



GOVERNO DO ESTADO
DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

Material Estruturado



SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL

GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

7º Ano | Ensino Fundamental Anos Finais

MATEMÁTICA

ÂNGULOS E RETAS

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM
<p>EF06MA27 - Determinar medidas da abertura de ângulos, por meio de transferidor e/ou tecnologias digitais.</p> <p>EF06MA22 - Utilizar instrumentos, como réguas, esquadros ou softwares, para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros.</p> <p>EF07MA23 - Verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, com e sem uso de softwares de geometria dinâmica.</p>	<ul style="list-style-type: none"> Determinar medidas da abertura de ângulos, por meio de transferidor e/ou tecnologias digitais. Representar retas paralelas e perpendiculares, utilizando instrumentos como réguas, esquadros ou softwares. Identificar e determinar medida de pares de ângulos formados por retas paralelas e uma transversal, com e sem uso de softwares de geometria dinâmica.

Caro(a) Professor(a),

Informamos que, a partir da Quinzena 14, o Material Estruturado incluirá todo o conteúdo relativo a esta quinzena, de modo a não haver mais duas capas e sintetizar o conteúdo em um único volume. Esperamos, assim, que essa mudança facilite o seu trabalho, planejamento e sua organização em sala de aula.

Contextualização

O skate é um dos esportes mais populares entre os jovens e exige muito equilíbrio, técnica e precisão. Para realizar manobras, os skatistas precisam calcular a inclinação das rampas, a rotação do corpo no ar e os ângulos formados entre o skate e o chão. No Espírito Santo, lugares como a Praça do Papa, em Vitória, e a Pista de Skate de Vila Velha são pontos de encontro para skatistas que treinam suas habilidades diariamente.

Uma das manobras mais conhecidas do skate é o "Ollie", que permite ao skatista saltar sem precisar segurar o skate com as mãos. Já manobras mais avançadas, como o "Kickflip" e o "360° Flip", envolvem giros completos no ar. Cada manobra pode ser analisada em termos de ângulos de rotação, ajudando a entender como o skatista deve se posicionar para executar os movimentos corretamente.

Quando um skatista realiza uma manobra como o 'Flip', o skate realiza um giro. Você sabe quantos graus ele gira no total? E como o cálculo desses ângulos pode ajudar a entender e até melhorar a execução de manobras no skate? Vamos juntos, nessa semana, aprender um pouco mais sobre ângulos.



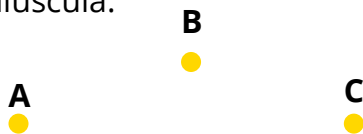
Design: Telllu Craft / Fonte: Canva



Conceitos e Conteúdos

SEMIRRETA, SEGMENTO DE RETA E ÂNGULO

Considere o desenho de um campo de futebol com as linhas demarcatórias. Nesta representação e em partes dela, podemos perceber várias das figuras geométricas que estudaremos neste capítulo. O que aparece em amarelo, como o centro do campo, nos dá a ideia de ponto. Normalmente, na representação dos pontos, cada um é indicado por uma letra maiúscula.



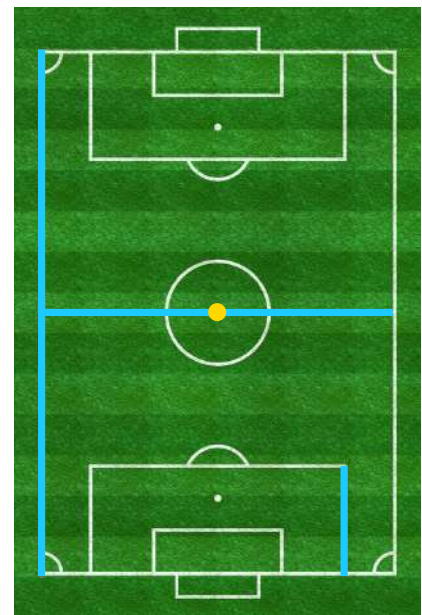
Imagine o gramado (ou piso) do campo se expandindo indefinidamente em todas as direções e você terá ideia do que é um plano. Costumamos indicar cada **plano** por uma letra grega:

α (alfa)

β (beta)

γ (gama)

Além das letras gregas alfa (α), beta (β) e gama (γ), que são comumente utilizadas para representar planos na geometria, existem muitas outras letras no alfabeto grego que também podem ser utilizadas, como delta (δ), epsilon (ϵ), teta (θ), entre outras.



Design: Omeris / Fonte: Canva

Note, na representação do campo de futebol, as partes destacadas em azul. Cada uma delas dá a ideia de mais uma figura geométrica: o **segmento de reta**. Analise a representação de um segmento de reta.

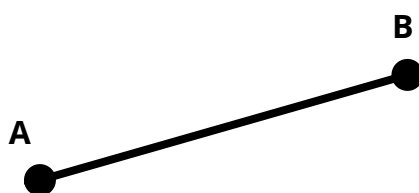


Imagem produzida no Canva

Indicamos: \overline{AB} ou \overline{BA}

Os pontos A e B são as extremidades deste segmento de reta.

