes pontos da Grande Vitória, em um ato de fé e devoção. Agora, imagine que um grupo de peregrinos inicie a subida pela Ladeira da Penitência, percorrendo um trajeto de 2 km. Mantendo um ritmo constante, eles levam 40 minutos para chegar ao topo.

Se percorressem apenas metade dessa distância mantendo o mesmo ritmo, quanto tempo levariam?

Conceitos e Conteúdos

O CONCEITO DE RAZÃO

Situação 1:

Uma pesquisa realizada em um bairro revelou que 160 das 400 pessoas pesquisadas praticam atividades físicas regularmente. Com os dados da pesquisa, podemos estabelecer uma relação entre o número de pessoas que praticam atividades físicas regularmente e o número total de pessoas pesquisadas, escrevendo:

Design: AZ Elements / Fonte: Canva

$$\frac{160}{400} = \frac{2}{5}$$

Esse quociente é chamado de razão. Podemos dizer, então, que a razão do número de pessoas que praticam atividades físicas regularmente para o número total de pessoas pesquisadas é de 2 para 5. Isso significa que, de cada 5 pessoas pesquisadas, 2 praticam atividades físicas regularmente.

Situação 2:

Sebo é o nome popular dado a livrarias que compram, vendem e trocam livros usados. Uma pesquisa realizada por um sebo revelou que durante um trimestre foram vendidos 750 romances e 150 livros de histórias em quadrinhos. A razão entre o número de livros de histórias em quadrinhos e o de romances vendidos no trimestre é:

Design: Deemakdaksina / Fonte: Canva

$$\frac{150}{750}$$

Calculando esse quociente, encontramos 0,20 ou $\frac{20}{100}$. Isso significa que, enquanto foram vendidos 20 livros de histórias em quadrinhos, venderam-se 100 romances.

Nas duas situações apresentadas, comparamos dois números usando uma divisão. O quociente obtido é a razão entre esses dois números, tomados na ordem considerada.

Sendo a e b dois números inteiros, com b diferente de 0, denomina-se **razão entre a e b** ou **razão de a para b** o quociente $\mathbf{\frac{a}{b}}$ ou $\mathbf{a \div b}$.

Os termos de uma razão recebem nomes específicos: o primeiro número chama-se **antecedente**, e o segundo número, **consequente**.

$$\frac{a}{b}$$

antecedente

consequente

Situação 3:

Para esculpir uma obra de arte em bronze, um escultor fundiu 23 kg de cobre com 2 kg de estanho. Calcule o teor de cada metal nessa liga de bronze.

Inicialmente, vamos calcular a massa total do material que é igual à soma das massas dos metais que compõem a liga. Logo, a massa total é igual a:

$$23 + 2 = 25kg$$

Nos 25 kg de bronze, temos 23 kg de cobre, o que nos dá a razão de 23 para 25. Essa razão pode ser escrita na forma percentual:

$$\frac{23}{25} = 0,92 = \frac{92}{100} = 92\%$$

Nos 25 kg de bronze, temos 2 kg de estanho, o que nos dá a razão de 2 para 25. Representando na forma percentual, temos:

$$\frac{2}{25} = 0,08 = \frac{8}{100} = 8\%$$

Essas informações caracterizam, respectivamente, os teores de cobre e de estanho na liga metálica de bronze.

Teor de cobre: 92%

Teor de estanho: 8%

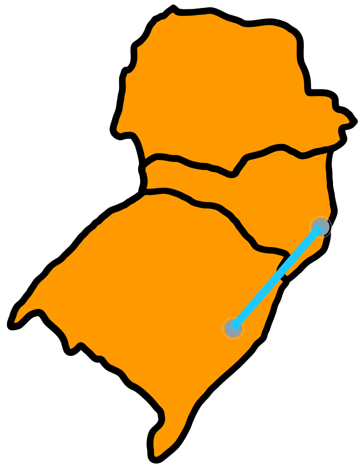
Lembre-se:

$$0,92 = \frac{0,92}{1} = \frac{92}{100} = 92\%$$

Primeiro, escrevemos como uma fração com denominador 1 e, multiplicamos por 100 o denominador e numerador para eliminar a vírgula. Como uma fração com denominador 100 representa porcentagem, conclui-se que 0,92 equivale a 92%.

