GOVERNO DO ESTADO DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

Material Estruturado

SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL   GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

1ª Série | Ensino Médio

MATEMÁTICA

ÁREA E PERÍMETRO DE POLÍGONOS REGULARES

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM	DESCRITOR(ES) DO PAEBES
EM13MAT506 Representar graficamente a variação da área e do perímetro de um polígono regular quando os comprimentos de seus lados variam, analisando e classificando as funções envolvidas.	• Explorar diferentes valores do comprimento do lado de um polígono regular, registrando as variações no perímetro e na área em tabelas e gráficos. • Identificar padrões na relação entre lado, perímetro e área, conjecturando sobre a natureza linear (perímetro) e quadrática (área) das funções. • Reconhecer que o perímetro de um polígono regular é proporcional ao comprimento de seus lados, sendo calculado pela fórmula $P = n \cdot l$ onde n é o número de lados e l a medida de cada lado. • Compreender que a área de um polígono regular pode ser expressa como uma função do comprimento do lado, considerando a relação com o apótema. • Utilizar ferramentas digitais, como planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica, para criar tabelas relacionando lado, perímetro e área, gerando gráficos que representem as variações do perímetro e da área em função do lado.	***D057_M*** Utilizar o perímetro de uma figura bidimensional na resolução de problema. ***D058_M*** Utilizar área de figuras bidimensionais na resolução de problema

Contextualização

Design: Khunkorn / Fonte: Canva

A Matemática é uma linguagem poderosa para representar e compreender padrões no mundo ao nosso redor. Quando unimos essa linguagem à tecnologia, ampliamos ainda mais nossas possibilidades de visualizar, analisar e interpretar dados de forma dinâmica, precisa e interativa.

Neste material, vamos explorar como o perímetro e a área de polígonos regulares se comportam quando o comprimento de seus lados varia. Você verá que o perímetro cresce de forma linear, enquanto a área apresenta um comportamento quadrático, revelando diferentes tipos de função que regem essas relações.

Para isso, utilizaremos ferramentas digitais, como planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica (como o GeoGebra), que permitirão criar tabelas, gráficos e representações visuais que mostram, de maneira clara, como essas grandezas se relacionam. A tecnologia, nesse contexto, não apenas facilita os cálculos, mas também ajuda a desenvolver o raciocínio matemático e a capacidade de fazer conjecturas baseadas em evidências visuais e numéricas.

Você será convidado(a) a manipular dados, construir gráficos e classificar as funções envolvidas nas variações de área e perímetro, aproximando-se de uma Matemática mais investigativa, experimental e conectada com o mundo digital.

Vamos começar? É hora de unir Matemática e tecnologia para entender melhor as formas, seus comportamentos e os padrões que elas escondem!

BONS ESTUDOS!

Conceitos e Conteúdos

POLÍGONOS REGULARES

Polígono é uma figura fechada, plana, formada por segmentos de reta não alinhados e que não se cruzam. Estes segmentos são os lados do polígono que, quando regular, são de mesmo comprimento.

Um polígono regular é aquele que possui todos os seus lados e ângulos de mesma medida.

Exemplos de polígonos regulares incluem o triângulo equilátero, quadrado, pentágono regular, hexágono regular, entre outros.

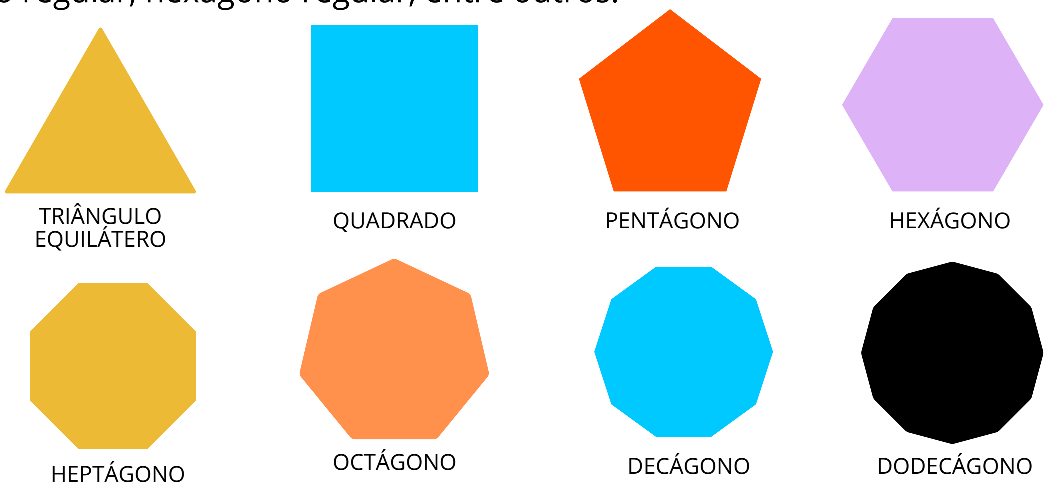


Imagem produzida no Canva

APÓTEMA DE UM POLÍGONO REGULAR

O apótema de um polígono regular é um segmento de reta que une o centro do polígono ao ponto médio de um lado, fazendo com ele um ângulo de 90°.

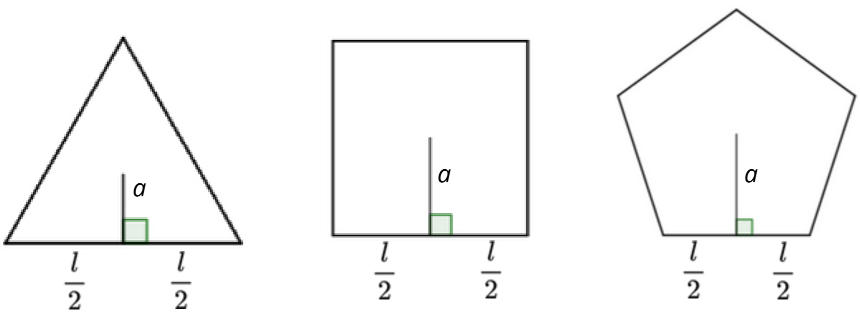


Imagem produzida no Geogebra

Dessa forma, o apótema divide o lado do polígono em duas partes iguais, funcionando como uma mediatriz, pois intercepta o lado em seu ponto médio e forma com ele um ângulo de 90°.

A quantidade de apótemas de um polígono é a mesma de seu número de lados. Como o polígono é regular, os apótemas possuem mesma medida.

PERÍMETRO DE POLÍGONOS REGULARES

O perímetro de um polígono regular é a ***soma de todos os seus lados***.
Para um polígono regular de ***n*** lados, cada um com comprimento ***ℓ ,*** o perímetro ***P*** é dado pela fórmula:

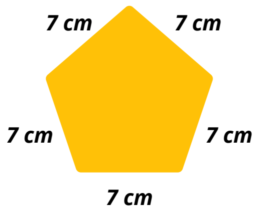
$$P = n \cdot \ell$$

Onde:

- ***P*** é o perímetro,
- ***n*** é o número de lados,
- ***ℓ*** é o comprimento de cada lado.

Exemplo:
O perímetro do pentágono regular com lado medindo 7 cm é:

$$P = n \cdot \ell = 5 \cdot 7 = 35 \text{ cm}$$



Design: Iconsolid / Fonte: Canva

ÁREA DE POLÍGONOS REGULARES

Além das fórmulas existentes específicas de cada polígono, há uma fórmula que podemos utilizar para todo polígono regular:

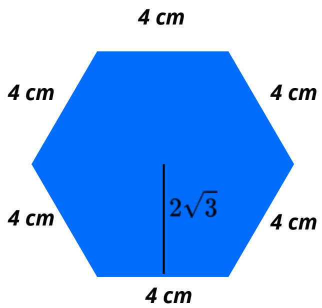
$$A = a \cdot p$$

A → área do polígono
a → apótema
p → semiperímetro (metade do perímetro)

Exemplo:
Vamos calcular a área de um hexágono regular com medida do lado igual a 4 cm e apótema de $2\sqrt{3}$ cm.

