

Material Estruturado



SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL

GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

9º Ano | Ensino Fundamental Anos Finais

MATEMÁTICA

GRANDEZAS DIRETAMENTE PROPORCIONAIS E GRANDEZAS INVERSAMENTE PROPORCIONAIS

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM	DESCRIPTOR(ES) DO SAEB	DESCRIPTOR(ES) DO PAEBES
EF09MA07 - Resolver problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica. EF09MA08 - Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas.	- Resolver problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes. - Resolver problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta entre duas ou mais grandezas. - Resolver problemas que envolvam relações de proporcionalidade inversa. - Elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta entre duas ou mais grandezas. - Elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade inversa.	9A2.1 Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta ou inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisões proporcionais e taxa de variação.	D039_M Utilizar proporcionalidade entre duas grandezas na resolução de problema.

Contextualização



Design: Alla-zbitnieva/ Fonte: Canva



Design: aurorastd/ Fonte: Canva

Nos últimos anos, temos presenciado mudanças climáticas significativas, como o aumento das temperaturas em diversas regiões do planeta. Ondas de calor mais frequentes, períodos de seca prolongados e variações extremas no clima são alguns dos impactos observados. Essas mudanças afetam diretamente o dia a dia das pessoas, exigindo novas formas de adaptação para lidar com as altas temperaturas.

Com o aumento do calor, cresce também a necessidade de utilizar equipamentos como ventiladores e aparelhos de ar-condicionado, elevando o consumo de energia elétrica nas residências e estabelecimentos. Além disso, o uso mais frequente de eletrodomésticos para refrigeração e conservação de alimentos também contribui para essa alta na demanda energética, resultando em contas de luz mais caras para muitas famílias.

Diante desse cenário, muitas pessoas estão optando por fontes de energia renováveis, como a energia solar. A instalação de placas solares tem se tornado uma alternativa viável para reduzir os gastos com eletricidade e minimizar os impactos ambientais. Essa tecnologia permite converter a luz do sol em energia elétrica, proporcionando uma solução sustentável e econômica a longo prazo.

Neste material, vamos estudar dois tipos de relação matemática entre grandezas: grandezas diretamente proporcionais, quando uma aumenta e a outra também cresce na mesma proporção, e grandezas inversamente proporcionais, quando o aumento de uma resulta na diminuição proporcional da outra. A partir de exemplos práticos, como o consumo de energia e o tempo de uso dos aparelhos elétricos, exploraremos como essas relações são aplicadas no cotidiano e como podem ajudar na compreensão de fenômenos do dia a dia.

Conceitos e Conteúdos

RAZÃO

Em um treino de vôlei, a cada 10 saques, Carla acertou 9. Podemos usar uma fração para comparar o número de saques que deram certo com o total de saques.

$$\frac{\text{quantidade de saques certos}}{\text{total de saques}} = \frac{9}{10}$$



Design: Getty Images Signature/ Fonte: Canva

Nesse caso, o número obtido mostra o rendimento de Carla nos saques.

Nesta situação apresentada, comparamos dois números usando uma divisão. O quociente obtido é a **razão** entre esses dois números, tomados na ordem considerada.

Sendo a e b dois números inteiros, com b diferente de 0, denomina-se **razão entre a e b** ou **razão de a para b** o quociente $\frac{a}{b}$ ou $a \div b$.

A razão $\frac{a}{b}$ ou $a : b$ pode ser lida de uma das seguintes maneiras:

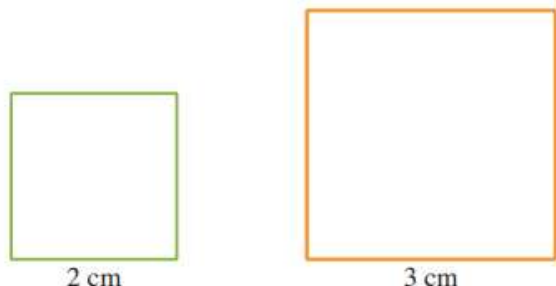
- razão de a para b
- a está para b
- a para b

Os termos de uma razão recebem nomes especiais: o primeiro número chama-se antecedente e o segundo número, consequente.



RAZÃO ENTRE GRANDEZAS DE MESMA NATUREZA

Observe os quadrados abaixo:



A razão entre a medida de um dos lados do quadrado menor e a medida de um dos lados do quadrado maior é $\frac{2}{3}$.

