GOVERNO DO ESTADO DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

Material Estruturado

SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL
GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

7º Ano | Ensino Fundamental Anos Finais

MATEMÁTICA

PROPORCIONALIDADE

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM
EF07MA17 - Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.	• Interpretar, modelar e resolver problemas envolvendo grandezas direta e inversamente proporcionais. • Modelar e resolver problemas envolvendo relações de proporcionalidade entre variáveis.

Contextualização

O Sistema Aquaviário da Grande Vitória é uma alternativa de transporte público que conecta diferentes cidades da região metropolitana por meio de embarcações modernas. Esse meio de transporte, além de aliviar o trânsito terrestre, contribui para a mobilidade urbana de forma sustentável, reduzindo o tempo de deslocamento e oferecendo mais conforto aos passageiros. Além disso, o transporte aquaviário é uma opção eficiente para regiões com grande tráfego, ajudando a desafogar as rodovias e promovendo um melhor aproveitamento dos espaços naturais.

As embarcações utilizadas nesse sistema são projetadas para atender a um número significativo de passageiros, mantendo um fluxo constante ao longo do dia. A variação na velocidade e no tempo de percurso pode depender de diferentes fatores, como a quantidade de passageiros embarcados, as condições climáticas e a maré. Essas relações entre tempo, velocidade e distância são exemplos práticos de proporcionalidade direta e inversa, conceitos essenciais na Matemática e no nosso dia a dia.

Fonte: es.gov.br

Agora, imagine que você é um funcionário responsável por planejar os horários das embarcações do Sistema Aquaviário. Você precisa garantir que os barcos cumpram seus trajetos no tempo estimado, mas hoje houve um imprevisto e uma das embarcações atrasou em relação ao horário previsto para chegada na estação. Uma das possibilidades para compensar o atraso é aumentar a velocidade na próxima viagem.

Em condições normais, um barco leva 40 minutos para percorrer um trajeto a uma velocidade média de 18 km/h. No entanto, se a velocidade do barco fosse aumentada para 24 km/h, quanto tempo ele levaria para percorrer esse mesmo trajeto?

Vamos resolver juntos?

Conceitos e Conteúdos

Você já viu ou já usou um leitor de livros digitais? Esses aparelhos podem ser usados para ler diversos tipos de materiais como livros, revistas e textos em formatos específicos. Uma de suas vantagens em relação ao livro convencional de papel é a possibilidade de armazenar centenas de livros e poder levá-los a todos os lugares.

Observe ao lado as dimensões das telas de dois modelos desses aparelhos. Para a tela de cada modelo, vamos escrever uma razão entre o comprimento (maior medida) e a largura (menor medida), em centímetros.

Design: Daboost / Fonte: Canva

Modelo A $\frac{16}{12}$

Modelo B $\frac{12}{9}$

Note que essas duas razões são iguais, pois:

$$\frac{16}{12} \overset{\div 4}{=} \frac{4}{3} \qquad \frac{12}{9} \overset{\div 3}{=} \frac{4}{3}$$

Lembre-se: **razão** é uma maneira de comparar duas grandezas por meio de uma divisão.

Nesse caso, dizemos que as razões $\frac{16}{12}$ e $\frac{12}{9}$ formam uma **proporção**.

Proporção é uma igualdade entre duas razões.

De modo geral, podemos dizer que os números a, b, c e d, não nulos, formam, nessa ordem, uma proporção quando:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

- Os números a, b, c e d são os **termos** da proporção.
- Os termos a e d são chamados de **extremos** da proporção.
- Os termos b e c são chamados de **meios** da proporção.

PROPRIEDADE FUNDAMENTAL DAS PROPORÇÕES

Considere a proporção: $\frac{6}{5} = \frac{18}{15}$

Grandeza é tudo aquilo que a gente pode medir ou contar. Exemplo: tempo, comprimento e peso.

- Os extremos dessa proporção são 6 e 15, e seu produto é 90.
- Os meios são 5 e 18, e seu produto também é 90.

$$\underbrace{5 \cdot 18}_{\textbf{produto dos meios}} = \underbrace{6 \cdot 15}_{\textbf{produto dos extremos}}$$

Perceba que, nessa proporção, o **produto dos meios** é igual ao **produto dos extremos.**

Considere outra proporção: $\frac{0,9}{0,6} = \frac{15}{10}$

$$\underbrace{0,9 \cdot 10}_{\substack{9 \\ \textbf{produto dos extremos}}} = \underbrace{0,6 \cdot 15}_{\substack{9 \\ \textbf{produto dos meios}}}$$

Em toda proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios.

Essa é a propriedade fundamental das proporções.

GRANDEZAS DIRETAMENTE PROPORCIONAIS

Grandezas diretamente proporcionais são aquelas que crescem ou diminuem juntas na mesma razão. Isso significa que, se uma delas dobra, a outra também dobra; se uma triplica, a outra também triplica, e assim por diante.

Vamos ver alguns exemplos de problemas que envolvem grandezas diretamente proporcionais.

Ana está lendo um livro e percebe que a cada 3 dias consegue ler 45 páginas. Se ela continuar nesse mesmo ritmo, quantas páginas terá lido em 7 dias?

Design: Foxyimage/ Fonte: Canva

As grandezas dias e páginas lidas são diretamente proporcionais porque, ao aumentar o número de dias, o total de páginas lidas aumenta na mesma proporção, desde que o ritmo de leitura seja mantido constante. Isso significa que a razão entre dias e páginas permanece a mesma.

$$\frac{dias}{páginas} = \frac{3}{45}$$

Aplicar a proporção para 7 dias:

$$\frac{3\,dias}{45\,páginas} = \frac{7\,dias}{x}$$

Chamamos de x o número de páginas lidas em 7 dias, que ainda não sabemos

Aplicando a propriedade fundamental das proporções, temos:

$$\underbrace{45 \cdot 7}_{\textbf{produto dos meios}} = \underbrace{3 \cdot x}_{\textbf{produto dos extremos}}$$

Chegamos em uma equação. Resolvendo-a, encontramos:

$$45 \cdot 7 = 3x$$

$$315 = 3x$$

$$\frac{315}{3} = \frac{3}{3}x$$

$$\frac{315}{3} = \frac{\cancel{3}}{\cancel{3}}x$$

$$105 = x$$

$$x = 105$$

Ana terá lido 105 páginas em 7 dias.

Em uma escola, uma turma de alunos consome 12 litros de água em 4 horas. Mantendo o mesmo ritmo, quantos litros de água serão consumidos em 10 horas?

Como o tempo e o consumo de água são grandezas diretamente proporcionais, temos a proporção:

$$\frac{horas}{litros} = \frac{4}{12} = \frac{10}{x}$$


Design: Sketchify/ Fonte: Canva

Aplicando a propriedade fundamental das proporções, temos:

$$\begin{aligned} 12 \cdot 10 &= 4 \cdot x \\ 120 &= 4x \\ \frac{120}{4} &= \frac{4x}{4} \\ 30 &= x \\ x &= 30 \end{aligned}$$

Em 10 horas, serão consumidos 30 litros de água.

Uma fábrica de brinquedos consegue produzir 360 unidades em 6 horas de trabalho. Se a produção continuar na mesma proporção, quantos brinquedos serão fabricados em 15 horas?

A produção de brinquedos e o tempo são grandezas diretamente proporcionais, então podemos escrever a equação:

$$\frac{6}{360} = \frac{15}{x}$$

Aplicando a propriedade fundamental das proporções, temos:

$$360 \cdot 15 = 6x$$

Resolvendo, encontramos:

$$360 \cdot 15 = 6x$$
$$5\,400 = 6x$$
$$\frac{5\,400}{6} = \frac{6x}{6}$$
$$900 = x$$
$$x = 900$$

Em 15 horas, a fábrica produzirá 900 brinquedos.

Design: Mrsktanya/ Fonte: Canva

GRANDEZAS INVERSAMENTE PROPORCIONAIS

Grandezas inversamente proporcionais são aquelas em que, quando uma aumenta, a outra diminui na mesma proporção. Ou seja, se dobramos uma delas, a outra fica pela metade; se triplicamos uma, a outra passa a ser um terço, e assim por diante.

Para entender como resolver problemas com grandezas inversamente proporcionais, vamos comparar estas duas sucessões de números.

2	**3**	**4**	**6**
↓	↓	↓	↓
12	**8**	**6**	**4**

O **produto** de cada termo da primeira sucessão pelo termo correspondente na segunda é sempre o mesmo: **24**.

$$2 \cdot 12 = 3 \cdot 8 = 4 \cdot 6 = 6 \cdot 4$$

O **quociente** de cada termo da primeira sucessão pelo inverso multiplicativo do respectivo termo na segunda é sempre o mesmo: **24**.

$$\frac{2}{\frac{1}{12}} = \frac{3}{\frac{1}{8}} = \frac{4}{\frac{1}{6}} = \frac{6}{\frac{1}{4}}$$

O inverso multiplicativo de um número é outro número tal que o produto entre os dois é igual a 1.

Exemplos:

O inverso multiplicativo de 4 é $\frac{1}{4}$, porque $4 \cdot \frac{1}{4} = 1$.

O inverso de $\frac{1}{5}$ é 5, pois $\frac{1}{5} \cdot 5 = 1$.

Os números da sucessão 2, 3, 4, 6 são inversamente proporcionais aos números da sucessão 12, 8, 6 e 4;

Vamos ver alguns exemplos de problemas que envolvem grandezas inversamentes proporcionais.

Uma escola está baixando um arquivo de 600 MB e percebe que, com uma internet de 20 Mbps, o download leva 30 segundos. Se a velocidade da internet aumentar para 50 Mbps, quanto tempo levará para baixar o mesmo arquivo?

Design: Iconsy/ Fonte: Canva

Como a velocidade da internet aumenta e o tempo de download diminui, temos grandezas inversamente proporcionais. Assim, a relação é:

Velocidade de download (Mbps)	20	50
Tempo (segundos)	30	x

$$\frac{20}{\frac{1}{30}} = \frac{50}{\frac{1}{x}}$$

Utilizando a propriedade fundamental da proporção, encontramos:

$$\frac{20}{\frac{1}{30}} = \frac{50}{\frac{1}{x}}$$

$$\frac{1}{30} \cdot 50 = 20 \cdot \frac{1}{x}$$

$$\frac{1}{30} \cdot \frac{50}{1} = \frac{20}{1} \cdot \frac{1}{x}$$

$$\frac{50}{30} = \frac{20}{x}$$

Aplicando a propriedade fundamental das proporções, temos:

$$50x = 600$$

$$\frac{50x}{50} = \frac{600}{50}$$

$$x = 12$$

Com uma internet de 50 Mbps, o download levará 12 segundos.

Quando tratamos de grandezas inversamente proporcionais, podemos resolver da seguinte forma: montamos uma tabelinha relacionando as grandezas (cada grandeza ocupa uma coluna da tabela). A partir dessa tabela vamos realizar uma multiplicação direta, conforme as setas, e assim, montamos uma equação.

Velocidade de download (Mbps)	Tempo (segundos)
20 →	30
50 →	x

$$20 \cdot 30 = 50 \cdot x$$

$$\frac{20 \cdot 30}{50} = \frac{50}{50} \cdot x$$

$$12 = x$$

$$x = 12$$

Com uma internet de 50 Mbps, o download levará 12 segundos.

Uma equipe de 4 marceneiros leva 12 dias para construir um conjunto de mesas e cadeiras. Se a equipe aumentar para 6 marceneiros, mantendo o mesmo ritmo de trabalho, em quantos dias o serviço será concluído?

O número de trabalhadores aumenta e o tempo de trabalho diminui, então temos grandezas inversamente proporcionais. Assim, aplicamos a relação:

Marceneiros	4	6
Dias	12	x

$$\longrightarrow \quad \frac{4}{\frac{1}{12}} = \frac{6}{\frac{1}{x}}$$

$$4 \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{12} \cdot 6$$

$$\frac{4}{1} \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{12} \cdot \frac{6}{1}$$

$$\frac{4}{x} = \frac{6}{12}$$

Aplicando a propriedade fundamental das proporções, temos:

$$48 = 6x$$

$$\frac{48}{6} = \frac{6x}{6}$$

$$8 = x$$

$$x = 8$$

Com 6 marceneiros, o serviço será concluído em 8 dias.