Situação 4:

Observe o mapa da região Sul do Brasil.
Nele, a medida da distância entre Porto Alegre e Florianópolis, em linha reta, é igual a 1,9 cm. A distância real, em linha reta, entre essas duas cidades mede aproximadamente 380 km.
Vamos calcular a razão entre a medida da distância entre Porto Alegre e Florianópolis no mapa e a medida da distância real entre as duas cidades, em linha reta. Para isso, precisamos expressá-las em uma mesma unidade de medida.



Design: Bruna Saraiva / Fonte: Canva

Transformamos 380 km (distância real) em centímetro: 380 km = 38 000 000 cm
Portanto, a razão procurada é dada por:

$$\frac{1,9^{\;\div 1,9}}{38\,000\,000_{\;\div 1,9}} = \frac{1}{20\,000\,000}$$

A razão 1 : 20 000 000 indica que cada centímetro representado no mapa corresponde a 20 000 000 cm, isto é, cada centímetro no mapa corresponde a 200 km.
A esse tipo de razão chamamos de **escala**.

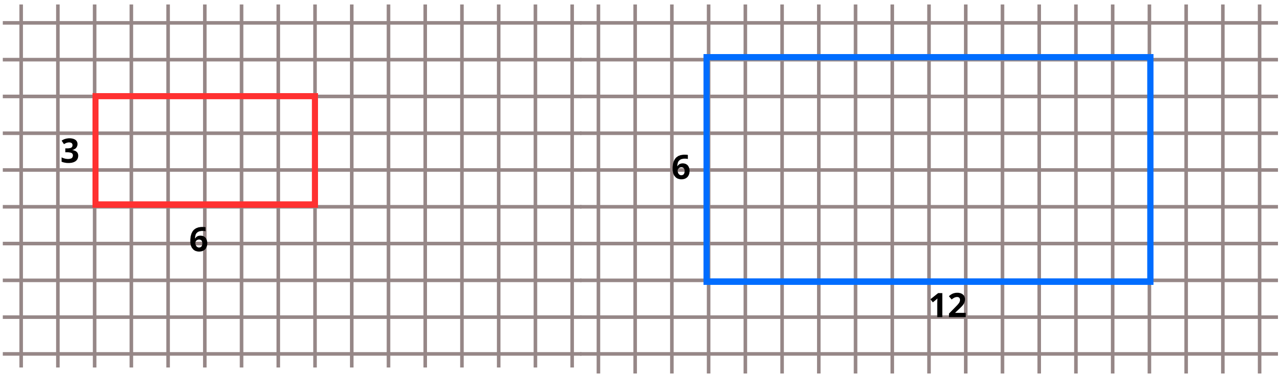
Em um mapa, podemos representar essa escala assim:

Escala é a razão entre uma medida de comprimento em um desenho (ou outra representação qualquer) e a medida de comprimento real correspondente em uma mesma unidade de medida.

$$escala = \frac{\text{medida de comprimento no desenho}}{\text{medida de comprimento real}}$$

PROPORÇÃO

Observe os retângulos representados na malha quadriculada:



Retângulo A. Retângulo B.

Qual é a razão entre as medidas de comprimento da altura do retângulo A e da altura do retângulo B?

$$\frac{\text{altura de } A}{\text{altura de } B} = \frac{3^{\div 3}}{6_{\div 3}} = \frac{1}{2}$$

Qual é a razão entre as medidas de comprimento da largura do retângulo A e da largura do retângulo de B?

$$\frac{largura\ de\ A}{largura\ de\ B} = \frac{\overset{\div 6}{6}}{\underset{\div 6}{12}} = \frac{1}{2}$$

Dessa forma, vimos que em *relação a altura*, cada unidade de comprimento (u.c.) do retângulo A equivale a 2 u.c. do retângulo B. Também podemos dizer, que cada três u.c. do retângulo A equivalem a 6 u.c. do retângulo B. **Essa igualdade de razões é definida como uma proporção**.

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

No exemplo dos retângulos A e B, observamos que a razão entre as medidas de altura e largura é constante, caracterizando uma proporção. No entanto, nem todas as relações entre grandezas seguem essa regularidade. Agora, vamos analisar um caso onde não há proporcionalidade.

