

Material Estruturado



8º Ano | Ensino Fundamental Anos Finais

MATEMÁTICA

SISTEMA DE EQUAÇÕES COM SOLUÇÃO GRÁFICA

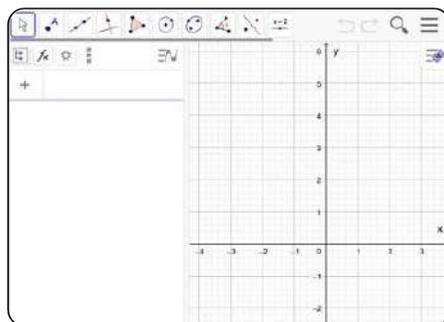
HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM	DESCRITOR(ES) DO PAEBES
EF08MA08 - Resolver e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso.	<ul style="list-style-type: none">Resolver um sistema de duas equações lineares a duas variáveis algébrica e geometricamente.Identificar a posição relativa das retas que representam no plano cartesiano um sistema de duas equações lineares a duas variáveis.Resolver problemas que podem ser modelados por sistemas lineares do 1º grau.	<p>D077_M Corresponder um sistema de equações polinomiais de 1º grau à uma situação problema descrita textualmente.</p> <p>D089_M Utilizar sistemas de equações polinomiais de 1º grau na resolução de problemas.</p> <p>D149_M Interpretar informações apresentadas por meio de coordenadas cartesianas.</p>

Contextualização

O GEOGEBRA

O GeoGebra é uma poderosa ferramenta tecnológica que transforma o estudo da Matemática em uma experiência dinâmica e interativa. No contexto da representação gráfica de sistemas de equações, ele permite visualizar a relação entre as equações e suas soluções de maneira intuitiva. Com o GeoGebra, é possível traçar retas relacionadas a equações, identificar pontos de interseção e explorar diferentes cenários ao modificar coeficientes em tempo real. Dessa forma, os estudantes desenvolvem uma compreensão mais profunda dos conceitos algébricos e geométricos, tornando a aprendizagem mais acessível e envolvente.

O GeoGebra foi criado por Markus Hohenwarter em 2001, durante seu doutorado na Universidade de Salzburg, Áustria, com o objetivo de unir geometria, álgebra e cálculo em uma única ferramenta interativa. Desde então, tornou-se um dos softwares educacionais mais utilizados no ensino da Matemática, permitindo a visualização e exploração de conceitos de forma dinâmica.



https://www.geogebra.org/classic?lang=pt_PT

Considere o seguinte problema: em uma sessão de cinema, foram vendidos dois tipos de ingressos: meia-entrada e inteira. No total, 300 ingressos foram vendidos, arrecadando R\$ 6 600,00. Sabendo que o ingresso de meia-entrada custa R\$ 15,00 e o ingresso inteiro custa R\$ 30,00, quantos ingressos de cada tipo foram vendidos?



Veremos nesse material como **utilizar o software geogebra** para encontrar uma solução gráfica para este sistema. Você aprenderá a **modelar e resolver problemas utilizando sistemas de equações do 1º grau**, além de **interpretar informações no plano cartesiano**. Esses conceitos são fundamentais para compreender relações entre grandezas e resolver situações cotidianas de forma matemática.

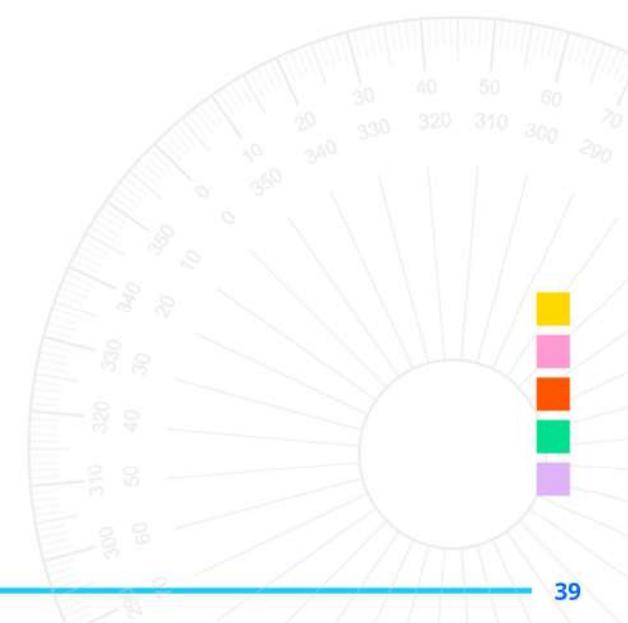


Referências

Dante, Luiz Roberto Teláris Essencial [livro eletrônico] : Matemática : 8º ano / Luiz Roberto Dante, Fernando Viana. -- 1. ed. -- São Paulo : Ática, 2022. HTML (Teláris Essencial Matemática)

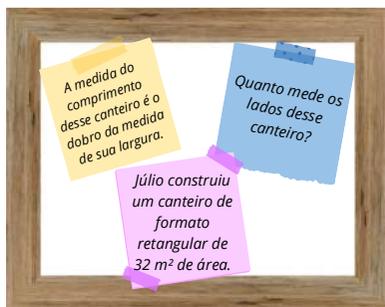
Giovanni Júnior, José Ruy A conquista matemática : 8º ano : ensino fundamental : anos finais / José Ruy Giovanni Júnior. – 1. ed. – São Paulo : FTD, 2022.

Terceira Ponte. disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/Terceira_Ponte



ATIVIDADE 9

Escreva o enunciado do problema formado pelas frases abaixo. Depois resolva-o.



Design: Red Devil's Images / Fonte: Canva

ATIVIDADE 10

Elabore um problema contextualizado em que a solução proposta utilize a equação do 2º grau da forma $ax^2 = b$.



Conceitos e Conteúdos

CORRESPONDÊNCIA ENTRE UM SISTEMA DE EQUAÇÕES E SITUAÇÕES-PROBLEMA

Um sistema de equações do 1º grau é um conjunto de duas ou mais equações com duas ou mais incógnitas. Podemos usá-lo para representar e resolver situações do dia a dia. Exemplo:

Uma sorveteria vende casquinhas de sorvete nos tamanhos pequeno e grande. No total, foram vendidas 120 casquinhas, arrecadando R\$ 540,00. Sabendo que a casquinha pequena custa R\$ 4,00 e a grande R\$ 6,00, quantas de cada tipo foram vendidas?

Modelagem do problema: Seja x o número de **casquinhas pequenas** e y o número de **casquinhas grandes**.

$$\begin{cases} x + y = 120 & \rightarrow \text{total de casquinhas} \\ 4x + 6y = 540 & \rightarrow \text{valor total obtido} \end{cases}$$

Esse sistema de equações representa matematicamente o problema e pode ser resolvido por substituição ou adição.

Resolução pelo Método da Substituição

Seguiremos 3 passos:

1º - Isolamos uma incógnita na primeira equação:

$$\begin{aligned} x + y &= 120 \\ x &= 120 - y \end{aligned}$$

2º - Substituímos $x = 120 - y$ na segunda equação:

$$\begin{aligned} 4x + 6y &= 540 \\ 4 \cdot (120 - y) + 6y &= 540 \\ 480 - 4y + 6y &= 540 \end{aligned}$$

Somamos (- 480) nos dois membros.

$$\begin{aligned} 480 - 480 - 4y + 6y &= 540 - 480 \\ 2y &= 60 \\ y &= \frac{60}{2} \\ y &= 30 \end{aligned}$$



3º - Substituímos $y = 30$ na equação $x = 120 - y$:

$$\begin{aligned} x &= 120 - y \\ x &= 120 - 30 \\ x &= 90 \end{aligned}$$

Resposta: Foram vendidas 90 casquinhas pequenas e 30 casquinhas grandes.