Resolvendo com o método da tabelinha, temos:

Marceneiros	**Dias**
4	12
6	x

$$4 \cdot 12 = 6 \cdot x$$

$$\frac{4 \cdot 12}{6} = \frac{6}{6} \cdot x$$

$$x = 8$$

Também encontramos que com 6 marceneiros, o serviço será concluído em 8 dias.

Exercícios Resolvidos

EXERCÍCIO 1

Aplicando a propriedade fundamental das proporções, verifique se o par de razões $\frac{9}{6}$ e $\frac{12}{8}$ forma uma proporção.

Solução: Aplicando a propriedade fundamental da proporção, temos:

$$\frac{9}{6} = \frac{12}{8}$$

$$6 \cdot 12 = 9 \cdot 8$$

$$72 = 72$$

Sim. $\frac{9}{6}$ e $\frac{12}{8}$ formam uma proporção.

EXERCÍCIO 2

Em um mapa na escala 1: 50 000 000, o segmento de reta de Manaus até Belo Horizonte mede 5 cm. Quantos quilômetros Manaus dista de Belo Horizonte?

Solução: A escala indica a relação entre o tamanho representado no mapa e o tamanho real. A escala 1: 50 000 000 significa que 1 cm no mapa representa 50 milhões de centímetros na realidade, ou seja, 500 km.

$$\frac{1}{50\,000\,000} = \frac{5}{x}$$

$$50\,000\,000 \cdot 5 = 1 \cdot x$$

$$250\,000\,000 = x$$

$$x = 250\,000\,000\ cm$$

Agora, precisamos transformar para quilômetros. Sabemos que 1 km = 1 000 m =100 000 cm. Podemos montar a seguinte proporção:

$$\frac{1\ km}{100\,000\ cm} = \frac{x}{250\,000\,000}$$

$$250\,000\,000 = 100\,000 \cdot x$$

$$x = \frac{250\,000\,000}{100\,000}$$

$$x = 2\,500$$

Logo, a distância entre Manaus a Belo Horizonte é de 2 500 km.

EXERCÍCIO 3

Em uma fábrica de revestimentos, 7 máquinas idênticas produzem certa quantidade de azulejos em 12 horas de funcionamento. Buscando aumentar a produção, foram adquiridas mais 3 máquinas como essas. Em quantas horas todas essas máquinas podem produzir a mesma quantidade de azulejos?

Solução: o número de máquinas e o tempo de produção são inversamente proporcionais. Isso significa que, se o número de máquinas aumenta, o tempo necessário para produzir a mesma quantidade de azulejos diminui (e vice-versa).

Máquinas	**7**	**10**
Horas	**12**	**x**

$$\frac{7}{\frac{1}{12}} = \frac{10}{\frac{1}{x}}$$

$$7 \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{12} \cdot 10$$

$$\frac{7}{1} \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{12} \cdot \frac{10}{1}$$

$$\frac{7}{x} = \frac{10}{12}$$

Aplicando a propriedade fundamental das proporções, temos:

$$84 = 10x$$

$$\frac{84}{10} = \frac{10x}{10}$$

$$8,4 = x$$

$$x = 8,4$$

8,4 horas correspondem a 8 horas e 24 minutos, pois 1 hora equivale a 60 minutos. Assim, 0,4 hora equivale a: $0,4 \cdot 60 = 24\,minutos$.

Com 10 máquinas, a mesma quantidade de azulejos será produzida em 8 horas e 24 minutos.

Com o método da tabelinha, temos:

Máquinas	Horas
7	12
10	x

$$7 \cdot 12 = 10 \cdot x$$

$$\frac{7 \cdot 12}{10} = \frac{10}{10} \cdot x$$

$$x = 8,4$$

8,4 horas significa 8 horas e 24 minutos, pois:

$$0,4 \cdot 60 = 24\,minutos$$

Com 10 máquinas, a mesma quantidade de azulejos será produzida em 8 horas e 24 minutos.

PRÁTICAS EXPERIMENTAIS DE *Matemática* PARA O ENSINO FUNDAMENTAL

No ano de 2025, o ensino fundamental anos finais apresenta uma importante novidade para o componente curricular Matemática: as Práticas Experimentais de Matemática, que visam fomentar o processo de ensino e aprendizagem favorecendo o desenvolvimento e a consolidação de habilidades, o pensamento crítico e a compreensão e a aplicação da lógica matemática. Intenciona-se, também, combater o estigma de que a matemática é difícil e inacessível, engajando os estudantes em práticas lúdicas e exequíveis.

Desse modo, as práticas foram elaboradas a partir das habilidades estruturantes de cada ano, por trimestre. No período em que constar o caderno de Práticas Experimentais, o(a) professor(a) deverá destinar **duas aulas** para cada prática proposta no material.

Desejamos um ano letivo de sucesso!

Prática experimental de Matemática: 7º ano - Quinzena 13 (2 aulas)

Clique aqui

Material Extra

Aula sobre proporções:
https://youtu.be/XLzrXjJrwRY

Aula sobre propriedade das proporções:
https://www.youtube.com/watch?v=Utg_UdlvMUc&t=2s

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy. A conquista matemática: 7º ano: ensino fundamental: anos finais. – 1. ed. – São Paulo : FTD, 2022

Proporção, página 212.

Link para o livro:
https://issuu.com/editoraftd/docs/immp0000070079p240100020020_cara-reduz

Dante, Luiz Roberto. Teláris Essencial : Matemática : 7º ano - 1. ed. -- São Paulo : Ática, 2022.

Proporcionalidade, página 190.

Link para o livro:
https://storage.googleapis.com/edocente-content-production/PNLD/PNLD_2024_OBJETO_1/Atica/Matematica/index_matematica_7ano_MP.pdf

Atividades

ATIVIDADE 1

Antes mesmo dos ônibus rodarem pelas ruas da Grande Vitória, os capixabas já contavam com um meio rápido de transporte entre os municípios: o aquaviário. Criado em 1978, o sistema funcionou por mais de 20 anos, enfrentando altos e baixos.

A Gazeta 1991

Agora, um novo e moderno aquaviário foi implantado, trazendo embarcações mais rápidas e confortáveis para atender a população.

Um dos trajetos disponíveis é o percurso da Prainha, em Vila Velha, até a Praça do Papa, em Vitória, que leva 10 minutos para ser concluído e tem uma distância de 3 km.

A Gazeta 2024

Se o novo barco mantiver a mesma velocidade média e gastar 40 minutos para ir da Praça do Papa até Porto de Santana, qual será a distância percorrida nesse último percurso?

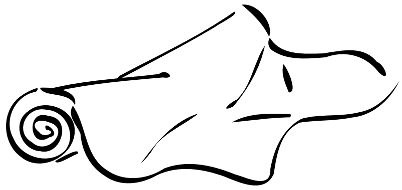
ATIVIDADE 2

Determine o valor de x para que a igualdade seja uma proporção.

A) $\frac{2}{6} = \frac{9}{x}$ B) $\frac{1}{3} = \frac{x}{12}$ C) $\frac{x}{10} = \frac{6}{5}$ D) $\frac{8}{x} = \frac{2}{15}$

ATIVIDADE 3

Se 9 metros de tecido custam R$ 117,00, então quanto custam 12,5 metros desse mesmo tecido?



Design: Pixabay/ Fonte: Canva

ATIVIDADE 4

Se 5 torneiras enchem um tanque em 450 minutos, 9 torneiras iguais a essas encheriam esse tanque em:

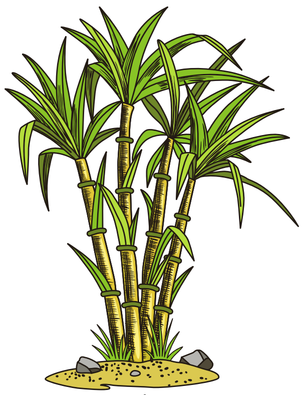
A) 900 minutos   B) 810 minutos   C) 350 minutos   D) 250 minutos

Design: Irasutoya/ Fonte: Canva

ATIVIDADE 5

Uma usina produz 350 litros de álcool com 5 toneladas de cana-de-açúcar. Quantos litros de alcool ela produzirá com 12500 kg de cana ?

1 tonelada = 1000 kg



Design: Designer-things/ Fonte: Canva

ATIVIDADE 6

Em uma cidade, 600 ônibus transportam 120000 pessoas por dia. Supondo que 200 ônibus sejam retirados de circulação e que cada automóvel leve 4 pessoas, quantos automóveis serão necessários para transportar o total de passageiros que deixam de utilizar esses ônibus?

ATIVIDADE 7

Um pequeno caminhão pode carregar 50 sacos de areia ou 400 tijolos. Se foram colocados no caminhão 32 sacos de areia, quantos tijolos pode ainda ele carregar?

Design: Karyagrafis/ Fonte: Canva

ATIVIDADE 8

Uma organização não governamental (ONG) possui estoque de alimentos suficiente para servir refeições para uma população de 750 moradores de rua durante 25 dias. Devido a um desastre natural, mais 500 pessoas necessitam de ajuda para se alimentar. Se a quantidade de alimento permanecer a mesma, esse estoque durará por:

A) 20 dias   B) 18 dias   C) 16 dias   D) 15 dias

ATIVIDADE 9

Em uma embalagem de farinha, encontra-se a receita de um bolo, sendo parte dela reproduzida a seguir:

INGREDIENTES

- **640g de farinha (equivalente a 4 xícaras)**
- **16g de fermento (equivalente a 2 colheres de sopa)**

Design: Laurel Rose / Fonte: Canva

Possuindo apenas a colher indicada na receita como unidade de medida, uma dona de casa teve que fazer algumas conversões para poder medir com precisão a farinha. Considere que a farinha e o fermento possuem densidades iguais. Cada xícara indicada na receita é equivalente a quantas colheres medidas?

A) 10   B) 20   C) 40   D) 80

ATIVIDADE 10

Certa fábrica produzia diariamente 8000 doces. Depois de contratar mais 20 funcionários, e manter o ritmo de trabalho, a produção passou para 13000 doces por dia. Qual é o número de funcionários dessa fábrica depois das contratações?

Referências

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática Bianchini:** 7º ano: manual do professor - 10. ed. - São Paulo: Moderna, 2022.

DANTE, Luiz Roberto. **Teláris Essencial** [livro eletrônico] : Matemática : 7ºano - 1. ed. -- São Paulo : Ática, 2022.

EDITORA MODERNA. **Araribá conecta matemática:** 7º ano. São Paulo, 2024.
Giovanni Júnior, José Ruy. A conquista matemática: 7º ano : ensino fundamental : anos finais – 1. ed. – São Paulo : FTD, 2022.

GOVERNO DO ESTADO INAUGURA NOVO SISTEMA AQUAVIÁRIO. Governo do Espírito santo. Disponível em: https://www.es.gov.br/Noticia/governo-do-estado-inaugura-novo-sistema-aquaviario. Acesso em: 06/03/2025.

IEZZI, Gelson. **Matemática e realidade 7º ano** - 9. ed. -- São Paulo : Atual Editora, 2018.

TEIXEIRA, Lilian Aparecida. **SuperAÇÃO!:** Matemática. 1. ed. São Paulo: Editora Moderna, 2022.

