Referências

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Matrizes de referência de matemática do Saeb – BNCC. Brasília, 2022.

CLUBE OBMEP. Trigonometria do triângulo retângulo. Disponível em: http://clubes.obmep.org.br/blog/trigonometria-trigonometria-do-triangulo-retangulo/. Acesso em: 23 mar. 2025.

ESPÍRITO SANTO. Secretaria da Educação. Matemática – 2ª Série – 3ª Semana. Disponível em: https://curriculo.sedu.es.gov.br/curriculo/wp-content/uploads/2024/03/MAT-2a-Serie-3a-Semana.pdf. Acesso em: 06 mar. 2025.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS. Exercícios de razões trigonométricas resolvidos. 2022. Disponível em: https://www.exercicios-resolvidos.com/2022/02/exercicios-razoes-trigonometricas.html. Acesso em: 23 mar. 2025.

Orientações curriculares. Currículo ES, 2024. Disponível em: https://curriculo.sedu.es.gov.br/curriculo/orientacoescurriculares/. Acesso em: 10 fev. 2025.

SACI. Exercícios sobre razões trigonométricas – Matemática. Disponível em: https://saci.org.br/exercicios-sobre-razoes-trigonometricas-matematica/. Acesso em: 23 mar. 2025.

GOVERNO DO ESTADO DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

Material Estruturado

QUINZENA **14** 11/08 a 15/08

SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL — GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

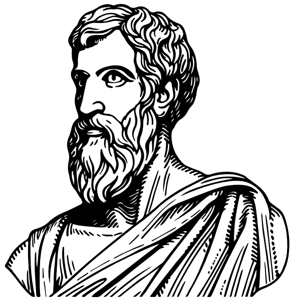
9º Ano | Ensino Fundamental Anos Finais

MATEMÁTICA

RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM	DESCRITOR(ES) DO SAEB	DESCRITOR(ES) DO PAEBES
EF09MA13 Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos.	• Resolver problemas que envolvam relações métricas do triângulo retângulo. • Resolver problemas que envolvam o teorema de Pitágoras. • Elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras.	9G2.4 Resolver problemas que envolvam relações métricas do triângulo retângulo, incluindo o teorema de Pitágoras.	D049_M Utilizar relações métricas em um triângulo retângulo na resolução de problemas.

Contextualização



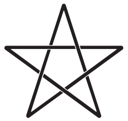
Design: Historical Vintage Vector / Fonte: Canva

Nascido por volta de 570 a.C. na ilha de Samos, Pitágoras foi um pensador grego que veio ao mundo cerca de cinquenta anos depois de Tales de Mileto. Filho de um comerciante de posses, passou parte da vida viajando por regiões como o Egito e a Babilônia, e talvez tenha chegado até a Índia.

Ao regressar, tentou viver em Samos, sua cidade natal. Contudo, descontente com a forma como o governo local agia, decidiu se transferir para Crotona, uma colônia grega situada na península Itálica. Foi ali que fundou a escola que leva seu nome.

A instituição reunia estudos em áreas como Religião, Filosofia, Política, Música, Astronomia e Matemática. Os estudantes eram divididos conforme o tempo de permanência: nos três primeiros anos, eram chamados de ouvintes; depois disso, tornavam-se matemáticos — grupo ao qual eram confiados os mistérios matemáticos. Inclusive, o termo "matemática", que quer dizer "o aprendizado da arte, da ciência", é atribuído a Pitágoras.

O princípio que guiava a escola era: "Tudo é número". A ideia era explicar todos os fenômenos naturais por meio dos números. Os membros da escola formavam uma sociedade secreta, cujo símbolo era o pentagrama — um pentágono estrelado. O conhecimento era sua única meta.



Pentagrama
Design: Elionarka's Images / Fonte: Canva

Os estudos dos pitagóricos trouxeram grandes contribuições para a Matemática, principalmente para a Geometria. Entre essas contribuições, a de maior sucesso foi o **teorema de Pitágoras**.

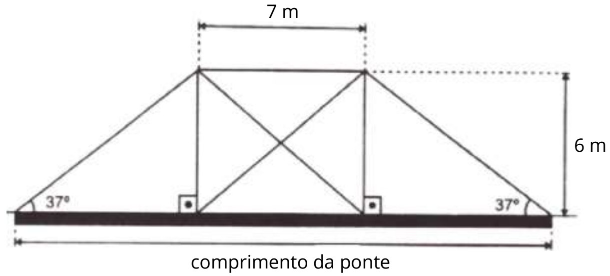
Neste material, vamos retomar o estudo do teorema de Pitágoras e sua aplicação na resolução de problemas. Retomaremos, também, o estudo das relações métricas no triângulo retângulo.

Bons estudos!

ATIVIDADE 9

(PAEBES-ADAPTADO) Na figura abaixo, estão indicadas algumas medidas de uma ponte projetada por um engenheiro. De acordo com esse projeto, qual será a medida do comprimento dessa ponte? **Dados**: sen 37º=0,60, cos 37º=0,80 e tg 37º=0,75.

A) 16 m
B) 19 m
C) 22 m
D) 23 m



ATIVIDADE 10

Elabore um problema envolvendo um triângulo retângulo no qual seja necessário utilizar as razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente) para encontrar uma medida desconhecida. Você pode escolher trabalhar com apenas uma dessas razões ou combinar mais de uma na resolução.

Instruções:

1. Pense em uma situação real ou em um contexto aplicado, como uma escada apoiada em uma parede, a altura de um prédio medida a partir de sua sombra ou um objeto inclinado.
2. Defina os valores de pelo menos dois elementos do triângulo (como um ângulo e um cateto, ou os dois catetos).
3. Escolha qual das razões trigonométricas utilizar para resolver o problema. Se necessário, utilize mais de uma.
4. Resolva o problema, mostrando os cálculos e explicando a escolha da(s) razão(ões) utilizada(s).

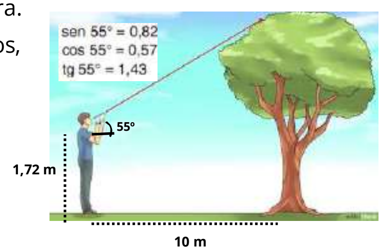
Organize sua resposta de forma clara e apresente a solução passo a passo.

ATIVIDADE 6

O teodolito é um instrumento utilizado para medir ângulos. Um estudante aponta um teodolito contra o topo de uma árvore, a uma distância de 10 m, e consegue obter um ângulo de 55º, conforme mostra a figura.

A altura da árvore é, em metros, aproximadamente:

A) 16 metros.
B) 15 metros.
C) 14 metros.
D) 13 metros.



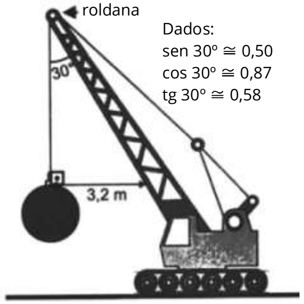
Fonte: https://pt.wikihow.com/Medir-a-Altura-de-uma-%C3%81rvore#/Imagem:Measure-the-Height-of-a-Tree-Step-4-Version-2.jpg

ATIVIDADE 7

(PAEBES-ADAPTADO) Durante uma etapa de um teste de qualidade, um guindaste soltou uma bola de demolição sobre um aparelho celular, a partir de determinada altura, com a finalidade de avaliar a sua resistência a impactos. A figura abaixo apresenta o guindaste e a bola de demolição na posição em que foram utilizados nesse teste.

O teste constatou que o aparelho resistiu ao impacto da bola de demolição sendo liberada dessa altura. Qual é a distância aproximada, em metros, entre a roldana desse guindaste e a bola de demolição no momento em que ela foi solta?

