CONEXÕES MATEMÁTICAS

SEDU - 2025

GOVERNO DO ESTADO DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

Material Estruturado

QUINZENA **14**
11/08 a 15/08

SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL

GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

2ª Série | Ensino Médio

MATEMÁTICA

A Geometria do Mundo: Padrões, Arte e Natureza.

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM	DESCRITOR(ES) DO PAEBES
EM13MAT105 Utilizar as noções de transformações isométricas (translação, reflexão, rotação e composições destas) e transformações homotéticas para construir figuras e analisar elementos da natureza e diferentes produções humanas (fractais, construções civis, obras de arte, entre outras).	• Reconhecer em padrões geométricos de diferentes etnias isometrias no plano (reflexão, translação e rotação) ou transformações homotéticas (ampliação e redução). • Utilizar os conceitos de transformações isométricas e transformações homotéticas, para interpretar elementos da natureza e diferentes produções humanas (fractais, construções civis, obras de arte, entre outras). • Usar composições de transformações isométricas (reflexão, translação e/ou rotação) ou de transformações homotéticas (ampliação e redução) para reproduzir padrões artísticos, mosaicos ou aqueles presentes na natureza. • Utilizar iterações para compor fractais simples para modelar padrões presentes na natureza como, por exemplo, a estrutura microscópica de um floco de neve, com ou sem auxílio de softwares.	• **D053_M** Reconhecer figuras obtidas por composições de transformações geométricas (reflexão e rotação) na malha quadriculada.

Contextualização

Você já percebeu como certos padrões geométricos atravessam culturas, civilizações e até mesmo a natureza? Os símbolos Adinkra, os tecidos andinos e os grafismos dos povos originários do Brasil não são apenas expressões artísticas — eles seguem princípios matemáticos que se repetem ao longo da história. Mas por quê? Seria apenas tradição ou há algo mais profundo conectando essas formas?

Na Engenharia, os mesmos conceitos que estruturam essas representações visuais aparecem na construção de pontes e edifícios. As estruturas treliçadas, por exemplo, utilizam padrões triangulares para garantir resistência e estabilidade, provando que a geometria não é apenas um artifício estético, mas uma necessidade estrutural.

E a natureza? Se olharmos, com auxílio de uma lente de aumento, para um floco de neve, veremos simetrias quase perfeitas. Mas se ampliarmos ainda mais essa visão, encontraremos fractais — padrões que se repetem infinitamente, como no floco de neve de Koch. As colmeias, por sua vez, adotam a forma hexagonal como solução eficiente para maximizar espaço e minimizar material.

Esses padrões não são coincidências. A Matemática está presente em tudo: na arte, na engenharia, na biologia. Você pode vê-la — se souber onde procurar.

O desafio está lançado. Agora é com você.

Bons estudos!

Referências

ATIVIDADES

BONJORNO, José Roberto; JÚNIOR, Ruy Giovanni Júnior; SOUZA, Paulo Roberto Câmara. **Prisma matemática: geometria. ensino médio - área do conhecimento: matemática e suas tecnologias**. 1ª ed. São Paulo: FTD, 2020.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Matemática em contextos: Geometria plana e espacial. Matemática e suas Tecnologias - Ensino Médio**. 1ªed. São Paulo: ática, 2020.

DIAS, Cláudio Carlos. SAMPAIO, João Carlos Vieira. **M@temática na Pr@tica**. Desafio geométrico: módulo I. Cuiabá, MT : Central de Texto, 2013.

GOV.BR. **Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Inep. Provas e Gabaritos**. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos>. Acessado em: 08/02/2025.

SINAL CENTER. Cores e Formas de Placas de Sinalização de Trânsito. junho de 2023. Disponível em: <https://blog.sinalcenter.com.br/cores-e-formas-de-placas-de-sinalizacao-de-transito/>. Acessado em: 24/03/2025.

SOUZA, Joamir Roberto de. **Multiverso Matemática: Geometria plana.** Ensino Médio. 1ª ed. São Paulo: FTD, 2020.

TEACHY. **Questão sobre Polígonos Regulares: Introdução**. Disponível em: <https://www.teachy.com.br/questoes/ensino-medio/matematica/poligonos-regulares/alguns-poligonos-regulares-quando-postos-juntos-preenchem-o-plano-isto-e-nao-deixam-folga-espa>. Acessado em: 23/03/2025.

Referências

MATERIAL ESTRUTURADO

BONJORNO, José Roberto; JÚNIOR, Ruy Giovanni Júnior; SOUZA, Paulo Roberto Câmara. **Prisma matemática: geometria. ensino médio - área do conhecimento: matemática e suas tecnologias.** 1ª ed. São Paulo: FTD, 2020.

CDIAL. **A Espanha Muçulmana – Parte VII: A arte e a arquitetura na Andaluzia.** Disponível em: https://cdial.org.br/a-espanha-muculmana-parte-vii-a-arte-e-a-arquitetura-na-andaluzia/. Acesso em: 25 mar. 2025.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Matemática em contexto: geometria plana e geometria espacial.** 1ª ed. São Paulo: Ática, 2020.

DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. **Fundamentos de matemática elementar 9: geometria plana**. 9. ed. São Paulo: Atual, 2013.

IRAN NEGIN TRAVEL. **Nasir-ol-Molk Mosque.** Disponível em: https://www.irannegintravel.com/iran-highlight/nasir-ol-molk-mosque. Acesso em: 25 mar. 2025.

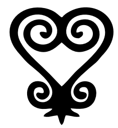
UNESCO. **Alhambra, Generalife and Albayzín, Granada.** Disponível em: https://whc.unesco.org/en/list/320/. Acesso em: 25 mar. 2025.

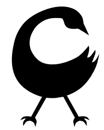
Conceitos e Conteúdos

PADRÕES GEOMÉTRICOS EM DIFERENTES ETNIAS

As etnias (ou grupos étnicos) ao redor do mundo desenvolvem padrões geométricos específicos que refletem suas culturas, crenças e habilidades artísticas. Esses padrões são frequentemente aplicados em tecidos, cerâmica, arquitetura, pintura e outros aspectos da vida cotidiana.

Os padrões geométricos transcendem o simples aspecto decorativo e representam valores, crenças, histórias e conexões espirituais profundamente enraizadas nas culturas ao redor do mundo. Eles não são apenas belos desenhos, mas representam a ordem, a harmonia e a conexão com o divino, a natureza e a comunidade. Em muitas culturas, esses padrões são símbolos de proteção, sabedoria e identidade, tornando-os uma parte fundamental da expressão artística e espiritual de uma etnia.



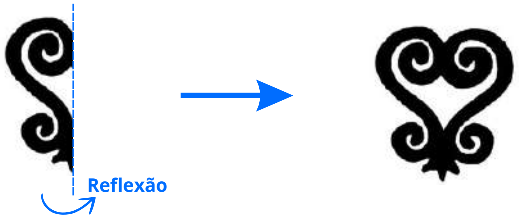


Design: Ruan Designs Criativos / Fonte: Canva

Um exemplo de padrão geométrico amplamente visto em nosso cotidiano é o padrão geométrico africano Adinkra, um conjunto de símbolos pertencentes ao povo Ashanti, atualmente localizado, principalmente, nos países Gana, Burkina Faso e Togo, na África Ocidental. Dentre os inúmeros símbolos Adinkra, temos o Sankofa, que simboliza um pássaro que olha para trás, e significa algo parecido com "volte e pegue" ou "voltar para buscá-la", nos ensinando o valor de aprender com o passado para a construção do presente e do futuro. Ele é frequentemente encontrado em portões, como podemos ver na figura 1.

Figura 1. Portão com arte
Design: Getty Images / Fonte: Canva

Analisando a estrutura do padrão Sankofa, percebe-se que ele é obtido através da utilização de uma ferramenta de isometria no plano.
Abaixo, mostramos como a reflexão é utilizada para obter tal símbolo:



Fonte: IPEAFRO.
Adaptado por: Haroldo Maya

Figura 2. Reflexão utilizando padrão Sankofa.

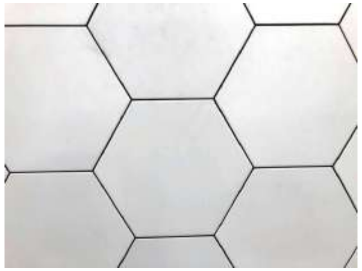
Figura 3. Tecidos peruanos.
Design: Getty Images / Fonte: Canva

Na América do Sul, temos o exemplo de padrões geométricos dos tecidos peruanos, que são mundialmente reconhecidos por sua rica história, qualidade e vibrantes padrões coloridos.
Incorporando técnicas antigas herdadas dos Incas, esses tecidos são adornados com desenhos geométricos, representações de animais andinos e padrões simbólicos, refletindo a rica tapeçaria cultural do Peru.