GOVERNO DO ESTADO DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

Material Estruturado

SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL | GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

7º Ano | Ensino Fundamental Anos Finais

MATEMÁTICA

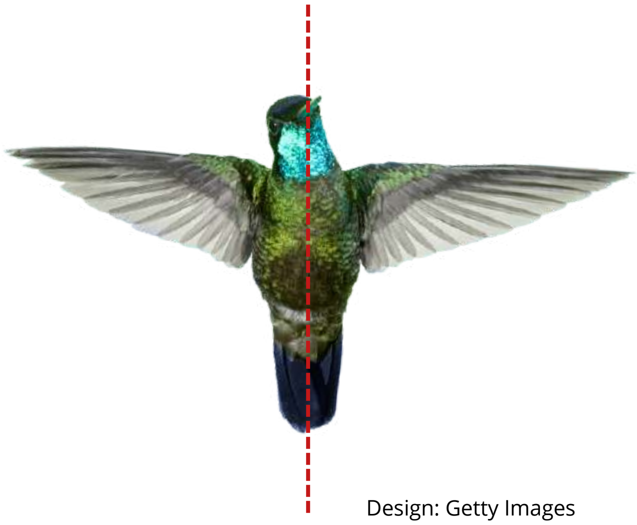
SIMETRIA E TRANSFORMAÇÕES NO PLANO

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM
EF06MA21 - Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais. **EF07MA19** - Realizar transformações de polígonos representados no plano cartesiano, decorrentes da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro. **EF07MA20** - Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem.	• Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação. • Construir figuras planas semelhantes em situações de redução. • Corresponder pontos no plano cartesiano a pares ordenados. • Realizar transformações de polígonos representados no plano cartesiano, decorrentes da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro. • Identificar a simetria ou o simétrico de uma figura poligonal no plano cartesiano. • Representar o simétrico de uma figura poligonal no plano cartesiano em relação aos eixos coordenados e à origem.

Contextualização

Santa Teresa, localizada no Espírito Santo, é um verdadeiro paraíso natural. A cidade é conhecida por sua grande diversidade de beija-flores, sendo um dos locais com maior número de espécies registradas no Brasil. Esses pequenos pássaros encantam moradores e turistas com seu voo ágil e suas cores vibrantes. Além disso, Santa Teresa também se destaca pela variedade de orquídeas, que decoram a região com suas formas e cores únicas.

Os beija-flores possuem uma característica especial: suas asas são simétricas! Isso significa que, se desenharmos um eixo imaginário passando pelo centro do corpo da ave, suas asas são praticamente espelhadas, tornando o voo mais equilibrado. Essa simetria é fundamental para que consigam voar para trás, pairar no ar e se movimentar com precisão. Da mesma forma, muitas orquídeas também possuem simetria, com pétalas distribuídas de maneira equilibrada ao redor do centro da flor.



Design: Getty Images

Nesta semana, vamos aprender mais sobre simetria, transformações no plano cartesiano e muito mais! Prepare-se para uma jornada empolgante, onde vamos explorar a construção de figuras planas semelhantes, ampliação, redução e como trabalhar com transformações de polígonos. Vamos juntos nessa!

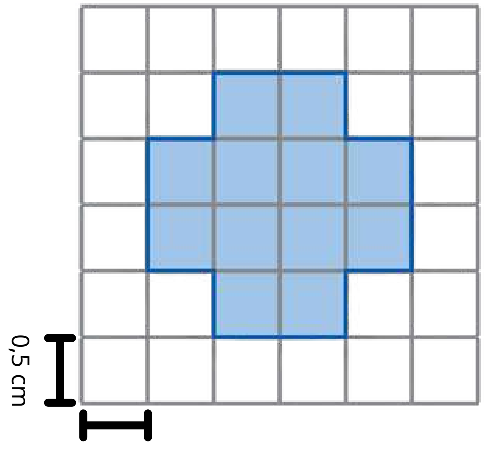
Design: Sparklestroke Global/ Fonte: Canva

Design: Spresso/ Fonte: Canva

Conceitos e Conteúdos

AMPLIAÇÃO E REDUÇÃO DE FIGURAS PLANAS

Vamos ampliar e reduzir figuras planas utilizando diferentes malhas quadriculadas. Primeiro, desenhamos uma figura em uma malha com quadradinhos de lado medindo 0,5 cm. Esta será nossa figura original.



Depois, representamos a figura original em uma malha com quadradinhos de lado medindo 1 cm, obtendo a figura I, e, em outra, com quadradinhos de lado medindo 0,25 cm, obtendo a figura II:

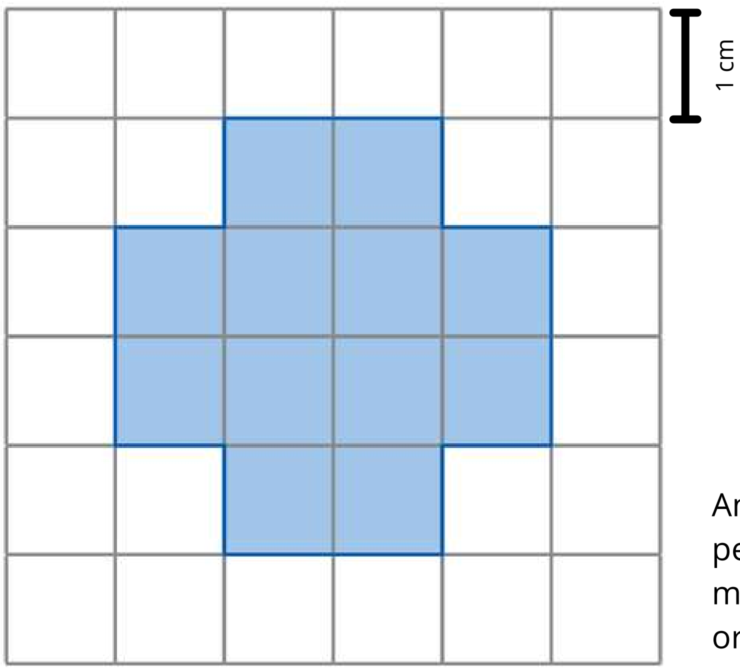


Figura 1

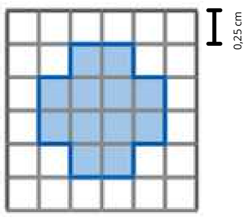


Figura 2

Analisando as figuras construídas, percebemos que as figuras I e II mantêm a forma da figura original.

Na **figura I**, as medidas das dimensões da figura original foram **duplicadas** e, na **figura II**, elas foram **reduzidas à metade**. Além disso, os ângulos nas figuras I e II são iguais aos correspondentes na figura original. Então, dizemos que a figura I é uma **ampliação** da figura original, enquanto a figura II é uma **redução** da figura original.

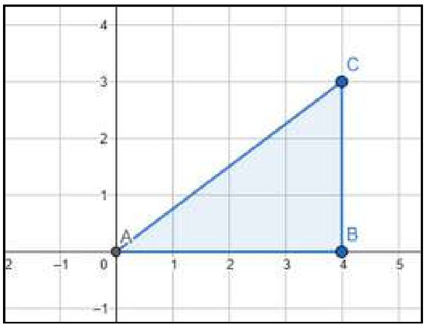
Por isso, as figuras I e II são chamadas figuras **semelhantes** à figura original.

Quando ampliamos ou reduzimos uma figura plana, todas as medidas das dimensões dela são multiplicadas por um mesmo número (uma constante) e todos os ângulos são mantidos. Desse modo, a figura mantém a forma, e o resultado é uma figura plana semelhante à original.

AMPLIAÇÃO E REDUÇÃO DE FIGURAS PLANAS NO GEOGEBRA

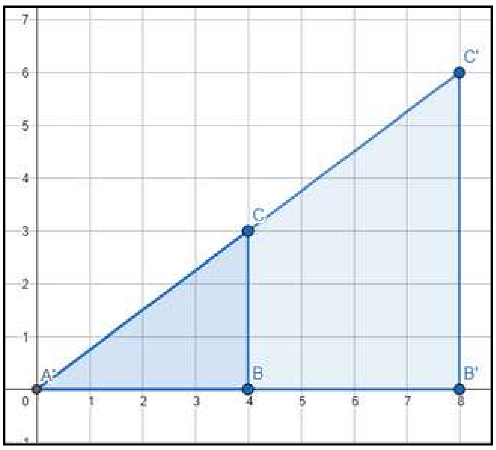
1. Acesse a ferramenta em https://www.geogebra.org/geometry.

2. Selecione a aba "Configurações", no canto superior direito da tela, e habilite as opções "Exibir Eixos" e "Exibir Malha Principal"



3. Na aba "Ferramentas Básicas", selecione o ícone "Polígono" e desenhe uma região poligonal qualquer no plano cartesiano, começando pelo ponto (0, 0), que ficará nomeado de A, e terminando no mesmo ponto.

4. Ainda na aba "Ferramentas Básicas", clique em "Mais" e escolha o ícone "Homotetia". Para usá-lo, você deve selecionar a região poligonal (clicando sobre ela); em seguida, clicar no ponto a partir do qual será feita a ampliação (nesse caso, o ponto A); e, então, digitar o fator de ampliação (digite 2). Finalmente, clique em "OK" para ver a figura ampliada.

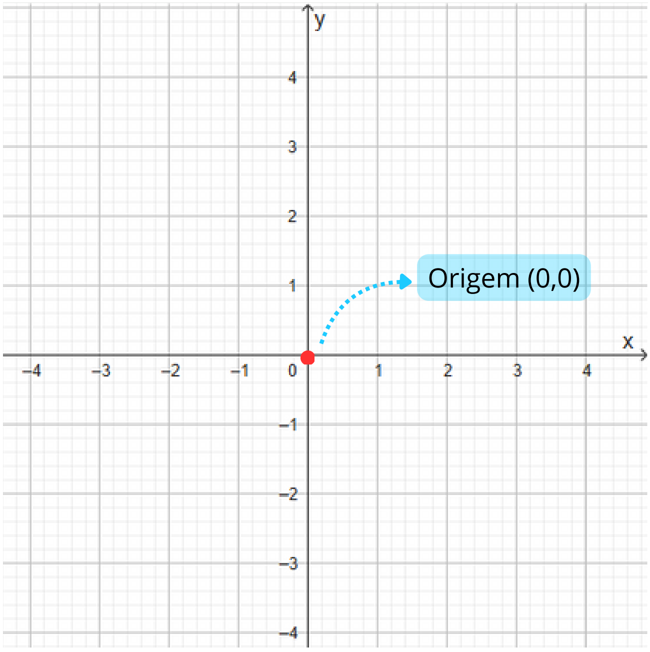


Observe que, com um fator de ampliação igual a 2, todas as dimensões da figura original foram duplicadas. Quando se utiliza um fator de ampliação menor que -1, além da ampliação, ocorre também a inversão da figura.

Para reduzir a figura original, utiliza-se um fator entre 0 e 1 (por exemplo, 0,7). Já quando o fator está entre -1 e 0, além da redução, também ocorre a inversão da figura.

O PLANO CARTESIANO E O SISTEMA DE COORDENADAS

O plano cartesiano é um sistema formado por duas retas perpendiculares chamadas eixo x (horizontal) e eixo y (vertical). Ele é usado para localizar pontos e construir figuras matemáticas de forma precisa.

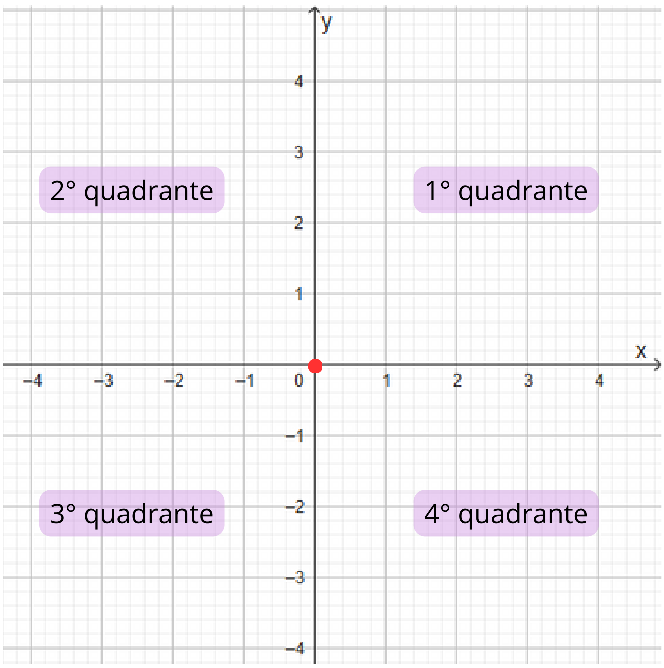


O eixo horizontal é chamado de eixo das **abscissas** (eixo X), e o eixo vertical é chamado de eixo das **ordenadas** (eixo Y).

