GOVERNO DO ESTADO DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

Material Estruturado

SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL — GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

7º Ano | Ensino Fundamental Anos Finais

MATEMÁTICA

SIMETRIA

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM
EF07MA21 - Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros.	• Reconhecer figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão. • Construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica. • Associar o estudo de figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros.

Contextualização

Os tapetes de Corpus Christi de Castelo, no Espírito Santo, são uma manifestação cultural e religiosa que atrai milhares de visitantes anualmente. Em alguns anos a cidade já recebeu cerca de 108 mil pessoas para a festa, consolidando-se como um dos principais destinos turísticos do estado durante a celebração.

A confecção dos tapetes envolve mais de 3 mil voluntários que, juntos, elaboram aproximadamente 2,5 quilômetros de tapetes coloridos pelas ruas de Castelo. Essas obras de arte efêmeras são feitas com materiais como palha de café, pó de café, pó de pneu, pó de serra, pedras, folhas, cipreste, flores e papel.

O evento é marcado pela união da comunidade, onde voluntários se dedicam à criação dos tapetes, tornando a cidade ainda mais vibrante e colorida. A tradição e a fé são evidentes nas imagens registradas, mostrando os tapetes enfeitando as ruas do município.

Os tapetes não são apenas uma expressão de fé e cultura, mas também um verdadeiro espetáculo geométrico. Os voluntários utilizam diferentes padrões e formas, muitas das quais apresentam simetrias de translação, rotação e reflexão. Quando observamos os tapetes ao longo das ruas, percebemos que os desenhos se repetem em intervalos regulares (translação), algumas figuras aparecem espelhadas (reflexão) e certos padrões giram em torno de um ponto central (rotação), criando um efeito harmonioso e equilibrado.

Nesta semana, vamos estudar como essas transformações geométricas ocorrem e como podemos aplicá-las para reconhecer e construir figuras no plano cartesiano. Prepare-se para explorar a Matemática por trás dessa tradição incrível!

Tapetes de Corpus Christi - Castelo/ES
Autor: JV Andrade - Assembleia Legislativa
Disponível: https://www.flickr.com/photos/assembleialegislativaes/albums/72177720309007870/with/52970137339.
Acesso: 30 de abril de 2025.

Conceitos e Conteúdos

A ideia de simetria não fica restrita apenas a uma figura. Duas figuras podem ser simétricas uma em relação à outra. Nesta semana, vamos estudar os três principais tipos de simetria, que são: **reflexão**, **translação** e **rotação**. Essas simetrias podem ser aplicadas em qualquer figura plana ou polígono e são exemplos de transformações geométricas. As figuras obtidas por transformações geométricas são imagens da original.

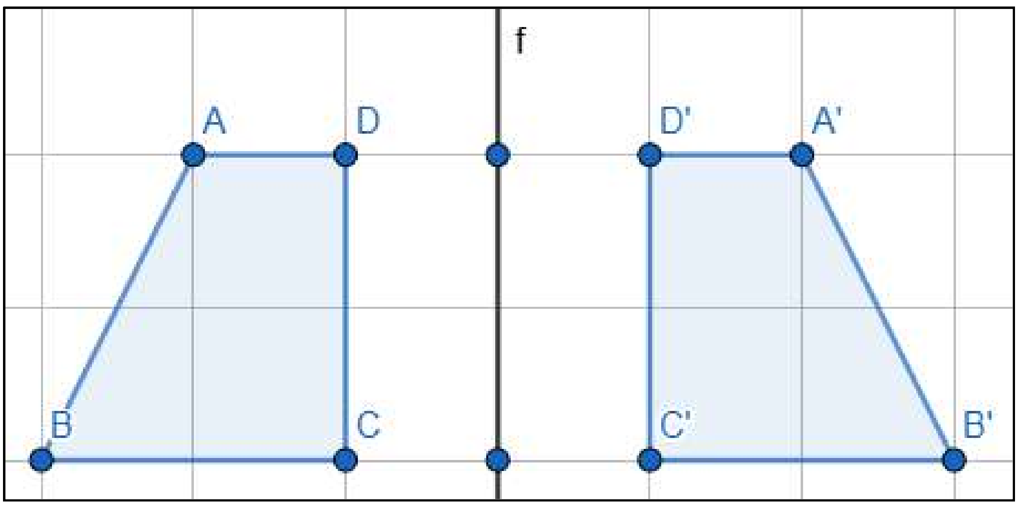
REFLEXÃO

Uma figura pode ser refletida em um plano de dois modos: em relação a uma reta ou a um ponto.

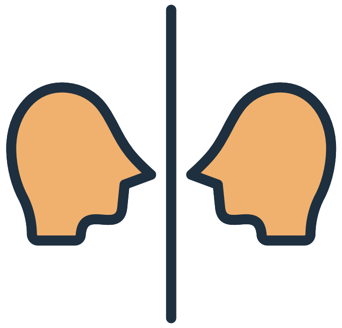
Vamos estudar os dois casos a seguir.

Reflexão em relação a uma reta

Na figura abaixo, o quadrilátero A'B'C'D’ foi obtido do quadrilátero ABCD por meio da reflexão em relação à reta f indicada. Dizemos que esses dois quadriláteros são simétricos em relação à reta f, que é o **eixo de reflexão** ou **eixo de simetria**, e que o quadrilátero A'B'C'D’ é a **imagem** do quadrilátero ABCD.



A reflexão mantém todas as medidas: distâncias, ângulos, formato e tamanho. Assim, a figura inicial e sua imagem refletida em relação a uma reta são **congruentes**.



Design: Gravisio / Fonte: Canva

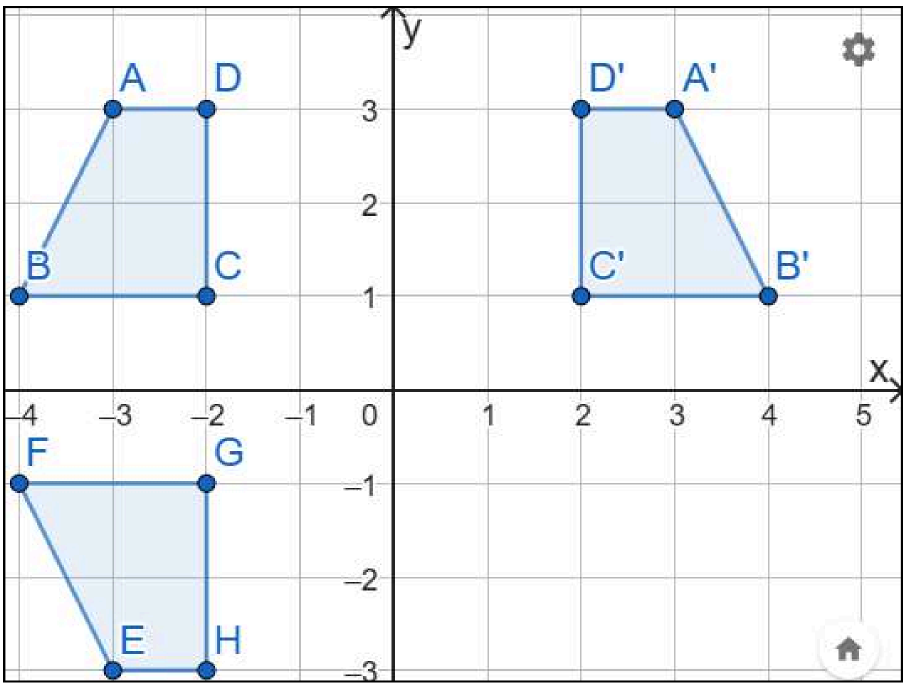
Congruência significa que duas figuras geométricas têm a mesma forma e o mesmo tamanho. Se você puder sobrepor uma sobre a outra e elas coincidirem perfeitamente, são congruentes.

Observe que, quando refletimos uma figura em relação a uma reta (ou no espelho, ou na superfície de um rio), a figura obtida (imagem) tem mesmo formato e mesmo tamanho; porém, fica virada ao contrário (imagem reversa) em relação à figura inicial.

Reflexão de figuras em relação aos eixos do plano cartesiano

Podemos encontrar simetria de qualquer forma em relação aos eixos do plano cartesino.

- O quadrilátero ABCD é simétrico ao quadrilátero A'B'C'D' em relação ao eixo y;
- O quadrilátero ABCD é simétrico ao quadrilátero EFGH em relação ao eixo x.



Quando refletimos uma figura em relação ao eixo y, as coordenadas dos pontos mudam da seguinte forma:

- A coordenada x dos pontos muda de sinal.
- A coordenada y permanece a mesma.

Como exemplo, podemos olhar para o ponto, que muda simplesmente o valor da coordenada de **x**.

A (- 3, 3) → A' (3, 3)

Agora, analisemos a reflexão do quadrilátero ABCD para formar o quadrilátero EFGH, refletido em relação ao eixo x.

- A coordenada x permanece a mesma.
- A coordenada y dos pontos muda de sinal.

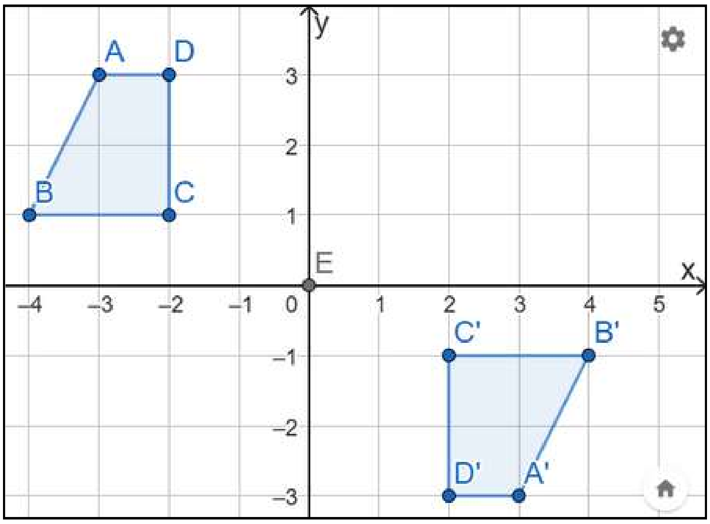
Como exemplo podemos olhar para o ponto, que muda simplesmente o valor da coordenada de **y**.

A (- 3, 3) → A' (- 3, - 3)

Reflexão em relação a um ponto

Podemos encontrar a simétrica de qualquer figura em relação à origem do plano cartesiano. Considere a representação a seguir.

Neste exemplo, o quadrilátero A'B'C'D' é a imagem simétrica do quadrilátero ABCD em relação à origem do plano cartesiano (ponto E). Assim, cada ponto do quadrilátero possui um simétrico em relação à origem, de forma que as distâncias do *ponto à origem* e do *simétrico à origem* **sejam iguais**.



Em outras palavras, para cada ponto do quadrilátero original, como A, existe um ponto correspondente, A', tal que a origem é o ponto médio do segmento que liga A a A'. O mesmo vale para os outros vértices B, C e D.

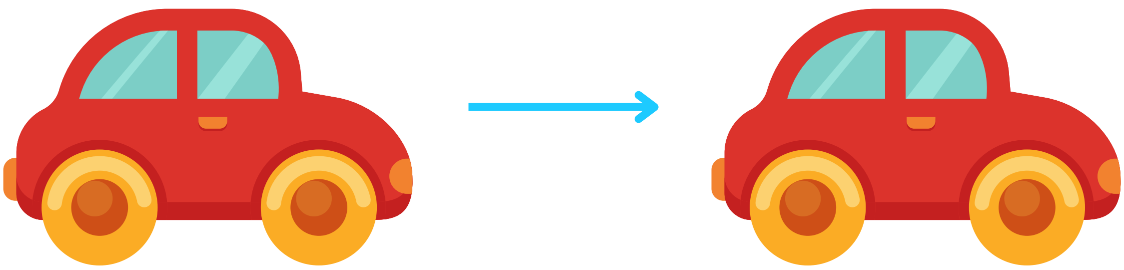
No plano cartesiano, a **origem** é o ponto onde os dois eixos — o eixo horizontal (x) e o eixo vertical (y) — se cruzam. Esse ponto é representado pelas coordenadas (0, 0). Ele é como um “ponto de partida” para localizar outros pontos no plano.