Pense agora em um segmento de reta \overline{AB} que se prolonga indefinidamente nos 2 sentidos. A figura correspondente lembra, aproximadamente, o conceito abstrato de uma reta.

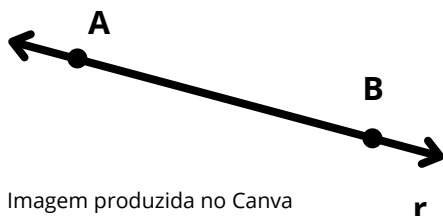


Imagem produzida no Canva

Podemos indicar a reta por uma letra minúscula; neste caso, reta r ou por: \overleftrightarrow{AB}

Mais uma vez, pense em um segmento de reta AB , mas agora sendo prolongado apenas em um sentido (de A para B , por exemplo). A figura correspondente é uma representação aproximada do conceito abstrato de semirreta.



Imagem produzida no Canva

O ponto A é a origem desta semirreta. Indicamos a semirreta de origem A e que passa por B por \overrightarrow{AB} .

ÂNGULO

Em cada uma das imagens a seguir, encontramos o elemento que transmite a ideia de uma figura geométrica: o **ângulo**.



Design: Olha ZS / Fonte: Canva

Os ponteiros das horas e dos minutos de um relógio



Design: Foxy Image / Fonte: Canva

As pernas de uma bailarina.

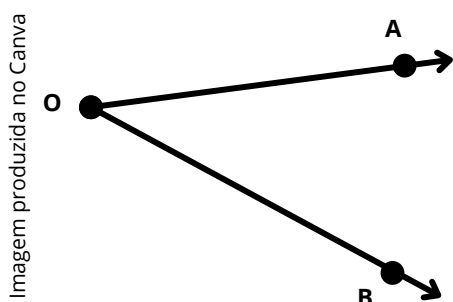


O que é ângulo?

Analise esta figura, formada pelas semirretas \overrightarrow{OA} e \overrightarrow{OB} .

O ponto O é a origem da semirreta \overrightarrow{OA} e também é a origem da semirreta \overrightarrow{OB} .

As semirretas \overrightarrow{OA} e \overrightarrow{OB} , unidas, formam um ângulo: o ângulo \widehat{AOB} .



A união de duas semirretas de mesma origem é um **ângulo**.

Medida de abertura de um ângulo

Vamos aprender a medir a abertura dos ângulos sabendo que o **grau** ($^\circ$) é a unidade padrão de medida de abertura de ângulo.

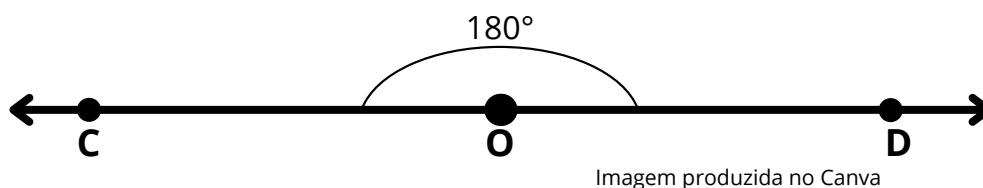
Quando duas semirretas de mesma origem, \overrightarrow{OA} e \overrightarrow{OB} , são coincidentes (têm todos os pontos em comum), dizemos que elas formam um ângulo nulo, ou seja, um ângulo de medida 0° (lemos: zero grau).



Neste caso, podemos também imaginar que uma semirreta gira completamente ao redor do ponto de origem até voltar à posição inicial. Assim, o ângulo formado é chamado de ângulo completo, com medida de 360° .

A única grandeza associada a um ângulo é a abertura. Para simplificar a linguagem, em vez de nos referir à “medida de abertura do ângulo”, escreveremos apenas “medida do ângulo”.

Um ângulo **raso** é formado por duas semirretas opostas; ele mede 180° .

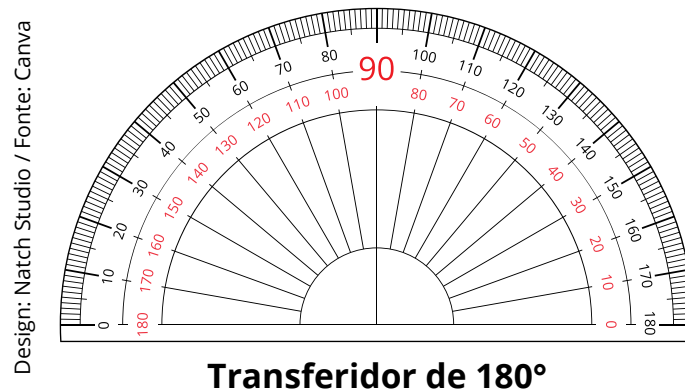


Logo, o ângulo \widehat{COD} é um exemplo de ângulo raso.