Resolução pelo Método da Adição

Também seguiremos 3 passos:

1º Multiplicamos a primeira equação por (-4) para que os coeficientes de x nas duas equações se tornem opostos:

$$\begin{aligned} (-4) \cdot (x + y) &= (-4) \cdot 120 \\ -4x - 4y &= -480 \\ \begin{cases} -4x - 4y &= -480 \\ 4x + 6y &= 540 \end{cases} \end{aligned}$$

2º Somamos as equações:

$$\begin{aligned} -4x - 4y &= -480 \\ + \quad 4x + 6y &= 540 \\ \hline 2y &= 60 \\ y &= \frac{60}{2} \\ y &= 30 \end{aligned}$$

3º Substituímos $y = 30$ na equação $x + y = 120$:

$$\begin{aligned} x + 30 &= 120 \\ x &= 120 - 30 \\ x &= 90 \end{aligned}$$

Logo, foram vendidas 90 casquinhas pequenas e 30 casquinhas grandes. Ambos os métodos levaram à mesma solução!



ATIVIDADE 7

Paulo quer contribuir para um mundo mais sustentável e decidiu criar uma horta em um terreno quadrado. Ele sabe que as hortas trazem benefícios ambientais, sociais, econômicos e para a saúde, pois ajudam a:

- ✓ Reduzir o desperdício de alimentos e incentivar a compostagem;
- ✓ Fornecer alimentos saudáveis para sua família e comunidade;
- ✓ Economizar dinheiro, pois não precisará comprar algumas hortaliças no mercado;
- ✓ Melhorar a qualidade do solo e do ar, promovendo a biodiversidade.

O terreno disponível para a horta tem 169 m^2 de área total e forma um quadrado perfeito. Paulo precisa calcular quanto mede o lado desse terreno para planejar a disposição dos canteiros. Determine essa medida.



Design: Pavelnaumov / Fonte: Canva

ATIVIDADE 8

Teresa participa de um projeto de sustentabilidade e reaproveitamento de materiais na escola. Para evitar o desperdício de tecido, ela decidiu confeccionar um tapete sustentável utilizando retalhos quadrados do mesmo tamanho, que sobraram de costuras anteriores. Teresa fez um tapete de 640 cm^2 usando retalhos de formato quadrado e com as mesmas medidas.



Quanto mede o lado de cada retalho quadrado que ela utilizou?



ATIVIDADE 5

Roberto está investindo em energia renovável e decidiu instalar painéis solares em sua casa para reduzir sua conta de luz e ajudar o meio ambiente. Para isso, ele comprou 40 placas fotovoltaicas, todas com formato quadrado, que serão usadas para captar a luz do sol e convertê-la em eletricidade.

A área total das placas que ele comprou é de 16 000 cm², e ele quer saber qual é a medida do lado de cada placa para planejar a instalação no telhado.

Escreva uma equação do tipo $ax^2 = b$ que represente a situação problema e resolva-o.

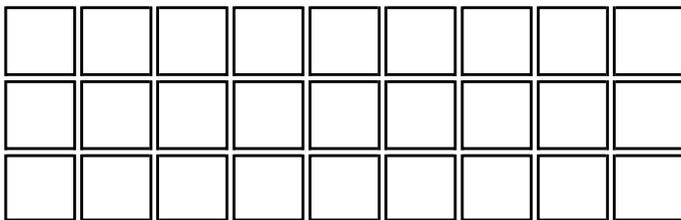


Design: Vectortradition / Fonte: Canva

ATIVIDADE 6

Tadeu decidiu revestir uma parede de sua casa com ladrilhos portugueses para resgatar a cultura e a tradição deixada pelos colonizadores em nosso país. Esses ladrilhos, também chamados de azulejos portugueses, são conhecidos por seus belos padrões geométricos e cores vibrantes, que enfeitam igrejas, praças e casarões históricos.

Para valorizar essa herança cultural, ele assentou 27 ladrilhos quadrados em sua parede, cobrindo uma área total de 19 683 cm². Considerando que essa medida corresponde apenas à área dos ladrilhos, desconsiderando o espaço ocupado pelo rejunte, determine qual é a medida do lado de cada ladrilho.



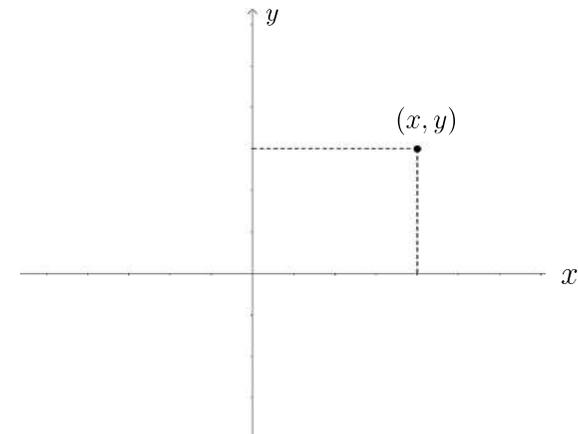
INTERPRETAÇÃO DE COORDENADAS CARTESIANAS

O plano cartesiano é um sistema de coordenadas formado por dois eixos perpendiculares que se intersectam no valor (0,0) que é a coordenada do centro ou origem. O plano cartesiano é dividido em 4 quadrantes ou regiões. Em cada quadrante os valores de **x** e **y** variam entre **positivo** e **negativo**.

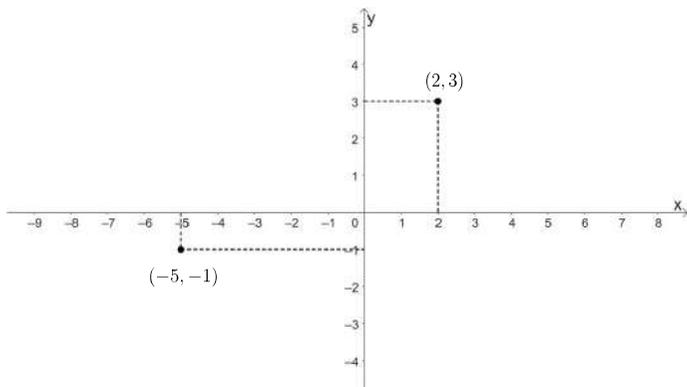
- Eixo **x** (horizontal).
- Eixo **y** (vertical).
- Quadrantes (1°, 2°, 3° e 4°).
- Origem (0,0).



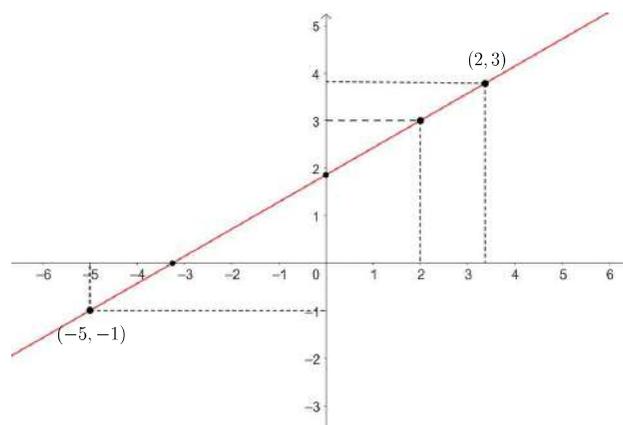
Cada ponto no plano cartesiano é representado por um par ordenado **(x,y)**, onde **x** indica a posição no eixo horizontal e **y** no vertical.