A) 1,6
B) 1,8
C) 3,7
D) 5,5

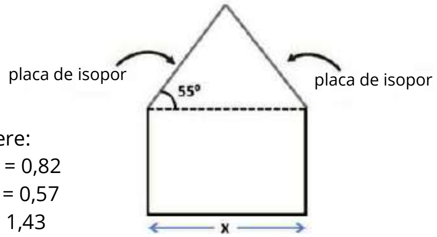


Dados:
sen 30° ≅ 0,50
cos 30° ≅ 0,87
tg 30° ≅ 0,58

ATIVIDADE 8

Para uma feira de ciências um grupo de estudantes resolveu construir uma maquete de uma casa, conforme esquema abaixo. O telhado será feito com uma placa de isopor de 1m de comprimento, que será dividida ao meio para fazer as duas partes do telhado. Sabendo que o telhado será feito segundo um ângulo de 55º, calcule a medida x da largura casa, em centímetros.

A) 40 cm
B) 50 cm
C) 57 cm
D) 68 cm



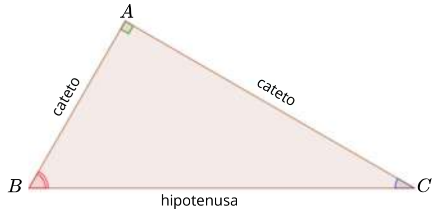
Considere:
sen 55º = 0,82
cos 55º = 0,57
tg 55º = 1,43

Imagem produzida no Canva

Conceitos e Conteúdos

O TEOREMA DE PITÁGORAS

Retomando o estudo do Teorema de Pitágoras, vimos que cada lado do triângulo de um triângulo retângulo recebe um nome.



Os **catetos** são os lados perpendiculares entre si que formam o ângulo reto em um triângulo retângulo. Já o lado oposto ao ângulo reto é chamado de **hipotenusa**.

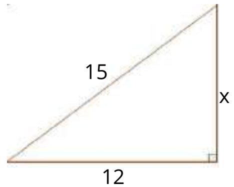
Em todo triângulo retângulo, o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos. Isso pode ser representado da seguinte forma:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

- a é a medida da hipotenusa,
- b é a medida de um dos catetos e
- c é a medida do outro cateto.

Como exemplo, vamos calcular a medida de um dos catetos representado por x no triângulo a seguir.

Note que um cateto mede 12 e a hipotenusa mede 15. Com apenas essas duas medidas, conseguimos calcular a medida do outro cateto utilizando o teorema de Pitágoras.



$$a^2 = b^2 + c^2$$
$$15^2 = 12^2 + x^2$$
$$225 = 144 + x^2$$
$$225 - 144 = 144 + x^2 - 144$$
$$81 = x^2$$
$$\sqrt{81} = x$$
$$x = -9 \; ou \; x = 9$$

Portanto, a medida do outro cateto é 9.

APLICAÇÃO DO TEOREMA DE PITÁGORAS

Observe a seguinte situação:

Um avião sai da cidade A e vai até a cidade B, que está à distância de 300 quilômetros. Depois, decola em direção à cidade C, a 400 quilômetros. Considere as imagens a seguir que demonstram a trajetória desse avião.

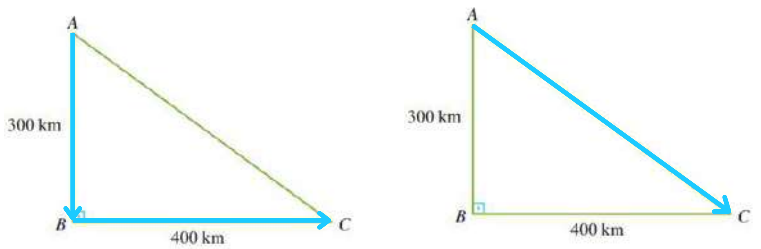


Imagem produzida no Canva

Se o avião fosse em linha reta da cidade A para a C, quantos quilômetros percorreria?

Observe que a trajetória feita pelo avião e a trajetória que ele poderia fazer em linha reta formam um triângulo retângulo. E como conhecimento a medida de dois lados, conseguimos calcular a medida do outro lado, ou seja, a trajetória pedida.

No primeiro momento de leitura é possível que você não perceba que esse problema pode ser resolvido pelo teorema de Pitágoras. No entanto, vamos analisar essa situação.

Temos um cateto medindo 300 km e outro cateto medindo 400 km e queremos a medida da hipotenusa.

$$a^2 = b^2 + c^2$$
$$a^2 = 300^2 + 400^2$$
$$a^2 = 90000 + 160000$$
$$a^2 = 250000$$
$$a = \sqrt{250000}$$
$$a = -500 \; ou \; a = 500$$

Portanto, o avião percorreria 500 km se fosse em linha reta.

Este é um exemplo da aplicação do teorema de Pitágoras, assim como estudamos outros exemplos de aplicação no material anterior.

Em resumo, quando temos situações em que há a necessidade de medir distâncias ou tamanhos inacessíveis, verificamos se podemos formar um triângulo retângulo com a situação dada e se temos o conhecimento de duas medidas de seus lados. Tendo essas informações, sabemos que poderemos calcular o terceiro utilizando o teorema de Pitágoras.

ATIVIDADE 3

A figura ao lado representa o perfil de uma escada de 7 degraus cujos pisos possuem uma largura fixa de 25 cm e são todos paralelos ao solo.
Conforme mostra a figura, um corrimão será colocado em toda a extensão dessa escada. Qual é o menor valor inteiro, em centímetro, que a medida do comprimento desse corrimão pode ter para que ele seja colocado em toda a extensão dessa escada?

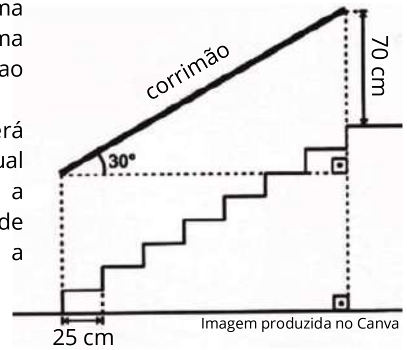


Imagem produzida no Canva

A) 153 cm
B) 202 cm
C) 248 cm
D) 302 cm

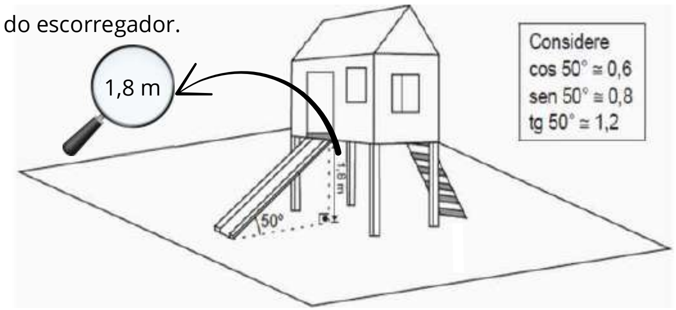
Dados:
sen 30º ≅ 0,50
cos 30º ≅ 0,87
tg 30º ≅ 0,58

ATIVIDADE 4

(PAEBES ADAPTADO) O desenho abaixo representa o projeto de um escorregador que será instalado em uma praça. Nesse projeto, estão indicados a medida da altura (1,8 m) do escorregador e o ângulo de inclinação em relação ao solo.

Calcule o comprimento do escorregador.

A) 1,44 m
B) 1,5 m
C) 2,25 m
D) 3,0 m



ATIVIDADE 5

(OBMEP-ADAPTADA) Em uma oficina mecânica, será necessário construir uma rampa para carros, de modo a vencer um desnível de 2,1m.
Se o ângulo de inclinação deve ter, no máximo, 25º, qual deve ser o comprimento mínimo da rampa? Considerem para a rampa os comprimentos representados com uma casa decimal.
Adote: sen25º = 0,4227; cos 25º = 0,9063; tan 25º = 0,4663.