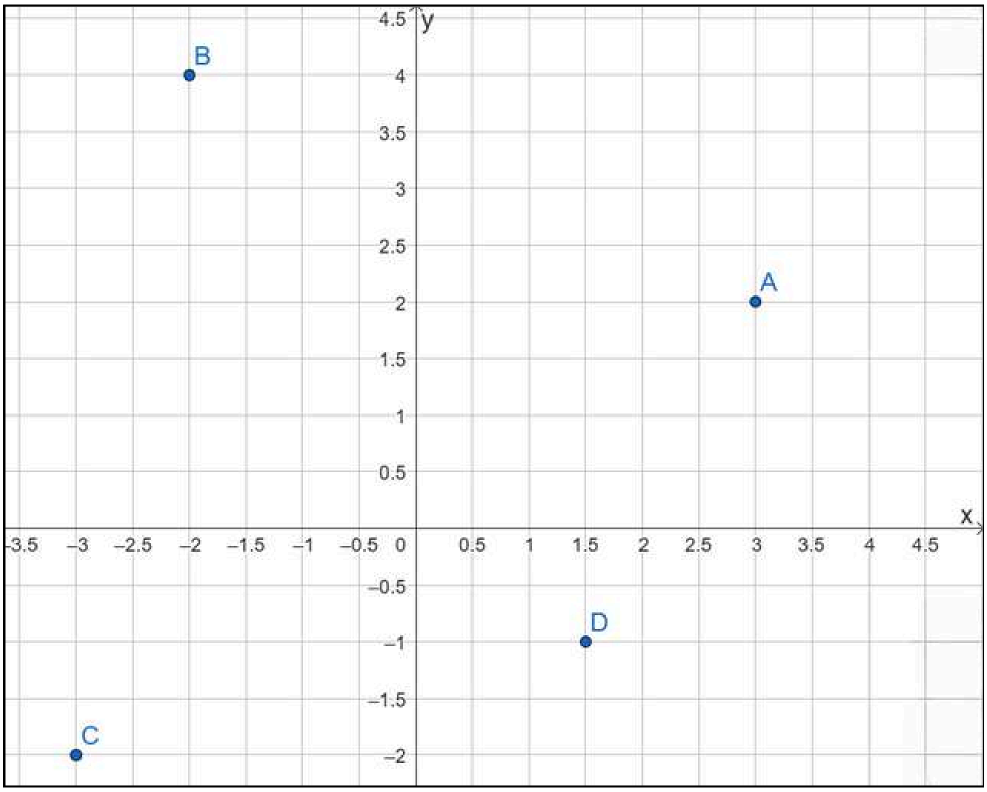
Cada ponto no plano cartesiano é representado por um par ordenado (x, y), onde:

- O primeiro número representa a posição no eixo x (horizontal).
- O segundo número representa a posição no eixo y (vertical).

Podemos dividir o plano cartesiano em **quatro quadrantes**. Eles são numerados em sentido anti-horário, começando pelo canto superior direito



Exemplo: O ponto A(3,2) está localizado 3 unidades à direita no eixo x e 2 unidades acima no eixo y. O ponto B(-2,4) está 2 unidades à esquerda no eixo x e 4 unidades acima no eixo y.



Para escrever um par ordenado, anotamos entre parênteses, separadas por vírgula (ou por ponto e vírgula), a abscissa e, depois, a ordenada.

Por exemplo, o ponto C tem coordenada x igual a -3 e y igual a -2. Então, escrevemos como C(-3,-2).

O ponto D está localizado na coordenada D = (1,5; -1). A coordenada de x é igual a 1,5. Sabemos que 1,5 é igual a $\frac{3}{2}$. Então, também podemos escrever essa coordenada como $D = \left(\frac{3}{2}, -1\right)$.

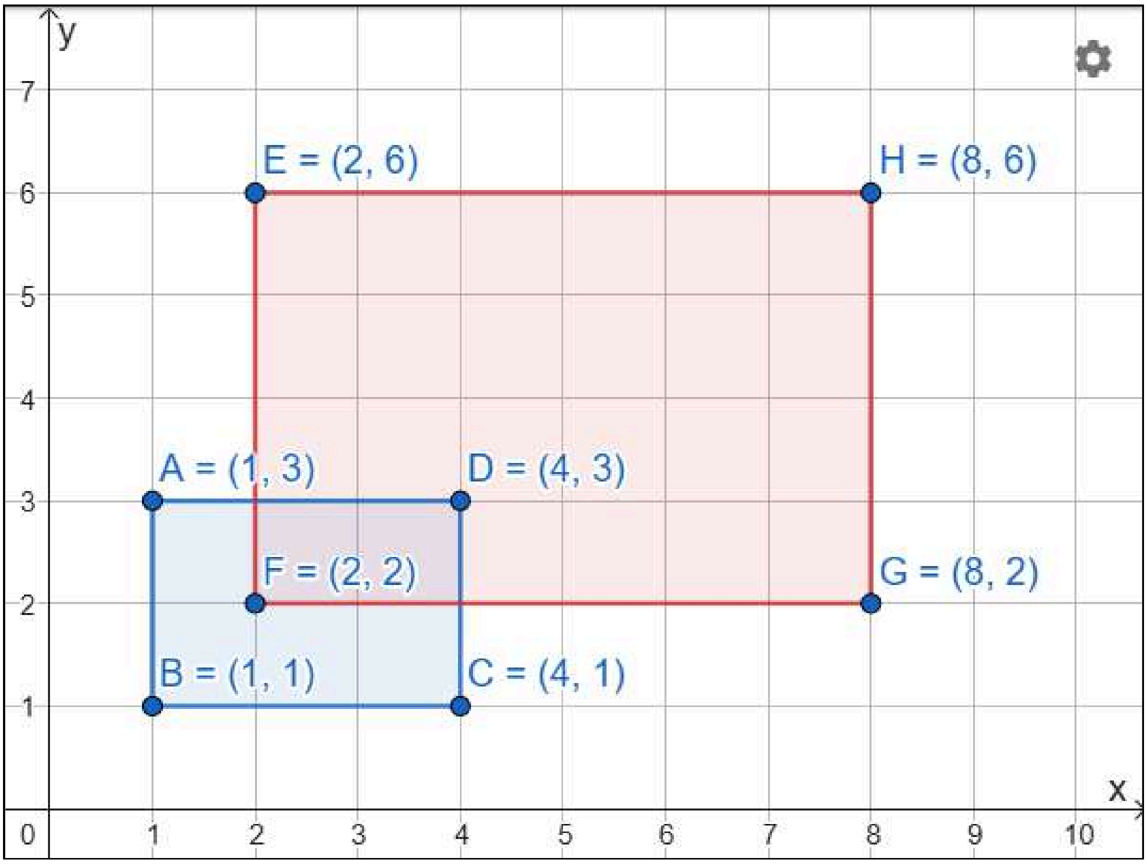
TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS NO PLANO

É possível fazer transformações geométricas que podem alterar as medidas de polígonos multiplicando as coordenadas deles por números inteiros não nulos. Acompanhe.

Multiplicando as coordenadas por números inteiros maiores que 1

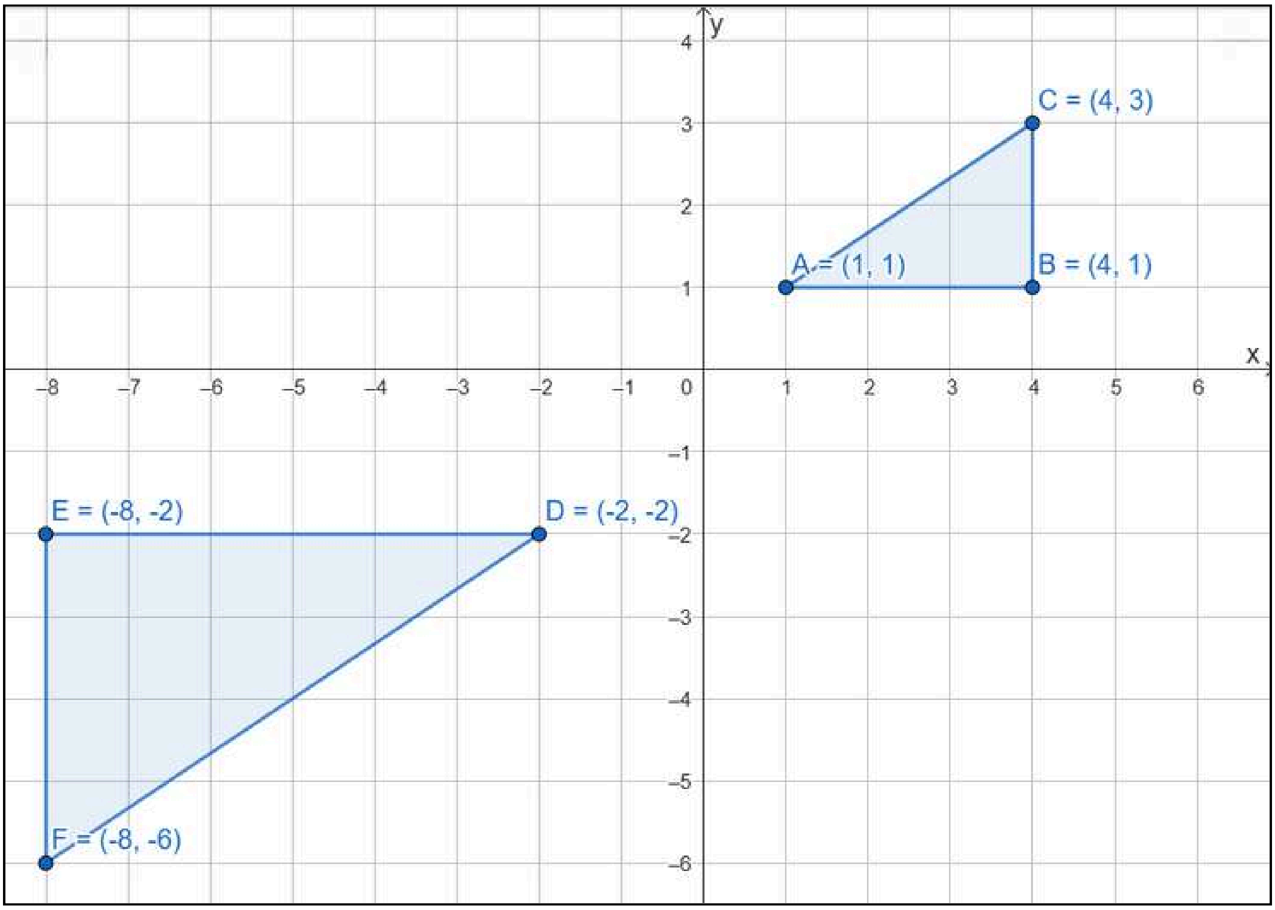
Observe as coordenadas dos vértices dos retângulos ABCD e EFGH. O retângulo EFGH foi obtido multiplicando as abscissas e ordenadas de cada vértice do retângulo ABCD por 2.

Note que, nesse caso, a forma da figura original ABCD foi mantida e as medidas de comprimento dos lados correspondentes foram duplicadas. Podemos dizer que o retângulo EFGH é uma **ampliação** do retângulo ABCD.



Multiplicando as coordenadas por números inteiros menores que −1

Observe as coordenadas dos vértices dos triângulo ABC e DEF.



