GOVERNO DO ESTADO DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

Material Estruturado

SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL

GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

8º Ano | Ensino Fundamental Anos Finais

MATEMÁTICA

Mediatriz e Bissetriz como Lugares Geométricos na Resolução de Problemas

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM
EF08MA17/ES - Aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas, utilizando ou não desenhos geométricos.	• Aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas.

Contextualização

GEOMETRIA NA ENGENHARIA

Você já parou pra pensar como os engenheiros escolhem onde construir uma ponte, onde colocar um poste de luz, ou como fazer um muro exatamente no meio de duas casas?
Na construção civil, nada é feito no "olhômetro" — tudo precisa ser bem calculado para garantir segurança, economia e praticidade. Muitas vezes, os engenheiros precisam encontrar um ponto exato que esteja à mesma distância de dois lugares importantes. Outras vezes, precisam decidir onde construir algo que fique no meio entre duas paredes ou ruas.

Imagens produzida por IA

É aí que entram dois conceitos muito usados na geometria e também na engenharia:
A ***mediatriz***, que ajuda a encontrar o ponto que está no meio de dois pontos — como quando queremos construir um caminho que fique à mesma distância de duas casas.

A ***bissetriz***, que ajuda a encontrar o lugar que está no meio de dois lados que formam um ângulo — como quando queremos colocar uma luminária de canto que ilumine igualmente duas paredes.

Neste estudo, vamos aprender como usar a mediatriz e a bissetriz como lugares geométricos para resolver problemas de construção, como engenheiros e arquitetos fazem no mundo real. E quem sabe você não descobre um talento para construir coisas com mais lógica, precisão e criatividade?

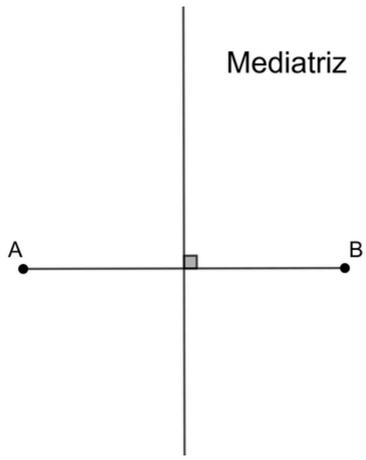
Bons estudos!

Conceitos e Conteúdos

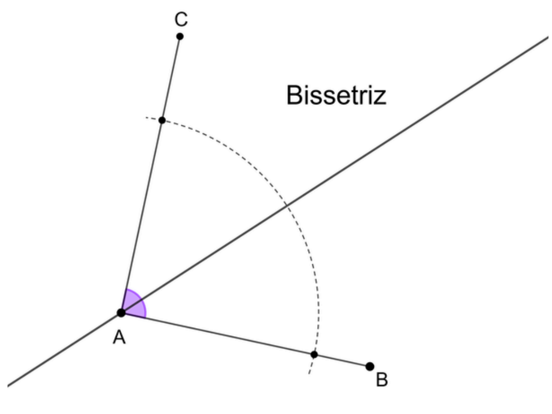
O QUE SÃO LUGARES GEOMÉTRICOS?

Lugar geométrico é o conjunto de todos os pontos que obedecem a uma certa condição. O conceito de lugar geométrico permite resolver problemas com condições espaciais, visualizar soluções, construir figuras com régua e compasso, e compreender melhor as propriedades de figuras planas e espaciais. Vamos destacar **cinco *exemplos*** de lugar geométrico.

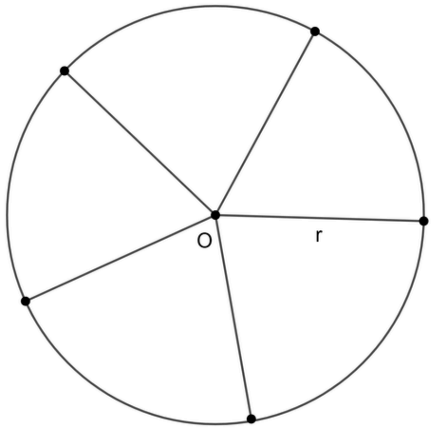
Exemplo 1. Todos os pontos que estão à mesma distância de dois pontos dados formam uma reta. Essa reta é a ***mediatriz*** do segmento entre os dois pontos.



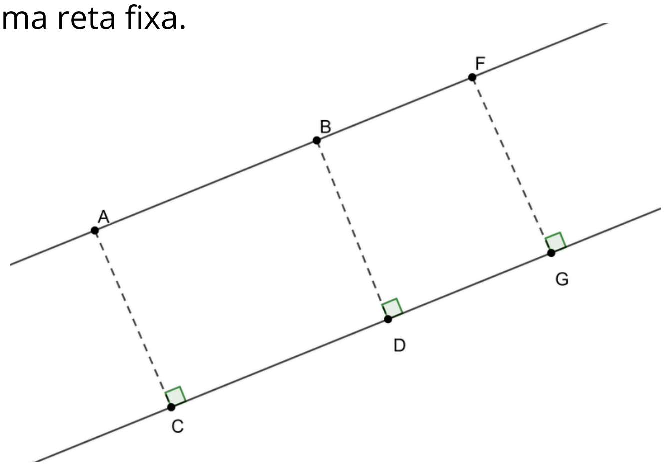
Exemplo 2. Todos os pontos que estão à mesma distância dos lados de um ângulo formam a ***bissetriz***.



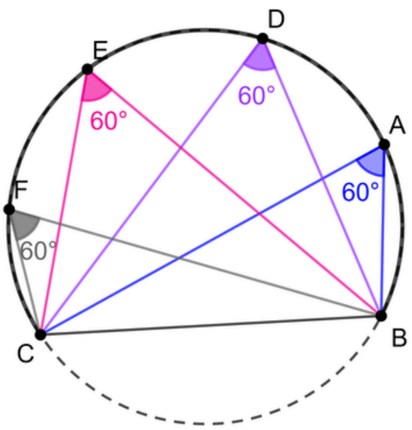
Exemplo 3. Lugar geométrico dos pontos que estão a uma mesma distância de um ponto fixo (o centro) é a ***circunferência***.



Exemplo 4. A ***reta paralela*** a uma reta dada é o conjunto de pontos que estão a uma mesma distância de uma reta fixa.



Exemplo 5. O ***arco capaz*** de um segmento é o lugar geométrico dos pontos que veem um segmento dado sob um mesmo ângulo de medida conhecida.



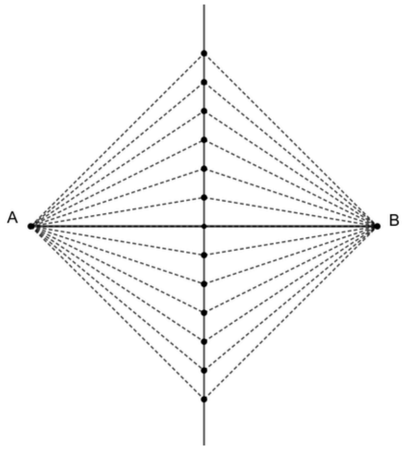
Usar esses conceitos ajuda a resolver problemas geométricos do cotidiano e em situações de raciocínio. Continuaremos a focar nas aplicações da Mediatriz e da Bissetriz.

A Mediatriz: propriedades e aplicações

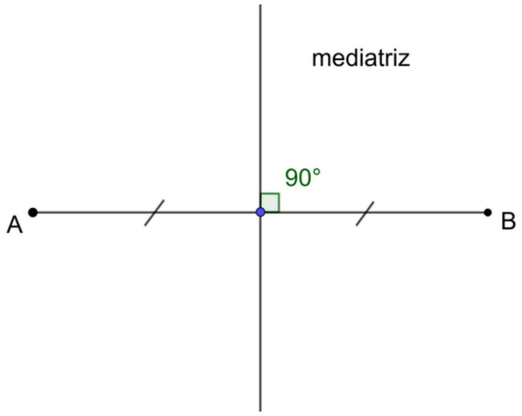
Sabemos pela definição de mediatriz de um segmento, que ela passa pelo ponto médio desse segmento. Destacamos ainda outras importantes propriedades.

Propriedades

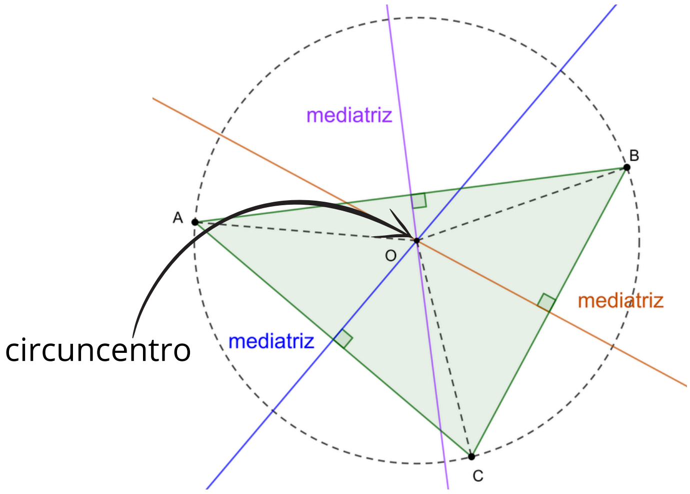
✓ Todo ponto da mediatriz está à mesma distância dos extremos do segmento.



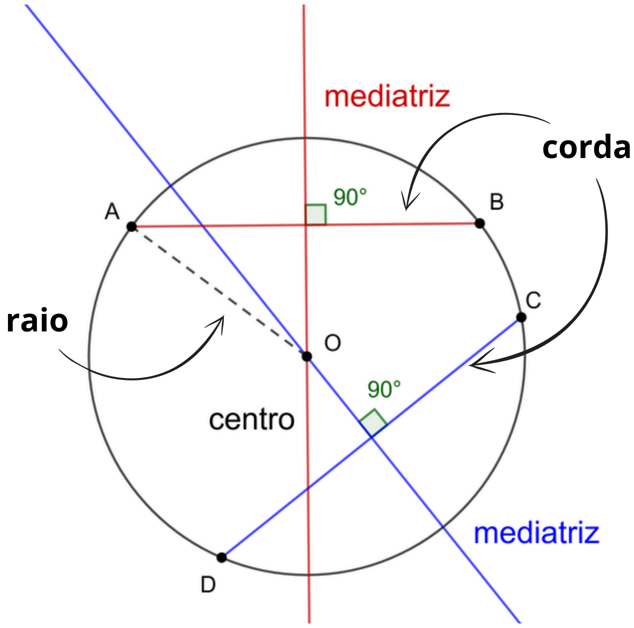
✓ A mediatriz divide o segmento ao meio e forma um ângulo de 90° com ele.



✓ As mediatrizes dos lados de um triângulo se encontram no circuncentro, que é o centro da circunferência circunscrita ao triângulo.



✓ Em uma circunferência, o encontro de duas mediatrizes de duas cordas diferentes nos permite encontrar o centro desta circunferência.



Você sabia?

Uma **corda** é um segmento de reta que liga dois pontos da circunferência.

Um **raio** é um segmento de reta que liga o centro da circunferência até um ponto da borda.

Todos os raios de uma mesma circunferência têm o mesmo comprimento.

Aplicações

- A mediatriz pode ser usada para localizar pontos equidistantes entre dois locais, o que é importante para garantir uma distribuição uniforme de forças e materiais em estruturas.
- Quando os engenheiros e arquitetos planejam uma cidade ou um bairro, eles precisam decidir onde colocar escolas, hospitais, praças, postos de saúde, etc. A ideia é que essas construções fiquem em um lugar que fique mais ou menos na mesma distância para os moradores de diferentes regiões.
- Em construções, a mediatriz pode ser utilizada para garantir que as forças de sustentação sejam distribuídas de forma uniforme.

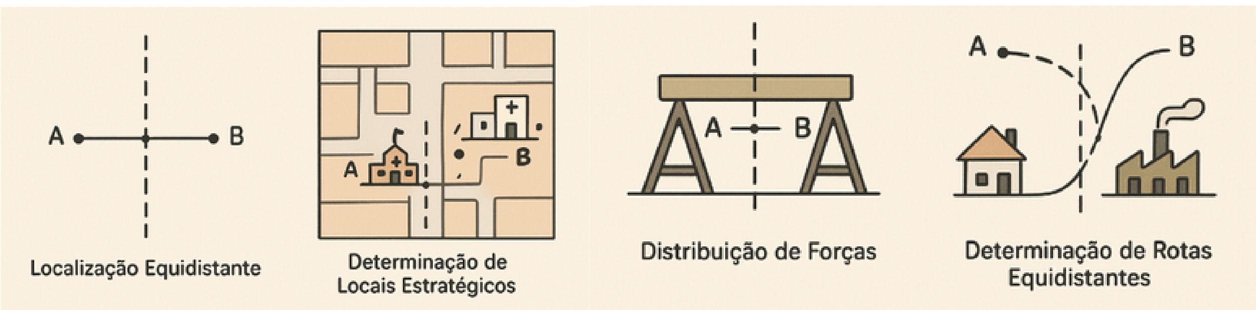


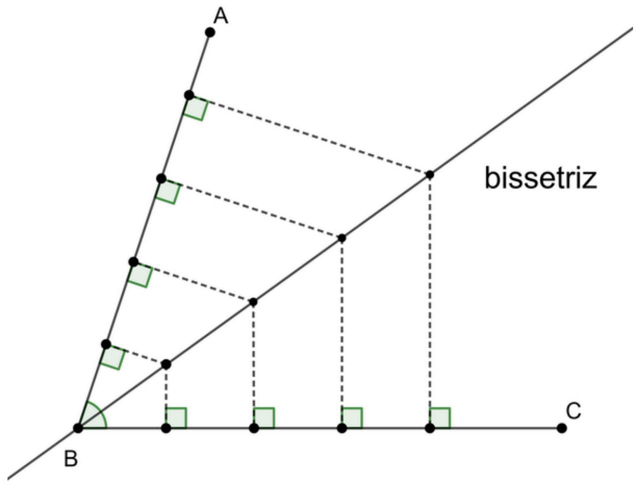
Imagem produzida por IA

A Bissetriz: propriedades e aplicações

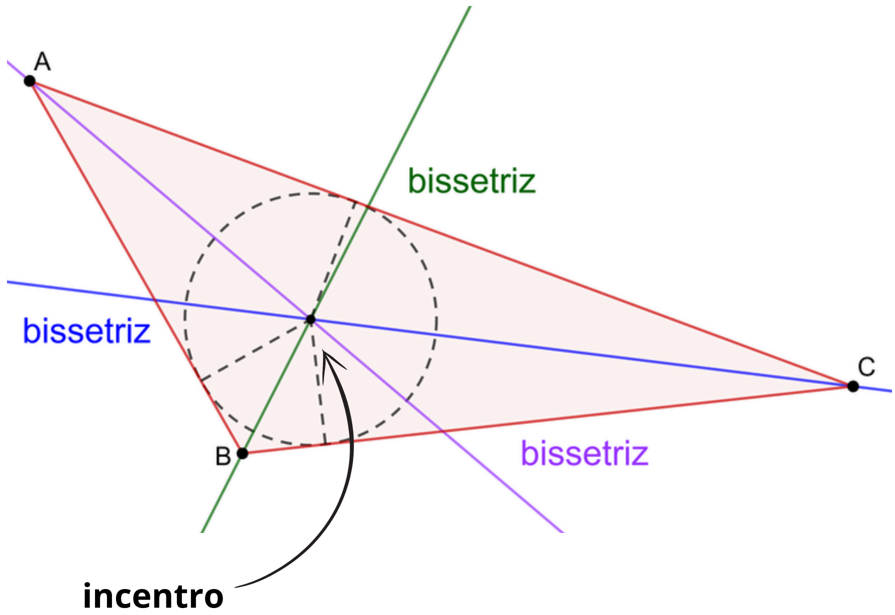
Sabemos que a bissetriz de um ângulo é a semirreta que divide o ângulo em dois ângulos com a mesma medida.

Propriedades

✓ Todo ponto da bissetriz está à mesma distância dos lados do ângulo.

