conexões matemáticas

QUINZENA

14

11/08 a 15/08

SEDU - 2025

GOVERNO DO ESTADO
DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

Material Estruturado

SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL

GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

3ª Série | Ensino Médio

MATEMÁTICA

FUNÇÃO POLINOMIAL DO 2° GRAU

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM	DESCRITOR(ES) DO PAEBES
EM13MAT302 Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.	• Modelar situações em contextos diversos por funções polinomiais do 2º grau, da linguagem verbal para a linguagem algébrica e geométrica e vice-versa. • Construir gráficos de funções polinomiais do 2º grau a partir de translações e reflexões aplicadas em funções elementares [$f(x) = x^2$], com ou sem o uso de softwares. • Resolver situações-problema envolvendo funções polinomiais do 2º grau, inclusive as que envolvem cálculo de pontos de máximo ou mínimo de funções quadráticas.	**D086_M** Reconhecer expressão algébrica que representa uma função a partir de uma tabela. **D071_M** Analisar crescimento/decrescimento, zeros de funções reais apresentadas em gráficos. **D133_M** Resolver problemas que envolvam os pontos de máximo ou de mínimo de uma função do 2º grau.

Contextualização

Em maio de 2019 o robô humanoide CUE3, desenvolvido pela Toyota, entrou para o *Guinness Book* (Livro dos Recordes) por obter mais lances livres consecutivos de basquete por um robô humanóide (assistido), foram 2020 lançamentos ao longo de seis horas e 35 minutos.

Robô CUE3, desenvolvido pela Toyota.
Disponível em: https://www.guinnessworldrecords.com/world-records/519716-most-consecutive-basketball-free-throws-by-a-humanoid-robot-assisted. Acesso em: 22 de março de 2025.

Veja um vídeo do CUE batendo mais um recorde mundial:

Mas o que lançamentos de uma bola de basquete tem a ver com Matemática?

Lançamentos livres envolvem conceitos de Física e Matemática. Para que o robô CUE3 pudesse efetuar lançamentos precisos um sensor ajustava o ângulo e a intensidade correta da força aplicada no lançamento. Ao ajustar esses parâmetros a trajetória da bola de basquete era determinada para que a bola entrasse na cesta.

Essa trajetória é uma parábola!

Nesta semana, focaremos nosso estudo nas parábolas, nome que se dá à curva do gráfico da Função Polinomial do 2º Grau.

Bons estudos!

Conceitos e Conteúdos

A FUNÇÃO POLINOMIAL DE 2º GRAU

Sejam $a, b, c \in \mathbb{R}$, com $a \neq 0$. Uma função polinomial de 2º grau, também conhecida como função quadrática, é expressa na forma:

$$f(x) = ax^2 + bx + c.$$

Em que a, b e c são constantes reais chamadas de **coeficientes da função**.

O gráfico de uma função polinomial de 2º grau é uma curva chamada de **parábola**, em que a concavidade depende do valor do coeficiente a (vamos analisar esse aspecto mais a frente).

Vejamos alguns exemplos:

1. Observe as funções polinomiais do 2º grau abaixo. Para cada uma delas determine os valores de a, b e c.

- $f(x) = x^2 - 3x + 2$ Neste caso, como a função já está na forma apresentada acima, temos: a=1, b=−3 e c=2.

- $f(x) = 3x \cdot (x - 1)$ Note que a função não está na forma apresentada acima, logo, é necessário efetuarmos a multiplicação primeiro:

$$f(x) = 3x \cdot (x-1) = 3x^2 - 3x.$$

assim, a=3, b=−3 e c=0.

2. Em cada uma das funções abaixo determine o valor de t para que a função dada seja uma função polinomial do 2º grau.

- $f(x) = tx^2 + 2x - 4$ Note que t faz o papel do coeficiente a, portanto, pode assumir qualquer valor diferente de 0.

- $f(x) = 5x^t + x - 1$ Neste caso, t é o expoente da variável x. Para que seja uma função polinomial do 2º grau, t deve ser igual a 2.

Propriedades da Função Polinomial de 2º Grau

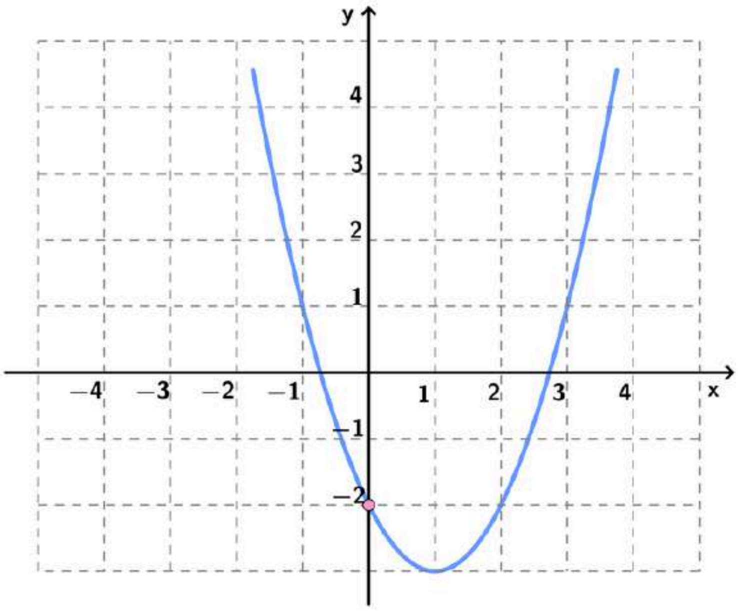
Concavidade

É possível demonstrar que o gráfico de uma função polinomial de 2º grau é uma parábola que pode ter sua concavidade voltada para cima ou para baixo, dependendo do valor de **a**. *V*eja:

- Se **a>0**: a função tem concavidade voltada para cima.
- Se **a<0**: a função tem concavidade voltada para baixo.

Destacamos também que, para qualquer função quadrática, o ponto de intersecção da parábola com o eixo y é o ponto de coordenadas (0, c), em que c é o coeficiente independente na lei da função quadrática.

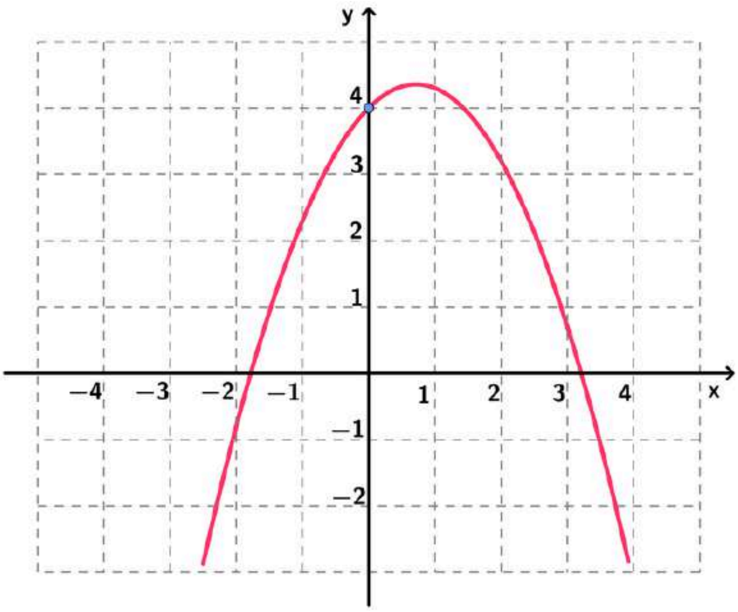
Observe os exemplos abaixo:



Fonte: Elaborado por Maurício de Oliveira Celeri

$$f(x) = x^2 - 2x - 2$$

Note que a=1, portanto o gráfico apresenta concavidade voltada para cima.
Como c=-2, a função intersecta o eixo y em (0, -2).



Fonte: Elaborado por Maurício de Oliveira Celeri

$$f(x) = -0,7x^2 + x + 4$$

Note que a= -0,7, portanto o gráfico apresenta concavidade voltada para baixo.
Como c=4, a função intersecta o eixo y em (0, 4).

Zeros da função polinomial de 2º grau

O valor de x para o qual $f(x) = 0$ é chamado de **zero da função** polinomial de 2º grau. Assim, para determinar os zeros de f(x), basta que determinemos as raízes da equação de 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$.

Como você já deve ter estudado, uma das maneiras de se resolver esta equação é usando a **fórmula resolutiva** (conhecida também como **fórmula de Bhaskara**). Dados os coeficientes *a*, *b* e *c* da função polinomial de 2º grau, os zeros dessa função, são dados por

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}, \text{ em que } \Delta = b^2 - 4ac.$$

Para cada uma das funções abaixo, vamos determinar seus zeros.

1 $f(x) = 2x^2 + 4x$

$$\Delta = 4^2 - 4 \cdot 2 \cdot 0 = 16 \Rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 2} = x = \frac{-4 \pm 4}{4} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{-4+4}{4} = 0 \\ x_2 = \dfrac{-4-4}{4} = -2 \end{cases}$$

Portanto, seus zeros são x= -2 e x=0.

2 $f(x) = x^2 - 2x + 1$

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{0}}{2 \cdot 1} = x = \frac{2 \pm 0}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{2+0}{2} = 1 \\ x_2 = \dfrac{2-0}{2} = 1 \end{cases}.$$

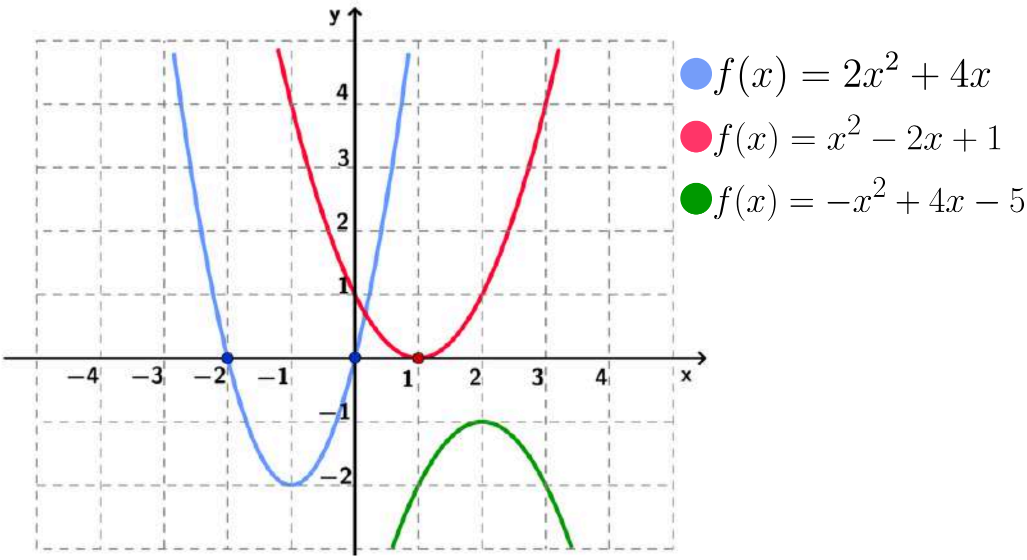
Portanto, a função dada possui apenas um zero, x=1.

3 $f(x) = -x^2 + 4x - 5$

$$\Delta = 4^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-5) = -4 \Rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{-4}}{2 \cdot (-1)}$$

Como $\sqrt{-4}$ não está definida no conjunto dos números reais, é impossível dar segmento ao cálculo. Portanto, f(x) não possui zeros reais.

Observe no gráfico ao lado que o número de zeros da função polinomial do 2º grau determina o número de vezes que essa função intersecta o eixo x.



Fonte: Elaborado por Maurício de Oliveira Celeri

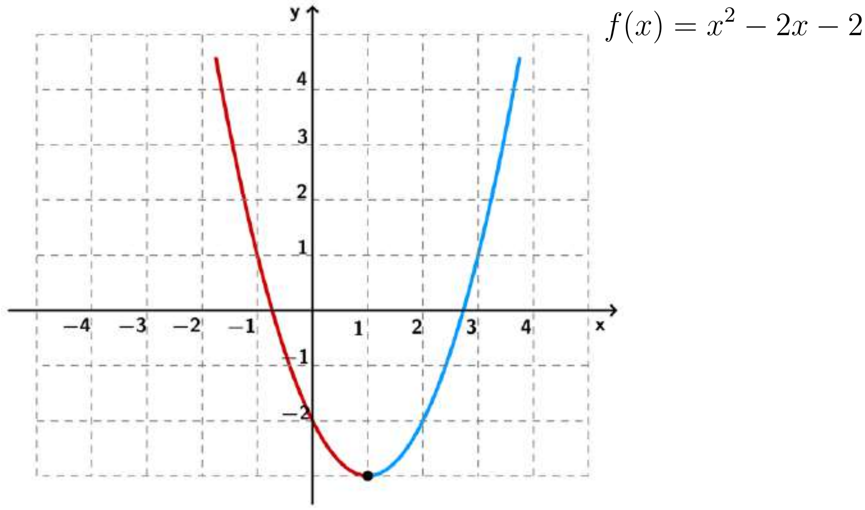
Assim, a depender do valor de Δ, temos o número de raízes reais da função polinomial de 2º grau:

- quando $\Delta > 0$, a função tem **duas raízes reais distintas**;
- quando $\Delta = 0$, a função tem **duas raízes reais iguais**; e,
- quando $\Delta < 0$, a função **não tem raiz real**.