Note que aqui comparamos dois comprimentos que são grandezas de mesma natureza.

A razão entre duas grandezas de mesma natureza é o quociente dos números que expressam as medidas dessas grandezas em uma mesma unidade.

RAZÃO ENTRE GRANDEZAS DE NATUREZA DIFERENTES

Já sabemos como determinar a razão entre duas grandezas de mesma natureza. Nessas razões, usamos apenas os números que expressam as medidas dessas grandezas.

Agora, vamos conhecer algumas razões com grandezas de naturezas diferentes.



Um carro parte da cidade Aracruz para a cidade de Itapemirim. A distância entre elas é 180 km, e o carro leva 3 horas para fazer esse trajeto.

Design: Jacob Campbells Images/ Fonte: Canva

Vamos calcular a razão entre a distância percorrida e o tempo gasto para isso. Observe que essas grandezas são de **naturezas diferentes**. Então:

$$\frac{180 \text{ km}}{3 \text{ h}} = 60 \text{ km/h.}$$

A esse tipo de razão chamamos de **velocidade média**.

Referências

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Matrizes de referência de matemática do Saeb – BNCC. Brasília, 2022.

Conselho Regional de Medicina do Estado do Espírito Santo. Acesso em 19/03/2025. <https://crmes.org.br/noticias/numero-de-medicos-no-espírito-santo-cresce-89-em-13-anos>.

ES. Secretaria de Estado do Planejamento e Gestão. Mapa de Divisão Administrativa de Cariacica. 2023. Disponível em: https://one.s3.es.gov.br/pr-geobases-public/DIVISAO_ADMINISTRATIVA_ES/Cariacica.pdf. Acesso em: 22 fev. 2025.

FOLHA VILA VELHA. Segundo o Censo do IBGE, a população de Vila Velha é de 467.722 pessoas. Folha Vila Velha, 2025. Disponível em: <https://folhavilavelha.com.br/segundo-o-censo-do-ibge-a-populacao-de-vila-velha-e-de-467-722-pessoas/vila-velha/noticias/utilidade-publica/social/>. Acesso em: 22 fev. 2025.

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy. A conquista da matemática: 8º ano: ensino fundamental: anos finais. São Paulo: Ftd, 2022.

IBGE - INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. Cariacica - Panorama. Disponível em: <https://cidades.ibge.gov.br/brasil/es/cariacica/panorama>. Acesso em: 22 fev. 2025.

IMPA. OBMEP – Portal da OBMEP. Disponível em: <https://portaldabompimpa.br/index.php/modulo/ver?modulo=57>. Acesso em: 22 fev. 2025.

Orientações curriculares. Currículo ES, 2024. Disponível em: <https://curriculo.sedu.es.gov.br/curriculo/orientacoescurriculares/>. Acesso em: 10 fev. 2025.

TEIXEIRA, Lilian Aparecida (ed.). SuperAÇÃO!: matemática: 8º ano: manual do professor. São Paulo: Moderna, 2022.

ATIVIDADE 10

A proporcionalidade é um conceito importante na Matemática e pode ser classificada em direta ou inversa, dependendo da relação entre as grandezas envolvidas.

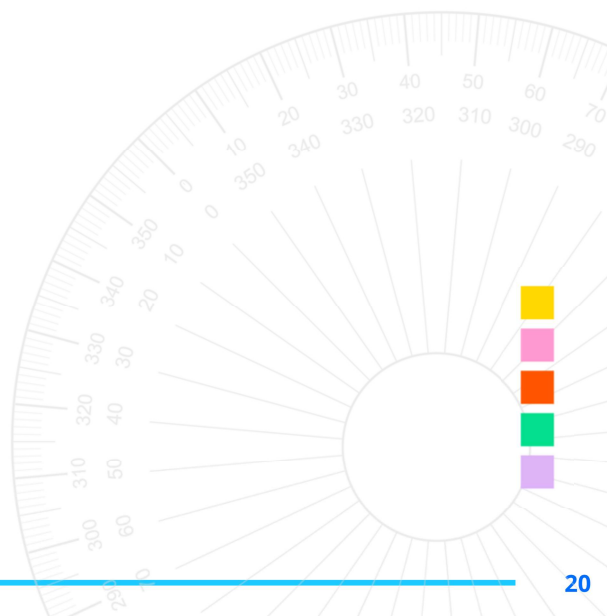
- **Proporcionalidade Direta:** Quando uma grandeza aumenta, a outra também aumenta na mesma proporção (ou quando uma diminui, a outra também diminui).
- **Proporcionalidade Inversa:** Quando uma grandeza aumenta, a outra diminui proporcionalmente (e vice-versa).