Exemplo de Aplicação: Os pontos A (2, 3) e B (-5, -1) representam locais em um mapa. Você pode usar o GeoGebra para visualizar pontos e gráficos de equações no plano cartesiano.



Agora vamos aprofundar nosso conhecimento. Se traçarmos uma reta passando por estes dois pontos, esta representará uma equação do 1º grau. Todos os pontos desta reta serão as **soluções reais** da equação do 1º grau.



ATIVIDADE 3

Luciana trabalha como enfermeira na cidade de Vitória. Ela sai de casa todos os dias pela manhã, saindo de Vila Velha para Vitória atravessando a 3ª ponte, localizada entre as duas cidades. O tempo necessário (indicado por t) para que ela se desloque 1568 metros pode ser calculado por meio da equação $2t^2 = 1568$. Determine o valor de t.

ATIVIDADE 4

Um jardim tem o formato de um quadrado e, em seu centro, há um lago e bastante vegetação. A área total do jardim é 144 m^2 . Sabendo que x representa o comprimento do lado do jardim e que essa medida obedece à equação do segundo grau $x^2 = 144$, qual é o valor de x, ou seja, o comprimento do lado do jardim?

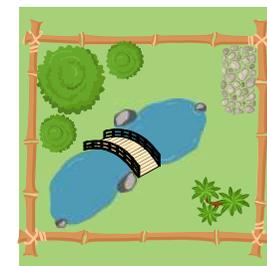


Imagem produzida no Canva



Atividades

ATIVIDADE 1

Em cada item, escreva uma equação no formato $ax^2 = b$, que possibilite resolver o problema.

- A) O quadrado de um número é igual a 9.
- B) O dobro do quadrado de um número é igual a 800.
- C) O triplo do quadrado de um número é igual a 1875.
- D) O dobro do quadrado de um número é igual a 392.
- E) O triplo do quadrado de um número é igual a 3675.

ATIVIDADE 2

Em quais itens as equações apresentadas são do 2º grau do tipo $ax^2 = b$?

- | | |
|------------------|---------------------|
| A) $x^2 = 9$ | G) $7x = 21$ |
| B) $x = 8$ | H) $-2x^2 = x$ |
| C) $x^2 + x = 1$ | I) $2x^2 = 8$ |
| D) $-x^2 = -4$ | J) $4x^2 - 6x = -5$ |
| E) $x = -7$ | K) $5x^2 = 125$ |
| F) $x^2 = 2^2$ | L) $-x = 8$ |

Você pode usar o GeoGebra para visualizar pontos e gráficos de equações no plano cartesiano. Observe os seguintes passos:

Passo 1: Acesse o GeoGebra

1. Abra um navegador e acesse <https://www.geogebra.org/>.



2. Na aba superior encontre "Calculadoras". Clique em "Calculadora Gráfica".

Você sabia?

As **soluções reais** de uma equação são os valores que, quando atribuídos à(s) incógnita(s), tornam a igualdade verdadeira e pertencem ao conjunto dos Números Reais. Chamamos de **Números Reais** o conjunto de elementos representados pela letra maiúscula R, que inclui os:

- **Números Naturais (N):**

$$N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

- **Números Inteiros (Z):**

$$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

- **Números Racionais (Q):**

$$Q = \{\dots, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{-5}{4}, \dots\}$$

- **Números Irracionais (I):**

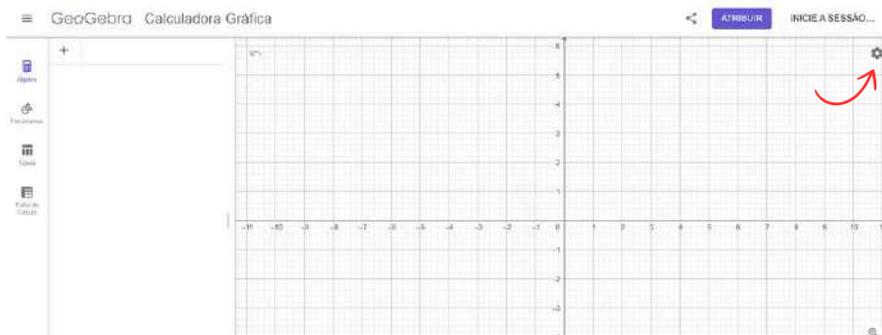
$$I = \{\dots, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{7}, \pi, \dots\}$$

O conjunto dos Números Irracionais e dos Números Reais serão estudados com mais profundidade a partir do 9º ano.



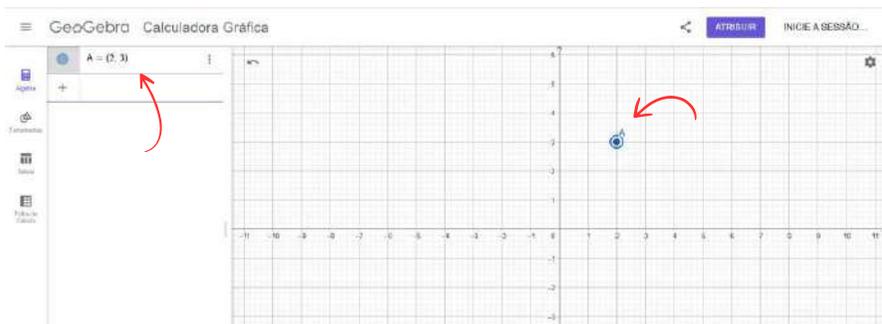
Passo 2: Configure a Janela Gráfica

- Você verá o plano cartesiano. Se necessário, use o botão de configuração (ícone de engrenagem) para ajustar a grade e eixos.



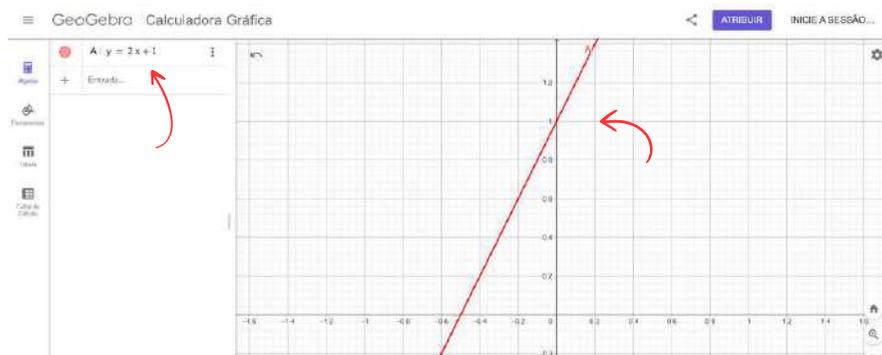
Passo 3: Inserindo Pontos no Plano Cartesiano

No campo de entrada na parte inferior, digite um ponto no formato (x, y). Exemplo: (2,3). Pressione Enter e o ponto aparecerá no plano cartesiano.



Passo 4: Inserindo Equações de Retas e Funções

No mesmo campo de entrada, digite a equação da reta, como $-2x + y = 1$. Pressione Enter e o gráfico da equação será desenhado automaticamente.