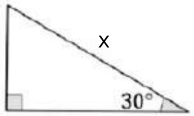
A) 5,0 m
B) 4,0 m
C) 3,5 m
D) 3,0 m

Atividades

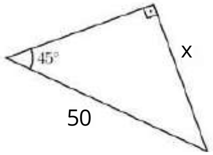
ATIVIDADE 1

Determine x nos triângulos abaixo:

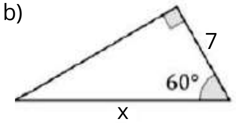
a)



c)



b)



d)

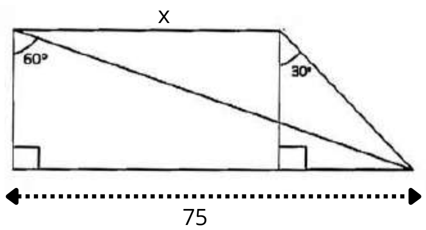


Imagem produzida no Canva

ATIVIDADE 2

Uma das extremidades de um cabo de aço esticado está presa ao topo de uma antena de 14 metros de altura; a outra extremidade desse cabo está presa ao solo, formando um ângulo de 35°, conforme representado na figura abaixo. Qual é a distância RS, em metros, entre a extremidade desse cabo de aço presa ao solo e a base dessa antena?

A) 8,0 m
B) 9,8 m
C) 17,1 m
D) 20,0 m

Dados:
sen 35° ≅ 0,57
cos 35° ≅ 0,82
tg 35° ≅ 0,70

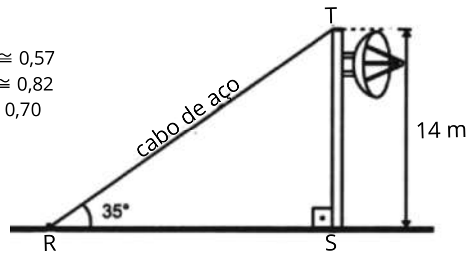
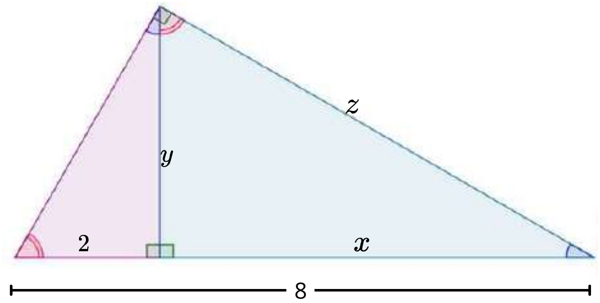


Imagem produzida no Canva

RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

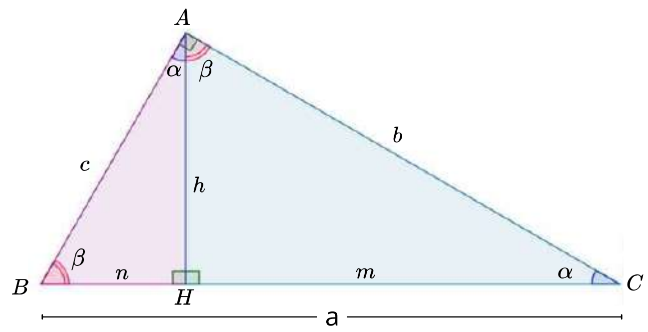
Observe a seguinte situação e determine os valores de **x**, **y** e **z**.



Temos um triângulo retângulo e conhecemos duas de suas medidas. O objetivo é calcular as medidas representadas por **x**, **y** e **z**.

Este é um exemplo em que não conseguimos realizar os cálculos utilizando o teorema de Pitágoras, de forma direta, pois as duas medidas não pertencem aos lados de um mesmo triângulo. Situações como esta podem ser resolvidas por meio das relações métricas no triângulo retângulo, conforme estudamos no material anterior. Vamos revisar essas relações.

Observe o triângulo retângulo ABC da figura abaixo.



Nesse triângulo, destacamos:

- **a** é o comprimento da hipotenusa do triângulo ABC.
- **b** é o comprimento de um dos catetos do triângulo ABC.
- **c** é o comprimento do outro cateto do triângulo ABC.
- **h** é o comprimento da altura relativa à hipotenusa.
- **m** é o comprimento da projeção do cateto b sobre a hipotenusa.
- **n** é o comprimento da projeção do cateto c sobre a hipotenusa.

Chamamos de **relações métricas no triângulo retângulo** às relações existentes entre os diversos segmentos que compõem o triângulo retângulo. São elas:

i) A medida de comprimento da hipotenusa é igual à soma das medidas de comprimento das projeções dos catetos sobre ela.

$$a = m + n$$

ii) O quadrado da medida de comprimento de um cateto é igual ao produto da medida de comprimento da hipotenusa pela medida de comprimento da projeção desse cateto sobre a hipotenusa.

$$b^2 = a \cdot m \qquad c^2 = a \cdot n$$

iii) O quadrado da medida de comprimento da altura relativa à hipotenusa é igual ao produto das medidas de comprimento das projeções dos catetos sobre a hipotenusa.

$$h^2 = m \cdot n$$

iv) O produto das medidas de comprimento dos catetos é igual ao produto da medida de comprimento da hipotenusa pela medida de comprimento da altura relativa à hipotenusa.

$$c \cdot b = a \cdot h$$

v) O produto da medida de comprimento de um dos catetos pela medida de comprimento da altura relativa à hipotenusa é igual ao produto da projeção desse cateto sobre a hipotenusa pela medida de comprimento do outro cateto.

$$b \cdot h = m \cdot c \qquad c \cdot h = n \cdot b$$

vi) Teorema de Pitágoras - O quadrado da medida de comprimento da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas de comprimento dos catetos.

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Material Extra

SAIBA MAIS APONTANDO O CELULAR PARA O QR CODE ABAIXO OU CLIQUE NO BOTÃO.

GEOGEBRA

Razões Trigonométricas

PRÁTICAS EXPERIMENTAIS DE *Matemática* PARA O ENSINO FUNDAMENTAL

No ano de 2025, o Ensino Fundamental - Anos Finais apresenta uma importante novidade para o componente curricular Matemática: as Práticas Experimentais de Matemática, que visam fomentar o processo de ensino e aprendizagem favorecendo o desenvolvimento e a consolidação de habilidades, o pensamento crítico e a compreensão e a aplicação da lógica matemática. Intenciona-se, também, combater o estigma de que a Matemática é difícil e inacessível, engajando os estudantes em práticas lúdicas e exequíveis.

Desse modo, as práticas foram elaboradas a partir das habilidades estruturantes de cada ano, por trimestre. No período em que constar o caderno de Práticas Experimentais, o(a) professor(a) deverá destinar **duas aulas** para cada prática proposta no material.

Desejamos um ano letivo de sucesso!

Prática experimental de Matemática: 9º ano - Quinzena 14 (2 aulas)

Clique aqui

conexões matemáticas sedu - 2025

Exercícios Resolvidos

Observação: Nos exercícios a seguir, vamos considerar apenas as soluções positivas de cada equação quadrática, pois representam medidas.