Como vimos, a área de um polígono regular pode ser calculada como o produto entre o apótema e o semiperímetro.
Como um hexágono possui 6 lados, o perímetro é :

$$P = n \cdot \ell = 6 \cdot 4 = 24 \text{ cm}$$



seu semiperímetro é: $\frac{24}{2} = 12cm$

portanto, a área é:

$$A = a \cdot p = 2\sqrt{3} \cdot 12 = 24\sqrt{3}cm^2$$

EXPLORANDO O PERÍMETRO E A ÁREA COM A VARIAÇÃO DO COMPRIMENTO DO LADO

Vamos analisar o comportamento do perímetro e da área de um polígono regular conforme o comprimento de seus lados varia.

Para isso, consideraremos um polígono regular de 4 lados (um quadrado). Vamos explorar as variações do perímetro e da área quando o comprimento do lado ***l*** varia.

Perímetro: $\boldsymbol{P = 4 \cdot \ell}$

Área: $\boldsymbol{A = \ell^2}$

Vamos construir uma ***tabela*** para mostrar como a ***área*** (*A*) e o ***perímetro*** (*P*) do quadrado variam com o comprimento do lado (ℓ), e com isso, poderemos observar como as variações no comprimento do lado afetam tanto o perímetro quanto a área.

Comprimento do Lado (ℓ)	Perímetro ($P = 4 \cdot \ell$)	Área ($A = \ell^2$)
1	P = 4 . 1 = 4	$A = 1^2 =1$
2	P = 4 . 2 = 8	$A = 2^2 = 4$
3	P = 4 . 3 = 12	$A = 3^2 = 9$
4	P = 4 . 4 = 16	$A = 4^2 = 16$
5	P = 4 . 5 = 20	$A = 5^2 = 25$

Ao observar as relações entre o comprimento do lado, o perímetro e a área de um polígono regular, podemos fazer as seguintes conjecturas:

- O ***perímetro é diretamente proporcional*** ao comprimento de cada ***lado***. Ou seja, se aumentarmos o comprimento de cada lado, o perímetro aumenta de forma proporcional, o que caracteriza uma função linear. O ***comportamento linear*** significa que a variação no perímetro segue uma taxa ***constante*** em relação ao aumento do comprimento do lado. Esse comportamento evidencia uma ***função linear***.

- A área de um polígono regular não segue uma relação linear com o comprimento do lado. A fórmula da ***área*** para um polígono regular depende do número de lados e do comprimento do lado, e envolve um fator que é proporcional ao ***quadrado do comprimento do lado***. Portanto, à medida que o comprimento do lado aumenta, a área cresce de forma muito mais rápida. Esse comportamento evidencia uma ***função quadrática***, onde a taxa de variação da área é mais acelerada à medida que o comprimento do lado aumenta.

VISUALIZANDO OS PADRÕES: GRÁFICOS

Para visualizar esses padrões, podemos criar gráficos utilizando ferramentas como planilhas eletrônicas ou softwares de geometria dinâmica. No gráfico, podemos plotar o ***comprimento do lado*** no ***eixo x*** e o ***perímetro*** ou a ***área*** no ***eixo y***.

GRÁFICOS DE PERÍMETRO E ÁREA DE POLÍGONOS REGULARES NO GEOGEBRA

Aqui está o passo a passo para você criar os gráficos, em um software de geometria dinâmica (GeoGebra), que mostram as relações entre o comprimento do lado (**ℓ**), o perímetro e a área do quadrado . Vamos criar os gráficos para visualizar os padrões linear (perímetro) e quadrático (área).

Preparação no GeoGebra

1- Abrir o GeoGebra:

1.1- Acesse o GeoGebra online em https://www.geogebra.org ou baixe o aplicativo.

1.2 - Escolha a opção "INICIAR CALCULADORA" para trabalhar com gráficos.

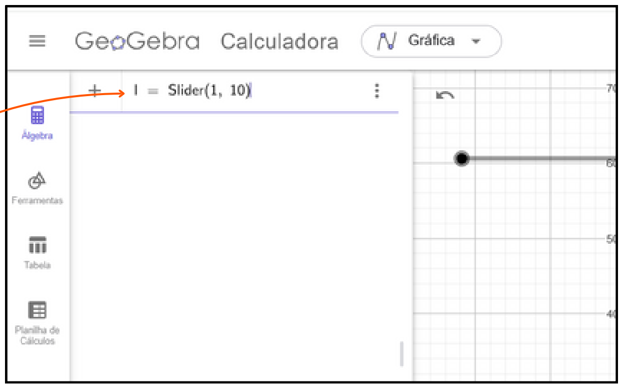
2 - Definir o Comprimento do Lado (ℓ) :

- Crie um controle deslizante para ℓ (comprimento do lado) variando entre 1 e 10.
- No campo de entrada, digite:

letra ℓ

```
l = Slider(1, 10)
```

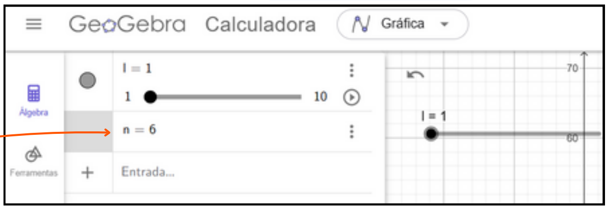
- Isso criará um controle deslizante (*slider*) para o comprimento do lado.



3 - Definir o Número de Lados do Polígono:

- Defina o número de lados n.
  Por exemplo, para um hexágono (6 lados), digite:

```
n = 6
```

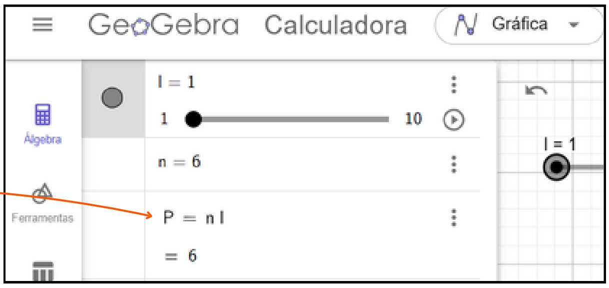


4- Criar a Fórmula do Perímetro:

- O perímetro ***P*** é dado por P = n · ℓ
- No campo de entrada, digite**:**

```
P = n * l
```

- Essa entrada mostrará o valor de P, dado um ℓ , escolhido via controle deslizante.



