



Material Estruturado



SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL

GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

8º Ano | Ensino Fundamental Anos Finais

MATEMÁTICA

CONGRUÊNCIA DE TRIÂNGULOS E PROPRIEDADES DE QUADRILÁTEROS

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM
<p>EF08MA14 Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Compreender e aplicar os critérios de congruência de triângulos. • Identificar relações de congruência e simetrias em quadriláteros. • Diferenciar quadriláteros (quadrados, retângulos, paralelogramos, trapézios e losangos) por suas propriedades geométricas relativas a lados, ângulos, diagonais e simetrias.

Caro(a) Professor(a),

Informamos que, a partir da Quinzena 14, o Material Estruturado incluirá todo o conteúdo relativo a esta quinzena, de modo a não haver mais duas capas e sintetizar o conteúdo em um único volume. Esperamos, assim, que essa mudança facilite o seu trabalho, planejamento e sua organização em sala de aula.

Contextualização

GEOMETRIA EM TODA PARTE

Você já percebeu como a geometria está presente em nosso dia a dia? Por exemplo, o triângulo é uma das formas geométricas mais poderosas e fundamentais na arquitetura, sendo amplamente utilizado tanto em estruturas de sustentação quanto em aspectos estéticos. Ele é muitas vezes escolhido para sua estabilidade, eficiência estrutural visual e concreto visual.

Um exemplo famoso do uso do triângulo na arquitetura é o Museu do Louvre, em Paris, especificamente a pirâmide de vidro projetada pelo arquiteto chinês-americano Ieoh Ming Pei. A pirâmide foi inaugurada em 1989 e é uma das edificações mais conhecidas do complexo do Museu do Louvre, que já existia desde o século XII.



Museu do Louvre
Design: Pixabay /Fonte: Canva

A pirâmide é composta por vidro e metal, e suas faces triangulares estabelecem um contraste marcante com a arquitetura clássica do Louvre, um dos museus mais tradicionais do mundo. Com 21,64 metros de altura e 35,24 metros de largura, sua base quadrada sustenta uma estrutura que evidencia o uso do triângulo tanto no formato das faces quanto na disposição dos painéis de vidro.

Para planejar e executar a construção dessa edificação, foram necessários conhecimentos sobre triângulos e polígonos.

Neste material, vamos aprender sobre os **triângulos**, sua **condição de existência**, **propriedades** e **congruência**. Além disso, vamos estudar os **quadriláteros** de forma prática e fácil.



Conceitos e Conteúdos

O QUE SÃO TRIÂNGULOS?

Triângulos são figuras geométricas formadas por três lados e três ângulos. Eles podem ter diferentes formatos e tamanhos, mas sempre seguem algumas regras importantes.

Ele é uma das formas mais fortes e traz resultados na arquitetura e na engenharia. Isso acontece porque os triângulos distribuem o peso de maneira equilibrada, o que ajuda a suportar grandes pressões sem desmoronar.

Por exemplo, quando vemos uma ponte com uma

treliça (aquela estrutura de ferro com formas triangulares), ou o telhado de uma casa em forma de "V" invertido (em duas águas), é o triângulo que ajuda a manter tudo firme e seguro.



Ponte treliçada

Design: Getty Images / Fonte: Canva



Telhado de duas águas

Design: Getty Images / Fonte: Canva

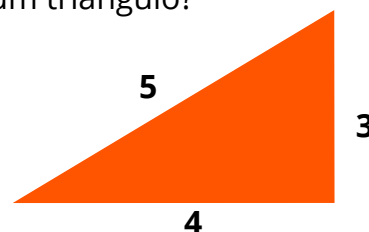
Como saber se podemos formar um triângulo?

Para que três segmentos formem um triângulo, eles precisam obedecer à seguinte regra: A soma de dois lados quaisquer deve ser sempre maior que o terceiro lado.

Exemplo:

Com os lados 3 cm, 4 cm e 5 cm, podemos formar um triângulo?