Para refletir um ponto em relação à origem, basta trocar o sinal das duas coordenadas.

Como exemplo na figura anterior o ponto C (-2, 1), trocamos ambas as coordenadas e temos a reflexão em relação a origem que é o ponto C' (2, -1).

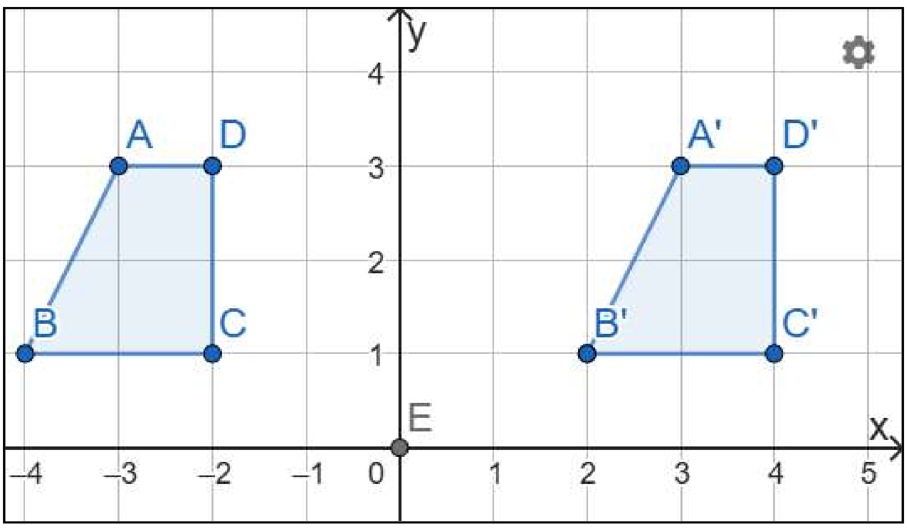
TRANSLAÇÃO

Quando movemos uma figura no plano, mantendo sua orientação e forma, sem girar nem deformar, estamos realizando uma translação. A figura se desloca de um ponto a outro, e todos os seus pontos percorrem a mesma distância, na mesma direção e sentido definidos para o movimento.



Design: Distrologo / Fonte: Canva

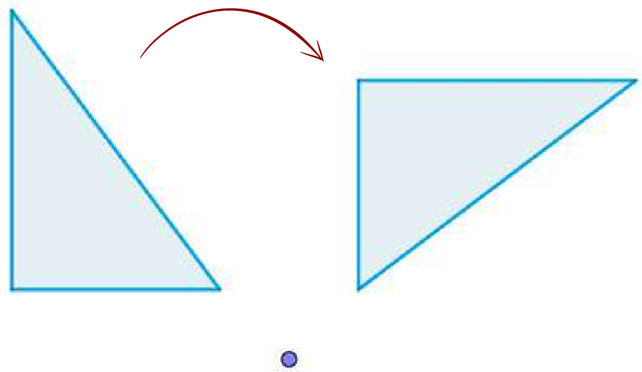
Quando uma figura é obtida a partir de outra, fazendo um deslocamento de todos os pontos dela, na mesma direção, no mesmo sentido e na mesma medida de distância, temos um caso de simetria de translação. Também aqui, a figura inicial e a figura transladada têm a mesma forma e o mesmo tamanho. Vemos no exemplo abaixo, todos os pontos do quadrilátero foram deslocados para a direita 6 quadrados.

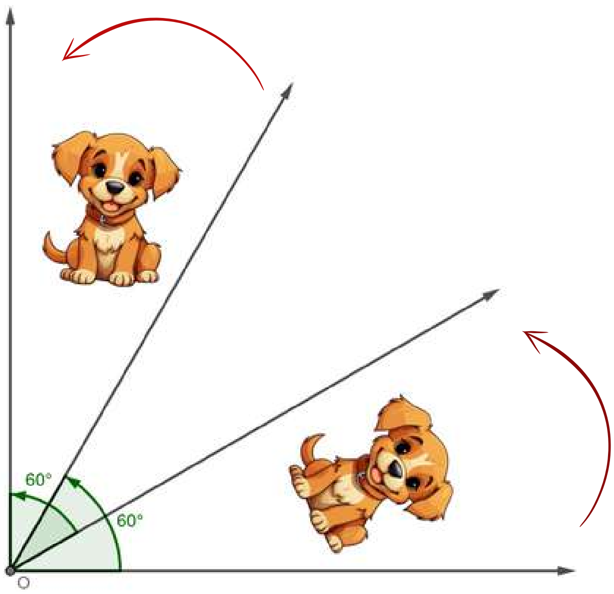


ROTAÇÃO

Quando o movimento aplicado à figura é um giro de determinado número de graus em torno de um ponto, estamos realizando uma rotação. Esse ponto é chamado de centro da rotação.

A rotação também preserva o formato e o tamanho das figuras. Desse modo, a imagem obtida pelas rotações é uma figura congruente à figura inicial.

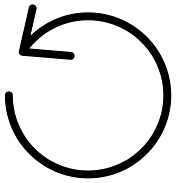




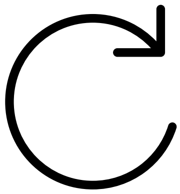
Design: Typstudio/ Fonte: Canva

Lembre-se:

Sentido anti-horário



Sentido horário:

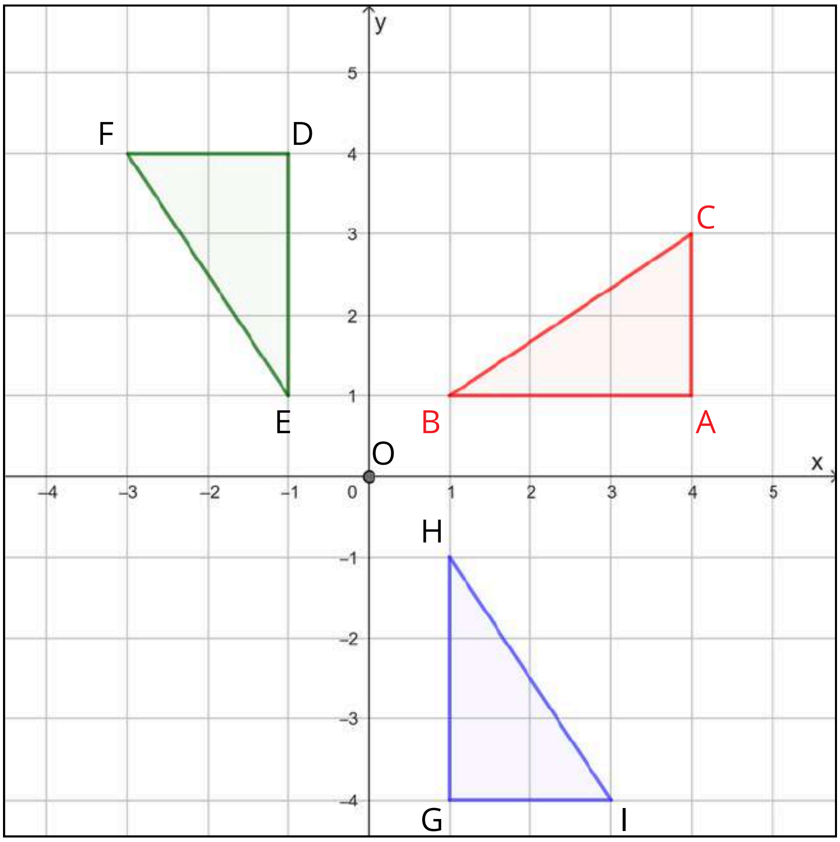


Design: Noun project / Fonte: Canva

A ponta seca do compasso é a parte que fica fixada no papel durante a construção de circunferências ou arcos.

Design: Sketchify / Fonte: Canva

O triângulo a seguir DEF é a figura obtida do triângulo ABC por uma rotação de um quarto de volta (90°) em torno do ponto O, origem do plano cartesiano, no sentido anti-horário. Esse fato pode ser verificado com um compasso. Com a ponta-seca do compasso em O e abertura AO, giramos 90° no sentido antihorário e obtemos o ponto D. Do mesmo modo: obtemos o ponto E, com a ponta-seca em O e abertura OB; obtemos o ponto F, com a ponta-seca em O e abertura OC.

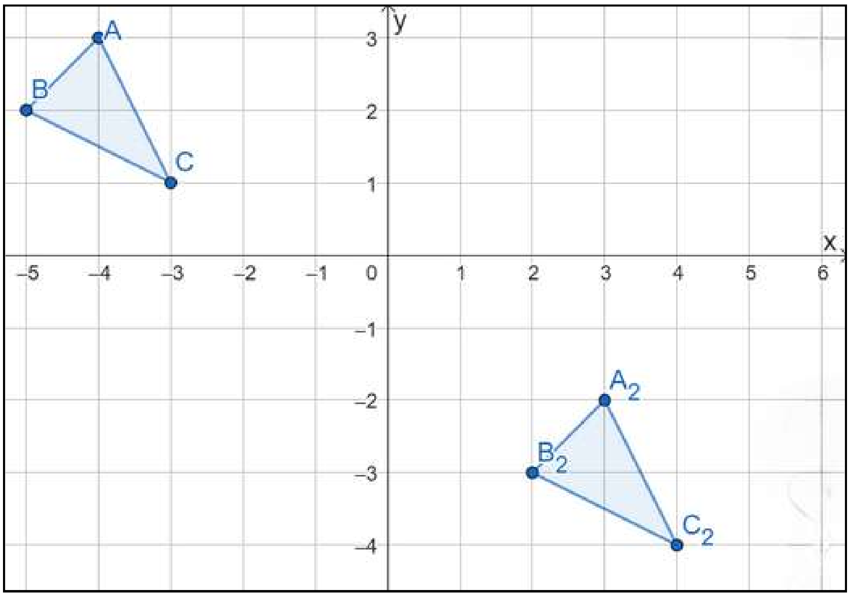


O triângulo GHI é a figura obtida do triângulo ABC por uma rotação de um quarto de volta (90°) em torno do ponto O, origem do plano cartesiano, no sentido horário. Esse fato pode ser verificado com um compasso. Com a ponta-seca do compasso em O e abertura AO, giramos 90° no sentido horário e obtemos o ponto G. Do mesmo modo: obtemos o ponto H com a ponta-seca em O e abertura OB; obtemos o ponto I com a ponta-seca em O e abertura OC.

QUANDO OCORRE MAIS DE UMA SIMETRIA

Em algumas situações, uma figura pode ser transformada no plano cartesiano passando por mais de um tipo de simetria. Por exemplo, ela pode ser refletida em relação ao eixo x e, depois, em relação ao eixo y. Essas composições de simetrias permitem criar movimentos mais complexos, nos quais a figura muda de posição, mas mantém seu formato original.

Vamos ver um exemplo de como isso pode ocorrer.



Na imagem apresentada acima, temos um triângulo com vértices A, B e C localizado no 2º quadrante. A figura foi deslocada para o 4º quadrante, formando uma nova figura com vértices A2, B2 e C2.

Esse deslocamento foi feito por meio de **duas translações** consecutivas: a primeira foi uma **translação horizontal**, que moveu a figura para a direita, atravessando o eixo y e posicionando-a no lado positivo do plano.
Em seguida, foi realizada uma **translação vertical** para baixo, levando a figura ao 4º quadrante.

Essas translações mantêm o formato e o tamanho da figura original, alterando apenas sua posição no plano cartesiano.