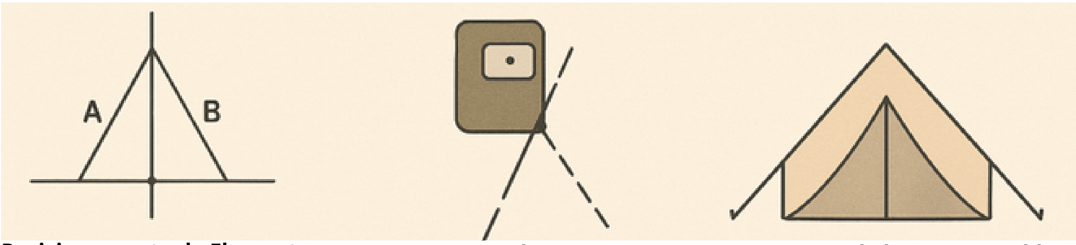


✓ O ponto de encontro das três bissetrizes internas de um triângulo é chamado de incentro, que é o centro da circunferência inscrita no triângulo.



Aplicações

- A bissetriz permite dividir ângulos de forma igualitária, sendo útil para construir muros ou cercas com mesma abertura angular para cada parte.
- Em ambientes internos ou construções, a bissetriz ajuda a centralizar objetos (como escadas, móveis ou estruturas) entre duas paredes ou superfícies anguladas.
- Robôs podem usar a bissetriz para seguir trajetos equidistantes de obstáculos, mantendo equilíbrio e evitando colisões.
- Em engenharia, suportes instalados sobre a bissetriz de um ângulo ajudam a distribuir forças de forma uniforme, melhorando a resistência da estrutura.



Posicionamento de Elementos **Sensores de Presença** **Montagem de barracas e toldos**

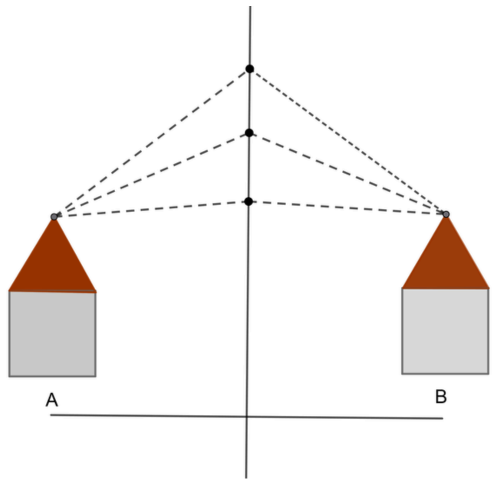
Imagem gerada por IA

Exercícios Resolvidos

EXERCÍCIO 1

Você quer instalar uma caixa d'água que fique à mesma distância de duas casas A e B. Onde ela deve ser colocada?

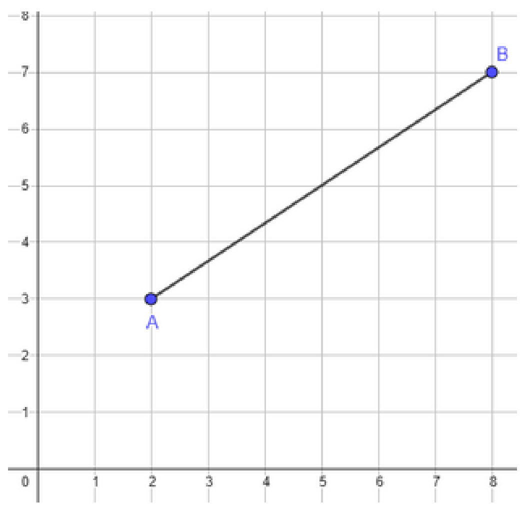
Resposta: Vamos construir a mediatriz do segmento que liga as casas A e B. A caixa deve estar em algum ponto dessa mediatriz.



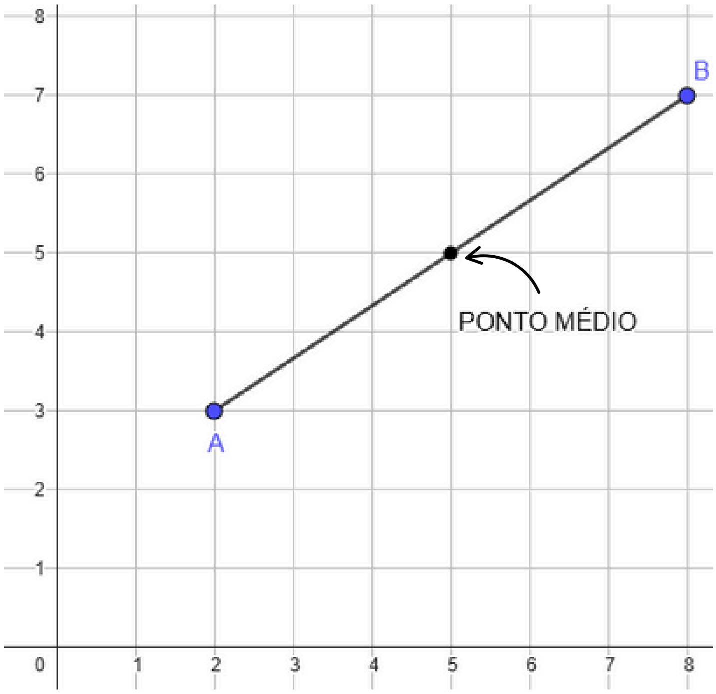
EXERCÍCIO 2

A prefeitura de um município está planejando construir uma biblioteca comunitária para atender igualmente a dois bairros: Bairro Sol Nascente e Bairro Jardim Verde. No mapa da cidade, os bairros são representados pelos pontos A e B, com coordenadas A (2, 3) e B (8, 7), respectivamente. A ideia é construir a biblioteca em um ponto que fique exatamente à mesma distância dos dois bairros, garantindo acesso igualitário para os moradores.

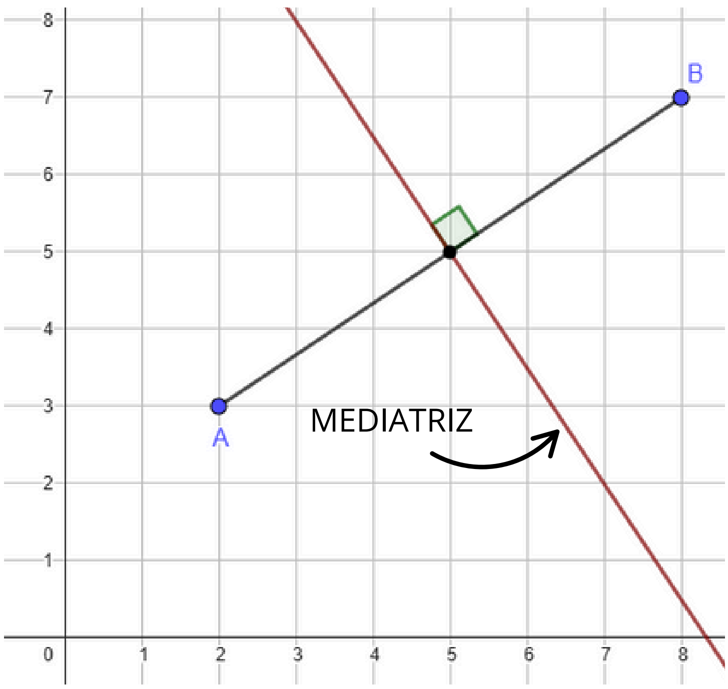
Qual deve ser o lugar geométrico onde a biblioteca pode ser construída para estar à mesma distância de A e B?



Resposta: Para estar equidistante de A e B, a biblioteca comunitária deve ser colocada sobre a mediatriz do segmento AB. A mediatriz é perpendicular ao segmento AB e passa pelo seu ponto médio. Assim, a biblioteca deve ser posicionada em qualquer ponto que esteja sobre o segmento perpendicular que passa pelo ponto médio de AB.

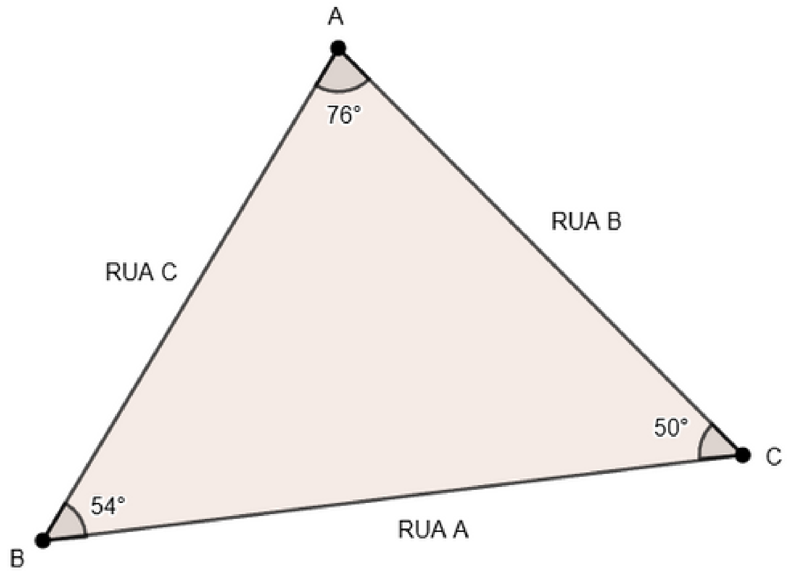


Bairro Sol Nascente no ponto A (2, 3);
Bairro Jardim Verde no ponto B (8, 7);
A mediatriz, representando todos os pontos que estão à mesma distância dos dois bairros, é o lugar geométrico ideal para localizar a biblioteca.

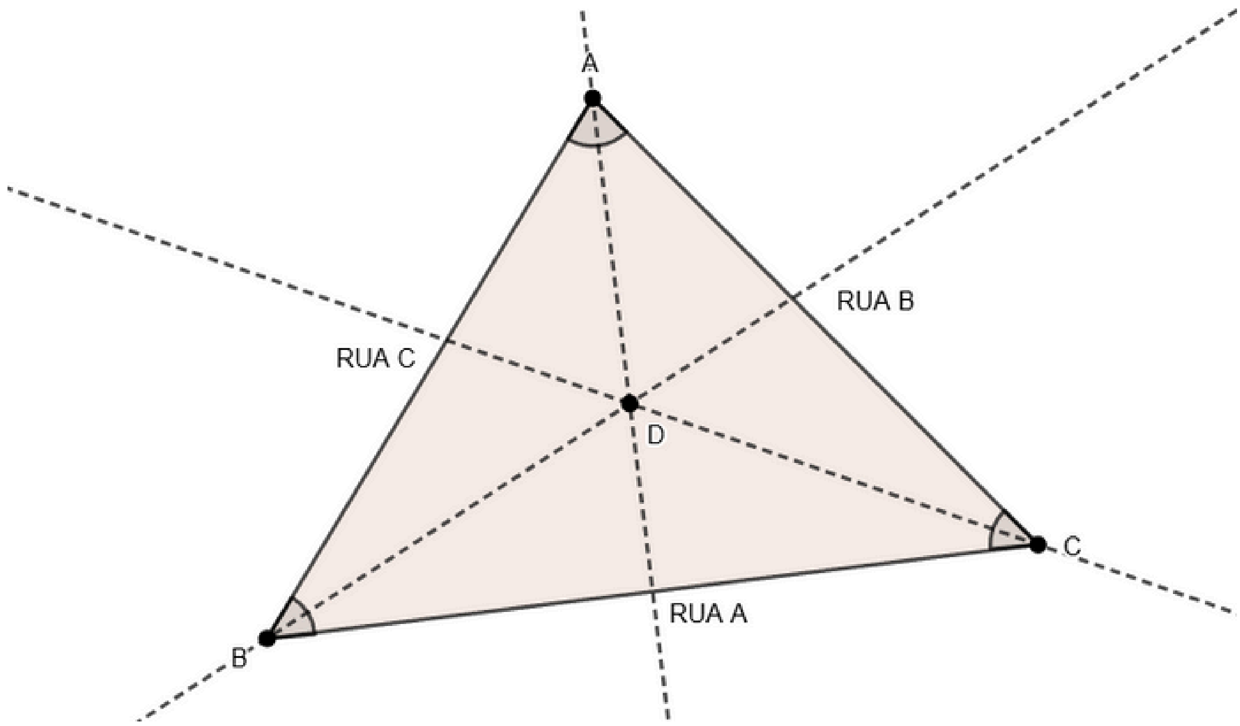


EXERCÍCIO 3

Um chafariz será instalado em uma praça de formato triangular, delimitada por três ruas: A, B e C. Os ângulos internos da praça, formados pelos encontros dessas ruas, são os seguintes: no vértice onde as ruas A e B se encontram (ponto C), o ângulo mede 50°; no vértice onde as ruas A e C se encontram (ponto B), o ângulo mede 54°; e no vértice onde as ruas B e C se encontram (ponto A), o ângulo mede 76°. O arquiteto deseja posicionar o chafariz de modo que ele fique à mesma distância das três ruas que cercam a praça. Com base nessas informações, em que ponto da praça o chafariz deve ser instalado?



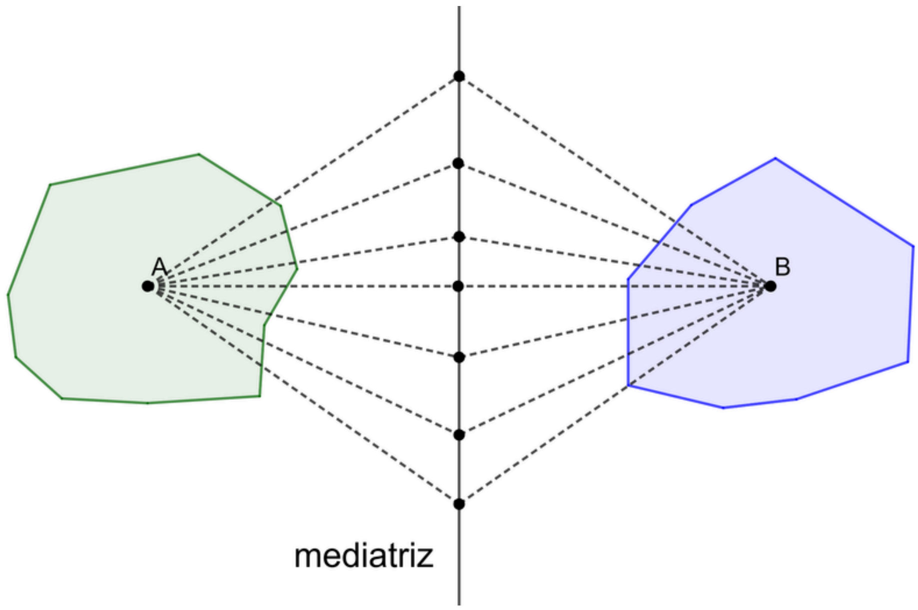
Resposta: O chafariz deverá ser instalado no ponto D, uma vez que ele é o ponto de encontro das três retas bissetrizes, ou seja, o incentro, e está à mesma distância das três ruas.



EXERCÍCIO 4

Entre duas cidades deseja-se construir uma estrada que mantenha a mesma distância entre os pontos A e B, localizados no interior de cada uma delas, conforme a figura. Por onde deve passar essa estrada?

Resposta: A estrada deve seguir a mediatriz do segmento AB, pois todos os pontos sobre essa linha estão à mesma distância de A e B.
Portanto, a estrada será perpendicular ao segmento AB e passará por seu ponto médio.

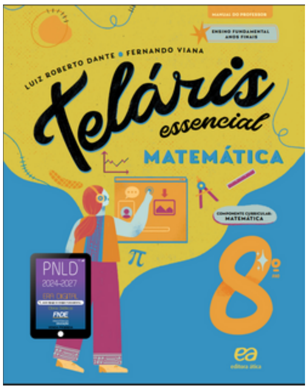


Material Extra

Para consolidação e aprofundamento dos conteúdos apresentados neste material, sugerimos:

LIVRO DIDÁTICO

Livro Teláris Essencial – Matemática – 8º ano



Dante, Luiz Roberto. Teláris Essencial : Matemática : 8º ano - 1. ed. -- São Paulo : Ática, 2022.

- Lugares Geométricos: páginas 160 à 163.

