



GOVERNO DO ESTADO DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

Material Estruturado



SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL

GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

1ª Série | Ensino Médio

MATEMÁTICA

FUNÇÃO QUADRÁTICA

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM	DESCRITOR(ES) DO PAEBES
<p>EM13MAT502 Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Analisar conjuntos de dados numéricos organizados em tabelas, observando a relação entre as duas variáveis. • Identificar padrões de variação de uma variável conforme a outra muda, descrevendo algebricamente esses padrões. • Verificar se uma relação expressa em tabela representa uma função polinomial do 2º grau do tipo $y=ax^2$. • Reconhecer casos em que y é diretamente proporcional ao quadrado de x, como $y = ax^2$, e compreender o significado dessa relação. • Resolver problemas contextualizados que possam ser modelados por funções do tipo $y = ax^2$ • Identificar a forma geral de uma função quadrática: $y=ax^2+bx+c$. • Resolver problemas envolvendo funções quadráticas. 	<p>D086_M Reconhecer expressão algébrica que representa uma função a partir de uma tabela.</p> <p>D087_M Resolver problema envolvendo equação do 2º grau.</p> <p>D071_M Analisar crescimento/ decréscimo, zeros de funções reais apresentadas em gráficos.</p>

Contextualização

FUNÇÃO QUADRÁTICA E SAÚDE

17/02/2025 15h02 - Atualizado em 17/02/2025 15h33

Dengue: crianças e adolescentes de 10 a 14 permanecem como público da vacina no Estado



A saúde pública é uma área que envolve diversas estratégias e ações para proteger e promover o bem-estar da população. No Espírito Santo, a vacinação contra a dengue tem sido um pilar fundamental no combate a essa doença, especialmente para crianças e adolescentes de 10 a 14 anos, que continuam sendo o público beneficiado da vacina. De acordo com a reportagem "Dengue: crianças e adolescentes de 10 a 14 permanecem como público da vacina no Estado", divulgada no portal da Secretaria da Saúde, o Estado tem se empenhado em garantir a vacinação de 90% da população jovem, com o objetivo de evitar mortes pela doença e controlar a transmissão do vírus.

No contexto da vacinação contra a dengue, podemos observar como o número de vacinas administradas aumenta ao longo do tempo. Esse aumento, especialmente nas primeiras semanas de campanha, pode seguir um padrão de crescimento acelerado, que pode ser modelado por uma função quadrática. Esse modelo é útil para descrever o comportamento inicial da vacinação, quando a resposta da população é mais intensa, com um grande número de vacinas aplicadas nas primeiras semanas, até que a taxa de crescimento começa a estabilizar.

Para ilustrar como a função quadrática pode ser aplicada a esse contexto, considere o seguinte problema: o número de vacinas administradas em uma campanha contra a dengue em um município pode ser modelado pela função $y = 200x^2$, onde y **representa o número de vacinas aplicadas**, em unidades, após x **semanas de campanha**. Neste caso, o município poderia saber quantas vacinas foram aplicadas após 3 semanas de campanha, em quantas semanas o número de vacinas aplicadas atingirá 3200 doses e como o número de vacinas aplicadas varia ao longo das primeiras 6 semanas de campanha, entre outros dados importantes para a sua organização.

Essas questões e outras serão resolvidas ao longo deste material, onde você aprenderá como utilizar **funções quadráticas**, entender o seu comportamento e como essas funções podem ser usadas para modelar situações reais, como o monitoramento de campanhas de vacinação contra a dengue. A Matemática aqui é mais do que apenas números; ela se conecta diretamente com o bem-estar da sociedade e com estratégias de saúde pública importantes para a nossa comunidade.

BONS ESTUDOS!

Conceitos e Conteúdos

INVESTIGANDO DADOS ORGANIZADOS EM TABELAS

Vamos voltar ao problema do texto de contextualização.

Em certo município, do Espírito Santo, a campanha contra a dengue iniciou e abaixo consta uma tabela com o número de vacinas administradas por semana.