Elabore dois problemas matemáticos:

1. Envolvendo proporcionalidade direta entre duas ou mais grandezas.
2. Envolvendo proporcionalidade inversa entre duas ou mais grandezas.

Após elaborar os problemas, resolva-os, apresentando o raciocínio e os cálculos necessários.

Dica: Você pode criar problemas relacionados ao cotidiano, como receitas culinárias, abastecimento de veículos, produção industrial, construção civil, entre outros.



A cidade de Cachoeiro de Itapemirim, onde nasceu o cantor Roberto Carlos, tem área aproximada de 864 583 km² e 185 784 habitantes, de acordo com o último censo, em 2022.

Dividindo o número de habitantes pela área, vamos obter o número de habitantes por quilômetro quadrado (hab./km²):

$$\frac{864\,583\,hab}{185\,784\,km^2}$$

Isso é cerca de 4,65 hab./km².

Esse tipo de razão é chamada de **densidade demográfica**.



Design: Jookiko/ Fonte: Canva

Ana Luíza percorreu 42 km indo do município de Marataízes ao município de Iconha e gastou 3 litros de gasolina. Dividindo o número de quilômetros percorridos pelo número de litros de combustível consumido, temos o número de quilômetros que esse carro percorreu com 1 litro de combustível.

$$\frac{42\,km}{3\,litros} = 14\,km/L.$$

Esse tipo de razão chamamos de **consumo médio**.

PROPORÇÃO

A Organização Mundial da Saúde (OMS), órgão da ONU que trata dos temas ligados à saúde, recomenda 1 médico para cada grupo de 1 000 habitantes. Nessas condições, quantos médicos deveria ter uma cidade com 50 mil habitantes?

Médicos por habitantes

Nº de habitantes	Nº de médicos
1 000	1
2 000	2
3 000	3
4 000	4
5 000	5
6 000	6
⋮	⋮
10 000	10
⋮	⋮
50 000	50

razão entre o número de médicos e o número de habitantes: $\frac{1}{1000}$

razão entre o número de médicos e o número de habitantes: $\frac{50}{50\,000} = \frac{1}{1000}$

Fonte: Organização Mundial da Saúde (OMS).

De acordo com a OMS, a cidade deveria ter 50 médicos.

Observe que as razões $\frac{1}{1\ 000}$ e $\frac{50}{50\ 000}$ são iguais.

Uma sentença matemática que expressa uma igualdade entre duas razões é chamada **proporção**.

Proporção é uma igualdade entre duas razões.

Então, a sentença $\frac{1}{1\ 000}$ e $\frac{50}{50\ 000}$ é uma proporção.

Note que essas razões são dadas por frações equivalentes

PROPRIEDADE FUNDAMENTAL DAS PROPORÇÕES

Considere a proporção $\frac{6}{5} = \frac{18}{15}$.

- Os extremos dessa proporção são 6 e 15, e seu produto é 90.
- Os meios são 5 e 18, e seu produto também é 90.

Perceba que, nessa proporção, o produto dos meios é igual ao produto dos extremos.

Em toda proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios.

Essa é a **propriedade fundamental das proporções**.

Por meio dessa propriedade, também podemos reconhecer quando duas razões formam uma proporção.

Veja alguns exemplos.

$\frac{8}{10}$ e $\frac{24}{30}$ formam uma proporção, pois:

$$\begin{array}{ccc} 8 \cdot 30 & = & 10 \cdot 24 \\ 240 & & 240 \\ \text{produto dos extremos} & & \text{produto dos meios} \end{array}$$

$\frac{2}{4}$ e $\frac{5}{3}$ não formam uma proporção, pois o produto dos extremos ($2 \cdot 3 = 6$) é diferente do produto dos meios ($4 \cdot 5 = 20$).

Na situação a seguir, observe como podemos encontrar o valor desconhecido de um termo em uma proporção usando a propriedade fundamental.