YOUTUBE

Mediatriz de uma corda passa pelo centro da circunferência

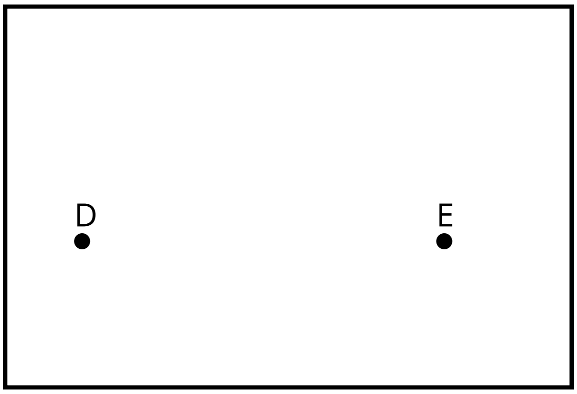
Propriedade das Bissetrizes (Incentro)

Propriedade das Bissetrizes (Incentro)

Atividades

ATIVIDADE 1

Dois primos moram em um mesmo lote residencial, porém cada um em sua respectiva casa. Eles decidiram trocar a caixa de água do terreno de uso comum e, para que o custo com o encanamento seja o mesmo para ambos, a construção será realizada em algum lugar onde a distância da caixa de água até cada uma das casas seja a mesma. As casas dos irmãos estão representadas pelos pontos D e E, e o lote é representado pelo retângulo que contém os pontos na figura abaixo. Qual é o lugar geométrico que contém todas as possíveis localizações onde a caixa de água poderá ser construída?



ATIVIDADE 2

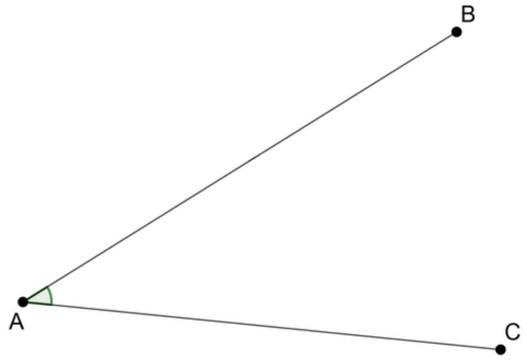
Lucas quer construir a bissetriz de um ângulo cuja medida da abertura é 120°. Para isso ele utilizou um transferidor, desenhando os dois lados que formam esse ângulo com a abertura de 120º em uma folha de papel. Em seguida, dobrou a folha de modo que um lado coincidisse exatamente com o outro, marcando assim a bissetriz do ângulo.

A) Qual é a medida do ângulo formado entre a bissetriz e um dos lados do ângulo original?

B) Se Lucas dobrar novamente o papel, agora unindo a bissetriz a um dos lados do ângulo original, qual será a medida do novo ângulo formado?

ATIVIDADE 3

Na organização de uma feira cultural escolar, um grupo de estudantes precisa montar tendas triangulares que servirão de espaços para apresentações culturais. Para garantir equilíbrio e segurança, cada tenda precisa de uma estrutura bem distribuída. Eles usam conceitos de geometria para dividir o ângulo da estrutura central em duas partes iguais, garantindo que os apoios fiquem equilibrados – isso exige a construção da bissetriz. Abaixo, está representado um ângulo agudo.



Usando régua e compasso, construa a bissetriz desse ângulo, que ajudará a posicionar corretamente os apoios da tenda.

ATIVIDADE 4

Um engenheiro quer instalar um poste de luz que fique equidistante de duas ruas que se encontram formando um ângulo de 60°. Onde o poste deve ser colocado para garantir que ele esteja à mesma distância das duas ruas? Represente o lugar geométrico das possíveis posições para o poste.

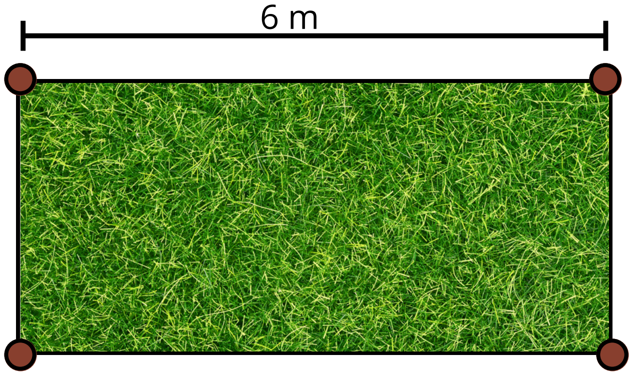
ATIVIDADE 5

Uma loja de móveis, localizada em São Mateus, decidiu expandir seus negócios e inaugurou uma nova filial em outro ponto da cidade. Para otimizar o transporte de mercadorias entre as duas unidades, a empresa pretende construir um depósito que fique equidistante das duas lojas. Considerando as posições das lojas, trace a reta que representa todos os pontos possíveis para a localização desse depósito.

Fonte: Google maps

ATIVIDADE 6

Na organização dos canteiros de uma horta escolar, os alunos precisam dividir o terreno de forma justa entre duas turmas. Para isso, o espaço de plantio foi demarcado com uma estaca em cada extremidade, formando um segmento de 6 metros. Abaixo está representado esse segmento, indicando o terreno entre as duas estacas.



Utilizando régua e compasso, construa a mediatriz do segmento, que representará a linha exata que divide o canteiro igualmente entre as turmas.

ATIVIDADE 7

Duas escolas, A e B, estão localizadas em um município, separadas por uma distância de 2 200 m em linha reta. A prefeitura quer construir um posto de saúde que fique à mesma distância das duas escolas. Represente o lugar geométrico das possíveis posições para a construção do posto de saúde.

ATIVIDADE 8

A prefeitura de uma cidade quer construir uma torre de observação que fique à mesma distância de dois muros que se encontram formando um ângulo. Sabendo que os muros se encontram no ponto A, e que eles formam um ângulo de 90°, determine o local (lugar geométrico) mais adequado para construir a torre.

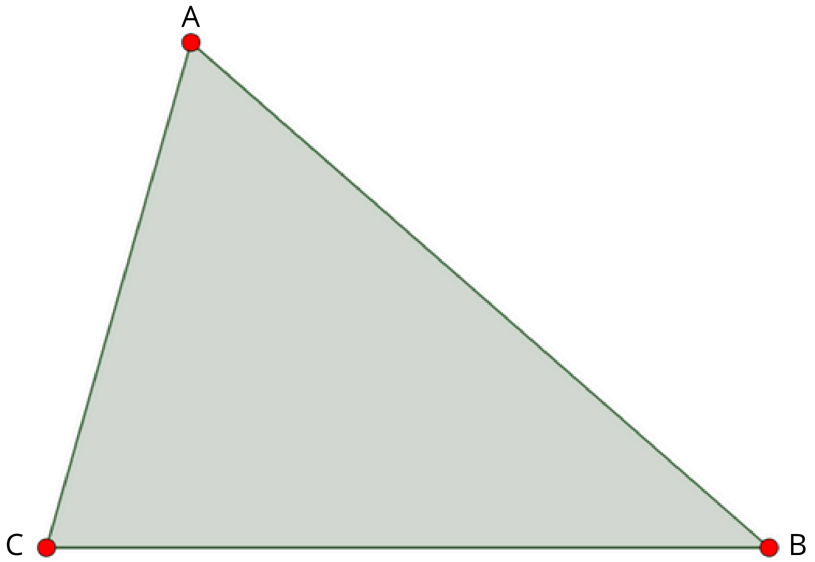
ATIVIDADE 9

Dois amigos moram em pontos diferentes de uma cidade, representados por A e B no mapa. Eles querem encontrar um ponto de encontro para praticar corrida que fique à mesma distância das casas dos dois. Qual é o lugar geométrico dos possíveis pontos de encontro?

Design: Pixabay / Fonte: Canva

ATIVIDADE 10

Três casas, representadas pelos pontos A, B e C, estão localizadas nos vértices de um triângulo em um terreno. Os moradores desejam construir um poço que fique exatamente à mesma distância das três casas, de forma que todos tenham acesso igual à água.



Com base nessas informações e com o auxílio de régua e compasso, construa o ponto que representa o local ideal para a construção do poço.

Referências

Andrini, Álvaro Praticando matemática 7/ Álvaro Andrini, Maria José Vasconcellos. – 4. ed. renovada. – São Paulo: Editora do Brasil, 2015. – (Coleção praticando matemática; v. 8). Página 249 a 252.

Base Nacional Curricular Comum. Disponível em: https://www.gov.br/mec/pt-br/escola-em-tempo-integral/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal.pdf.

Lugar geométrico. Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/Lugar_geom%C3%A9trico.

Material Estruturado

8º Ano | Ensino Fundamental Anos Finais

MATEMÁTICA

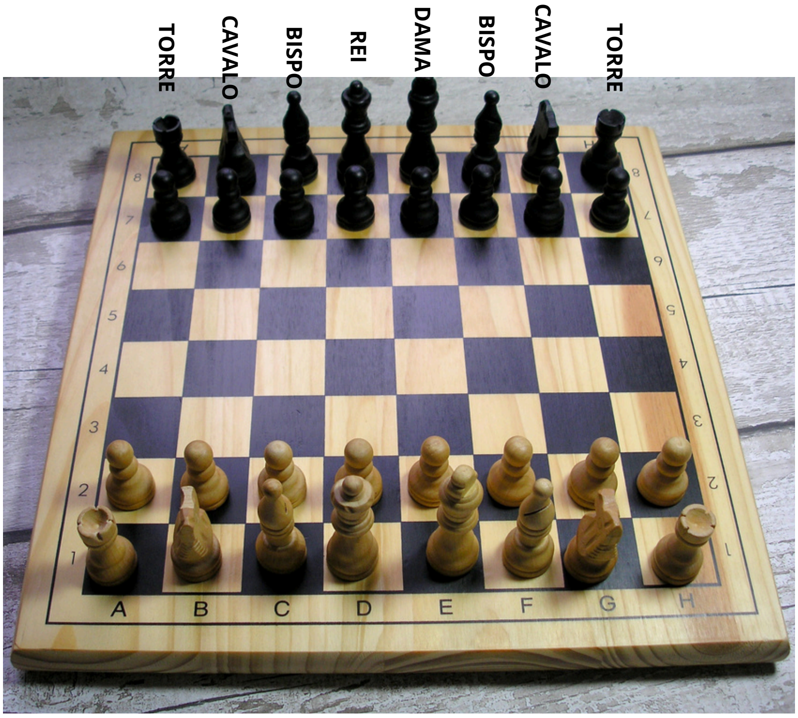
Transformações geométricas de polígonos no plano cartesiano

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM
EF07MA19 - Realizar transformações de polígonos representados no plano cartesiano, decorrentes da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro. **EF07MA20** - Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem.	• Corresponder pontos no plano cartesiano a pares ordenados. • Realizar transformações de polígonos representados no plano cartesiano, decorrentes da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro. • Identificar a simetria ou o simétrico de uma figura poligonal no plano cartesiano. • Representar o simétrico de uma figura poligonal no plano cartesiano em relação aos eixos coordenados e à origem.

Contextualização

No Tabuleiro do Xadrez: Estratégias com o Plano Cartesiano

Você já jogou xadrez? Mesmo que não tenha jogado ainda, provavelmente já viu o tabuleiro: um quadrado dividido em 64 casas, organizadas em 8 linhas (numeradas de 1 a 8) e 8 colunas (marcadas de A a H). O que pouca gente percebe é que o tabuleiro de xadrez funciona como uma versão do plano cartesiano!



Design: Pixabay / Fonte: Canva

Ao estudar o plano cartesiano em Matemática, você vai aprender a localizar posições de elementos, realizar movimentos e até criar espelhamentos, como se estivesse planejando uma jogada perfeita no meio de uma partida. Essas habilidades estão ligadas ao que estudaremos neste material. Continuaremos nosso estudo de geometria com os seguintes objetivos:

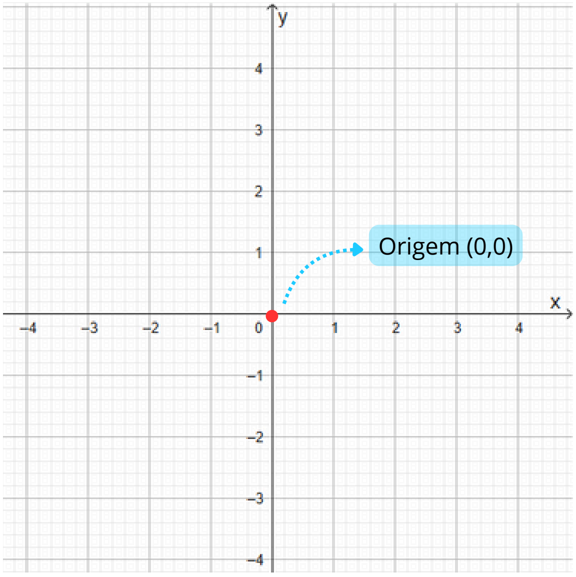
- Corresponder pontos no plano cartesiano a pares ordenados.
- Realizar transformações de polígonos representados no plano cartesiano.
- Identificar a simetria ou o simétrico de uma figura poligonal no plano cartesiano.
- Representar o simétrico de uma figura poligonal no plano cartesiano em relação aos eixos coordenados e à origem.

Vamos descobrir como?

Conceitos e Conteúdos

O PLANO CARTESIANO E O SISTEMA DE COORDENADAS

O plano cartesiano é um sistema formado por duas retas perpendiculares chamadas eixo x (horizontal) e eixo y (vertical). Ele é usado para localizar pontos e construir figuras matemáticas de forma precisa.

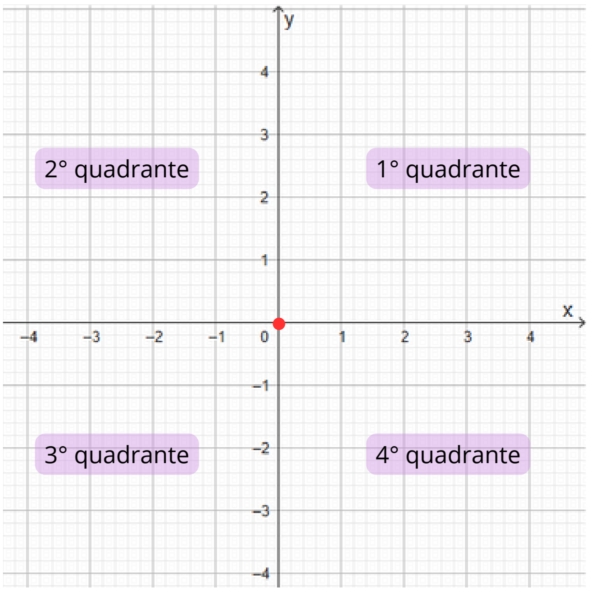


O eixo horizontal é chamado de eixo das **abscissas** (eixo X), e o eixo vertical é chamado de eixo das **ordenadas** (eixo Y).

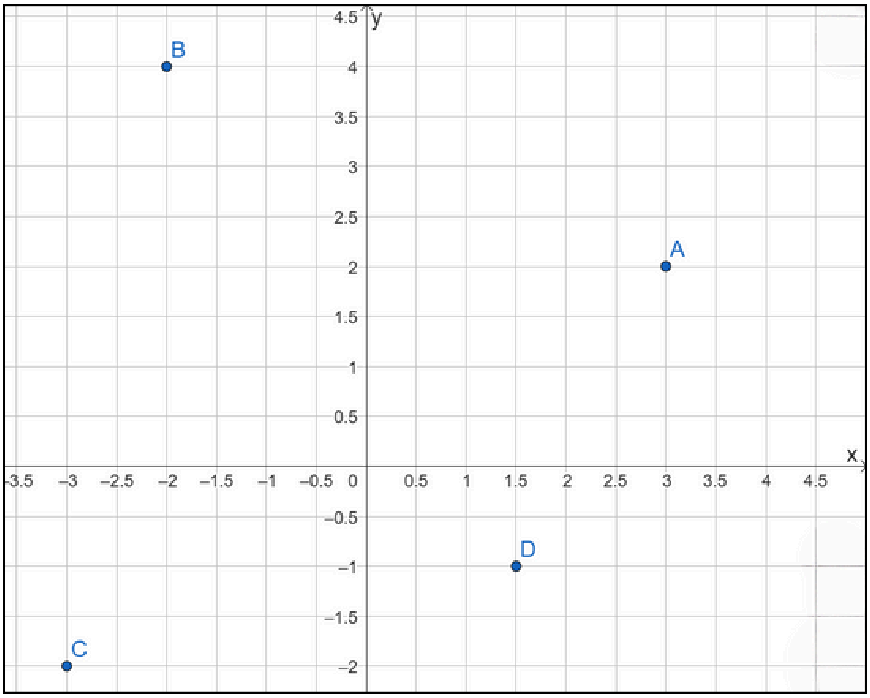
Cada ponto no plano cartesiano é representado por um par ordenado (x, y), onde:

- O primeiro número representa a posição no eixo x (horizontal).
- O segundo número representa a posição no eixo y (vertical).