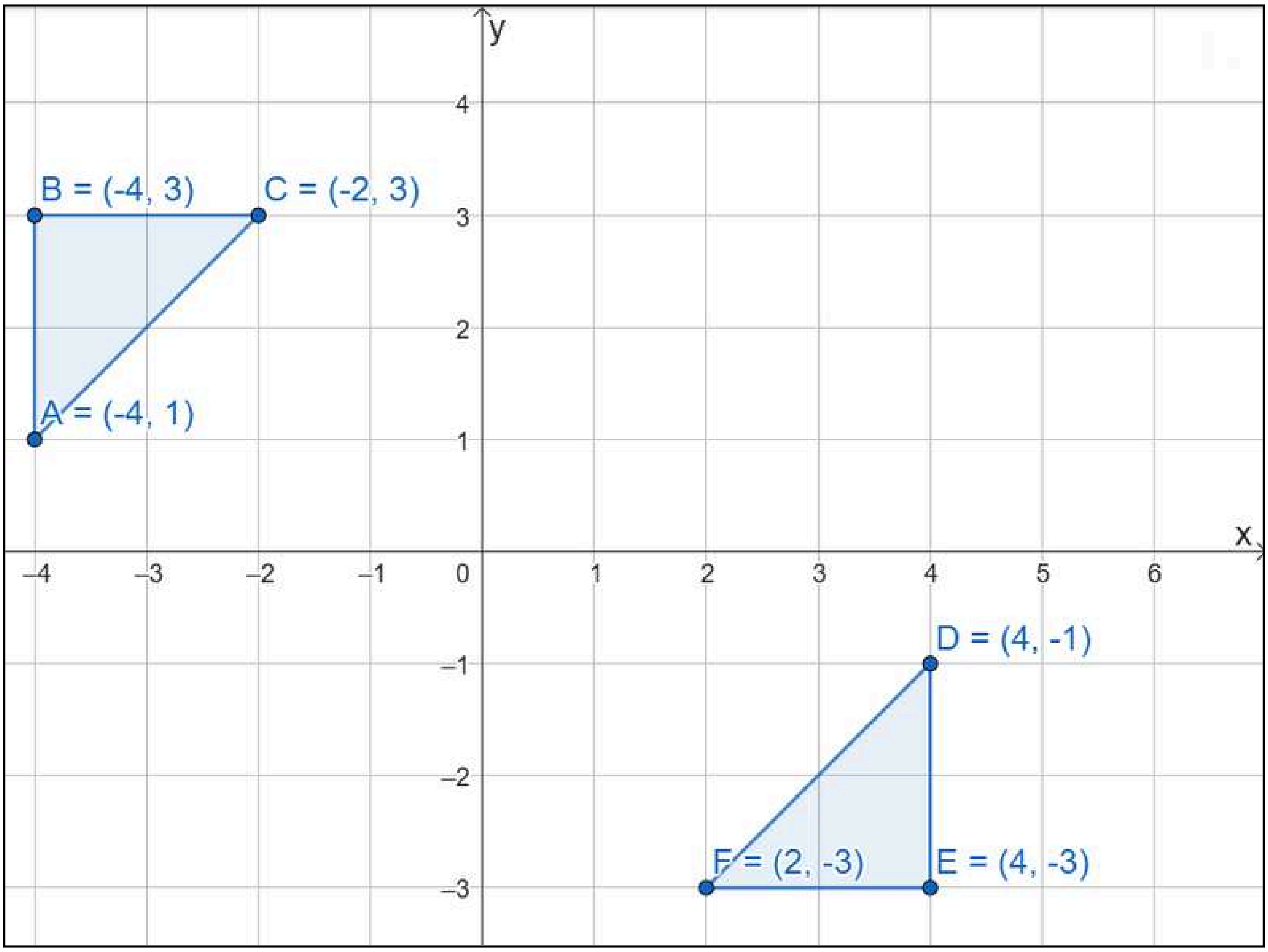
O triângulo DEF foi obtido multiplicando as abscissas e as ordenadas de cada vértice do triângulo por -2.

Note que, nesse caso, a forma da figura original ABC foi mantida e as medidas de comprimento dos lados correspondentes também foram duplicadas, porém o triângulo DEF está invertido. Podemos dizer que o triângulo DEF é uma **ampliação invertida** do triângulo ABC.

Multiplicando as coordenadas por -1

Quando multiplicamos as coordenadas de uma figura por -1, estamos refletindo essa figura no plano cartesiano. Isso significa que ela muda de posição, mas mantém seu tamanho e forma.

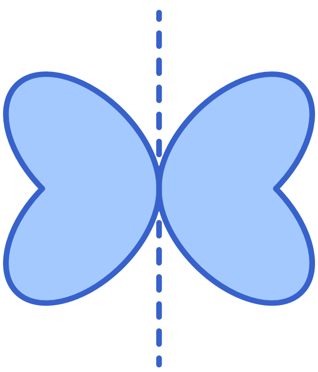
Se multiplicamos tanto X quanto Y por -1, a figura fica refletida em relação à origem (0,0), como se tivéssemos girado 180°.



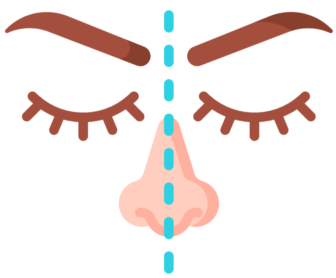
Podemos observar que os pontos do triângulo DEF são obtidos multiplicando as coordenadas do triângulo ABC por -1. Isso significa que houve uma **reflexão** na origem (0,0), mudando os sinais de X e Y. Isso confirma que a transformação foi uma rotação de 180°.

A IDEIA DE SIMETRIA

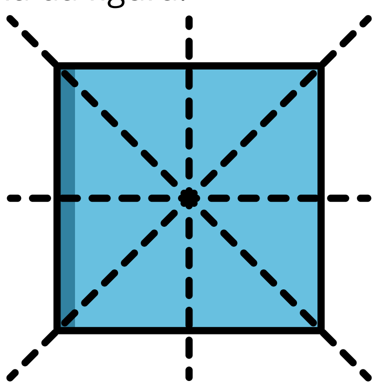
Você pode verificar se uma figura plana apresenta simetria traçando uma linha reta na figura, dividindo-a em duas partes, de modo que, dobrando a figura nessa linha, as duas partes se sobreponham e coincidam. Se houver sobreposição das duas partes, ou seja, se elas coincidirem, a figura apresenta simetria, e a linha traçada é chamada de eixo de simetria da figura.



Design: Rzsaputra/ Fonte: Canva

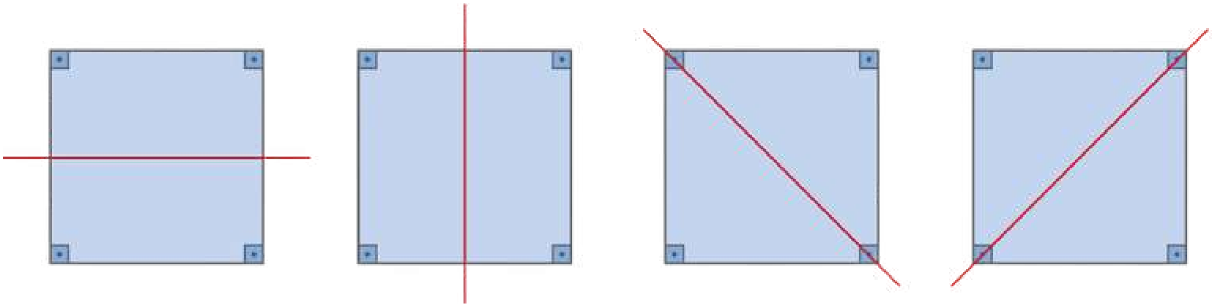


Design: Flat Icons Team / Fonte: Canva



Design: Rzsaputra/ Fonte: Canva

Note que uma figura não apresenta necessariamente um único eixo de simetria. O quadrado, por exemplo, possui quatro eixos de simetria.



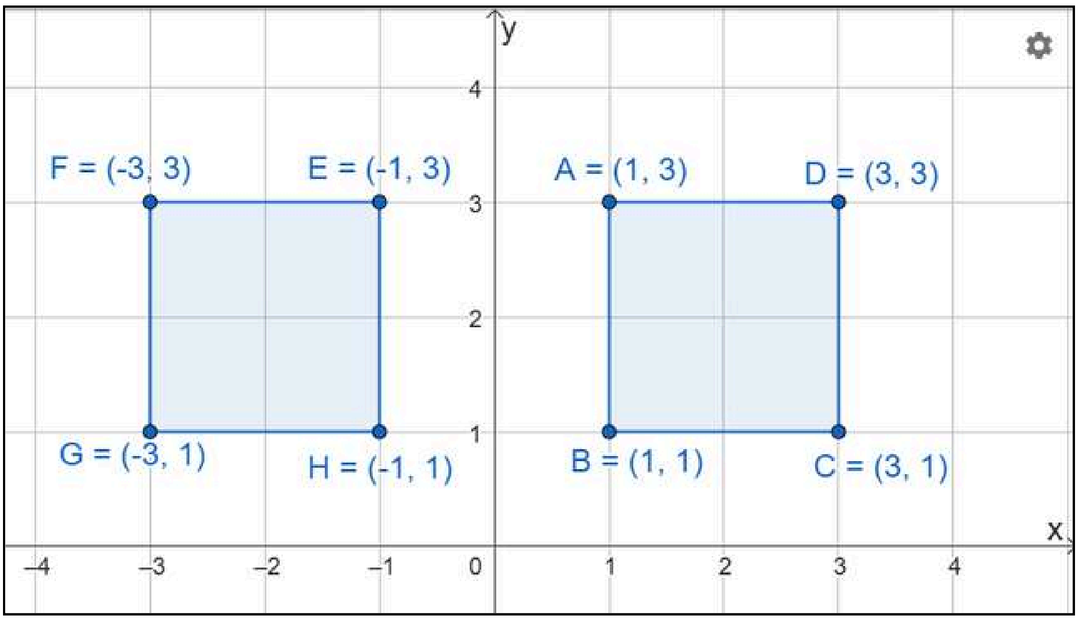
Como já vimos anteriormente, sempre que multiplicamos todas as coordenadas de um polígono por -1, obtemos um polígono **simétrico** em relação à origem (0,0). Isso significa que:

- Cada ponto do polígono original terá seu correspondente no polígono transformado, mas com sinais opostos nas coordenadas;
- O formato, tamanho e ângulos do polígono não mudam, apenas sua posição no plano cartesiano;
- Esse processo pode ser entendido como uma rotação de 180° em torno da origem.

Se quisermos encontrar apenas a simetria em relação a um eixo específico (X ou Y), devemos multiplicar apenas uma das coordenadas por -1.