O uso de linhas e figuras simétricas pode ter significados espirituais, como a representação de harmonia, ciclos naturais ou a ligação com o cosmos. Um exemplo disso são os padrões de tecelagem usados pelos Quechuas, que frequentemente incluem linhas e figuras geométricas que indicam conexões com os deuses e a natureza. Na figura 3 é possível observar um tecido Quechua, onde os padrões geométricos são transladados por toda a extensão do mesmo.

ATIVIDADE 9

Um casal decidiu fazer a reforma da cozinha colocando azulejos distintos em duas paredes. Foram comprados azulejos no formato de hexágono regular e triângulo equilátero. Ao todo foram compradas 4 caixas de azulejo hexagonal e 6 caixas de azulejo triangular. Sabe-se que a caixa do azulejo hexagonal é composta por 8 peças, e a caixa do triangular é composta por 7 peças. Todos os azulejos possuem a medida dos lados iguais a 20 cm. Dertermine a área total que será coberta pelos azulejos em m^2 . (Considere $\sqrt{3} = 1,7$)



Design: Getty Images Signature / Fonte: Canva

Design: Getty Images / Fonte: Canva

ATIVIDADE 10

Joana está reformando sua cozinha e decidiu criar uma decoração especial sobre a bancada da pia, revestindo a parede retangular com 4 metros de comprimento e 1,60 metro de altura. Para isso, ela escolheu peças cerâmicas quadradas, cada uma com 20 cm de lado. Cada conjunto de 4 peças forma um mosaico, como mostrado na figura 1, com as peças numeradas de 1 a 4. Na Figura 2, é possível visualizar o efeito gerado pela disposição das peças lado a lado na parede.

figura 1

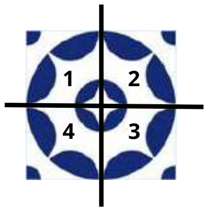


figura 2 - Azulejo Zuy Azul

Fonte: www.cazulo.com/adesivo-para-azulejo-zuy-azul.htm. Adaptado pelo Autor.

Considerando que não haverá perdas de peças e que o rejunte entre as peças é irrelevante, calcule a quantidade total de peças cerâmicas necessárias para revestir completamente esta parte da parede da cozinha.

ATIVIDADE 8

(Enem - 2002) Na construção civil, é muito comum a utilização de ladrilhos ou azulejos com a forma de polígonos para o revestimento de pisos ou paredes. Entretanto, não são todas as combinações de polígonos que se prestam a pavimentar uma superfície plana, sem que haja falhas ou superposições de ladrilhos, como ilustram as figuras:

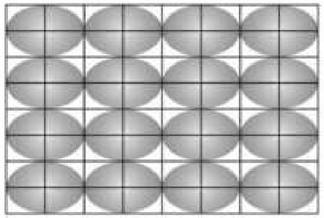


Figura 1: Ladrilhos retangulares pavimentando o plano

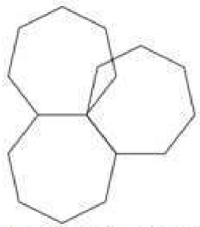


Figura 2: Heptágonos regulares não pavimentam o plano (há falhas ou superposição)

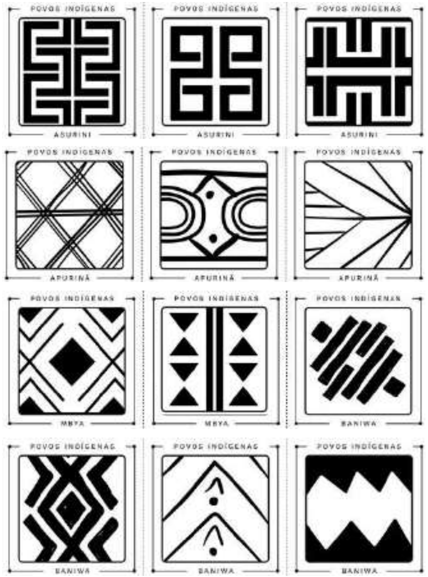
A tabela traz uma relação de alguns polígonos regulares, com as respectivas medidas de seus ângulos internos.

Nome	Triângulo	Quadrado	Pentágono	Hexágono	Octógono	Eneágono
Figura						
Ângulo interno	60°	90°	108°	120°	135°	140°

Se um arquiteto deseja utilizar uma combinação de dois tipos diferentes de ladrilhos entre os polígonos da tabela, sendo um deles octogonal, o outro tipo escolhido deverá ter a forma de um

A) triângulo
B) quadrado
C) pentágono
D) hexágono
E) eneágono

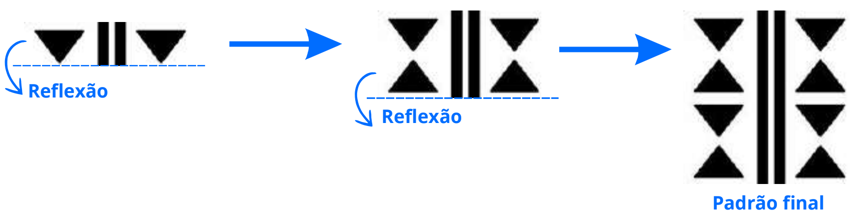
E é claro que o Brasil não fica de fora! Os grafismos dos povos originários brasileiros são muito mais do que simples decorações ou padrões artísticos. Eles representam a conexão dos indígenas com a natureza, com seus ancestrais e com o cosmos. Esses símbolos carregam uma carga cultural, espiritual e social imensa e são fundamentais para a preservação da identidade e das tradições desses povos. Cada traço e linha tem um significado profundo que liga o presente ao passado e ao futuro, refletindo o entendimento único de cada etnia sobre o mundo que habitam. A figura 4 mostra exemplos de grafismos dos povos originários brasileiros Asurini, Apurinã, Mbya e Baniwa.



Fonte: NOVA ESCOLA.

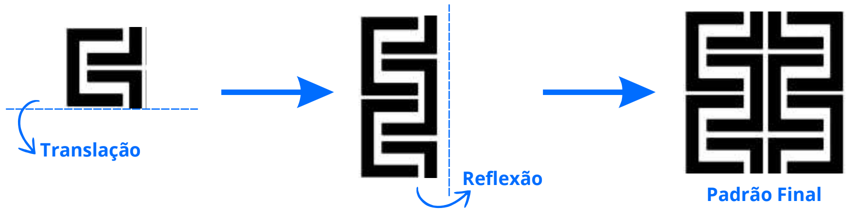
Figura 4. Padrão geométrico de povos originários brasileiros.

É possível observar que a maioria dos padrões presentes na figura 4 são resultado de isometrias. Perceba como o padrão do povo Mbya pode ser obtido através da reflexão.



Fonte: NOVA ESCOLA. Adaptado por: Haroldo Maya

O mesmo podemos observar, por exemplo, em um dos padrões do povo Asurini, que pode ser obtido com o uso da translação e da reflexão:



Fonte: NOVA ESCOLA. Adaptado por: Haroldo Maya

PADRÕES GEOMÉTRICOS NA CONSTRUÇÃO CIVIL

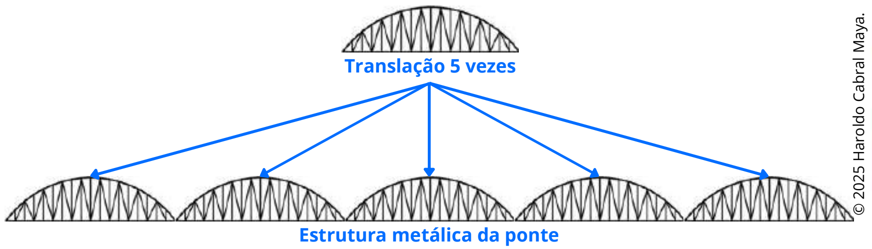
Os padrões geométricos desempenham um papel multifacetado na construção civil. Eles não são apenas elementos decorativos, mas também essenciais para a funcionalidade, a eficiência e a sustentabilidade das estruturas. Desde a criação de espaços esteticamente agradáveis até a otimização de recursos e materiais, a geometria é uma ferramenta fundamental para arquitetos e engenheiros.

Um bom exemplo da utilização de geometria na construção civil são as pontes treliçadas. As pontes treliçadas são um tipo de estrutura de ponte compostas por uma série de triângulos conectados, formando uma "treliça" que distribui as forças e cargas de maneira eficiente. Esse modelo estrutural é altamente utilizado em construções de pontes, pois oferece grande resistência com o mínimo de material necessário, o que reduz custos e torna a estrutura leve e estável.

Figura 5. Ponte Florentino Avidos (Ponte Seca)
Autor: Rafael Deminicis
Disponível em: Wikimedia Commons

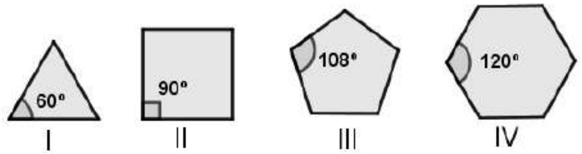
A Ponte Florentino Avidos, que conecta Vila Velha à Vitória, é um excelente exemplo de como a geometria e a engenharia de pontes treliçadas podem ser usadas para criar uma estrutura forte, leve e durável. Com sua estrutura metálica, ela tem se mantido uma das principais vias de ligação entre Vitória e Vila Velha por décadas.