SIMETRIAS NO GEOGEBRA

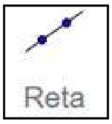
Agora, vamos fazer representações de simetrias usando esse software: https://www.geogebra.org/

Reflexão de um polígono em relação a um eixo

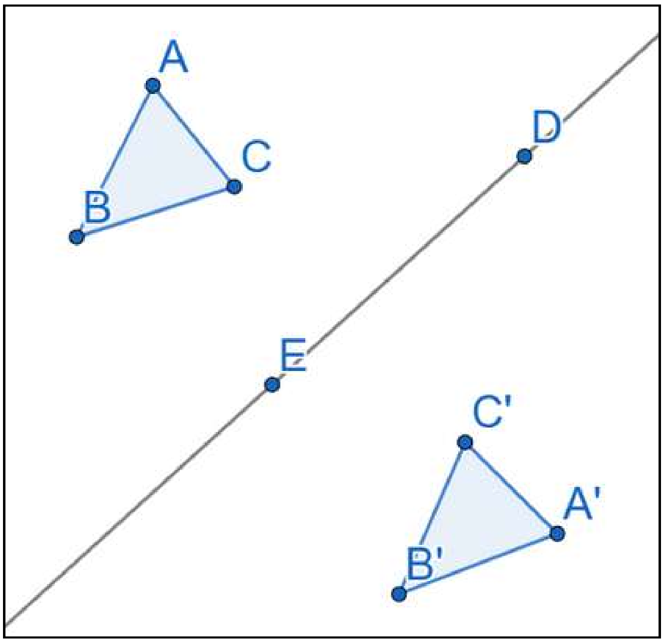
Acompanhe os passos que devem ser seguidos no GeoGebra para representar um polígono e a reflexão dele em relação a um eixo.

1º passo: Clique no botão “Polígono” no menu de ferramentas (à esquerda da tela, na parte superior), marque 3 pontos próximos ao centro da tela e volte a clicar no primeiro ponto para fechar o polígono. Assim, você obterá um triângulo.

2º passo: Clique no botão “Reta”, marque 2 pontos próximos ao centro da tela e represente uma reta. Nesse exemplo, certifique-se de que a reta não corte o triângulo.



3º passo: Clique no botão “Reflexão em relação a uma reta” . Depois, clique no triângulo ABC que você representou e na reta DE. Aparecerá o triângulo A’B’C’ simétrico ao triângulo ABC em relação à reta DE (o eixo de simetria).



4º passo: Clique no botão “Mover”, clique em um dos vértices do triâgulo ABC e arraste. Verifique que quando alteramos uma figura a outra também se altera.

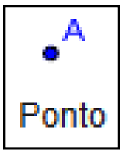
Se você repetir o 1º passo e clicar em um dos eixos cartesianos no 3º passo, vai obter um triângulo simétrico ao original, mas em relação ao eixo escolhido.

Reflexão de um polígono em relação a um ponto

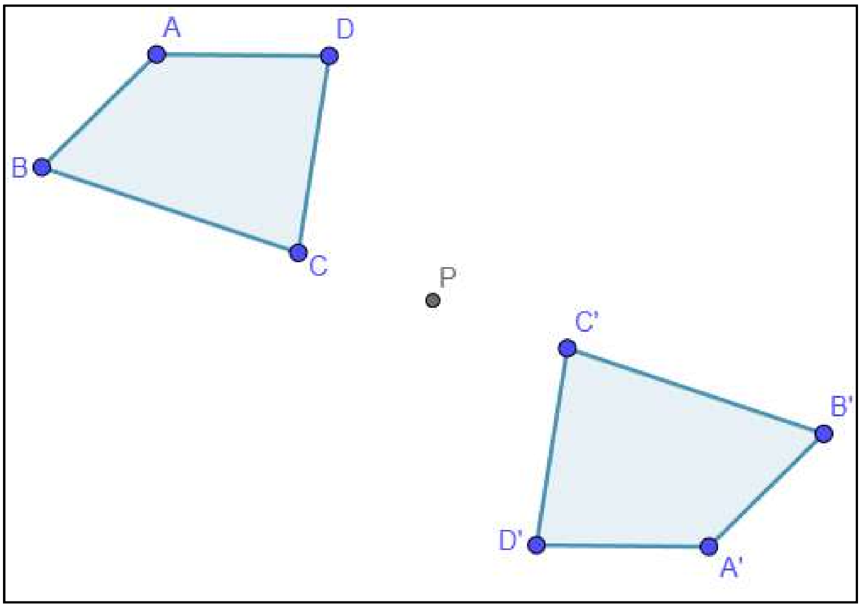
Agora, acompanhe os passos que devem ser seguidos no GeoGebra para representar um polígono e a reflexão dele em relação a um ponto. Para isso, salve sua construção anterior e comece um novo trabalho.

1º passo: Clique no botão “Polígono” no menu de ferramentas, marque 4 pontos próximo ao centro da tela e volte a clicar no primeiro ponto para fechar o polígono. Assim, você obterá um quadrilátero.

2º passo: Clique no botão “Ponto” e marque um ponto P fora da região do polígono. Você pode renomear esse ponto clicando nele com o botão direito do mouse e depois em "Configurações".



3º passo: Clique no botão “Reflexão em relação a um ponto”. Depois, clique no polígono que você representou e no ponto P. Aparecerá o polígono simétrico ao original em relação ao ponto P.



4º passo: Selecione a função “Mover”, clique em um dos vértices do quadrilátero e arraste. Verifique que quando alteramos uma figura a outra também se altera.

Rotação de um polígono em relação a um ponto

Considere agora os passos que devem ser seguidos no GeoGebra para representar um polígono e a rotação dele em relação a um ponto. Salve sua construção anterior e comece um novo trabalho.

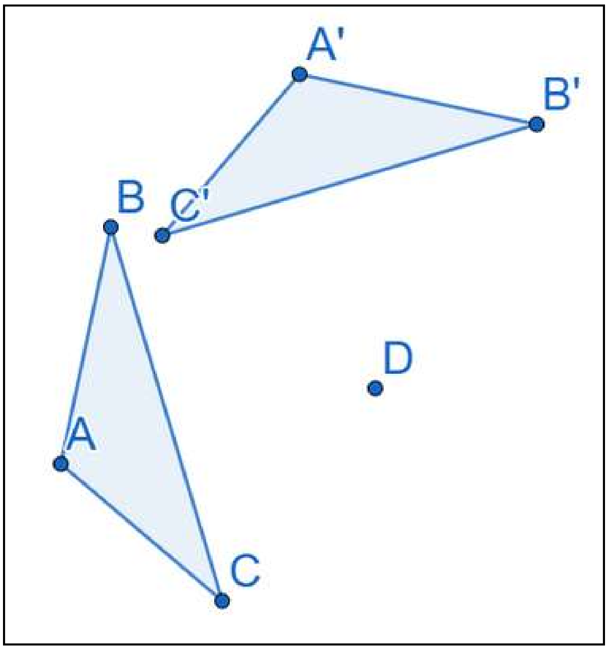
1º passo: Clique no botão “Polígono” no menu de ferramentas e represente um polígono qualquer.

2º passo: Clique no botão “Ponto” e marque um ponto P fora da região do polígono.

3º passo: Clique no botão “Girar em torno de um ponto”. Depois, clique no polígono que você representou e no ponto P. Na janela que abrir, escolha a medida de abertura do ângulo de rotação e o sentido do giro. Clique em "Ok" e aparecerá o polígono simétrico ao original em relação ao ponto P, de acordo com a medida de abertura do ângulo de rotação e do sentido do giro.

4º passo: Clique no botão “Mover”, clique em um dos vértices do polígono original e arraste. Verifique que quando alteramos uma figura a outra também se altera.

Nessa imagem temos um exemplo da rotação do triângulo ABC em 90º, no sentido horário, em torno do ponto D, formando o triângulo A'B'C'.



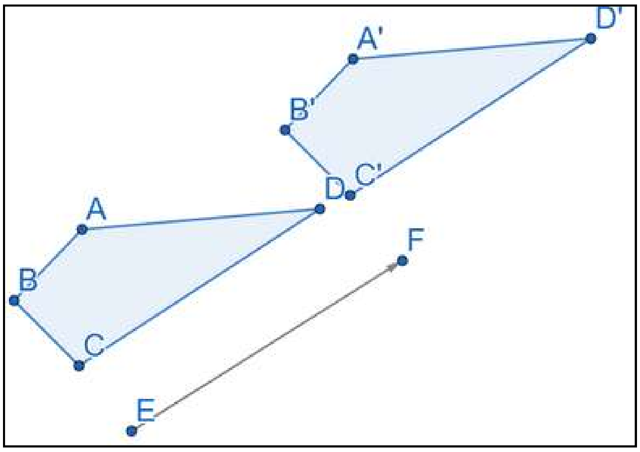
Translação de um polígono a partir de um vetor

Por fim, acompanhe os passos que devem ser seguidos no GeoGebra para representar um polígono e a translação dele a partir de um vetor. Não se esqueça de salvar sua construção anterior antes de começar o novo trabalho.

Um vetor define a direção, o sentido e a medida de distância a ser deslocada.

1º passo: Clique no botão "Polígono" no menu de ferramentas e represente um polígono qualquer.

2º passo: Clique no botão "Translação por um vetor". Depois, clique no polígono e, em seguida, em 2 pontos fora dele para determinar o vetor. Aparecerá o polígono simétrico ao original em relação ao vetor criado.



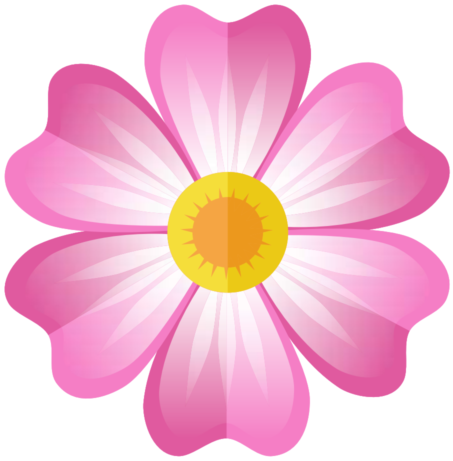
3º passo: Clique no botão "Mover", clique em uma das extremidades do vetor e arraste. Verifique que quando alteramos uma figura a outra também se altera.

Um **vetor** é representado por uma seta que indica uma movimentação: ele mostra para onde algo vai se mover, em qual direção, sentido e por qual distância. Na Matemática, usamos o vetor para representar esse deslocamento, especialmente quando queremos mover uma figura no plano, como em uma translação. Em outras palavras, o vetor indica uma intensidade (nesse caso, a distância), uma direção (por exemplo, para cima, para o lado ou na diagonal) e um sentido (para onde a seta aponta).

RECONHECENDO A SIMETRIA

A natureza produz formas de extrema beleza. Não há quem não admire o equilíbrio e a harmonia de figuras como as que aparecem nas imagens a seguir.

Design: Pixabay / Fonte: Canva



Design: DAPA Images / Fonte: Canva

Note que podemos imaginar (tanto para a figura da borboleta quanto para a da flor) uma ou mais linhas retas, que as divida em duas ou mais partes, praticamente iguais. Essa é a ideia da simetria presente na natureza. O ser humano apropria-se dessa ideia em suas criações, como podemos ver na reprodução da obra a seguir.

Nessa obra, o personagem da mitologia grega Narciso e sua imagem no espelho da água de um lago compõem um exemplo de situação que nos dá a ideia de simetria.

Link: https://www.historiadasartes.com/narciso-caravaggio/
Narciso, óleo sobre tela, 113,3 x 94 cm, 1597-1599, Caravaggio (Michelangelo Merisi), Galeria Nacional de Arte Antiga, Palazzo Barberini, Roma, Itália.