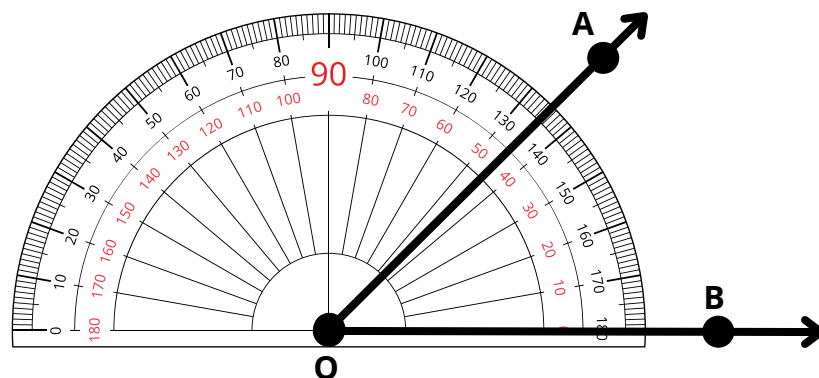


Cada grau corresponde a $\frac{1}{180}$ da abertura desse ângulo.

Para medir ângulos, podemos usar um instrumento chamado transferidor. Ele é dividido em graus.



Note como devemos fazer para medir o ângulo $\hat{A}OB$.



1º) O centro do transferidor deve coincidir com o vértice do ângulo (O).

2º) A semirreta \overrightarrow{OB} deve passar pelo 0 (zero) do transferidor.

3º) Fazemos a leitura da medida do ângulo, indicada pela marca do transferidor pela qual passa a semirreta \overrightarrow{OA} .

No exemplo, o ângulo $\hat{A}OB$ mede 45° . Indicamos: $med(\hat{A}OB) = 45^\circ$

A medição de um ângulo pode ser realizada de qualquer um dos lados do transferidor, desde que sejam seguidos os passos indicados anteriormente. Porém, se fizermos a medição começando da esquerda pra direita, ou seja, pela medição de fora (externa), devemos fazer um pequeno cálculo: $180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$

Dois ângulos são chamados **suplementares** quando a soma entre eles é igual a 180 graus. Isso significa que, quando colocados lado a lado, eles formam um ângulo raso, ou seja, uma linha reta. Esse tipo de relação entre ângulos é muito comum em construções geométricas e em situações do dia a dia, como a observação dos ponteiros de um relógio analógico quando apontam em sentidos opostos ou a abertura de portas articuladas.

Por exemplo, se um ângulo mede 110° , o seu suplemento será o valor que falta para completar 180° . Neste caso, basta subtrair:

$$180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

Portanto, 110° e 70° são ângulos suplementares, pois juntos somam 180° . É importante lembrar que os ângulos suplementares não precisam ser iguais entre si. Eles podem ser formados, por exemplo, por um ângulo agudo e um ângulo obtuso, ou até mesmo por dois ângulos retos ($90^\circ + 90^\circ$).

Dois ângulos são chamados **complementares** quando a soma entre eles é igual a 90 graus. Isso quer dizer que, juntos, eles formam um ângulo reto, como aquele que vemos em cantos de folhas, quinas de paredes ou no esquadro usado em desenhos técnicos.

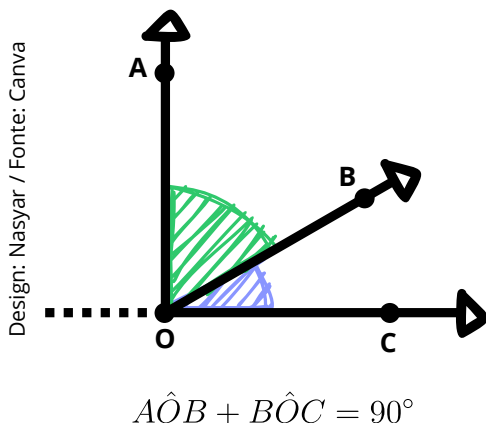
Por exemplo, se um ângulo mede 30° , o seu complemento será o valor necessário para completar 90° :

$$90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

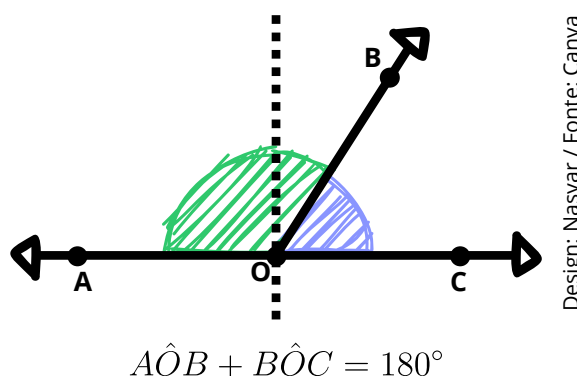
Assim, 30° e 60° são considerados ângulos complementares, pois somados resultam em 90° .

Em resumo:

Ângulos complementares

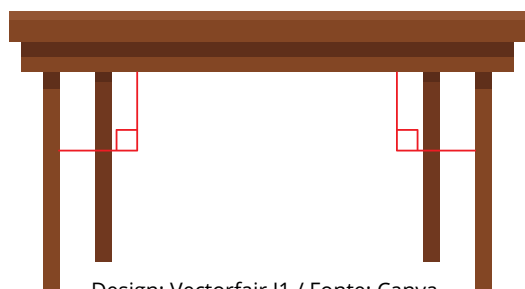


Ângulos suplementares

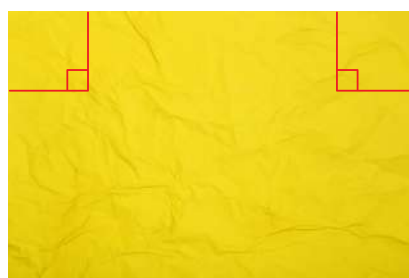


Tipos de ângulos

Ângulo **reto** é o ângulo que mede exatamente 90 graus. Ele forma um "L" perfeito e é muito comum em objetos como folhas de papel, cantos de mesas e paredes.