Podemos dividir o plano cartesiano em **quatro quadrantes**. Eles são numerados em sentido anti-horário, começando pelo canto superior direito



Exemplo: O ponto A(3,2) está localizado 3 unidades à direita no eixo x e 2 unidades acima no eixo y. O ponto B(-2,4) está 2 unidades à esquerda no eixo x e 4 unidades acima no eixo y.

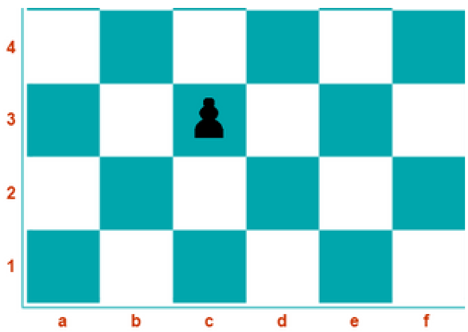


Para escrever um par ordenado, anotamos entre parênteses, separadas por vírgula (ou por ponto e vírgula), a abscissa e, depois, a ordenada.

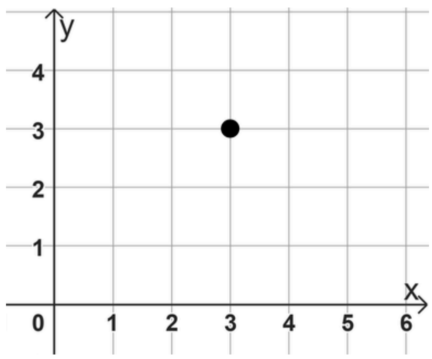
Por exemplo, o ponto C tem coordenada x igual a -3 e y igual a -2. Então, escrevemos como C(-3,-2).

O ponto D está localizado na coordenada D = (1,5; -1). A coordenada de x é igual a 1,5. Sabemos que 1,5 é igual a $\frac{3}{2}$. Então, também podemos escrever essa coordenada como $D = \left(\frac{3}{2}, -1\right)$.

No xadrez, cada casa do tabuleiro tem uma posição exata, como E4 ou D2. Se transformarmos essas letras em números, teremos um par ordenado que funciona de forma parecida com o plano cartesiano: A = 1, B = 2, ..., H = 8. Assim, a casa C3 poderia ser vista como o ponto (3, 3).



Fonte: Jogo e Xadrez



Ao entender essa correspondência, conseguimos visualizar o tabuleiro como uma espécie de plano cartesiano, onde cada peça tem sua posição registrada por pares ordenados (x, y).

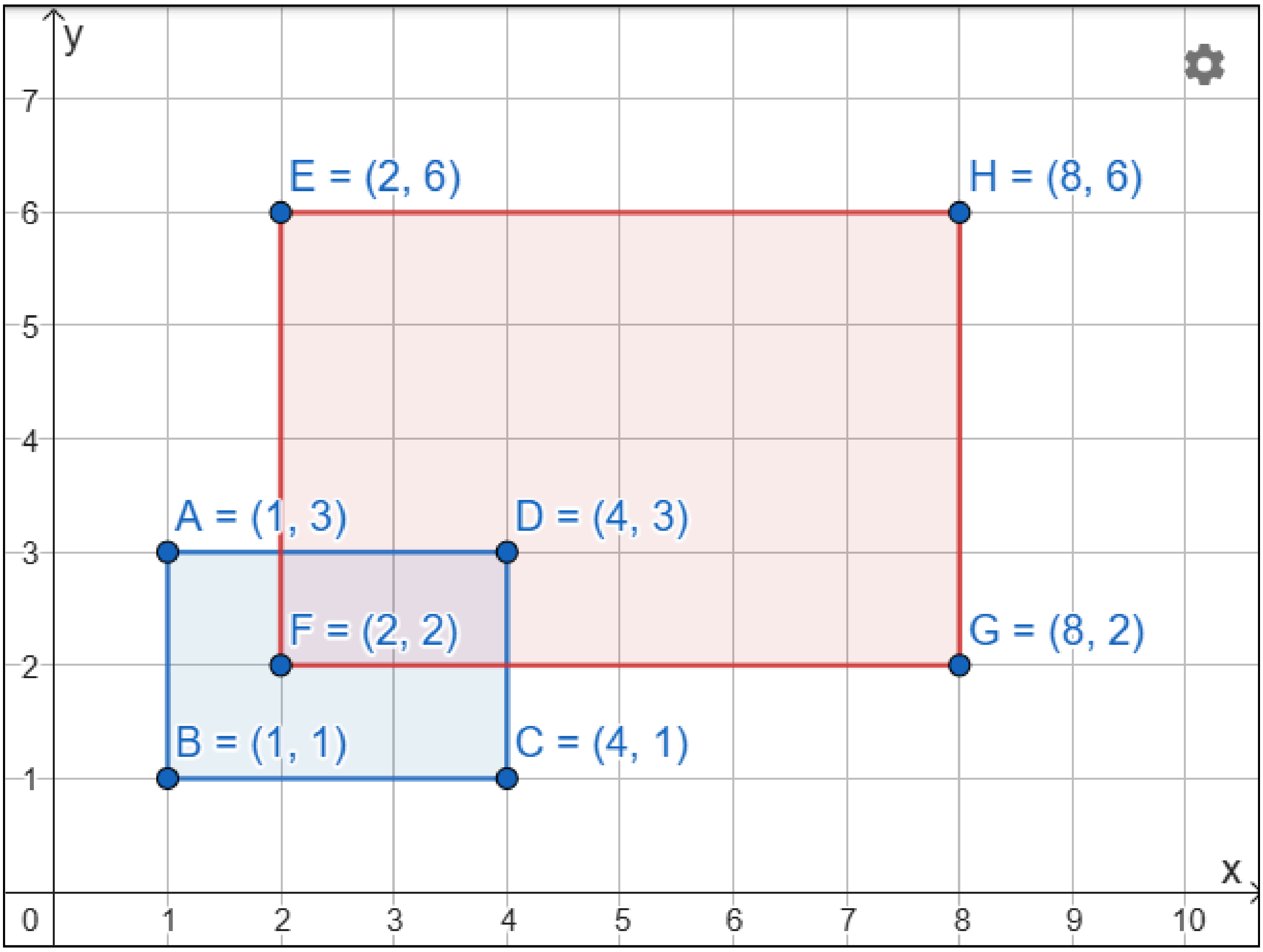
TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS NO PLANO

É possível fazer transformações geométricas que podem alterar as medidas de polígonos multiplicando as coordenadas deles por números inteiros não nulos. Acompanhe.

Multiplicando as coordenadas por números inteiros maiores que 1

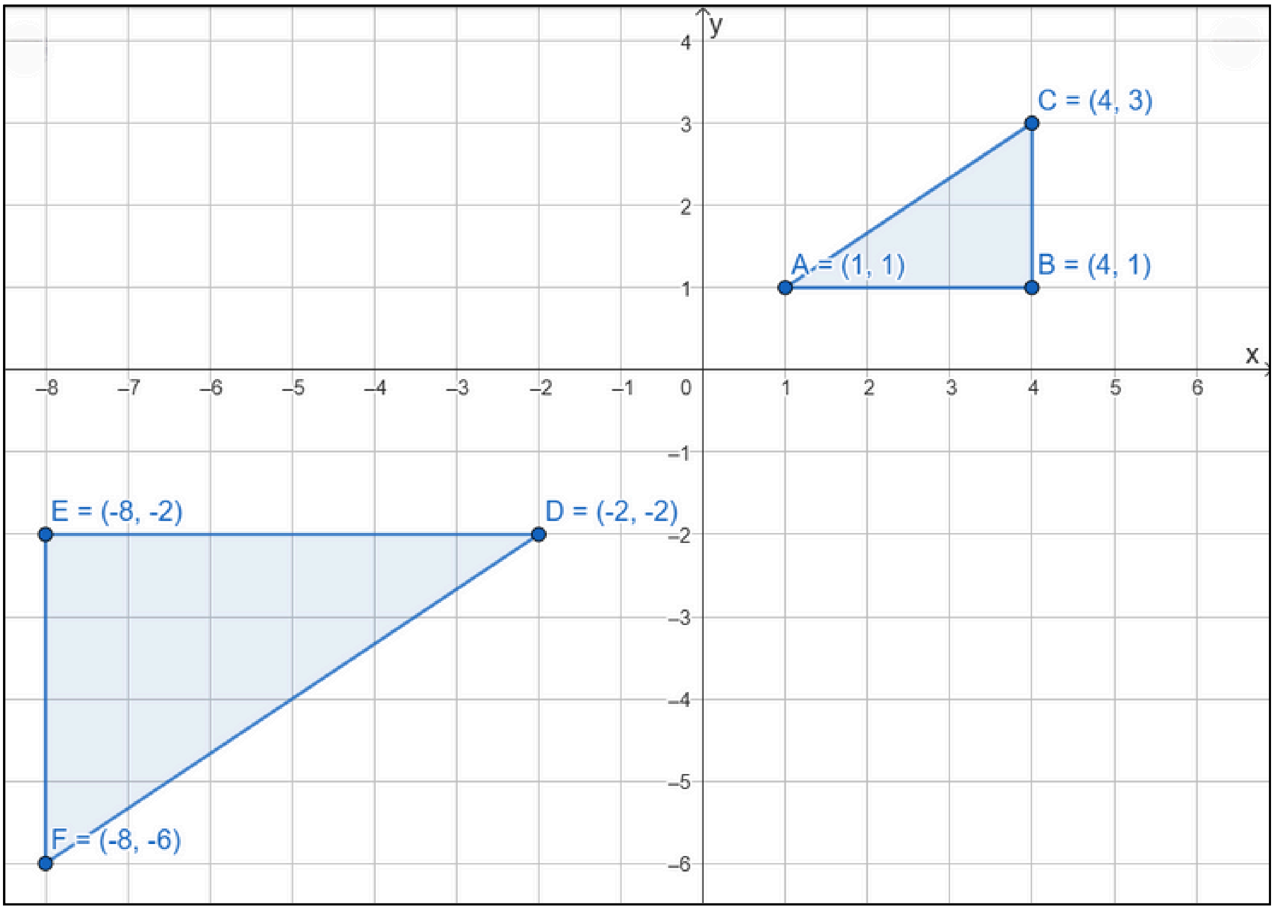
Observe as coordenadas dos vértices dos retângulos ABCD e EFGH. O retângulo EFGH foi obtido multiplicando a abscissa e a ordenada de cada vértice do retângulo ABCD por 2.

Note que, nesse caso, a forma da figura original ABCD foi mantida e as medidas de comprimento dos lados correspondentes foram duplicadas. Podemos dizer que o retângulo EFGH é uma **ampliação** do retângulo ABCD.



Multiplicando as coordenadas por números inteiros menores que −1

Observe as coordenadas dos vértices dos triângulo ABC e DEF.



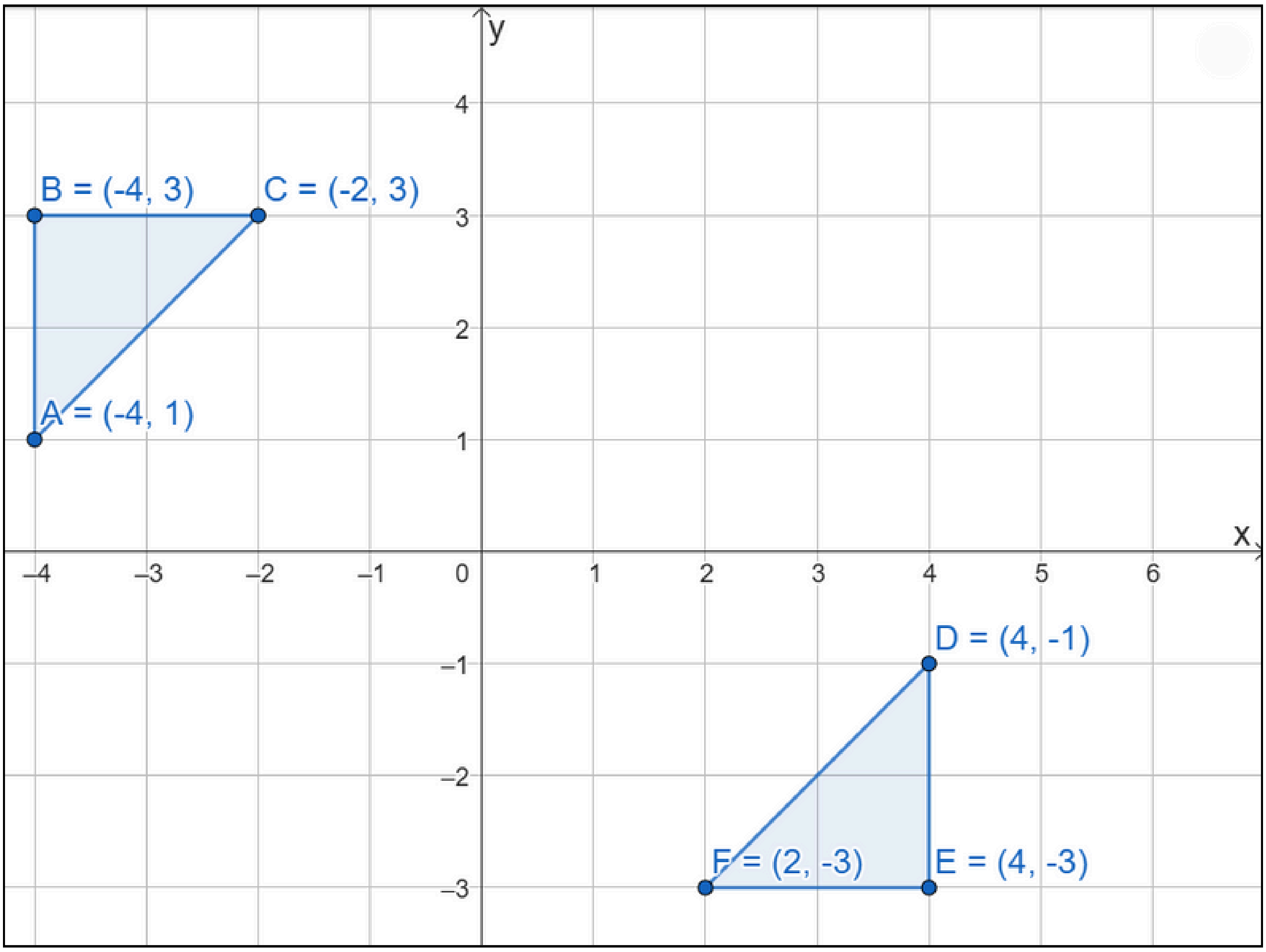
O triângulo DEF foi obtido multiplicando a abscissa e a ordenada de cada vértice do triângulo ABC por -2.

Note que, nesse caso, a forma da figura original ABC foi mantida e as medidas de comprimento dos lados correspondentes também foram duplicadas, porém o triângulo DEF está invertido. Podemos dizer que o triângulo DEF é uma **ampliação invertida** do triângulo ABC.

Multiplicando as coordenadas por -1

Quando multiplicamos as coordenadas de uma figura por -1, estamos refletindo essa figura no plano cartesiano. Isso significa que ela muda de posição, mas mantém seu tamanho e forma.