Exercícios Resolvidos

EXERCÍCIO 1

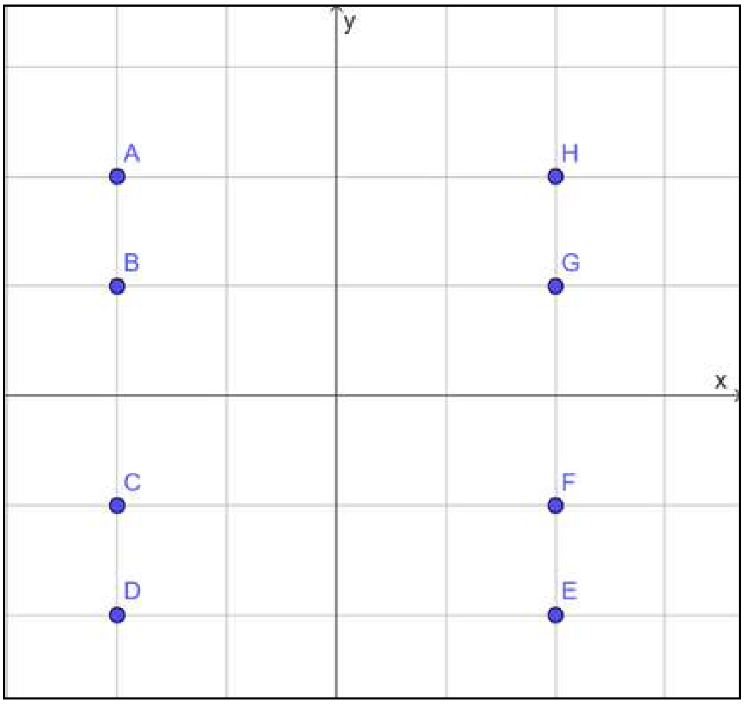
Analise a figura ao lado. Sabendo que todos os quadradinhos têm lados de mesma medida, responda às perguntas a seguir. Qual é o ponto simétrico:

A) de A em relação ao eixo y?

B) de B em relação ao eixo x?

C) de C em relação ao eixo y?

D) de D em relação ao eixo x?



Solução:
A) O ponto H é simétrico ao ponto A em relação ao eixo y porque têm a mesma ordenada (coordenada y), mas estão em lados opostos desse eixo, mantendo a mesma distância em relação a ele.

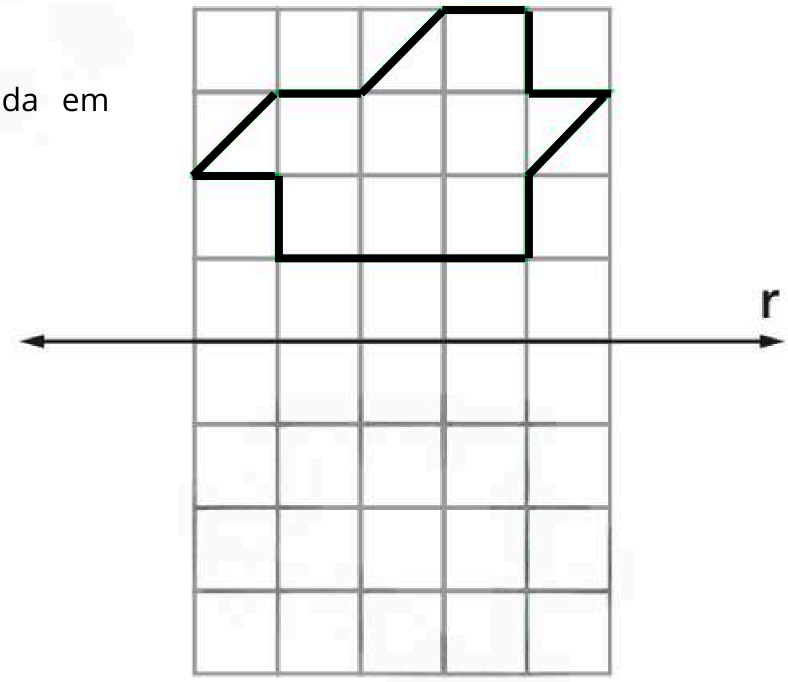
B) O ponto simétrico de B em relação ao eixo x é o ponto C, pois ambos possuem a mesma abscissa (coordenada x), mas em lados opostos do eixo x, mantendo a mesma distância em relação a ele.

C) O ponto simétrico de C em relação ao eixo y é o ponto F, pois ambos possuem a mesma ordenada (coordenada y), mas em lados opostos do eixo y, mantendo a mesma distância em relação a ele.

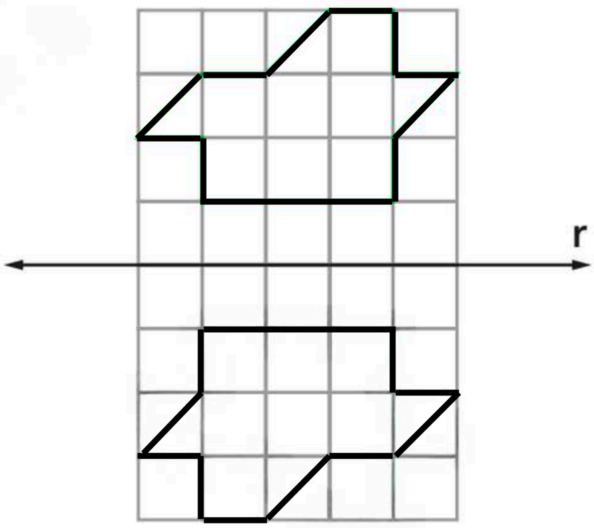
D) O ponto simétrico de D em relação ao eixo x é o ponto A, pois ambos possuem a mesma abscissa (coordenada x), mas em lados opostos do eixo x, mantendo a mesma distância em relação a ele.

EXERCÍCIO 2

Faça a reflexão da figura dada em relação à reta r.



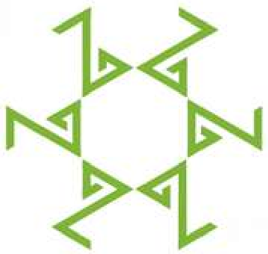
Solução:

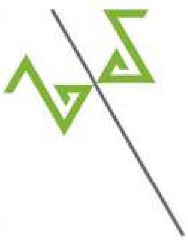


Para refletir a figura em relação à reta r, cada ponto da figura original deve ser espelhado para o outro lado da reta, mantendo a mesma distância em relação a ela. Isso significa que a parte superior da figura será invertida para a parte inferior, preservando o formato e as proporções. Para facilitar, conte os quadrados de cada ponto até a reta r e replique essa distância para o outro lado.

EXERCÍCIO 3

Identifique em cada caso a transformação geométrica aplicada: reflexão em relação a uma reta, translação ou rotação. **Observação:** algumas figuras podem ter mais de uma simetria.

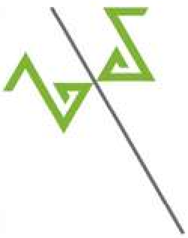




Solução:

Rotação

Reflexão



Translação

Material Extra

Para consolidação dos conteúdos apresentados neste material, sugerimos:

LIVROS DIDÁTICOS

Livro Teláris Essencial – Matemática – 7º ano

- Simetria p. 250 a 271.

Livro A Conquista da Matemática – 7º ano

- Simetria p. 76 a 84

GEOGEBRA

Transformações Geométricas: Translação, Reflexão e Rotação

Atividades

ATIVIDADE 1

Durante a celebração de Corpus Christi, é comum vermos ruas decoradas com tapetes coloridos feitos de serragem, sal, flores e outros materiais. Esses tapetes não apenas expressam fé e criatividade, mas também revelam a presença de elementos geométricos em suas composições. Ao observarmos com atenção, percebemos que muitas dessas obras apresentam simetrias que podem ser relacionadas com conceitos matemáticos, como a simetria de reflexão, rotação ou translação.

1

2

3

Tapetes de Corpus Christi - Castelo/ES
Autora: Sara Oliveira- A Gazeta
Disponível: https://www.agazeta.com.br/es/cotidiano/tradicao-e-fe-veja-fotos-dos-tapetes-de-corpus-christi-em-castelo-0623.
Acesso: 23 de maio de 2025.

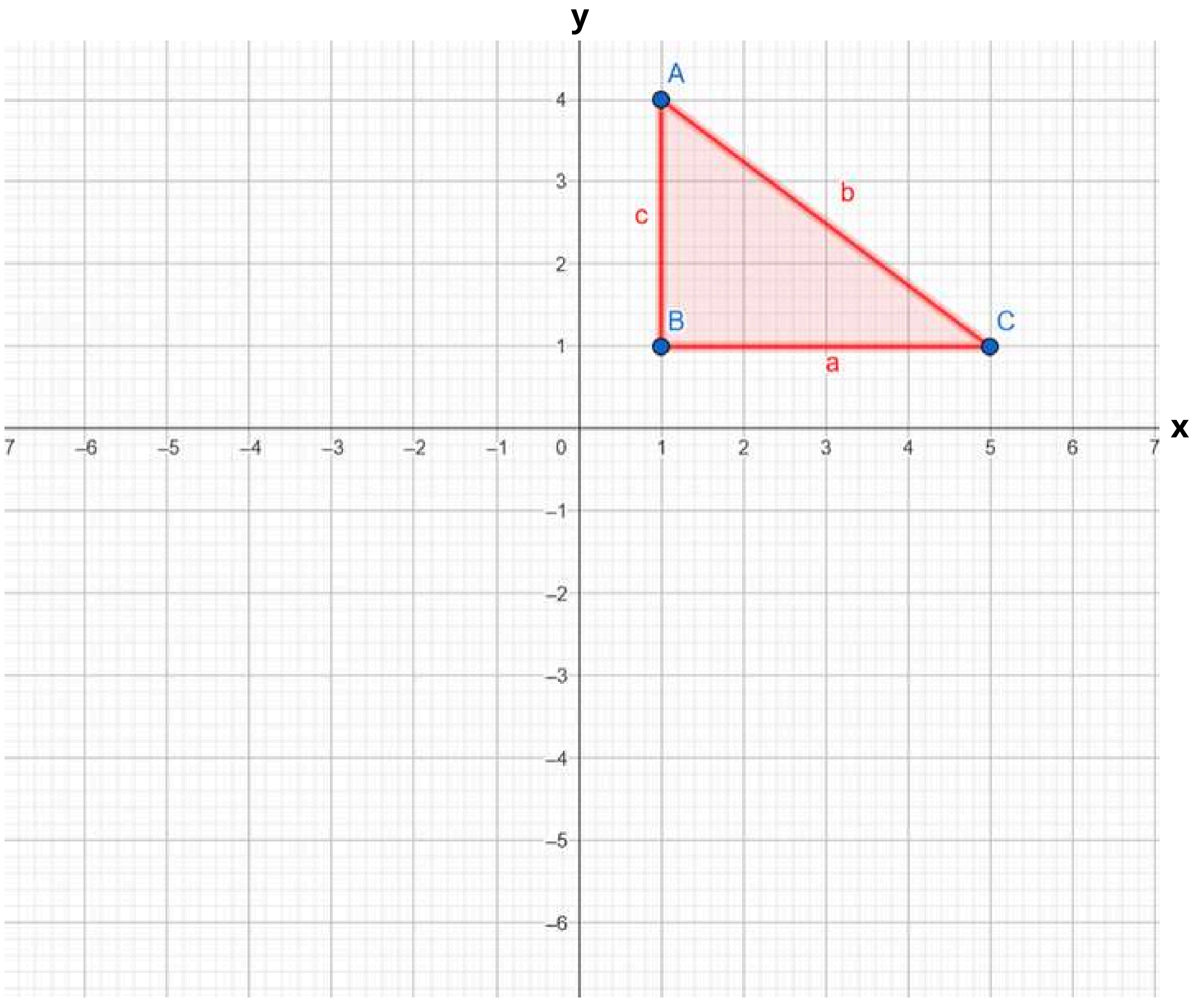
Observe atentamente as três imagens numeradas de tapetes de Corpus Christi. Repare nos padrões, formas e repetições utilizados em cada uma delas. Marque a única alternativa que mostra associações corretas entre as imagens e as simetrias.

A) 1 - translação , 2 - reflexão , 3 - rotação
B) 1 - reflexão , 2 - rotação , 3 -translação
C) 1 - rotação , 2 - translação , 3 - reflexão
D) 1 - translação , 2 - rotação , 3 - reflexão

ATIVIDADE 2

Desenhe os triângulos indicados na tabela, fazendo as reflexões do triângulo ABC, representado abaixo.

Triângulo	Reflexão em relação
XYZ	Ao eixo x
FGH	Ao eixo y
IJK	À origem O

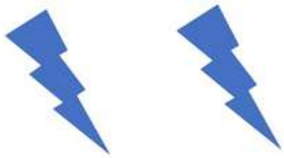


ATIVIDADE 3

Relacione as imagens ao nome da simetria correspondente.