Nota: a equação $-2x + y = 1$ é equivalente à equação $y = 2x + 1$.

Material Extra

Giovanni Júnior, José Ruy A conquista matemática : 8º ano : ensino fundamental : anos finais / José Ruy Giovanni Júnior. – 1. ed. – São Paulo : FTD, 2022. Páginas 171 a 173. [Clique aqui.](#)



Dante, Luiz Roberto Teláris Essencial [livro eletrônico] : Matemática : 8º ano / Luiz Roberto Dante, Fernando Viana. -- 1. ed. -- São Paulo : Ática, 2022. HTML (Teláris Essencial Matemática). Página 139 a 141. [Clique aqui.](#)

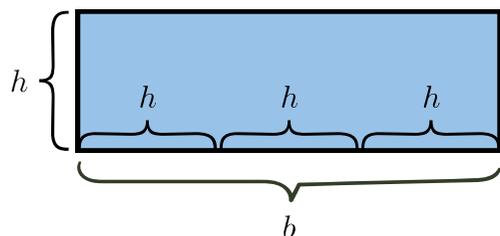


EXERCÍCIO 3

A área de uma região retangular mede 192 m². Sabendo que a medida da base dessa região é o triplo da medida da altura, determine essas medidas.

Resposta: A área de um retângulo é calculada multiplicando-se a base pela altura.

$$A = b \cdot h$$



Com base nos dados do problema podemos modelar a equação da seguinte maneira:

$$b \cdot h = A$$

Agora, substituímos A por 192 e b por $3h$.

$$3h \cdot h = 192$$

$$3h^2 = 192$$

Em seguida, dividimos os dois membros por 3 e calculamos o valor de h .

$$3h^2 = 192$$

$$\frac{3}{3}h^2 = \frac{192}{3}$$

$$h^2 = 64$$

$$h = \pm\sqrt{64}$$

$$h = \pm 8$$

Por se tratar da medida de um lado de um retângulo, o valor negativo não serve.

Como $h = 8$ metros, então a base desse retângulo será de **24** metros.



Com o estudo dos sistemas de equações e do plano cartesiano, você desenvolverá habilidades para modelar problemas do dia a dia e interpretar informações matematicamente. Pratique resolvendo exercícios e explorando gráficos no GeoGebra! Você se lembra do problema abordado na contextualização desse material? Vamos resolver com a ajuda desse *software* gráfico.

"Em uma sessão de cinema, foram vendidos dois tipos de ingressos: meia-entrada e inteira". Para construir um sistema de equações que represente esse problema, vamos modelar a quantidade de ingressos de meia-entrada para ser representada por x e os ingressos de uma entrada inteira por y . "No total, 300 ingressos foram vendidos, ..." logo a primeira equação será:

$$x + y = 300$$

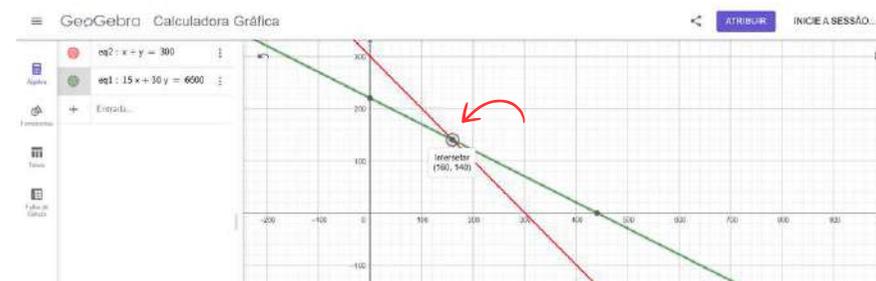
Continuando "... arrecadando R\$ 6.600,00. Sabendo que o ingresso de meia-entrada custa R\$ 15,00 e o ingresso inteiro custa R\$ 30,00, quantos ingressos de cada tipo foram vendidos?"

$$15x + 30y = 6600$$

Assim nosso sistema será:

$$\begin{cases} x + y = 300 \\ 15x + 30y = 6600 \end{cases}$$

Utilizando o *software* Geogebra, vamos inserir as duas equações acima. Agora basta clicar no encontro das retas que o Geogebra mostrará o ponto de intersecção. Este ponto é a solução do sistema.



Portanto serão 160 ingressos de meia-entrada e 140 ingressos de uma entrada inteira.



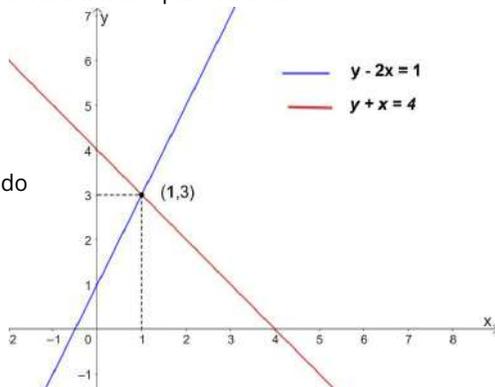
Identificando a posição relativa das retas no plano cartesiano

A partir da posição relativa de duas retas no plano cartesiano, é possível classificar sistema de equações do 1º grau. Assim temos:

- **duas retas concorrentes** - sistema de equações do 1º grau com um par ordenado (x,y) como solução. As retas se encontram neste par ordenado.

Exemplo:

$$\begin{cases} y - 2x = 1 \\ y + x = 4 \end{cases}$$

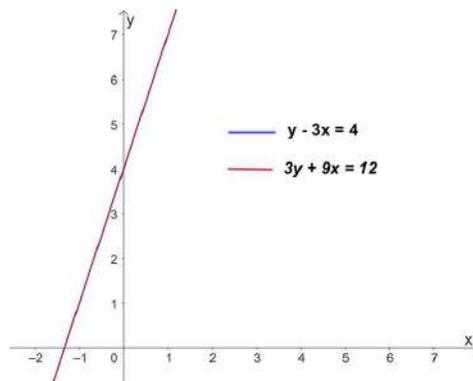


As retas se cruzam no ponto (1,3). Podemos comprovar isso substituindo o ponto (1,3) nas duas equações.

$$\begin{cases} y - 2x = 1 \\ 3 - 2 \cdot 1 = 1 \\ 3 - 2 = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} y + x = 4 \\ 3 + 1 = 4 \\ 3 + 1 = 4 \end{cases}$$

- **duas retas coincidentes** - sistema de equações do 1º grau com infinitas soluções. As retas representam a mesma equação.

$$\begin{cases} y - 3x = 4 \\ 3y - 9x = 12 \end{cases}$$



Observe que se multiplicarmos a primeira equação por 3 obteremos a segunda equação.

$$\begin{cases} 3 \cdot y + 3 \cdot (-3x) = 3 \cdot 4 \\ 3y - 9x = 12 \end{cases}$$

- **duas retas paralelas** - o sistema de equações do 1º grau não possui solução, ou seja, não existe um mesmo par ordenado (x,y) que seja solução das duas equações.

$$\begin{cases} y - 2x = 3 \\ y - 2x = -5 \end{cases}$$



Exercícios Resolvidos

EXERCÍCIO 1

Resolva a equação $3x^2 = 27$.

Resposta: Para isolar x^2 no primeiro membro, dividimos os dois membros da equação por 3.

$$\begin{aligned} 3x^2 &= 27 \\ \frac{3}{3}x^2 &= \frac{27}{3} \\ x^2 &= 9 \\ x &= \pm\sqrt{9} \\ x &= \pm 3 \end{aligned}$$

Portanto x pode ser 3 ou -3.