Nº de Semanas	1	2	3	4	5
Nº de vacinas aplicadas	200	800	1800	3200	5000

A partir da observação dos dados da tabela é possível determinar quantas vacinas serão administradas na 10ª semana? A resposta é sim.

Podemos perceber em cada coluna da tabela que o número de vacinas aplicadas está crescendo com o passar das semanas (**x**). Veja:

- Após 1 semana ($x = 1$), o número de vacinas = $200 \cdot (1)^2 = 200$
- Após 2 semanas ($x = 2$), o número de vacinas = $200 \cdot (2)^2 = 800$
- Após 3 semanas ($x = 3$), o número de vacinas = $200 \cdot (3)^2 = 1800$
- Após 4 semanas ($x = 4$), o número de vacinas = $200 \cdot (4)^2 = 3200$
- Após 5 semanas ($x = 5$), o número de vacinas = $200 \cdot (5)^2 = 5000$

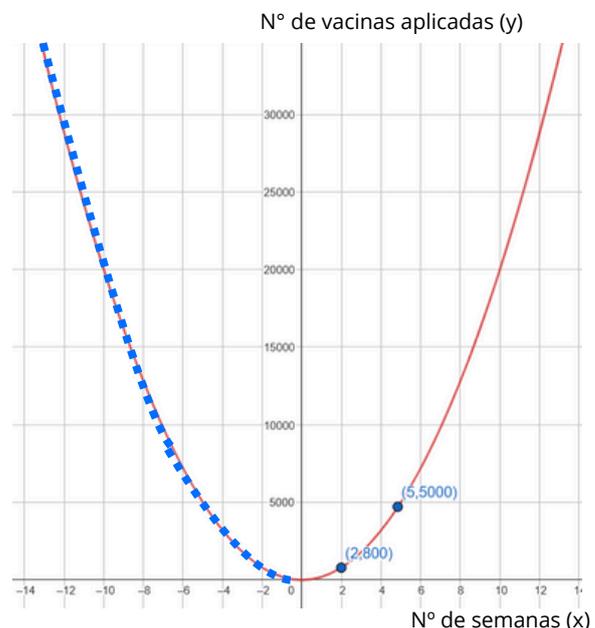
Dessa forma, podemos generalizar escrevendo que o número de vacinas aplicadas é igual a 200 vezes o quadrado do números de semanas, organizando em uma tabela:

Nº de Semanas	x
Nº de vacinas aplicadas	$V(x) = 200 \cdot x^2$

Trata-se de uma função quadrática, tema que será explorado ao longo deste material.

Podemos ainda representar as relações entre **o número de semanas** e o **número de vacinas aplicadas** no plano cartesiano. Considere que cada coluna da nossa tabela seja um par ordenado (x, y) e que representaremos por: **semanas (x)** e **número de vacinas aplicadas (y)**.

Nesse caso, para os valores de x menores que zero a função não está definida (não trabalhamos com medidas negativas para o nº de semanas). Assim, indicamos o traçado do gráfico para $x < 0$ com um tracejado.



DEFINIÇÃO DE UMA FUNÇÃO QUADRÁTICA

A função quadrática, também pode ser chamada de função polinomial do 2º grau, pois as relações entre a variável dependente e a variável independente são expressas por polinômios do 2º grau.

Uma função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$, com a, b, c reais e $a \neq 0$, é chamada de função quadrática.

Os números a, b e c são os coeficientes (ou parâmetros) da função, sendo que:

- a é o coeficiente do termo x^2
- b é o coeficiente do termo x
- c é o coeficiente independente.
- o coeficiente a precisa ser **diferente de zero**, caso contrário, teremos uma função polinomial do 1º grau ou uma função constante (caso b também seja zero).