Design: Vectorfair J1 / Fonte: Canva



Design: WiStudio Elements / Fonte: Canva

Um ângulo **obtusos** é aquele que mede mais de 90 graus, mas menos de 180 graus. Ele se parece com uma abertura maior do que um canto reto, mas ainda não está completamente alinhado (180°). Imagine que você abre uma porta devagar: quando ela está mais da metade aberta, mas ainda não totalmente encostada na parede, ela forma um ângulo obtuso em relação ao batente. Esse tipo de ângulo também aparece no encosto de uma cadeira de praia reclinada ou na inclinação de um telhado inclinado suavemente.



Design: WinWin.artlab / Fonte: Canva



Design: Vectorfair S / Fonte: Canva

Por fim, o ângulo **agudo** é o que mede menos de 90 graus (e mais que zero graus). Ele é mais fechado que o ângulo reto e aparece em várias situações do dia a dia. Um bom exemplo é quando abrimos uma tesoura, formando uma abertura pequena entre as lâminas. Também pode ser visto em uma fatia de pizza ou na ponta de uma estrela desenhada.



Design: Hinh anh cua Ngugen Vu Bach Ngoc
Fonte: Canva



Design: Nugroho Dwi Hartawan
Fonte: Canva

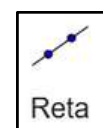


Design: Preetish Priyadarshi's Images
Fonte: Canva

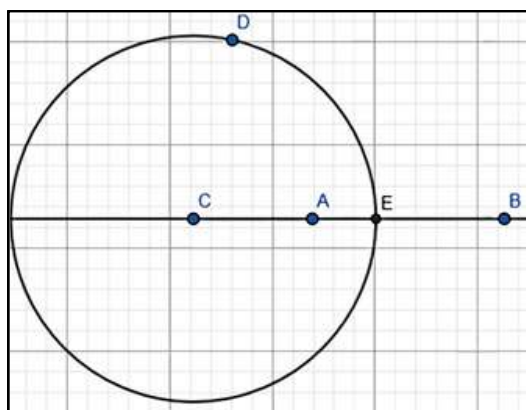
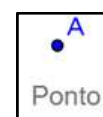
CONSTRUÇÃO DE RETAS PERPENDICULARES E RETAS PARALELAS COM GEOGEBRA

Considere os passos que devem ser seguidos no GeoGebra para a representação de retas paralelas e de retas perpendiculares.

1º passo: Clique no botão “Reta” no menu de ferramentas básicas (à esquerda da tela, na parte superior), clique em 2 pontos próximos ao centro da tela para representar uma reta horizontal

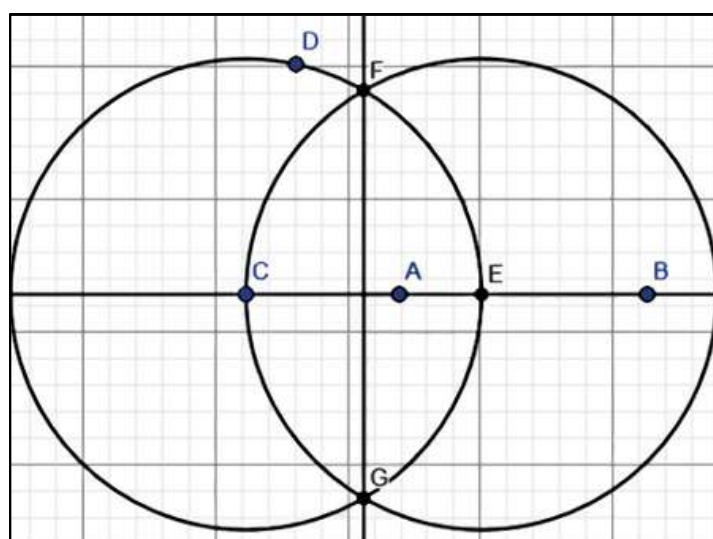


2º passo: Clique no botão “Círculo dados centro e um de seus pontos” e clique em um ponto qualquer da reta e em outro local da tela para criar outro ponto (D). Em seguida, clique em “Ponto”, marque o ponto E de intersecção entre a circunferência e a reta (escolha um dos pontos de intersecção).



3º passo: Clique novamente em “Círculo dados centro e um de seus pontos”, clique no ponto E e, em seguida, no ponto C, que é o centro da circunferência, para formar uma nova circunferência de centro em E e raio \overline{CE} .