A Ponte Florentino Avidos foi a primeira ligação da Ilha de Vitória ao Continente e tem cinco módulos de estrutura metálica, razão pela qual também é muito conhecida como Cinco Pontes. Sua estrutura pode ser obtida através da translação de uma estrutura padrão, uma vez que todos os seus módulos são iguais.



ATIVIDADE 6

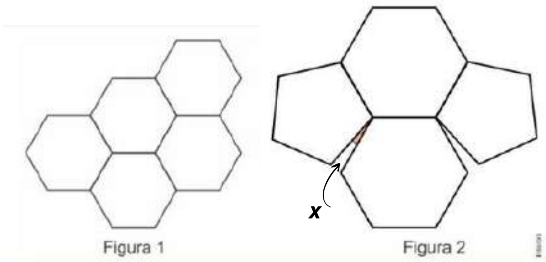
Sofia está planejando decorar o piso do jardim de sua casa e deseja usar apenas um tipo de azulejo. Durante sua pesquisa, ela descobriu que alguns modelos de azulejos, com formato de polígonos regulares, se encaixam perfeitamente entre si, sem deixar espaços vazios ou necessidade de cortes. Ao visitar uma loja de materiais de construção, ela encontrou várias opções de azulejos regulares. Agora, para escolher o modelo adequado para o seu projeto, Sofia precisa decidir qual opção de azulejo utilizar.



Para usar apenas um tipo de ladrilho Sofia poderá escolher:
A) I, II ou III
B) I, II ou IV
C) II, III ou IV
D) II ou III apenas
E) I, II, III ou IV

ATIVIDADE 7

(Colégio Pedro II, 2017) Alguns polígonos regulares, quando dispostos de maneira adequada, conseguem preencher o plano, ou seja, cobrem toda a superfície sem deixar lacunas ou espaços entre si. Por outro lado, existem combinações de polígonos que não conseguem preencher o plano, deixando espaços vazios. A seguir, são apresentados exemplos desse fenômeno: na figura 1, formada por hexágonos regulares, o plano é completamente preenchido; enquanto na figura 2, composta por pentágonos e hexágonos regulares, o plano não é preenchido.



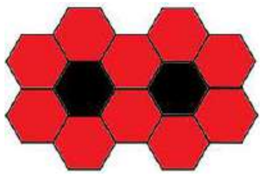
Na Figura 2, a medida do ângulo *x* é igual a:
A) 24º
B) 14º
C) 12º
D) 10º
E) 8º

ATIVIDADE 5

Um mosaico é uma composição artística ou geométrica formada por uma ou mais figuras geométricas, cujas peças se ajustam com precisão para cobrir toda uma superfície. Para criar mosaicos, é essencial que as figuras se encaixem perfeitamente ao redor de um único ponto.

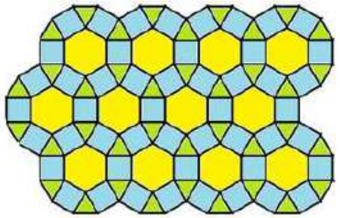
Na figura 1, observa-se um ladrilhamento regular, que ocorre quando se utiliza apenas um tipo de polígono regular para cobrir uma região do plano de maneira ordenada, sem sobreposições ou lacunas. Já na figura 2, temos um exemplo de ladrilhamento semirregular, no qual mais de um tipo de polígono regular é combinado. Neste caso, a combinação de hexágonos regulares, triângulos equiláteros e quadrados forma um mosaico harmônico.

figura 1



Fonte: Imagem produzida no Geogebra.

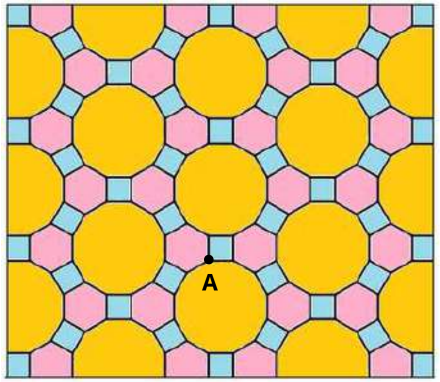
figura 2



Fonte: Imagem produzida no Geogebra.

Agora, analisando o mosaico a seguir (figura 3), é possível identificar alguns polígonos regulares que o compõem.

figura 3



Fonte: Imagem produzida no Geogebra.

Observe a figura e responda:

A) Quais polígonos regulares formam os ângulos internos ao redor do ponto A, presentes nesse mosaico?

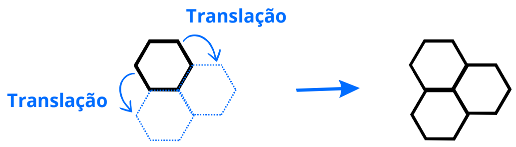
B) Qual é a soma dos ângulos internos ao redor do vértice A?

PADRÕES GEOMÉTRICOS NA NATUREZA

A geometria na natureza é um reflexo da busca por eficiência, simetria e otimização de recursos. Os padrões geométricos que encontramos ao nosso redor são resultados de processos naturais que ajudam os seres vivos a sobreviver, crescer e se reproduzir. Eles variam desde formas simples como círculos e hexágonos, até estruturas complexas e multifacetadas, como fractais e padrões espirais, que se repetem em diferentes escalas.

Figura 6. Colmeia de abelhas
Design: Getty Images/ Fonte: Canva

As colmeias de abelhas são um dos exemplos mais conhecidos de padrões geométricos na natureza. As abelhas constroem suas colmeias com células hexagonais, um padrão extremamente eficiente para maximizar o uso do espaço e minimizar o consumo de cera. As colmeias são formadas por sucessivas cópias transladadas de hexágonos, como mostrado abaixo.



Outro exemplo são os fractais, padrões geométricos que se repetem em diferentes escalas e aparecem com frequência na natureza, como em plantas e nos flocos de neve.

O floco de neve é um exemplo clássico de fractal na natureza, com uma estrutura que exibe características de auto-similaridade e repetição em diferentes escalas. A geometria do floco de neve pode ser explicada por meio dos conceitos de fractalidade, com padrões que se repetem à medida que você observa as diferentes partes da estrutura.

Figura 7. Floco de neve
Design: Vadim Cherenko / Fonte: Canva

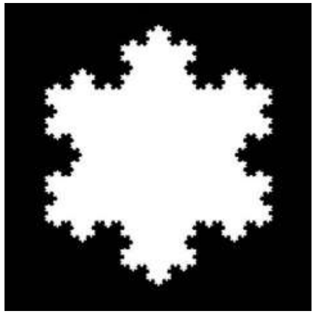


Figura 8. Floco de neve de Koch
Fonte: G'MIC.

O Fractal de Koch, também conhecido como Curva de Koch, é um dos exemplos mais simples e clássicos de um fractal. Ele é uma curva que apresenta auto-similaridade — ou seja, sua estrutura se repete em diferentes escalas — e é gerado por um processo iterativo.

A construção do Fractal de Koch começa com um simples triângulo equilátero ou um segmento de linha e, a cada iteração (ou passo), um padrão específico é adicionado.

O processo de formação do floco de neve de Koch pode ser visto na figura 9.

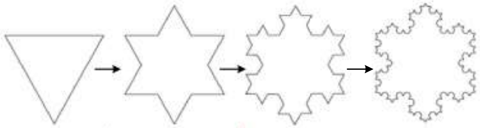


Figura 9. Cinco primeiras etapas do floco de neve de Koch.
Fonte: G'MIC.
Adaptado por: Haroldo Maya

O passo a passo para construir um floco de neve de Koch é:

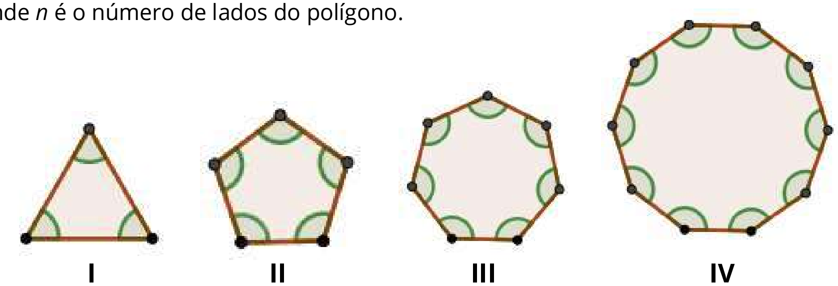
1. Comece com um triângulo equilátero;
2. Divida cada lado do triângulo em três segmentos iguais;
3. Retire o segmento do meio;
4. Substitua o segmento do meio por um novo triângulo equilátero sem a base;
5. Repita o procedimento em cada lado da figura obtida no passo anterior.

qr code

Para visualizar a formação de um floco de neve de Koch, aponte o telefone para o Código QR ao lado. Além desse vídeo, o canal do YouTube "Fractals Visualized" traz vídeos de formação de vários fractais interessantes.