$3 + 4 = 7$ e $7 > 5$ (lemos: 7 é maior que 5)
 $3 + 5 = 8$ e $8 > 4$ (lemos: 8 é maior que 4)
 $4 + 5 = 9$ e $9 > 3$ (lemos: 9 é maior que 3)



Design: Juswanda / Fonte: Canva

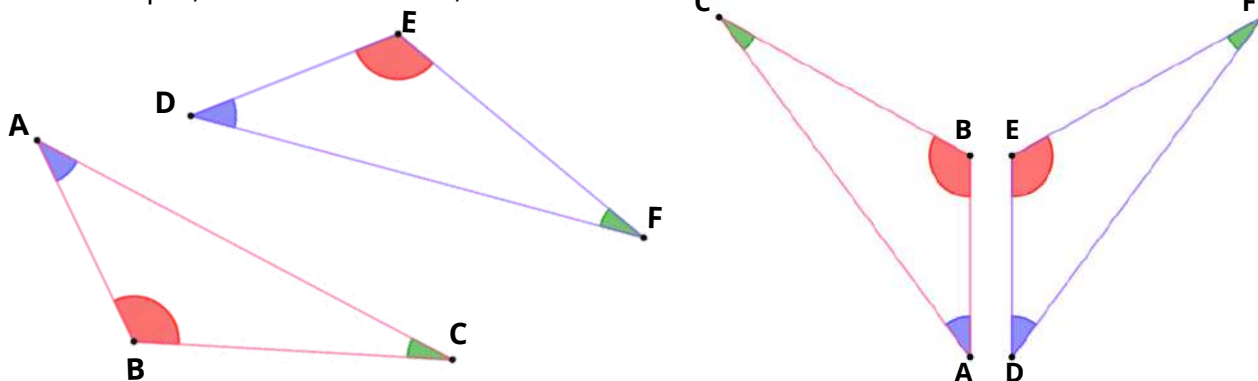
Sim! Esses segmentos formam um triângulo. Lembre: as três condições devem ser satisfeitas. Caso uma falhar, não é possível fechar e formar o triângulo.

Congruência de Triângulos

Dois triângulos são **congruentes** quando possuem a mesma forma e tamanho. Isso significa que seus lados e ângulos correspondentes têm a mesma medida.

Quando comparamos dois triângulos, dizemos que lados correspondentes são aqueles que ocupam posições equivalentes em cada figura. Em triângulos congruentes, os lados correspondentes têm mesmo comprimento, e os ângulos correspondentes têm mesma medida.

Por exemplo, se $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, então:



O lado AB corresponde ao lado DE
 O lado BC corresponde ao lado EF
 O lado AC corresponde ao lado DF

E, da mesma forma, os ângulos correspondentes são:

$$\begin{aligned} \angle A &\cong \angle D \\ \angle B &\cong \angle E \\ \angle C &\cong \angle F \end{aligned}$$

Essa correspondência é importante para comparar os triângulos e identificar suas partes congruentes.

Congruente	Igual
A posição da imagem em um sistema de coordenadas não influencia na sua congruência.	Figuras são iguais se forem colocadas na mesma posição e ocupando os mesmos pontos em um sistema de coordenadas



Relação entre Lados e Ângulos em um Triângulo

Dentro de um único triângulo, existe uma relação importante entre os lados e os ângulos opostos:

- Ao maior lado se opõe o maior ângulo;
- Ao menor lado se opõe o menor ângulo.

Isso acontece porque, quanto maior for a abertura do ângulo, mais distante ficam os dois lados que o formam — ou seja, o lado oposto precisa ser maior. Da mesma forma, um ângulo menor aproxima seus lados, formando um lado oposto menor.

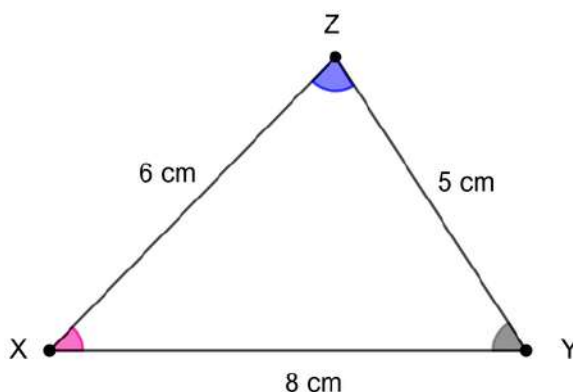
Exemplo:

Considere o triângulo XYZ, com os seguintes lados:

XY = 8 cm

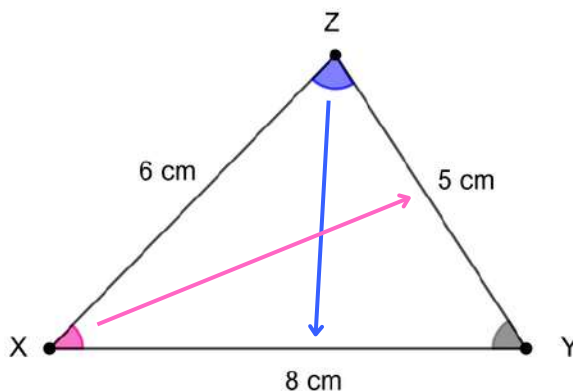
YZ = 5 cm

XZ = 6 cm



Nesse triângulo:

- O maior lado é XY, então o maior ângulo será o que está oposto a esse lado, ou seja, $\angle Z$.
- O menor lado é YZ, então o menor ângulo será $\angle X$.