Perímetro e Área
Vamos calcular o perímetro e a área dos retângulos A e B:

Perímetro do retângulo A: $P_a = 2 \cdot (6 + 3) = 2 \cdot 9 = 18$

Perímetro do retângulo B: $P_b = 2 \cdot (12 + 6) = 2 \cdot 18 = 36$

Aqui, observamos que o perímetro do retângulo B é o dobro do perímetro do retângulo A, seguindo a mesma proporção entre os lados. Isso indica uma relação de proporcionalidade.

Agora, vejamos a **área**:

Área do retângulo A: $A_a = 6 \cdot 3 = 18$

Área do retângulo B: $A_b = 12 \cdot 6 = 72$

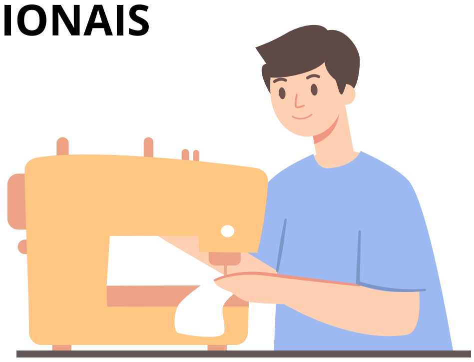
Quando comparamos as áreas, percebemos que:

$$\frac{A_a}{A_b} = \frac{18}{72} = \frac{1}{4}$$

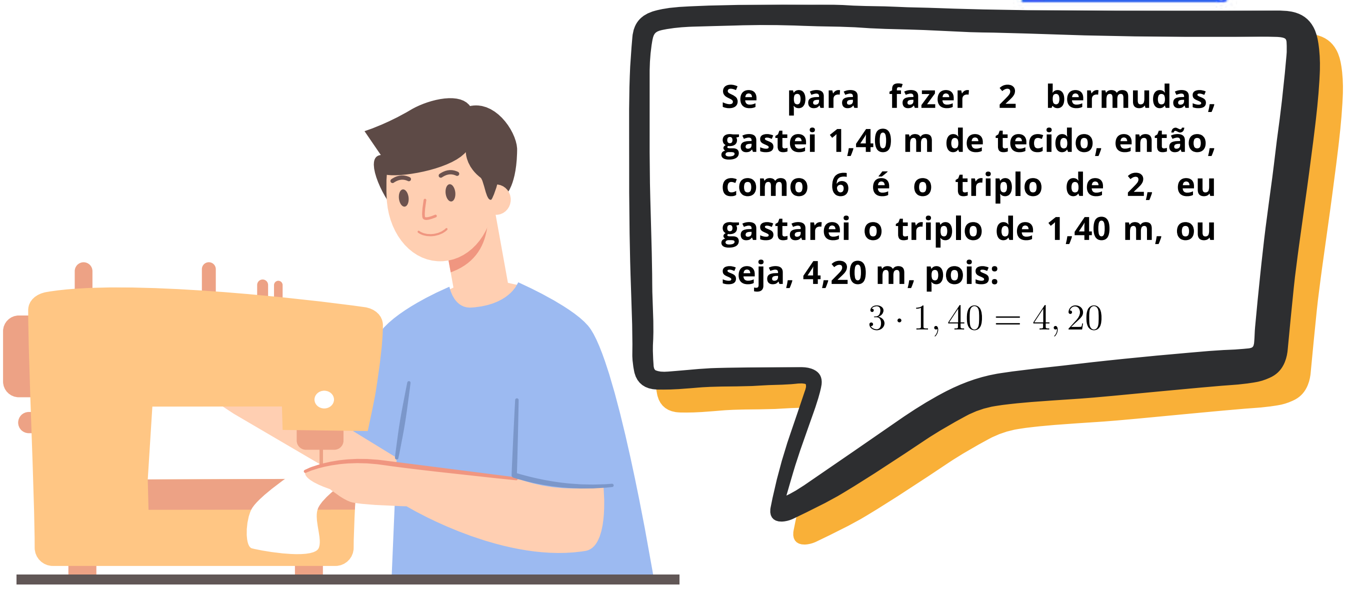
Ou seja, enquanto os lados do retângulo B são o dobro dos lados do retângulo A, a área não dobrou, mas quadruplicou!
No caso do retângulo, os lados e o perímetro seguem uma proporcionalidade, mas a área não. Isso acontece porque a área é resultado do produto de duas grandezas, enquanto a proporcionalidade envolve apenas a multiplicação por um fator constante.