(156) Koch curve and Koch snowflake #fractal #maths #fractalanimation - YouTube

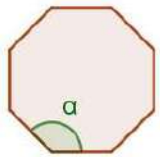
Curiosa, Bruna desenhou 4 polígonos regulares em seu caderno e quer saber a soma dos ângulos internos de cada um deles. Para isso, ela lembra que a fórmula para calcular a soma dos ângulos internos de um polígono é dada por $S = (n-2) \cdot 180°$, onde *n* é o número de lados do polígono.



Agora, ajude Bruna, nomeando e calculando a soma dos ângulos internos de cada um desses polígonos regulares representados nas imagens acima.

ATIVIDADE 4

As embalagens de pizza frequentemente apresentam formas geométricas interessantes, que além de facilitar o empilhamento e o transporte, também tornam o produto mais atraente visualmente. Ao analisar o design de uma embalagem de pizza, Lucas observou que a caixa tem a forma de um octógono regular e ficou curioso em saber a medida do ângulo interno desse polígono e decidiu calcular α.



Design: Mateus André / Fonte: Canva

Considerando que Lucas tenha obtido a resposta correta, qual é o valor encontrado por Lucas?

A) 45º
B) 60º
C) 90º
D) 120º
E) 135º

A seguir, estão apresentados alguns modelos de placas de sinalização utilizadas nas rodovias e cidades do estado do Espírito Santo, com seus respectivos significados.

Placas de orientação do destino | Parada obrigatória | Placa de atrativo turísticos | Proibido estacionar

Lombada a 50 metros | Placa de sinalização temporária | Placa de serviços auxiliares | Dê a Preferência

Fonte: Sinal Center. Disponível em: <https://blog.sinalcenter.com.br/cores-e-formas-de-placas-de-sinalizacao-de-transito/>.

Analise cada uma das placas apresentada e indique quais delas que, quando suas formas são representadas matematicamente no plano, indicariam polígonos regulares:

A) Placa de atrativo turísticos, Placa de sinalização temporária, Proibido estacionar
B) Parada obrigatória, Proibido estacionar, Dê a preferência
C) Parada obrigatória, Placa de sinalização temporária, Dê a preferência
D) Lombada a 50 metros, Placa de sinalização temporária, Dê a preferência
E) Placa de sinalização temporária, Parada obrigatória, Proibido estacionar

ATIVIDADE 3

Você Sabia?

Um polígono é formado por vértices, que são os pontos de interseção entre suas linhas ou segmentos de reta, que formam seus lados. A quantidade de vértices de um polígono é sempre igual ao número de seus lados. Por exemplo, um pentágono, possui 5 vértices e também tem 5 lados.

Bruna está estudando sobre polígonos regulares e, após aprender sobre o quadrado, ficou curiosa para saber a soma dos ângulos internos de outros polígonos. Sabemos que em um quadrado, todos os lados são iguais e os ângulos internos são de 90º, então a soma dos ângulos internos de um quadrado é 360º.

Um exemplo clássico de fractal é o Triângulo de Sierpinski. Ele recebe esse nome em homenagem ao matemático polonês Wacław Sierpinski, que foi o primeiro a descrever essa estrutura.

Figura 10. Triângulo de Sierpinski.
Fonte: UFJF.

O Triângulo de Sierpinski é um fractal que parte, inicialmente, de um triângulo equilátero e que, em seguida, toma-se os pontos médios de cada lado do triângulo e, a partir deles, constrói-se quatro triângulos equiláteros, retirando o triângulo central, como na figura anterior.

qr code

Para visualizar a formação de um Triângulo de Sierpinski, aponte o telefone para o Código QR ao lado ou clique no botão a seguir. O objeto interativo Geogebra permite a visualização das primeiras iterações.

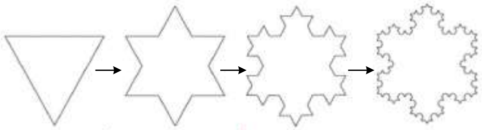
[Triângulo de Sierpinski.]

Exercícios Resolvidos

EXERCÍCIO 1

Considere o fractal floco de neve de Koch construído a partir de um triângulo equilátero de lado unitário de forma que o perímetro deste triângulo é igual a 3. A cada iteração, cada lado é dividido em três partes iguais, e um pequeno triângulo equilátero é adicionado ao terço central de cada divisão. Esse processo se repete indefinidamente, aumentando o perímetro da figura a cada etapa como visto na figura abaixo.

A tabela abaixo mostra como o perímetro evolui ao longo das primeiras iterações:



Cinco primeiras etapas do floco de neve de Koch.

ITERAÇÃO	PERÍMETRO
0 (INICIAL)	3
1	4
2	$\frac{16}{3} \approx 5{,}33$
3	$\frac{64}{9} \approx 7{,}11$
4	$\frac{256}{27} \approx 9{,}48$

Com base nessa construção, responda:

a) A sequência dos perímetros apresentados segue um padrão específico de crescimento. Esse padrão corresponde a uma progressão aritmética ou geométrica? Justifique sua resposta e determine a razão dessa progressão.

b) O que acontece com o perímetro do floco de neve de Koch se continuarmos esse processo infinitamente? O que isso nos diz sobre o comportamento do fractal?

Resolução

a) A sequência segue um padrão multiplicativo, pois cada termo é obtido multiplicando o anterior por um fator fixo. Isso caracteriza uma progressão geométrica, pois, em uma progressão aritmética, a variação entre os termos seria uma soma constante. A razão da progressão é dada por:

$$r = \frac{a_n}{a_{n-1}}, \qquad \text{para } n = 1, \text{ sem perda de generalidade, temos} \qquad r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{4}{3}$$

b) Como a razão da progressão geométrica é maior que 1, o perímetro cresce indefinidamente. Isso significa que, ao continuar esse processo infinitamente, o perímetro tende ao infinito.

Atividades

ATIVIDADE 1

Qual das alternativas abaixo apresenta uma definição correta de polígono regular?

A) Um polígono regular é aquele em que todos os seus lados têm o mesmo comprimento, mas os ângulos internos podem ter medidas diferentes.

B) Um polígono regular é aquele em que todos os seus lados e ângulos internos têm o mesmo comprimento e a mesma medida, respectivamente.

C) Um polígono regular é aquele que possui lados de diferentes comprimentos e ângulos internos de diferentes medidas.

D) Um polígono regular é aquele cujos lados são sempre perpendiculares entre si.

E) Um polígono regular é aquele que possui todos os lados paralelos entre si.

ATIVIDADE 2

As placas de sinalização de trânsito desempenham um papel essencial nas estradas, fornecendo informações importantes tanto para motoristas quanto para pedestres. Para garantir uma comunicação eficaz, elas são projetadas com cores e formas específicas, cada uma com um significado claro e distinto.

- **Vermelho**: é frequentemente associado a placas de regulamentação, mensagens de proibição e parada obrigatória.
- **Azul:** é usado principalmente para indicar serviços e informações úteis para os condutores.
- **Amarelo:** é uma cor de destaque e é frequentemente usado em placas de advertência e precaução.
- **Verde:** é amplamente associado a informações e orientações.
- **Laranja:** é usado em placas de sinalização temporárias, indicando áreas de construção, desvios e situações temporárias que requerem atenção especial dos condutores.
- **Marrom:** As placas de atrativo turístico indicam e orientam o condutor sobre localização das atrações turísticas locais.

Fonte: Sinal Center. Disponível em: <https://blog.sinalcenter.com.br/cores-e-formas-de-placas-de-sinalizacao-de-transito/>.

Material Extra

LIVROS DIDÁTICOS

Matemática em contexto: geometria plana e geometria espacial. (DANTE)

Capítulo 1: regiões planas e área.
- Ladrilhamento. (p. 44 - 54).

Prisma matemática: geometria. (BONJORNO)

Capítulo 1: Áreas.
- Ladrilhamento no plano. (p. 31 - 37).

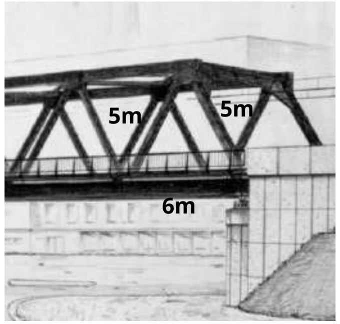
POLÍGONOS

Revisando Polígonos

No espaço "salas de estudo" do site da obmep é possível explorar um estudo inicial sobre polígonos com a proposta de revisar algumas ideias importantes.

EXERCÍCIO 2

Uma empresa de engenharia está projetando uma ponte com um sistema de treliças triangulares para garantir estabilidade e resistência. Cada módulo da treliça é um triângulo isósceles com lados de 5 metros e uma base de 6 metros, como mostra a imagem abaixo.



Het Utrechts Archief, 1964.
Wikimedia Commons

Fragmento do desenho da futura ponte ferroviária "DEMKA" sobre o canal Amsterdam-Rijn em Utrecht, elaborado em agosto de 1964.

a) Identifique as transformações isométricas que podem ser aplicadas para repetir o padrão da treliça ao longo da ponte.

b) Calcule a área total ocupada por 15 módulos triangulares na estrutura da ponte.