Multiplicando só a coordenada de X por -1

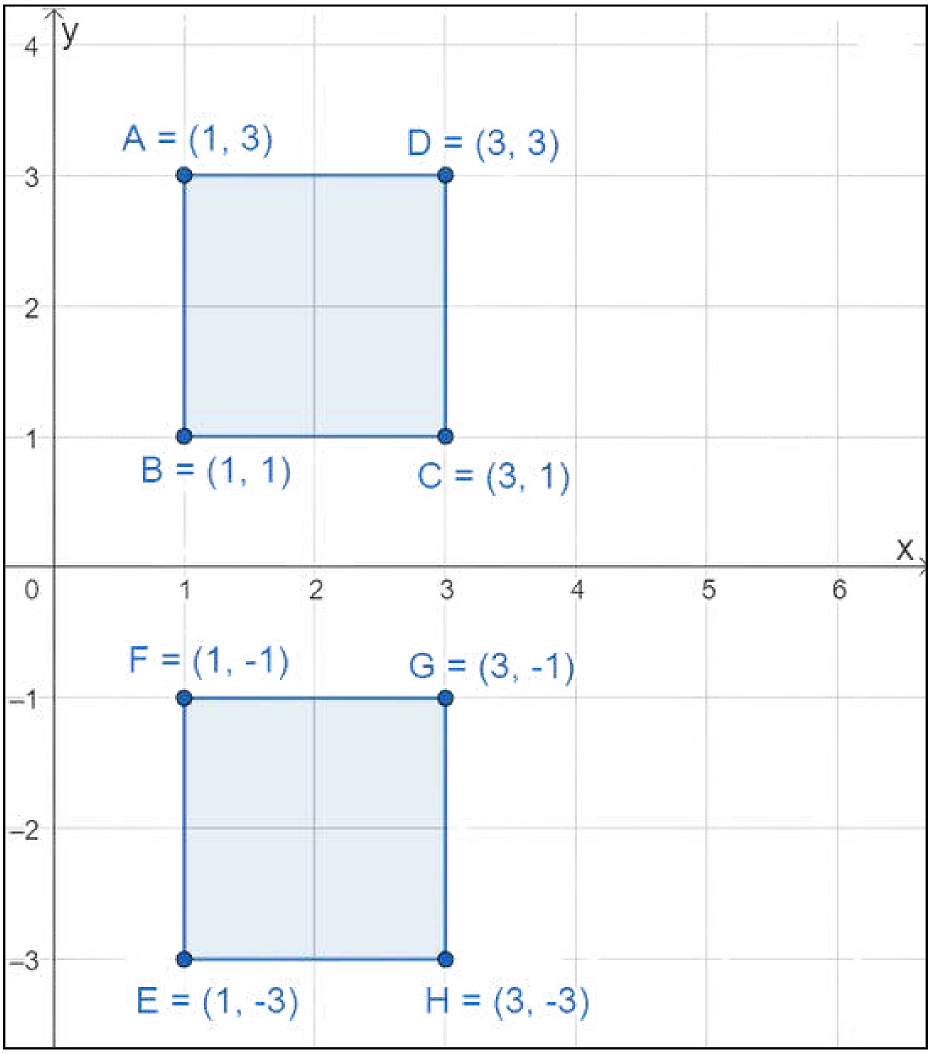
Se multiplicarmos apenas a coordenada X por -1, a figura será refletida em relação ao eixo Y. Isso significa que em cada ponto do polígono a abscissa (coordenada X) se tornará o oposto, mantendo a mesma ordenada (coordenada Y).



Repare que no quadrado ABCD multiplicamos a coordenada x de cada vértice por -1. Note que o quadrado EFGH é simétrico ao ABCD.

Multiplicando só a coordenada de Y por -1

Se multiplicarmos apenas a coordenada Y por -1, a figura será refletida em relação ao eixo X. Isso significa que em cada ponto do polígono a ordenada (coordenada Y) se tornará o oposto, mantendo a mesma abscissa (coordenada X).



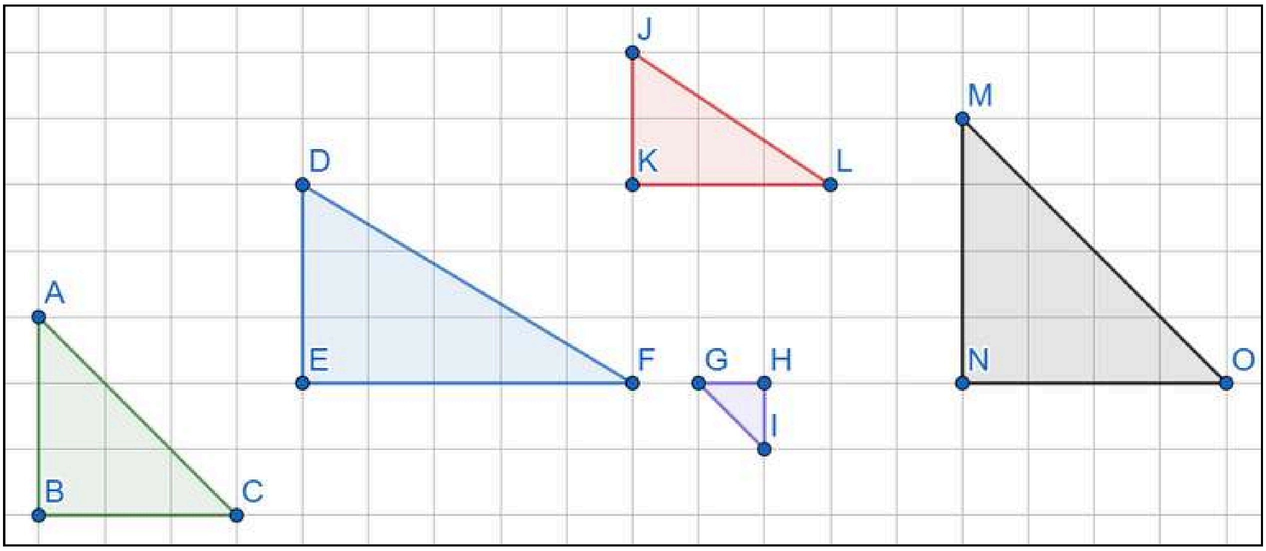
Nesse caso, o quadrado EFGH foi formado multiplicando a coordenada y de cada vértice do quadrado ABCD por -1.

A = (1, 3) → E = (1, -3).
B = (1, 1) → F = (1, -1).
C = (3, 1) → G = (3, -1).
D = (3, 3) → H = (3, -3).

Exercícios Resolvidos

EXERCÍCIO 1

Na malha quadriculada a seguir, temos uma região triangular ABC. Quais das demais regiões triângulares desenhadas são semelhantes à região ABC?



Solução:

Do triângulo ABC podemos observar que:
AB = 3
BC = 3

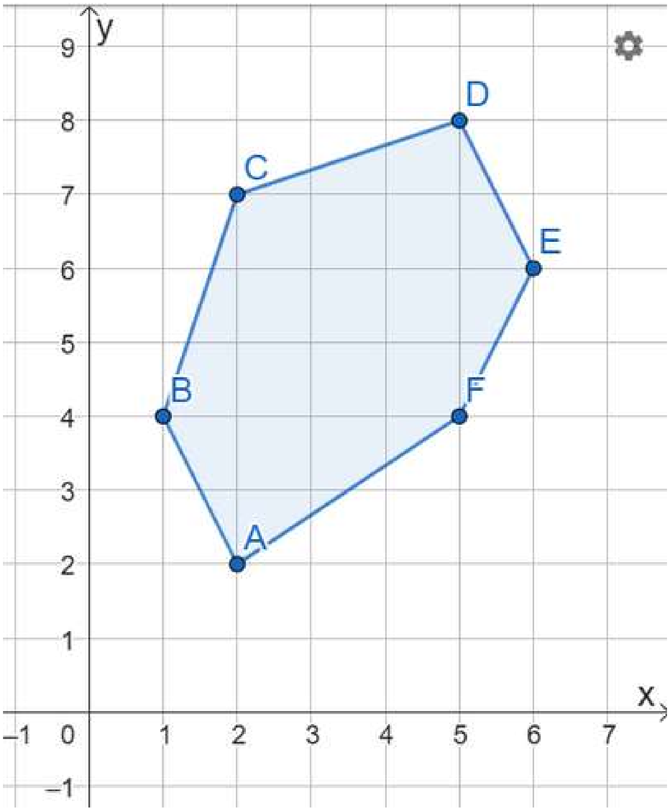
Para que um triângulo seja semelhante a ele, precisa ter lados proporcionais e ângulos internos de mesma medida. Uma condição suficiente para a semelhança é que os dois triângulos possuam dois lados correspondentes proporcionais e o ângulo entre eles congruente. Ou seja, para que um triângulo seja semelhante ao triângulo ABC ele deve apresentar dois lados de mesma medida e entre eles um ângulo reto (90º).

Isso só acontece nos triângulos GHI e MNO.

Portanto, somente os triângulos GHI e MNO são semelhantes ao triângulo ABC.

EXERCÍCIO 2

Quais são as coordenadas dos vértices do polígono representado a seguir?



Solução: temos que lembrar que para escrever um par ordenado primeiro olhamos para o eixo x e depois eixo y. E depois colocamos na forma (x,y) com o nome do ponto em letra maiúscula no início.

A(2,2)
B(1,4)
C(2,7)
D(5,8)
E(6,6)
F(5,4)

EXERCÍCIO 3

Observe as imagens a seguir. Agora, responda: em quais delas há simetria(s)?

A)

Design: JoyImage/ Fonte: Canva

B)

Design: Pixabay/ Fonte: Canva

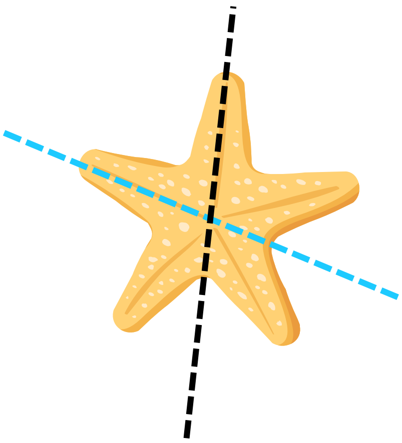
C)

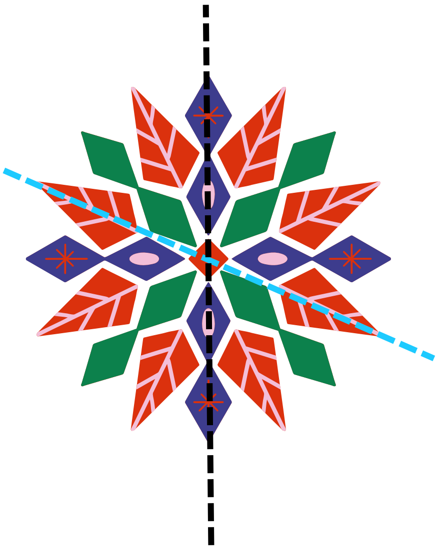
Design: Sparklestroke/ Fonte: Canva

D)

Design: Oyko studio/ Fonte: Canva

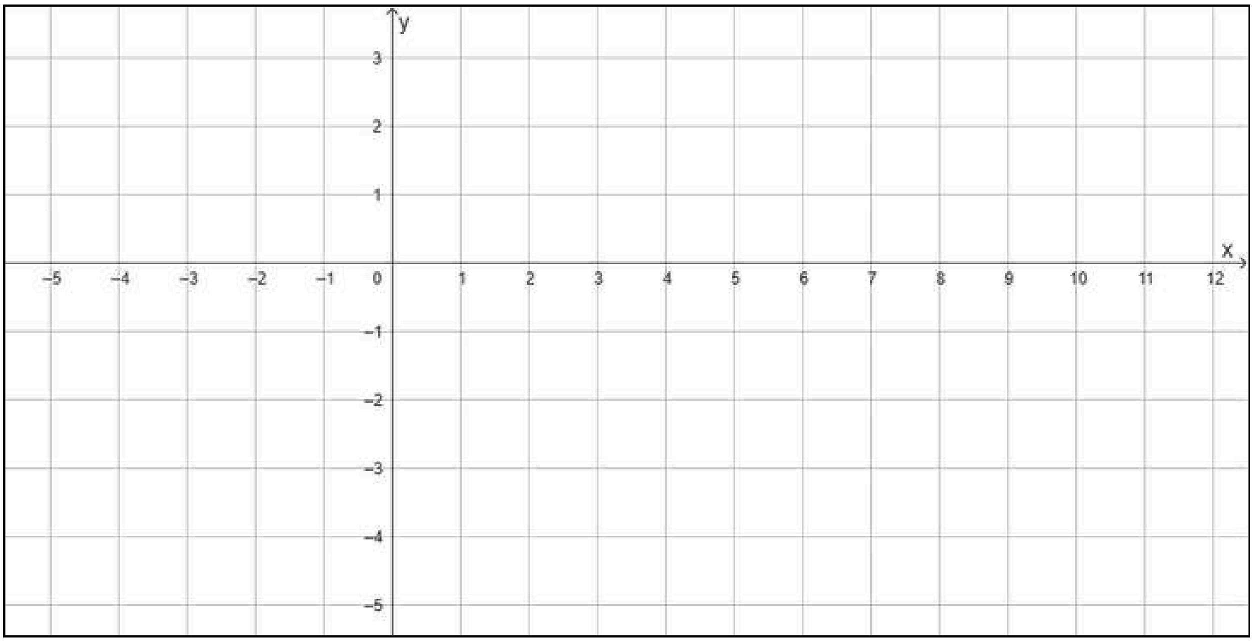
Solução: A e D pois possuem eixos de simetria. No caso dessas figuras elas têm mais de um eixo de simetria, então o aluno pode achar diferentes eixos, como por exemplos os eixos em azul.