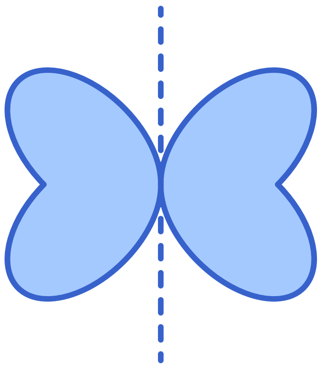
Se multiplicamos tanto X quanto Y por -1, a figura fica refletida em relação à origem (0,0). Essa transformação gera a mesma figura que um giro de 180° em torno da origem. Veja o exemplo a seguir:

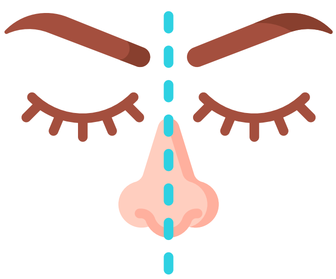


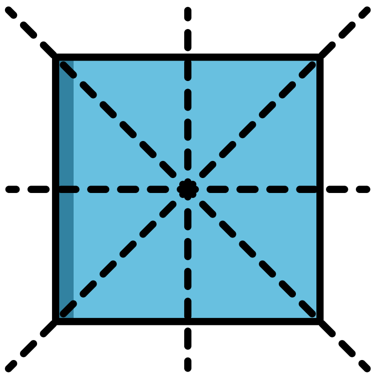
Podemos observar que os pontos do triângulo DEF são obtidos multiplicando as coordenadas do triângulo ABC por -1. Note que houve uma **reflexão** em relação à origem (0,0) nessa mudança os sinais de X e Y em cada ponto.

A IDEIA DE SIMETRIA

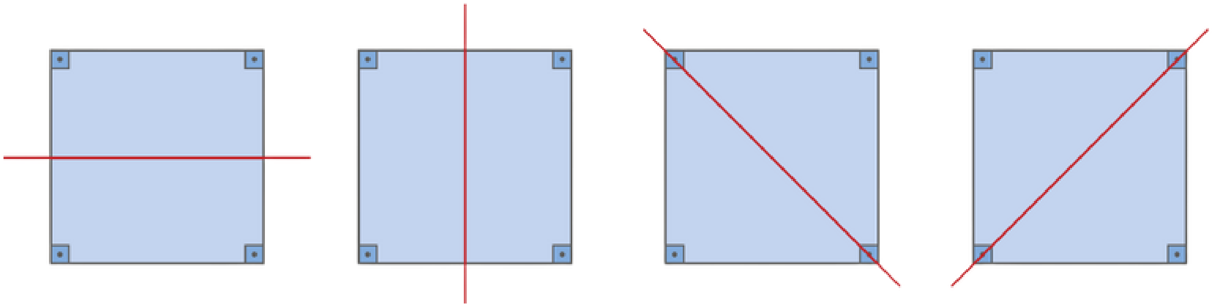
Você pode verificar se uma figura plana apresenta simetria traçando uma linha reta na figura, dividindo-a em duas partes, de modo que, dobrando a figura nessa linha, as duas partes se sobreponham e coincidam. Se houver sobreposição das duas partes, ou seja, se elas coincidirem, a figura apresenta simetria, e a linha traçada é chamada de eixo de simetria da figura.


Design: Rzsaputra/ Fonte: Canva


Design: Flat Icons Team / Fonte: Canva


Design: Rzsaputra/ Fonte: Canva

Note que uma figura não apresenta necessariamente um único eixo de simetria. O quadrado, por exemplo, possui quatro eixos de simetria.



Como já vimos anteriormente, sempre que multiplicamos todas as coordenadas de um polígono por -1, obtemos um polígono **simétrico** em relação à origem (0,0). Isso significa que:

- Cada ponto do polígono original terá seu correspondente no polígono transformado, mas com sinais opostos nas coordenadas;
- O formato, tamanho e ângulos do polígono não mudam, apenas sua posição no plano cartesiano;
- Esse processo pode ser entendido como uma rotação de 180° em torno da origem.

Se quisermos encontrar apenas a simetria em relação a um eixo específico (X ou Y), devemos multiplicar apenas uma das coordenadas por -1.

Multiplicando só a coordenada de X por -1

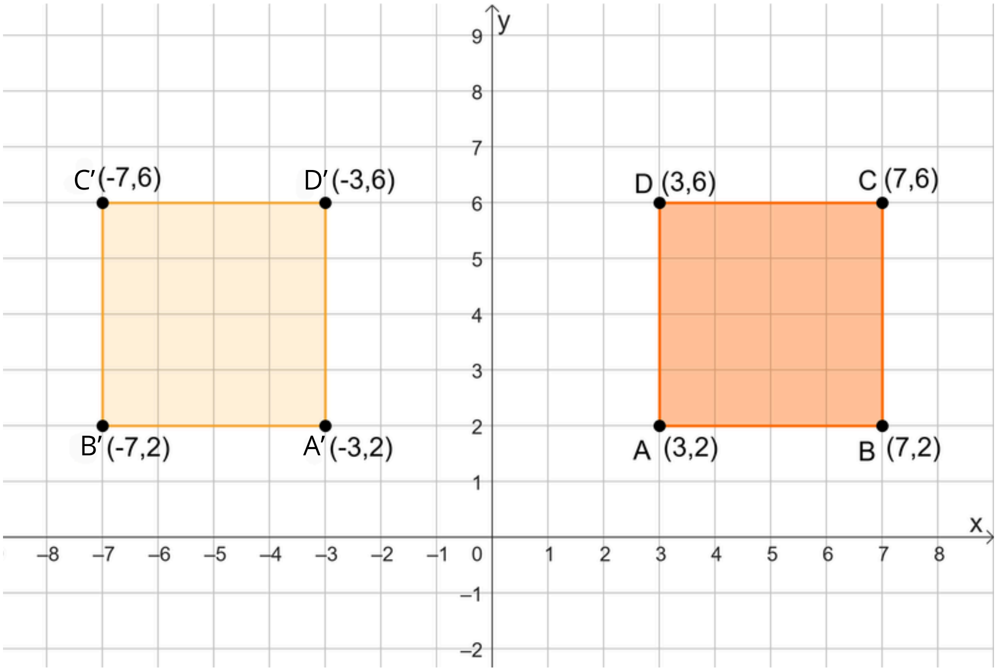
Se multiplicarmos apenas a coordenada X por -1, a figura será refletida em relação ao eixo Y. Isso significa que em cada vértice do polígono a abscissa (coordenada X) se tornará o oposto, mantendo a mesma ordenada (coordenada Y).

Exemplo: Vamos representar a figura simétrica em relação ao eixo y de um quadrado cujos vértices são: A(3,2), B(7,2), C(7,6) e D(3,6).

Observe que, ao multiplicarmos a coordenada x de cada vértice por -1, ou seja, ao mudar o sinal da abscissa, obtemos novas coordenadas: A′(−3, 2), B′(−7, 2), C′(−3, 6) e D′(−7, 6).

A = (3, 2) → A′ = (−3, 2).
B = (7, 2) → B′ = (−7, 2).
C = (7, 6) → C′ = (−7, 6).
D = (3, 6) → D′ = (−3, 6).

Note que o quadrado A'B'C'D' é simétrico ao quadrado ABCD em relação ao eixo y.



Multiplicando só a coordenada de Y por -1

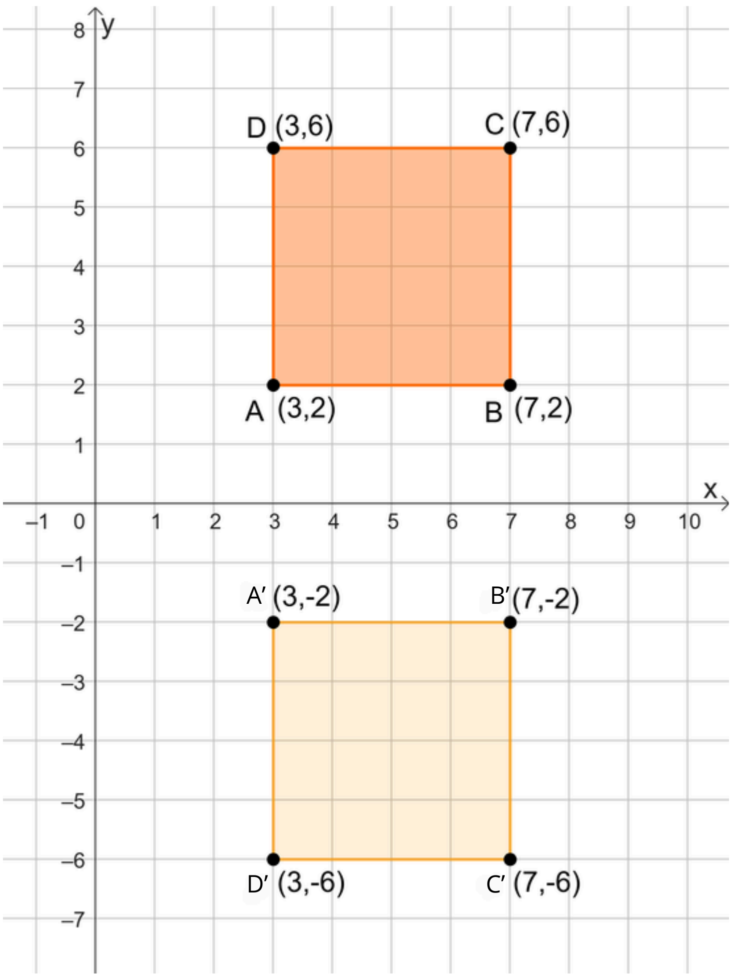
Se multiplicarmos apenas a coordenada Y por -1, a figura será refletida em relação ao eixo X. Isso significa que em cada vértice do polígono a ordenada (coordenada Y) se tornará o oposto, mantendo a mesma abscissa (coordenada X).

Exemplo: Vamos representar a figura simétrica em relação ao eixo x do quadrado anterior ABCD.

Observe que, ao multiplicarmos a coordenada y de cada vértice por -1, ou seja, ao mudar o sinal da ordenada, obtemos novas coordenadas: A′(3, −2), B′(7,−2), C′(3, −6) e D′(7, −6).

A = (3, 2) → A′ = (3, −2).
B = (7, 2) → B′ = (7, −2).
C = (7, 6) → C′ = (7, −6).
D = (3, 6) → D′ = (3, −6).

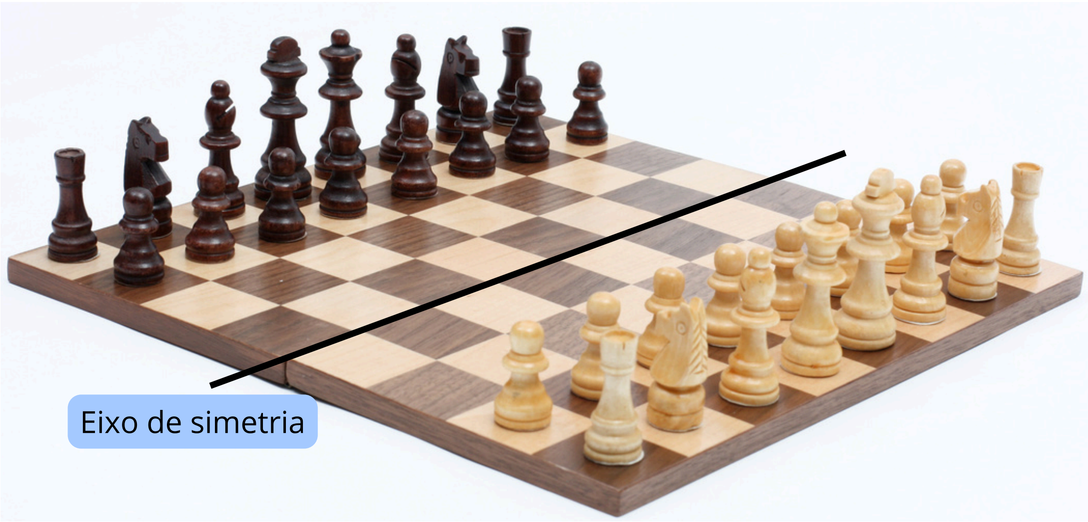
Note que o quadrado A'B'C'D' é simétrico ao quadrado ABCD em relação ao eixo x.



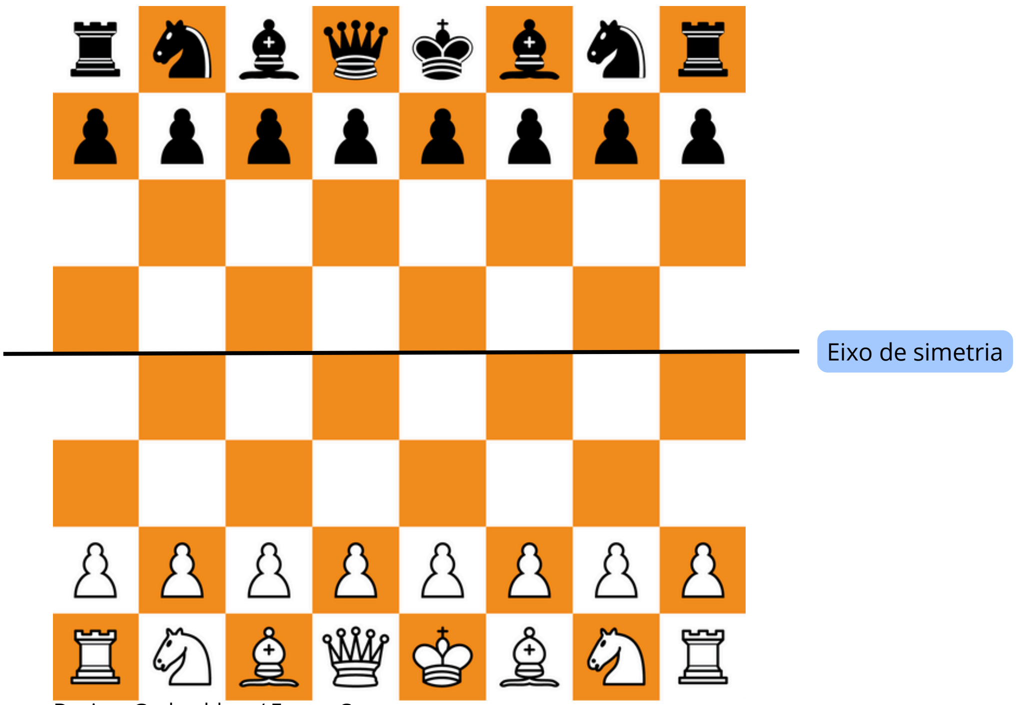
Identificando simetrias no tabuleiro

O xadrez é é um jogo marcado pela simetria. No início da partida, as peças brancas e pretas estão espelhadas: os cavalos estão nas mesmas posições de cada lado, assim como torres, bispos e peões. Isso cria uma simetria em relação à linha central do tabuleiro.

Essa simetria inicial garante igualdade de condições entre os jogadores, e sua análise pode ser usada para explorar conceitos matemáticos como reflexão, eixo de simetria, correspondência entre pares ordenados e até transformações geométricas.



Design: Getty Image signature / Fonte: Canva



Design: Grebeshkov / Fonte: Canva

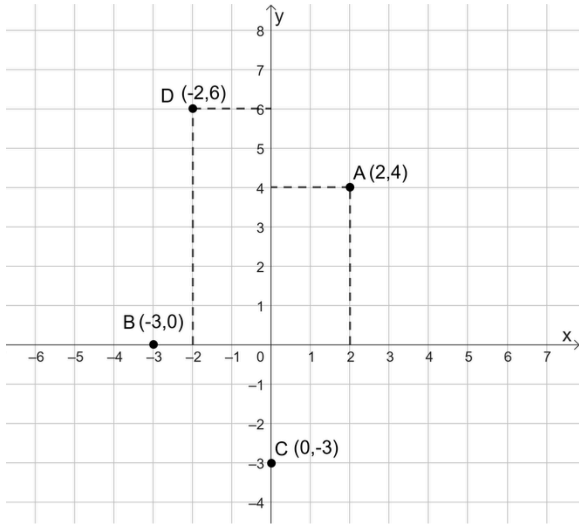
Exercícios Resolvidos

EXERCÍCIO 1

Localize os pontos a seguir no plano cartesiano:

a) A (2, 4)
b) B (-3, 0)
c) C (0, -3)
d) D (-2, 6)

Resolução: Para marcar cada ponto no plano cartesiano, devemos iniciar a localização de cada coordenada a partir da origem (ponto de interseção dos eixos x e y). Por exemplo, para o ponto A, iniciamos a localização da abscissa em duas unidades à direita da origem e em seguida localizamos a ordenada quatro unidades acima da origem. A interseção dessas localizações é marcada com o ponto A. Veja os pontos marcados no plano cartesiano ao lado.