Vértice da função polinomial de 2º grau

Se você observar os gráficos apresentados até agora poderá perceber que existe um ponto onde a função polinomial do 2º grau sofre uma mudança em seu crescimento ou descrescimento:

- Se a > 0, a função é decrescente até certo ponto e após ele, ela passa a ser crescente;

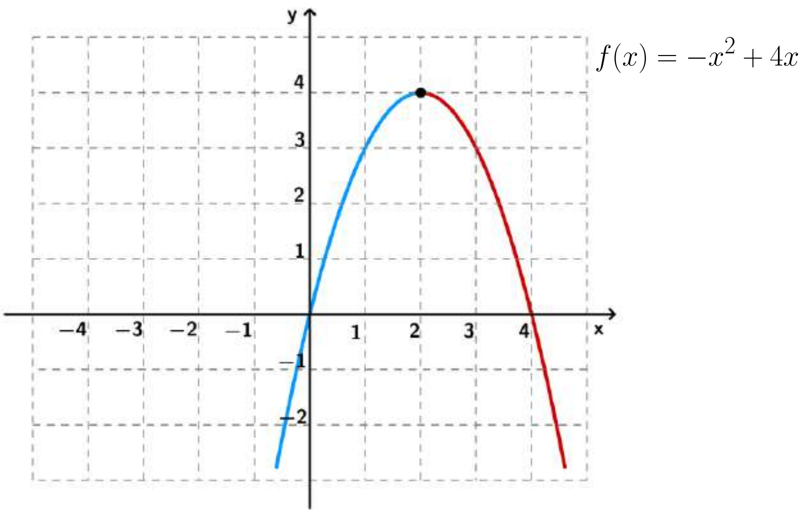


Fonte: Elaborado por Maurício de Oliveira Celeri

f(x) é decrescente em para x $\leq$ 1

f(x) é crescente em para x $\geq$ 1

- Se a < 0, a função é crescente até certo ponto e após ele, ela passa a ser decrescente.



Fonte: Elaborado por Maurício de Oliveira Celeri

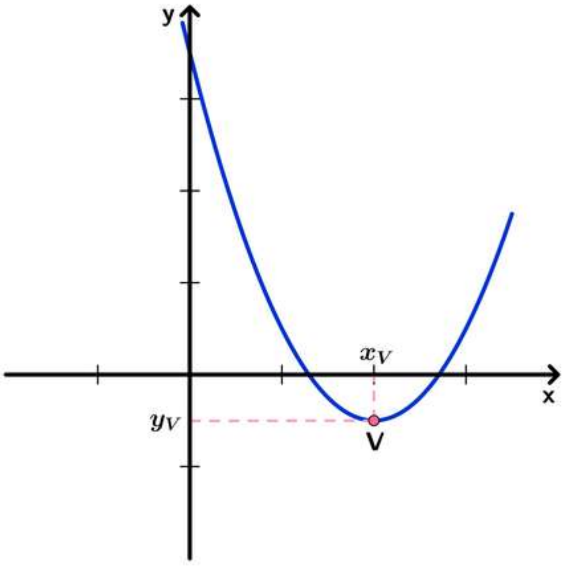
f(x) é crescente para x $\leq$ 2

f(x) é decrescente para x $\geq$ 2

Ao ponto do gráfico, onde ocorre a mudança no crescimento ou decrescimento da função polinomial do 2º grau, damos o nome de **vértice**.

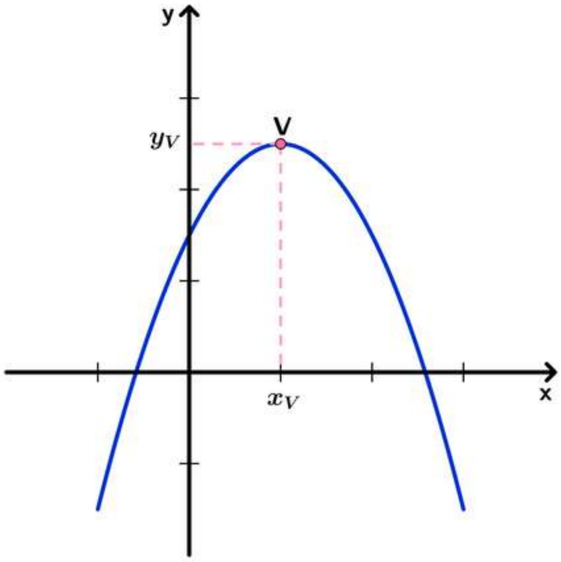
O vértice representa o ponto em que a função polinomial do 2º grau assume o valor máximo ou o valor mínimo:

Fonte: Elaborado por Maurício de Oliveira Celeri



Se a>0, a função assume um valor mínimo.

Fonte: Elaborado por Maurício de Oliveira Celeri



Se a<0, a função assume um valor máximo.

Dada a função $f(x) = ax^2 + bx + c$ calculamos o vértice da seguinte forma:

$$\begin{cases} x_v = -\frac{b}{2a} \\ y_v = -\frac{\triangle}{4a} \end{cases} \Rightarrow V = (x_v, y_v) = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right).$$

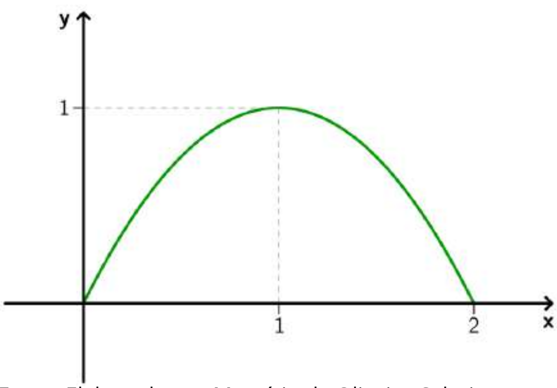
O valor x_v é o valor da variável independente x para o qual a função assume o valor máximo ou mínimo y_v.

Vejamos um exemplo: Certos tipos de rãs podem alcançar, em um único salto, até 40 vezes o seu próprio comprimento e, muitas vezes, a trajetória desse salto pode ser descrita por uma função polinomial de 2º grau. Uma rã salta de tal forma que a trajetória que ela faz no ar é descrita pela função $f(x) = -x^2 + 2x$, em que x representa o deslocamento horizontal (em m) e f(x) a altura (em m) que a rã atinge. Qual a altura máxima que esta rã atinge durante esse salto?

Note que a = -1, ou seja, a < 0, portanto, a rã atingirá uma altura máxima. Para determinar a altura máxima que ela atinge, devemos determinar o valor de y_v:

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{2^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 0}{4 \cdot (-1)} = -\frac{4}{-4} = 1.$$

Logo, a altura máxima atingida pela rã durante o salto é 1m, conforme podemos observar no gráfico ao lado.



Fonte: Elaborado por Maurício de Oliveira Celeri

GRÁFICO DA FUNÇÃO POLINOMIAL DE 2º GRAU

Com a informação das raízes, do vértice e do ponto de intersecção com o eixo y podemos traçar o gráfico da função polinomial do 2º grau. Observe um exemplo: Vamos traçar o gráfico de $f(x) = x^2 - 4x + 3$.

Inicialmente, podemos perceber que o gráfico dessa função possui **concavidade para cima** e intersecta o eixo y em **(0, 3)**.

Para determinar os zeros dessa função, devemos, primeiro, calcular o valor do discriminante (Δ):

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 16 - 12 = 4.$$

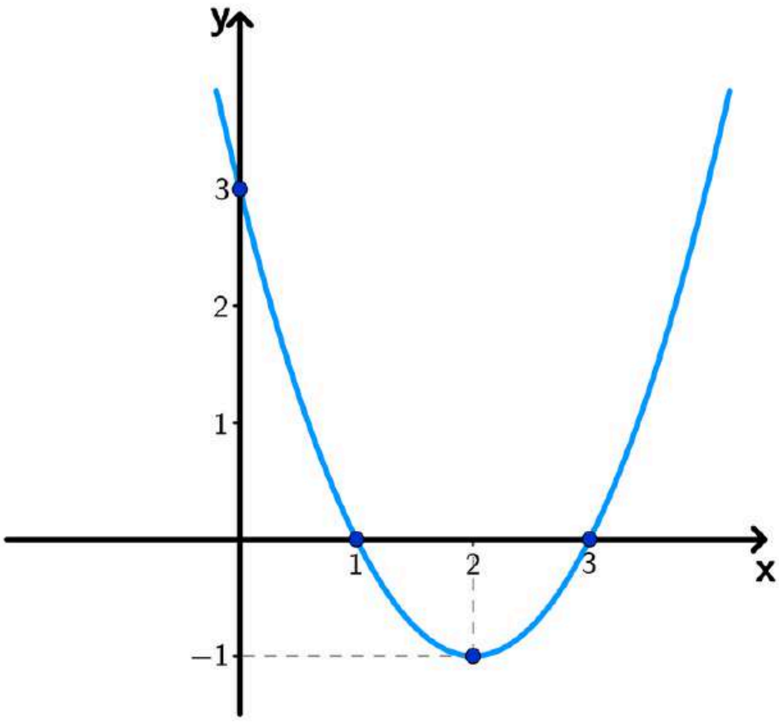
Daí, sabemos que a função possui duas raízes reais, são elas:

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{4+2}{2} = 3 \\ \\ x_2 = \dfrac{4-2}{2} = 1 \end{cases}.$$

Logo, o gráfico intersecta o eixo x em **(1, 0)** e **(3, 0)**. Resta determinar o vértice da função:

$$V = \left(-\frac{-4}{2}, -\frac{4}{4}\right) = (2, -1).$$

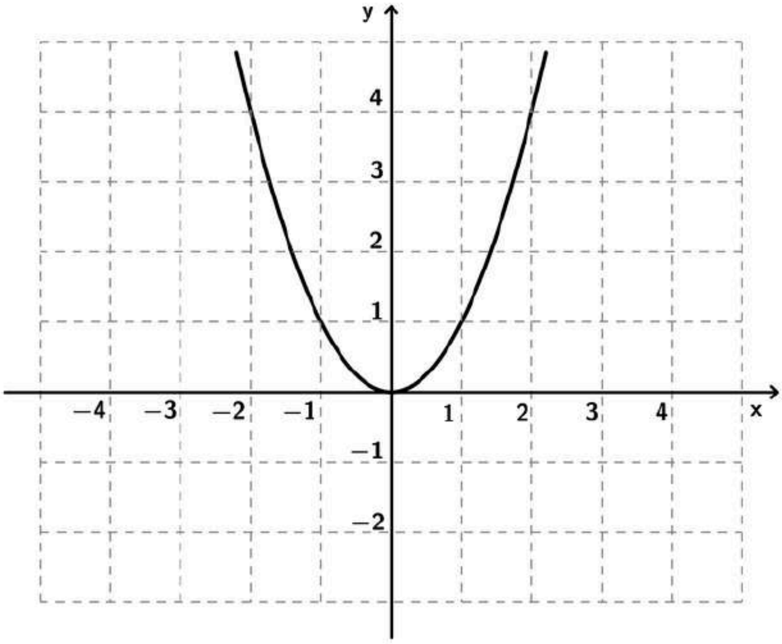
Assim, a função possui vértice em **(2, -1)**.
Com essas informações podemos traçar o gráfico de $f(x) = x^2 - 4x + 3$:



Fonte: Elaborado por Maurício de Oliveira Celeri

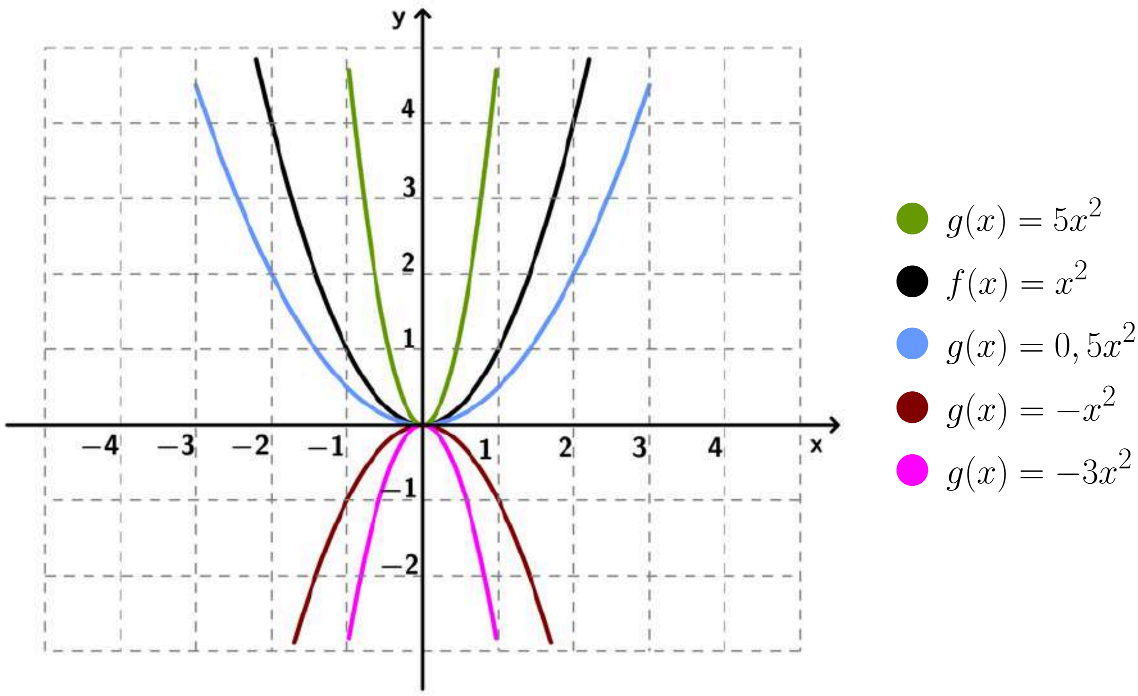
Seguindo esses passos é possível determinar o gráfico das funções polinomiais do 2º grau, no entanto, será que é possível obter os gráficos desse tipo de função a partir da função elementar $f(x) = x^2$? Veremos, a partir da próxima página, que sim!