EXERCÍCIO 4

Em uma folha de papel quadriculado determine um sistema de eixos cartesianos e represente nele o quadrado de vértices P(−4, −2), Q(−4, −4), R(−2, −4) e S(−2, −2). Multiplique apenas as abscissas do quadrado PQRS por −3 obtendo os pontos P', Q', R' e S'. Represente o quadrilátero P 'Q 'R 'S ' no mesmo sistema de eixos cartesianos.

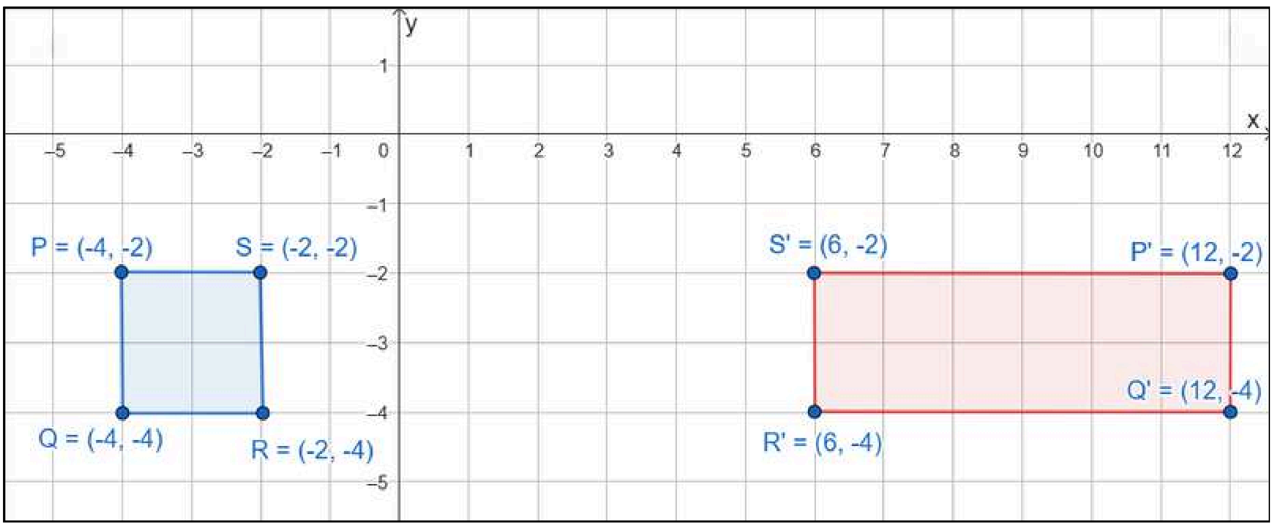


Solução:

Primeiramente, construímos o quadrado PQRS (figura azul). Depois multiplicamos as coordenadas de x (abscissa) por -3, ficando da seguinte forma:

P = (-4, -2) ⟶ P’ = (12, -2).
Q = (-4, -4) ⟶ Q’ = (12, -4).
R = (-2, -4) ⟶ R’ = (6, -4).
S = (-2,-2) ⟶ S’ = (6, -2).

Com isso, constuímos o retângulo da direita (figura vermelha).



Material Extra

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy. A conquista matemática: 7º ano: ensino fundamental: anos finais. – 1. ed. – São Paulo : FTD, 2022

Simetria, página 76.

Link para o livro:
https://issuu.com/editoraftd/docs/immp0000070079p240100020020_cara-reduz

Dante, Luiz Roberto. Teláris Essencial : Matemática : 7º ano - 1. ed. -- São Paulo : Ática, 2022.

Simetria, página 250.

Link para o livro:
https://storage.googleapis.com/edocente-content-production/PNLD/PNLD_2024_OBJETO_1/Atica/Matematica/index_matematica_7ano_MP.pdf

Atividades

ATIVIDADE 1

O Centro de Visitantes da Fundação Projeto Tamar de Vitória foi inaugurado em novembro de 2012, está instalado no Parque Municipal Ilha do Papagaio, que tem uma gestão compartilhada entre a Prefeitura Municipal de Vitória e a Fundação Projeto Tamar.

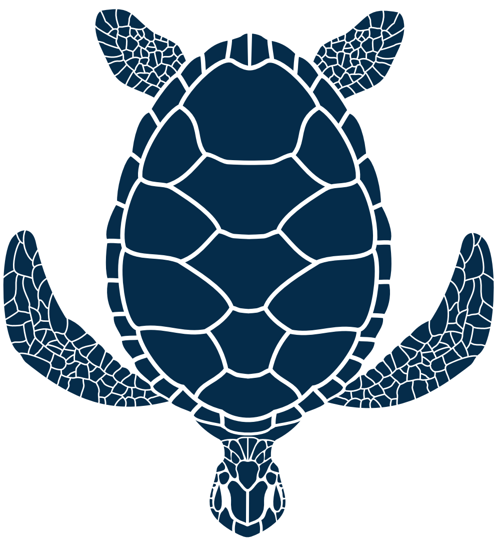
No local, são realizadas atividades de educação e sensibilização ambiental com crianças e adultos. O visitante encontrará um roteiro interpretativo com muitas informações a respeito das ações de pesquisa e conservação das tartarugas marinhas no Brasil.

Foto: João Alexandre Peschanski Fonte: wikimedia commons

O Projeto trabalha na pesquisa, proteção e manejo das cinco espécies de tartarugas marinhas que ocorrem no Brasil, todas ameaçadas de extinção: Tartaruga-verde, Tartaruga-cabeçuda, Tartaruga-de-couro, Tartaruga-de-pente, e Tartaruga-oliva.

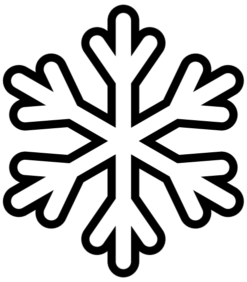
Esboce o eixo de simetria da tartaruga abaixo.

Design: Graphixmania/ Fonte: Canva

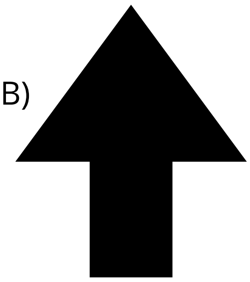

Design: Vectortradition/ Fonte: Canva

ATIVIDADE 2

Entre as figuras abaixo, quais possuem eixo de simetria? Quais possuem mais de um eixo de simetria?

A) 

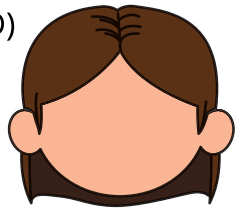
Design: Pixabay/ Fonte: Canva

B) 

Design: Creavora/ Fonte: Canva

C) 

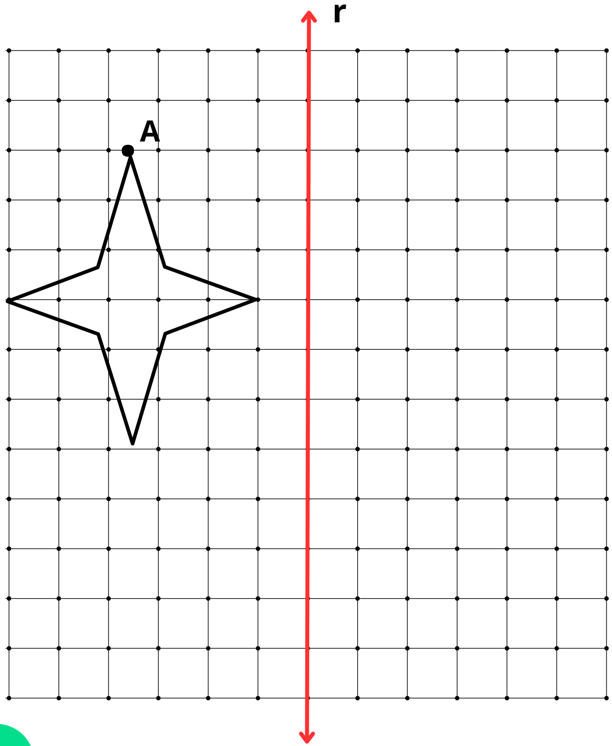
Design: Stediaco/ Fonte: Canva

D) 

Design: Vectorfair J/ Fonte: Canva

ATIVIDADE 3

Desenhe a figura simétrica da estrela em relação à reta r e marque o ponto A’ , simétrico do ponto A, destacado na estrela.



Design: Choyi.id/ Fonte: Canva

ATIVIDADE 4

Algumas letras, depois de refletidas em uma reta horizontal, permanecem inalteradas, enquanto outras mudam. No exemplo abaixo, a letra C permanece inalterada, e a letra T muda.

eixo de reflexão

A) No alfabeto há 9 letras maiúsculas com essa propriedade. Quais são elas?

Design: Sketchify Philippines/ Fonte: Canva

B) Agora, represente as palavras abaixo refletidas no eixo de simetria.

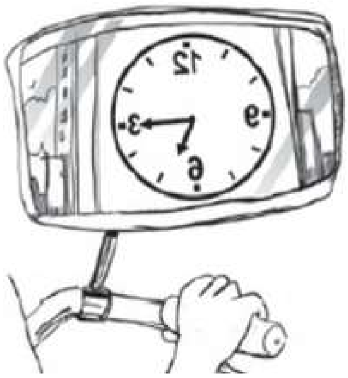
BICHO **LIVRO** **DECIDIDO** **OVO** **SOL**

eixo de simetria

ATIVIDADE 5

(OBMEP) Benjamim passava pela praça de Quixajuba quando viu o relógio da praça pelo espelho da bicicleta, como na figura.

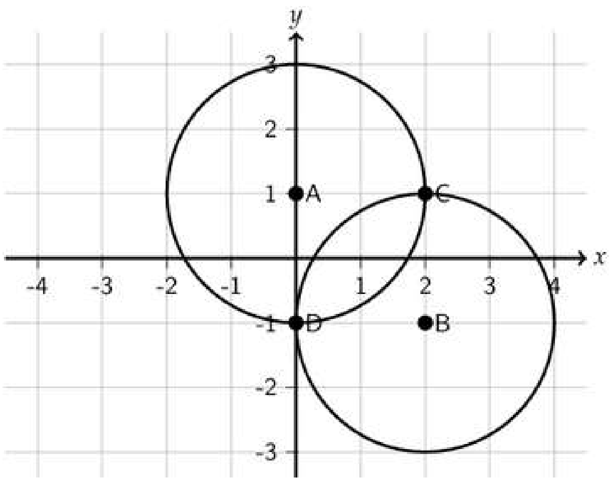
Que horas o relógio estava marcando?