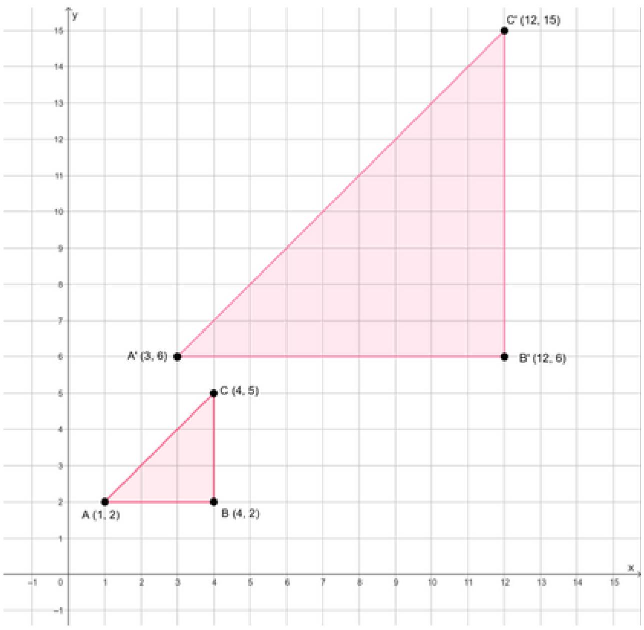


EXERCÍCIO 2

Multiplique por 3 as coordenadas da figura com vértices: A (1, 2), B (4, 2), C (4, 5).

Resposta: Este é um exercício de transformação das coordenadas da figura. Todos os valores no par ordenado serão multiplicados por 3. Assim teremos:

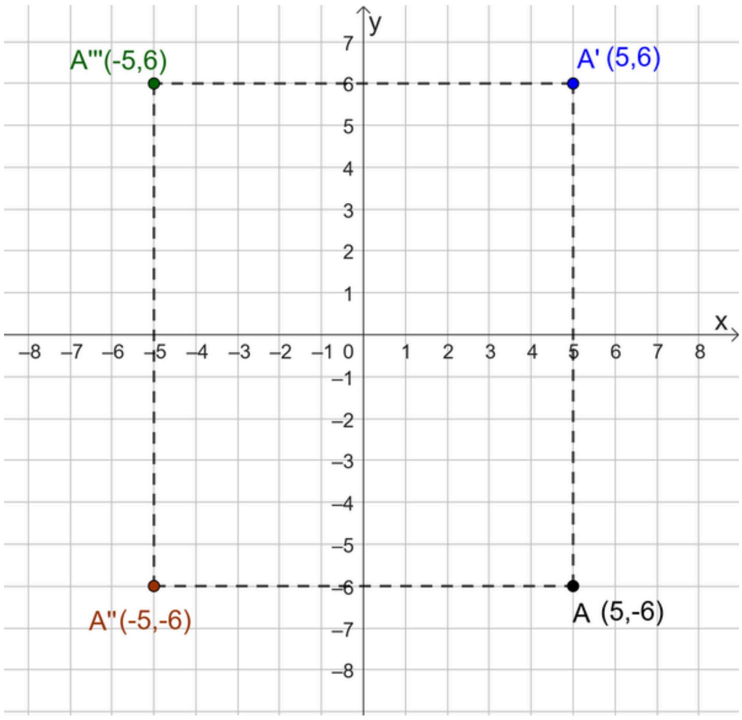
$$A(1,2)\cdot 3 = A'(3,6)$$
$$B(4,2)\cdot 3 = B'(12,6)$$
$$C(4,5)\cdot 3 = C'(12,15)$$



EXERCÍCIO 3

Encontre os simétricos do ponto A (5, -6):

- Em relação ao eixo x
- Em relação ao eixo y
- Em relação à origem



Resposta: Este é um exercício de simetria das coordenadas do ponto. Para resolver basta seguir os seguintes passos:

- Em relação ao eixo x:

multiplique a ordenada y por -1. Logo, para A (5,**-6**) teremos A' (5,**6**).

- Em relação ao eixo y:

multiplique a abscissa x por -1. Logo, para A (**5**,-6) teremos A"(**-5**,-6).

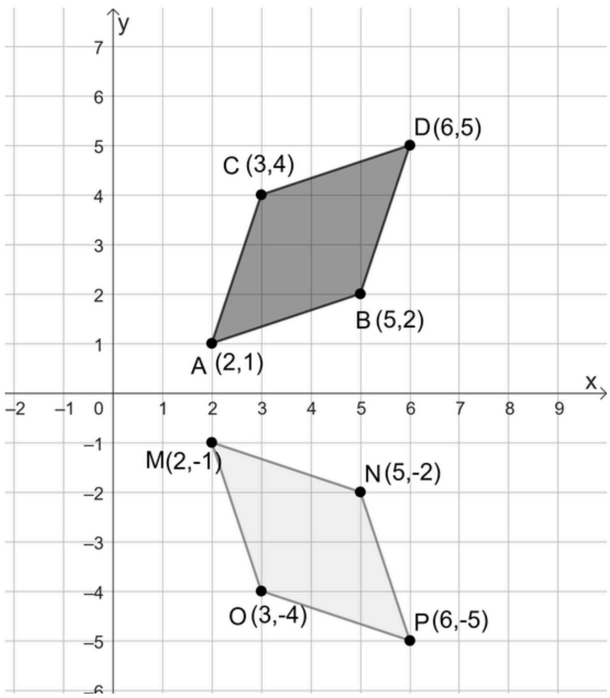
- Em relação à origem:

multiplique as duas coordenadas por -1. Logo, para A (**5,-6**) teremos A'''(**-5, 6**).

EXERCÍCIO 4

Dado o quadrilátero com vértices A(2, 1), B(5, 2), C(3, 4) e D(6,5), encontre os vértices do simétrico:

a) Em relação ao eixo x.
b) Em relação ao eixo y.
c) Em relação à origem.



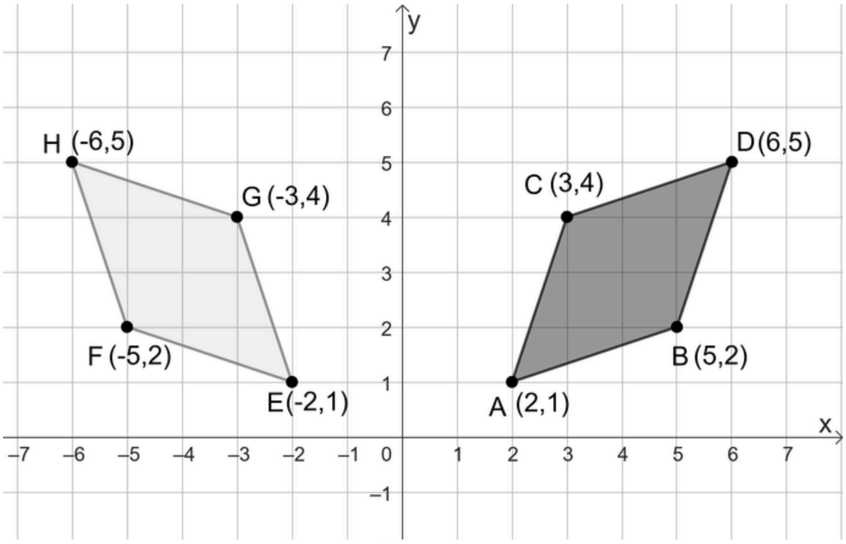
Resposta: Este é um exercício de simetria de um polígono. Para resolver basta seguir os seguintes passos:

a) Em relação ao eixo x: multiplique a ordenada **y** por -1 em cada ponto do polígono.

A (2, 1) → M (2, -1)
B (5, 2) → N (5, -2)
C (3, 4) → O (3, -4)
D (6, 5) → P (6, -5)

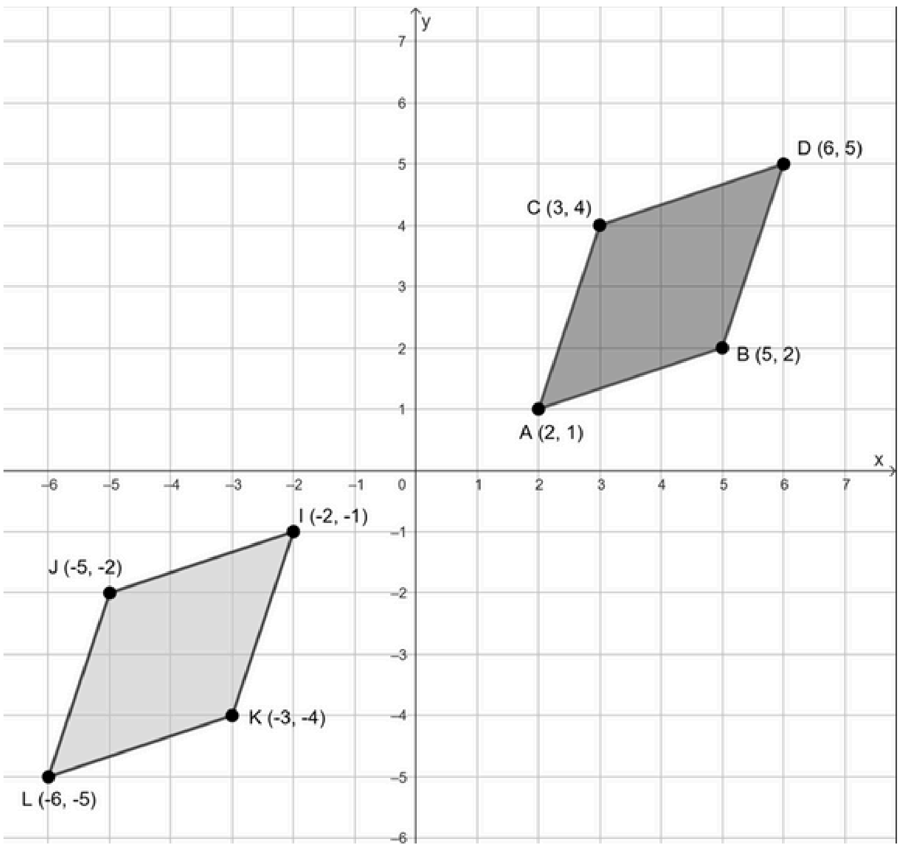
b) Em relação ao eixo y: multiplique a abscissa x por -1 em cada ponto do polígono.

A (2, 1) → E (-2, 1)
B (5, 2) → F (-5, 2)
C (3, 4) → G (-3, 4)
D (6, 5) → H (-6, 5)



C) Em relação à origem: multiplique as coordenadas **x** e **y** por -1.

A (2, 1) → I (-2, -1)
B (5, 2) → J (-5, -2)
C (3, 4) → K (-3, -4)
D (6, 5) → L (-6, -5)



Material Extra

Para consolidação e aprofundamento dos conteúdos apresentados neste material, sugerimos:

PORTAL DA MATEMÁTICA OBMEP

Plano Cartesiano

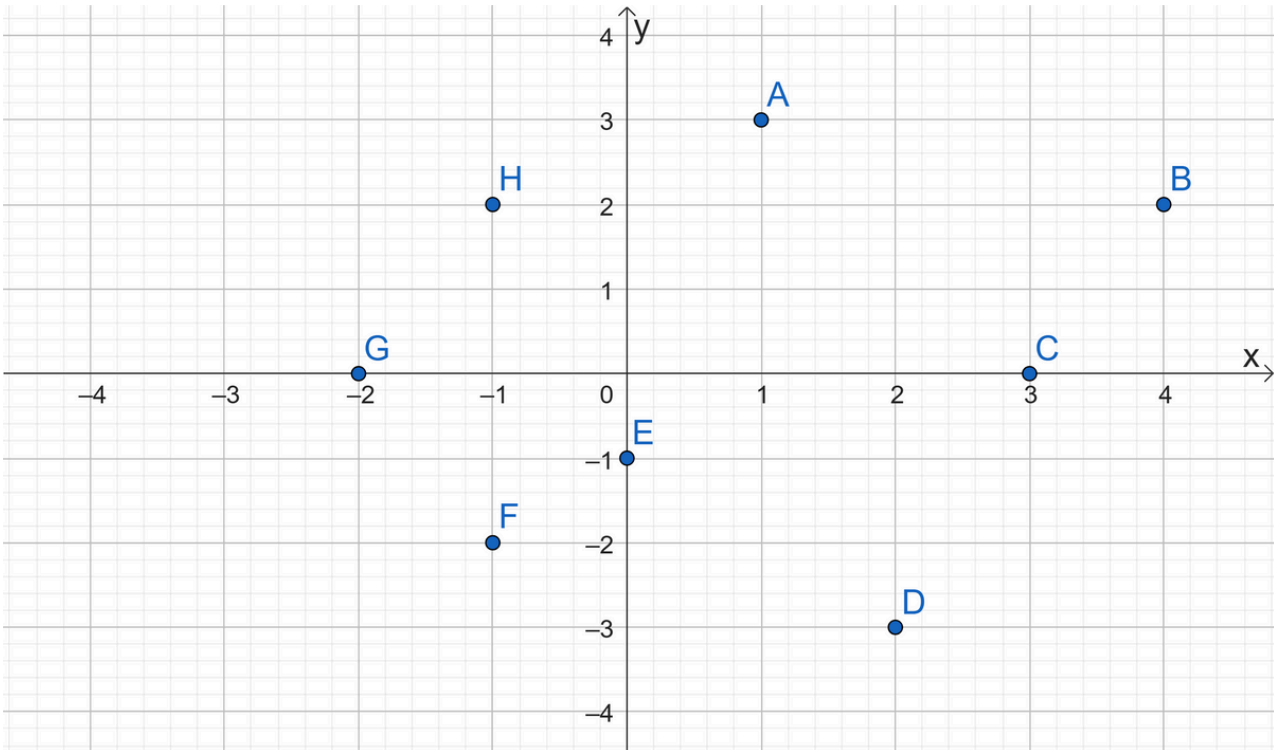
GEOGEBRA

Localização de pares ordenados no plano cartesiano

Atividades

ATIVIDADE 1

Analise o plano cartesiano abaixo e responda as perguntas:



A) Qual a ordenada (y) do ponto E?____________

B) Qual é a abscissa (x) do ponto H?_______________

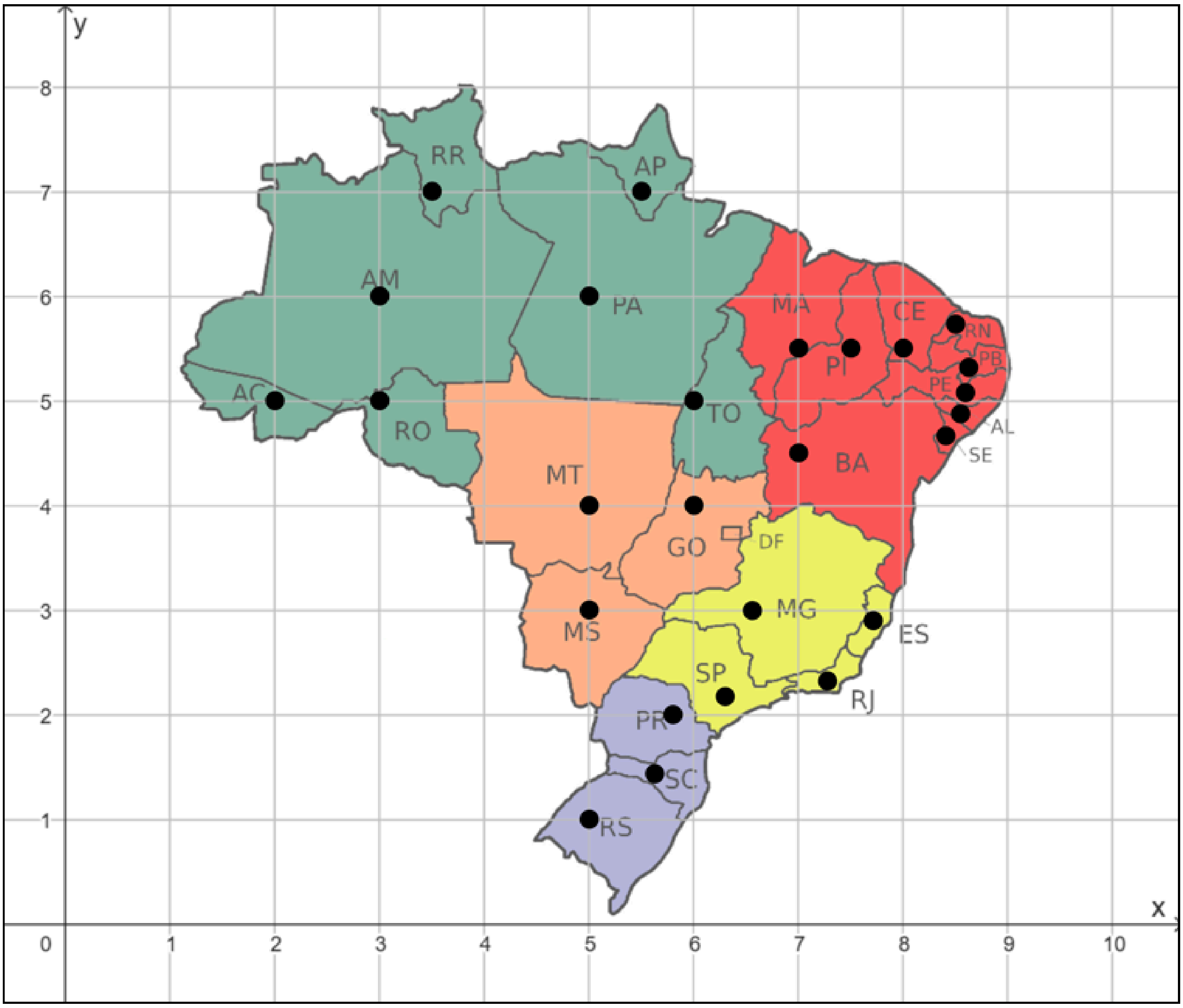
C) Que ponto que tem como abscissa (x) o número 3?___________

D) Que ponto ou pontos (x,y) pertencem ao terceiro quadrante?_________

E) Que pontos (x,y) possuem somente coordenadas positivas?___________

ATIVIDADE 2

Danilo aproveitou suas férias para conhecer alguns pontos turísticos de quatro estados do Brasil. Iniciou por Rio Grande do Sul, onde se hospedou por três dias. Saindo daí, ele foi até o estado do Mato Grosso do Sul onde ficou hospedado por mais quatro dias. Seguindo o passeio, foi para Goiás e por fim visitou o estado do Amazonas. Observe o mapa do Brasil, inserido em um plano cartesiano.