Calcule o valor de y nos triângulos retângulos abaixo.

a)

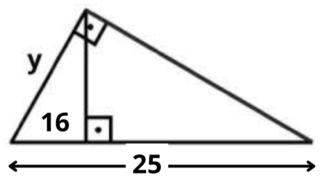


Imagem produzida no Canva

b)

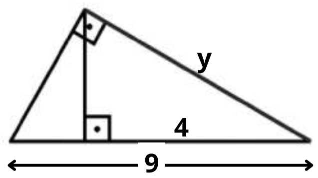


Imagem produzida no Canva

SOLUÇÃO

a)

Dado:

$$y^2 = 16 \cdot 25$$

Multiplicando os valores:

$$y^2 = 400$$

Extraindo a raiz quadrada:

$$y = \sqrt{400}$$
$$y = 20$$

b)

Dado:

$$y^2 = 9 \cdot 4$$

Multiplicando os valores:

$$y^2 = 36$$

Extraindo a raiz quadrada:

$$y = \sqrt{36}$$
$$y = 6$$

EXERCÍCIO 2

Calcule o valor de y nos triângulos retângulos abaixo.

a)

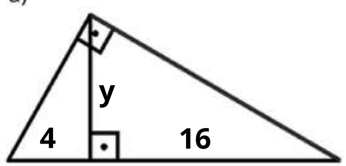


Imagem produzida no Canva

b)

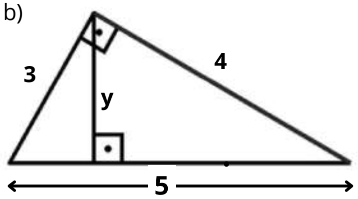


Imagem produzida no Canva

SOLUÇÃO

a) **Dado:**

$$y^2 = 4 \cdot 16$$

Multiplicando os valores:

$$y^2 = 64$$

Extraindo a raiz quadrada:

$$y = \sqrt{64}$$
$$y = 8$$

b) **Dado:**

$$5 \cdot y = 3 \cdot 4$$

Multiplicando os valores:

$$5y = 12$$

Isolando o y:

$$y = \frac{12}{5}$$
$$y = 2{,}4$$

EXERCÍCIO 3

Calcula h, m e n no triângulo retângulo.

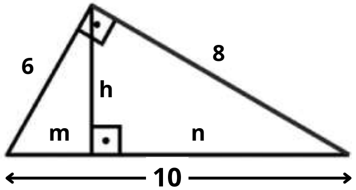


Imagem produzida no Canva

SOLUÇÃO

Dado:

$$10 \cdot h = 8 \cdot 6$$

Multiplicando os valores:

$$10h = 48$$

Isolando o h:

$$h = \frac{48}{10}$$
$$h = 4{,}8$$

Dado:

$$6^2 = 10 \cdot m$$

Elevando ao quadrado:

$$36 = 10m$$

Isolando o m:

$$m = \frac{36}{10}$$
$$m = 3{,}6$$

Dado:

$$8^2 = 10 \cdot n$$

Elevando ao quadrado:

$$64 = 10n$$

Isolando o n:

$$n = \frac{64}{10}$$
$$n = 6{,}4$$

EXERCÍCIO 4

Calcule h, b e c no triângulo retângulo.

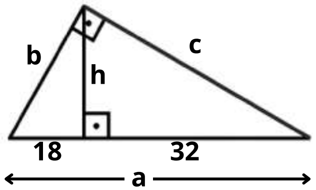


Imagem produzida no Canva

EXERCÍCIO 6

Na figura, tg α = 1/3. Calcule x.

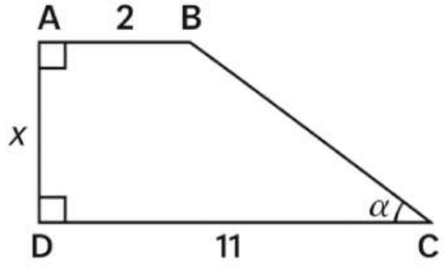


Imagem produzida no Canva

SOLUÇÃO

O trapézio ABCD, ao transpor suas medidas relevantes, pode ser representado por um triângulo retângulo. com base 9 e altura x, formando com o ângulo. α um triângulo notável.

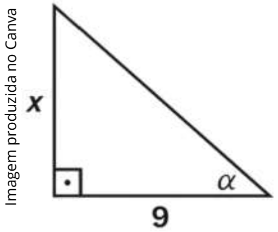


Imagem produzida no Canva

Sabemos que:

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$$
$$\tan(\alpha) = \frac{x}{9}$$
$$\frac{x}{9} = \frac{1}{3}$$

Multiplicando cruzado:

$$3x = 9$$
$$x = \frac{9}{3} = 3$$

Resposta: A altura do triângulo é $x = 3$.

EXERCÍCIO 5

Quando o ângulo de elevação do sol é de 60°, a sombra de uma árvore mede 15 m. Calcule a altura da árvore, considerando √3 = 1,7.

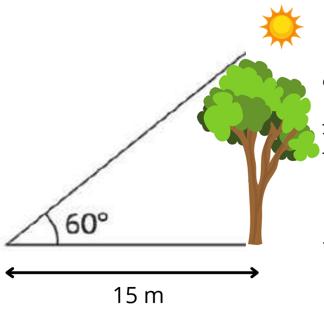


Imagem produzida no Canva

SOLUÇÃO

A situação forma um triângulo retângulo, onde:
- a altura da árvore (h) é o cateto oposto ao ângulo de 60°
- o comprimento da sombra (15 m) é o cateto adjacente

Vamos usar a tangente:

$$\tan(60^\circ) = \frac{h}{15}$$

Sabemos que:

$$\tan(60^\circ) = \sqrt{3} = 1{,}7$$
$$\frac{h}{15} = 1{,}7$$

Multiplicando cruzado:

$$h = 15 \cdot 1{,}7 = 25{,}5$$

Resposta:A altura da árvore é 25,5 metros.

SOLUÇÃO

Dado:
$$h^2 = 18 \cdot 32$$
Multiplicando os valores:
$$h^2 = 576$$
Extraindo a raiz quadrada:
$$h = \sqrt{576}$$
$$h = 24$$

Dado:
$$b^2 = 50 \cdot 18$$
Multiplicando os valores:
$$b^2 = 900$$
Extraindo a raiz quadrada:
$$b = \sqrt{900}$$
$$b = 30$$

Dado:
$$c^2 = 50 \cdot 32$$
Multiplicando os valores:
$$c^2 = 1600$$
Extraindo a raiz quadrada:
$$c = \sqrt{1600}$$
$$c = 40$$

EXERCÍCIO 5

A figura mostra um edifício que tem 15 m de altura, com uma escada colocada a 8 m de sua base ligada ao topo do edifício. Qual é o comprimento da escada?

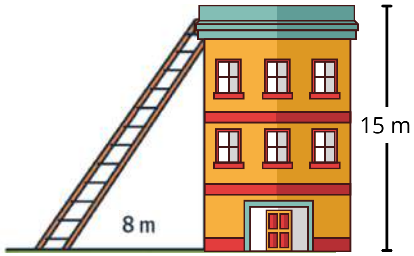


Imagem produzida no Canva

SOLUÇÃO

A situação forma um triângulo retângulo, onde:

- um cateto mede 15 m (altura do edifício)
- o outro cateto mede 8 m (distância da escada à base)
- a hipotenusa é o comprimento da escada, que chamamos de *h*.

Pelo Teorema de Pitágoras, temos:

$$h^2 = 8^2 + 15^2$$
$$h^2 = 64 + 225$$
$$h^2 = 289$$
$$h = \sqrt{289}$$
$$h = 17$$

Portanto, o comprimento da escada é 17 metros.

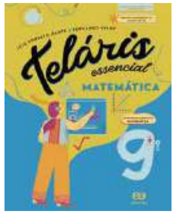
Material Extra

Utilize o livro didático para mais teoria e exercícios.

LIVROS DIDÁTICOS

Livro Teláris Essencial – Matemática – 9º ano

- Páginas: 168 a 182.



Livro A Conquista da Matemática – 9º ano

- Páginas: 206 a 220.

GEOGEBRA

Relações métricas no triângulo retângulo

EXERCÍCIO 4

Quando o ângulo de elevação do sol é de 65°, a sombra de um edifício mede 18 m. Calcule a altura do edifício. (Sen 65º = 0,90. Cos 65º = 0,42. Tang 65º = 2,14).