GRANDEZAS DIRETAMENTE PROPORCIONAIS

Raimundo é costureiro e está fazendo bermudas encomendadas por uma loja. Ele fez 2 bermudas com um tecido com medida de comprimento de 1,40 m. Agora ele quer saber quantos metros de tecido ele precisa para fazer 6 bermudas. Acompanhe a fala de Raimundo.



Design: Madaniaart / Fonte: Canva



Design: Madaniaart / Fonte: Canva

Em casos como esse, dizemos que as grandezas são **diretamente proporcionais**, ou apenas que são proporcionais. Quando o valor de uma grandeza dobra, triplica ou é reduzido à metade, o valor da outra grandeza, que é diretamente proporcional a ela, também dobra, triplica ou é reduzido à metade, respectivamente.

GRANDEZAS INVERSAMENTE PROPORCIONAIS

Renata comprou 240 figurinhas da Copa do Mundo de Futebol para dividir entre alguns de seus sobrinhos. O número de figurinhas que cada sobrinho vai receber depende da quantidade de sobrinhos que Renata vai considerar. Observe o quadro abaixo.

Número de sobrinhos	2	3	4	5	6
Número de figurinhas por sobrinho	120	80	60	48	40

Pelas informações da tabela, percebemos, por exemplo, que ao dobrar o número de sobrinhos, o número de figurinhas por sobrinho se reduz à metade. Observe também o que ocorre quando consideramos o produto de um número da 1ª linha pelo seu correspondente na 2ª linha da tabela.

$$2 \cdot 120 = 240$$
$$3 \cdot 80 = 240$$
$$4 \cdot 60 = 240$$
$$5 \cdot 48 = 240$$
$$6 \cdot 40 = 240$$

Quando isso acontece, dizemos que os números da 1ª linha são **inversamente proporcionais** aos números correspondentes da 2ª linha.

DIVISÃO EM PARTES PROPORCIONAIS

Em algumas situações do dia a dia, precisamos dividir alguma coisa entre pessoas, mas de forma que cada uma receba uma parte diferente, de acordo com algum critério. Pode ser idade, tempo de trabalho, esforço, entre outros. Quando essa divisão segue uma razão ou proporção, chamamos isso de **divisão em partes proporcionais.**

Dividir em partes proporcionais significa repartir um valor total (como dinheiro, doces, tempo, etc.) respeitando uma proporção previamente combinada. Essa proporção pode vir de números dados ou de uma característica (como idade, por exemplo). Vejamos alguns exemplos de situações desse tipo.

EXEMPLO 1

Rafa, Léo e Júlia decidiram comprar juntos um pacote com 120 bolinhas de gude. Cada um contribuiu com uma parte do dinheiro, mas não foi o mesmo valor para todos. Rafa colocou R$ 10,00; Léo colocou R$ 15,00 e Júlia colocou apenas R$ 5,00.
Depois da compra, surgiu a dúvida: como dividir as bolinhas de um jeito justo?

Design: Blueringmedia / Fonte: Canva

Eles então combinaram que cada um receberia a quantidade de bolinhas proporcional ao valor que deu para a compra. Ou seja, quem pagou mais, vai receber mais.
Vamos descobrir quanto cada um vai levar?

Cada 1 real pago equivale a 1 parte, então:
Rafa = 10 partes; Léo = 15 partes e Júlia = 5 partes.

Total de partes: 10 + 15 + 5 = 30 partes.

Agora temos que dividir o total de bolinhas pelas partes: $120 \div 30 = 4$
Ou seja, cada parte vale 4 bolinhas de gude.

Agora vamos calcular quantas bolinhas cada um vai receber:
Rafa: $10 \cdot 4 = 40$ bolinhas.
Léo: $15 \cdot 4 = 60$ bolinhas.
Júlia: $5 \cdot 4 = 20$ bolinhas.