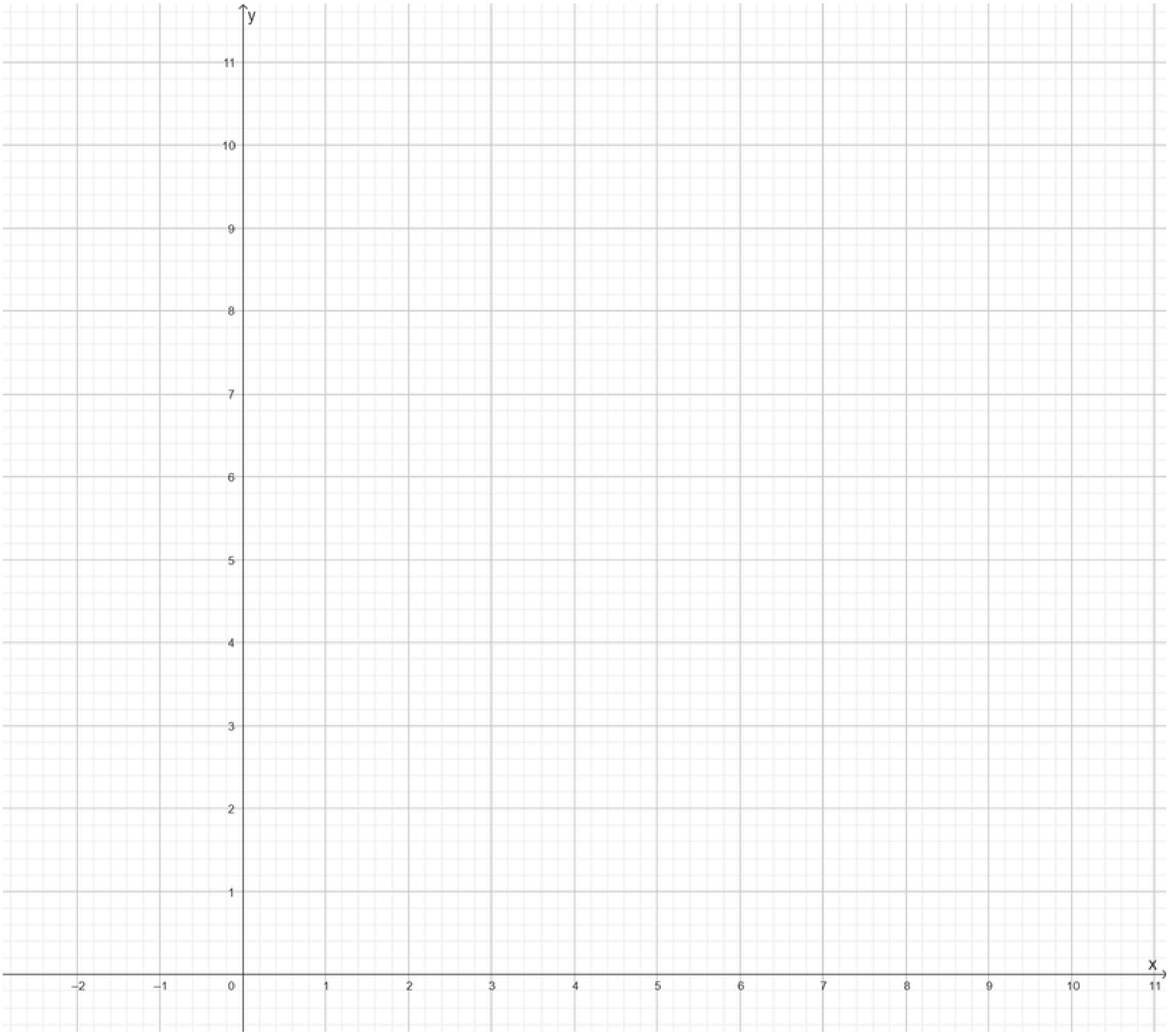


Quais as coordenadas que representam, em ordem, os estados visitados por Danilo em suas férias?

A) (5; 3),(3; 5), (3; 2) e (1; 2)
B) (3; 5), (5; 3), (3; 2) e (1; 2)
C) (5; 1), (5; 3), (6; 4) e (3; 6)
D) (5; 1), (5; 3), (4; 6) e (6; 3)

ATIVIDADE 3

Dados os pontos ***A***(2, 1); ***B***(2, 4); ***C***(5, 1) e ***D***(5, 4), represente-os no plano cartesiano e ligue-os, em ordem, para formar um polígono. Em seguida, multiplique todas as coordenadas pelo número **2**. Marque os pontos resultantes dessa operação no plano cartesiano e ligue-os formando um novo polígono A'B'C'D'.



Em seguida, responda às questões abaixo:

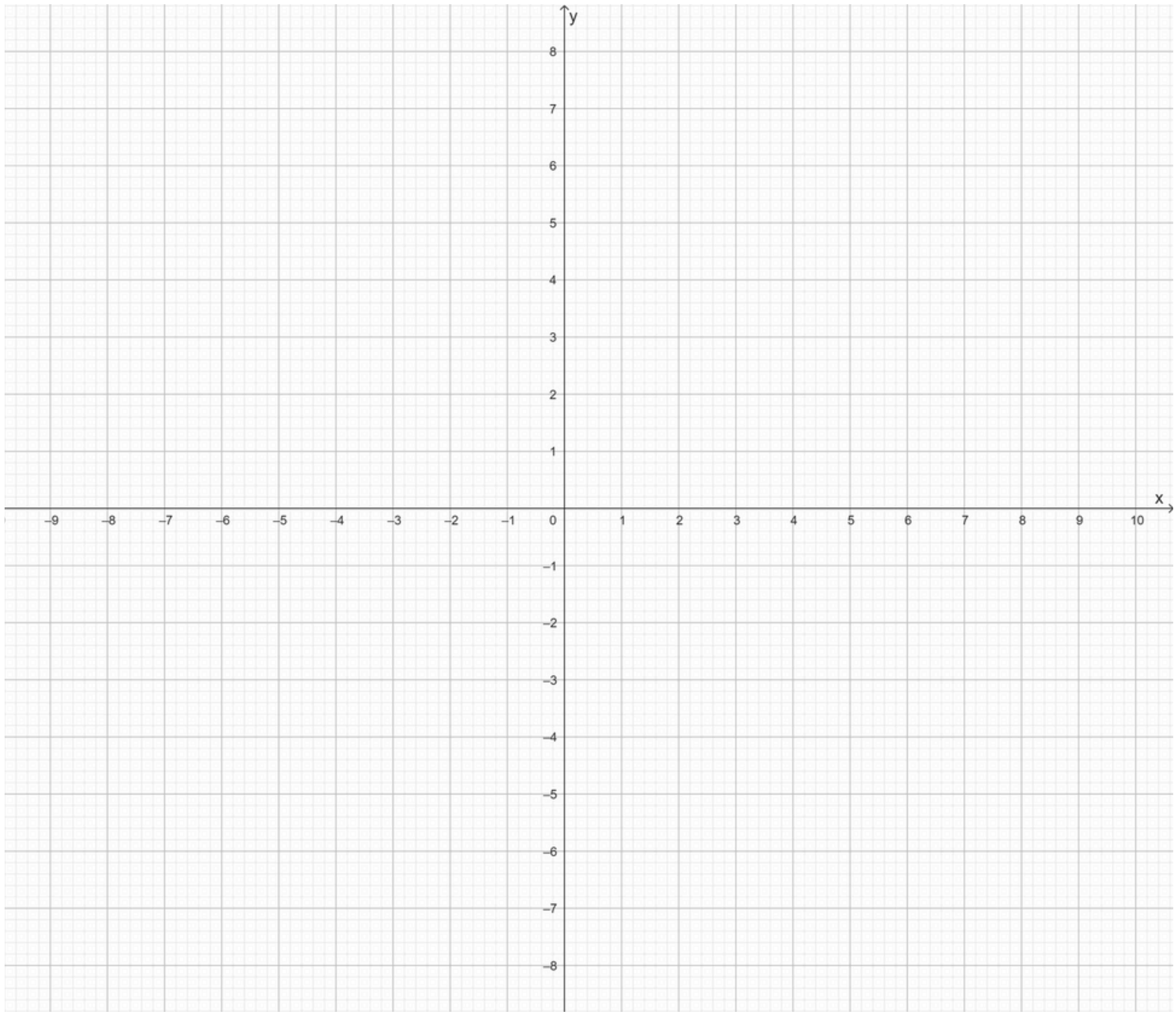
a) O polígono ABCD é regular? Justifique sua resposta com base nas medidas dos lados e dos ângulos.

b) Qual é o nome do polígono formado pelos pontos A, B, C e D?

c) Comparando o polígono A'B'C'D' com o polígono ABCD, quais características geométricas mudaram e quais permaneceram iguais? Justifique a sua resposta.

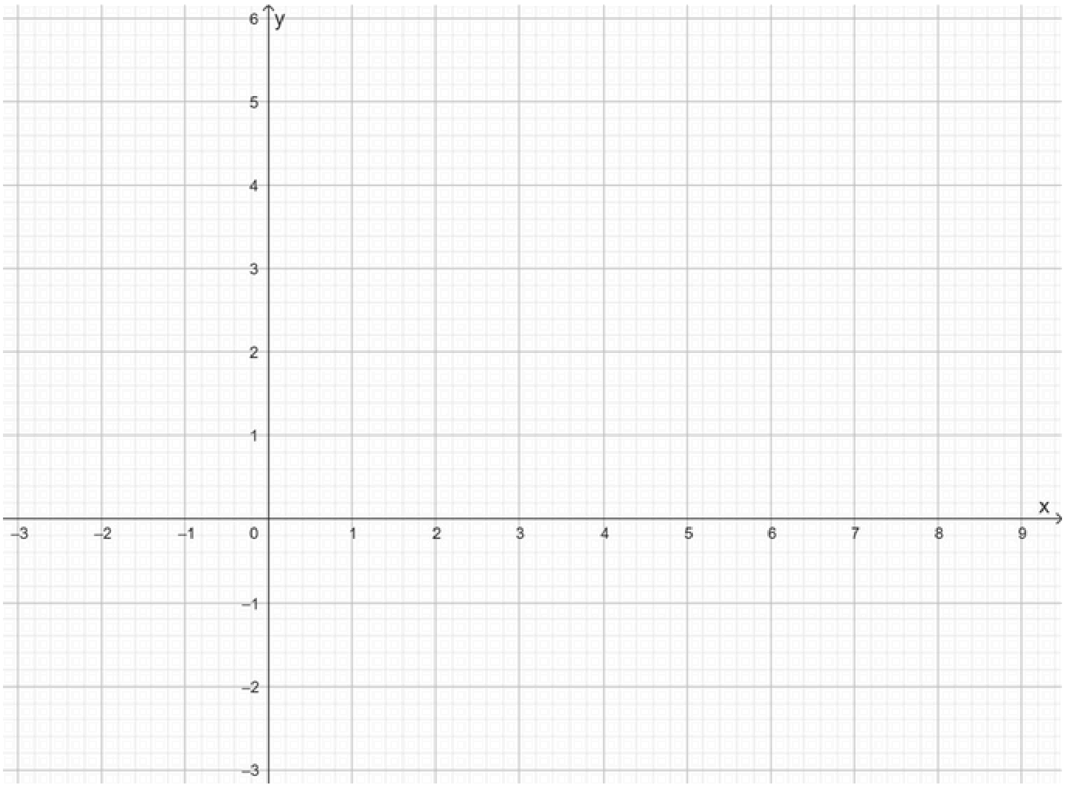
ATIVIDADE 4

Dados os pontos $A(-3, 2)$; $B(-8, 2)$ e $C(-6, 7)$, marque-os no plano cartesiano e ligue-os formando um polígono. Em seguida, multiplique todas as coordenadas por -1, formando 3 novos pontos. Marque esses novos pontos no plano cartesiano e ligue-os formando um polígono. O que você pode concluir analisando as duas figuras?



ATIVIDADE 5

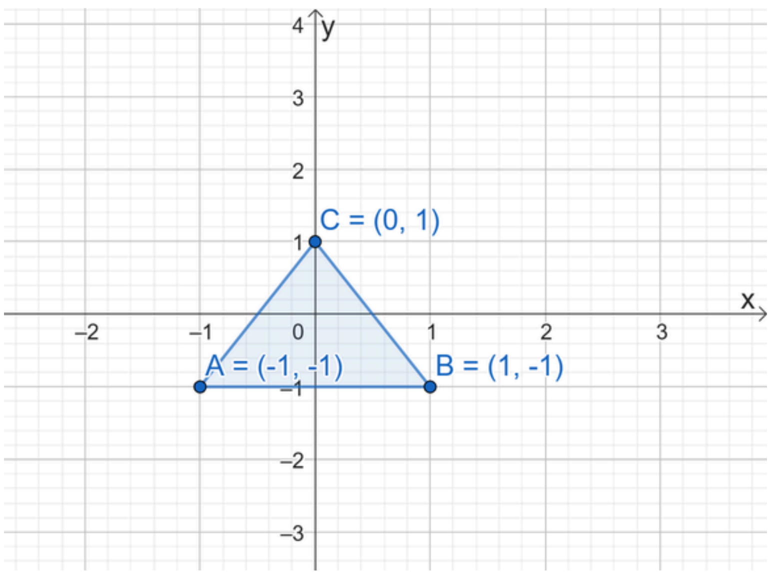
No plano cartesiano abaixo, marque os pontos A (5, 3), B (3, 1), C (9, 3) e D (7, 1). Ligue-os e forme um quadrilátero.