Observe a seguir a lei de formação de algumas funções quadráticas:

- $f(x) = x^2 - 5x + 2$, em que os coeficientes são: $a = 1$, $b = -5$ e $c = 2$.
- $g(x) = 0,8x^2 + 1$, em que os coeficientes são: $a = 0,8$, $b = 0$ e $c = 1$.
- $h(x) = -2x^2 + 13x$, em que os coeficientes são: $a = -2$, $b = 13$ e $c = 0$.
- $v(x) = 200x^2$, em que os coeficientes são: $a = 200$, $b = 0$ e $c = 0$.

Observe que em todos os casos o único coeficiente que não assume valor igual a zero é o coeficiente a .

VALOR OU IMAGEM DA FUNÇÃO QUADRÁTICA

A imagem de uma função é o conjunto de todos os valores que a função pode assumir para todos os valores possíveis de x .

Por exemplo:

- Dada a função $f(x) = x^2 - 5x + 2$, para calcular o valor dessa função no ponto $x = 3$, ou seja, $f(3)$, basta substituir x por 3 : $f(3) = 3^2 - 5 \cdot 3 + 2 = -4$. Logo, $f(3) = -4$.
- Dada a função $g(x) = 0,8x^2 + 1$, para calcular o valor dessa função no ponto $x = 0$, ou seja, $g(0)$, basta substituir x por 0 : $g(0) = 0,8 \cdot 0^2 + 1 = 1$. Logo, $g(0) = 1$.

O valor da função é determinado substituindo x por um valor específico na equação da função quadrática.

Veja outros exemplos:

a) $f(x) = -2x^2$

x	0	1	2	3	4	5
f(x)	$-2 \cdot 0^2 = 0$	$-2 \cdot 1^2 = -2$	$-2 \cdot 2^2 = -8$	$-2 \cdot 3^2 = -18$	$-2 \cdot 4^2 = -32$	$-2 \cdot 5^2 = -50$

b) $g(x) = x^2 + 5x$

x	-2	-1	0	1
g(x)	$(-2)^2 + 5 \cdot (-2) = -6$	$(-1)^2 + 5 \cdot (-1) = -4$	$0^2 + 5 \cdot 0 = 0$	$1^2 + 5 \cdot 1 = 6$

RECONHECENDO CASOS EM QUE Y É DIRETAMENTE PROPORCIONAL AO QUADRADO DE X

Quando y é diretamente proporcional ao quadrado de x, a relação pode ser expressa pela equação $y = ax^2$, onde **a** é uma constante que define a intensidade da variação.

Um exemplo clássico de uma situação em que y é diretamente proporcional ao quadrado de x pode ser encontrado no contexto da física, especificamente ao estudar a energia cinética de um objeto em movimento.

Veja:

Energia Cinética de um Objeto

A energia cinética (**E_c**) de um objeto é dada pela equação:

$$E_c = \frac{mv^2}{2}$$

Onde:

- **E_c** é a energia cinética.
- **m** é a massa do objeto
- **v** é a velocidade do objeto.

Nesta equação, vemos que a energia cinética E_c é proporcional ao quadrado da velocidade v . Isso significa que, se a velocidade do objeto aumentar, a energia cinética aumentará de maneira mais acentuada, já que o aumento na velocidade é elevado ao quadrado.

Por exemplo:

Se a velocidade de um objeto dobra, ou seja, v vai de 10 m/s para 20 m/s, a energia cinética não dobra, mas aumenta quatro vezes pois: $(2v)^2 = 4v^2$.

Exercícios Resolvidos

EXERCÍCIO 1

Quais das funções abaixo são quadráticas?

a) $f(x) = 3x^2$

b) $g(x) = 2x + 5$

c) $h(x) = x \cdot (x - 1) \cdot (x + 2)$

d) $p(x) = 3x \cdot (x + 3)$

SOLUÇÃO

Vamos analisar cada uma das funções para determinar se são quadráticas ou não. Uma função quadrática pode ser expressa na forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, onde a, b e c são constantes e $a \neq 0$.

a) $f(x) = 3x^2$

Esta é uma função quadrática, pois a variável está elevada ao quadrado (x^2) e não há termos de grau maior ou menor. Portanto, é uma função quadrática.