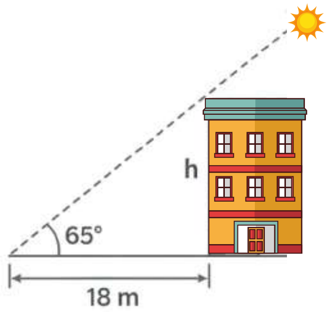


Imagem produzida no Canva

SOLUÇÃO

A situação forma um triângulo retângulo, onde:
- o cateto oposto ao ângulo de 65° representa a altura do edifício (h)
- o cateto adjacente representa a sombra (18 m)

Vamos usar a tangente:

$$tan(65^\circ) = \frac{h}{18}$$

Sabemos que:

$$tan(65^\circ) \approx 2{,}14$$

$$\frac{h}{18} = 2{,}14$$

Multiplicando cruzado:

$$h = 18 \cdot 2{,}14$$

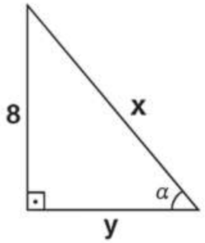
$$h \approx 38{,}52$$

Resposta: A altura do edifício é aproximadamente 38,52 metros.

EXERCÍCIO 3

Na figura, sen α = 4/5. Calcule x e y.

Imagens produzidas no Canva



SOLUÇÃO

Sabemos que:

$$sen(\alpha) = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$sen(\alpha) = \frac{4}{5}$$

Na figura, o cateto oposto a α mede 8, portanto:

$$\frac{8}{x} = \frac{4}{5}$$

Multiplicando cruzado:

$$4x = 40$$

$$x = \frac{40}{4} = 10$$

Agora que sabemos que a hipotenusa $x = 10$, usamos Pitágoras para calcular y:

cateto oposto = 8, hipotenusa = 10

$$y^2 = 10^2 - 8^2$$

$$y^2 = 100 - 64 = 36$$

$$y = \sqrt{36} = 6$$

Resposta: $x = 10, y = 6$

Atividades

ATIVIDADE 1

Qual das alternativas abaixo representa corretamente a relação métrica mais conhecida no triângulo retângulo?

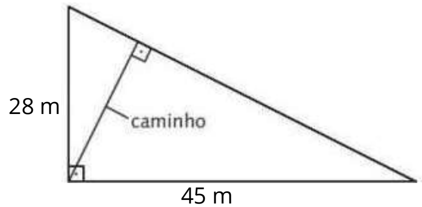
A) O Teorema de Pitágoras estabelece que a hipotenusa é igual à diferença dos catetos em um triângulo retângulo.
B) O Teorema de Pitágoras estabelece que a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da altura em um triângulo retângulo.
C) O Teorema de Pitágoras estabelece que o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos em um triângulo retângulo.
D) O Teorema de Pitágoras estabelece que a hipotenusa é igual à soma dos catetos em um triângulo retângulo.

ATIVIDADE 2

Considere um triângulo ABC, onde AB = 12cm, BC = 5cm e AC = 13cm. A partir dessas informações, demonstre que o triângulo ABC é um triângulo retângulo.

ATIVIDADE 3

Em uma praça com formato de triângulo retângulo, um caminho em linha reta será construído ligando um "vértice" a um de seus lados, conforme o esquema.



Desconsiderando a largura do caminho, calcule:
a) o comprimento do maior lado da praça.
b) o comprimento do caminho.
c) o perímetro da praça.

ATIVIDADE 4

Luís está confeccionando um barquinho de madeira para presentear seu filho. Para finalizar esse presente, ele precisa cortar um palito para usá-lo como mastro desse barquinho. O desenho abaixo apresenta o projeto feito por Luís.

Para fazer o mastro desse barquinho, Luís precisa de um palito com, no mínimo:

A) 3,91 cm
B) 4,80 cm
C) 4,57 cm
D) 5,57 cm

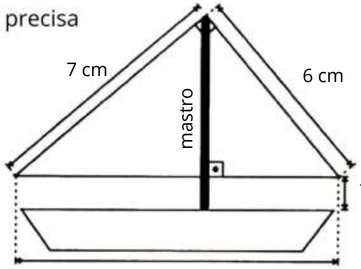


Imagem produzida no Canva

ATIVIDADE 5

Carlos é carpinteiro e confeccionou um portão com formato retangular, cujas medidas da altura e da largura estão apresentadas no esboço abaixo. Para reforçar a estrutura desse portão, Carlos colocará uma tábua na diagonal, conforme representado na figura abaixo. A medida do comprimento da tábua que Carlos precisa para reforçar esse portão é, no mínimo:

A) 7,84 m
B) 5,60 m
C) 3,50 m
D) 2,80 m

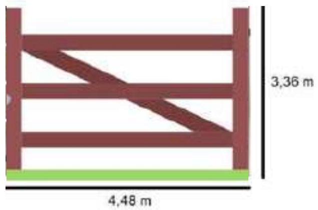
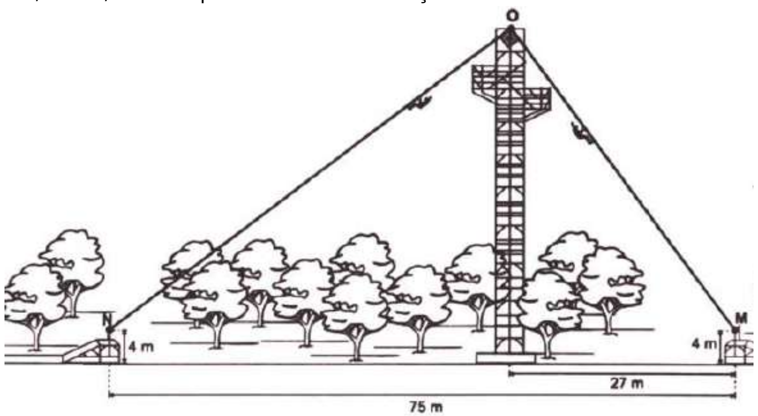


Imagem produzida no Canva

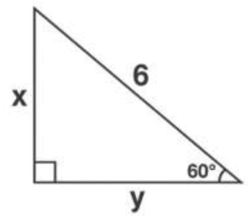
ATIVIDADE 6

(PAEBES-2019) Um engenheiro fez um esboço para a construção de duas tirolesas que terão seus cabos amarrados nas extremidades de três bases metálicas. Essas bases, foram construídas em solo plano, e suas extremidades, indicadas pelos pontos M, N e O, estão representadas no esboço ao lado.



EXERCÍCIO 2

Calcular os catetos de um triângulo retângulo cuja hipotenusa mede 6 cm e um dos ângulos mede 60°.



Imagens produzidas no Canva

SOLUÇÃO

Dados:
Hipotenusa = 6 cm
Ângulo agudo = 60º

Seja:
x: cateto oposto ao ângulo de 60º
y: cateto adjacente ao ângulo de 60º

1. Cálculo de x (cateto oposto)

$$sen(60^\circ) = \frac{x}{6}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{6}$$

Multiplicando cruzado:

$$x = \frac{6 \cdot \sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$$

2. Cálculo de y (cateto adjacente)

$$cos(60^\circ) = \frac{y}{6}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{y}{6}$$

Multiplicando cruzado:

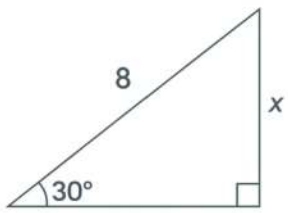
$$y = \frac{6 \cdot 1}{2} = 3$$

Resposta: $x = 3\sqrt{3}\,\text{cm}, y = 3\,\text{cm}$

Exercícios Resolvidos

EXERCÍCIO 1

Calcular o valor de x no triângulo retângulo da figura abaixo.



Imagens produzidas no Canva

SOLUÇÃO

Podemos usar a razão seno, já que:

$$sen(\alpha) = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$$

hipotenusa = 8, cateto oposto = x e seno 30º = 0,5 ou $\frac{1}{2}$

$$sen(30^\circ) = \frac{x}{8}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{x}{8}$$

$$x = \frac{1 \cdot 8}{2} = 4$$

O valor do cateto oposto é 4.