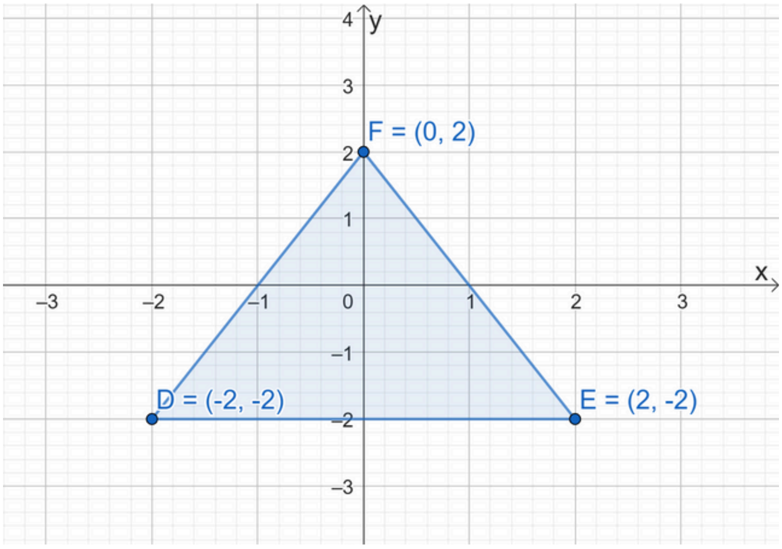
Considere os pontos A, B, C e D. Qual o nome do quadrilátero formado por esses pontos? Descreva suas propriedades com relação aos lados, ângulos e diagonais.

ATIVIDADE 6

No plano cartesiano a seguir, marcamos os pontos A (–1, –1), B (1, –1) e C (0, 1). Ligamos e formamos o triângulo.



Multiplicamos as coordenadas dos pontos por 2 e obtivemos os seguintes resultados: D (–2, –2), E (2, –2) e F (0, 2). Em seguida, representamos esses pontos no plano cartesiano e formamos um novo polígono.



Comparando os triângulos ABC e DEF, podemos afirmar que existe uma relação entre eles? Qual?

ATIVIDADE 7

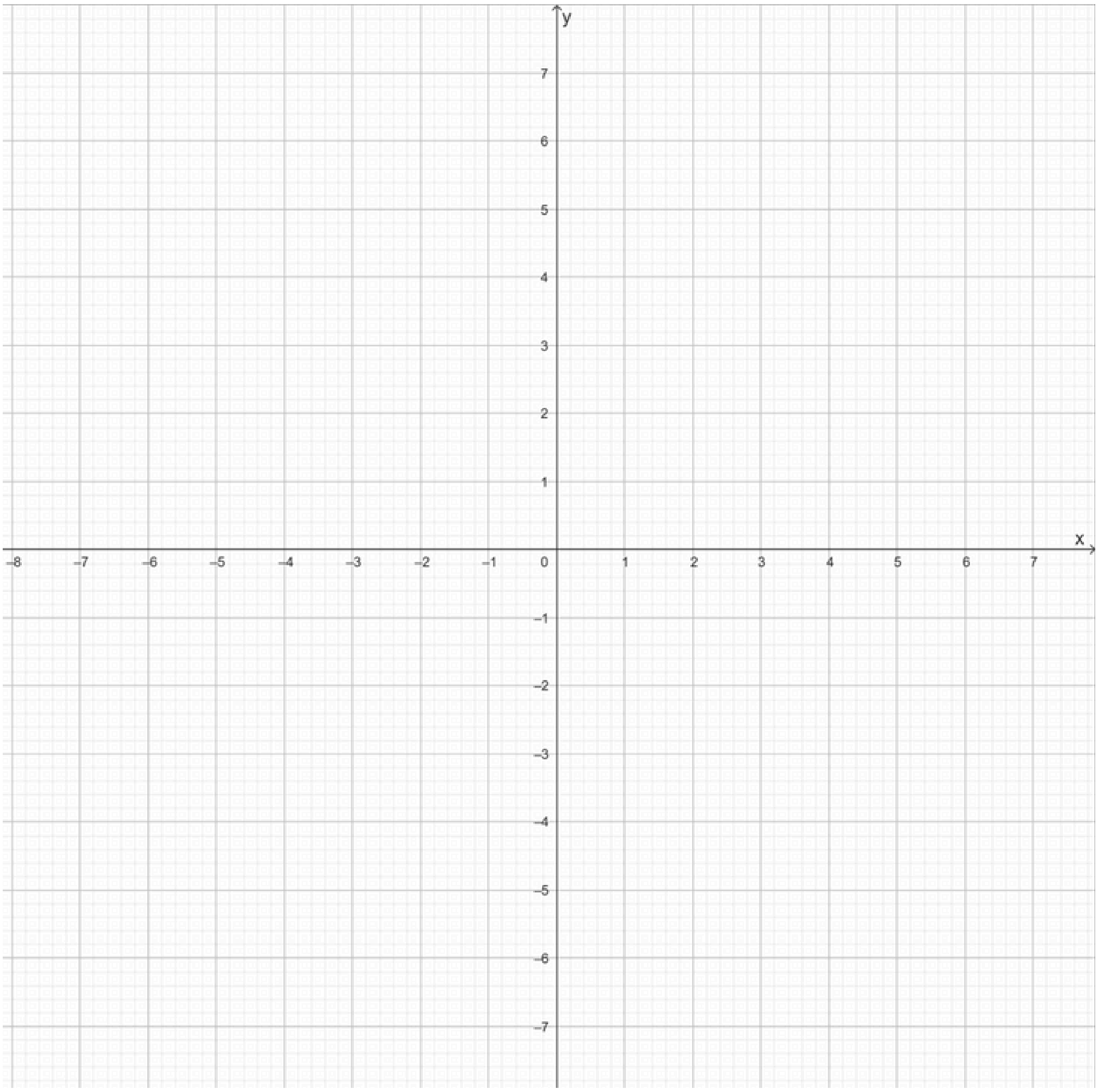
Considere os pontos A (3,7), B (7,6) e C (4,3), que formam um triângulo no plano cartesiano.

a) Marque os pontos A, B e C no plano cartesiano a seguir e ligue-os, formando o triângulo ABC.

b) Determine as coordenadas dos pontos A', B' e C', que são simétricos de A, B e C em relação ao eixo y. Em seguida, represente o triângulo A’B’C’ no plano cartesiano a seguir.

c) Determine os pontos D, E e F, que são simétricos de A, B e C em relação ao eixo x. Em seguida, represente o triângulo DEF no plano cartesiano a seguir.

d) Determine os pontos G,H e I, simétricos de A, B e C em relação à origem do plano cartesiano. Em seguida, represente o triângulo GHI no plano cartesiano a seguir.

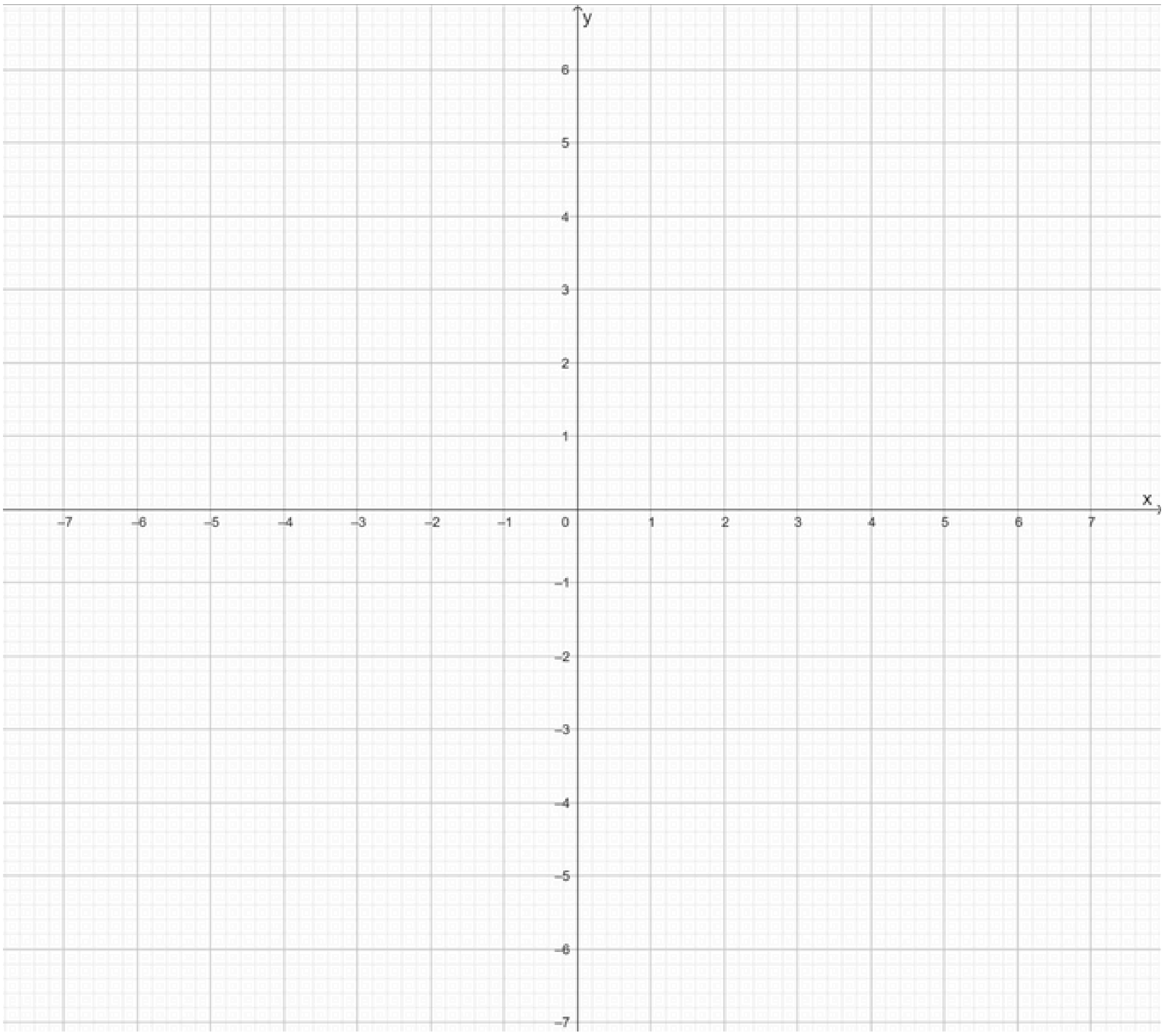


ATIVIDADE 8

Considere os seguintes pontos no plano cartesiano:

- A (−1, 2), B (−6, 2) e C (−6, 5)
- D (1, 2), E (6, 2) e F (6, 5)

a) No plano cartesiano a seguir, represente os pontos A, B e C e ligue-os, formando o triângulo ABC. Depois, represente os pontos D, E e F e ligue-os, formando o triângulo DEF.



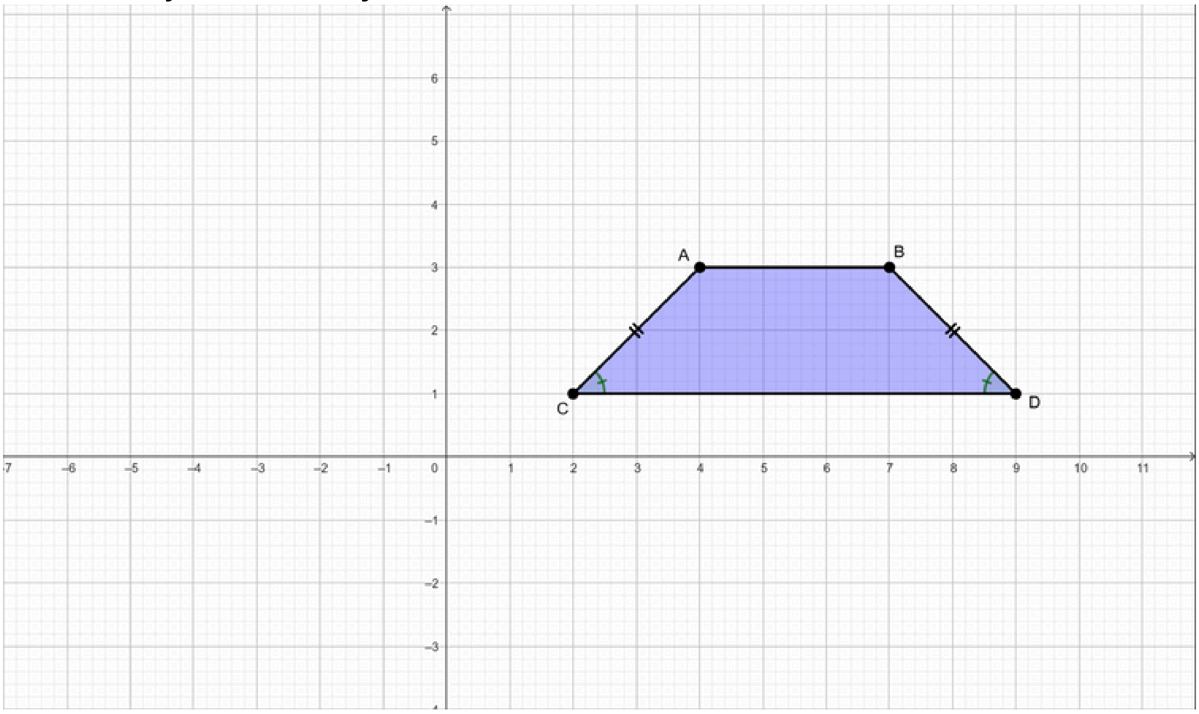
b) Que tipo de triângulo é cada um deles? Justifique com base nas medidas dos lados e dos ângulos.

c) Os triângulos ABC e DEF são congruentes? Justifique sua resposta utilizando critérios de congruência de triângulos.

d) Existe alguma simetria entre os triângulos ABC e DEF? Se sim, indique em relação a qual eixo essa simetria ocorre.

ATIVIDADE 9

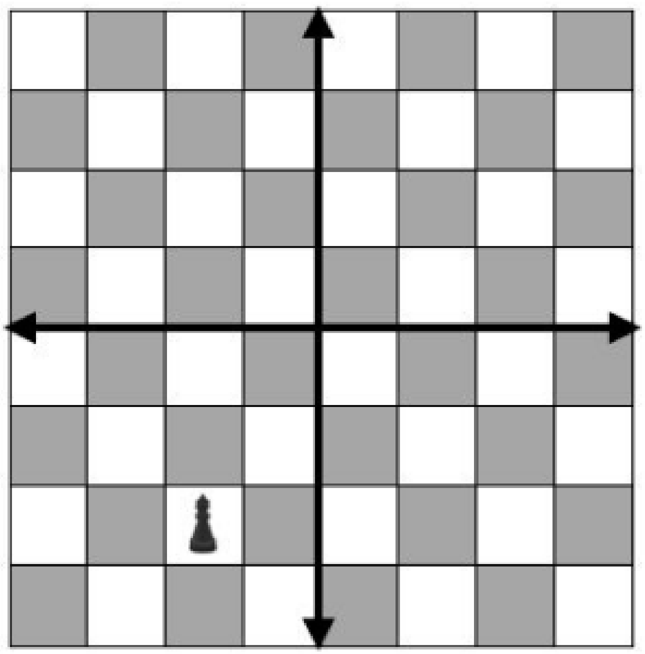
A) Represente no plano cartesiano o quadrilátero EFGH, simétrico ao quadrilátero ABCD, em relação ao eixo Oy (eixo das ordenadas).



B) Qual o nome desse quadrilátero? Escreva suas propriedades com relação aos lados e ângulos.

ATIVIDADE 10

Adriana está utilizando o jogo de xadrez para trabalhar Matemática com seus alunos. Ela apresentou o tabuleiro abaixo e o comparou a um plano cartesiano. Com base na representação na representação ao lado, responda:



a) Em qual quadrante está localizada a rainha?

b) Represente, no plano cartesiano, a posição simétrica dessa peça em relação ao eixo x.

c) Represente, no plano cartesiano, a posição simétrica dessa peça em relação ao eixo y.

d) Represente, no plano cartesiano, a posição simétrica dessa peça em relação à origem do plano cartesiano.

Referências

JOGO E XADREZ. Disponível em: https://www.geogebra.org/m/xjx5qrhx

Figuras Geométricas: Disponível em: https://slideplayer.com.br/slide/14461275/
Xadrez: o que é, regras, objetivo e história. Disponível em: : https://www.significados.com.br/xadrez/

Xadrez no ensino do plano cartesiano. Disponível em https://www.institutoclaro.org.br/educacao/para-ensinar/planos-de-aula/xadrez-no-ensino-do-plano-cartesiano/

Xadrez. disponível em : https://pt.wikipedia.org/wiki/Xadrez#:~:text=A%20forma%20atual%20do%20jogo,desenvolvido%20de%20suas%20antigas%20origens.