ATIVIDADE 7

A taxa de consumo de combustível é um indicador importante para avaliar a eficiência energética de veículos. Ela mede quantos quilômetros um veículo pode percorrer com um litro de combustível.

Um carro flex pode usar gasolina ou etanol. Com gasolina, o consumo é de 12 km/l, enquanto com etanol é de 8 km/l. Se o preço da gasolina é R\$ 6,50 por litro e o do etanol é R\$ 4,50 por litro, qual é o combustível mais econômico para uma viagem de 240 km?

- A) A gasolina é mais econômica, com um custo de R\$ 120,00.
- B) Etanol é mais econômico, com custo de R\$ 135,00.
- C) A gasolina é mais econômica, com um custo de R\$ 130,00.
- D) Ambos têm o mesmo custo

ATIVIDADE 8

João está assistindo a um filme de 2 horas (120 minutos) no seu streaming favorito. Ele está tão ansioso para descobrir o final que decide acelerar a reprodução do vídeo. Ele começa assistindo na velocidade normal (1x), mas, após 30 minutos, aumenta a velocidade para 1,5x. Depois de mais 30 minutos, ele fica ainda mais ansioso e aumenta a velocidade para 2x. Em quanto tempo João assistirá a todo o filme?

- A) 50 minutos
- B) 60 minutos
- C) 75 minutos
- D) 80 minutos



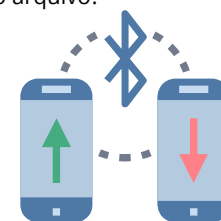
Design: Graphicsr/ Fonte: Canva

ATIVIDADE 9

O Bluetooth é uma tecnologia amplamente utilizada para a transferência de dados entre dispositivos próximos, como smartphones, fones de ouvido e computadores. A velocidade de transferência de dados pode variar dependendo da versão do Bluetooth e da distância entre os dispositivos.

Maria precisa transferir um arquivo de 120 MB para o celular de João usando Bluetooth. Ela sabe que a velocidade de transferência é de 2 MB/s. No entanto, devido a interferências, a velocidade cai para 1,5 MB/s após os primeiros 30 segundos. Quanto tempo Maria levará para transferir todo o arquivo?

- A) 60 segundos
- B) 70 segundos
- C) 80 segundos
- D) 90 segundos



Design: Chaiwat/ Fonte: Canva

ATIVIDADE 3

Uma equipe de engenheiros consegue construir uma ponte em 45 dias com 10 trabalhadores, mantendo um ritmo de trabalho constante. Se forem contratados mais 5 trabalhadores, mantendo o mesmo ritmo de trabalho, em quantos dias a equipe concluirá a obra?

- A) 75 dias
- B) 60 dias
- C) 40 dias
- D) 30 dias

ATIVIDADE 4

A escala de um mapa é 1:500 000, ou seja, 1 cm no mapa representa 500 000 cm no terreno. Se a distância entre duas cidades em um mapa é de 8 cm, qual é a distância real entre as cidades, em quilômetros?

- A) 40 km
- B) 80 km
- C) 100 km
- D) 400 km

ATIVIDADE 5

Uma impressora imprime 48 páginas em 3 minutos. Quantas páginas imprimirá em 5 minutos?

ATIVIDADE 6

(UFBA) Sessenta das 520 galinhas de um aviário não foram vacinadas; morreram 92 galinhas vacinadas. Para as galinhas vacinadas, a razão entre o número de mortas e de vivas é:

- a) $\frac{4}{5}$
- b) $\frac{5}{4}$
- c) $\frac{1}{4}$
- d) $\frac{4}{1}$



Fonte: <https://descubraespiritosanto.es.gov.br/cidades/divino-de-sao-lourenco>

Em uma escola do município de Divino de São Lourenço, menor município do Estado do Espírito Santo, para cada 4 meninas há 5 meninos estudando. Se há 580 meninos matriculados, quantos alunos estudam nessa escola?

Se representarmos por x o número de meninas, podemos formar a proporção:

$$\frac{4}{5} = \frac{x}{580}$$

$$5 \cdot x = 4 \cdot 580$$

$$5x = 2\,320$$

$$x = \frac{2\,320}{5}$$

$$x = 464$$

$$464 + 580 = 1\,044$$

aplicando a propriedade fundamental das proporções.

número de meninas que estudam nessa escola.

total de alunos.