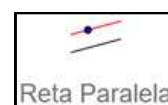
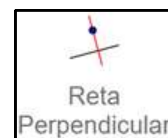
4º passo: Clique agora em “Ponto” e marque os 2 pontos F e G de intersecção das circunferências. Com o botão “Reta”, trace a reta que passa por esses pontos. Esta é uma reta perpendicular à \overleftrightarrow{AB} .



5º passo: Para representar a reta paralela à reta AB, basta você representar uma reta perpendicular à reta FG seguindo os passos anteriores.

Esses passos também podem ser realizados manualmente, utilizando régua e compasso na construção das retas.

Observação: O GeoGebra também permite representar retas perpendiculares e paralelas de uma maneira mais prática, usando os botões “Reta perpendicular” e “Reta paralela”. Esses botões aparecem no menu "Construções", abaixo das ferramentas básicas, quando se clica em "mais". Salve suas representações e faça novas, usando esses botões e representando diversas retas.



Professor(a),

a habilidade **EF07MA23** - "*Verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, com e sem o uso de softwares de geometria dinâmica*" - prevista neste material, será plenamente contemplada na Prática Experimental de Matemática proposta, sendo imprescindível a sua aplicação para que as expectativas de aprendizagem possam ser alcançadas.

Essa prática foi elaborada visando proporcionar uma vivência investigativa, permitindo que os estudantes explorem as relações angulares de forma interativa, por meio do uso do *GeoGebra*. Essa abordagem favorece a experimentação, a visualização dinâmica e a construção de conceitos geométricos.



PRÁTICAS EXPERIMENTAIS DE *Matemática* PARA O ENSINO FUNDAMENTAL

No ano de 2025, o ensino fundamental anos finais apresenta uma importante novidade para o componente curricular Matemática: as Práticas Experimentais de Matemática, que visam fomentar o processo de ensino e aprendizagem favorecendo o desenvolvimento e a consolidação de habilidades, o pensamento crítico e a compreensão e a aplicação da lógica matemática. Intenciona-se, também, combater o estigma de que a matemática é difícil e inacessível, engajando os estudantes em práticas lúdicas e exequíveis.

Desse modo, as práticas foram elaboradas a partir das habilidades estruturantes de cada ano, por trimestre. No período em que constar o caderno de Práticas Experimentais, o(a) professor(a) deverá destinar **duas aulas** para cada prática proposta no material.

Desejamos um ano letivo de sucesso!

**Prática experimental de Matemática:
7º ano - Quinzena 14 (2 aulas)**

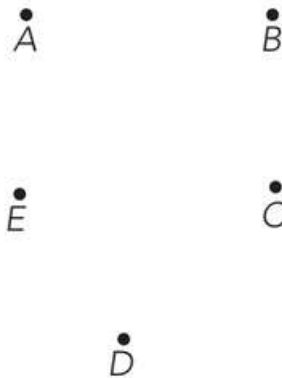
[Clique aqui](#)



Exercícios Resolvidos

EXERCÍCIO 1

Analise os cinco pontos A, B, C, D e E. Usando dois desses pontos de cada vez, quantas retas distintas podemos construir passando pelos dois pontos escolhidos? Quais são essas retas?



Solução: Uma reta é formada por dois pontos. Se escolhermos quaisquer dois pontos diferentes, conseguimos traçar uma reta que passa por eles. Por exemplo: se pegarmos os pontos A e B, podemos desenhar a reta AB. Se escolhermos C e D, podemos desenhar a reta CD.

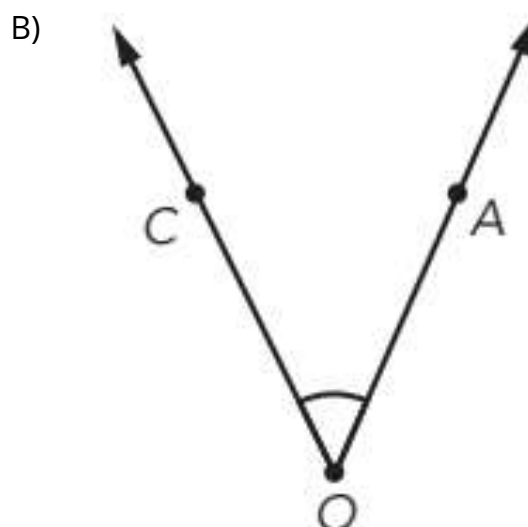
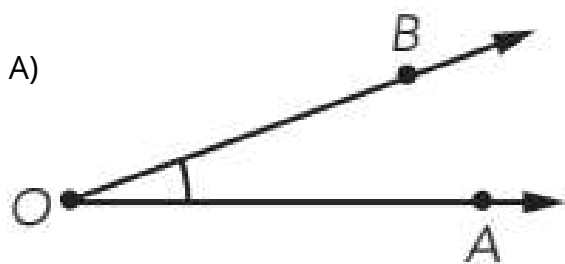
Agora, precisamos descobrir todas as combinações possíveis de dois pontos. Vamos listar todas as opções:

AB, AC, AD, AE, BC, BD, BE, CD, CE e DE.