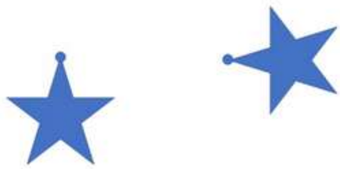
( )

(A) Translação



( )

(B) Rotação

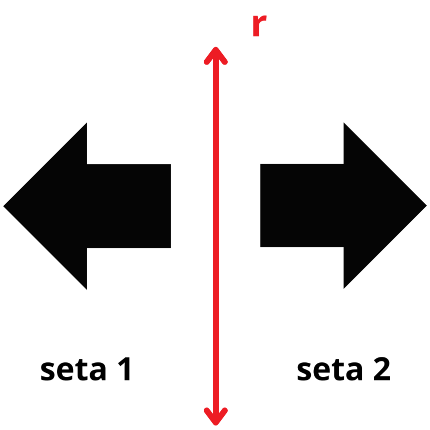


( )

(C) Reflexão

ATIVIDADE 4

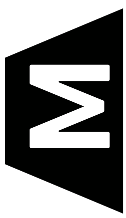
Na figura a seguir, a seta 2 é uma simetria da seta 1. Podemos classificar essa simetria como uma:



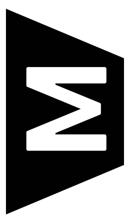
A) Reflexão.
B) Rotação.
C) Translação.
D) Extração.

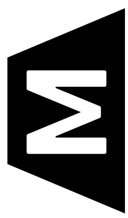
ATIVIDADE 5

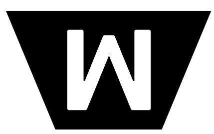
Se rotacionarmos o desenho abaixo 90º no sentido anti-horário em relação ao centro da figura, qual será a nova posição da figura?



Design: Brand311766527 / Fonte: Canva

A) 

B) 

C) 

D) 

ATIVIDADE 6

Amanda estava participando de um jogo de organização, no qual deveria seguir instruções baseadas em transformações geométricas. Ela começou colocando uma cartinha de planta no espaço 1 de um tabuleiro que possui 15 espaços no total. Em seguida, moveu a cartinha para o espaço 2.

Com base nessa ação, descreva quais transformações geométricas podem ter ocorrido nesse movimento e explique o seu raciocínio.

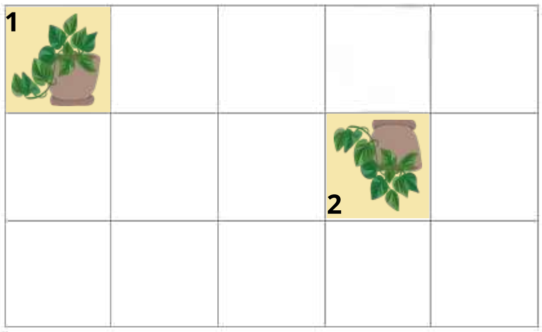


Imagem produzida no Canva

ATIVIDADE 7

Analise as afirmativas a seguir sobre transformações geométricas e marque (V) para verdadeiro e (F) para falso:

( ) A translação move uma figura no plano sem alterar sua forma, tamanho ou orientação.

( ) A rotação gira uma figura em torno de um ponto fixo, podendo alterar seu tamanho.

( ) A reflexão espelha uma figura em relação a um eixo, criando uma imagem simétrica.

( ) A translação e a rotação são transformações que preservam a congruência da figura original.

ATIVIDADE 8

Quantos eixos de simetria há na figura a seguir?

A) 3　　B) 6　　C) 9　　D) 12


Design: Pixabay / Fonte: Canva

ATIVIDADE 9

Em muitos vitrais, é possível observar o uso das simetrias de rotação, translação e de reflexão, alcançando belos efeitos visuais.

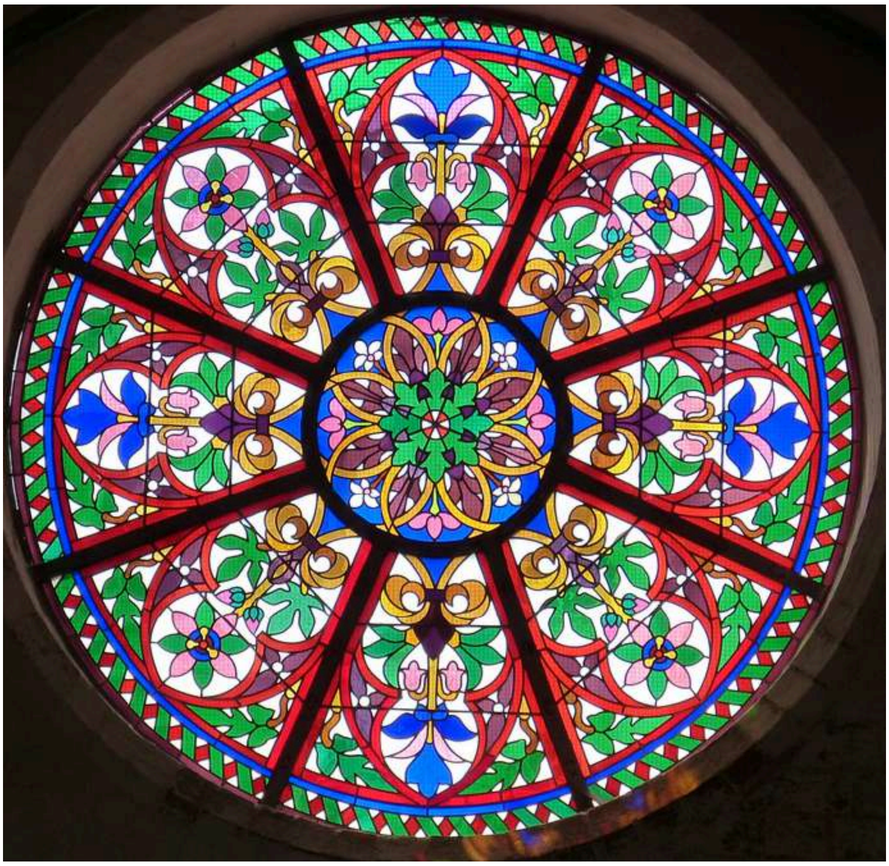


Figura A: Vitral Redondo
Design: Pixabay / Fonte: Canva

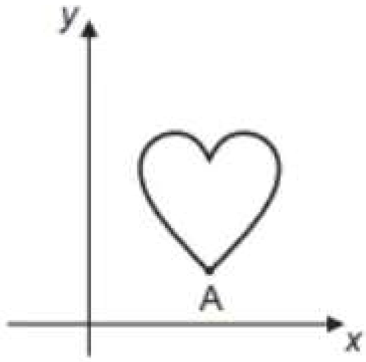
Figura B: Fleur-de-lis
Design: Getty Images / Fonte: Canva

Analise as afirmações a seguir.
I. É possível observar simetria de translação na figura B.
II. Nas figuras A e B, observa-se simetria de reflexão.
III. Na figura A, é possível observar simetria de rotação.

Estão corretas as afirmativas:
A) I, II e III. B) I e II. C) II e III. D) I e III.

ATIVIDADE 10

(ENEM Adaptada) Uma transformação geométrica é uma mudança na posição de uma figura que mantém seu tamanho e forma. Entre essas transformações estão a reflexão e a rotação. A reflexão acontece em torno de uma linha chamada eixo, como se fosse um espelho, em que a imagem refletida é simétrica à original. Já a rotação é o giro de uma figura ao redor de um ponto fixo, chamado centro de rotação. A figura a seguir passou por cinco transformações desse tipo, nesta ordem:



1ª) Reflexão no eixo x;

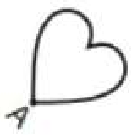
2ª) Rotação de 90 graus no sentido anti-horário, com centro de rotação no ponto A;

3ª) Reflexão no eixo y;

4ª) Rotação de 45 graus no sentido horário, com centro de rotação no ponto A;

5ª) Reflexão no eixo x.

Qual a posição final da figura?

A) 

B) 

C) 

D) 

Referências

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática Bianchini:** 7º ano: manual do professor - 10. ed. - São Paulo: Moderna, 2022.

DANTE, Luiz Roberto. **Teláris Essencial** [livro eletrônico] : Matemática : 7ºano - 1. ed. -- São Paulo : Ática, 2022.

EDITORA MODERNA. **Araribá conecta matemática:** 7º ano. São Paulo, 2024.
Giovanni Júnior, José Ruy. A conquista matemática: 7º ano : ensino fundamental : anos finais – 1. ed. – São Paulo : FTD, 2022.

IEZZI, Gelson. **Matemática e realidade 7º ano** - 9. ed. -- São Paulo : Atual Editora, 2018.

Tapetes de Castelo atraem cerca de 100 mil visitantes. Assembléia Legislativa do Espírito Santo - 2025. Disponível em: https://www.al.es.gov.br/Noticia/2023/06/44914/tapetes-de-castelo-atraem-cerca-de-100-mil-visitantes.html. Acesso em: 23/03/2025.

TEIXEIRA, Lilian Aparecida. **SuperAÇÃO!:** Matemática. 1. ed. São Paulo: Editora Moderna, 2022.

conexões matemáticas

QUINZENA
14
18/08 a 22/08

SEDU - 2025

GOVERNO DO ESTADO
DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

Material Estruturado

SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL

GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

7º Ano | Ensino Fundamental Anos Finais

MATEMÁTICA

ÂNGULOS E RETAS

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM
EF06MA27 - Determinar medidas da abertura de ângulos, por meio de transferidor e/ou tecnologias digitais. **EF06MA22** - Utilizar instrumentos, como réguas, esquadros ou softwares, para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros. **EF07MA23** - Verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, com e sem uso de softwares de geometria dinâmica.	• Determinar medidas da abertura de ângulos, por meio de transferidor e/ou tecnologias digitais. • Representar retas paralelas e perpendiculares, utilizando instrumentos como réguas, esquadros ou softwares. • Identificar e determinar medida de pares de ângulos formados por retas paralelas e uma transversal, com e sem uso de softwares de geometria dinâmica.

Contextualização

O skate é um dos esportes mais populares entre os jovens e exige muito equilíbrio, técnica e precisão. Para realizar manobras, os skatistas precisam calcular a inclinação das rampas, a rotação do corpo no ar e os ângulos formados entre o skate e o chão. No Espírito Santo, lugares como a Praça do Papa, em Vitória, e a Pista de Skate de Vila Velha são pontos de encontro para skatistas que treinam suas habilidades diariamente.

Uma das manobras mais conhecidas do skate é o "Ollie", que permite ao skatista saltar sem precisar segurar o skate com as mãos. Já manobras mais avançadas, como o "Kickflip" e o "360° Flip", envolvem giros completos no ar. Cada manobra pode ser analisada em termos de ângulos de rotação, ajudando a entender como o skatista deve se posicionar para executar os movimentos corretamente.

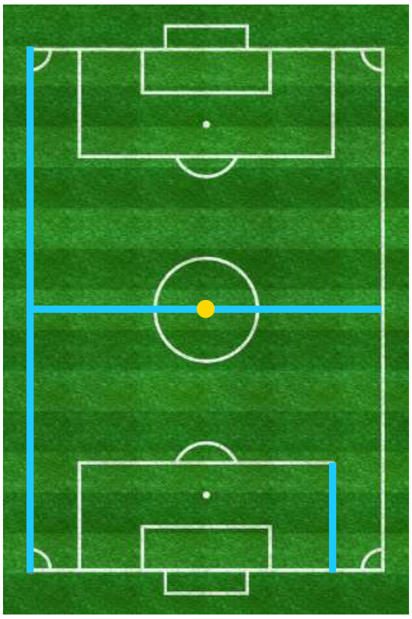

Design: Telllu Craft / Fonte: Canva

Quando um skatista realiza uma manobra como o 'Flip', o skate realiza um giro. Você sabe quantos graus ele gira no total? E como o cálculo desses ângulos pode ajudar a entender e até melhorar a execução de manobras no skate?
Vamos juntos, nessa semana, aprender um pouco mais sobre ângulos.