Nessa escola, estudam 1 044 alunos.

GRANDEZAS PROPORCIONAIS

Entendemos como **grandeza** tudo o que pode ser medido ou contado. Assim, o comprimento, a superfície, a temperatura, a massa e o tempo são exemplos de grandezas.

Veja a seguir algumas situações que envolvem uma relação de dependência entre duas grandezas.

- A torneira da cozinha de uma casa estava vazando.

Para medir o vazamento por minuto, Natan colocou um recipiente graduado sob a torneira. Veja o que ele observou.

Tempo (em minuto)	1	2	3	4	5
Volume de água (em ml)	5	10	15	20	25

Note que:

- quando duplicamos o número de minutos, o volume de água também duplica;
- quando triplicamos o número de minutos, o volume de água também triplica; e assim por diante

Nesse caso, dizemos que as grandezas **tempo** e **volume de água** estão em uma relação de **proporcionalidade direta**, ou seja, são **grandezas diretamente proporcionais**.

- Suponha que, em uma doceria, um funcionário faça certa quantidade de bolos em 6 horas. Com a proximidade das festas de fim de ano, o proprietário da doceria resolve produzir a mesma quantidade de bolos em um tempo menor. Para isso, aumenta a quantidade de funcionários, de igual produtividade e trabalhando nas mesmas condições, conforme a necessidade.

Veja a relação entre o número de funcionários e o tempo gasto para a produção desses bolos.

Número de funcionários	1	2	3	4
Tempo (em hora)	6	3	2	1,5

- Quando duplicamos o número de funcionários, o número de horas fica reduzido à metade.
- Quando triplicamos o número de funcionários, o número de horas fica reduzido à terça parte; e assim por diante.

Nesse caso, dizemos que as grandezas **número de funcionários** e **tempo** estão em uma relação de **proporcionalidade inversa**, ou seja, são **grandezas inversamente proporcionais**.

Assim, podemos concluir:

Duas grandezas são diretamente proporcionais quando a razão entre dois valores da primeira é igual à razão entre os valores correspondentes da segunda.

Duas grandezas são inversamente proporcionais quando a razão entre dois valores da primeira é igual ao inverso da razão entre os valores correspondentes da segunda.

Atividades

ATIVIDADE 1

Mariana está desenhando a planta de uma fazenda para um projeto de Agronomia. Ela utiliza uma escala de 1:1 000, onde 1 cm no desenho representa 1 000 cm (ou 10 metros) na realidade.

O comprimento real da fazenda é de 1,2 km e Mariana quer saber qual será o comprimento da fazenda no desenho, em centímetros.

Esse comprimento é:

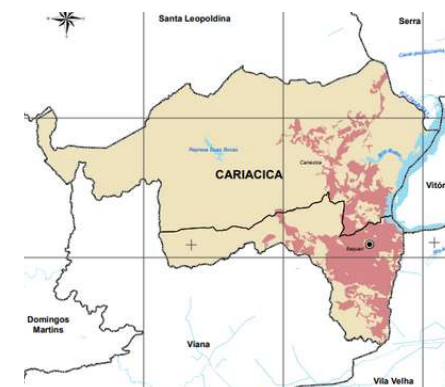
- A) 12 cm
- B) 100 cm
- C) 120 cm
- D) 1 200 cm

ATIVIDADE 2

Cariacica é um município brasileiro do estado do Espírito Santo, situado na Região Metropolitana da Grande Vitória. Com uma área aproximada de 280 km², faz divisa com Santa Leopoldina ao norte, Domingos Martins a oeste, Viana ao sul e, a leste, com Vila Velha, Serra e a capital, Vitória.

De acordo com dados do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), em 2024, a população estimada do município era de 375 485 habitantes. Com base nessas informações, qual é a densidade demográfica aproximada de Cariacica nesse ano?