CONEXÕES MATEMÁTICAS SEDU - 2025

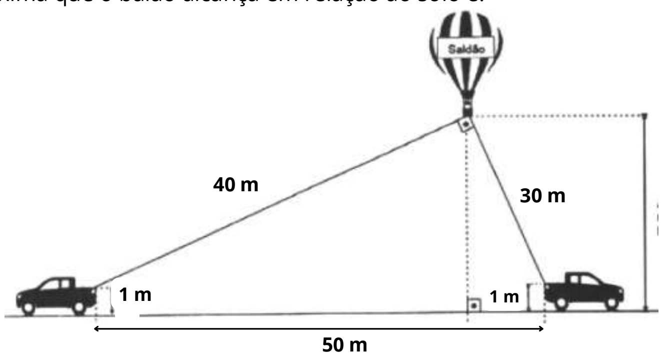
Qual é a altura da base metálica cuja extremidade está representada pelo ponto O nesse esboço?

A) 48 m
B) 40 m
C) 36 m
D) 32 m

ATIVIDADE 7

(PAEBES-2019-adaptada) Em um ponto de vendas itinerante, um balão está preso por dois cabos: um de 30 metros até a primeira caminhonete e outro de 40 metros até a segunda caminhonete. As caminhonetes estão estacionadas a 50 metros uma da outra. De acordo com a imagem a seguir, que representa essa disposição, a medida da altura máxima que o balão alcança em relação ao solo é:

A) 23 m
B) 24 m
C) 25 m
D) 29 m



ATIVIDADE 8

Durante a construção de uma rampa de acesso para cadeirantes, os engenheiros precisam garantir que a inclinação esteja de acordo com as normas de acessibilidade. Se a altura entre o solo e o ponto mais alto da rampa é de 1,20 metros e a distância horizontal que a rampa deve cobrir é de 2,25 metros, qual é o comprimento da rampa?

A) 2,55 metros
B) 2,70 metros
C) 3,00 metros
D) 3,45 metros

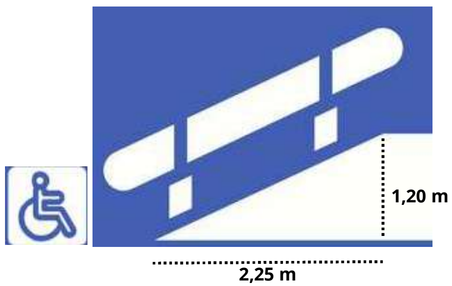
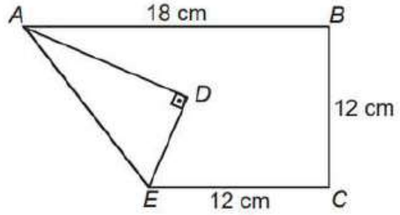


Imagem produzida no Canva

ATIVIDADE 9

(ENEM) Construir figuras de diversos tipos, apenas dobrando e cortando papel, sem cola e sem tesoura, é a arte do origami (ori = dobrar; kami = papel), que tem um significado altamente simbólico no Japão. A base do origami é o conhecimento do mundo por base do tato. Uma jovem resolveu construir um cisne usando a técnica do origami, utilizando uma folha retangular de papel de 18 cm por 12 cm. Assim, começou por dobrar a folha conforme a figura. Após essa primeira dobradura, a medida do segmento AE é

$A)2\sqrt{22}$
$B)6\sqrt{3}$
$C)12\sqrt{2}$
$D)6\sqrt{5}$



ATIVIDADE 10

O Teorema de Pitágoras é uma ferramenta matemática poderosa para resolver problemas envolvendo triângulos retângulos. Agora, é a sua vez de criar um problema!

1. Elabore um problema que envolva um triângulo retângulo no contexto do dia a dia. Você pode pensar em situações como: uma escada encostada em uma parede, a diagonal de um campo retangular, ou a distância entre dois pontos em um terreno.
2. Apresente os dados do problema, definindo claramente os comprimentos conhecidos dos lados do triângulo (catetos e/ou hipotenusa).
3. Resolva o problema aplicando o Teorema de Pitágoras e mostre os cálculos detalhadamente.
4. Interprete a resposta, explicando o significado do resultado dentro da situação proposta.

Dica: Lembre-se de que o Teorema de Pitágoras é dado por:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

onde **a** e **b** são os **catetos** e **c** é a **hipotenusa**.

CALCULADORA CIENTÍFICA

Design: Alexmlx / Fonte: Canva

Se você tem acesso a uma calculadora científica, veja como usá-la:

- Verifique se no visor aparece DEG:

isso indica que os ângulos serão indicados em graus.

- Digite, por exemplo, 30 e a tecla do seno, que em geral aparece como sin.
- No visor você obterá 0,5.
- Volte à tabela e confira que o seno de 30º é, de fato, 0,5.

Se liga! Você que não tem uma calculadora científica: quando chegar em casa, acesse a calculadora do seu celular e veja que tem a opção de calculadora científica!

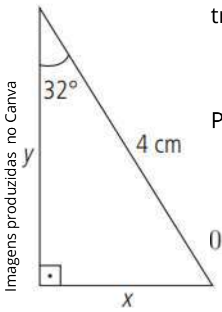
ÂNGULOS NOTÁVEIS

Você viu uma situação em que o valor do seno, cosseno ou tangente de um certo ângulo é dado, e viu que poderá acontecer uma situação em que você vai precisar recorrer à tabela. No entanto, fique tranquilo: em provas externas será dado os valores para que você não tenha que ficar andando por aí com uma tabela de razões trigonométricas!

Mas, atenção! Há situações em que os valores do seno, cosseno e tangente de um ângulo não são dados e você não terá uma tabela para consultar! Por sorte, por hora, isso só vai acontecer com apenas três ângulos: **30º**, **45º** e **60º**, que chamamos de **notáveis**. Como situações como essas são recorrentes, usamos uma tabela:

	30º	**45º**	**60º**
seno	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cosseno	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tangente	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Perceba que nessa tabela não usamos os valores em números decimais, como na tabela das razões trigonométricas. Mas perceba que, por exemplo, o seno de 30º que vimos que é 0,5 está representado nessa tabela como fração um meio que equivale a 0,5.



Imagens produzidas no Canva

Considere cos 32° = 0,85. Para calcular a medida do lado do triângulo representado por y, usaremos:

- hipotenusa = 4 cm
- cateto adjacente = y cm

Para hipotenusa e cateto adjacente, usamos

$$cos\ \alpha = \frac{\text{medida do cateto adjacente a } \alpha}{\text{medida da hipotenusa}}$$

$$0,85 = \frac{y}{4} \Rightarrow 0,85 \cdot 4 = y \Rightarrow y = 3,4\ cm$$

Portanto, o cateto adjacente mede 3,4 cm.

Se liga na dica!

A hipotenusa é sempre o lado de maior medida no triângulo retângulo. Por isso, o quociente entre a medida de um cateto e a medida da hipotenusa é sempre um número menor que 1. Se α é a medida de um ângulo agudo do triângulo retângulo, temos que sen α < 1 e cos α < 1.

TABELA DAS RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS

Nos exemplos anteriores, foi nos dado os valores para seno e cosseno de 32°. No entanto, você pode se deparar com uma atividade em que valores de seno, cosseno e tangente não serão dados. Neste caso, você poderá consultar uma tabela que chamamos de tabela das razões trigonométricas. A seguir, a tabela de alguns ângulos.