Considere a função elementar $f(x) = x^2$, cujo gráfico é dado abaixo:



Fonte: Elaborado por Maurício de Oliveira Celeri

Nossa primeira transformação será determinar o gráfico de $g(x) = ax^2$: Para isso devemos multiplicar todo o gráfico de f(x) por **a**: multiplicação por **a** causa uma mudança na abertura e concavidade da parábola, observe os gráficos abaixo e compare-os:



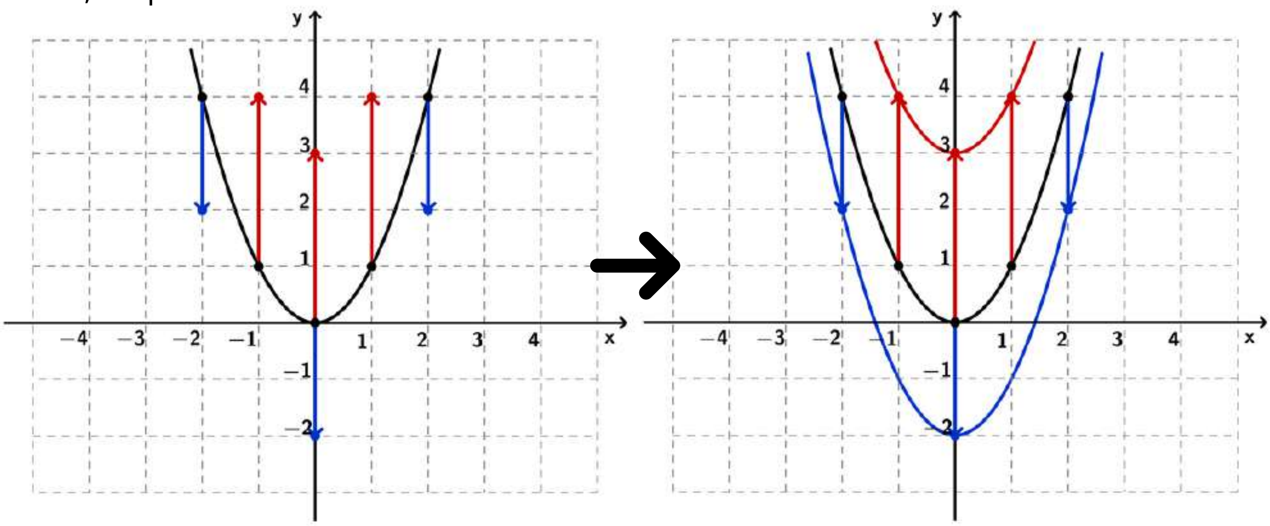
Fonte: Elaborado por Maurício de Oliveira Celeri

Sistematizando:

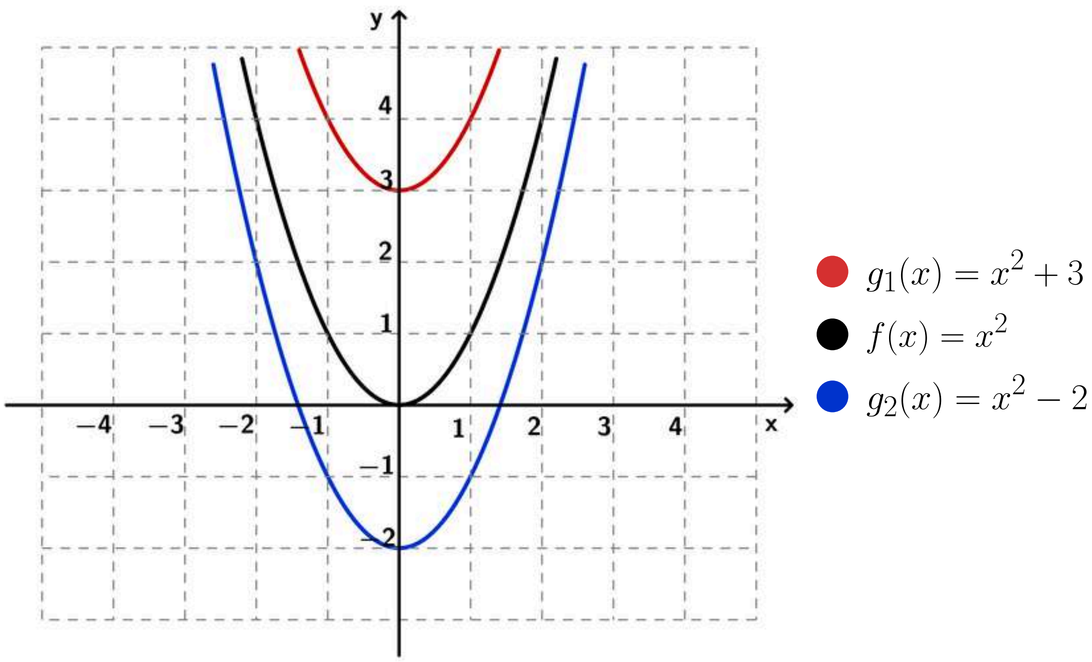
- Se |a|>1, então o gráfico apresenta crescimento/decrescimento mais acentuado do que $f(x)=x^2$;
- Se 0<|a|<1, então o gráfico apresenta crescimento/decrescimento menos acentuado do que $f(x)=x^2$;
- Se a>0, então a concavidade do gráfico é voltada para cima;
- Se a<0, então a concavidade do gráfico é voltada para baixo.

Passaremos para a translação vertical. Vamos determinar o gráfico de $g(x) = x^2 + c$. Vamos construir o gráfico de $g_1(x) = x^2 + 3$ e $g_2(x) = x^2 - 2$.

Note que os valores de c são c = 3 e c = -2, para g_1 e g_2, respectivamente, portanto, devemos deslocar o gráfico de f(x) em 3 unidades para cima e em 2 unidades para baixo, respectivamente. Observe abaixo:



Fonte: Elaborado por Maurício de Oliveira Celeri



Fonte: Elaborado por Maurício de Oliveira Celeri

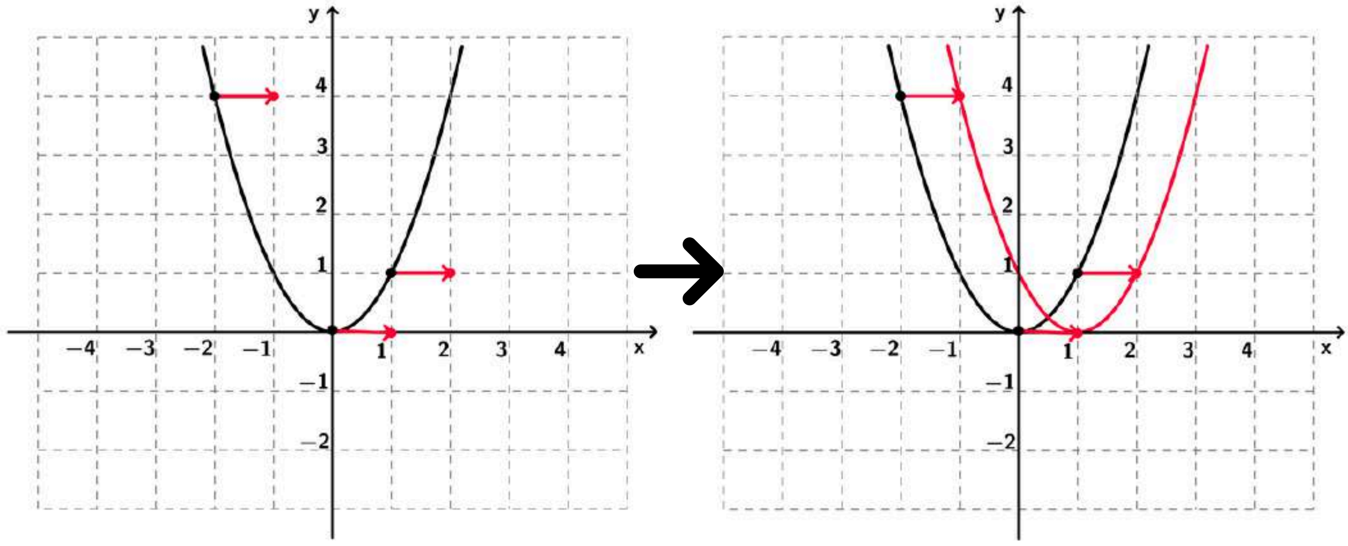
Assim, para construir o gráfico de $g(x)=x^2+c$, devemos deslocar o gráfico de $f(x)=x^2$ em $|c|$ unidades para cima, caso $c > 0$; ou para baixo, caso $c < 0$.

Por fim, veremos a translação horizontal, para este caso, a função a ser construída é

$$g(x) = (x - h)^2$$

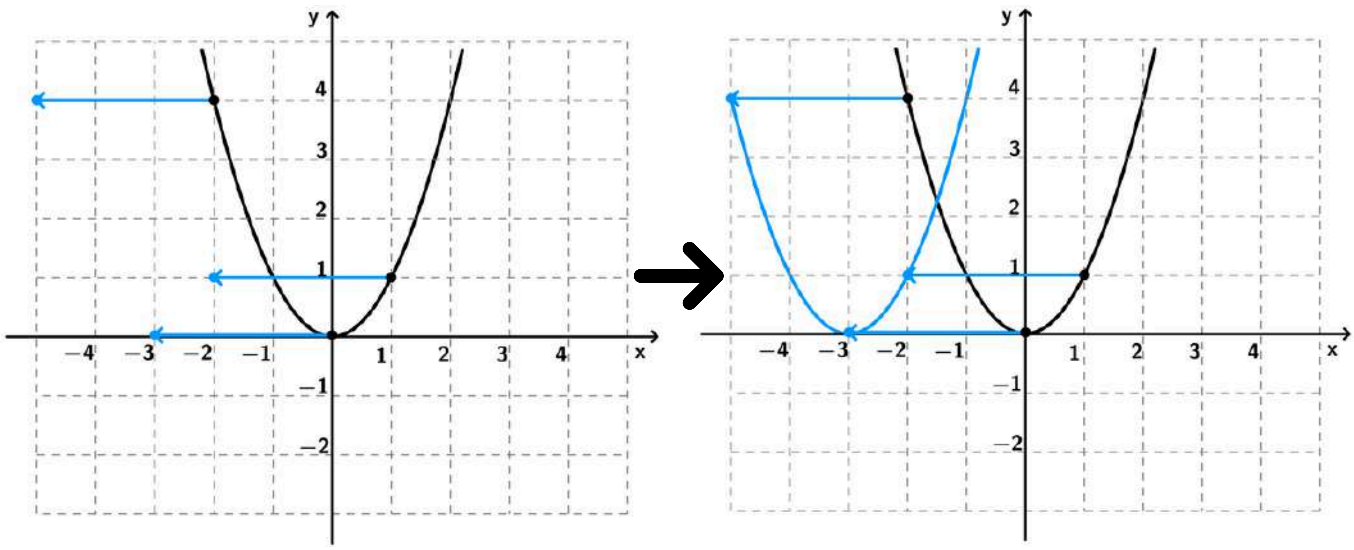
Neste caso, estamos deslocando o gráfico horizontalmente até que o vértice da função $f(x)=x^2$ esteja no ponto (0, h). Portanto, Caso h>0, o deslocamento horizontal se dá da esquerda para a direita; caso h<0, o deslocamento é da direita para a esquerda. Observe os exemplos a seguir:

● $f(x) = x^2$ $h = 1$ ● $g(x) = (x - 1)^2$



Fonte: Elaborado por Maurício de Oliveira Celeri

● $f(x) = x^2$ $h = -3$ ● $g(x) = (x + 3)^2$



Fonte: Elaborado por Maurício de Oliveira Celeri

Exercícios Resolvidos

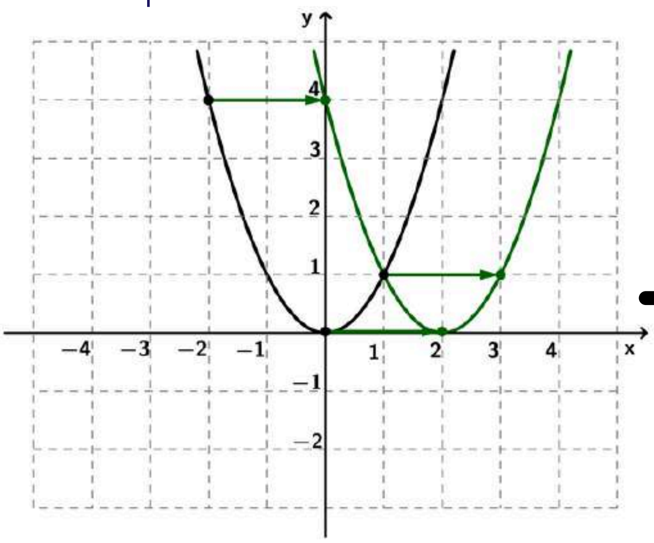
Exercício 1. Obtenha o gráfico de $g(x) = (x-2)^2 - 1$ a partir do gráfico de $f(x) = x^2$.