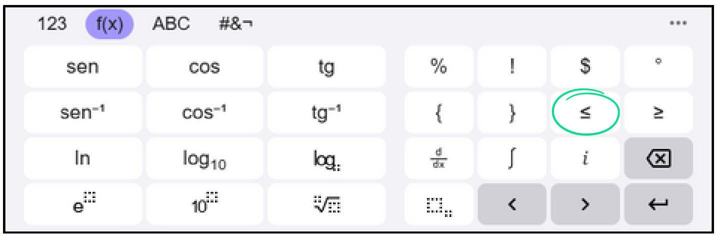
5- Criar a Função do Perímetro Limitada:

- Para garantir que o gráfico seja mostrado apenas dentro do intervalo ***ℓ ∈ [1,10]***, você pode criar a função limitada usando uma função de valor absoluto para garantir que o gráfico seja restrito ao intervalo de 1 a 10:

```
Perimetro(x) = If[1 ≤ x ≤ 10, n * x, undefined]
```

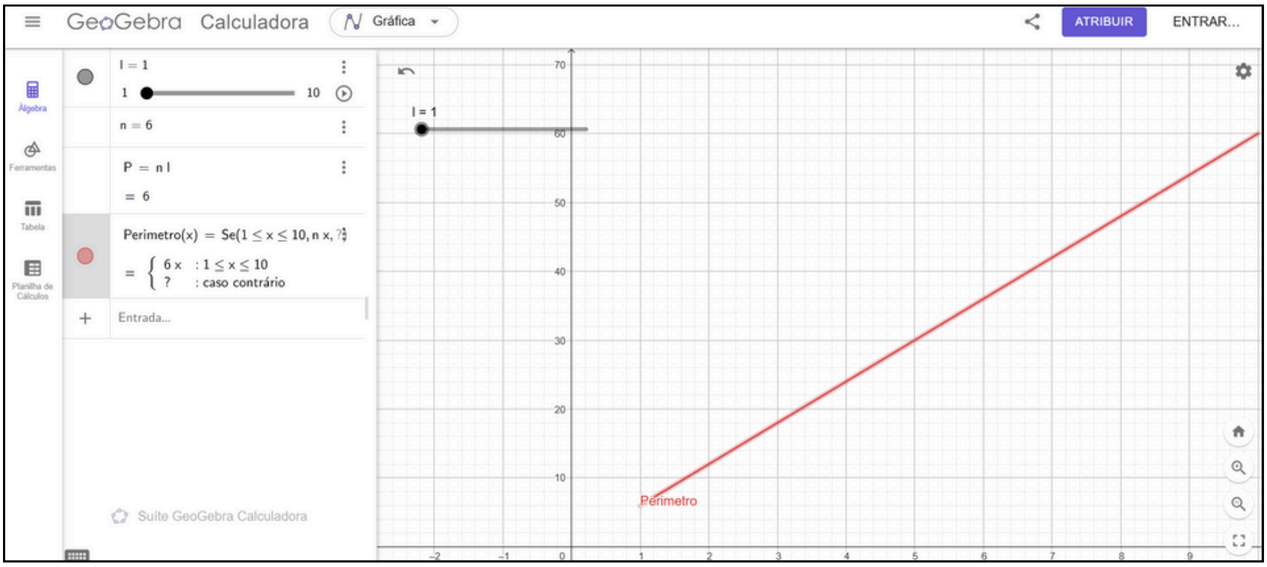
Para inserir o símbolo de "menor ou igual", clique no símbolo de teclado, localizado no canto inferior esquerdo. O teclado apresentado na figura a seguir será aberto. Em seguida, clique na aba f(x) e selecione o símbolo de "menor ou igual".

O teclado apresentado na figura a seguir será aberto. Em seguida, clique na aba f(x) e selecione o símbolo de "menor ou igual".




```
Perimetro(x) = If[1 ≤ x ≤ 10, n * x, undefined]
```

Esse comando diz que a função perímetro é definida no intervalo de 1 a 10 para x. Fora desse intervalo, a função é indefinida.



6 - Plotar o Gráfico:

Depois de definir a função acima, você pode visualizar o gráfico do perímetro limitado ao intervalo de 1 a 10. O gráfico será uma linha reta (função linear).

Caso queira fazer o gráfico para outros polígonos , basta mudar o número de lados (n).

Criando o gráfico da Área (Função Quadrática)

Agora, vamos criar o gráfico para a área, que segue uma relação quadrática com o comprimento do lado.

Passos:

1- Criar a sequência de valores para a área:

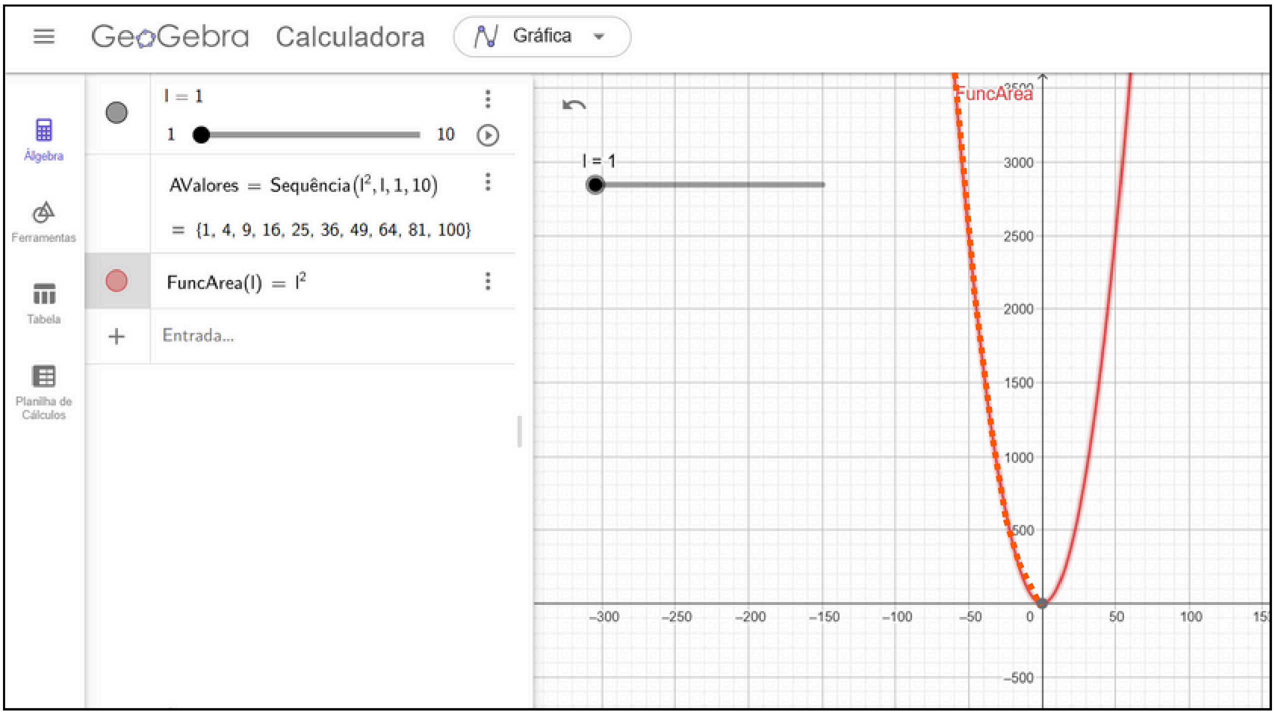
- Vamos gerar uma lista de valores para o comprimento do lado **ℓ** variando entre 1 e 10, e calcular a área para cada valor. Digite no campo de entrada:

```
AValores = Sequence[l^2, l, 1, 10]
```

2 - Criar a fórmula da Área:

- A área de um polígono regular depende do comprimento do lado **ℓ**. Podemos criar uma função quadrática para representar a relação ***A*** em função de **ℓ**.
- Usaremos como exemplo o quadrado.
- Para o quadrado, digite:

```
FuncArea(l) = l^2
```



Observe, ao digitar essas fórmulas, o GeoGebra exibirá automaticamente o gráfico da área como uma curva parabólica, refletindo a natureza quadrática da relação. Como vemos na imagem acima.

Caso queira fazer o gráfico da área para outros poligonos , basta mudar a fórmula da área. Veremos outras no próximo material.

Exercícios Resolvidos

Este exercício tem como objetivo desenvolver a expectativa de aprendizagem: utilizar ferramentas digitais, como planilhas eletrônicas para criar tabelas relacionando lado, perímetro e área. Aproveite o exemplo para fazer com outros polígonos.