Resolução

a) As treliças das pontes são frequentemente organizadas repetindo módulos triangulares para distribuir a carga de maneira eficiente. As principais transformações usadas são:

- Translação: Os triângulos podem ser repetidos ao longo do comprimento da ponte sem alterar sua forma.
- Reflexão: Para otimizar o design, um triângulo pode ser refletido em relação à sua base, formando padrões simétricos.
- Rotação: Algumas treliças utilizam rotações de 180° para alternar a orientação dos triângulos e criar um encaixe mais estável.

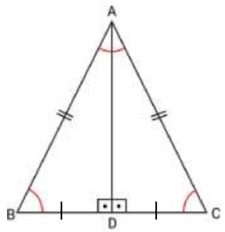
No caso dessa ponte, a translação dos triângulos ao longo do vão principal, combinada com reflexões, pode formar um padrão eficiente de distribuição da carga.

b) A área de um triângulo é dada pela fórmula:

$$A_{\Delta} = \frac{Base \cdot Altura}{2}$$

Primeiro, determinamos a altura do triângulo usando o Teorema de Pitágoras. Como o triângulo é isósceles com lados de 5 m e base de 6 m, a altura *h* divide a base ao meio (3 m para cada lado) e forma dois triângulos retângulos. Aplicamos o Teorema de Pitágoras:

$$h^2 + 3^2 = 5^2$$
$$h^2 + 9 = 25$$
$$h^2 = 16$$
$$h = 4\ \text{m}$$



Agora, calculamos a área de um triângulo:

$$A_{\Delta} = \frac{Base \cdot Altura}{2} = \frac{6 \cdot \cancelto{2}{4}}{\cancelto{1}{2}} = 12\,m^2$$

Para 15 módulos triangulares (n_{Δ}):

$$A_{Total} = n_{\Delta} \cdot A_{\Delta} = 15 \cdot 12 = 180\,m^2$$

A área total ocupada pelos 15 módulos triangulares será 180 m², ajudando a determinar a quantidade de material necessário para a construção da estrutura.

Exercícios Resolvidos

EXERCÍCIO 1

Você tem um piso retangular de 5 metros de comprimento por 3 metros de largura. Cada ladrilho tem dimensões de 0,5 metros por 0,5 metros. Quantos ladrilhos são necessários para cobrir completamente o piso?

Resolução

Para saber quantos ladrilhos são necessários, o primeiro passo é calcular a área total do piso a ser preenchido:

$$\text{Área do piso} = \text{comprimento} \cdot \text{largura} = 5 \cdot 3 = 15\,m^2$$

Sabendo a área do piso, agora precisamos calcular a área do ladrilho:

$$\text{Área do ladrilho} = \text{lado} \cdot \text{lado} = 0{,}5 \cdot 0{,}5 = 0{,}25\,m^2$$

O número de ladrilhos necessários é a razão entre a área do piso e a área de um ladrilho. Assim:

$$\text{Número de ladrilho} = \frac{\text{Área do piso}}{\text{Área do do ladrilho}} = \frac{15}{0{,}25} = 60$$

Concluí-se que são necessários **60 ladrilhos** para cobrir o piso.

Cálculo de Área Total no Ladrilhamento

Para calcular a área total coberta no ladrilhamento, basta somar as áreas de todos os polígonos envolvidos.

Exemplo

Se temos 10 quadrados de lado 2 cm, qual será a área total do ladrilhamento?

A área do quadrado é:

$$Área\ Polígono = l^2 = 2^2 = 4\ cm^2$$

Para calcular a área basta multiplicar 4 pela quantidade de polígonos, portanto:

$$Área\ Total = 10 \cdot 4 = 40\ cm^2$$

Material Extra

LIVROS DIDÁTICOS

Matemática em contexto: geometria plana e geometria espacial. (DANTE)

Capítulo 2: Matrizes e sistemas lineares.
- Transformações geométricas. (p. 96 - 102).

Prisma matemática: geometria e trigonometria. (BONJORNO)

Capítulo 1: proporcionalidade e semelhança.
- Transformações isométricas. (p. 18 - 21).
- Transformações homotéticas. (p. 30 - 35).

Atividades

ATIVIDADE 1

Considere um pentágono com os seguintes vértices no plano cartesiano: A (1, 2), B (3, 4), C (5, 2), D (4, 0) e E (2, 1).

Esse pentágono será submetido a uma reflexão em relação ao eixo *x*. Quais serão as novas coordenadas dos vértices do pentágono após essa transformação?

$A) A'(1,-2), B'(3,-4), C'(5,-2), D'(-4,0), E'(-2,1)$

$B) A'(1,-2), B'(3,-4), C'(5,-2), D'(4,0), E'(2,1)$

$C) A'(-1,2), B'(-3,4), C'(-5,2), D'(-4,0), E'(-2,1)$

$D) A'(1,-2), B'(3,-4), C'(5,-2), D'(4,0), E'(2,-1)$

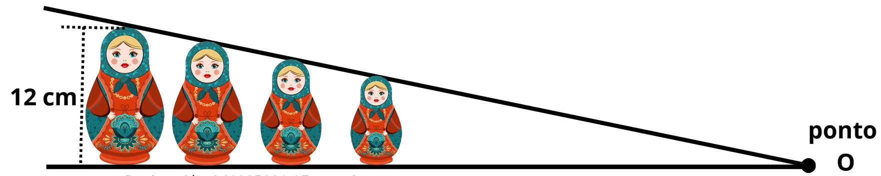
$E) A'(1,-2), B'(3,-4), C'(-5,2), D'(4,0), E'(2,1)$

ATIVIDADE 2

As Matrioshkas são adoráveis bonecas em um conjunto de tamanhos crescentes colocadas uma dentro da outra, simbolizando uma família. Criada há mais de 120 anos na Rússia, iniciou sua trajetória como um brinquedo instrutivo e em pouco tempo apaixonou o mundo, tornando-se o mais conhecido ícone popular da cultura Russa.

Fonte: Boneca Russa. Disponível em: https://www.bonecarussa.com.br/novidade/matrioshkas-matrioskas-no-brasil. Adaptado.

Utilizando um ponto fixo chamado centro de homotetia, Carlos traçou dois segmentos de reta a partir do ponto O, passando pelas extremidades das bonecas russas, conforme mostrado na imagem a seguir.



Design: Olga341985221 / Fonte: Canva

Sabendo que a altura da boneca maior, é de 12 cm e que a razão de homotetia é 1,6, qual é a altura da boneca menor?

Outros Tipos de Ladrilhamento Poligonais

Além dos ladrilhamentos regulares, é possível utilizar polígonos irregulares ou côncavos para cobrir o plano. Polígonos irregulares possuem lados e ângulos diferentes, enquanto os côncavos apresentam ângulos internos superiores a 180°. Ambos podem ser usados para criar padrões complexos, desde que respeitem a condição de encaixe adequado, sem lacunas ou sobreposições, como exemplificado na figura 5.

Design: Getty Images / Fonte: Canva.

Figura 5 – Exemplo de ladrilhamento com polígonos côncavos.

CÁLCULO DE ÁREAS EM LADRILHAMENTOS

O cálculo da área em ladrilhamentos envolve determinar a área total coberta pelos polígonos que formam o recobrimento. Para isso, calculamos a área de cada polígono individualmente e multiplicamos pela quantidade de polígonos no ladrilhamento.

Cálculo de Área de Polígonos Regulares

Considere que l é a medida do lado do polígono regular, o cálculo da área A é:

Triângulo Equilátero: $A = \frac{\sqrt{3}}{4} l^2$

Quadrado: $A = l^2$

Hexagono Regular: $A = \frac{3\sqrt{3}}{2} l^2$

Como ilustrado na figura 3, a disposição desses polígonos se ajusta perfeitamente, somando 360° nos vértices, formando uma cobertura contínua e sem lacunas.

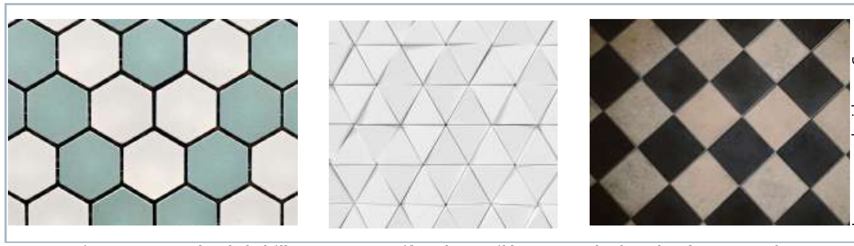


Imagem produzida no Canva

Figura 3 – Exemplos de ladrilhamento com triângulos equiláteros, quadrados e hexágonos regulares.