Fonte: OBMEP

ATIVIDADE 6

Com relação a circunferência abaixo, responda:



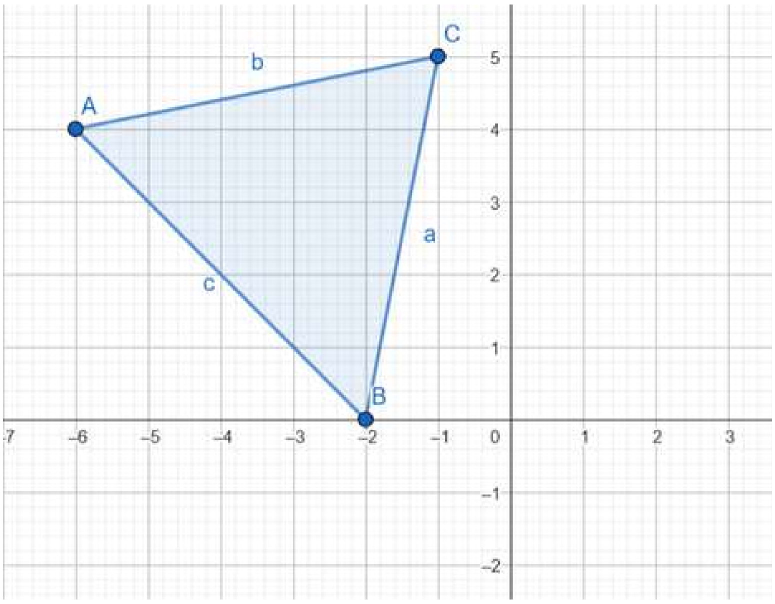
A) Quais as coordenadas dos pontos A e B?

B) Quais as coordenadas dos pontos de interseção das circunferências?

Interseção de circunferências refere-se à região ou pontos que dois ou mais círculos têm em comum.

ATIVIDADE 7

No quadriculado abaixo determine:

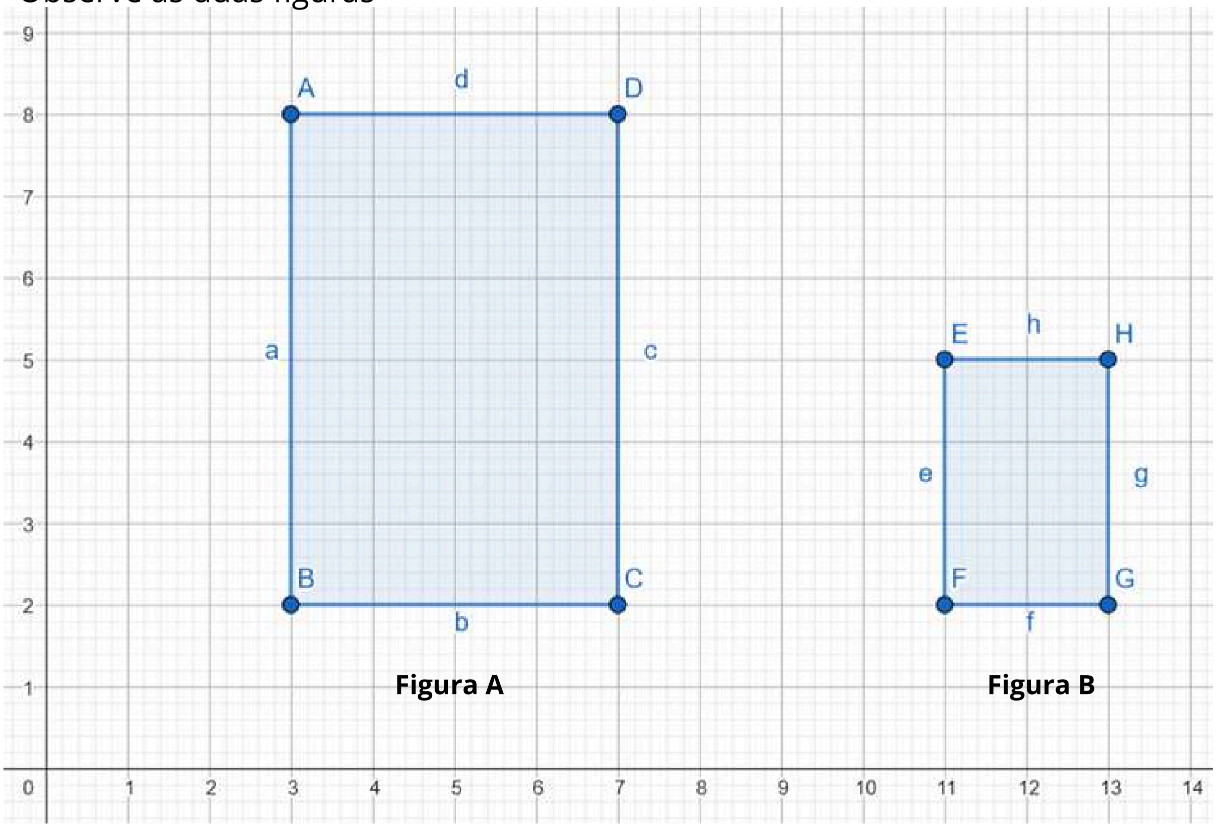


A) Os pares ordenados dos vértices do triângulo ABC.

B) Se multiplicarmos as coordenadas dos vértices do triângulo por -1, quais serão suas novas posições e em qual quadrante ele estará localizado?

ATIVIDADE 8

Observe as duas figuras

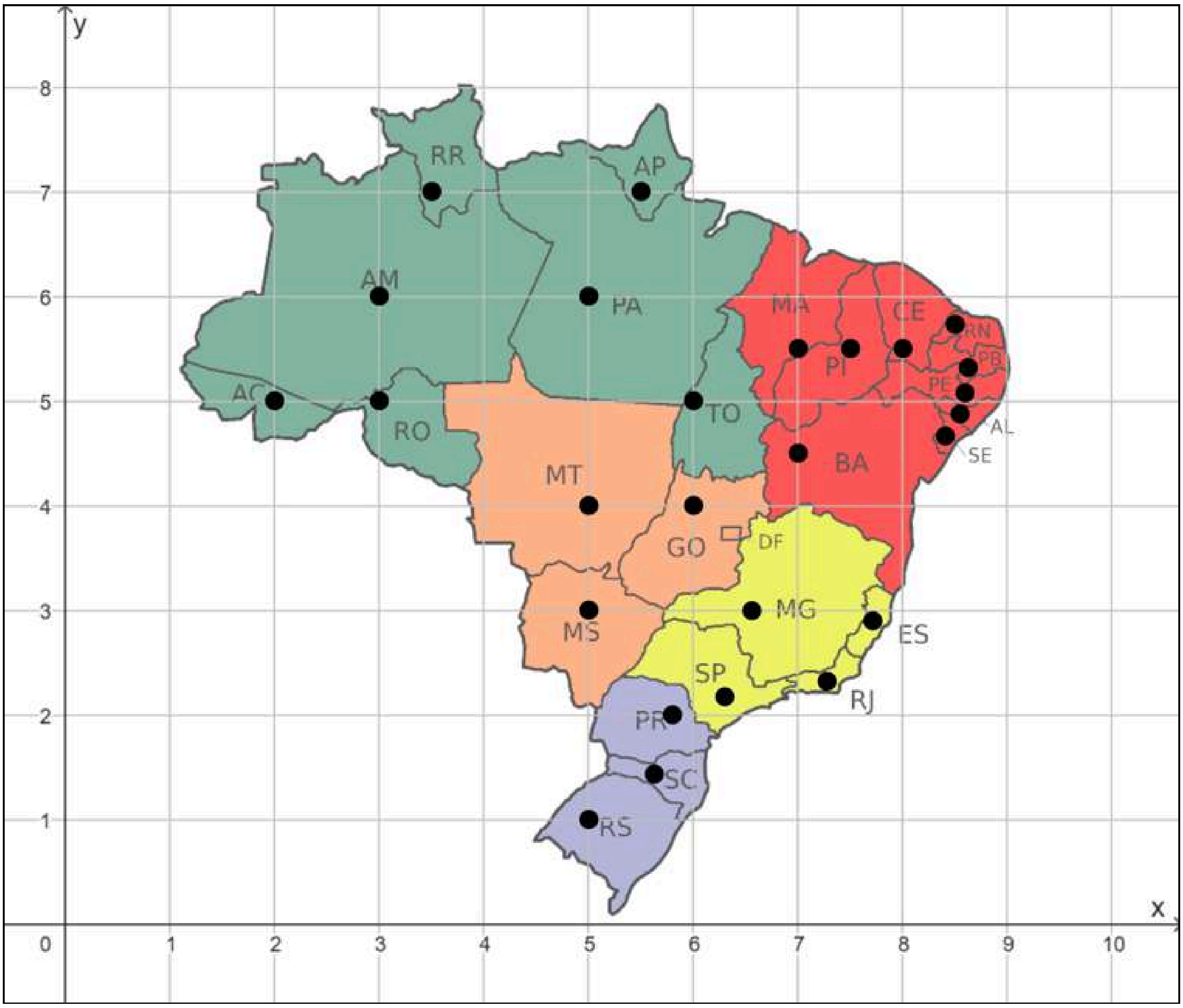


Durante uma aula, um professor apresentou aos alunos a figura A e B. João disse que a figura B era uma redução da figura A. Karine disse que não era uma redução porque a figura B não era proporcional à figura A.

Como saber se a figura B é ou não é uma redução da figura A?

ATIVIDADE 9

O mapa do Brasil foi disposto em uma malha quadriculada..



Considerando a localização dos pontos marcados em alguns estados brasileiros e suas respectivas coordenadas, analise e classifique as afirmações a seguir em verdadeiras (V) ou falsas (F)

A) (   ) O ponto assinalado no estado do Acre está localizado nas coordenadas (5,2).

B) (   ) O ponto assinalado no estado do Goiás está localizado nas coordenadas (6,4).

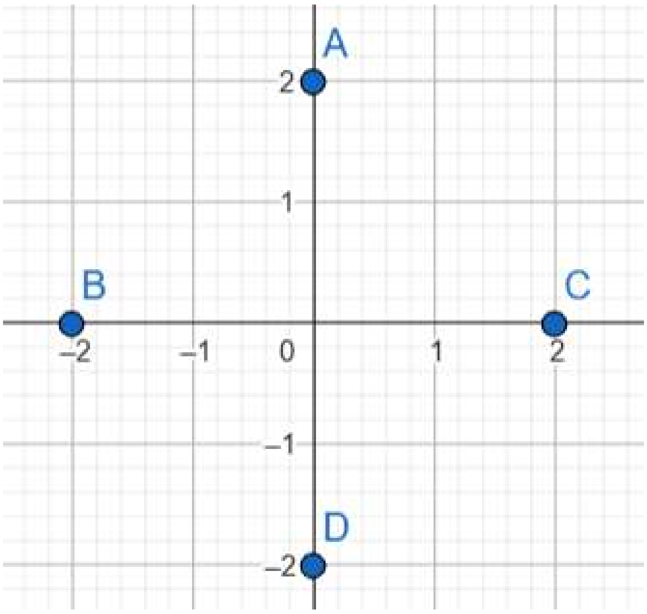
C) (   ) O ponto assinalado no estado do Rio Grande do Sul está localizado nas coordenadas (5,1).

D) (   ) O ponto assinalado no estado do Bahia está localizado nas coordenadas (7,5)

E) (   ) O ponto assinalado no estado do Pará está localizado nas coordenadas (5,6).

ATIVIDADE 10

Qual o ponto que possui abscissa 2 e ordenada 0?



A) A B) B C) C D) D

Referências

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática Bianchini:** 7º ano: manual do professor - 10. ed. - São Paulo: Moderna, 2022.

DANTE, Luiz Roberto. **Teláris Essencial** [livro eletrônico] : Matemática : 7ºano - 1. ed. -- São Paulo : Ática, 2022.

EDITORA MODERNA. **Araribá conecta matemática:** 7º ano. São Paulo, 2024.
Giovanni Júnior, José Ruy. A conquista matemática: 7º ano : ensino fundamental : anos finais – 1. ed. – São Paulo : FTD, 2022.

IEZZI, Gelson. **Matemática e realidade 7º ano** - 9. ed. -- São Paulo : Atual Editora, 2018.

Santa Teresa, a terra dos beija-flores e das orquídeas. ESBrasil, 2022. Disponível em: https://esbrasil.com.br/santa-teresa-terra-dos-beija-flores-e-das-orquideas/. Acesso: 09/03/2025.

TEIXEIRA, Lilian Aparecida. **SuperAÇÃO!:** Matemática. 1. ed. São Paulo: Editora Moderna, 2022.