EXERCÍCIO 1

Construção de Tabelas e Gráficos

Use uma planilha eletrônica (como o Excel ou o Google Sheets) para construir uma tabela que relaciona o comprimento do lado ℓ, o perímetro ***P*** e a área ***A*** de um quadrado, variando ℓ de 1 a 5.

SOLUÇÃO

Passo a Passo para Criar a Tabela e os Gráficos

- ***1. Abrir a Planilha Eletrônica***

Acesse Google Sheets (https://docs.google.com/spreadsheets/u/0/?tgif=d) e crie uma nova planilha.

Se está usando o Excel, abra o Excel e crie uma nova planilha.

- ***2. Criar a Tabela com Comprimento do Lado, Perímetro e Área***

Definir as Colunas:

Na primeira linha da planilha, insira os títulos das colunas:

A1: "Comprimento do Lado $\boldsymbol{\ell}$"

B1: "Perímetro ***P***"

C1: "Área ***A***"

- ***3. Preencher a Coluna de Comprimento do Lado ($\boldsymbol{\ell}$):***

Na coluna A, preencha os valores de $\boldsymbol{\ell}$ variando de 1 a 5.

Em A2 até A6, escreva os números de 1 a 5 (representando o comprimento do lado do quadrado).

- ***4. Calcular o Perímetro P:***

O perímetro de um quadrado é dado pela fórmula: $\boldsymbol{P = 4 \cdot \ell}$.

Na célula B2, insira a fórmula para o perímetro: `=4*A2`

Depois de digitar a fórmula em B2, arraste o canto inferior direito da célula para baixo até B6 para preencher o perímetro para todos os valores de $\boldsymbol{\ell}$.

5. Calcular a Área A:

- A área de um quadrado é dada pela fórmula: $A = \ell^2$.
- Na célula C2, insira a fórmula para a área: =A2^2
- Depois de digitar a fórmula em C2, arraste o canto inferior direito da célula para baixo até C6 para preencher a área para todos os valores de $\boldsymbol{\ell}$.

Agora sua tabela estará assim:

Comprimento do Lado (*l*)	Perímetro (*P = 4 · l*)	Área (*A = l²*)
1	4	1
2	8	4
3	12	9
4	16	16
5	20	25

EXERCÍCIO 2

Considere um octógono regular (polígono de 8 lados), onde o comprimento de cada lado é $\ell = 4$ cm e o apótema ***a*** é dado como $a = 5{,}2$ cm. Calcule a área ***A*** desse polígono regular e seu perímetro.

SOLUÇÃO

Dados fornecidos:

- Número de lados do octógono: $n = 8$
- Comprimento do lado: $\ell = 4$ cm
- Apótema: $a = 5{,}2$ cm

Com os dados, vamos calcular o perímetro do octógono
O perímetro de um polígono regular é dado pela fórmula: $\boldsymbol{P = n \cdot \ell}$
Substituindo os valores: $P = 8 \cdot 4 = 32$ cm
Portanto, o ***perímetro do octógono é 32 cm.***

Agora, com os dados, vamos fazer o cálculo da área do octógono.
A fórmula para calcular a área A de um polígono regular é:

$\boldsymbol{A = a \cdot p}$
A → área do polígono
a → apótema
p → semiperímetro (metade do perímetro)

P= 32
semiperímetro: $p = \dfrac{32}{2} = 16$
$A = 5{,}2 \cdot 16 = 83{,}2$ cm²

Portanto, a área do octógono é 83,2 cm².

Material Extra

LIVRO MATEMÁTICA EM CONTEXTOS

- Para consolidação da habilidade EM13MAT506 sugerimos os conteúdos e as atividades das páginas: 97, 98 .
- As atividades 39, 40 e 41 contemplam a habilidade EM13MAT506, ao representar graficamente a variação da medida de área e da medida de comprimento do perímetro de um polígono regular quando as medidas de comprimento dos lados variam, analisando e classificando as funções envolvidas.

LIVRO MATEMÁTICA PRISMA - CONJUNTOS E FUNÇÕES

- Recomenda-se explorar a atividade 51, da página 105 no GeoGebra, de modo a propiciar o trabalho com a habilidade EM13MAT506. Para isso, é necessário representar graficamente a variação da área e do perímetro do trapézio, variando as medidas do comprimento de seus lados (utilizar a ferramenta Controle deslizante) e analisando a variação nas funções envolvidas.

Saiba mais sobre área de polígonos regulares.

- A ÁREA DE POLÍGONOS REGULARES E A FUNÇÃO RELACIONADA
- A ÁREA DO TRIÂNGULO EQUILÁTERO
- A ÁREA DO QUADRADO
- A ÁREA DO HEXÁGONO REGULAR

ASSISTA AOS VÍDEOS E REALIZE AS ATIVIDADES APONTANDO O CELULAR PARA O QR CODE ABAIXO OU CLIQUE NO BOTÃO.

Comparação entre área e perímetro

Investigação de medidas de figuras (área e perímetro)

Atividades

ATIVIDADE 1

Analise cada afirmação a seguir sobre perímetros de polígonos regulares e julgue se é **V**erdadeira ou **F**alsa.

A) Um triângulo equilátero de lado medindo 3 cm tem perímetro igual a 6 cm;
B) Um quadrado de lado medindo 2,5 cm tem perímetro igual a 10 cm;
C) Um hexágono regular de perímetro igual a 30 cm tem lados medindo 5 cm;
D) Um icoságono regular tem 20 lados todos com mesmo comprimento.
E) Se um polígono regular tem perímetro igual a 120 cm e cada um de seus lados mede 24 cm, então esse polígono é um pentágono.

ATIVIDADE 2

O apótema de um hexágono regular mede aproximadamente 5,2 metros. Se seu perímetro tem comprimento igual a 36 metros, então quanto mede, aproximadamente, sua área?

A) 36 m²
B) 72 m²
C) 94 m²
D) 144 m²
E) 360 m²

ATIVIDADE 3

Um terreno quadrado deve ser cercado com 5 voltas de arame. Para realizar esse serviço, o dono do terreno teve que comprar 160 metros de arame. Com base nesses dados, quanto mede a área desse terreno?

A) 400 m²
B) 256 m²
C) 128 m²
D) 64 m²
E) 32 m²

Lembre-se: a área do quadrado pode ser calculada elevando a medida de seu lado ao quadrado e nós usamos: $A = l^2$

Design: Andrew Rybalko's Images / Fonte: Canva

ATIVIDADE 4

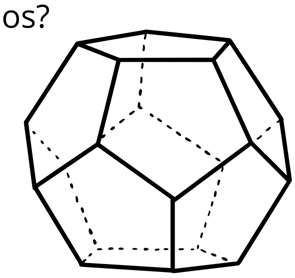
Um designer está projetando uma mesa de centro em formato de pentágono regular. Para definir a quantidade de material que ele precisará para o tampo da mesa, ele precisa calcular a área da superfície. Ele sabe que o apótema da mesa mede 40 cm e que cada lado do pentágono tem 58 cm. Se o designer decidir utilizar uma chapa de vidro cujo custo é de R$ 200,00 por metro quadrado, quanto ele gastará para cobrir toda a superfície da mesa?

https://www.ohcielos.com/mesa-auxiliar-marmol-pentagono.html

A) R$ 115,00
B) R$ 116,00
C) R$ 117,00
D) R$ 118,00
E) R$ 119,00

ATIVIDADE 5

Um dodecaedro é um sólido geométrico formado por 12 faces pentagonais regulares. Se um dodecaedro for construído com fio de arame e cada lado de suas faces medir 10 cm, então quantos centímetros de fio de arame serão necessários?