- A) 1 301 hab/km²
- B) 1 341 hab/km²
- C) 1 401 hab/km²
- D) 1 451 hab/km²

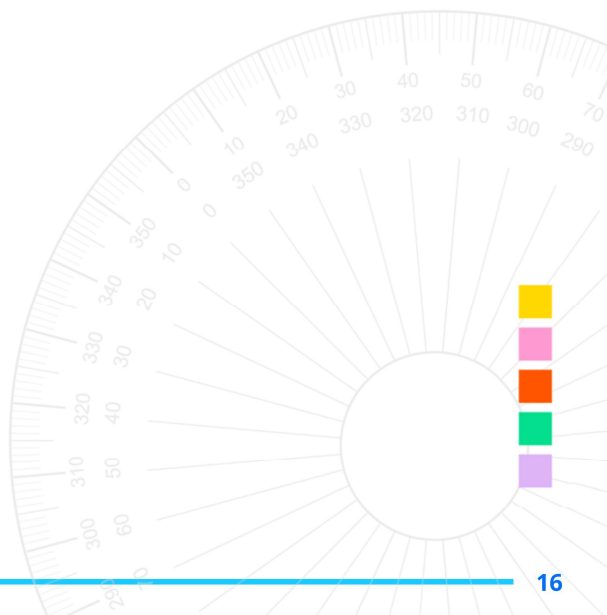


Fonte: https://one.s3.es.gov.br/pr-geobases-public/DIVISAO_ADMINISTRATIVA_ES/Cariacica.pdf

Material Extra

SAIBA MAIS APONTANDO O CELULAR
PARA O QR CODE ABAIXO OU CLIQUE NO BOTÃO.

Portal da OBMEP - Razões e proporções



REGRA DE TRÊS SIMPLES

Os problemas que envolvem duas **grandezas direta** ou **inversamente proporcionais** podem ser resolvidos por meio de um processo prático chamado de **regra de três simples**. Para entender tal processo, considere as situações a seguir.

Situação 1



Fonte: Alessandro Diniz Coutinho/Wikimedia Commons

A família Moraes viajou para Itaúnas, distrito de Conceição da Barra, para visitar as famosas dunas. O automóvel utilizado na viagem fez 180 km com 15 litros de etanol. Por estarem no município divisa com a Bahia, eles resolveram ir também até Mucuri, primeiro município baiano, percorrendo mais 30 km, totalizando 210 km. Vamos calcular quantos litros de etanol esse automóvel gastaria para percorrer 210 km.

O problema envolve duas grandezas: distância percorrida e consumo de etanol. As unidades empregadas para medir essas grandezas são, respectivamente, quilômetro e litro.

Ao indicar por x o número de litros de etanol que serão consumidos, podemos montar o seguinte quadro:

Distância percorrida (em km)	180	210
Consumo de etanol (em litro)	15	x

As grandezas distância percorrida e consumo de etanol são diretamente proporcionais, pois, se a distância percorrida aumenta, o consumo de etanol aumenta proporcionalmente, ou seja, se a distância dobra, triplica..., o consumo de etanol também dobra, triplica... etc.

Logo, a razão entre as distâncias percorridas é igual à razão entre os correspondentes consumos de etanol.

Assim, temos a proporção $\frac{180}{210} = \frac{15}{x}$, que nos leva ao valor de x .

$$180x = 15 \cdot 210$$

$$\frac{180x}{180} = \frac{3150}{180}$$

$$x = 17,5$$

Portanto, esse automóvel gastaria 17,5 litros de etanol para percorrer 210 km.

• Situação 2

Ao viajar de automóvel, à velocidade média de 60 km/h, Margareth leva 4 horas para fazer certo percurso. Certo dia, ela aumentou a velocidade média do automóvel para 80 km/h. Vamos calcular o tempo que ela levou para percorrer o mesmo trajeto.

Velocidade média (em km/h)	60	80
Tempo (em hora)	4	x

As grandezas velocidade e tempo são inversamente proporcionais, pois, ao se aumentar a velocidade, o tempo de percurso diminui proporcionalmente. Se, por exemplo, a velocidade for duplicada, o tempo de percurso ficará reduzido à metade.

Organizamos a proporção com a razão das velocidades médias sendo igual ao inverso da razão entre os respectivos tempos:

$$\frac{60}{80} = \frac{x}{4} \rightarrow 240 = 80x \rightarrow \frac{240}{80} = \frac{80x}{80} \rightarrow x = 3$$

Portanto, quando Vânia aumentou a velocidade média do automóvel para 80 km/h, o tempo que ela levou para percorrer o mesmo trajeto foi de 3 horas.

ESCALA

Observe o mapa a seguir.

Nele, a distância entre Porto Alegre e Florianópolis, em linha reta, é 1,9 cm. A distância real, em linha reta, entre essas duas cidades é 380 km.