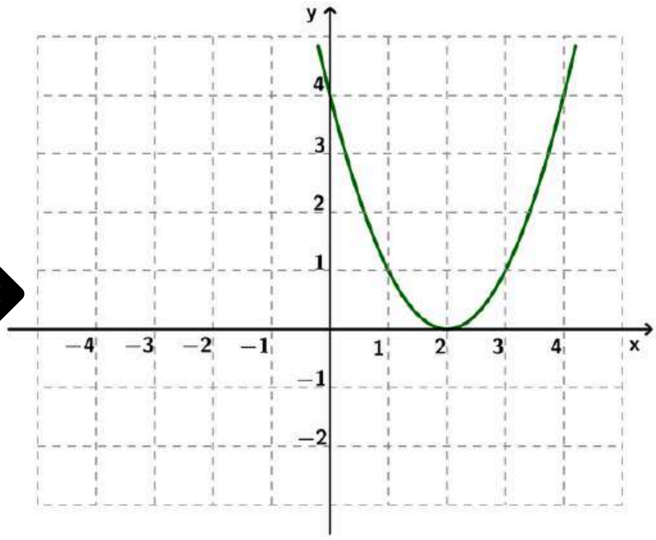
Solução: Vamos traçar o gráfico em duas etapas, dividindo a função g(x) da seguinte forma:

$$g(x) = \underbrace{(x-2)^2}_{1}\ \underbrace{-1}_{2}$$

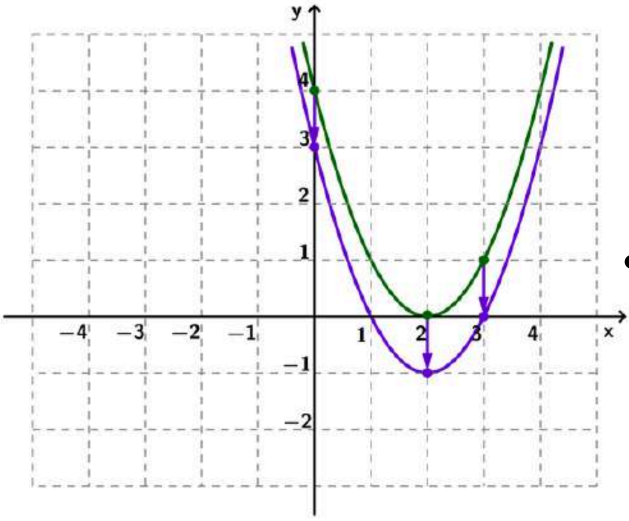
A primeira parte trata-se de um deslocamento horizontal de 2 unidades para a direita; já a segunda parte, um deslocamento de 1 unidade para baixo.

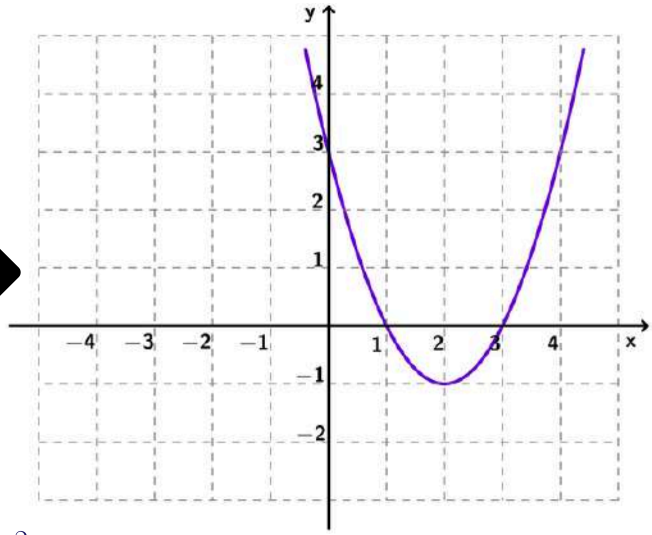
1 a partir de f(x), construímos o gráfico de $g_1(x) = (x-2)^2$, deslocando o primeiro em 2 unidades para a direita.





2 a partir de $g_1(x) = (x-2)^2$ construímos o gráfico de $g(x) = (x-2)^2 - 1$, deslocando o primeiro em 1 unidades para baixo.





Esse último gráfico é o gráfico de $g(x) = (x-2)^2 - 1$.

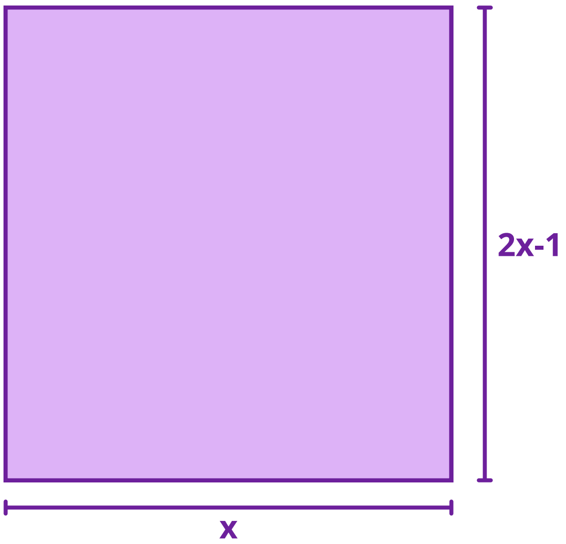
Exercício 2. Considere que uma tela de proteção deve ser instalada na sacada do quarto de André. Sabe-se que a região onde deve ser instalada a tela possui formato retangular cuja área mede 6 m². É preciso, ainda, conhecer as medidas de comprimento dos lados da sacada, mas o que se sabe é que a medida de comprimento da altura corresponde a uma unidade a menos que o dobro da medida de comprimento.

a) Determine a lei da função que indica a medida da área da sacada.

b) Com base na função determinada na letra anterior, calcule as medidas da sacada do quarto de André.

Solução:

a) Vamos esboçar um desenho da sacada do quarto de André:



Como vimos nas quinzenas anteriores, basta multiplicarmos a medida do comprimento da largura pela altura para obtermos a área:

$$A(x) = x(2x-1) = 2x^2 - x.$$

b) Para calcular as medidas da sacada do quarto de André, devemos determinar o valor de x, para que a área da sacada seja igual a 6 m²:

$$6 = 2x^2 - x \Rightarrow 2x^2 - x - 6 = 0$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-6) = 1 + 48 = 49$$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 2} = \frac{1 \pm 7}{4} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{1+7}{4} = 2 \\ x_2 = \dfrac{1-7}{4} = -1,5 \end{cases}$$

Como x representa uma medida de comprimento, o resultado x=-1,5 deve ser desconsiderado. Assim, as medidas da sacada do quarto de André são:

- largura: 2 m;
- altura: 3 m (2·2-1).

Exercício 3 [ENEM 2022]. Ao analisar os dados de uma epidemia em uma cidade, peritos obtiveram um modelo que avalia a quantidade de pessoas infectadas a cada mês, ao longo de um ano. O modelo é dado por

$$p(t) = -t^2 + 10t + 24,$$

sendo t um número natural, variando de 1 a 12, que representa os meses do ano, e p(t) a quantidade de pessoas infectadas no mês t do ano. Para tentar diminuir o número de infectados no próximo ano, a Secretaria Municipal de Saúde decidiu intensificar a propaganda oficial sobre os cuidados com a epidemia. Foram apresentadas cinco propostas (I, II, III, IV e V), com diferentes períodos de intensificação das propagandas:

- I: $1 \leq t \leq 2$
- II: $3 \leq t \leq 4$
- III: $5 \leq t \leq 6$
- IV: $7 \leq t \leq 9$
- V: $10 \leq t \leq 12$

A sugestão dos peritos é que seja escolhida a proposta cujo período de intensificação da propaganda englobe o mês em que, segundo o modelo, há a maior quantidade de infectados. A sugestão foi aceita.

A proposta escolhida foi a

a) I. b) II. c) III. d) IV. e) V.

Solução: Devemos escolher o período que contenha o mês que apresenta a maior quantidade de infectados, portanto, devemos o escolher o mês que representa o x_v:

$$x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{10}{2 \cdot (-1)} = 5.$$

Portanto, o período deve conter o mês 5, assim, o período escolhido deve ser o período III.

Alternativa correta: C

Material Extra

LIVRO DIDÁTICO

Prezado(a) professor(a), os conceitos apresentados neste material estruturado podem ser trabalhados usando os seguintes livros didáticos:

1. **Volume 1 (Conjuntos e funções) - Coleção Prisma Matemática (Editora FTD):**
- p. 110-133.
2. **Volume 2 (Função afim e função quadrática) – Coleção Matemática em Contextos (Editora Ática):**
- p. 74-119.

PORTAL DA MATEMÁTICA

O módulo 'Função Quadrática' do portal da matemática apresenta vídeos e materiais para o aprofundamento sobre as funções.

OUTRAS POSSIBILIDADES

O Volume 2 (Geometria) da Coleção Matemática em Contextos (Editora Ática), apresenta, nas páginas 88 e 89, outras formas de se determinar as raízes da função polinomial de 2º grau.

SUGESTÃO DE PRÁTICAS

Os livros didáticos apresentam algumas propostas que podem ser interessantes:

- Volume 1 (Conjuntos e funções) da Coleção Prisma Matemática (Editora FTD): p. 136-137 apresenta uma prática sobre valor máximo/mínimo da função polinomial de 2º grau usando o GeoGebra.
- Volume 2 (Função afim e função quadrática) da Coleção Matemática em Contextos (Editora Ática): p. 101-103 apresenta uma prática sobre construção do gráfico da função polinomial de 2º grau usando o GeoGebra.

Atividades

ATIVIDADE 1

Uma equipe de engenheiros civis está projetando um novo modelo de arco de sustentação para uma ponte rodoviária.

Design: Pexels / Fonte: Canva

A forma do arco de sustentação pode ser modelada pela função quadrática **$h(x) = -0{,}2x^2 + 4x$**, onde h(x) representa a altura do arco, em metros, e x a distância horizontal, em metros, a partir de um dos pilares de sustentação (**$0 \leq x \leq 20$**). Determine a altura máxima que o arco de sustentação atinge.

ATIVIDADE 2

Uma microempresa produz e vende bolos caseiros. O lucro da empresa depende do preço de venda dos bolos. Após uma análise de mercado, os proprietários modelaram o lucro (L) em função do preço de venda (p) dos bolos através da seguinte função quadrática **$L(p) = -2p^2 + 80p - 600$**. Para quais valores de preços a empresa tem lucro positivo?

ATIVIDADE 3

Um jardineiro tem 20 metros de cerca para delimitar um jardim retangular. Ele quer maximizar a área do jardim. Modele a situação por uma função quadrática que represente a área do jardim (A) em função de um dos lados (x) do retângulo.

ATIVIDADE 4

Um canhão dispara um projétil em direção a um alvo localizado a uma distância horizontal de 8 metros. A trajetória do projétil é descrita por $\mathbf{h(x) = -x^2 + 8x}$, onde h representa a altura do projétil em metros e x representa a distância horizontal, também em metros. Dessa forma:

A) Encontre as raízes da função e explique o que elas representam no contexto do problema.

B) Determine os intervalos em que a altura do projétil está aumentando e diminuindo.

C) Com base nas informações obtidas, esboce o gráfico da trajetória do projétil.

ATIVIDADE 5

Num mesmo plano cartesiano, faça o que se pede:

I - Desenhe o gráfico da função $\mathbf{f(x) = x^2}$ e marque os seguintes pontos:

- Raízes
- Vértice

II - Desenhe o gráfico da função $\mathbf{g(x) = x^2 - 4}$ e marque os seguintes pontos:

- Raízes
- Vértice

III - Desenhe o gráfico da função $\mathbf{h(x) = -x^2}$ e marque os seguintes pontos:

- Raízes
- Vértice

Agora, responda:

A) Comparando o gráfico de g(x) com o gráfico de f(x), que tipo de transformação você observa que aconteceu?

B) Comparando o gráfico de h(x) com o gráfico de f(x), que tipo de transformação você observa que aconteceu?

ATIVIDADE 6

Um grupo de engenheiros está analisando o comportamento de um material sob diferentes temperaturas. Eles coletaram dados sobre a deformação do material em função da temperatura e organizaram-nos na seguinte tabela:

Temperatura (°C)	Deformação (mm)
0	5
1	8
2	17
3	32
4	53

Qual das seguintes expressões algébricas representa a função quadrática que descreve a deformação (mm) do material em função da temperatura (°C)?

A) $d(t) = 2t^2 + 5$
B) $d(t) = t^2 + 6t + 5$
C) $d(t) = 3t^2 - 2t + 5$
D) $d(t) = 4t^2 + 5$
E) $d(t) = 3t^2 + 5$

ATIVIDADE 7

O Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE) monitora o desmatamento na Amazônia utilizando dados de satélite. Os dados coletados mostram que a área desmatada (A) pode ser modelada pela função **$A(t) = 400t^2 + 1\,800t + 7\,900$**, onde:

- **A(t)** representa a área desmatada, em quilômetros quadrados.
- **t** representa o tempo em anos, com t = 0 correspondendo a 2018.

Dessa forma, é válido afirmar que em

A) 2019 o desmatamento foi de 9 700 km²
B) 2020 o desmatamento foi de 10 500 km²
C) 2021 o desmatamento foi de 16 900 km²
D) 2022 o desmatamento foi de 18 000 km²
E) 2023 o desmatamento foi de 20 000 km²

ATIVIDADE 8

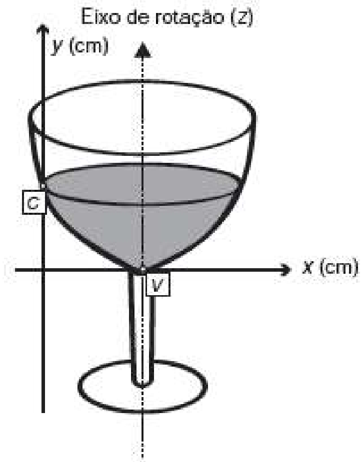
Um grupo de matemáticos está investigando as trajetórias feitas por bolas de futebol após vários chutes de um mesmo jogador. Em um dos chutes observados, a trajetória da bola no ar seguiu um movimento parabólico, que pode ser modelado pela função **$h(x) = -0{,}5x^2 + 16x$**, onde h(x) representa a altura da bola, em metros, e x representa a distância horizontal percorrida pela bola, em metros.