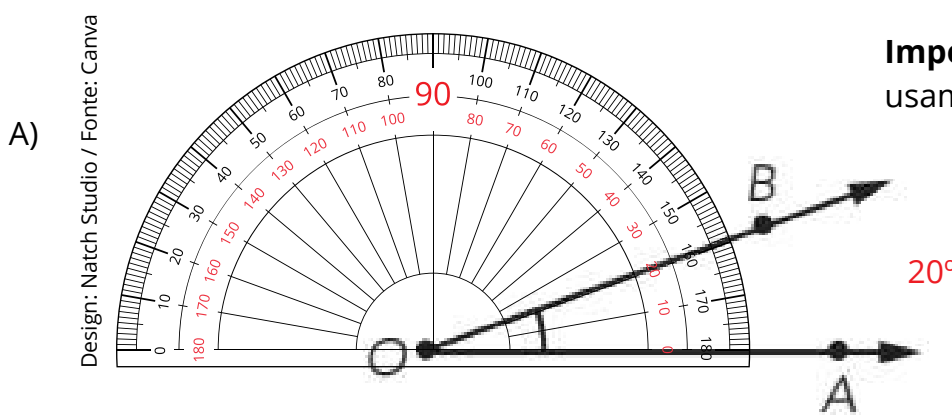
Logo, conseguimos construir 10 retas.

EXERCÍCIO 2

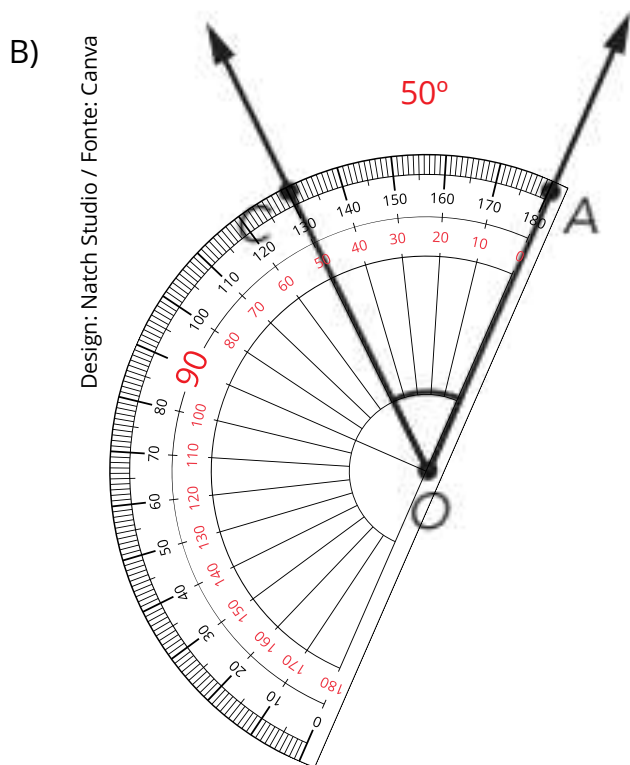
Usando um transferidor, Marcelo desenhou vários ângulos. Meça e registre no caderno as medidas desses ângulos.



Solução: Para fazer essa atividade precisaremos de um transferidor.



Importante:
usamos a marcação interna.

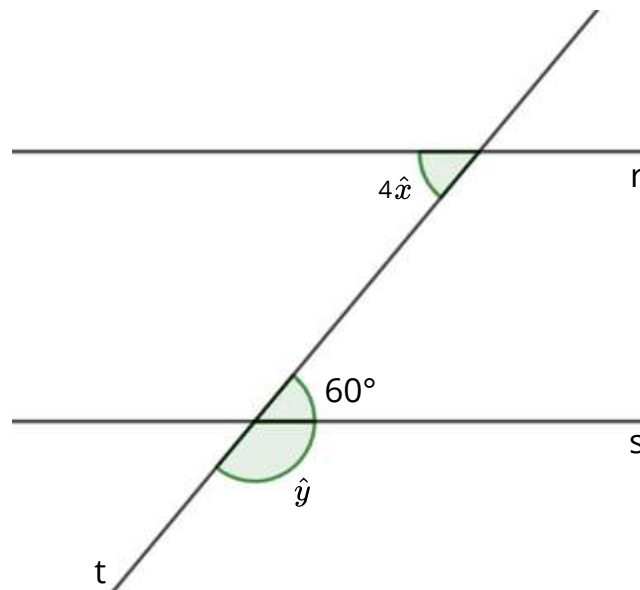


Importante:
usamos a marcação interna.



EXERCÍCIO 3

Determine as medidas \hat{x} e \hat{y} , considerando que $r \parallel s$ e que t é transversal.

**Solução:**

Como $4\hat{x}$ e 60° são alternos internos podemos construir a seguinte equação:

$$4\hat{x} = 60^\circ$$

$$\frac{4\hat{x}}{4} = \frac{60^\circ}{4}$$

$$\hat{x} = 15^\circ$$

Como 60° e \hat{y} são suplementares (juntos formam 180°) podemos escrever a seguinte equação:

$$60^\circ + \hat{y} = 180^\circ$$

$$60^\circ + \hat{y} - 60^\circ = 180^\circ - 60^\circ$$

$$\hat{y} = 120^\circ$$

Portanto, $\hat{x} = 15^\circ$ e $\hat{y} = 120^\circ$.