Vamos calcular a razão entre a distância que está no mapa e a distância real entre as duas cidades. Para isso, precisamos expressá-las em uma mesma unidade de medida.

Transformamos 380 km (distância real) em centímetro:

$$380 \text{ km} = 38\,000\,000 \text{ cm}$$

Portanto, a razão procurada é dada por:

$$\frac{1,9}{38.000.000} \stackrel{\div 1,9}{=} \frac{1}{20.000.000} = 1 : 20.000.000$$

A razão 1 : 20 000 000 significa que cada centímetro no mapa corresponde a 20 000 000 cm reais, isto é, cada centímetro corresponde a 200 km.

A esse tipo de razão chamamos de **escala**.



Dados obtidos em: IBGE. Atlas geográfico escolar. Rio de Janeiro: IBGE, 2012. p. 90.



EXERCÍCIO 7

Renato é criador de bovinos e deve aplicar um medicamento para o controle de uma doença. De acordo com o fabricante, para cada 50 kg do animal, deve ser aplicado 2 mL do medicamento. Em um animal com 450 kg, quantos mililitros de medicamento devem ser aplicados?

SOLUÇÃO

A relação entre o peso do animal e a quantidade de medicamento é diretamente proporcional, ou seja, quanto maior o peso do animal, maior a quantidade de medicamento aplicada.

$$\begin{aligned} \frac{50}{450} &= \frac{2}{x} \\ 50x &= 900 \\ x &= 18 \end{aligned}$$

Renato deve aplicar 18 mL do medicamento no animal de 450 kg.

EXERCÍCIO 8

Em uma editora, trabalham 9 digitadores. Trabalhando juntos durante o mesmo período diariamente, eles digitam certo material em 20 dias. Contratando mais 6 digitadores, em quantos dias todos finalizariam o material, considerando o mesmo ritmo de trabalho?

SOLUÇÃO

Esse é um problema de grandezas inversamente proporcionais, pois o número de digitadores e o tempo necessário para finalizar o material têm uma relação inversa: quanto mais digitadores, menos dias serão necessários. Com 15 digitadores, o material será finalizado em 12 dias, assim como mostram os cálculos abaixo.

$$\begin{aligned} \frac{9}{9+6} &\neq \frac{20}{x} \\ \frac{15}{9} &= \frac{20}{x} \\ 15x &= 180 \\ x &= 12 \end{aligned}$$

A fração foi invertida, pois a grandeza "tempo" é inversamente proporcional à grandeza "número de digitadores".



EXERCÍCIO 6

Identifique as afirmações verdadeiras, justificando as falsas.

- As grandezas velocidade e tempo são inversamente proporcionais.
- Um médico receita a uma pessoa tomar 3 comprimidos por dia. A quantidade de comprimidos e a quantidade de dias são grandezas inversamente proporcionais.
- Se um bebedouro enche 1 copo em 25 segundos, encherá 3 copos de mesma medida de capacidade em 1 minuto.
- A escala de um mapa indica que um centímetro do mapa representa 3 quilômetros no território real. A medida da distância no mapa e na realidade são grandezas diretamente proporcionais.
- Se cada episódio de uma série tem 45 min, então 10 episódios terão 4 h 50 min.

SOLUÇÃO

a) Verdadeiro, pois, ao se aumentar a velocidade, o tempo de percurso diminui proporcionalmente.

b) Falso.

Grandezas inversamente proporcionais ocorrem quando uma aumenta e a outra diminui. Aqui, ambas crescem juntas. A quantidade de comprimidos consumidos aumenta conforme o número de dias aumenta, ou seja, se o número de dias dobra, a quantidade total de comprimidos também dobra. Isso caracteriza uma relação diretamente proporcional, e não inversamente proporcional.

c) Falso.

Se um copo leva 25 segundos, então 3 copos levarão 1 minuto e 15 segundos.

d) Verdadeiro

e) Falso.

Se cada episódio tem 45 minutos, então 10 episódios terão 450 min que corresponde a 7 horas e 30 minutos.

Exercícios Resolvidos

EXERCÍCIO 1

A Organização Mundial da Saúde (OMS), órgão da ONU que trata dos temas ligados à saúde, recomenda 1 médico para cada grupo de 1 000 habitantes.

Nessas condições, quantos médicos deveria ter uma cidade com 4 milhões de habitantes?