Dessa forma, é correto afirmar que a distância horizontal total que a bola percorreu desde o momento do chute até tocar o chão novamente foi de:

A) 16 metros
B) 24 metros
C) 32 metros
D) 40 metros
E) 48 metros

ATIVIDADE 9

(Enem 2013) A parte interior de uma taça foi gerada pela rotação de uma parábola em torno de um eixo z, conforme mostra a figura.



A função real que expressa a parábola, no plano cartesiano da figura, é dada pela lei

$$f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 6x + c$$

onde C é a medida da altura do líquido contido na taça, em centímetros. Sabe-se que o ponto V, na figura, representa o vértice da parábola, localizado sobre o eixo x. Nessas condições, a altura do líquido contido na taça, em centímetros, é

A) 1
B) 2
C) 4
D) 5
E) 6

ATIVIDADE 10

Considere a função quadrática **$q(x) = -x^2 - 4x - 5$**. Qual das seguintes afirmações sobre o gráfico dessa função é verdadeira?

A) O gráfico da função intercepta o eixo x nos pontos (–1, 0) e (–5, 0).
B) A função possui dois zeros reais distintos.
C) A função possui dois zeros reais iguais.
D) A função não apresenta zeros reais.
E) O vértice da parábola está no ponto (2, –1).

Referências

MATERIAL ESTRUTURADO

BONJORNO, J. R.; GIOVANNI JUNIOR, J. R.; SOUSA, P. R. C. **Prisma matemática**: conjuntos e funções. 1. ed. São Paulo: Editora FTD, 2020.

DANTE, L. R.; VIANA, F. **Matemática em Contextos**: função afim e função quadrática. 1. ed. São Paulo: Editora Ática, 2020.

https://www.guinnessworldrecords.com/world-records/519716-most-consecutive-basketball-free-throws-by-a-humanoid-robot-assisted

ATIVIDADES

BONJORNO, José R.; GIOVANNI JUNIOR, José R.; SOUSA, Paulo R. C. **Prisma matemática:** conjuntos e funções. 1. ed. São Paulo: Editora FTD, 2020.

DANTE, Luís R.; VIANA, Fernando. **Matemática em Contextos:** função afim e função quadrática. 1. ed. São Paulo: Editora Ática, 2020.

INEP – INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA. Ministério da Educação. **Enem 2013 - Exame Nacional do Ensino Médio 2013:** 2º dia. Brasília: INEP, 2020. Disponível em: https://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2013/dia2_caderno5_amarelo.pdf. Acesso em: 24 mar. 2025.

- Sites para a construção dos gráficos:
  - https://www.geogebra.org/
  - https://www.desmos.com/calculator?lang=pt-BR

GOVERNO DO ESTADO DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

Material Estruturado

QUINZENA **14** 18/08 a 22/08

SEDU - 2025

SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL — GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

3ª Série | Ensino Médio

MATEMÁTICA

FUNÇÃO DEFINIDA POR PARTES

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM	DESCRITOR(ES) DO PAEBES
EM13MAT404 Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais.	• Descrever como ocorre a variação entre duas grandezas em um determinado intervalo numérico. • Identificar, entre as funções afim, quadrática, exponencial e logarítmica, a mais adequada para representar a variação entre duas grandezas em um determinado intervalo numérico. • Representar algébrica e graficamente função definida em intervalos por diferentes tipos de variação entre as variáveis.	**D071_M** Analisar crescimento /decrescimento, zeros de funções reais apresentadas em gráficos.

Contextualização

Funções estão presentes no nosso cotidiano das mais diversas maneiras. Elas nos auxiliam a compreender fenômenos naturais, sociais e econômicos de forma mais simples e objetiva.

No entanto, as aplicações no mundo real podem demandar que utilizemos mais de uma função simultaneamente para podermos modelar algum fenômeno. É o caso, por exemplo, do pagamento do imposto de renda, da interpretação de um gráfico de fases na Química, do crescimento humano na Biologia etc.

Fato é que, em diversos momentos lidamos com funções definidas por partes. Sempre que uma grandeza varia de forma diferente, dependendo do valor da variável independente, temos um caso de função definida por partes.

Nesta semana, estudaremos alguns elementos e aplicações desse tipo de função.

Bons estudos!

Mudança de estado físico
Design: Corelens / Fonte: Canva.

Cálculo de taxas de imposto
Design: Getty Images / Fonte: Canva.

Conceitos e Conteúdos

FUNÇÕES DEFINIDAS POR PARTES

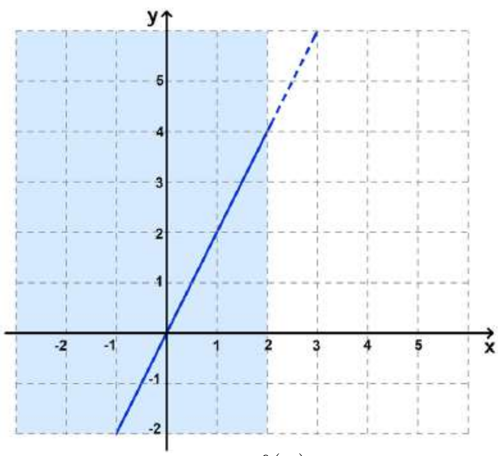
Uma função definida por partes é uma função que tem regras diferentes para cada parte de seu domínio, isto é, podemos dividir o domínio da função em partes menores e, em cada uma dessas partes, a função, assume uma regra diferente.

Vejamos alguns exemplos:

1 Esboce o gráfico da seguinte função:

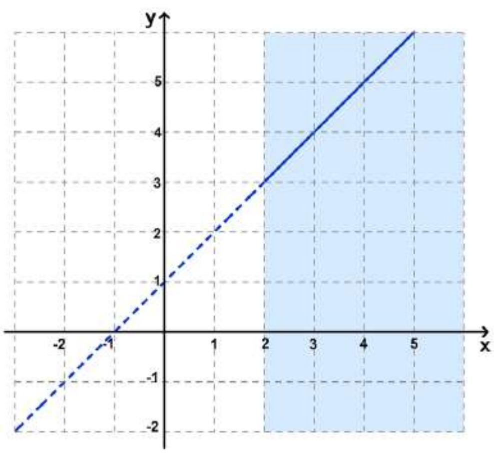
$$f(x) = \begin{cases} 2x & , \text{ se } x \leq 2 \\ x+1 & , \text{ se } x > 2 \end{cases}.$$

Note que a função está definida em duas regras: para x≤2 e para x>2. Para traçar o gráfico, vamos esboçar cada uma das partes, no entanto, limitaremos à região pré-definida:



Fonte: Elaborado por Maurício de Oliveira Celeri

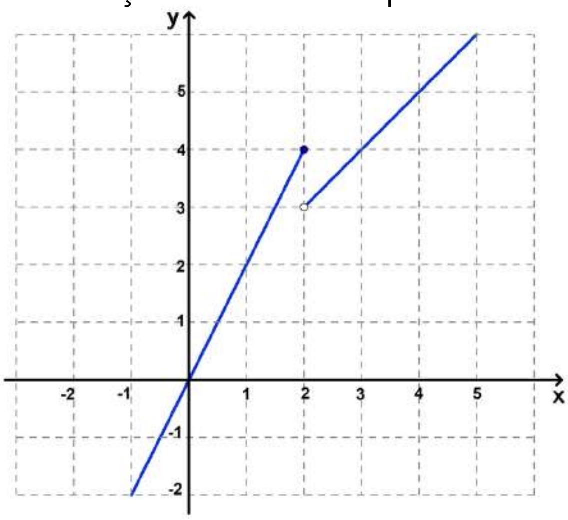
$x \leq 2 \Rightarrow \quad f(x) = 2x$



Fonte: Elaborado por Maurício de Oliveira Celeri

$x > 2 \Rightarrow f(x) = x + 1$

Assim, o gráfico da nossa função é a união das partes selecionadas:

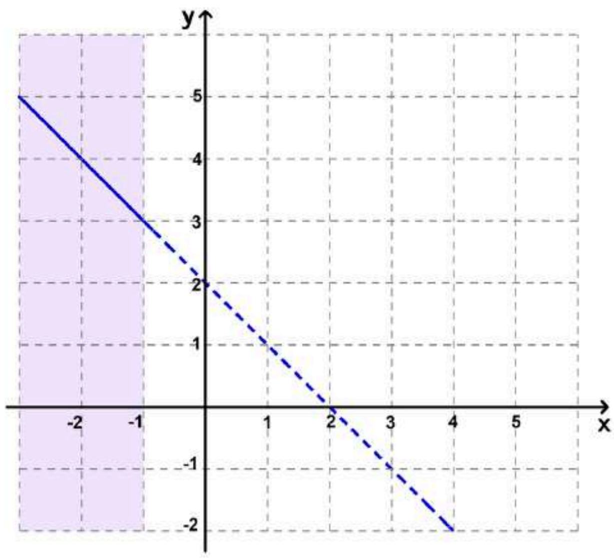


Fonte: Elaborado por Maurício de Oliveira Celeri

2 Esboce o gráfico da seguinte função:

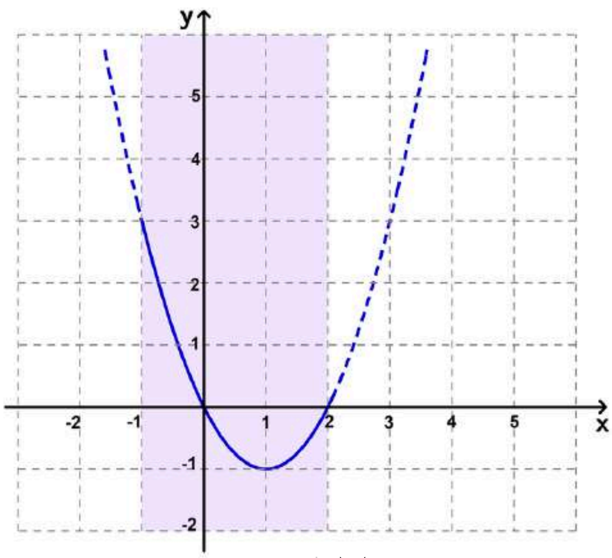
$$f(x) = \begin{cases} -x+2 \ , & \text{se } x \leq -1 \\ x^2 - 2x \ , & \text{se } -1 < x \leq 2 \ . \\ 1 \ , & \text{se } x > 2 \end{cases}$$

Da mesma forma como feita no exemplo 1, vamos esboçar cada uma das partes, no entanto, limitaremos à região pré-definida:



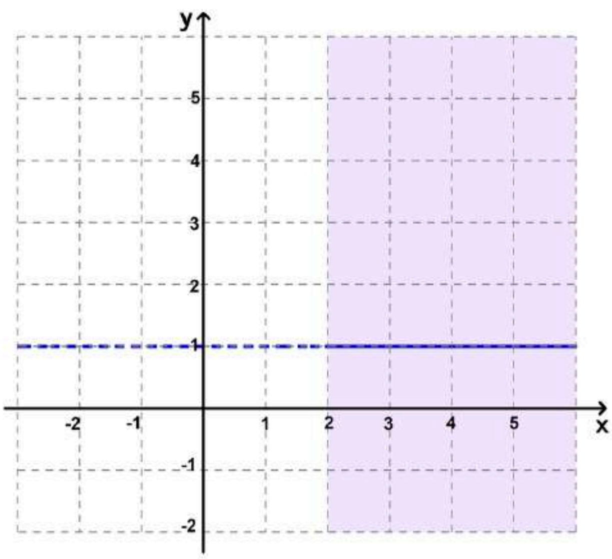
$x \leq -1 \quad \Rightarrow \quad f(x) = -x + 2$

Fonte: Elaborado por Maurício de Oliveira Celeri



$-1 < x \leq 2 \Rightarrow f(x) = x^2 - 2x$

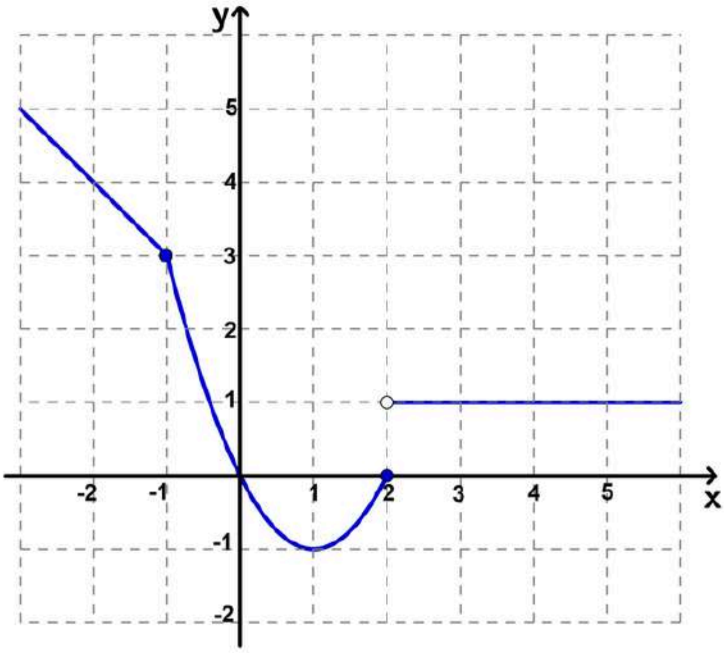
Fonte: Elaborado por Maurício de Oliveira Celeri