Design: Sirinart / Fonte: Canva

A) 120 cm
B) 180 cm
C) 240 cm
D) 300 cm
E) 360 cm

ATIVIDADE 6

A função que calcula a área de um triângulo equilátero é a função quadrática

$$f(x) = \frac{x^2\sqrt{3}}{4}$$

onde x é o comprimento de cada lado do triângulo.
Dos valores a seguir, qual é o mais aproximado para a área de um triângulo equilátero de lado medindo 12 metros? Considere $\sqrt{3} = 1,73$.

A) 60 metros quadrados
B) 61 metros quadrados
C) 62 metros quadrados
D) 63 metros quadrados
E) 64 metros quadrados

ATIVIDADE 7

Uma pessoa sai de sua casa, caminha 200 metros até uma pracinha que tem o formato de um polígono regular, dá 10 voltas em torno dessa pracinha e retorna para sua casa pelo mesmo caminho. A distância percorrida por essa pessoa é dada pela função polinomial de 1° grau $f(x) = 400 + 900x$ onde x é o número de lados dessa pracinha. Se nesse percurso ela caminhou 7 600 metros, então quantos lados tem essa pracinha?

A) 5 lados
B) 6 lados
C) 7 lados
D) 8 lados
E) 9 lados

ATIVIDADE 8

Maria trabalha em uma empresa de paisagismo e recebeu a tarefa de projetar um parque com o formato de um octógono regular. Ela decidiu criar uma função que relaciona o perímetro e a área do octógono, onde o comprimento de cada lado é definido como *x* metros. Sabendo que o perímetro do octógono é dado pela função

$$P(x) = 8 \cdot x$$

e que sua área é dada pela função

$$A(x) = \frac{P(x) \cdot a}{2}$$

onde *a* é o apótema (que depende de x) que pode ser aproximado pela fórmula

$$a(x) = 1,2 \cdot x$$

Se Maria decidir que o comprimento de cada lado do octógono será 5 metros, qual será a área do parque?

A) 110 metros quadrados
B) 120 metros quadrados
C) 140 metros quadrados
D) 160 metros quadrados
E) 200 metros quadrados

ATIVIDADE 9

Um quadrado de perímetro 60 cm teve a medida de seus lados triplicada. O perímetro desse novo quadrado é:

A) 60 cm
B) 120 cm
C) 180 cm
D) 225 cm
E) 360 cm

ATIVIDADE 10

A área de um hexágono regular de lados medindo *x* é dada pela função quadrática:

$$h(x) = \frac{6x^2\sqrt{3}}{4}$$

E a área de um triângulo equilátero, como já vimos na Atividade 6, é expressa em função do comprimento y de seus lados, conforme a função:

$$t(y) = \frac{y^2\sqrt{3}}{4}$$

Considere que para certo hexágono regular e certo triângulo equilátero vale a seguinte relação: a soma das áreas de dois desses hexágonos regulares é igual à soma das áreas de três desses triângulos equiláteros. Sendo H o perímetro de um desses hexágonos e T o perímetro de um desses triângulos, podemos concluir que:

A) H = T
B) H = 2T
C) H = 3T
D) H = 6T
E) H = 12T

Referências

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. Matemática em contextos . Volume 1. São Paulo: Ática, 2020

BONJORNO, Giovanni Jr.; CÂMARA, Paulo. Prisma: matemática – conjuntos e funções . São Paulo: FTD, 2020.

KHAN ACADEMY. Comparando áreas e perímetros de retângulos. Disponível em: https://pt.khanacademy.org/math/em-mat-algebra/x34e9dd8107ca5eda:funcao-quadratica/x34e9dd8107ca5eda:untitled-705/e/funcao-quadratica. Acesso em: 09 abr. 2025.

ACADEMIA KHANACADEMIA KHAN. Investigação de medidas de figuras. Disponível em: https://pt.khanacademy.org/math/1-serie-em-mat sp/x82b03a9b6c8af113:untitled-579/x82b03. Acesso em: 09 abr. 2025.

GOVERNO DO ESTADO DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

Material Estruturado

1ª Série | Ensino Médio

MATEMÁTICA

ÁREA DE FIGURAS PLANAS

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM	DESCRITOR(ES) DO PAEBES
EF08MA19 Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos.	• Conhecer expressões de cálculo de áreas de figuras poligonais e circulares. • Resolver problemas envolvendo a área de superfícies planas (quadriláteros, triângulos e círculos) em contextos diversos.	**D058_M** Utilizar área de figuras bidimensionais na resolução de problemas.

Contextualização

19/11/2024 14h05

Desmatamento irregular de 2,5 hectares é identificado em Rio Bananal

Design: Baseimage / Fonte: Canva

Desmatamento de 2,5 hectares de vegetação em uma área de Mata Atlântica na localidade de Córrego Veado, zona rural de Rio Bananal. O registro foi possível com o auxílio dos drones utilizados durante o monitoramento das áreas.

Você já se perguntou como a Matemática pode ajudar a proteger o meio ambiente? Mais do que resolver contas, ela nos permite entender o espaço em que vivemos, planejar o uso correto da terra e identificar ações irregulares que causam prejuízos à natureza e à sociedade.

Recentemente, uma reportagem do Instituto de Defesa Agropecuária e Florestal do Espírito Santo (IDAF) destacou um caso de desmatamento irregular de 2,5 hectares no município de Rio Bananal (ES). Esse tipo de ocorrência desperta a necessidade de sabermos calcular e interpretar medidas de área, pois é por meio desses cálculos que se identifica, por exemplo, o tamanho exato da área desmatada — e se ela está dentro da legalidade.

As áreas que precisamos determinar no dia a dia nem sempre são de polígonos perfeitos, mas saber como realizar esse cálculo nos ajuda a fazer uma boa aproximação de áreas que não têm uma forma específica. Com isso, é possível avaliar terrenos, mapear regiões e tomar decisões mais conscientes, inclusive em relação ao meio ambiente.

Neste material, vamos, conhecer expressões de cálculo de áreas de figuras poligonais e circulares e resolver problemas envolvendo a área de superfícies planas como: quadriláteros, triângulos e círculos e aplicando esses conhecimentos em contextos diversos, como o cálculo de áreas de terrenos, construções e áreas preservadas.

Vamos aprender, calcular e refletir sobre como a Matemática pode ser uma ferramenta essencial na análise e no cuidado com o espaço ao nosso redor.

BONS ESTUDOS!

Conceitos e Conteúdos

ÁREA DE POLÍGONOS

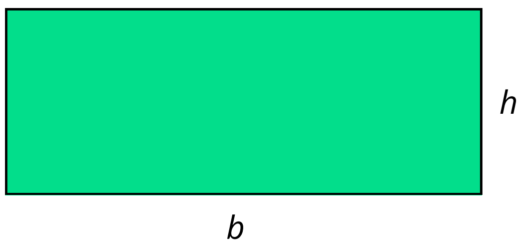
Como vimos anteriormente, ***polígono*** é de uma figura fechada, plana, formada por segmentos de reta não alinhadas e que não se cruzam. Estes segmentos são os lados do polígono que, quando regular, são de mesmo comprimento.

Área é a medida da superfície de uma figura plana. Em outras palavras, é a quantidade de espaço que está dentro dos limites de uma figura geométrica, como um quadrado, um triângulo ou um círculo, etc.
Ela é expressa em unidades quadradas, como: cm^2 (centímetros quadrados), m^2 (metros quadrados), km^2 (quilômetros quadrados), entre outras.

A seguir veremos como determinar a área de figuras poligonais e circulares.