EXEMPLO 2

Uma herança de R$ 7 200,00 será dividida entre três irmãos, de acordo com suas idades: João tem 12 anos, Maria tem 10 anos e Lucas tem 8 anos. A divisão será proporcional à idade de cada um.

Primeiro, somamos as idades: 12 + 10 + 8 = 30 partes no total.

Em seguida, dividimos o valor total pelas partes:
$7200 \div 30 = 240$ reais por parte.

Depois, calculamos quanto cada um receberá, multiplicando o valor por parte (240,00) pela idade de cada um.

João: $12 \cdot 240 = 2\ 880$ reais.
Maria: $10 \cdot 240 = 2\ 400$ reais.
Lucas: $8 \cdot 240 = 1\ 920$ reais.

EXEMPLO 3

Uma mãe comprou uma barra de chocolate com 480 gramas para dividir entre seus quatro filhos, de acordo com a idade de cada um. Ela decidiu que quem for mais velho vai ganhar um pedaço maior.
As idades dos irmãos são: Lucas: 12 anos; Marina: 10 anos; Caio: 8 anos e Sofia: 10 anos.
Como a divisão será proporcional às idades, vamos ver quanto de chocolate cada um vai receber.


Design: Billion Photos / Fonte: Canva

Vamos somar as idades para descobrir o total de partes: 12 + 10 + 8 + 10 = 40 partes.

Agora, dividimos o total de chocolate pelo número de partes:
$480 \div 40 = 12$ gramas por parte.

Agora vamos multiplicar a idade de cada filho por 12 para descobrir a quantidade de chocolate que cada um ganhou.

Lucas: $12 \cdot 12 = 144$ gramas.
Marina: $10 \cdot 12 = 120$ gramas.
Caio: $8 \cdot 12 = 96$ gramas.
Sofia: $10 \cdot 12 = 120$ gramas.

Exercícios Resolvidos

EXERCÍCIO 1

Em um campeonato de futebol, uma equipe acumulou 26 pontos dos 80 disputados. Qual foi o aproveitamento desse time? Represente na forma percentual.

Solução:

$$\text{aproveitamento} = \frac{\text{pontos acumulados}}{\text{pontos totais}}$$

Design: Irasutoya / Fonte: Canva

$$\text{aproveitamento} = \frac{26}{80} = 0,325$$

$$\text{aproveitamento} = 0,325 \cdot 100 = 32,5\%$$

EXERCÍCIO 2

[Contextualização] Agora, imagine que um grupo de peregrinos inicia a subida pela Ladeira da Penitência, percorrendo um trajeto de 2 km. Em um ritmo constante, eles levam 40 minutos para chegar ao topo. Se eles percorressem apenas metade dessa distância mantendo o mesmo ritmo, quanto tempo levariam?

Solução:

Se eles gastam 40 min para percorrer 2 km, se eles percorressem a metade do caminho, 1 km, eles gastariam a metade do tempo, 20 minutos.

EXERCÍCIO 3

Uma equipe de pintores foi contratada para pintar uma parede grande. Se 2 pintores levam 12 horas para terminar o trabalho, em quanto tempo 4 pintores fariam o mesmo serviço, considerando que todos trabalham no mesmo ritmo?

Solução: Este exercício pode ser resolvido da seguinte forma: se dobramos o número de pintores (de 2 para 4), o tempo necessário para concluir a tarefa será reduzido pela metade. Assim, o tempo será **6 horas**.

EXERCÍCIO 3

[Dados adaptados] De acordo com dados recentes, Vitória, capital do Espírito Santo, possui 20 médicos para cada mil habitantes. Sabendo que a cidade conta com 6 000 médicos, qual o tamanho da população de Vitória, aproximadamente?

Solução: Ao montarmos uma tabela com os dados, podemos observar que se dividirmos o valor da população (1ª linha) pelo valor de médicos (2ª linha) encontramos 50. Ou seja, temos 1 médico para cada 50 habitantes.