$x > 2 \quad \Rightarrow \quad f(x) = 1$

Fonte: Elaborado por Maurício de Oliveira Celeri

Unindo a parte selecionada de cada um dos três gráficos e observando os intervalos fechados e abertos, temos o seguinte gráfico:



Fonte: Elaborado por Maurício de Oliveira Celeri

APLICAÇÕES DAS FUNÇÕES DEFINIDAS POR PARTES

Imposto de Renda

O Brasil, no ano de 2025, adota a a seguinte tabela de Imposto de Renda (IR), isto é, as seguintes taxas a serem pagas dependendo da renda mensal da pessoa:

Base de cálculo	Alíquota	Dedução
Até R$ 2.259,20	-	-
De R$ 2.259,21 até R$ 2.826,65	7,50%	R$ 169,44
De R$ 2.826,66 até R$ 3.751,05	15,00%	R$ 381,44
De R$ 3.751,06 até R$ 4.664,68	22,50%	R$ 662,77
Acima de R$ 4.664,68	27,50%	R$ 896,00

Assim, se a base de cálculo de uma pessoa é igual a R$ 2 150,00, ela não paga IR; já se a base de cálculo for igual a R$ 6 300,00, ela deverá pagar IR. Vejamos abaixo como é efetuado o cálculo:

1. Primeiramente, devemos calcular a alíquota, isto é, a porcentagem do salário indicada na tabela, neste caso 27,5%:

$$27,5\% \text{ de } R\$\ 6300,00 = 0,275 \cdot 6300,00 = R\$\ 1732,50$$

2. Com base nesse valor, aplicamos a dedução, isto é, do valor obtido, vamos subtrair o valor indicado pela tabela:

$$R\$\ 1732,50 - R\$\ 896,00 = R\$\ 836,50$$

3. Portanto, o valor do IR pago por essa pessoa é R$ 836,50.

Vimos acima como calcular o IR a ser pago por uma pessoa manualmente, mas sistemas automatizados fazem isso baseado em funções por partes. Vamos identificar a função por partes que determina o valor do IR a ser pago por uma pessoa cuja base de cálculo seja x (em reais). Para isso seguiremos um passo-a-passo:

1. devemos determinar em qual faixa a base de cálculo se encontra;
2. calcula-se a alíquota indicada; e,
3. subtrai-se a dedução.

1 faixa da base de cálculo

$$\begin{array}{c} x \leq 2\,259,20 \\ 2\,259,20 < x \leq 2\,826,65 \\ 2\,826,65 < x \leq 3\,751,05 \\ 3\,751,05 < x \leq 4\,664,68 \\ x > 4\,664,68 \end{array}$$

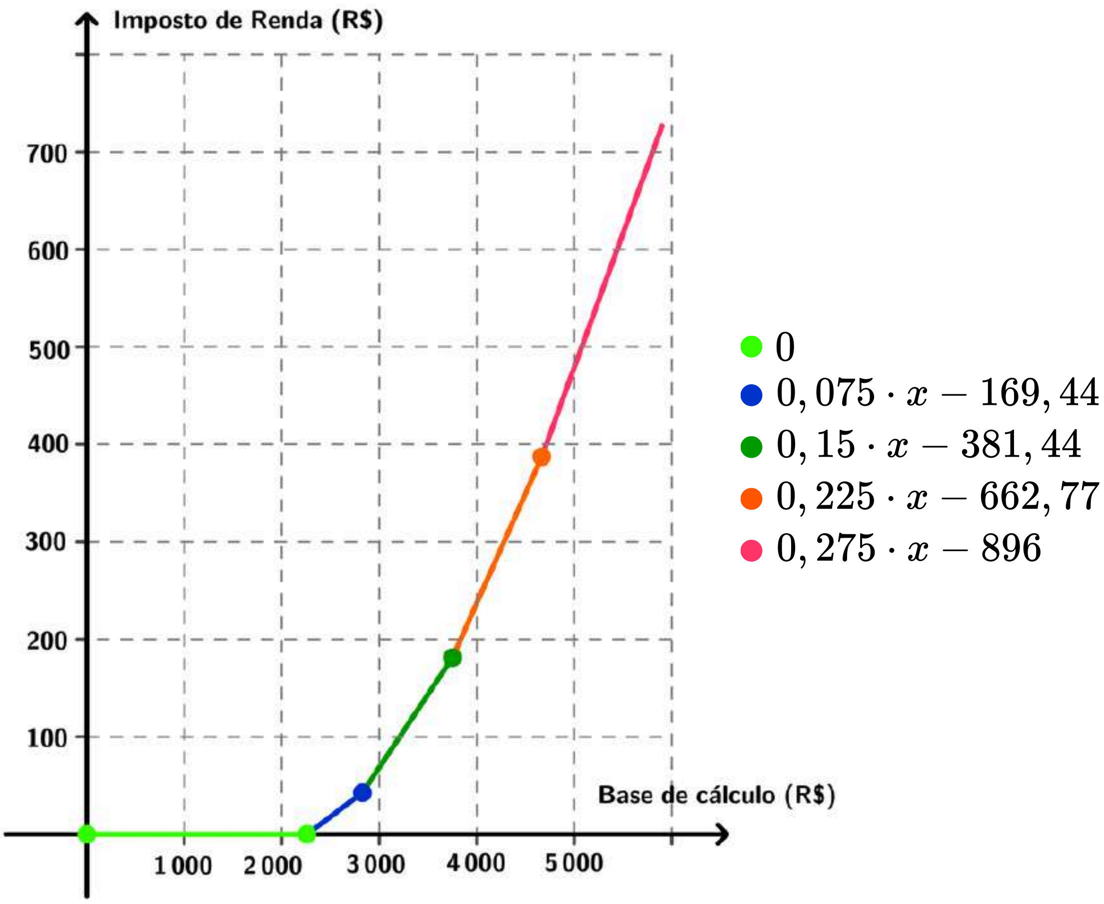
2 calcular a alíquota

$$A(x) = \begin{cases} 0 & , \quad x \leq 2\,259,20 \\ 0,075 \cdot x & , \quad 2\,259,20 < x \leq 2\,826,65 \\ 0,15 \cdot x & , \quad 2\,826,65 < x \leq 3\,751,05 \\ 0,225 \cdot x & , \quad 3\,751,05 < x \leq 4\,664,68 \\ 0,275 \cdot x & , \quad x > 4\,664,68 \end{cases}$$

3 subtrair a dedução

$$IR(x) = \begin{cases} 0 & , \quad x \leq 2\,259,20 \\ 0,075 \cdot x - 169,44 & , \quad 2\,259,20 < x \leq 2\,826,65 \\ 0,15 \cdot x - 381,44 & , \quad 2\,826,65 < x \leq 3\,751,05 \\ 0,225 \cdot x - 662,77 & , \quad 3\,751,05 < x \leq 4\,664,68 \\ 0,275 \cdot x - 896 & , \quad x > 4\,664,68 \end{cases}$$

De posse da função podemos traçar seu gráfico:



O gráfico acima é composto por segmentos de retas, cada um desses segmentos de retas tem inclinação determinada pela alíquota: quanto maior a alíquota maior a inclinação do segmento. As deduções de cada uma das faixas garantem que o gráfico não apresente saltos, isto é, que ele seja contínuo.

Função Pulmonar

“O volume expiratório forçado (VEF) é uma medida crítica nos testes de função pulmonar que quantifica o volume de ar que uma pessoa pode expirar à força dos pulmões dentro de um período de tempo específico após a inalação máxima. [...] Este teste é essencial para diagnosticar e monitorar condições respiratórias como asma, doença pulmonar obstrutiva crônica e outras doenças pulmonares obstrutivas e restritivas”

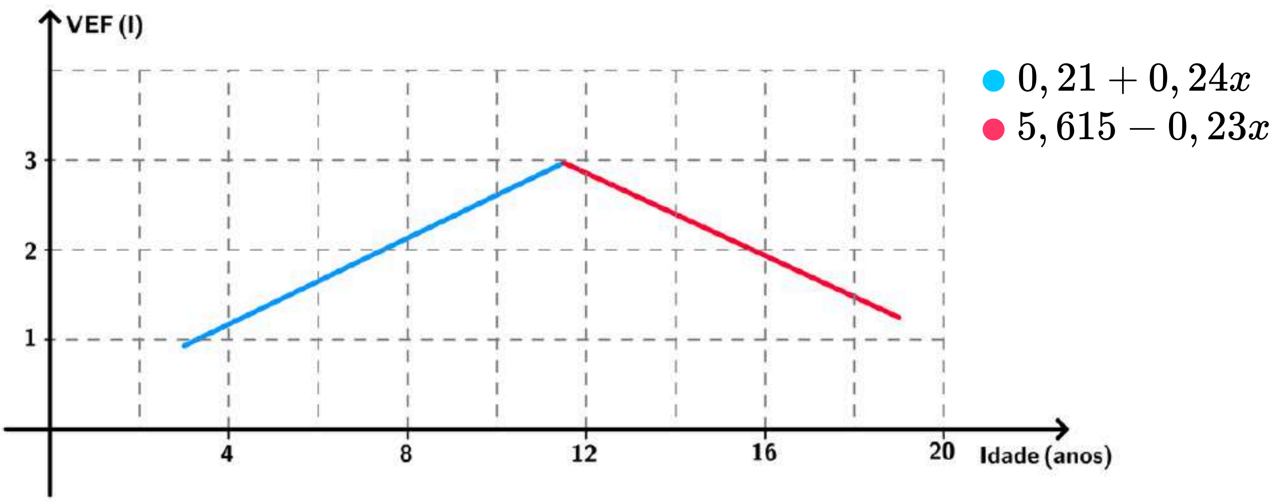
David, S. Goldin, J. Edwards, C. W. **Forced Expiratory Volume**. 2024 Oct 14. In: StatPearls [Internet]. Treasure Island (FL): StatPearls Publishing; 2025 Jan–. PMID: 31082014.

Um estudo de 1979 mostrou que o VEF, em meninas e adolescentes de 3 a 19 anos com problemas respiratórios, se comporta como uma função definida por partes. Segundo o estudo, o VEF, em função da idade x das crianças e adolescentes é dada por

$$VEF(x) = \begin{cases} 0,21 + 0,24x & , \text{ se } x < 11,5 \\ 5,615 - 0,23x & , \text{ se } x \geq 11,5 \end{cases}.$$

Observando a função é possível notar que até a criança completar 11 anos e 6 meses o VEF aumenta ano após ano, no entanto, a partir dessa idade o VEF começa a diminuir. Além disso, é possível notar que a taxa de aumento do VEF é ligeiramente maior do que a taxa de decaimento da mesma.

Observe abaixo o gráfico que representa o VEF em função da idade:



Fonte: Elaborado por Maurício de Oliveira Celeri

Conseguir modelar o VEF em casos de pacientes com doenças respiratórias é de grande utilidade para médicos e enfermeiros, visto que é possível ter um comparativo da evolução do paciente e propor terapias mais assertivas.

Exercícios Resolvidos

Exercício 1. A partir de janeiro de 2025 a cidade de Cachoeiro de Itapemirim possui a seguinte estrutura tarifária para o consumo residencial de água:

Faixas de Consumo (m^3)	Valor da Tarifa da Água ($R\$/m^3$)	Valor da Tarifa de Esgoto ($R\$/m^3$)
0-10 m^3	4,47	3,58
11-20 m^3	9,94	7,95
21-30 m^3	10,29	8,23
31-40 m^3	12,11	9,69
> 40 m^3	12,11	9,69

Fonte: AGERSA

Considerando as tarifas acima, determine o valor a ser pago por uma residência cujo uso de água foi de 9,24 m^3 e o de esgoto foi de 11,15 m^3.

Solução: Como o valor da tarifa depende do total consumido, a primeira etapa do problema é determinar em qual das faixas se encontra o uso de água e de esgoto dessa residência:

	Faixas de Consumo (m^3)	Valor da Tarifa da Água ($R\$/m^3$)	Valor da Tarifa de Esgoto ($R\$/m^3$)
água: 9,24 m^3	0-10 m^3	4,47	3,58
esgoto: 11,15 m^3	11-20 m^3	9,94	7,95
	21-30 m^3	10,29	8,23
	31-40 m^3	12,11	9,69
	> 40 m^3	12,11	9,69

Agora, basta multiplicar o valor de consumo pela tarifa e somar o valor referente à água e ao esgoto:

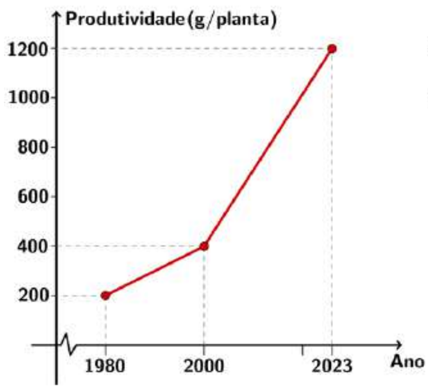
$$\text{Total} = 9,24 \cdot 4,47 + 11,15 \cdot 7,95 = 41,3028 + 88,6425 = 129,9453 \approx 129,95.$$

Logo, o total a ser pago por essa residência é R$ 129,95.