Material Extra

Para consolidação dos conteúdos apresentados neste material, sugerimos:

LIVROS DIDÁTICOS

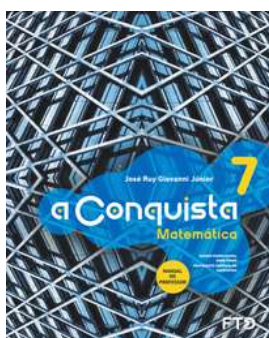
Livro Teláris Essencial – Matemática – 7º ano



- Ângulos p. 150 a 162.



Livro A Conquista da Matemática – 7º ano



- Ângulos p. 166 a 183.



Atividades

ATIVIDADE 1

O skatista brasileiro Sandro Dias, o "Mineirinho", é uma lenda do skate vertical e ficou famoso por suas manobras radicais. Em uma competição, ele surpreendeu o público ao realizar a manobra 900° , uma das mais difíceis do skate, na qual ele gira no ar antes de aterrissar com segurança na pista.

Na Matemática, usamos os ângulos para medir rotações. Sabemos que uma volta completa equivale a 360° . Considerando que Mineirinho girou 900° no ar, quantas voltas ele deu ao redor do próprio eixo antes de tocar o solo novamente?

- A) 1,5 voltas
- B) 2 voltas
- C) 2,5 voltas
- D) 3 voltas

ATIVIDADE 2

Observe os ângulos destacados na foto abaixo.



Design: Pexels / Fonte: Canva

Podemos afirmar que:

- A) um desses ângulos é reto.
- B) há somente um ângulo agudo destacado.
- C) o ângulo \hat{B} é obtuso.
- D) o ângulo \hat{C} é raso.

ATIVIDADE 3

A energia eólica no Brasil cresce rapidamente, destacando-se como fonte renovável, especialmente na região nordeste. O país já é referência mundial, com parques eficientes e expansivos. Além de sustentável, essa energia impulsiona a economia e gera empregos.



Design: Pexels / Fonte: Canva

Figura 1

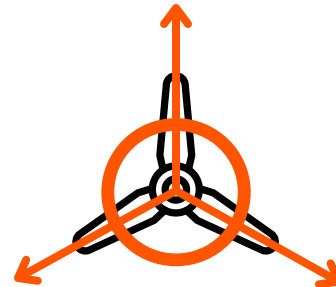


Imagem produzida no Canva

Figura 2

A figura 1 mostra turbinas de vento. Pela rotação de suas hélices, obtemos energia eólica, que é a energia obtida pelo movimento do vento. A figura 2 mostra uma representação da hélice. Se os ângulos entre as pás da hélice possuem a mesma medida, qual é a medida de cada um deles?

ATIVIDADE 4

Analise as afirmações abaixo sobre conceitos geométricos e marque (V) para verdadeiro e (F) para falso:

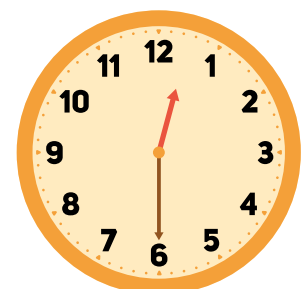
- () Um segmento de reta possui um ponto inicial e um ponto final, ou seja, tem comprimento definido.
- () Uma semirreta tem um ponto inicial, mas se estende infinitamente em uma única direção.
- () Todo ângulo é formado pela interseção de duas retas paralelas.
- () Duas semirretas com a mesma origem podem formar somente um ângulo.

Agora, marque a alternativa correta sobre a sequência de respostas:

- A) V - V - V - F B) V - V - F - F C) V - F - V - V D) F - V - F - V

ATIVIDADE 5

Qual é a medida do menor ângulo formado pelos ponteiros de um relógio quando ele marca 12 horas e 30 minutos?



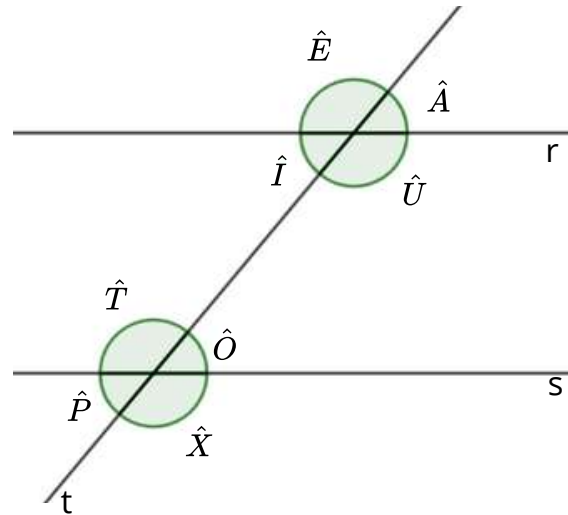
Design: Acrostock / Fonte: Canva

ATIVIDADE 6

Na figura abaixo, as retas r e s são cortadas pela transversal t .

Determine:

- A) os ângulos correspondentes.
- B) os ângulos alternos internos.
- C) os ângulos alternos externos.
- D) os ângulos colaterais internos.
- E) os ângulos colaterais externos.