População	1 000	2000	3000	4000	**...**	**?**
Médicos	20	40	60	80	...	6000

Queremos encontrar o tamanho da população para 6 000 médicos. Então, vamos encontrar o número que dividido por 6 000 dá 50.

$$\frac{x}{6\ 000} = 50 \qquad \begin{aligned} x &= 50 \cdot 6\ 000 \\ x &= 300\ 000 \end{aligned}$$

Logo, a população de Vitória é aproximadamente 300 000 habitantes.

PRÁTICAS EXPERIMENTAIS DE *Matemática* PARA O ENSINO FUNDAMENTAL

No ano de 2025, o ensino fundamental anos finais apresenta uma importante novidade para o componente curricular Matemática: as Práticas Experimentais de Matemática, que visam fomentar o processo de ensino e aprendizagem favorecendo o desenvolvimento e a consolidação de habilidades, o pensamento crítico e a compreensão e a aplicação da lógica matemática. Intenciona-se, também, combater o estigma de que a matemática é difícil e inacessível, engajando os estudantes em práticas lúdicas e exequíveis.

Desse modo, as práticas foram elaboradas a partir das habilidades estruturantes de cada ano, por trimestre. No período em que constar o caderno de Práticas Experimentais, o(a) professor(a) deverá destinar **duas aulas** para cada prática proposta no material.

Desejamos um ano letivo de sucesso!

Prática experimental de Matemática: 7º ano - Quinzena 12 (2 aulas)

Clique aqui

Material Extra

Aula sobre razões:
https://youtube.com/watch?v=BJeEFFBc8xc

Aula sobre proporção:
http://youtube.com/watch?v=XLzrXjJrwRY

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy. A conquista matemática: 7º ano: ensino fundamental: anos finais. – 1. ed. – São Paulo : FTD, 2022

Razão, página 204.

Proporção, página 212.

Link para o livro: clique aqui

Dante, Luiz Roberto. Teláris Essencial : Matemática : 7º ano - 1. ed. -- São Paulo : Ática, 2022.

Proporcionalidade, página 190.

Link para o livro: clique aqui

Atividades

ATIVIDADE 1

Durante um evento cultural realizado em Vila Velha, dois grupos distintos participaram de uma caminhada até um dos pontos turísticos mais conhecidos da cidade: o Convento da Penha.

Design: Getty Images / Fonte: Canva

Os registros do evento, ocorrido em 2024, apontam que:

- O grupo formado por homens contou com 45 000 participantes.
- O grupo formado por mulheres reuniu 30 000 participantes.

A) Qual é a razão entre o número de homens e o número de mulheres que participaram da caminhada em 2024?

B) Suponha que em outro evento a razão entre os números de homens e mulheres seja a mesma da caminhada. Se 4500 mulheres participarem desse outro evento, quantos homens participarão?

ATIVIDADE 2

Entre os alunos de uma escola, existem 350 meninas e 210 meninos.

Determine e simplifique a razão entre:

Design: Evellean's Images / Fonte: Canva

I) O número de meninas e o número de meninos.

II) O número de meninos e o número de meninas.

III) O número de meninas e o número de alunos na escola.

IV) O número de meninos e o número de alunos na escola.

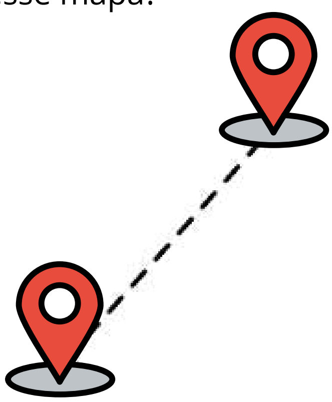
ATIVIDADE 3

Determine o valor das letras do quadro abaixo de modo que as sequências de números sejam diretamente proporcionais.

4	6	8	**A**	20
10	15	**B**	25	**C**

ATIVIDADE 4

A distância entre duas cidades, em linha reta, é de 500 km e foi representada em um mapa por um segmento de 5 cm. Qual foi a escala utilizada nesse mapa?