SOLUÇÃO

Para calcular quantos médicos deveriam estar disponíveis em uma cidade com 4 milhões de habitantes, usando a recomendação da OMS de 1 médico para cada 1 000 habitantes, podemos dividir a população total pelo número de habitantes por médico:

$$\text{Número de médicos} = \frac{\text{População total}}{\text{Habitantes por médico}} = \frac{4.000.000}{1.000}$$

Número de médicos = 4 000.

Portanto, uma cidade com 4 milhões de habitantes deveria ter 4 000 médicos.

EXERCÍCIO 2

“A quantidade de médicos no Espírito Santo praticamente duplicou de 2011 para cá, segundo dados da Demografia Médica 2024, elaborada pelo Conselho Federal de Medicina (CFM). O levantamento aponta que o Estado tinha 7 410 médicos há 13 anos e, agora, conta com **14 032 profissionais** (89% de aumento).

Conselho Regional de Medicina do Estado do Espírito Santo

Segundo o último censo realizado em 2022 pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), a população do Estado do Espírito Santo é de 3 833 712 pessoas.

<https://www.ibge.gov.br/cidades-e-estados/es.html>

a) Com base nessas informações, qual é a quantidade de médicos para cada grupo de 1 000 pessoas no Estado do Espírito Santo?

b) Faça uma comparação com a quantidade de médicos para cada grupo de 1 000 habitantes no Estado do Espírito Santo com a quantidade recomendada pela OMS.

SOLUÇÃO

a) Para calcular a quantidade de médicos para cada grupo de 1 000 pessoas no Estado do Espírito Santo, temos:

$$\text{Médicos por 1.000 pessoas} = \left(\frac{\text{Número total de médicos}}{\text{População total}} \right) \times 1.000$$

$$\text{Médicos por 1.000 pessoas} = \left(\frac{14.032}{3.833.712} \right) \times 1.000$$

$$\text{Médicos por 1.000 pessoas} \approx 3,66$$

Portanto, o Estado do Espírito Santo tem, aproximadamente, 3,66 médicos para cada grupo de 1 000 pessoas.

b) Comparando com a recomendação da OMS, que é de 1 médico para cada grupo de 1 000 pessoas, o estado do Espírito Santo, com 3,66 médicos para cada grupo de 1 000 pessoas está acima dessa recomendação.

EXERCÍCIO 3

Escreva em seu caderno uma razão na ordem dos dados apresentados em cada frase.

- a) Jogando videogame, Carla ganhou 5 partidas e perdeu 3.
- b) Em uma apresentação de teatro, 74 pessoas pagaram meia-entrada e 118 pagaram a inteira.
- c) Em um escritório, 7 pessoas preferem o ar-condicionado desligado e 10 preferem o aparelho ligado.
- d) Para um projeto de Ciências, Mateus tirou 14 fotos de animais invertebrados e 5 de vertebrados.

SOLUÇÃO

a) Razão de partidas ganhas para partidas perdidas: $\frac{5}{3}$

b) Razão de pessoas que pagaram meia-entrada para pessoas que pagaram a inteira: $\frac{74}{118}$

c) Razão de pessoas que preferem o ar-condicionado desligado para pessoas que preferem ligado: $\frac{7}{10}$

d) Razão de fotos de animais invertebrados para fotos de vertebrados: $\frac{14}{5}$

EXERCÍCIO 4

Em um dia de estudos, Rafael resolveu 27 questões de Português e 36 de Matemática.

a) Qual é a razão entre a quantidade de questões de Português e de Matemática resolvidas por ele?

b) Qual é o significado da razão que você escreveu no item a)?

SOLUÇÃO

a) Podemos simplificar a fração. $\frac{27}{36} = \frac{3}{4}$

b) Significa que a cada 3 questões resolvidas de Português, 4 de Matemática foram solucionadas.

EXERCÍCIO 5

Efetue os cálculos e determine o valor de x nas seguintes proporções.

a) $\frac{5}{x} = \frac{20}{16}$

b) $\frac{x}{6} = \frac{x+5}{12}$

SOLUÇÃO

a) $\frac{5}{x} = \frac{20}{16}$

$$20x = 80$$

$$x = \frac{80}{20}$$

$$x = 4$$

b) $\frac{x}{6} = \frac{x+5}{12}$

$$12x = 6x + 30$$

$$6x = 30$$

$$x = 5$$