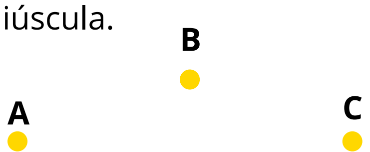
Conceitos e Conteúdos

SEMIRRETA, SEGMENTO DE RETA E ÂNGULO

Considere o desenho de um campo de futebol com as linhas demarcatórias. Nesta representação e em partes dela, podemos perceber várias das figuras geométricas que estudaremos neste capítulo. O que aparece em amarelo, como o centro do campo, nos dá a ideia de ponto. Normalmente, na representação dos pontos, cada um é indicado por uma letra maiúscula.



Design: Omeris / Fonte: Canva



Imagine o gramado (ou piso) do campo se expandindo indefinidamente em todas as direções e você terá ideia do que é um plano. Costumamos indicar cada **plano** por uma letra grega:

α (alfa)

β (beta)

γ (gama)

Além das letras gregas alfa (α), beta (β) e gama (γ), que são comumente utilizadas para representar planos na geometria, existem muitas outras letras no alfabeto grego que também podem ser utilizadas, como delta (δ), epsilon (ε), teta (θ), entre outras.

Note, na representação do campo de futebol, as partes destacadas em azul. Cada uma delas dá a ideia de mais uma figura geométrica: o **segmento de reta**.
Analise a representação de um segmento de reta.

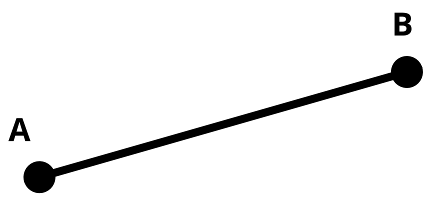


Imagem produzida no Canva

Indicamos: $\overline{AB}\, ou\, \overline{BA}$

Os pontos A e B são as extremidades deste segmento de reta.

Pense agora em um segmento de reta $\overline{AB}$ que se prolonga indefinidamente nos 2 sentidos. A figura correspondente lembra, aproximadamente, o conceito abstrato de uma reta.

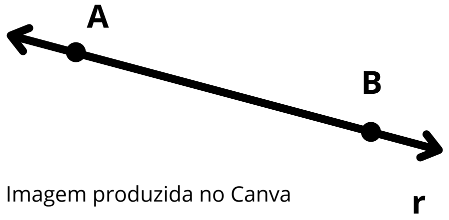


Imagem produzida no Canva

Podemos indicar a reta por uma letra minúscula; neste caso, reta r ou por: $\overleftrightarrow{AB}$

Mais uma vez, pense em um segmento de reta AB, mas agora sendo prolongado apenas em um sentido (de A para B, por exemplo). A figura correspondente é uma representação aproximada do conceito abstrato de semirreta.

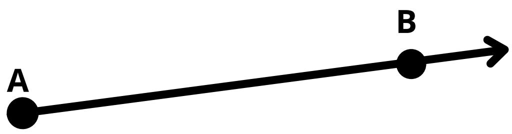


Imagem produzida no Canva

O ponto A é a origem desta semirreta. Indicamos a semirreta de origem A e que passa por B por $\overrightarrow{AB}$.

ÂNGULO

Em cada uma das imagens a seguir, encontramos o elemento que transmite a ideia de uma figura geométrica: o **ângulo**.


Design: Olha ZS / Fonte: Canva

Os ponteiros das horas e dos minutos de um relógio


Design: Foxy Image / Fonte: Canva

As pernas de uma bailarina.

O que é ângulo?

Analise esta figura, formada pelas semirretas $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$.

O ponto O é a origem da semirreta $\overrightarrow{OA}$ e também é a origem da semirreta $\overrightarrow{OB}$.

As semirretas $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$, unidas, formam um ângulo: o ângulo $A\hat{O}B$.

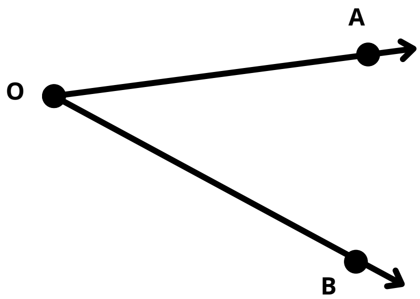


Imagem produzida no Canva

A união de duas semirretas de mesma origem é um **ângulo**.

Medida de abertura de um ângulo

Vamos aprender a medir a abertura dos ângulos sabendo que o **grau** (°) é a unidade padrão de medida de abertura de ângulo.

Quando duas semirretas de mesma origem, $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$, são coincidentes (têm todos os pontos em comum), dizemos que elas formam um ângulo nulo, ou seja, um ângulo de medida 0° (lemos: zero grau).

Imagem produzida no Canva

Neste caso, podemos também imaginar que uma semirreta gira completamente ao redor do ponto de origem até voltar à posição inicial. Assim, o ângulo formado é chamado de ângulo completo, com medida de 360°.

A única grandeza associada a um ângulo é a abertura. Para simplificar a linguagem, em vez de nos referir à "medida de abertura do ângulo", escreveremos apenas "medida do ângulo".

Um ângulo **raso** é formado por duas semirretas opostas; ele mede 180°.

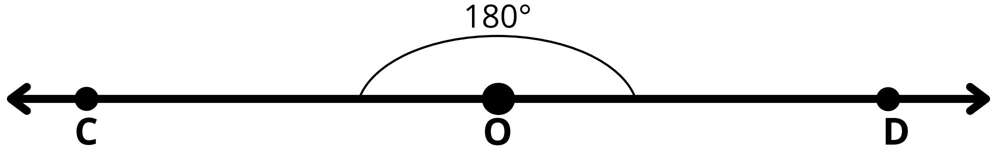
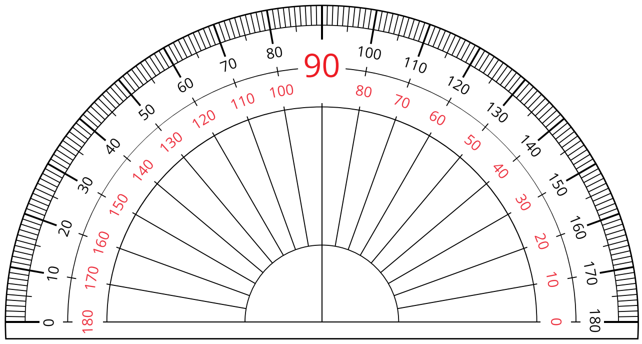


Imagem produzida no Canva

Logo, o ângulo $C\hat{O}D$ é um exemplo de ângulo raso.

Cada grau corresponde a $\frac{1}{180}$ da abertura desse ângulo.

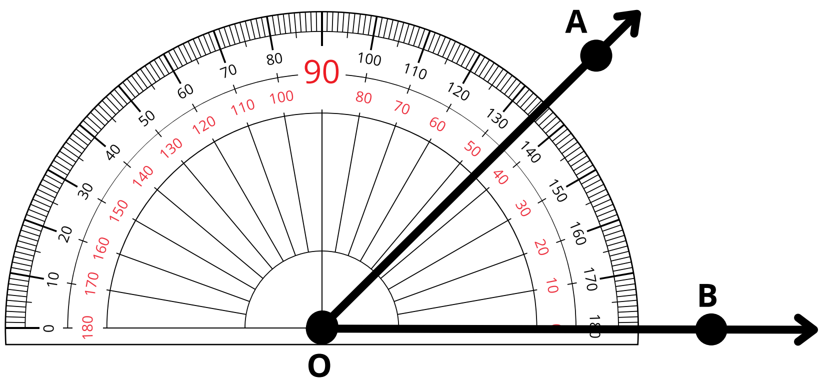
Para medir ângulos, podemos usar um instrumento chamado transferidor. Ele é dividido em graus.



Design: Natch Studio / Fonte: Canva

Transferidor de 180°

Note como devemos fazer para medir o ângulo $A\hat{O}B$.



Design: Natch Studio / Fonte: Canva

1º) O centro do transferidor deve coincidir com o vértice do ângulo (O).

2º) A semirreta $\overrightarrow{OB}$ deve passar pelo 0 (zero) do transferidor.

3º) Fazemos a leitura da medida do ângulo, indicada pela marca do transferidor pela qual passa a semirreta $\overrightarrow{OA}$.

No exemplo, o ângulo $A\hat{O}B$ mede 45º. Indicamos: $med(A\hat{O}B) = 45°$

A medição de um ângulo pode ser realizada de qualquer um dos lados do transferidor, desde que sejam seguidos os passos indicados anteriormente. Porém, se fizermos a medição começando da esquerda pra direita, ou seja, pela medição de fora (externa), devemos fazer um pequeno cálculo: 180º - 135º = 45º

Dois ângulos são chamados **suplementares** quando a soma entre eles é igual a 180 graus. Isso significa que, quando colocados lado a lado, eles formam um ângulo raso, ou seja, uma linha reta. Esse tipo de relação entre ângulos é muito comum em construções geométricas e em situações do dia a dia, como a observação dos ponteiros de um relógio analógico quando apontam em sentidos opostos ou a abertura de portas articuladas.

Por exemplo, se um ângulo mede 110°, o seu suplemento será o valor que falta para completar 180°. Neste caso, basta subtrair:

$$180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

Portanto, 110° e 70° são ângulos suplementares, pois juntos somam 180°. É importante lembrar que os ângulos suplementares não precisam ser iguais entre si. Eles podem ser formados, por exemplo, por um ângulo agudo e um ângulo obtuso, ou até mesmo por dois ângulos retos (90° + 90°).

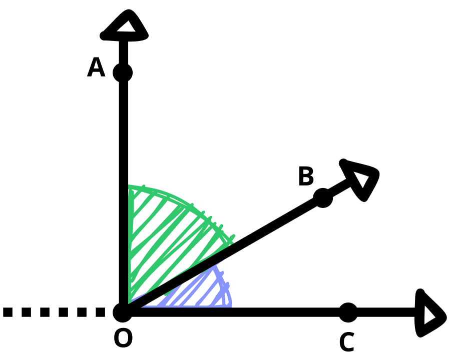
Dois ângulos são chamados **complementares** quando a soma entre eles é igual a 90 graus. Isso quer dizer que, juntos, eles formam um ângulo reto, como aquele que vemos em cantos de folhas, quinas de paredes ou no esquadro usado em desenhos técnicos.
Por exemplo, se um ângulo mede 30°, o seu complemento será o valor necessário para completar 90°:

$$90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

Assim, 30° e 60° são considerados ângulos complementares, pois somados resultam em 90°.

Em resumo:

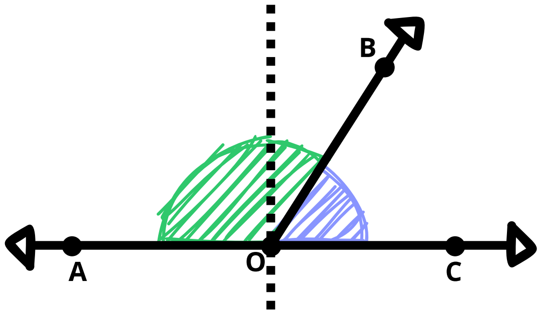
Ângulos complementares



Design: Nasyar / Fonte: Canva

$A\hat{O}B + B\hat{O}C = 90^\circ$

Ângulos suplementares

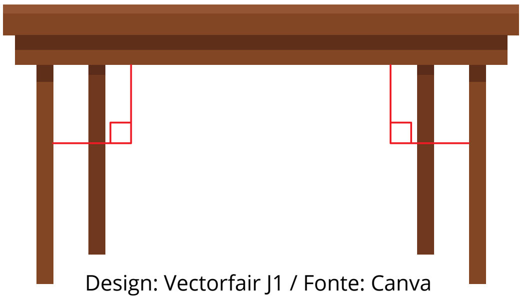


Design: Nasyar / Fonte: Canva

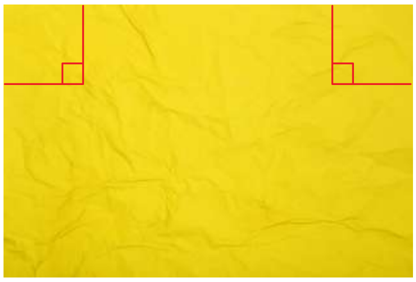
$A\hat{O}B + B\hat{O}C = 180^\circ$

Tipos de ângulos

Ângulo **reto** é o ângulo que mede exatamente 90 graus. Ele forma um "L" perfeito e é muito comum em objetos como folhas de papel, cantos de mesas e paredes.