Resposta: Quadrática.

b) $g(x) = 2x + 5$

Esta função é uma função linear, pois a variável x está apenas na primeira potência (x^1), não sendo elevada ao quadrado. Funções lineares têm a forma $f(x) = ax + b$, onde a e b são constantes.

Resposta: Não é quadrática.

c) $h(x) = x(x-1)(x+2)$

Podemos expandir essa expressão para verificar se ela é quadrática. Vamos primeiro multiplicar os fatores:

Primeiro, multiplicamos $(x-1)$ e $(x+2)$:

$$(x-1)(x+2) = x^2 + 2x - x - 2 = x^2 + x - 2$$

Agora, multiplicamos o resultado por x :

$$h(x) = x(x^2 + x - 2) = x^3 + x^2 - 2x$$

Como o termo x^3 aparece, essa não é uma função quadrática (é uma função cúbica, devido ao termo de grau 3).

Resposta: Não é quadrática.

d) $p(x) = 3x(x+3)$

Vamos expandir essa expressão também:

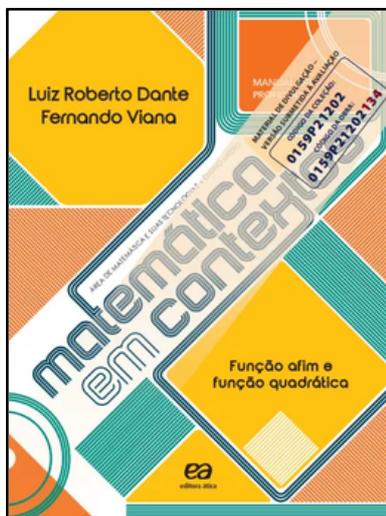
$$p(x) = 3x(x + 3) = 3x^2 + 9x$$

Essa função é quadrática, pois o termo x^2 aparece e não há termos de grau superior ou inferior. Ela tem a forma $p(x) = ax^2 + bx$, com $a = 3$ e $b = 9$.

Resposta: Quadrática.



Material Extra



LIVRO MATEMÁTICA EM CONTEXTOS - FUNÇÃO AFIM E QUADRÁTICA

- Na página 81 a atividade sugerida é uma boa oportunidade para que os alunos possam identificar a forma geral de uma função quadrática $y = ax^2+bx+c$.



LIVRO PRISMAS - CONJUNTOS E FUNÇÕES

- Nas página 118 e 119 as atividades apresentadas podem ser usadas como aprofundamento dos estudos da resolução de problemas envolvendo funções quadráticas.

**FUNÇÃO QUADRÁTICA (KHAN ACADEMY)
LEIA O QR CODE ABAIXO OU CLIQUE NO BOTÃO.**



Função Quadrática





Atividades

ATIVIDADE 1

Qual das seguintes funções é uma função quadrática?

- A) $f(x) = 3x + 5$
- B) $f(x) = x^2 - 4x + 7$
- C) $f(x) = \frac{1}{x} + 2$
- D) $f(x) = 2x^3 - x + 1$
- E) $f(x) = 5\sqrt{x} - 2$

ATIVIDADE 2

Dada a função quadrática $f(x) = 2x^2 - 3x + 5$, identifique os coeficientes a , b e c .

- A) $a = 2, b = -3, c = 5$
- B) $a = -3, b = 2, c = 5$
- C) $a = 5, b = 2, c = -3$
- D) $a = 2, b = 5, c = -3$
- E) $a = 5, b = -3, c = 2$

ATIVIDADE 3

Considere que $f(10) = 4$. Substitua x por 10 em cada função e verifique em quais funções obtém-se 4.

- A) $f(x) = 2x - 16$
- B) $f(x) = x - 6$
- C) $f(x) = 3 - 0.5x$
- D) $f(x) = x^2 - 96$

ATIVIDADE 4

Dada a função quadrática $f(x) = 3x^2 + 2x - 7$, qual é o valor de $f(-5)$?