ÁREA DO RETÂNGULO

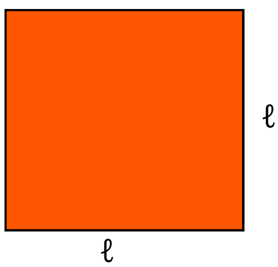
A área ***A*** de um retângulo de lados *b* e *h*, com *b* e *h* reais e positivos, é dada pelo produto da medida da base ***b*** pela medida da altura ***h***.



$$A = b \cdot h$$

ÁREA DO QUADRADO

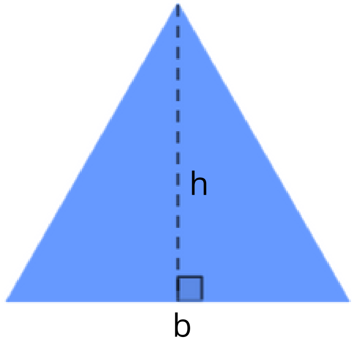
Todo quadrado é um retângulo com lados de medidas iguais. Logo, a área ***A*** de um quadrado é igual ao produto das medidas de seus lados (ℓ).



$$A = \ell^2$$

ÁREA DO TRIÂNGULO

Vamos considerar um triângulo ABC cuja base BC mede ***b***, e a altura relativa a essa base mede ***h***. A área **A** do triângulo ABC é igual à metade do produto da medida da base pela altura relativa a essa base.



$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

Nem sempre é possível conhecer a altura de um triângulo diretamente para aplicar a fórmula clássica da área, por isso, existe uma fórmula alternativa que permite calcular a área de qualquer triângulo conhecendo apenas as medidas dos três lados. Essa fórmula é conhecida como fórmula de Herão.

Fórmula de Herão:
Seja um triângulo ABC, com lados ***a***, ***b*** e ***c***, onde:

- ***a*** é o lado oposto ao vértice A,
- ***b*** é o lado oposto ao vértice B,
- ***c*** é o lado oposto ao vértice C.

Primeiro, calcula-se o semiperímetro (**p**), que é a metade do perímetro do triângulo:

$$p = \frac{a + b + c}{2}$$

Em seguida, a área A do triângulo é dada por:

$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Essa fórmula é muito útil especialmente em situações em que conhecemos apenas os comprimentos dos lados e não temos a altura do triângulo.

Exemplo 1. Calcule a área de um triângulo cujos lados medem 7 cm, 8 cm e 9 cm.

Solução:

1. Calcule o semiperímetro:

$$p = \frac{7+8+9}{2} = \frac{24}{2} = 12$$

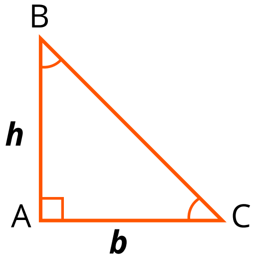
2. Aplique a fórmula de Herão:

$$A = \sqrt{12(12-7)(12-8)(12-9)} = \sqrt{12 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}$$

$$A = \sqrt{720} \approx 26,83 \text{ cm}^2$$

ÁREA DO TRIÂNGULO RETÂNGULO

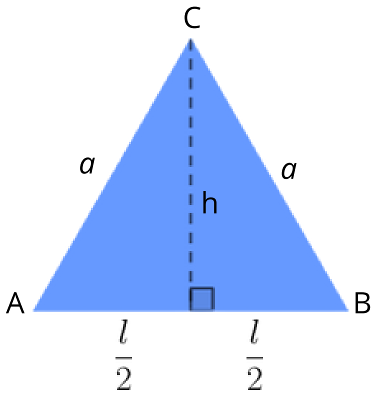
Um triângulo retângulo é aquele que possui um ângulo de 90°. Nesse tipo de triângulo, os dois lados que formam o ângulo reto são chamados de catetos, e o lado oposto ao ângulo reto é chamado de hipotenusa.
A fórmula para calcular a área de qualquer triângulo é:



$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

No caso do triângulo retângulo, essa fórmula se aplica de forma simples e direta, pois os catetos assumem o papel da base (b) e da altura (h).

ÁREA DO TRIÂNGULO EQUILÁTERO



Um triângulo equilátero é aquele que possui todos os lados com medidas iguais e todos os ângulos internos medindo 60°. Isso faz com que ele seja uma figura bastante simétrica e especial dentro da geometria.
Para calcular a área (**A**) de um triângulo equilátero com lado medindo l, utilizamos a seguinte fórmula:

$$A = \frac{l^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

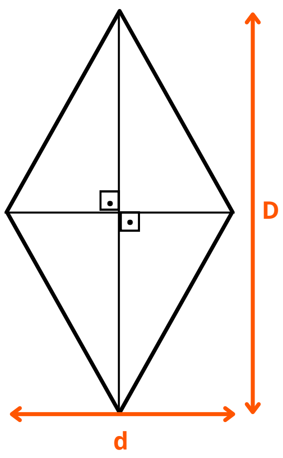
Exemplo 2. Calcule a área de um triângulo equilátero cujo lado mede 6 cm.

$$A = \frac{6^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{36 \cdot \sqrt{3}}{4} = 9 \cdot \sqrt{3}\ cm^2$$

ÁREA DO LOSANGO

Um losango é um quadrilátero que possui todos os lados com a mesma medida. Suas diagonais se cruzam em ângulo reto (90°) e são perpendiculares entre si. Além disso, as diagonais se cortam ao meio.
A área do losango (**A**) pode ser calculada com base nas medidas de suas diagonais maior (**D**) e menor (**d**), usando a seguinte fórmula:

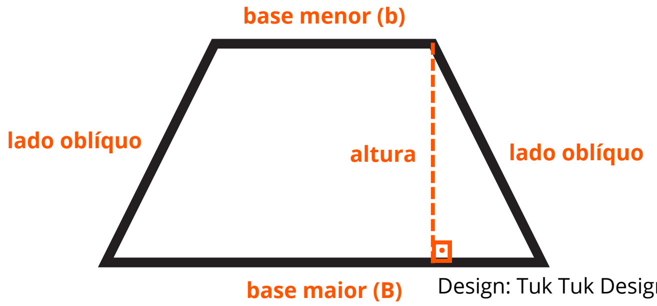
$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$



Design: Musbila / Fonte: Canva

ÁREA DO TRAPÉZIO

Chamamos de trapézio uma figura plana fechada que possui quatro lados, sendo que dois deles são paralelos e os outros dois não. Os lados paralelos são conhecidos como bases, um deles é a base maior, e o outro a base menor do trapézio.



Design: Tuk Tuk Design / Fonte: Canva

Conhecemos três tipos de trapézio:

- o ***trapézio é escaleno*** quando os lados não paralelos são diferentes;
- o ***trapézio é isósceles*** quando os lados não paralelos são congruentes; e
- o ***trapézio é retângulo*** quando um lado não paralelo faz um ângulo de 90º com as bases da figura.

Para calcular a ***área de um trapézio***, é necessário conhecer o valor da base maior B, da base menor b e da altura h do polígono. Conhecendo o valor de cada uma delas, utilizamos a fórmula:

$$A = \frac{(B+b)\cdot h}{2}$$

ÁREA DO CÍRCULO

Um círculo é a região plana delimitada por uma circunferência. Ou seja, é toda a área interna de uma circunferência.

- A circunferência é a linha curva fechada.
- O raio (r) é a distância do centro até qualquer ponto da circunferência.
- O diâmetro (d) é o dobro do raio: ele liga dois pontos da borda passando pelo centro.