Ladrilhamento Semirregular

O ladrilhamento semirregular usa dois ou mais tipos de polígonos regulares para cobrir uma superfície sem lacunas ou sobreposições. Ao contrário do ladrilhamento regular, os polígonos não se repetem uniformemente, mas se combinam de forma específica. A soma dos ângulos internos nos vértices deve ser sempre 360°, garantindo um encaixe perfeito, como ilustrado na figura 4, que mostra um exemplo de ladrilhamento semirregular com quadrados e octógonos.


Design: Studio Mexico / Fonte: Canva.

Figura 4 – Exemplo de ladrilhamento semirregular com quadrados e octógonos.

VOCÊ SABIA?

O arquiteto Antoni Gaudí, de Barcelona, é famoso pelo uso criativo de ladrilhos em sua arquitetura. Em suas obras, como a Casa Batlló, ele usou uma técnica chamada "trencadís", que consiste em quebrar pedaços de cerâmica e vidros coloridos para criar padrões vibrantes e orgânicos. Essa técnica inovadora se tornou um marco do modernismo catalão.


Casa Batlló
Design: Efired / Fonte: Canva

ATIVIDADE 3

O ponto cruz é uma técnica de bordado que utiliza pontos em forma de "X" para criar desenhos detalhados em tecidos. Por ser acessível e não exigir equipamentos caros, é uma prática popular entre muitas mulheres. Ao bordar peças como toalhas, roupas e quadros, elas conseguem gerar uma renda extra significativa. O valor obtido pode variar conforme a demanda, a complexidade dos trabalhos e o mercado, com as peças sendo comercializadas em feiras, lojas físicas ou plataformas on-line. Além de proporcionar uma fonte de rendimento, essa atividade também contribui para o empoderamento feminino, promovendo a independência financeira e valorizando o artesanato como expressão cultural.

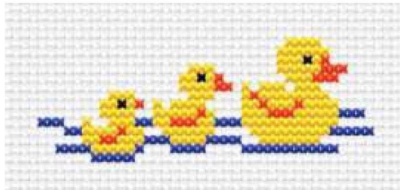
Fonte: Batista e Silva. Disponível em: https://repositorio.ufpe.br/bitstream/123456789/16973/1/39S586u%20Disserta%C3%A7%C3%A3o.pdf. Adaptado.

Veja, a seguir, as imagens de modelos feitos em ponto cruz. Identifique se em cada uma delas foi utilizada a transformação homotética ou isometria de reflexão, translação ou rotação na comparação entre as imagens.

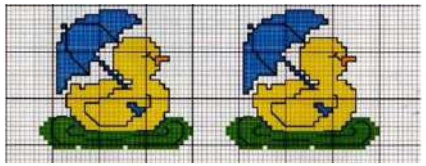
A)________________________________


Fonte: https://br.pinterest.com/.

B)________________________________


Fonte: https://br.pinterest.com/.

C)________________________________

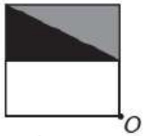

Fonte: https://br.pinterest.com/.

D)________________________________

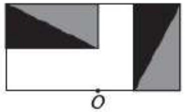

Fonte: https://br.pinterest.com/.

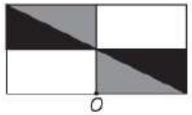
ATIVIDADE 4

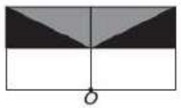
(Enem 2013) Um programa de edição de imagens possibilita transformar figuras em outras mais complexas. Deseja-se construir uma nova figura a partir da original. A nova figura deve apresentar simetria em relação ao ponto **O**.

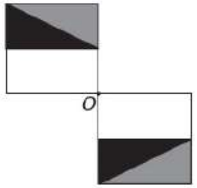


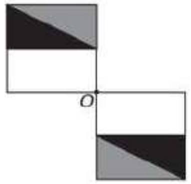
A imagem que representa a nova figura é:

A)


B)


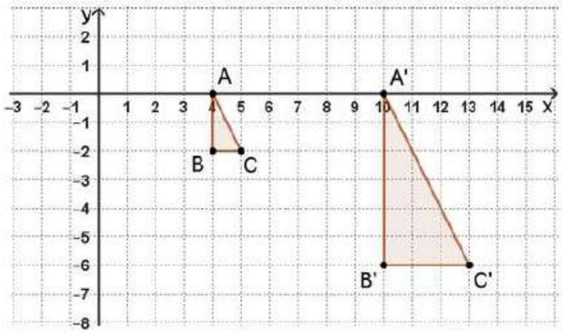
C)


D)


E)


ATIVIDADE 5

Utilizando uma malha quadriculada, Bruna desenhou o triângulo ABC e seu triângulo homotético A'B'C', conforme mostrado na imagem a seguir:



A) Determine o centro da homotetia.

B) Calcule a razão da homotetia que transforma o triângulo ABC no triângulo A'B'C'.

Por exemplo, no caso de um hexágono regular ($n = 6$):

$$S = (6-2) \cdot 180^\circ = 4 \cdot 180^\circ = 720^\circ$$

A medida de cada ângulo interno será:

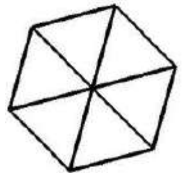
$$\theta = \frac{720^\circ}{6} = 120^\circ$$

Ladrilhamento Regular com Polígonos Regulares

Um ladrilhamento regular utiliza um único tipo de polígono repetido ao longo da superfície, sem lacunas ou sobreposições. Para que isso aconteça, a soma dos ângulos internos dos polígonos em cada vértice deve ser 360°. Isso só é possível quando o valor do ângulo interno do polígono regular resulta de uma divisão exata de 360°.

Os **únicos** polígonos que atendem a essa condição são:

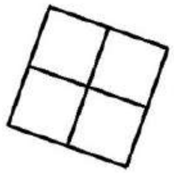
Triângulo Equilátero (ângulo interno de 60°):



$$\frac{360^\circ}{60^\circ} = 6$$

Portanto, **6 triângulos** se encontram no ponto.

Quadrado (ângulo interno de 90°):



$$\frac{360^\circ}{90^\circ} = 4$$

Portanto, 4 **quadrados** se encontram no ponto.

Hexágono regular (ângulo interno de 120°):

$$\frac{360^\circ}{120^\circ} = 3$$

Portanto, 3 **hexagonos** se encontram no ponto.

INTRODUÇÃO AOS LADRILHAMENTOS E POLÍGONOS REGULARES

Embora o estudo de ladrilhamentos não dependa exclusivamente de polígonos regulares, esses elementos geométricos possuem propriedades que facilitam a compreensão de como podemos cobrir uma superfície sem lacunas ou sobreposições. Em particular, ao focarmos nos polígonos regulares, podemos observar como suas propriedades geométricas ajudam a formar ladrilhamentos de maneira simples e organizada.

O conceito de ladrilhamento, ou tesselação, está relacionado à cobertura de uma superfície plana utilizando formas geométricas que se repetem, sem deixar espaços vazios e sem sobreposição. Polígonos regulares, como triângulos equiláteros, quadrados e hexágonos, são frequentemente usados para esse fim. Esses polígonos, por possuírem lados e ângulos congruentes, formam padrões de repetição que são fundamentais para a construção de ladrilhamentos.

Figura 2. Floor Pattern
Design: Getty Images / Fonte: Canva

Propriedades dos Polígonos Regulares

Para formar um ladrilhamento, é importante compreender as propriedades dos polígonos regulares, principalmente seus **ângulos internos**, pois esses ângulos determinam a forma como os polígonos podem ser organizados. O estudo da soma dos ângulos internos e dos ângulos formados ao redor de um ponto ajuda a entender quais polígonos são viáveis para a tesselação.

A **soma dos ângulos internos** de um polígono de n lados é dada pela fórmula:

$$S = (n-2)\cdot 180^\circ$$

onde n é o número de lados do polígono. Esse valor nos permite calcular o ângulo interno de cada polígono regular, dividindo a soma dos ângulos internos pelo número de lados do polígono, ou seja,

$$\theta = \frac{S}{n} = \frac{(n-2)\cdot 180^\circ}{n}$$

em que θ é um ângulo interno do polígono regular.

ATIVIDADE 6

A obra **Lagartos nº 56** (*Lizards*), criada por Maurits Cornelis Escher em 1942, é um exemplo notável da habilidade do artista em combinar Arte e Matemática. Esta xilogravura representa uma série de lagartos que se entrelaçam em um padrão repetitivo, demonstrando a maestria de Escher em transformar formas poligonais em composições artísticas complexas.

Obra Lagartos (nº 56)

Foto: Maurits Cornelis Escher. Lizards nº 56 – xilogravura. 1942. Fonte: Disponível em: <https://arteeartistas.com.br/biografia-de-maurits-cornelis-escher/>. Acessado em 25/04/2025.

Dentre as características matemáticas abaixo, qual é mais evidente na obra "Lagartos nº 56" de Escher?

A) O uso de reflexão para formar imagens espelhadas entre os lagartos.
B) A aplicação de translação para criar o padrão repetitivo dos lagartos.
C) O uso de simetria por rotação para organizar os lagartos em torno de um ponto central.
D) A representação de fractais na composição das figuras.
E) A utilização de proporções áureas no desenho dos lagartos.