Ângulo	Seno	Cosseno	Tangente
1°	0,0175	0,9998	0,0175
2°	0,0349	0,9994	0,0349
3°	0,0523	0,9986	0,0524
4°	0,0698	0,9976	0,0699
5°	0,0872	0,9962	0,0875
6°	0,1045	0,9945	0,1051
7°	0,1219	0,9925	0,1228
8°	0,1392	0,9903	0,1405
9°	0,1564	0,9877	0,1584
10°	0,1736	0,9848	0,1763
11°	0,1908	0,9816	0,1944
12°	0,2097	0,9781	0,2126
13°	0,2250	0,9744	0,2309
14°	0,2419	0,9703	0,2493
15°	0,2588	0,9659	0,2679
16°	0,2756	0,9613	0,2867
17°	0,2924	0,9563	0,3057
18°	0,3090	0,9511	0,3249
19°	0,3256	0,9455	0,3443
20°	0,3420	0,9397	0,3640
21°	0,3584	0,9336	0,3839
22°	0,3746	0,9272	0,4040
23°	0,3907	0,9205	0,4245
24°	0,4067	0,9135	0,4452
25°	0,4226	0,9063	0,4663
26°	0,4384	0,8988	0,4877
27°	0,4540	0,8910	0,5095
28°	0,4695	0,8829	0,5317
29°	0,4848	0,8746	0,5543
30°	0,5000	0,8660	0,5774
31°	0,5150	0,8572	0,6009
32°	0,5299	0,8480	0,6249
33°	0,5446	0,8387	0,6494
34°	0,5592	0,8290	0,6745
35°	0,5736	0,8192	0,7002
36°	0,5878	0,8090	0,7265
37°	0,6018	0,7986	0,7536
38°	0,6157	0,7880	0,7813
39°	0,6293	0,7771	0,8098
40°	0,6428	0,7660	0,8391
41°	0,6561	0,7547	0,8693
42°	0,6691	0,7431	0,9004
43°	0,6820	0,7314	0,9325
44°	0,6947	0,7193	0,9657
45°	0,7071	0,7071	1,0000
46°	0,7193	0,6947	1,0355
47°	0,7314	0,6820	1,0724
48°	0,7431	0,6691	1,1106
49°	0,7547	0,6561	1,1504
50°	0,7660	0,6428	1,1918
51°	0,7771	0,6293	1,2349
52°	0,7880	0,6157	1,2799
53°	0,7986	0,6018	1,3270
54°	0,8090	0,5878	1,3764
55°	0,8192	0,5736	1,4281
56°	0,8290	0,5592	1,4826
57°	0,8387	0,5446	1,5399
58°	0,8480	0,5299	1,6003
59°	0,8572	0,5150	1,6643
60°	0,8660	0,5000	1,7321
61°	0,8746	0,4848	1,8040
62°	0,8829	0,4695	1,8807
63°	0,8910	0,4540	1,9626
64°	0,8988	0,4384	2,0503
65°	0,9063	0,4226	2,1445
66°	0,9135	0,4067	2,2460
67°	0,9205	0,3907	2,3559
68°	0,9272	0,3746	2,4751
69°	0,9336	0,3584	2,6051
70°	0,9397	0,3420	2,7475
71°	0,9455	0,3256	2,9042
72°	0,9511	0,3090	3,0777
73°	0,9563	0,2924	3,2709
74°	0,9613	0,2756	3,4874
75°	0,9659	0,2588	3,7321
76°	0,9703	0,2419	4,0108
77°	0,9744	0,2250	4,3315
78°	0,9781	0,2079	4,7046
79°	0,9816	0,1908	5,1446
80°	0,9848	0,1736	5,6713
81°	0,9877	0,1564	6,3188
82°	0,9903	0,1392	7,1154
83°	0,9925	0,1219	8,1443
84°	0,9945	0,1045	9,5144
85°	0,9962	0,0872	11,4301
86°	0,9976	0,0698	14,3007
87°	0,9986	0,0523	19,0811
88°	0,9994	0,0349	28,6363
89°	0,9998	0,0175	57,2900

Tabelas como essa foram usadas por muito tempo. Hoje, as calculadoras científicas determinam os valores de seno, cosseno e tangente dos ângulos.

Referências

ANDRINI, A. Praticando matemática - edição renovada - 9° ano - LA. Editora do Brasil, 2021.

BIANCHINI, E. Matemática Bianchini 9° ano: Manual do Professor. 10. ed. São Paulo, SP: Moderna, 2022.

GEOGEBRA. Relações métricas no triângulo retângulo – Aplicações. Disponível em: https://www.geogebra.org/m/rxFkgzu5. Acesso em: 8 abr. 2025.

GOVERNO DO ESTADO DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

Material Estruturado

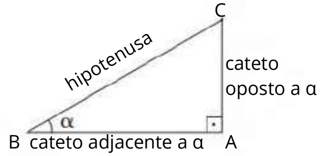
SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL
GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

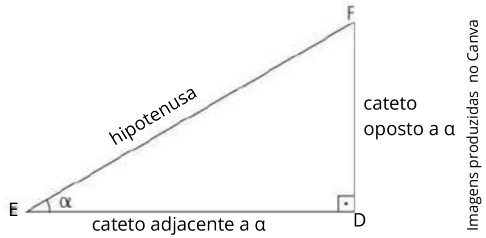
9º Ano | Ensino Fundamental Anos Finais

MATEMÁTICA

RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM	DESCRITOR(ES) DO PAEBES
EF09MA25/ES - Reconhecer as razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente) e aplicá-las nos cálculos de distância inacessíveis e outras situações problemas utilizando instrumentos de medidas de comprimento, transferidores, compasso, teodolitos e softwares.	• Reconhecer as razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente) no triângulo retângulo. • Aplicar razões trigonométricas no cálculo de medidas de triângulos retângulos. • Resolver problemas e calcular distâncias inacessíveis utilizando razões trigonométricas.	D051_M Resolver problema que envolva razões trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno, tangente).





$$\frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$$

$$AC \cdot EF = DF \cdot BC$$

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$$

$$AB \cdot EF = DE \cdot BC$$

Assim, chegamos a uma nova proporção em cada caso:

$$\frac{AC}{BC} = \frac{DF}{EF} = \frac{\text{medida do cateto oposto a } \alpha}{\text{medida da hipotenusa}}$$

$$\frac{AC}{BC} = \frac{DE}{EF} = \frac{\text{medida do cateto adjacente a } \alpha}{\text{medida da hipotenusa}}$$

Encontrando razões que serão constantes em todo triângulo retângulo que tenha um ângulo com medida **α**.

Essas razões também recebem nomes especiais.
Chamaremos de **seno** de **α** e denotaremos por **sen α** a razão:

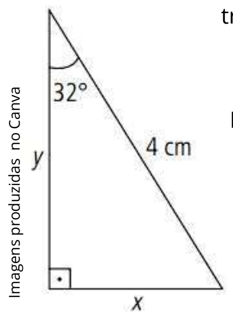
$$sen\ \alpha = \frac{\text{medida do cateto oposto a } \alpha}{\text{medida da hipotenusa}}$$

Chamaremos de cosseno de α e denotaremos por cos α a razão:

$$cos\ \alpha = \frac{\text{medida do cateto adjacente a } \alpha}{\text{medida da hipotenusa}}$$

Encontrando razões que serão constantes em todo triângulo retângulo que tenha um ângulo com medida α.

<u>Exemplos</u>:



Considere sen 32° = 0,53. Para calcular a medida do lado do triângulo representado por x, usaremos:

- hipotenusa = 4 cm
- cateto oposto = x cm

Para hipotenusa e cateto oposto, usamos

$$sen\ \alpha = \frac{\text{medida do cateto oposto a } \alpha}{\text{medida da hipotenusa}}$$

$$0,53 = \frac{x}{4} \Rightarrow 0,53 \cdot 4 = x \Rightarrow x = 2,12\ cm$$

Portanto, o cateto oposto mede 2,12 cm.

Vale lembrar que os lados correspondentes são proporcionais: $\frac{AC}{DF} = \frac{AB}{DE}$

Multiplicamos os termos da proporção em cruz:

$$AC \cdot DE = DF \cdot AB$$

E escrevemos outra proporção:

$$\frac{AC}{AB} = \frac{DF}{DE} = \frac{\text{medida do cateto oposto a } \alpha}{\text{medida do cateto adjacente a } \alpha}$$

Qualquer triângulo retângulo que tenha um ângulo de medida α será semelhante aos que desenhamos acima. A razão entre a medida do cateto oposto a α e a do cateto adjacente a α será a mesma em todos eles.