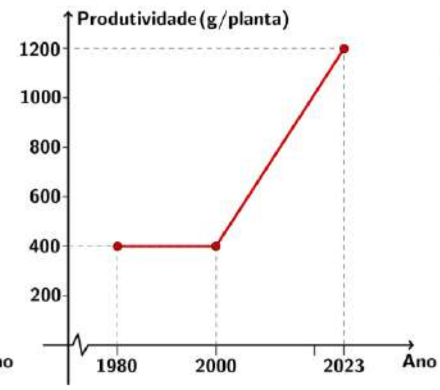
Exercício 2. A produção de morango no Brasil se iniciou nos anos 1930 na região sudeste e desde então o cultivo da fruta tomou todas as regiões do Brasil. Além do apelo sensorial e estético o morango é uma das frutas que apresentam alta atividade antioxidante, sendo benéfica para saúde humana. O melhoramento genético do morangueiro conseguiu aumentar a produtividade das plantas, em gramas de morango/planta: de 1980 a 2000 observou-se um aumento linear na produtividade da cultura até se duplicar a quantidade produzida por planta, enquanto que no período de 2000 a 2023, também com crescimento linear, conseguiu-se triplicar esse valor em relação ao observado em 2000.

O gráfico que melhor descreve a evolução da produtividade da cultura do morangueiro no decorrer do tempo é:

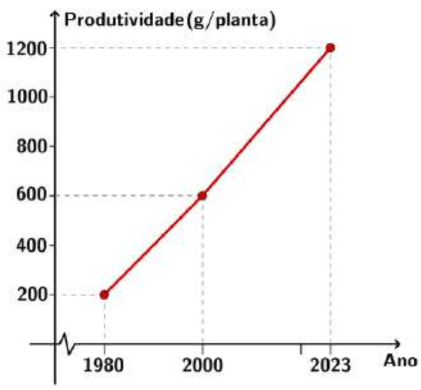
A)



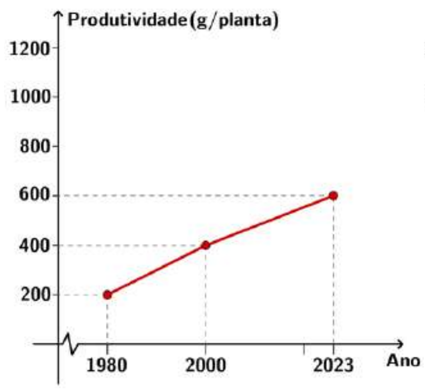
B)



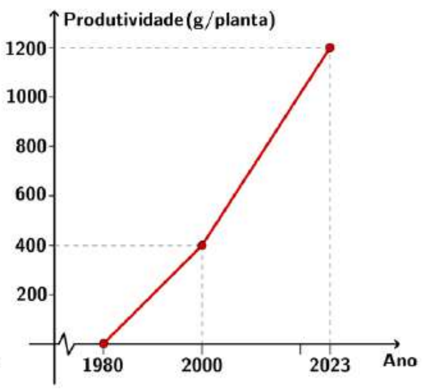
C)



D)



E)



Solução: Note o texto explicita dois padrões de comportamento:

- de 1980 a 2000: crescimento linear dobrando a produtividade de 1980;
- de 2000 a 2023: crescimento linear triplicando a produtividade de 2000.

Com base na primeira informação os únicos gráficos que se adequam ao problema são os apresentados em A) e D), no entanto, de 2000 para 2023 o gráfico apresentado em D) mostra que que a produtividade aumentou em 200 g/planta e não triplicou, como desejávamos. Este padrão pode ser observado na alternativa A).

Portanto, a alternativa correta é a alternativa **A)**.

Exercício 3 [Adaptado de Dante e Viana, 2020]. Considere a função

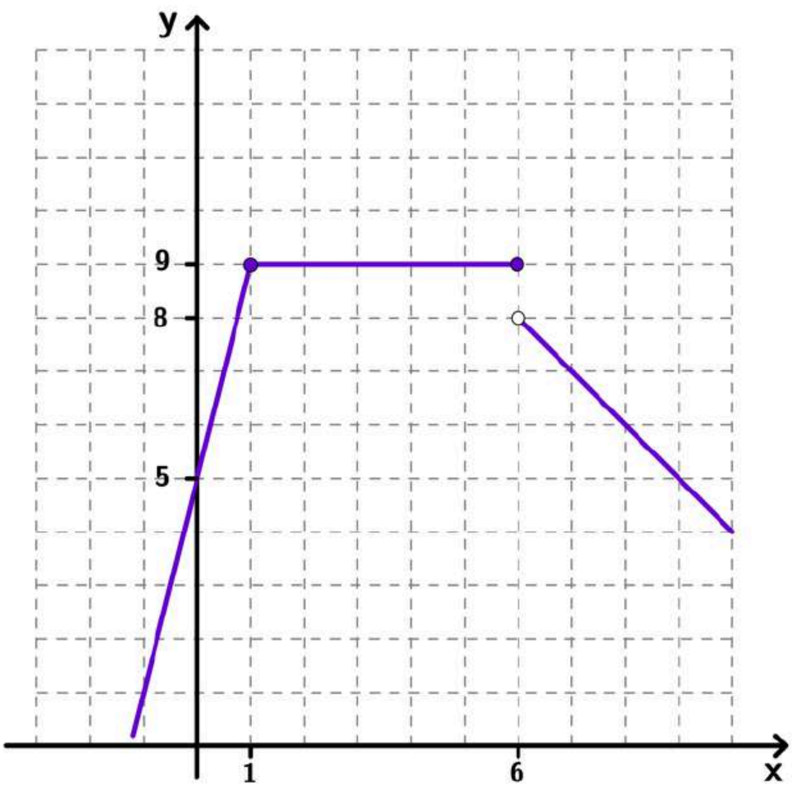
$$f(x) = \begin{cases} 4x+5 & , \quad \text{se } x \leq 1 \\ 9 & , \text{ se } 1 < x \leq 6 \\ -x+14 & , \quad \text{se } x > 6 \end{cases}.$$

a) Calcule f(0), f(5), f(6) e f(10).
b) Trace o gráfico dessa função.

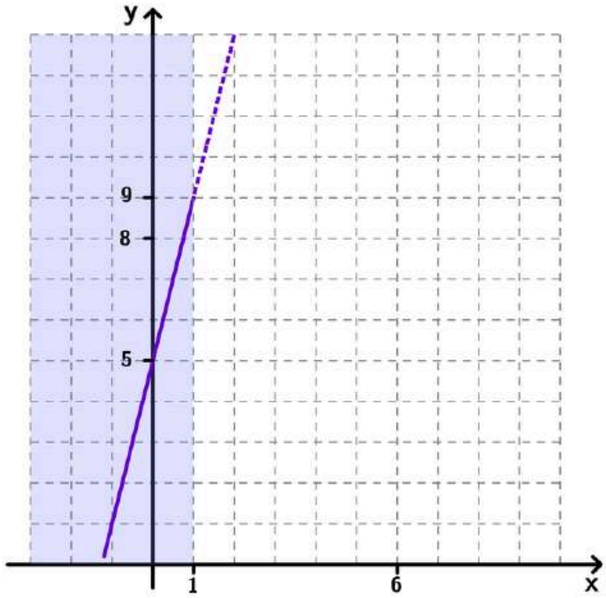
Solução:
a) Devemos identificar em qual intervalo o argumento da função se encontra e, então, aplicar a lei da função correspondente:

- f(0): 0≤1, portanto, f(0)=4·0+5=5;
- f(5): 1<5≤6, portanto, f(5)=9;
- f(6): 1<6≤6, portanto, f(6)=9;
- f(10): 10>6, portanto, f(10)= -10+14=4.

b) O gráfico da função é:

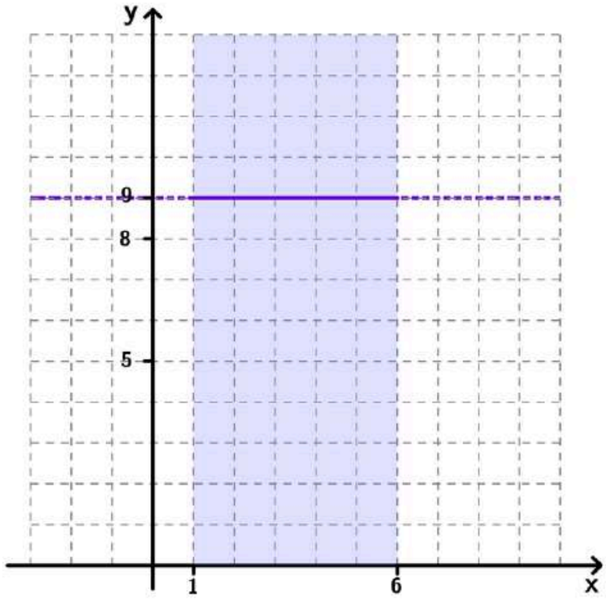


Observe na página a seguir a construção do gráfico com mais detalhes:



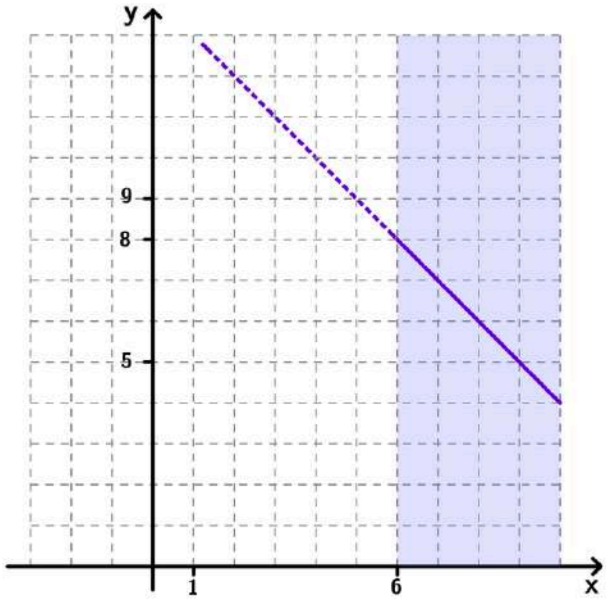
$x \leq 1 \Rightarrow f(x) = 4x + 5$

x	f(x)
0	4·0+5=5
1	4·1+5=9



$1 < x \leq 6 \Rightarrow f(x) = 9$

x	f(x)
1	9
6	9



$x > 6 \Rightarrow f(x) = -x + 14$

x	f(x)
6	-6+14=8
9	-9+14=5

Observação: o valor x = 6 não faz parte desse intervalo de domínio. Colocamos o cálculo da imagem desse valor apenas para facilitar o traçado da reta da última parte da função.

Material Extra

LIVRO DIDÁTICO

Prezado(a) professor(a), os conceitos apresentados neste material estruturado podem ser trabalhados usando os seguintes livros didáticos:

1. **Volume 1 (Funções e Progressões) - Coleção Prisma Matemática (Editora FTD):**
- p. 12-24.
2. **Volume 2 (Função afim e função quadrática) – Coleção Matemática em Contextos (Editora Ática):**
- p. 57-67.

PROPOSTA METODOLÓGICA

O Instituto Claro propõe um plano de aula para o ensino de funções definidas por partes que pode ser adaptado à sala de aula. O plano de aula pode ser acessado por aqui ou lendo o QR Code ao lado.

Atividades

ATIVIDADE 1

Uma papelaria vende canetas a R$ 3,00 cada. Para aumentar as vendas, o proprietário está planejando duas promoções, à escolha do cliente, para compras em grande quantidade:

- Opção 1: Desconto de 5% no valor unitário de todas as canetas para compras acima de 50 unidades.
- Opção 2: Desconto de 10% no valor unitário de cada caneta que exceder 50 unidades.

A) Qual seria o custo de uma compra de 30 canetas? E de 45 canetas?

B) Qual seria o custo de uma compra de 60 canetas utilizando a primeira opção de promoção?

C) Qual seria o custo de uma compra de 60 canetas utilizando a segunda opção de promoção?

ATIVIDADE 2

Uma companhia de energia elétrica cobra de seus clientes da seguinte forma:

- Para um consumo de até 100 kWh, a tarifa é de R$ 0,50 por kWh.
- Para um consumo acima de 100 kWh e até 250 kWh, os primeiros 100 kWh são cobrados a R$ 0,50 por kWh, e o excedente é cobrado a R$ 0,70 por kWh.
- Para um consumo acima de 250 kWh, Os primeiros 100 kWh são cobrados a R$ 0,50 por kWh, os próximos 150 kWh (ou seja, de 101 a 250 kWh) são cobrados a R$ 0,70 por kWh, e o que exceder 250 kWh é cobrado a R$ 0,90 por kWh.

Com base nessas informações, modele uma função por partes que represente o custo total (**C(x)**), em reais, da conta de energia elétrica de um cliente em função do seu consumo mensal (**x**), em kWh. Defina claramente cada parte da função e o intervalo de consumo correspondente.

ATIVIDADE 3

Esboce o gráfico da função

$$F(x) = \begin{cases} -x, \text{ se } x < -1 \\ x^2 - 1, \text{ se } x \geq -1 \end{cases}$$

ATIVIDADE 4

Um vendedor recebe um salário base mensal de R$ 1 500,00. Além disso, ele ganha uma comissão sobre o valor total de suas vendas mensais, seguindo as seguintes regras:

I - Para vendas de até R$ 10 000,00:

- A comissão é de 5% sobre o valor total das vendas.

II - Para vendas acima de R$ 10 000,00:

- Sobre os primeiros R$ 10 000,00, a comissão é de 5%, e sobre o valor que excede R$ 10 000,00, a comissão é de 8%.

Assim, o salário total do vendedor é composto pelo salário base (R$ 1 500,00) mais a comissão, calculada conforme as regras acima. Qual das alternativas abaixo representa corretamente o salário total (**S**) do vendedor em função do valor total de vendas (**v**)?