Design: Vectorfair J1 / Fonte: Canva



Design: WiStudio Elements / Fonte: Canva

Um ângulo **obtuso** é aquele que mede mais de 90 graus, mas menos de 180 graus. Ele se parece com uma abertura maior do que um canto reto, mas ainda não está completamente alinhado (180º). Imagine que você abre uma porta devagar: quando ela está mais da metade aberta, mas ainda não totalmente encostada na parede, ela forma um ângulo obtuso em relação ao batente. Esse tipo de ângulo também aparece no encosto de uma cadeira de praia reclinada ou na inclinação de um telhado inclinado suavemente.

Design: WinWin.artlab / Fonte: Canva

Design: Vectorfair S / Fonte: Canva

Por fim, o ângulo **agudo** é o que mede menos de 90 graus (e mais que zero graus). Ele é mais fechado que o ângulo reto e aparece em várias situações do dia a dia. Um bom exemplo é quando abrimos uma tesoura, formando uma abertura pequena entre as lâminas. Também pode ser visto em uma fatia de pizza ou na ponta de uma estrela desenhada.

Design: Hinh anh cua Ngugen Vu Bach Ngoc
Fonte: Canva

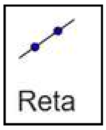
Design: Nugroho Dwi Hartawan
Fonte: Canva

Design: Preetish Priyadarshi's Images
Fonte: Canva

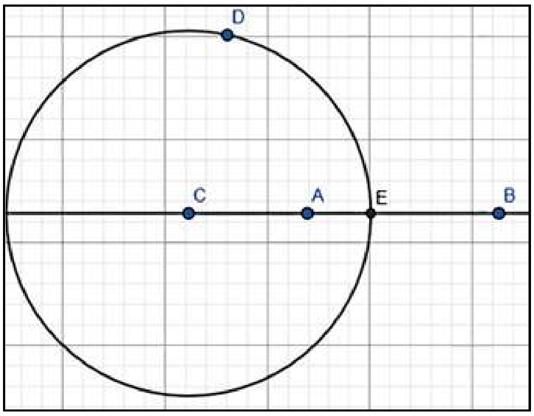
CONSTRUÇÃO DE RETAS PERPENDICULARES E RETAS PARALELAS COM GEOGEBRA

Considere os passos que devem ser seguidos no GeoGebra para a representação de retas paralelas e de retas perpendiculares.

1º passo: Clique no botão “Reta” no menu de ferramentas básicas (à esquerda da tela, na parte superior), clique em 2 pontos próximos ao centro da tela para representar uma reta horizontal

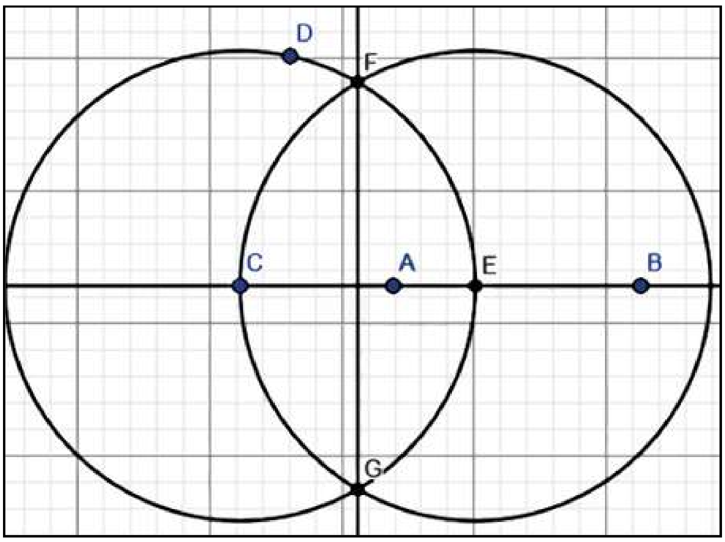


2º passo: Clique no botão “Círculo dados centro e um de seus pontos” e clique em um ponto qualquer da reta e em outro local da tela para criar outro ponto (D). Em seguida, clique em “Ponto”, marque o ponto E de intersecção entre a circunferência e a reta (escolha um dos pontos de intersecção).



3º passo: Clique novamente em “Círculo dados centro e um de seus pontos”, clique no ponto E e, em seguida, no ponto C, que é o centro da circunferência, para formar uma nova circunferência de centro em E e raio $\overline{CE}$.

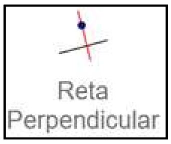
4º passo: Clique agora em “Ponto” e marque os 2 pontos F e G de intersecção das circunferências. Com o botão “Reta”, trace a reta que passa por esses pontos. Esta é uma reta perpendicular à $\overleftrightarrow{AB}$.

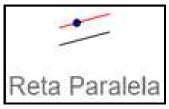


5º passo: Para representar a reta paralela à reta AB, basta você representar uma reta perpendicular à reta FG seguindo os passos anteriores.

Esses passos também podem ser realizados manualmente, utilizando régua e compasso na construção das retas.

Observação: O GeoGebra também permite representar retas perpendiculares e paralelas de uma maneira mais prática, usando os botões “Reta perpendicular” e “Reta paralela”. Esses botões aparecem no menu "Construções", abaixo das ferramentas básicas, quando se clica em "mais". Salve suas representações e faça novas, usando esses botões e representando diversas retas.





Professor(a),

a habilidade **EF07MA23** – "V*erificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, com e sem o uso de softwares de geometria dinâmica*" – prevista neste material, será plenamente contemplada na Prática Experimental de Matemática proposta, sendo imprescindível a sua aplicação para que as expectativas de aprendizagem possam ser alcançadas.

Essa prática foi elaborada visando proporcionar uma vivência investigativa, permitindo que os estudantes explorem as relações angulares de forma interativa, por meio do uso do *GeoGebra*. Essa abordagem favorece a experimentação, a visualização dinâmica e a construção de conceitos geométricos.

PRÁTICAS EXPERIMENTAIS DE *Matemática* PARA O ENSINO FUNDAMENTAL

No ano de 2025, o ensino fundamental anos finais apresenta uma importante novidade para o componente curricular Matemática: as Práticas Experimentais de Matemática, que visam fomentar o processo de ensino e aprendizagem favorecendo o desenvolvimento e a consolidação de habilidades, o pensamento crítico e a compreensão e a aplicação da lógica matemática. Intenciona-se, também, combater o estigma de que a matemática é difícil e inacessível, engajando os estudantes em práticas lúdicas e exequíveis.

Desse modo, as práticas foram elaboradas a partir das habilidades estruturantes de cada ano, por trimestre. No período em que constar o caderno de Práticas Experimentais, o(a) professor(a) deverá destinar **duas aulas** para cada prática proposta no material.

Desejamos um ano letivo de sucesso!

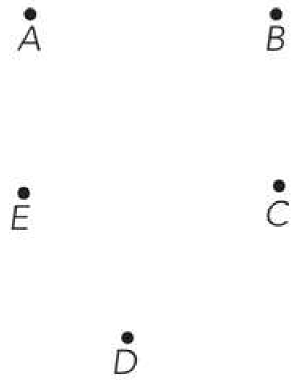
Prática experimental de Matemática: 7º ano - Quinzena 14 (2 aulas)

Clique aqui

Exercícios Resolvidos

EXERCÍCIO 1

Analise os cinco pontos A, B, C, D e E. Usando dois desses pontos de cada vez, quantas retas distintas podemos construir passando pelos dois pontos escolhidos? Quais são essas retas?



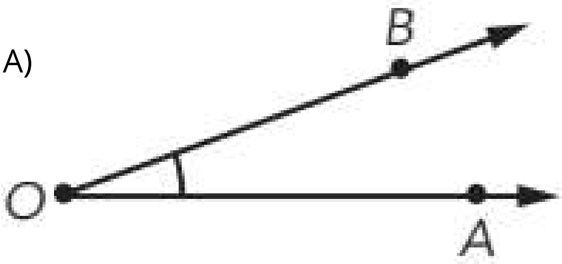
Solução: Uma reta é formada por dois pontos. Se escolhermos quaisquer dois pontos diferentes, conseguimos traçar uma reta que passa por eles. Por exemplo: se pegarmos os pontos A e B, podemos desenhar a reta AB. Se escolhermos C e D, podemos desenhar a reta CD.

Agora, precisamos descobrir todas as combinações possíveis de dois pontos. Vamos listar todas as opções:
AB, AC, AD, AE, BC, BD, BE, CD, CE e DE.
Logo, conseguimos construir 10 retas.

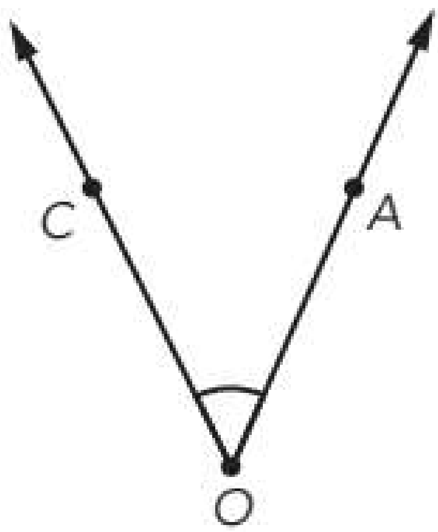
EXERCÍCIO 2

Usando um transferidor, Marcelo desenhou vários ângulos. Meça e registre no caderno as medidas desses ângulos.

A)



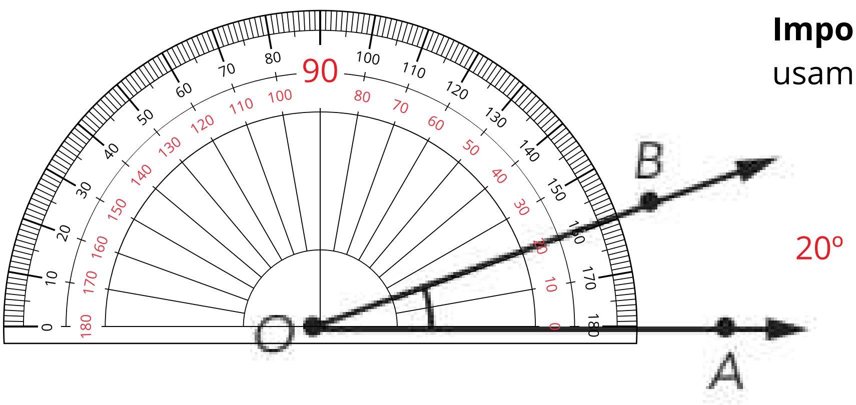
B)



Solução: Para fazer essa atividade precisaremos de um transferidor.

A)

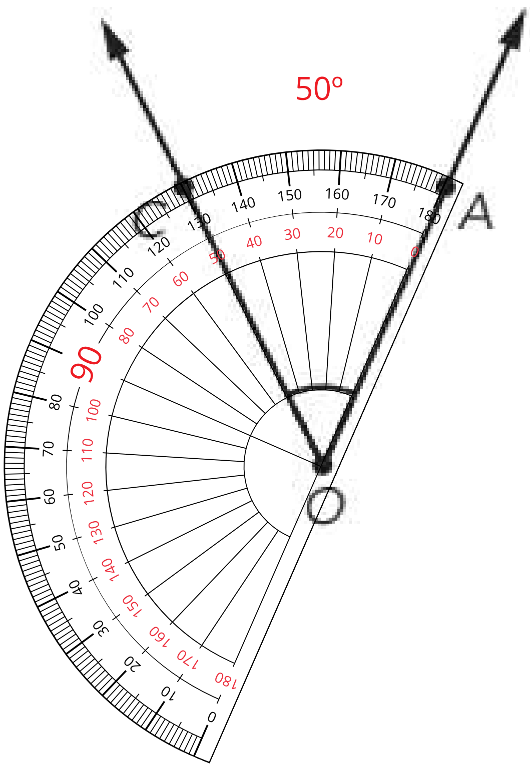
Design: Natch Studio / Fonte: Canva



Importante:
usamos a marcação interna.