EXERCÍCIO 2

Resolva a equação $-5x^2 = -1125$.

Resposta: Para isolar x^2 no primeiro membro, dividimos os dois membros da equação por -5.

$$\begin{aligned} \frac{-5x^2}{-5} &= \frac{-1125}{-5} \\ x^2 &= 225 \\ \sqrt{x^2} &= \sqrt{225} \\ x &= \pm\sqrt{225} \\ x &= \pm 15 \end{aligned}$$

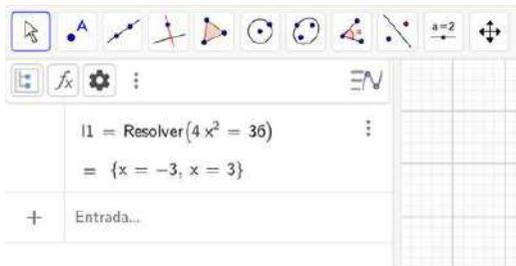
Portanto x pode ser 15 ou -15.



- Acesse o site do GeoGebra em https://www.geogebra.org/classic?lang=pt_PT ou por meio do QR Code abaixo.



- Digite "Resolver(4 x^2=36)" na barra de entrada.



- O software mostrará as soluções imediatamente!

Revisando o que você aprendeu

As equações do segundo grau do tipo $ax^2 = b$ aparecem em muitos problemas do dia a dia. Saber resolvê-las ajuda a entender melhor situações envolvendo áreas e muito mais! Para resolver esse tipo de equação devemos:

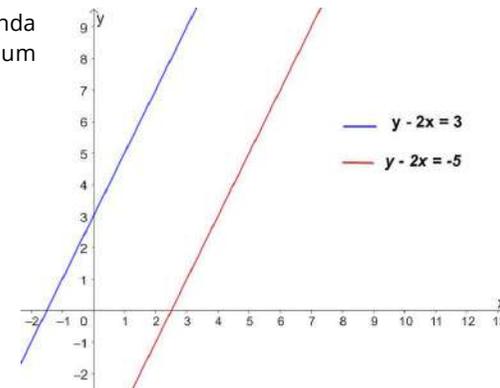
- Isolar o termo x^2 no primeiro membro; e
- Extrair a raiz quadrada no segundo membro.

Agora, tente praticar mais para poder identificar e resolver problemas com equações incompletas do 2º grau!



Observe que se subtrairmos a segunda equação da primeira chegaremos a um resultado impossível (falso).

$$\begin{array}{r} y - 2x = 3 \\ -(y - 2x) = -(-5) \\ \hline 0 = 3 + 5 \\ 0 = 8 \end{array}$$



As retas paralelas possuem a mesma inclinação.

Conclusão

- Retas Paralelas: Nunca se cruzam, pois possuem a mesma inclinação, mas equações diferentes.
- Retas Coincidentes: São a mesma reta, pois possuem a mesma equação (ou equações equivalentes).
- Retas Concorrentes: Se cruzam em um único ponto, pois possuem inclinações diferentes.

Essas classificações ajudam a entender como as retas se comportam no plano cartesiano e como resolver sistemas de equações de forma prática.

Retomando o que você aprendeu

Vimos, nesse material, como utilizar o *software* Geogebra para encontrar uma solução gráfica para um sistema de equações do 1º grau. Aprendemos a:

- modelar e resolver problemas utilizando sistemas de equações do 1º grau;
- interpretar informações no plano cartesiano; e
- identificar a posição relativa das retas no plano cartesiano.



Exercícios Resolvidos

EXERCÍCIO 1

A cenoura e a batata são dois ingredientes bastante nutritivos. A cenoura é provavelmente uma das melhores fontes de vitamina A. Também se destaca pelo teor de fibras alimentares, potássio e vitamina B3. A batata é rica em fibras, vitaminas C e do complexo B, e potássio, minerais essenciais para o bom funcionamento do organismo.

Considerando esses benefícios, os dois amigos que moram dentro do mesmo condomínio, Lucas e Wellington, a pedido de suas mães, se encontraram em um domingo pela manhã para ir à feira do bairro. A mãe de Lucas pediu para ele comprar 3 kg de batata e 2 kg de cenoura, e ele gastou um total de R\$ 28,00. Já a mãe de Wellington solicitou que comprasse 5 kg de batata e 4 kg de cenoura, pagando um total de R\$ 50,00. Os itens comprados, mais a cebola que já havia sido comprada, serão utilizados para fazer salada de batata com cenoura e alimentar a grande família que irá se reunir no almoço.

- Monte um sistema de equações do 1º grau que represente essa situação, considerando que o preço do quilograma (kg) de batata seja x e o de cenoura seja y .
- Resolva o sistema pelo método da adição e determine os preços por quilograma de cada item (batata e cenoura).



Design: Getty Images / Fonte: Canva



- Tiramos a raiz quadrada de 25.

$$x^2 = 25$$

$$x = \pm\sqrt{25}$$

$$x = \pm 5$$

Assim, o lado de cada quadrado que compõe a quadra mede 5 m (considera-se para medida o valor positivo).

- Resolver a equação $36x^2 = 1$ no conjunto dos números reais.

$$36x^2 = 1$$

$$\frac{36}{36}x^2 = \frac{1}{36}$$

dividimos os dois membros por 36.

$$x^2 = \frac{1}{36}$$

$$x = \pm\sqrt{\frac{1}{36}}$$

$$x = \pm\frac{1}{6}$$

Logo, os números $+\frac{1}{6}$ e $-\frac{1}{6}$, são as soluções da equação.

- Resolver a equação $x^2 + 5 = 0$ no conjunto dos números reais.

Neste caso, começamos isolando x^2 no primeiro membro, somando o número -5 no dois membros.

$$x^2 + 5 = 0$$

$$x^2 + 5 - 5 = 0 - 5$$

$$x^2 = -5$$

$$x = \pm\sqrt{-5}$$

Neste ponto, entendemos que esta equação do 2º grau não possui soluções, visto que a raiz quadrada de -5 não é um número real.

Analisando esses exemplos podemos concluir que uma equação incompleta do 2º grau do tipo $ax^2 = b$:

- ou terá duas raízes reais e opostas;
- ou não admitirá raízes reais;
- ou terá uma raiz igual a zero, se b for igual a zero.

USO DE TECNOLOGIAS PARA RESOLVER EQUAÇÕES

Podemos usar calculadoras científicas ou aplicativos como o *GeoGebra* para resolver equações rapidamente. No *GeoGebra*, por exemplo, basta realizar os seguintes passos:



RESOLVENDO PROBLEMAS

Agora, vamos analisar situações que podem ser resolvidas com esse tipo de equação. Exemplo 1:

Maria está construindo um jardim quadrado. A área planejada do jardim é de 49 m². Qual é o comprimento de cada lado do jardim?

Resolução: A área de um quadrado é dada por:

$$A = l^2$$

onde l representa a medida do lado do quadrado e A representa sua área. Como a área é de 49 m², podemos substituir esse valor na equação para encontrar a medida do lado:

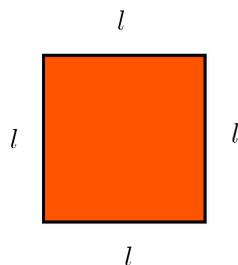
$$l^2 = A$$

$$l^2 = 49$$

$$l = \pm\sqrt{49}$$

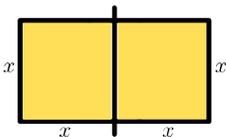
$$l = \pm 7$$

Como a medida do lado não pode ser negativa, temos $l = 7$ m.