- A) -92
 - B) -72
 - C) 28
 - D) 58
 - E) 78
- 

ATIVIDADE 5

Dada a função quadrática $f(x) = 5x^2 - 4x + 1$, qual é o valor de $f(0, 2)$?

- A) 0,2
- B) 0,4
- C) 1,2
- D) 1,4
- E) 2,2

ATIVIDADE 6

Dada a função quadrática $f(x) = 4x^2 - 2x + 3$, qual é o valor de $f\left(\frac{1}{3}\right)$?

- A) $\frac{7}{3}$
- B) $\frac{8}{3}$
- C) 3
- D) $\frac{10}{3}$
- E) $\frac{25}{9}$

ATIVIDADE 7

Observe a tabela abaixo e preencha-a com os valores da função quadrática:

a) $f(x) = 3x^2$

x	0	1	2	3	4	5
f(x)						

b) $f(x) = -4x^2$

x	0	1	2	3	4	5
f(x)						

ATIVIDADE 8

Do topo de um edifício, a 100 metros do chão, caiu um vaso. A distância do vaso em relação ao solo em cada momento da queda pode ser calculada pela função quadrática $f(t) = 100 - t^2$, na qual $f(t)$ representa a **distância**, em metros, do vaso em relação ao solo e t o **tempo**, em segundos, no momento da queda. Com base nessas informações, marque a única opção **verdadeira**.

- A) O vaso cai durante 14 segundos até atingir o solo.
- B) Após 7 segundos do início da queda, o vaso caiu quase metade da altura da queda.
- C) O tempo que o vaso leva para cair metade da altura da queda é o mesmo tempo que leva para cair a outra metade.
- D) O vaso desce com velocidade constante.
- E) No instante $t = 10$ segundos, o vaso está a 9 metros do chão.



ATIVIDADE 9

A água é essencial para a vida e está presente na constituição de todos os alimentos. Em regiões com escassez de água, é comum a utilização de cisternas para a captação e armazenamento da água da chuva. Ao esvaziar um tanque contendo água da chuva, a **expressão quadrática**

$$V(t) = \frac{-t^2}{43200} + 3$$

representa o **volume (V)** (em m³) de água presente no tanque no **instante (t)** (em minutos).

Qual é o **tempo (em horas)** necessário para que o tanque seja **esvaziado (V(t) = 0)**?

- A) 360.
- B) 180.
- C) 120.
- D) 6.
- E) 3.

ATIVIDADE 10

Na tabela a seguir temos a **posição (em metros)** de um móvel em função do **tempo (em segundos)** que se movimenta em movimento uniformemente variado.

Tempo (s)	0	1	2	3
Posição (m)	0	2	8	18

A lei para a posição do móvel em função do tempo é uma **expressão quadrática** do tipo $f(x) = ax^2$. Qual será a **posição** desse móvel para o instante **t = 5** segundos?

- A) 10
- B) 25
- C) 50
- D) 75
- E) 90

Referências

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. Matemática em contextos . Volume 1. São Paulo: Ática, 2020

BONJORNO, Giovanni Jr.; CÂMARA, Paulo. Prisma: matemática – conjuntos e funções . São Paulo: FTD, 2020.

SECRETARIA DA SAÚDE DO ESPÍRITO SANTO. Dengue: crianças e adolescentes de 10 a 14 permanecem como público da vacina no Estado. Disponível em: <https://saude.es.gov.br/Not%C3%ADcia/dengue-criancas-e-adolescentes-de-10-a-14-permanecem-como-publico-da-vacina-no-estado>. Acesso em: 19 fev. 2025.

KHAN ACADEMY. Função quadrática. Disponível em: <https://pt.khanacademy.org/math/em-mat-algebra/x34e9dd8107ca5eda:funcao-quadratica/x34e9dd8107ca5eda:untitled-705/v/funcao-quadratica>. Acesso em: 19 fev. 2025.