B)

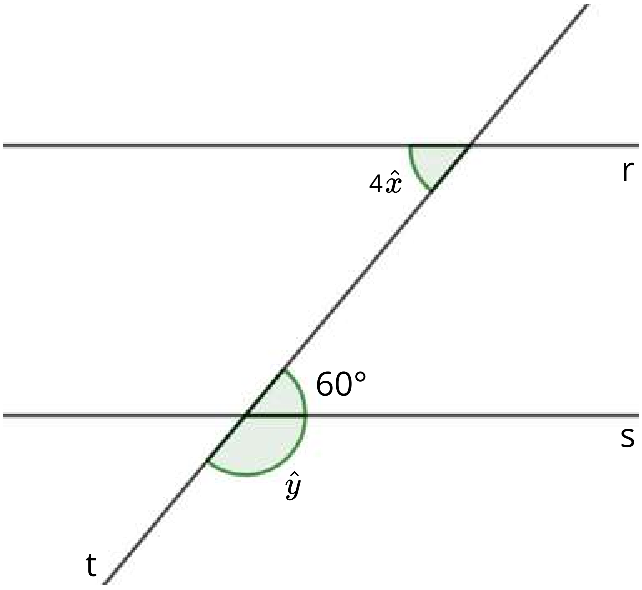
Design: Natch Studio / Fonte: Canva



Importante:
usamos a marcação interna.

EXERCÍCIO 3

Determine as medidas $\hat{x}$ e $\hat{y}$, considerando que r // s e que t é transversal.



Solução:
Como $4\hat{x}$ e 60º são alternos internos podemos construir a seguinte equação:

$$4\hat{x} = 60^\circ$$
$$\frac{4\hat{x}}{4} = \frac{60^\circ}{4}$$
$$\hat{x} = 15^\circ$$

Como 60º e $\hat{y}$ são suplementares (juntos formam 180º) podemos escrever a seguinte equação:

$$60^\circ + \hat{y} = 180^\circ$$
$$60^\circ + \hat{y} - 60^\circ = 180^\circ - 60^\circ$$
$$\hat{y} = 120^\circ$$

Portanto, $\hat{x} = 15^\circ$ e $\hat{y} = 120^\circ$.

Material Extra

Para consolidação dos conteúdos apresentados neste material, sugerimos:

LIVROS DIDÁTICOS

Livro Teláris Essencial – Matemática – 7º ano

- Ângulos p. 150 a 162.

Livro A Conquista da Matemática – 7º ano

- Ângulos p. 166 a 183.

Atividades

ATIVIDADE 1

O skatista brasileiro Sandro Dias, o "Mineirinho", é uma lenda do skate vertical e ficou famoso por suas manobras radicais. Em uma competição, ele surpreendeu o público ao realizar a manobra 900º, uma das mais difíceis do skate, na qual ele gira no ar antes de aterrissar com segurança na pista.

Na Matemática, usamos os ângulos para medir rotações. Sabemos que uma volta completa equivale a 360º. Considerando que Mineirinho girou 900º no ar, quantas voltas ele deu ao redor do próprio eixo antes de tocar o solo novamente?

A) 1,5 voltas
B) 2 voltas
C) 2,5 voltas
D) 3 voltas

ATIVIDADE 2

Observe os ângulos destacados na foto abaixo.

Design: Pexels / Fonte: Canva

Podemos afirmar que:
A) um desses ângulos é reto.
B) há somente um ângulo agudo destacado.
C) o ângulo $\hat{B}$ é obtuso.
D) o ângulo $\hat{C}$ é raso.

ATIVIDADE 3

A energia eólica no Brasil cresce rapidamente, destacando-se como fonte renovável, especialmente na região nordeste. O país já é referência mundial, com parques eficientes e expansivos. Além de sustentável, essa energia impulsiona a economia e gera empregos.

Design: Pexels / Fonte: Canva

Figura 1

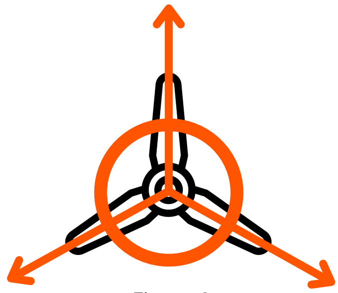


Imagem produzida no Canva

Figura 2

A figura 1 mostra turbinas de vento. Pela rotação de suas hélices, obtemos energia eólica, que é a energia obtida pelo movimento do vento. A figura 2 mostra uma representação da hélice. Se os ângulos entre as pás da hélice possuem a mesma medida, qual é a medida de cada um deles?

ATIVIDADE 4

Analise as afirmações abaixo sobre conceitos geométricos e marque (V) para verdadeiro e (F) para falso:

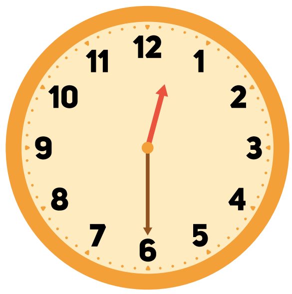
(   ) Um segmento de reta possui um ponto inicial e um ponto final, ou seja, tem comprimento definido.
(   ) Uma semirreta tem um ponto inicial, mas se estende infinitamente em uma única direção.
(   ) Todo ângulo é formado pela interseção de duas retas paralelas.
(   ) Duas semirretas com a mesma origem podem formar somente um ângulo.

Agora, marque a alternativa correta sobre a sequência de respostas:

A) V – V – V – F   B) V – V – F – F   C) V – F – V – V   D) F – V – F – V

ATIVIDADE 5

Qual é medida do menor ângulo formado pelos ponteiros de um relógio quando ele marca 12 horas e 30 minutos?



Design: Acrostock / Fonte: Canva

ATIVIDADE 6

Na figura abaixo, as retas r e s são cortadas pela transversal t.

Determine:

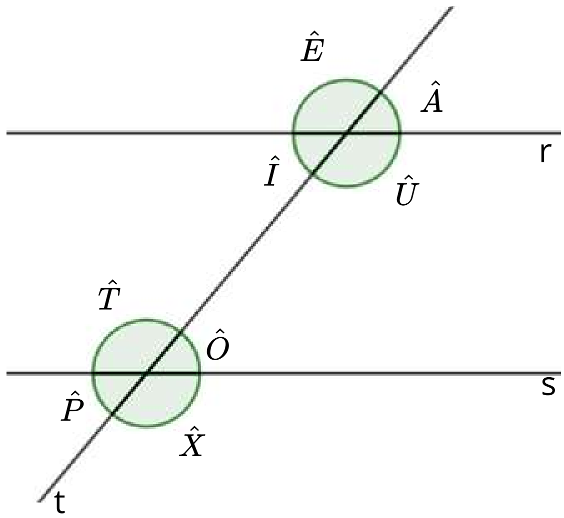
A) os ângulos correspondentes.

B) os ângulos alternos internos.

C) os ângulos alternos externos.

D) os ângulos colaterais internos.

E) os ângulos colaterais externos.



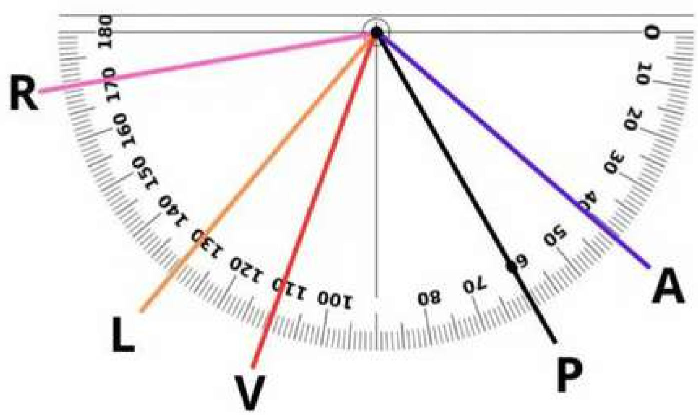
ATIVIDADE 7

Dois ângulos alternos internos formados por duas paralelas e uma transversal são:

A) sempre obtusos B) congruentes C) complementares D) suplementares

ATIVIDADE 8

Observe a imagem do transferidor onde estão determinados os ângulos $\hat{A}$, $\hat{P}$, $\hat{V}$, $\hat{L}$ e $\hat{R}$.



Marque a única opção que apresenta uma igualdade verdadeira.

Use a escala que começa no 0º

A) $3\hat{A} + 2\hat{P} - \hat{L} = 100°$

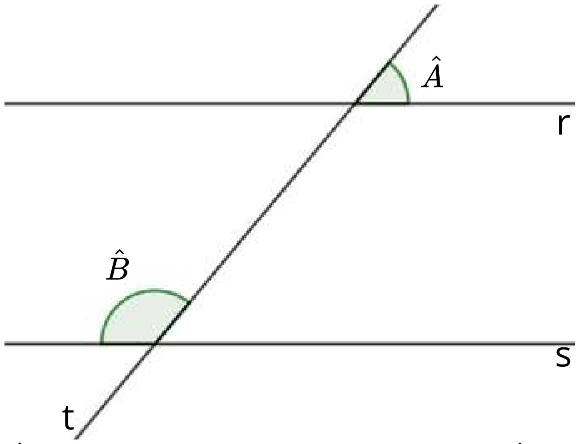
B) $\hat{P} - \hat{A} + \hat{V} - \hat{L} = 10°$

C) $2\hat{V} - 3\hat{A} = 70°$

D) $\hat{R} - \hat{L} - (\hat{L} - \hat{V}) = 20°$

ATIVIDADE 9

As retas **r** e **s**, representadas na figura a seguir, são paralelas e estão sendo cortadas por uma transversal **t**.



Se a medida do ângulo $\hat{B}$ é o triplo da medida do ângulo $\hat{A}$, então $\hat{B} - \hat{A}$ vale:

A) 90°

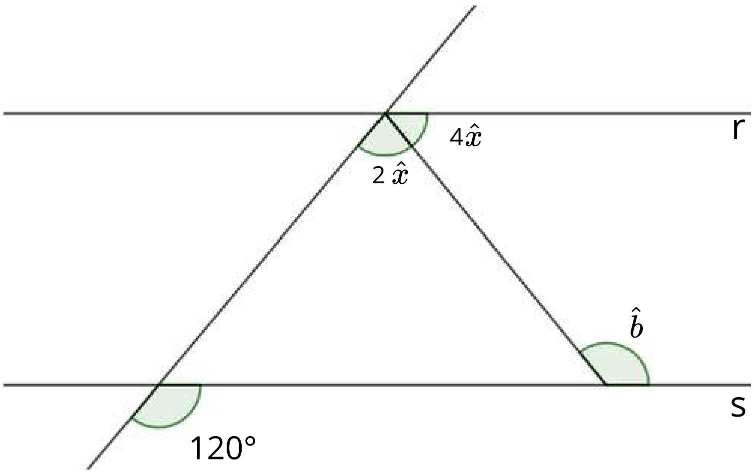
B) 85°

C) 80°

D) 75°

ATIVIDADE 10

Na figura abaixo as retas r e s são paralelas. A medida do ângulo $\hat{b}$ é:



A) 100°

B) 110°

C) 120°

D) 140°

Referências

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática Bianchini:** 7º ano: manual do professor - 10. ed. - São Paulo: Moderna, 2022.

DANTE, Luiz Roberto. **Teláris Essencial** [livro eletrônico] : Matemática : 7ºano - 1. ed. -- São Paulo : Ática, 2022.

EDITORA MODERNA. **Araribá conecta matemática:** 7º ano. São Paulo, 2024.
Giovanni Júnior, José Ruy. A conquista matemática: 7º ano : ensino fundamental : anos finais – 1. ed. – São Paulo : FTD, 2022.

IEZZI, Gelson. **Matemática e realidade 7º ano** - 9. ed. -- São Paulo : Atual Editora, 2018.

TEIXEIRA, Lilian Aparecida. **SuperAÇÃO!:** Matemática. 1. ed. São Paulo: Editora Moderna, 2022.