Exemplo 2:

William e seus amigos resolveram jogar beach tennis. Para demarcar a quadra, fizeram um retângulo composto por 2 quadrados, com uma área total de 50 m², conforme a figura a seguir. Determine a medida x do lado desses quadrados.



Resolução:

O retângulo que demarca a quadra tem como dimensões $2x$ para o comprimento e x para a largura. Como a área da quadra é 50 m², podemos organizar a seguinte equação: $b \cdot h = A \rightarrow 2x \cdot x = 50 \rightarrow 2x^2 = 50$

- Dividimos os dois lados por 2:

$$2x^2 = 50$$

$$\frac{\cancel{2}}{\cancel{2}}x^2 = \frac{50}{2}$$

$$x^2 = 25$$



Resolução:

a) Podemos montar o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 28 \\ 5x + 4y = 50 \end{cases}$$

b) Resolvendo pelo método da adição:

Multiplicamos a primeira equação por (-2) para tornar os coeficientes de y opostos quando comparamos as duas equações.

$$\begin{aligned} & \xrightarrow{(-2)} (-2) \cdot (3x + 2y) = (-2) \cdot 28 \\ & -6x - 4y = -56 \end{aligned}$$

Somando a primeira equação com a segunda, eliminamos o valor de y e encontramos o valor de x .

$$\begin{aligned} -6x - 4y &= -56 \\ 5x + 4y &= 50 \\ \hline -x &= -6 \\ (-1) \cdot (-x) &= (-1) \cdot (-6) \\ x &= 6 \end{aligned}$$

Substituímos $x = 6$ na primeira equação:

$$\begin{aligned} 3 \cdot 6 + 2y &= 28 \\ 18 + 2y &= 28 \\ 2y &= 28 - 18 \\ 2y &= 10 \\ y &= \frac{10}{2} \\ y &= 5 \end{aligned}$$

Resposta: O preço de cada quilograma de batata é R\$ 6,00 e o da cenoura é de R\$ 5,00.



EXERCÍCIO 2

Dois ciclistas partem de pontos diferentes e seguem trajetórias retilíneas que podem ser modeladas em um plano cartesiano. O primeiro ciclista parte do ponto (0, 4) e segue uma trajetória descrita pela equação $y = -\frac{1}{2}x + 4$. O segundo ciclista parte do ponto (2, 0) e segue uma trajetória descrita pela equação $y = x - 2$.

- a) Determine o ponto de encontro das duas trajetórias, resolvendo o sistema de equações do 1º grau formado pelas equações das trajetórias.
- b) Interprete a resposta no contexto do plano cartesiano.

Respostas:

a) Temos o sistema:

$$\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 4 \\ y = x - 2 \end{cases}$$

Igualando as equações:

$$-\frac{1}{2}x + 4 = x - 2$$

Multiplicamos ambos os membros por (-2) para eliminar a fração:

$$\begin{aligned} (-2) \cdot \left(-\frac{1}{2}x + 4\right) &= (-2) \cdot (x - 2) \\ x - 8 &= -2x + 4 \end{aligned}$$

Somamos $2x$ e adicionamos 8 em ambos os membros da equação:

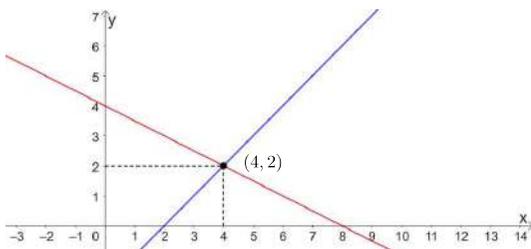
$$\begin{aligned} +x + 2x - 8 + 8 &= -2x + 2x + 4 + 8 \\ 3x &= 12 \\ x &= \frac{12}{3} \\ x &= 4 \end{aligned}$$

Substituímos $x = 4$ em uma das equações:

$$\begin{aligned} y &= x - 2 \\ y &= 4 - 2 \\ y &= 2 \end{aligned}$$

Portanto o ponto de encontro será (4, 2).

b) No plano cartesiano, o ponto (4, 2) representa a posição onde as duas trajetórias se encontram. Ou seja, em algum momento eles passarão pelo mesmo ponto.



■ Ciclista 1
■ Ciclista 2



Aqui vale ressaltar uma importante propriedade dos número reais.

A **raiz quadrada** de um número real é sempre positiva. A raiz quadrada de um número real não pode ser negativa porque, por definição, um número ao quadrado é sempre positivo. Exemplo:

$$\sqrt{4} = 2 \text{ pois } 2^2 = 4$$

Entretanto, um número negativo **elevado ao quadrado** terá resultado positivo. Exemplo:

$$(-2)^2 = (-2) \cdot (-2) = +4$$

Concluímos então que, sendo x e y dois números reais quaisquer:

$$x^2 = y, \text{ então, } x = +\sqrt{y} \text{ ou } x = -\sqrt{y}.$$

Agora, voltemos à nossa resolução.

Passo 2: Extraímos a raiz quadrada de ambos os membros da equação.

$$\begin{aligned} x^2 &= 16 \\ \sqrt{x^2} &= \sqrt{16} \\ x &= \pm\sqrt{16} \\ x &= \pm 4 \end{aligned}$$

Solução: Os valores de x que satisfazem a equação são 4 e -4.

Exemplo 2.

Resolva a equação $5x^2 = 45$ no conjunto dos números reais.

1) Dividimos os dois lados por 5:

$$\begin{aligned} 5x^2 &= 45 \\ \cancel{5}x^2 &= \frac{45}{\cancel{5}} \\ x^2 &= 9 \end{aligned}$$

2) Aplicamos a raiz quadrada em ambos os membros da equação:

$$\begin{aligned} x^2 &= 9 \\ x &= \pm\sqrt{9} \\ x &= \pm 3 \end{aligned}$$

Resposta: x pode ser 3 ou -3.



Conceitos e Conteúdos

EQUAÇÃO QUADRÁTICA

Uma equação quadrática, também chamada de equação do 2º grau é uma expressão matemática que envolve um termo com a incógnita elevada ao quadrado (sendo esse o maior expoente da incógnita). No caso específico do tipo $ax^2 = b$, temos:

- a é o coeficiente que multiplica x^2 . O valor de a nunca será zero.
- b é um número qualquer.
- x é a incógnita, ou seja, o valor que queremos encontrar.

Veja alguns exemplos:

$$2x^2 = 18 \quad a = 2 \quad b = 18$$

$$x^2 = 36 \quad a = 1 \quad b = 36$$

$$5x^2 = 125 \quad a = 5 \quad b = 125$$

$$-\frac{x^2}{3} = -48 \quad a = -\frac{1}{3} \quad b = -48$$

RESOLVENDO EQUAÇÕES DA FORMA $ax^2 = b$

Você já estudou que resolver uma equação significa determinar os possíveis valores que satisfazem essa equação em um conjunto universo dado. Agora veremos como resolver equações quadráticas da forma $ax^2 = b$. A solução desse tipo de equação é encontrada isolando x^2 e depois extraindo a raiz quadrada dos dois lados da igualdade.

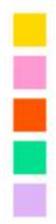
Exemplo 1.

Resolva a equação: $4x^2 = 64$ no conjunto dos números reais.