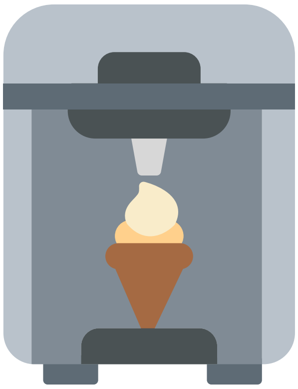
Design: Freeicon.com / Fonte: Canva

ATIVIDADE 5

Uma barra de chocolate, com 400 g, foi dividida entre João, Roberta e Tomás, em partes diretamente proporcionais às suas idades. Se João tem 11 anos, Roberta tem 9 anos e Tomás tem 5 anos, quantos gramas de chocolate couberam a cada um?

ATIVIDADE 6

A tabela a seguir refere-se ao número de máquinas (iguais) e ao tempo necessário para a produção de 36 litros de sorvete.



Design: VectorByte / Fonte: Canva

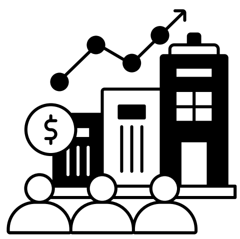
Número de Máquinas	Tempo (em minutos)
1	60
2	A
B	15
6	C

A) Determine os valores de A, B , e C.

B) Com apenas uma máquina, em quanto tempo seriam produzidos 108 litros de sorvete?

ATIVIDADE 7

Para montar uma pequena empresa, Márcia , Cláudio e Ricardo formaram uma sociedade. Márcia participou com R$ 24000,00, Cláudio, com R$ 27000,00, e Ricardo, com R$ 30000,00. Depois de 6 meses, a empresa obteve um lucro de R$ 32400,00, que foi dividido entre os sócios em partes diretamente proporcionais à quantia que cada um investiu. Quanto cada um recebeu?



Design: Herdian's Images / Fonte: Canva

ATIVIDADE 8

A planta de uma casa foi desenhada com um escalímetro na escala $\frac{1}{125}$.

O comprimento de uma sala foi representado, nessa planta, por um segmento de 5,2 cm. Qual é o comprimento real da sala?

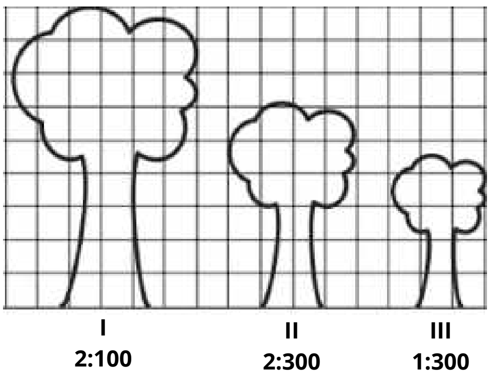
ATIVIDADE 9

Um time de futebol recebeu 900 ingressos para distribuir entre seus torcedores de três categorias: sócios-torcedores, estudantes e torcedores comuns, em quantidades diretamente proporcionais ao número de membros em cada categoria.
Se há 300 sócios-torcedores, 200 estudantes e 100 torcedores comuns, quantos ingressos foram destinados a cada grupo?

Design: Vinzence Studio / Fonte: Canva

ATIVIDADE 10

Um biólogo mediu a altura de três árvores distintas e representou-as em uma mesma malha quadriculada, utilizando escalas diferentes, conforme indicações na figura a seguir.



Qual é a árvore que apresenta a maior altura real? Justifique.

Referências

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática Bianchini:** 7º ano: manual do professor - 10. ed. - São Paulo: Moderna, 2022.

Conheça a história do Convento da Penha. Convento da Penha, 2020. Disponível em: https://conventodapenha.org.br/conheca-a-historia-do-convento-da-penha/. Acesso: 19 de fevereiro de 2025.

DANTE, Luiz Roberto. **Teláris Essencial** [livro eletrônico] : Matemática : 7ºano - 1. ed. -- São Paulo : Ática, 2022.

EDITORA MODERNA. **Araribá conecta matemática:** 7º ano. São Paulo, 2024.
Giovanni Júnior, José Ruy. A conquista matemática: 7º ano : ensino fundamental : anos finais – 1. ed. – São Paulo : FTD, 2022.

IEZZI, Gelson. **Matemática e realidade 7º ano** - 9. ed. -- São Paulo : Atual Editora, 2018.

TEIXEIRA, Lilian Aparecida. **SuperAÇÃO!:** Matemática. 1. ed. São Paulo: Editora Moderna, 2022.