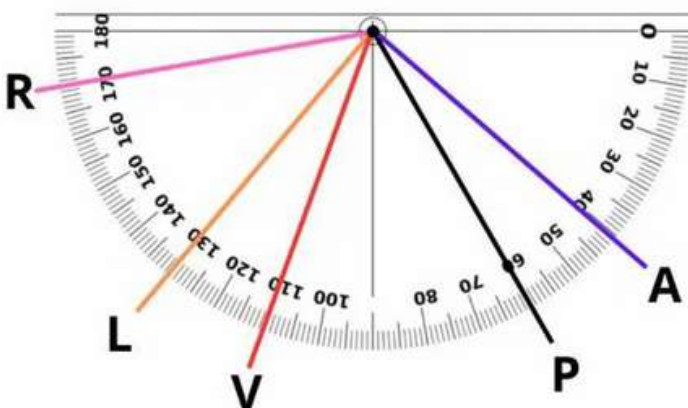
ATIVIDADE 7

Dois ângulos alternos internos formados por duas paralelas e uma transversal são:

- A) sempre obtusos
- B) congruentes
- C) complementares
- D) suplementares

ATIVIDADE 8

Observe a imagem do transferidor onde estão determinados os ângulos \hat{A} , \hat{P} , \hat{V} , \hat{L} e \hat{R} .



Marque a única opção que apresenta uma igualdade verdadeira.

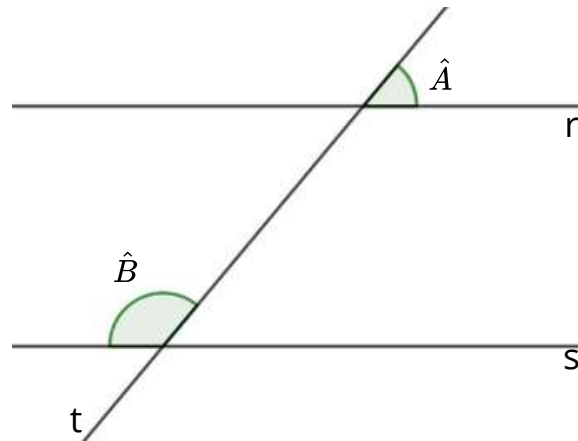
Use a escala que começa no 0°

- A) $3\hat{A} + 2\hat{P} - \hat{L} = 100^\circ$
- B) $\hat{P} - \hat{A} + \hat{V} - \hat{L} = 10^\circ$
- C) $2\hat{V} - 3\hat{A} = 70^\circ$
- D) $\hat{R} - \hat{L} - (\hat{L} - \hat{V}) = 20^\circ$



ATIVIDADE 9

As retas r e s , representadas na figura a seguir, são paralelas e estão sendo cortadas por uma transversal t .

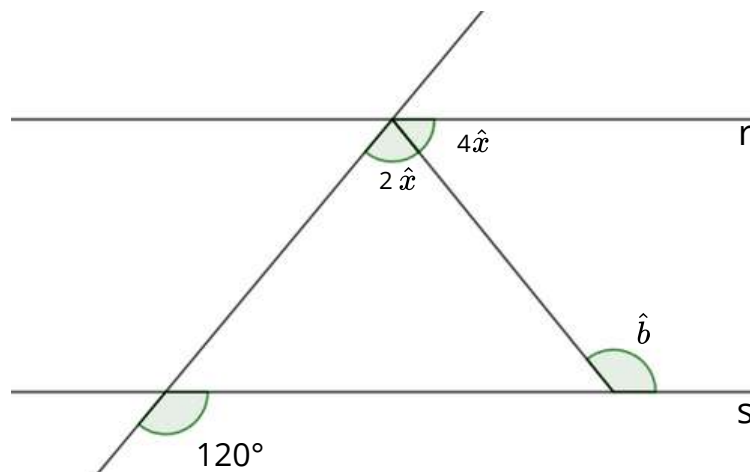


Se a medida do ângulo \hat{B} é o triplo da medida do ângulo \hat{A} , então $\hat{B} - \hat{A}$ vale:

- A) 90°
- B) 85°
- C) 80°
- D) 75°

ATIVIDADE 10

Na figura abaixo as retas r e s são paralelas. A medida do ângulo \hat{b} é:



- A) 100°
- B) 110°
- C) 120°
- D) 140°



Referências

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática Bianchini**: 7º ano: manual do professor - 10. ed. - São Paulo: Moderna, 2022.

DANTE, Luiz Roberto. **Teláris Essencial** [livro eletrônico] : Matemática : 7ºano - 1. ed. -- São Paulo : Ática, 2022.

EDITORA MODERNA. **Araribá conecta matemática**: 7º ano. São Paulo, 2024.
Giovanni Júnior, José Ruy. A conquista matemática: 7º ano : ensino fundamental : anos finais - 1. ed. - São Paulo : FTD, 2022.

IEZZI, Gelson. **Matemática e realidade 7º ano** - 9. ed. -- São Paulo : Atual Editora, 2018.

TEIXEIRA, Lilian Aparecida. **SuperAÇÃO!**: Matemática. 1. ed. São Paulo: Editora Moderna, 2022.