Passo 1: Isolamos o termo x^2 dividindo os dois membros da equação por 4.

$$\frac{4x^2}{4} = \frac{64}{4}$$

$$x^2 = 16$$



EXERCÍCIO 3

Represente graficamente os sistemas de equações do 1º grau abaixo em um plano cartesiano e classifique a posição de suas retas em paralelas, concorrentes ou coincidentes.

$$A) \begin{cases} x - 2y = 10 \\ x - y = 6 \end{cases}$$

$$B) \begin{cases} 2x + 3y = 11 \\ 4x + 6y = 22 \end{cases}$$

$$C) \begin{cases} 3x + y = 7 \\ 6x + 2y = 1 \end{cases}$$

Resposta: Vamos resolver o sistema do item A.

$$\begin{cases} x - 2y = 10 \\ (x - y) \cdot (-1) = 6 \cdot (-1) \end{cases} \rightarrow \text{Multiplicamos os dois membros da segunda equação por } (-1).$$

$$\begin{array}{r} x - 2y = 10 \\ -x + y = -6 \\ \hline -y = 4 \end{array} \rightarrow \text{Somamos as duas equações.}$$

$$\begin{array}{r} -y = 4 \\ y = -4 \end{array} \rightarrow \text{Multiplicamos os dois membros por } (-1) \text{ novamente.}$$

Agora vamos substituir $y = -4$ na primeira equação.

$$\begin{array}{r} x - 2y = 10 \\ x - 2 \cdot (-4) = 10 \\ x + 8 = 10 \\ x + 8 + (-8) = 10 - 8 \\ x = 2 \end{array} \rightarrow \text{Somamos } (-8) \text{ nos dois membros.}$$

Visto que o item **A** possui um par ordenado como solução do sistema, trata-se de um gráfico com duas retas concorrentes.

Vamos resolver o sistema do item B.

$$B) \begin{cases} 2x + 3y = 11 \\ 4x + 6y = 22 \end{cases}$$

Observando os coeficientes das incógnitas destas equações, podemos concluir que se trata da mesma equação com os coeficientes multiplicados por dois (ao comparar a primeira equação com a segunda).

$$\begin{cases} 2x + 3y = 11 \\ 4x + 6y = 22 \end{cases}$$

4 multiplicado por 2 é igual a 2.
6 multiplicado por 2 é igual a 3.
22 multiplicado por 2 é igual a 11.

Portanto, temos a mesma equação. Logo trata-se de um gráfico com duas retas coincidentes.



Vamos resolver o sistema do item C.

$$C) \begin{cases} 3x + y = 7 \\ 6x + 2y = 1 \end{cases}$$

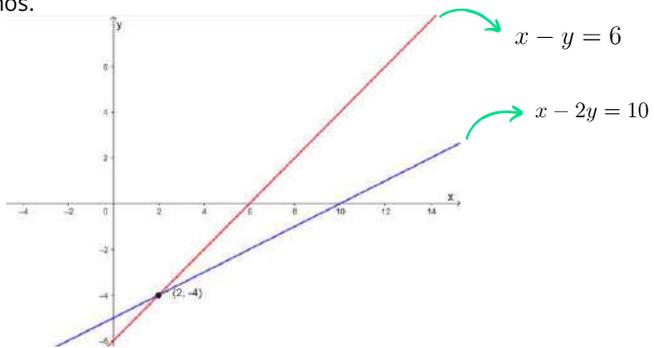
Multiplicamos os dois membros da primeira equação por (-2) para podermos ter valores opostos nos coeficientes de x.

$$\begin{cases} (-2) \cdot (3x + y) = (-2) \cdot 7 \\ 6x + 2y = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{array}{r} -6x - 2y = -14 \\ 6x + 2y = 1 \\ \hline 0 = -13 \end{array}$$

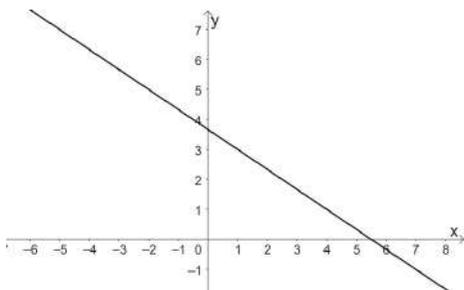
Mas isso é impossível!!!

Assim, como chegamos a um resultado impossível (falso), não temos um par ordenado que seja solução para as duas equações. Logo, trata-se de um gráfico com retas paralelas. A seguir, esboçaremos os gráficos dos três sistemas de equações do 1º grau que resolvemos.

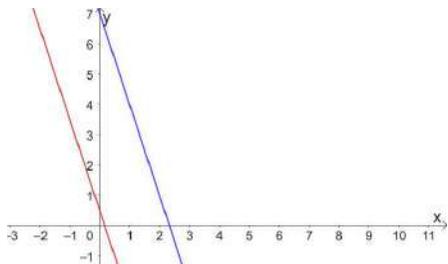
$$A) \begin{cases} x - 2y = 10 \\ x - y = 6 \end{cases}$$



$$B) \begin{cases} 2x + 3y = 11 \\ 4x + 6y = 22 \end{cases}$$



$$C) \begin{cases} 3x + y = 7 \\ 6x + 2y = 1 \end{cases}$$



$6x + 2y = 1$ $3x + y = 7$



Contextualização

A TERCEIRA PONTE DO ESPÍRITO SANTO

A Terceira Ponte, oficialmente chamada de Ponte Deputado Darcy Castello de Mendonça, é uma das principais obras de engenharia do Espírito Santo. Com cerca de 3,3 km de extensão e 70 metros de altura, é uma das maiores pontes do Brasil e um símbolo da infraestrutura capixaba.

Curiosidades sobre a Terceira Ponte:

- A velocidade máxima permitida é de 70 km/h;
- Sua altura foi projetada para permitir a passagem de navios de grande porte;
- Após mais de três décadas, a Ponte é a principal conexão entre Vila Velha e Vitória e conta com um tráfego de cerca de 41 mil veículos por dia.



Ponte Darcy Castello de Mendonça -ES.
Foto: Getty Images / Fonte: Canva

Disponível em: <https://es360.com.br/dia-a-dia/noticia/34-anos-de-terceira-ponte-conheca-a-historia-do-cartao-postal/>
Acesso: 16/05/2025.

Considere que em um intervalo de tempo passaram sobre ela 520 automóveis no sentido Vila Velha a Vitória. É possível saber a posição de cada veículo em um determinado instante? Podemos calcular a posição (em metros) em função do tempo (em segundos) dos veículos que se movimentam em movimento uniformemente variado por meio de uma expressão quadrática do tipo $ax^2 = b$.

Mas afinal de contas, o que é uma equação do tipo $ax^2 = b$?
Como resolver equações do tipo $ax^2 = b$?
Você aprenderá sobre isso nesse material. Bons estudos!





Material Estruturado



8º Ano | Ensino Fundamental Anos Finais

MATEMÁTICA

EQUAÇÕES DA FORMA $ax^2 = b$

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM
<p>EF08MA09 - Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo $ax^2 = b$.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Resolver problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo $ax^2 = b$. • Elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo $ax^2 = b$.