ATIVIDADE 7

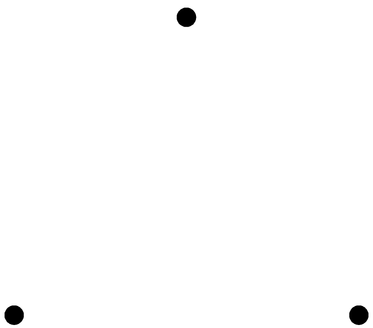
A curva de Koch é uma curva geométrica e um dos primeiros fractais a serem descritos. O Floco de Neve de Koch é um fractal gerado a partir de um triângulo equilátero, seguindo os seguintes passos:

1. Divide-se cada lado do triângulo em três segmentos iguais;
2. Retira-se o segmento central de cada lado e substitui-se por um triângulo equilátero sem base, formando uma nova imagem;
3. Repete-se os passos (1) e (2) na figura resultante após o passo (2);
4. Esse processo é repetido infinitamente.

Denotamos como iteração o número de vezes que os passos (1) e (2) são executados. Considerando o triângulo equilátero como iteração zero, o quadro a seguir exibe as imagens geradas nas iterações 0, 1, 3 e 4.

A seguir, utilizando uma régua e os vértices (ponto) de referência disponíveis para a construção da interação 0, desenhe a iteração 2 que falta para completar o Floco de Neve de Koch até 4º iteração.

> A iteração é a repetição de um procedimento de forma consecutiva.



Design: Noun Project / Fonte: Canva

Conceitos e Conteúdos

INTRODUÇÃO AOS LADRILHAMENTOS E POLÍGONOS REGULARES

O que é um ladrilhamento?

O ladrilhamento, também conhecido como tesselação, é a cobertura de uma superfície plana utilizando formas geométricas repetidas, sem sobreposição e sem deixar espaços vazios. Esse conceito é amplamente utilizado na arquitetura, na arte e até na natureza.

Os ladrilhamentos aparecem em diversas situações do cotidiano, por exemplo:

Design: Elxeneize / Fonte: Canva

Arquitetura e Design
Pisos, azulejos e mosaicos em construções.

Design: Getty Images / Fonte: Canva

Natureza
Colmeias de abelhas formadas por hexágonos perfeitos.

Figura 1 – Exemplos de ladrilhamento.

VOCÊ SABIA?

Na cultura islâmica, os padrões geométricos e florais nos ladrilhos são muitas vezes usados para refletir a perfeição e a harmonia do universo criado por Deus. Esses padrões podem ser vistos na arquitetura de mesquitas e palácios por todo o Oriente Médio, Norte da África e partes da Ásia Central.

Mesquita Nasir Al-Mulk, Irã
Design: Efired / Fonte: Canva

Contextualização

Já tentou montar um quebra-cabeça e percebeu que algumas peças simplesmente não encaixam? Agora pense no chão de um shopping, no piso de uma igreja antiga ou nos ladrilhos de sua casa. Você já se perguntou por que alguns formatos funcionam perfeitamente para cobrir um espaço sem deixar lacunas?

Se você fosse um arquiteto e precisasse cobrir uma enorme praça sem desperdício de material, quais formas escolheria? Será que qualquer polígono pode formar um ladrilhamento que cubra toda área sem que tenha sobreposições?

Neste material, vamos explorar como diferentes figuras geométricas podem preencher superfícies de maneira harmoniosa. Prepare-se para enxergar o chão (e o mundo) com outros olhos!

Bons estudos!

Um ladrilho da natureza: a colméia das abelhas
Design: Getty Images / Fonte: Canva

Ladrilho hidráulico
Design: Pexels / Fonte: Canva

ATIVIDADE 8

Crie na malha triangular a seguir o Triângulo de Sierpinski até a 3ª ordem, seguindo os passos descritos abaixo. Use lápis e régua para garantir precisão e observe como padrões geométricos se repetem em diferentes escalas.

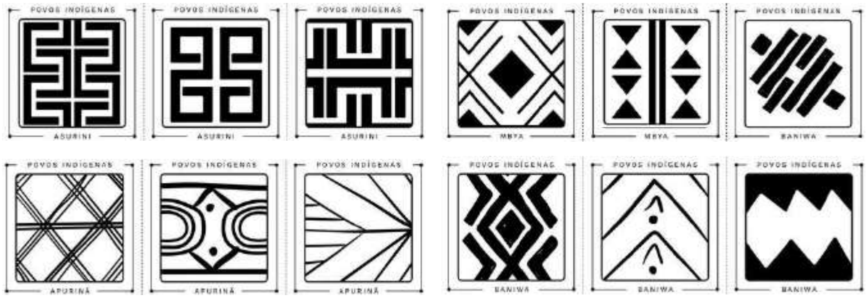
- Passo 1 (Triângulo Inicial, ordem 0): Identifique um triângulo equilátero grande na malha e destaque-o como o triângulo inicial.
- Passo 2 (Ordem 1): Localize os pontos médios dos lados do triângulo inicial e conecte-os para formar um triângulo menor central. Pinte ou marque o triângulo central para removê-lo visualmente.
- Passo 3 (Ordem 2): Repita o processo nos três triângulos restantes, localizando os pontos médios de cada lado e removendo os novos triângulos centrais.
- Passo 4 (Ordem 3): Continue o padrão nos nove triângulos resultantes, removendo os triângulos centrais de cada um.

ATIVIDADE 9

O grafismo indígena é composto por representações geométricas aplicadas em corpos, cerâmicas, tecidos e outros artefatos, conforme exemplo do jarro a seguir.

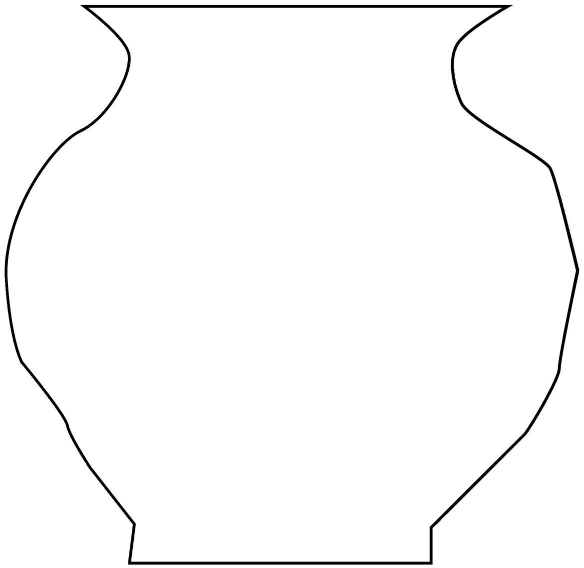
Design: Young generation team.com/ Fonte: Canva

Algumas características dos grafismos incluem simetria (lados iguais em relação a um eixo central), repetição, formas simples e uma forte conexão com a natureza. A seguir, apresentamos alguns exemplos de grafismos indígenas dos povos originários.



Padrão geométrico de povos originários brasileiros

Escolha um grafismo de sua preferência e, de maneira criativa, reproduza-o na imagem abaixo de um jarro indígena feito de argila e barro, aplicando os conceitos de isometria.



QUINZENA 14 18/08 a 22/08

GOVERNO DO ESTADO DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

Material Estruturado

SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL — GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

2ª Série | Ensino Médio

MATEMÁTICA

Ladrilhos: padrões e polígonos

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM	DESCRITOR(ES) DO PAEBES
EM13MAT505 Resolver problemas sobre ladrilhamento do plano, com ou sem apoio de aplicativos de geometria dinâmica, para conjecturar a respeito dos tipos ou composição de polígonos que podem ser utilizados em ladrilhamento, generalizando padrões observados.	• Reconhecer, em polígonos regulares, a medida de cada ângulo interno a partir da soma de seus ângulos internos. • Analisar polígonos regulares para conjecturar a respeito dos tipos de polígonos que podem ser utilizados em ladrilhamento regular do plano. • Conjecturar a respeito dos tipos de composição de polígonos que podem ser utilizados em ladrilhamento. • Calcular áreas de polígonos em contextos de ladrilhamento. • Resolver situações-problema que envolvam o ladrilhamento de região do plano.	• **D098_M** Identificar polígonos regulares em uma coleção de polígonos dada. • **D118_M** Resolver problema utilizando propriedades dos polígonos (soma de seus ângulos internos, número de diagonais, cálculo da medida de cada ângulo interno nos polígonos regulares).

Referências

ATIVIDADES

BONJORNO, José Roberto; JÚNIOR, Ruy Giovanni Júnior; SOUZA, Paulo Roberto Câmara. **Prisma matemática: geometria e trigonometria. ensino médio - área do conhecimento: matemática e suas tecnologias**. 1ª ed. São Paulo: FTD, 2020.