Essa razão recebe o nome de **tangente** de **α**. Abreviadamente escrevemos **tg α**.

Exemplo: O triângulo ABC abaixo tem um ângulo de 35º. Observe qual é o cateto oposto e qual é o cateto adjacente ao ângulo de 35º.

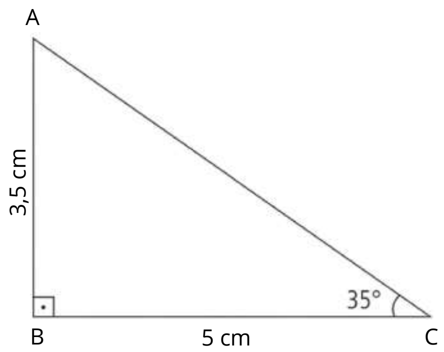


Imagem produzida no Canva

Calculamos a tangente de 35º fazendo:

$$tg\ 35^\circ = \frac{\text{medida do cateto oposto a } \alpha}{\text{medida do cateto adjacente a } \alpha} = \frac{3,5}{5} = 0,7$$

O SENO E O COSSENO

Ainda há mais duas relações para descobrirmos. Veja abaixo os triângulos que nos levaram à tangente do ângulo α.

Podemos escrever outras duas proporções a partir dos lados correspondentes:

Contextualização

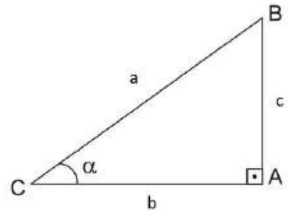


Imagem produzida no Canva

As razões trigonométricas, como seno, cosseno e tangente, são conceitos fundamentais na matemática atual, mas sua origem remonta milhares de anos, quando povos antigos buscavam compreender o mundo ao seu redor por meio da observação dos céus e da medição das distâncias na Terra.

A palavra "trigonometria" tem origem grega e significa "medida dos triângulos". Embora os egípcios e babilônios já utilizassem ideias práticas ligadas à trigonometria por volta de 2000 a.C., especialmente na agricultura e na construção de monumentos, como as pirâmides, foi na Grécia Antiga que surgiram as primeiras tentativas de sistematização dessas ideias. O astrônomo Hiparco de Niceia, no século II a.C., é considerado o "pai da trigonometria". Ele criou uma tabela de cordas no círculo, o que permitiu aos gregos relacionar ângulos e comprimentos de segmentos em círculos — uma ideia precursora das funções seno e cosseno que usamos hoje.

Mas foi durante a Idade Média que a trigonometria ganhou grande impulso, especialmente graças aos matemáticos do mundo islâmico. Entre eles, destaca-se Al-Battani, que viveu entre os séculos IX e X. Ele não apenas aperfeiçoou as tabelas trigonométricas como também aplicou esses conhecimentos para calcular com precisão a altura do sol no céu e prever eclipses solares e lunares, algo impressionante para a época. Um dos feitos mais notáveis de Al-Battani foi a determinação mais precisa do ano solar (o tempo que a Terra leva para dar uma volta completa ao redor do Sol), usando métodos que envolviam essencialmente a razão entre os lados de triângulos formados pela observação das estrelas.

Nesta semana, iremos estudar as razões trigonométricas, que nos ajudam a relacionar os lados e os ângulos de triângulos retângulos. Veremos como aplicar o seno, cosseno e tangente para resolver problemas do dia a dia e da matemática.

Conceitos e Conteúdos

RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS

No material anterior, nós estudamos sobre o teorema de Pitágoras. Vimos que, num triângulo retângulo, quando conhecemos a medida de dois lados, conseguimos calcular a medida do terceiro lado. Neste momento, vamos estudar como calcular uma medida de um triângulo, também retângulo, conhecendo a medida de apenas um lado.

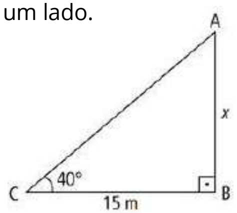


Imagem produzida no Canva

Observe que no triângulo retângulo ao lado, conhecemos apenas a medida de um dos lados e queremos calcular a medida do lado representado por x.

Se conhecêssemos a medida de dois lados, usaríamos o teorema de Pitágoras. Como não temos a medida do segundo lado, usaremos o que chamamos de **razões trigonométricas**.

Para usarmos as razões trigonométricas, precisamos conhecer apenas uma medida do lado do triângulo retângulo. No entanto, precisamos conhecer a medida de um ângulo desse triângulo (que não seja o ângulo reto, ou seja, o ângulo de 90º).

Em resumo, num triângulo retângulo, ao conhecer a medida de um dos lados e um dos ângulos agudos (menor que 90º), conseguimos calcular a medida dos outros lados desse triângulo.

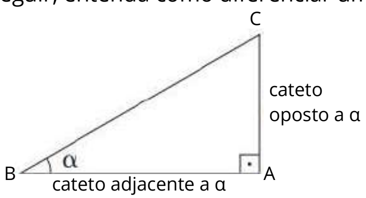
OS LADOS DE UM TRIÂNGULO RETÂNGULO

Estudamos em Teorema de Pitágoras que o nome dos lados de um triângulo retângulo são cateto, cateto e hipotenusa. Esses são os nomes também usados em razões trigonométricas, porém, com uma inclusão: os catetos receberão "sobrenomes".

Além da **hipotenusa**, vamos trabalhar com os **catetos opostos** e **catetos adjacentes**.

A seguir, entenda como diferenciar um cateto oposto de um cateto adjacente.

Imagem produzida no Canva

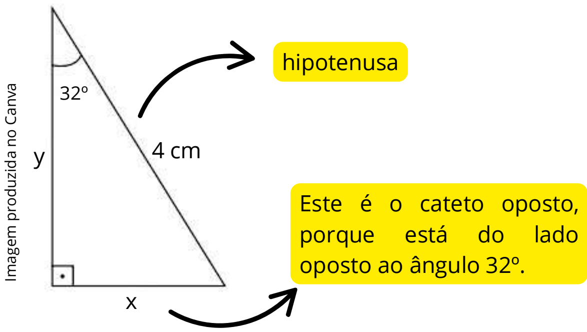


Observe que o cateto é denominado oposto porque está do lado oposto ao ângulo α.

Se liga na dica:

No triângulo anterior o cateto oposto estava na posição vertical. Isso não é uma regra! O que determina se um cateto é oposto é ele estar do lado oposto ao ângulo de referência. Observe o exemplo a seguir.

Imagem produzida no Canva



A hipotenusa é o lado do triângulo que está do lado oposto ao ângulo reto (90º).

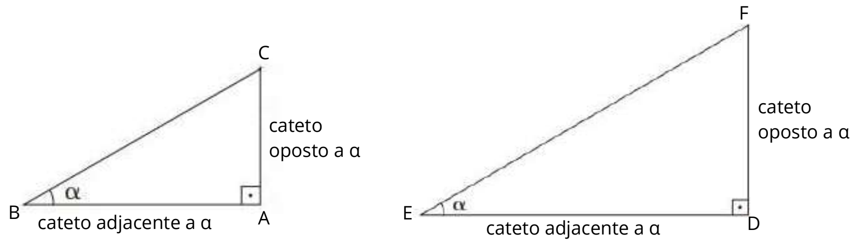
AS 3 RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS

Neste material nós vamos trabalhar com três razões trigonométricas: o seno, o cosseno e a tangente. Veremos a seguir, cada uma delas, passo a passo.

A TANGENTE

Você já estudou sobre semelhança de triângulos. Vamos utilizar esse conhecimento para entendermos a tangente.

Traçamos dois triângulos retângulos semelhantes: $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ pois têm um ângulo de medida α e um ângulo reto. Identificamos em cada triângulo o cateto oposto e o cateto adjacente ao ângulo marcado.



Imagens produzidas no Canva