Material Extra

Equação da reta
<https://www.geogebra.org/m/mvwtzg6s#material/dt8hkpej>



Giovanni Júnior, José Ruy A conquista matemática : 8º ano : ensino fundamental : anos finais / José Ruy Giovanni Júnior. – 1. ed. – São Paulo : FTD, 2022. Páginas 161 a 163. [Clique aqui.](#)



Dante, Luiz Roberto Teláris Essencial [livro eletrônico] : Matemática : 8º ano / Luiz Roberto Dante, Fernando Viana. -- 1. ed. -- São Paulo : Ática, 2022. HTML (Teláris Essencial Matemática). Página 213 a 215. [Clique aqui.](#)





Atividades

ATIVIDADE 1

Resolva o sistema de equações pelo método da adição e o represente graficamente:

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - y = 4 \end{cases}$$

ATIVIDADE 2

Resolva o sistema de equações pelo método da substituição e represente no gráfico:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ x - 2y = 4 \end{cases}$$



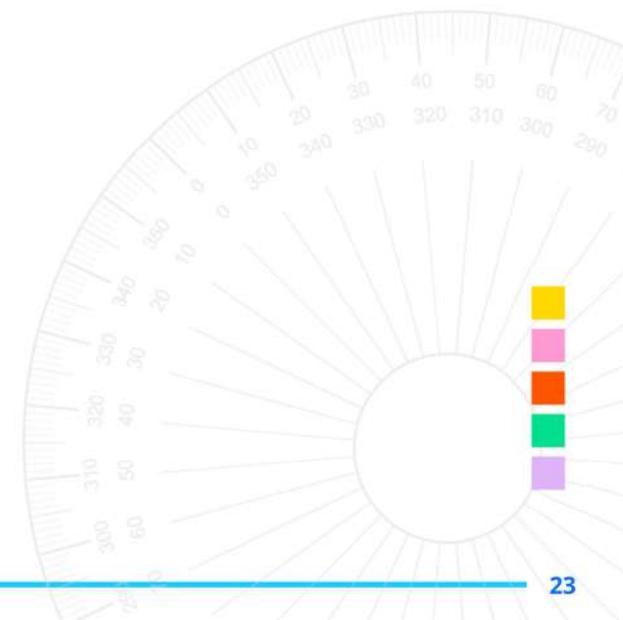

Referências

Dante, Luiz Roberto Teláris Essencial [livro eletrônico] : Matemática : 8º ano / Luiz Roberto Dante, Fernando Viana. -- 1. ed. -- São Paulo : Ática, 2022. HTML (Teláris Essencial Matemática)

Giovanni Júnior, José Ruy A conquista matemática : 8º ano : ensino fundamental : anos finais / José Ruy Giovanni Júnior. - 1. ed. - São Paulo : FTD, 2022.

Sobre o Geogebra. Disponível em:

<https://www.pucsp.br/geogebra/geogebra.html#:~:text=GeoGebra%20foi%20criado%20em%202001,suporte%20para%20o%20seu%20uso.>



ATIVIDADE 8

Participaram de uma excursão x homens e y mulheres, sendo a maioria homens. A soma das quantidades de homens e de mulheres é igual a 130 pessoas e a diferença entre a quantidade de homens e a de mulheres é igual a 12 pessoas. Quantos homens e quantas mulheres participaram dessa excursão?

ATIVIDADE 9

(VUNESP) Em um sítio, Marcos cria cavalos e galinhas. Multiplicando o número de cavalos por quatro e somando nove obtemos o número de galinhas no sítio. Sabendo-se que entre esses animais a quantidade de patas (pés) é 186, podemos afirmar que:

- A) existem 65 galinhas no sítio.
- B) o número de galinhas é um número par.
- C) o número de cavalos é um múltiplo de seis.
- D) o número de galinhas é menor que o número de cavalos.
- E) existem 21 cavalos no sítio.

ATIVIDADE 10

(OBMEP-2021) Na volta de uma pescaria, Paulo disse para César: "Se você me der um de seus peixes, eu ficarei com o dobro do número de peixes com que você ficar". César afirmou: "E se, em vez disso, eu jogar um de seus peixes no rio, ficaremos com o mesmo número". Quantos peixes eles pescaram ao todo?

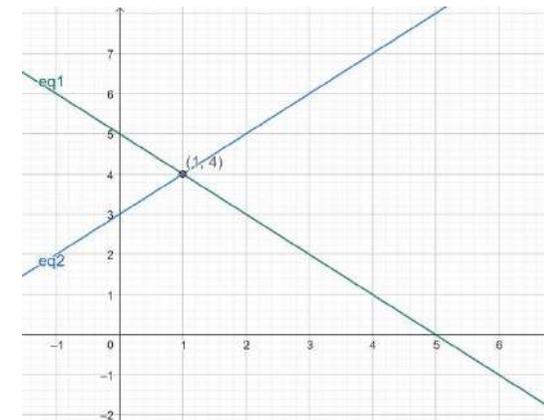


ATIVIDADE 3

O dobro de x adicionado ao triplo de y resulta em 17. Se a diferença entre x e y é igual a 1, quais são esses números? Monte um sistema de duas equações do 1º grau, resolva-o e represente-o graficamente.

ATIVIDADE 4

Marque a única opção que mostra o sistema de equação do 1º grau correspondente ao gráfico a seguir.



- A) $\begin{cases} x + 3y = 2 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$
- B) $\begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = 1 \end{cases}$
- C) $\begin{cases} 5x + y = 5 \\ 3x - y = 2 \end{cases}$
- D) $\begin{cases} x + y = 5 \\ -x + y = 3 \end{cases}$



ATIVIDADE 5

Arthur é 8 anos mais velho do que sua irmã Isadora. A soma de suas idades é 26 anos.

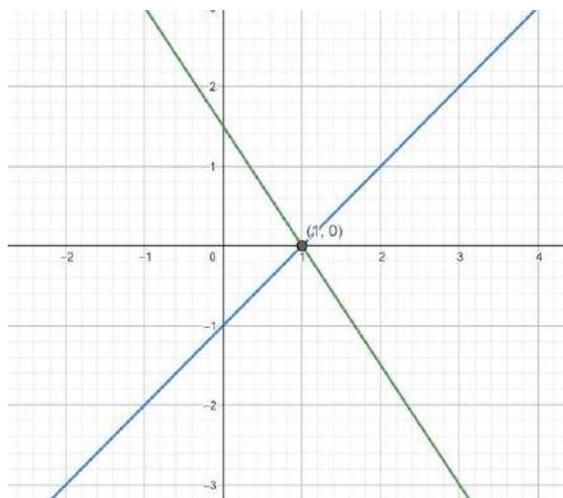
A) Escreva um sistema de equações que possibilite determinar a idade de cada um dos irmãos.

B) Qual é a idade de cada um dos irmãos?

C) Ao representar geometricamente o sistema escrito por você no item a, obteremos retas concorrentes, paralelas ou coincidentes?

ATIVIDADE 6

A imagem a seguir mostra a representação geométrica de um sistema de equações de 1º grau. Marque a única opção que apresenta a representação algébrica desse sistema de equações.



A) $\begin{cases} x + 3y = 2 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$

B) $\begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = 1 \end{cases}$

C) $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x + y = 2 \end{cases}$

D) $\begin{cases} 3x + 2y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases}$



ATIVIDADE 7

Resolva graficamente cada sistema de equações do 1º grau apresentado e indique se as retas das equações são concorrentes, paralelas ou coincidentes.

A) $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + 2y = 6 \end{cases}$

B) $\begin{cases} x + y = 3 \\ x + y = 2 \end{cases}$

C) $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x + y = 2 \end{cases}$