A) S(v) = $\begin{cases} 1\,500 + 0{,}05v & se\ v \leq 10\,000 \\ 1\,500 + 500 + 0{,}08 \cdot (v - 10\,000) & se\ v > 10\,000 \end{cases}$

B) S(v) = $\begin{cases} 1\,500 + 0{,}05v & se\ v \leq 10\,000 \\ 1\,500 + 0{,}08v & se\ v > 10\,000 \end{cases}$

C) S(v) = $\begin{cases} 1\,500 + 0{,}05v & se\ v \leq 10\,000 \\ 1\,500 + 0{,}08(v - 10\,000) & se\ v > 10\,000 \end{cases}$

D) S(v) = $\begin{cases} 1\,500 + 0{,}05(v - 10\,000) & se\ v \leq 10\,000 \\ 1\,500 + 0{,}08(v - 10\,000) & se\ v > 10\,000 \end{cases}$

E) S(v) = $\begin{cases} 1\,500 + 0{,}05(v - 10\,000) & se\ v \leq 10\,000 \\ 1\,500 + 0{,}08v & se\ v > 10\,000 \end{cases}$

Agora que você já identificou a função por partes que representa o salário (S) do vendedor, analise a escrita da representação algébrica e reescreva de maneira mais simples.

ATIVIDADE 5

O crescimento de uma cultura de bactérias em um laboratório foi monitorado ao longo do tempo. A população de bactérias é modelada pela seguinte função definida por partes:

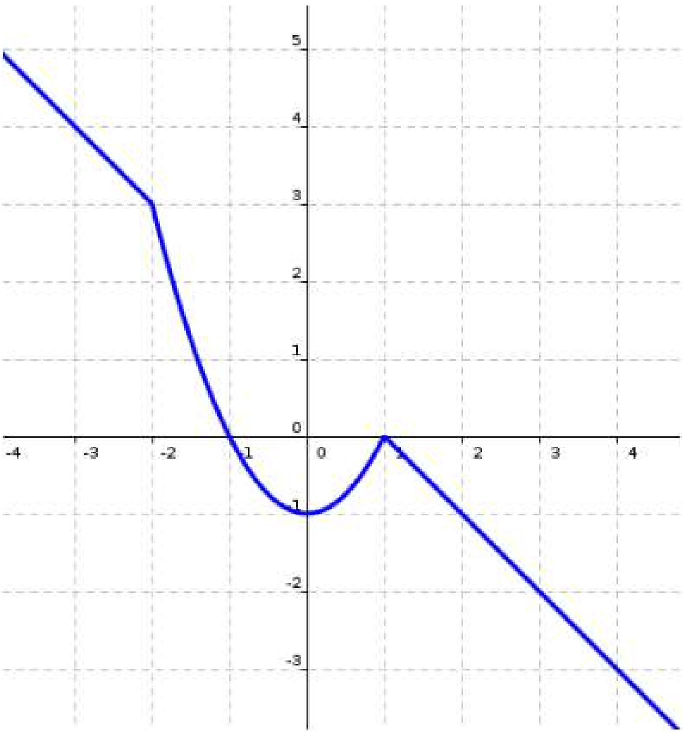
$$P(t) = \begin{cases} 2t^2 & se\ 0 \leq t \leq 3 \\ 4t + 6 & se\ 3 < t \leq 6 \\ -t^2 - 12t - 24 & se\ t > 6 \end{cases}$$

Se **P(t)** é a população de bactérias (em milhares) no tempo **t** (em horas), é possível afirmar que, os intervalos de tempo onde a população de bactéria está crescendo é:

A) 0 ≤ **t** ≤ 3
B) 3 < **t** ≤ 6 e **t** > 6
C) 0 ≤ **t** ≤ 6
D) 0 ≤ **t** ≤ 3 e **t** > 6
E) 0 ≤ **t** ≤ 3, 3 < **t** ≤ 6 e **t** > 6

ATIVIDADE 6

Em quais intervalos a função f(x), esboçada no gráfico abaixo é crescente?



A) 1< x < 4
B) – 1 ≤ x ≤ 1
C) -3 ≤ x < -2
D) – 2 < x < – 1
E) 0 ≤ x ≤ 1

ATIVIDADE 7

Um contribuinte brasileiro precisa calcular o Imposto de Renda Pessoa Física (IRPF) referente ao exercício de 2025, ano-calendário de 2024. A tabela progressiva anual para o cálculo do imposto é apresentada abaixo:

Faixas de Cálculo - Incidência Anual IRPF Exercício de 2025

Base de Cálculo (R$)	Alíquota (%)	Parcela a Deduzir (R$)
Até 26 963,20	Isento	-
26 963,21 até 33 919,80	7,50%	2 033,28
33 919,81 até 45 012,60	15,00%	4 577,27
45 012,61 até 55 976,16	22,50%	7 953,21
Acima de 55 976,16	27,50%	10 752,02

Fonte: https://www.gov.br/receitafederal/

atenção

A tabela será atualizada para o ano de 2026, conforme (PL) 1.087/2025

Considerando que a renda tributável anual deste contribuinte em 2025 foi de R$ 40.000,00, qual das alternativas abaixo apresenta o valor do Imposto de Renda devido?

A) R$ 1 422,73
B) R$ 2 422,73
C) R$ 4 577,27
D) R$ 6 000,00
E) R$ 1 577,27

ATIVIDADE 8

(Enem 2010) Lucas precisa estacionar o carro pelo período de 40 minutos, e sua irmã Clara também precisa estacionar o carro pelo período de 6 horas. O estacionamento Verde cobra R$ 5,00 por hora de permanência. O estacionamento Amarelo cobra R$ 6,00 por 4 horas de permanência e mais R$ 2,50 por hora ou fração de hora ultrapassada. O estacionamento Preto cobra R$ 7,00 por 3 horas de permanência e mais R$ 1,00 por hora ou fração de hora ultrapassada.

Os estacionamentos mais econômicos para Lucas e Clara, respectivamente, são

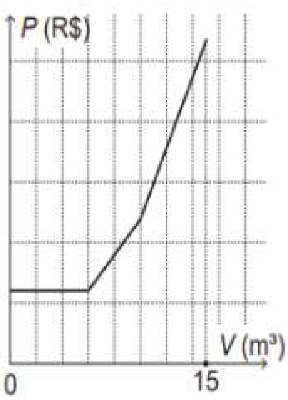
A) Verde e Preto.
B) Verde e Amarelo.
C) Amarelo e Amarelo.
D) Preto e Preto.
E) Verde e Verde.

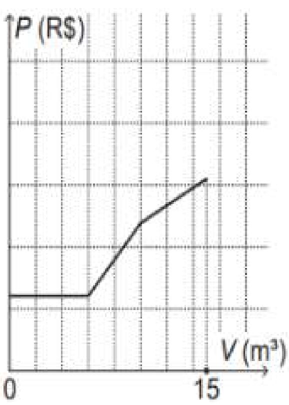
ATIVIDADE 9

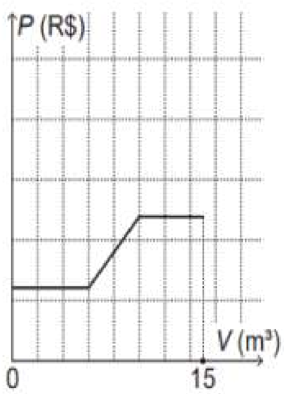
(Enem 2019) Uma empresa presta serviço de abastecimento de água em uma cidade. O valor mensal a pagar por esse serviço é determinado pela aplicação de tarifas, por faixas de consumo de água, sendo obtido pela adição dos valores correspondentes a cada faixa.

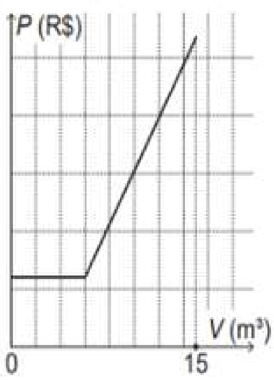
- **Faixa 1:** para consumo de até 6 m², valor fixo de R$ 12,00;
- **Faixa 2:** para consumo superior a 6 m³ e até 10 m³, tarifa de R$ 3,00 por metro cúbico ao que exceder a 6m³;
- **Faixa 3:** para consumo superior a 10 m³, tarifa de R$ 6,00 por metro cúbico ao que exceder a 10 m³. Sabe-se que nessa cidade o consumo máximo de água por residência é de 15 m³ por mês.

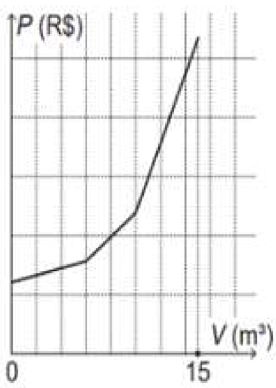
O gráfico que melhor descreve o valor P, em real, a ser pago por mês, em função do volume V de água consumido, em metro cúbico, é

A)


B)


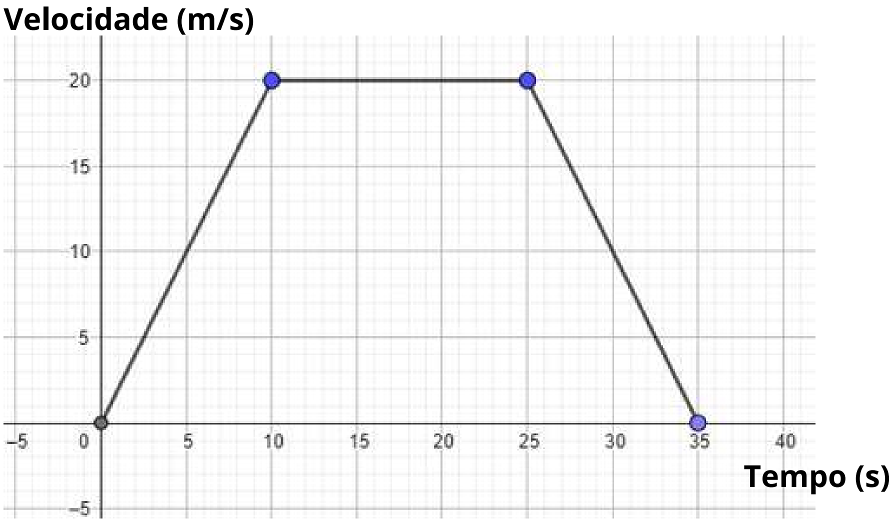
C)


D)


E)


ATIVIDADE 10

O gráfico abaixo representa a velocidade de um móvel em função do tempo.



Com base nesse gráfico, que descreve uma função definida por partes, qual das seguintes afirmações sobre o movimento do móvel é CORRETA?

A) O móvel manteve uma velocidade constante durante todo o trajeto.
B) O móvel acelerou uniformemente durante todo o trajeto.
C) O móvel primeiro acelerou, depois manteve velocidade constante e, por fim, desacelerou até parar.
D) O móvel primeiro desacelerou, depois manteve velocidade constante e, por fim, acelerou.
E) O móvel realizou um movimento retilíneo uniforme durante todo o trajeto.

Referências

MATERIAL ESTRUTURADO

AGERSA. PORTARIA N.º 114/2024. Disponível em: https://diario.cachoeiro.es.gov.br/uploads/dio/49/2024/agersa-portaria-no-114-2024-reajuste-saneamento-2025-1735317499.pdf. Acesso em 24 de março de 2025.

BONJORNO, J. R.; GIOVANNI JUNIOR, J. R.; SOUSA, P. R. C. **Prisma matemática**: funções e progressões. 1. ed. São Paulo: Editora FTD, 2020.

DANTE, L. R.; VIANA, F. **Matemática em Contextos**: função afim e função quadrática. 1. ed. São Paulo: Editora Ática, 2020.

DAVID, S. GOLDIN, J. EDWARDS, C. W. **FORCED EXPIRATORY VOLUME**. 2024 OCT 14. IN: STATPEARLS [INTERNET]. TREASURE ISLAND (FL): STATPEARLS PUBLISHING; 2025 JAN–. PMID: 31082014.

GODFREY, J. *Lecture 18: Piecewise Regression Models*. Disponível em: https://r-resources.massey.ac.nz/161251/Lectures/Lecture18.html. Acesso em 24 de março de 2025.

O GLOBO. Tabela do Imposto de Renda 2025: veja alíquotas, faixas e isenção do IRPF. Disponível em: https://oglobo.globo.com/economia/imposto-de-renda/guia/tabela-do-imposto-de-renda-2025-saiba-aliquotas-faixas-e-isencao-do-irpf.ghtml. Acesso em 24 de março de 2025.

Referências

ATIVIDADES

BONJORNO, José R.; GIOVANNI JUNIOR, José R.; SOUSA, Paulo R. C. **Prisma matemática:** conjuntos e funções. 1. ed. São Paulo: Editora FTD, 2020.

DANTE, Luís R.; VIANA, Fernando. **Matemática em Contextos:** função afim e função quadrática. 1. ed. São Paulo: Editora Ática, 2020.

INEP – INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA. Ministério da Educação. **Enem 2010 - Exame Nacional do Ensino Médio 2010:** 2º dia. Brasília: INEP, 2010. Disponível em: https://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2010/dia2_caderno5_amarelo.pdf. Acesso em: 24 mar. 2025.

INEP – INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA. Ministério da Educação. **Enem 2019 - Exame Nacional do Ensino Médio 2019:** 2º dia. Brasília: INEP, 2019. Disponível em: https://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2019/2019_PV_impresso_D2_CD6.pdf. Acesso em: 24 mar. 2025.

- Sites para a construção dos gráficos:
    - https://www.geogebra.org/
    - https://www.desmos.com/calculator?lang=pt-BR