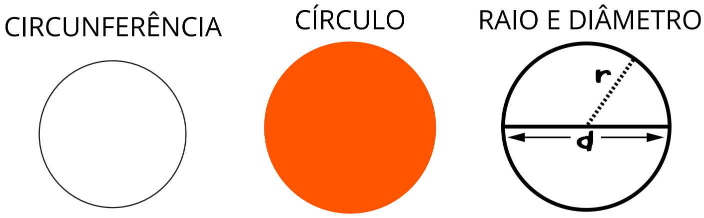


Imagem produzida no Canva

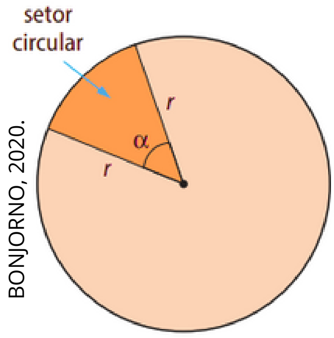
A fórmula da área do círculo está diretamente relacionada ao seu raio. Em um círculo de raio r, sua área A é obtida pela fórmula:

$$A = \pi r^2$$

Em que π é um número irracional aproximadamente igual a 3,1415.

ÁREA DO SETOR CIRCULAR

Setor circular é a região do círculo delimitada por um dos seus ângulos centrais. Vamos calcular a área de um setor circular (A_α) relativo a um ângulo central α , montando uma regra de três simples que relacione a medida do ângulo central e a área:



$$360^\circ - \pi r^2$$
$$\alpha - A_\alpha$$

Portanto:

$$A_\alpha = \frac{\alpha \cdot \pi r^2}{360^\circ}$$

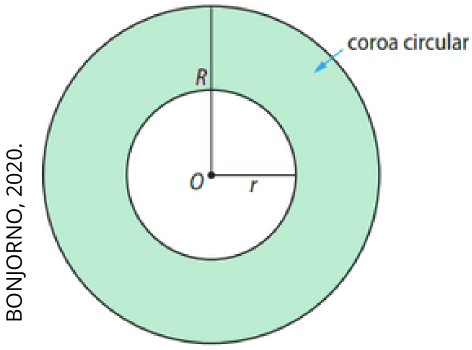
Exemplo 3. Imagine uma fatia de pizza que representa um setor circular de um círculo com raio de 10 cm. Essa fatia corresponde a um ângulo central de 60°. Qual é a área da fatia?

$$A_\alpha = \frac{\alpha \cdot \pi r^2}{360^\circ}$$

$$A_\alpha = \frac{60^\circ \cdot \pi \cdot 10^2}{360^\circ} = \frac{60^\circ \cdot \pi \cdot 100}{360^\circ} = \frac{600^\circ \cdot \pi}{360^\circ} = \frac{5 \cdot \pi}{3}\, cm^2$$

ÁREA DO COROA CIRCULAR

A coroa circular é a região plana que fica entre dois círculos concêntricos, ou seja, com o mesmo centro, mas com raios diferentes.
Imagine um anel ou uma pista de corrida: a parte entre o círculo de dentro e o de fora é uma coroa circular.



A área ***A*** de uma coroa circular é igual à diferença entre a área do círculo maior e a do círculo menor cujos raios medem ***R*** e ***r.*** Nesse caso temos :

$$A = \pi \cdot R^2 - \pi \cdot r^2$$
$$A = \pi \cdot (R^2 - r^2)$$

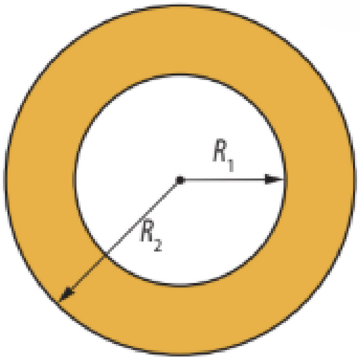
Exemplo 4. Uma coroa circular tem raio externo de 6 cm e raio interno de 4 cm. Qual é sua área?

$$A = \pi \cdot (R^2 - r^2)$$
$$A = \pi \cdot (6^2 - 4^2)$$
$$A = \pi \cdot (36 - 16)$$
$$A = 20\pi\, cm^2$$

Exercícios Resolvidos

EXERCÍCIO 1

Em um parque urbano, foi construído um jardim ornamental em forma de dois círculos concêntricos. O espaço entre o círculo maior e o círculo menor foi preenchido com flores de cor amarelo vibrante, criando um anel decorativo ao redor da área central com grama. O raio da parte interna (grama) é de 3 metros, enquanto o raio da parte externa (final do jardim) é de 5 metros.



A administração do parque quer saber qual é a área da região florida (amarela), para calcular a quantidade de flores usadas por metro quadrado. Encontre o valor da área amarela. Use π ≈ 3,14.

SOLUÇÃO

Dados do problema:
Raio interno: $R_1 = 3m$
Raio externo: $R_2 = 5$ m

A coroa circular é a diferença entre a área do círculo maior e do círculo menor:

$$A = \pi \cdot (R^2 - r^2)$$
$$A = \pi \cdot (5^2 - 3^2)$$
$$A = \pi \cdot (25 - 9)$$
$$A = 16\pi$$
$$A = 16 \cdot 3,14$$
$$A \approx 50,24\, m^2$$

A área da região colorida de amarela (coroa circular) é de aproximadamente 50,24 m².

Material Extra

LIVRO MATEMÁTICA EM CONTEXTOS - GEOMETRIA PLANA E GEOMETRIA ESPACIAL

- Para consolidação dos conteúdos apresentados neste material, sugerimos as atividades das páginas: 21, 22, 29, 30 e 31

LIVRO MATEMÁTICA PRISMA - GEOMETRIA

- Para consolidação dos conteúdos apresentados neste material, sugerimos as atividades das páginas: 16, 17, 18, 21.

ASSISTA AOS VÍDEOS E REALIZE AS ATIVIDADES APONTANDO O CELULAR PARA O QR CODE ABAIXO OU CLIQUE NO BOTÃO.

Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas II

Área de setores circulares

Resolva problemas de área de círculos

Atividades

ATIVIDADE 1

Ana precisa instalar um vidro triangular em uma janela. Ela mediu os lados do triângulo e encontrou as seguintes medidas: 6 metros, 8 metros e 10 metros. Ana quer calcular a área do vidro e vai usar a fórmula de Herão para verificar se o valor cabe no orçamento. Com base nas medidas fornecidas, qual é a área do vidro triangular?

A) 24 m²
B) 30 m²
C) 36 m²
D) 42 m²
E) 48 m²

ATIVIDADE 2

João está planejando construir um piso para sua área de lazer utilizando ladrilhos retangulares. Cada ladrilho tem as dimensões de 20 centímetros de comprimento e 30 centímetros de largura. Ele quer cobrir uma área total de 60 metros quadrados. Quantos ladrilhos João precisará para cobrir toda essa área?

A) 100 ladrilhos
B) 300 ladrilhos
C) 600 ladrilhos
D) 900 ladrilhos
E) 1 000 ladrilhos

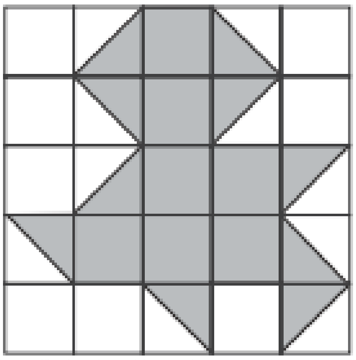
ATIVIDADE 3

Um terreno retangular tem 40 metros de comprimento por 18 metros de largura. Nele será colocado um tablado quadrado de 10 metros de lado. O restante desse terreno será recoberto com grama. Qual a medida da área que será gramada?