BONECA RUSSA. **Matrioshkas (Matrioskas) no Brasil**. Disponível em: <https://www.bonecarussa.com.br/novidade/matrioshkas-matrioskas-no-brasil>. Acessado em 23/03/2025.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Matemática em contextos: Trigonometria e sistemas lineares. Matemática e suas Tecnologias - Ensino Médio**. 1ªed. São Paulo: ática, 2020.

GOV.BR. **Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Inep. Provas e Gabaritos**. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos>. Acessado em: 08/02/2025.

SILVA, Maria Gabriela Costa da. **Ensino de simetria por meio dos símbolos africanos Adinkra: um estudo com licenciandos em Matemática**. 2021. Trabalho de Conclusão de Curso (Matemática) - Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2021.

SILVA, Maria Regina M. Batista. **ESTUDO ETNOGRÁFICO DO BORDADO EM PASSIR**A. RECIFE - PERNAMBUCO Junho de 1995. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/bitstream/123456789/16973/1/39S586u%20Disserta%C3%A7%C3%A3o.pdf<. Acessado em 23/03/2025.

SOUZA, Joamir Roberto de. **Multiverso Matemática: Matemática financeira, gráficos e sistemas.** Ensino Médio. 1ª ed. São Paulo: FTD, 2020.

ATIVIDADE 10

O *Fractal Quadrado Reduzido* é um exemplo de fractal construído a partir da repetição de quadrados menores dentro de um quadrado original, de forma reduzida a cada iteração. Esse processo está relacionado à homotetia, uma transformação geométrica que altera o tamanho de uma figura mantendo suas proporções. A cada iteração, os quadrados menores são gerados em uma escala reduzida, criando uma estrutura auto repetitiva. Assim, o *Fractal Quadrado Reduzido* demonstra como a homotetia pode gerar padrões fractais complexos a partir de transformações simples.

Com o auxílio de papel quadriculado e régua, construa o *Fractal Quadrado Reduzido* seguindo as orientações abaixo:

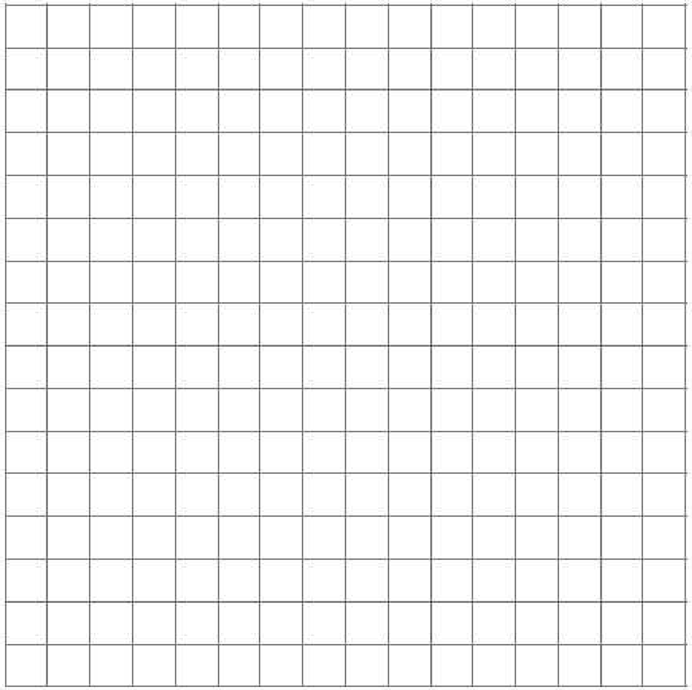
1º) Considere um quadrado de 16 x 16 como o quadrado inicial;

2º) Divida-o em quatro quadrados congruentes e nomeie-os como A, B, C e D, no sentido horário;

3º) Pinte o quadrado superior (quadrado A);

4º) Em seguida, utilize o quadrado oposto ao pintado (quadrado C) e divida-o novamente em quatro quadrados congruentes;

5º) Repita os passos anteriores até restar um quadrado de 1 x 1.



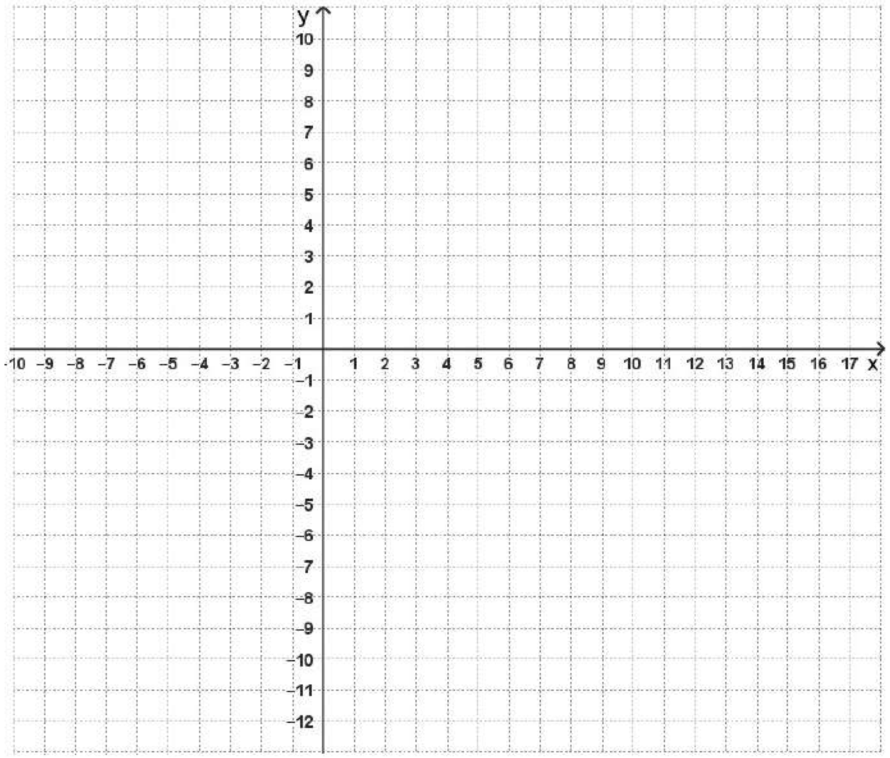
atenção

Considere que cada **quadradinho** da malha ao lado representa **1 unidade de área** e a medida de seu **lado**, **1 unidade de comprimento.**

Logo, temos um quadrado de lado 16 unidades.

MATERIAL DE APOIO

As figuras seguintes são suporte para realização de algumas tarefas, caso considere necessário.



Referências

MATERIAL ESTRUTURADO

BONJORNO, José Roberto; JÚNIOR, Ruy Giovanni Júnior; SOUZA, Paulo Roberto Câmara. **Prisma matemática: geometria e trigonometria. ensino médio - área do conhecimento: matemática e suas tecnologias.** 1ª ed. São Paulo: FTD, 2020.

CANAL FUTURAS FERAS. **Geometria nos padrões indígenas.** 2024. Disponível em: https://www.youtube.com/shorts/5I5ATwJVChg. Acesso em: 22 mar. 2025.

GMIC. **Shape: Snowflake. G'MIC Reference Documentation.** 2023. Disponível em: https://www.gmic.eu/reference/shape_snowflake.html. Acesso em: 23 maio 2025.

HET UTRECHTS ARCHIEF. **Afbeelding van een tekening van de nog te bouwen spoorbrug ("DEMKA-brug") over het Amsterdam-Rijnkanaal te Utrecht (spoorlijn Amsterdam-Utrecht).** [S.l.]: Het Utrechts Archief, 1964. Disponível em: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/f/f8/HUA-153597-Afbeelding_van_een_tekening_van_de_nog_te_bouwen_spoorbrug_%28%22DEMKA-brug%22%29_over_het_Amsterdam-Rijnkanaal_te_Utrecht_%28spoorlijn_Amsterdam-Utrecht%29.jpg. Acesso em: 23 maio 2025.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). **Ponte Florentino Avidos : [Rio Santa Maria da Vitória] : Vitória, ES.** IBGE, 2024. Disponível em: https://biblioteca.ibge.gov.br/index.php/biblioteca-catalogo?view=detalhes&id=441965. Acesso em: 18 mar. 2025.

NOVA ESCOLA. **Geometria e arte dos povos indígenas na matemática.** Nova Escola, 2023. Disponível em: https://novaescola.org.br/conteudo/21645/geometria-arte-povos-indigenas-matematica. Acesso em: 20 mar. 2025.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS (UFMG). **Tecnologia ancestral africana: símbolos Adinkra.** UFMG, 2024. Disponível em: https://www.ufmg.br/espacodoconhecimento/tecnologia-ancestral-africana-simbolos-adinkra/. Acesso em: 23 mar. 2025.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA (UFJF). **Fractalize: Modelagem Fractal nas Ciências e Engenharias**, 2021. Disponível em: https://www2.ufjf.br/fractalize/2021/05/22/triangulo-de-sierpinski/. Acesso em 29 mai. 2025.

WESTWING. **Tecido peruano.** Westwing, 2024. Disponível em: https://www.westwing.com.br/guiar/tecido-peruano/. Acesso em: 18 mar. 2025.