A) 66 m²
B) 76 m²
C) 620 m²
D) 710 m²
E) 720 m²

ATIVIDADE 4

A malha quadriculada tem todos os quadradinhos de mesma medida e representa um calçamento. A parte que aparece sombreada tem área igual a 108 metros quadrados e está danificada, será totalmente refeita. Portanto, a parte do calçamento que não será refeita mede



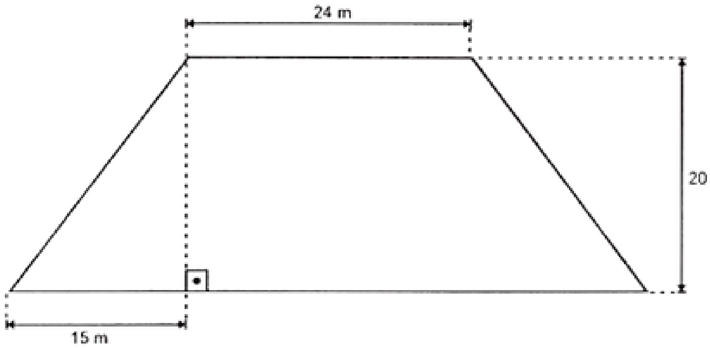
https://jucienebertoldo.wordpress.com/wp-content/uploads/2018/06/emc-3c2aa-sc3a9rie-lista-02.pdf

A) 54 m^2.
B) 97 m^2.
C) 105 m^2.
D) 116 m^2.
E) 117 m^2.

ATIVIDADE 5

Um espetáculo musical foi realizado em um terreno com o formato de um trapézio isósceles, conforme ilustrado no desenho abaixo. Havia 9 pessoas assistindo a esse espetáculo em cada metro quadrado desse terreno. Quantas pessoas assistiram a esse espetáculo musical nesse terreno?

A) 1 152
B) 4 860
C) 5 670
D) 7 020
E) 9 720



Fonte: Canal matematicarlos.
Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=qcJYSZpIOfA

ATIVIDADE 6

Mariana trabalha como designer de joias e está criando um colar com um pingente em formato de losango. Ela precisa calcular a área do pingente para definir a quantidade de material necessário e o custo da peça. Para tornar o pingente visualmente equilibrado, Mariana optou por uma diagonal maior de 12 cm e uma diagonal menor de 8 cm. Sabendo que cada centímetro quadrado do material custa 5 reais, quanto Mariana gastará apenas com o material do pingente?

A) 200 reais
B) 240 reais
C) 260 reais
D) 300 reais
E) 320 reais

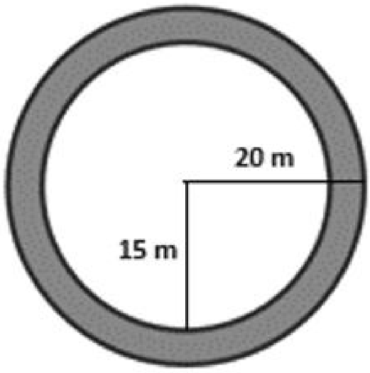
ATIVIDADE 7

O proprietário de uma brinquedoteca deseja personalizar a lona de um de seus pula-pulas, que possui formato circular. A lona foi dividida em quatro partes iguais, e ele pretende personalizar apenas uma dessas partes. Sabendo que o raio da lona mede 1,5 metro e considerando $\pi = 3$, a área da parte que será personalizada é aproximadamente de:

A) 6,75 m²
B) 2,25 m²
C) 1,70 m²
D) 1,55 m²
E) 1,25 m²

ATIVIDADE 8

Uma praça utilizada como rotatória será reformada e nela será construída uma pista para caminhada em forma de coroa circular, como na figura abaixo.



Cada metro quadrado da pista custará à prefeitura R$ 400,00. A praça possui 20 metros de raio externo, sendo que a parte interna à pista é um círculo de 15 metros de raio. Quanto a prefeitura gastará com a pista, em reais, considerando a aproximação $\pi = 3,1$?

A) 28 000
B) 70 000
C) 140 000
D) 217 000
E) 300 000

O texto a seguir serve para as questões 9 e 10.

O **Teorema de Pick** permite calcular áreas de polígonos simples, contidos em uma malha reticulada, por meio da **contagem dos nós**, ou seja, por meio da contagem dos pontos de intersecção das retas da malha.

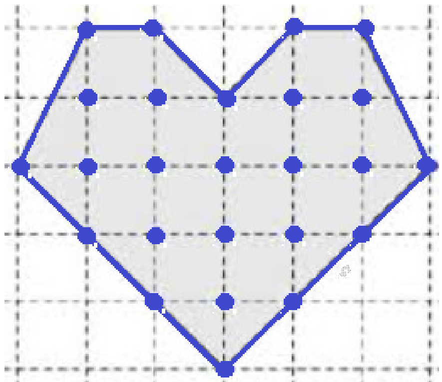
Sendo **I** a quantidade de pontos no **interior** do polígono e **P** a quantidade de pontos sobre o seu **perímetro** então a **área A** desse polígono é dada por uma expressão conhecida como Teorema de Pick

$$A = I + \frac{P}{2} - 1$$

(Souza, Fabrício Oliveira - 2013 - Teorema de Pick: uma nova abordagem sobre área de figuras planas para o ensino básico)

ATIVIDADE 9

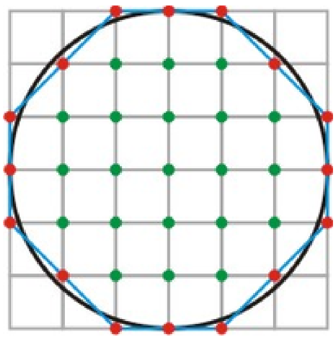
A figura plana a seguir é um polígono de 8 lados (octógono) com formato de coração. Usando o **Teorema de Pick** podemos calcular a área (em unidades quadradas) desse polígono e encontrar:



https://www.matematicarlos.com/2023/12/desafio-matematico_97.html

A) 17 unidades quadradas
B) 18 unidades quadradas
C) 19 unidades quadradas
D) 20 unidades quadradas
E) 21 unidades quadradas

ATIVIDADE 10



A Fórmula de Pick e a aproximação de PI.
Fonte: https://www.obaricentrodamente.com/2011/02/formula-de-pick-e-aproximacao-de-pi.html

A circunferência da figura tem raio medindo 3 unidades e foi contornada por um polígono de 8 lados, sendo assim, a área do círculo em seu interior pode ser aproximada pela área do polígono. Usando o **Teorema de Pick**, podemos calcular a área do polígono e aproximar a área do círculo em

A) 20 unidades quadradas
B) 22 unidades quadradas
C) 24 unidades quadradas
D) 26 unidades quadradas
E) 28 unidades quadradas

Referências

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. Matemática em contextos . Volume 3. São Paulo: Ática, 2020

BONJORNO, Giovanni Jr.; CÂMARA, Paulo. Prisma: matemática – geometria . São Paulo: FTD, 2020.

KHAN ACADEMY. Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas II . Disponível em:https://pt.khanacademy.org/math/recomposicao-da-aprendizagem-3-serie-parana/x2fdf8b118084f869:1-trimestre-semana-6-a-9/x2fdf8b118084f869:untitled-84. Acesso em: 15 abr. 2025.

ACADEMIA KHANACADEMIA KHAN. Área de setores circulares . Disponível em:https://pt.khanacademy.org/math/basic-geo/x7fa91416:circles-cylinders-cones-and-spheres/x7fa91416:area-and-circumference-of-fractions-of-circles/e/area-and-circumference-of-parts-of-circles . Acesso em: 15 abr. 2025.

ACADEMIA KHANACADEMIA KHAN. Resolva problemas de área de círculos. Disponível em: https://pt.khanacademy.org/math/3-serie-em-mat-sp/x08986e37a150210b:untitled-307/x08986e37a150210b:ef08ma19-aula-khan-revisao-problemas-com-area-de-circulos/e/resolva-problemas-de-area-de-circulos. Acesso em: 15 abr. 2025.