Entender quais são os lados correspondentes em dois triângulos nos permitirá compreender como comprovar a congruência entre eles e aplicar critérios, assunto que será considerado na próxima seção.

Além disso, dentro de um mesmo triângulo, saber que ao maior lado se opõe o maior ângulo (e vice-versa) ajuda a resolver problemas, fazer classificações e justificar construções geométricas.

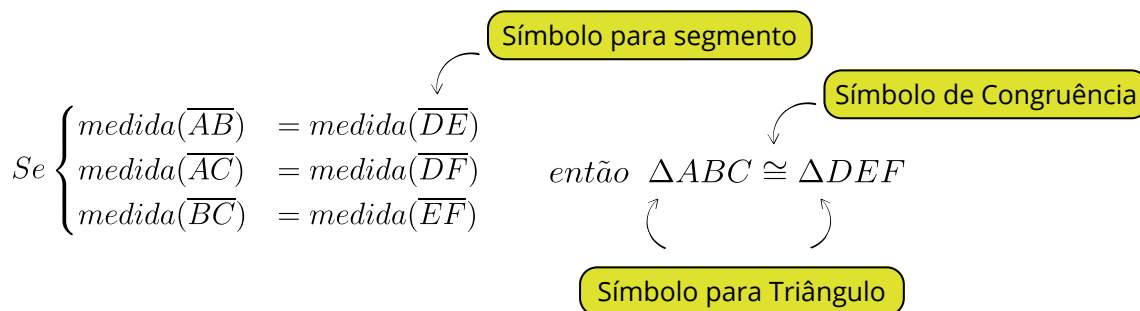
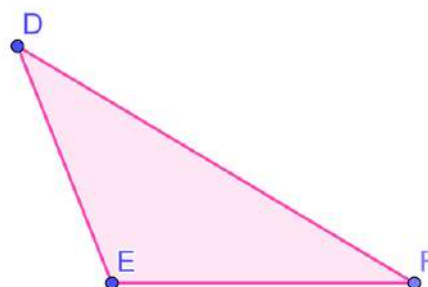
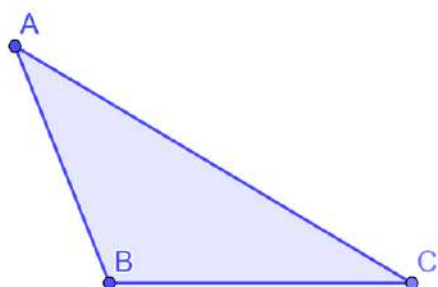


Critérios para Congruência de Triângulos

Os quatro principais critérios para saber se dois triângulos são congruentes são:

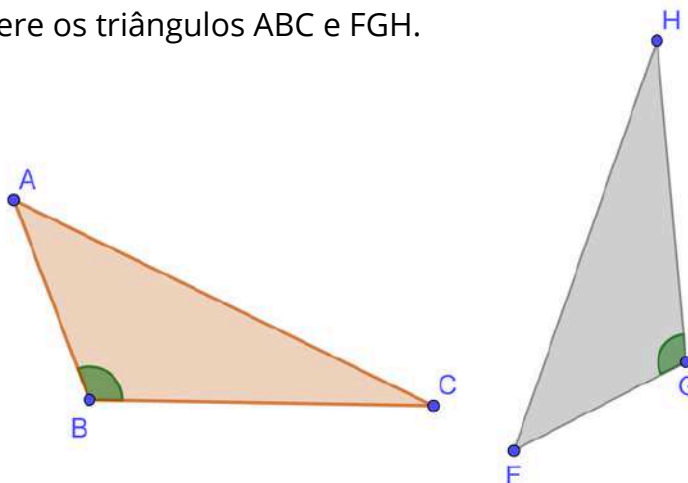
1º) Lado-Lado-Lado (LLL): Quando as medidas dos três lados de um triângulo são iguais as medidas dos três lados de outro.

Exemplo: Considere os triângulos ABC e DEF.



2º) Lado-Ângulo-Lado (LAL): Quando dois lados e o ângulo entre eles têm as mesmas medidas.

Exemplo: Considere os triângulos ABC e FGH.

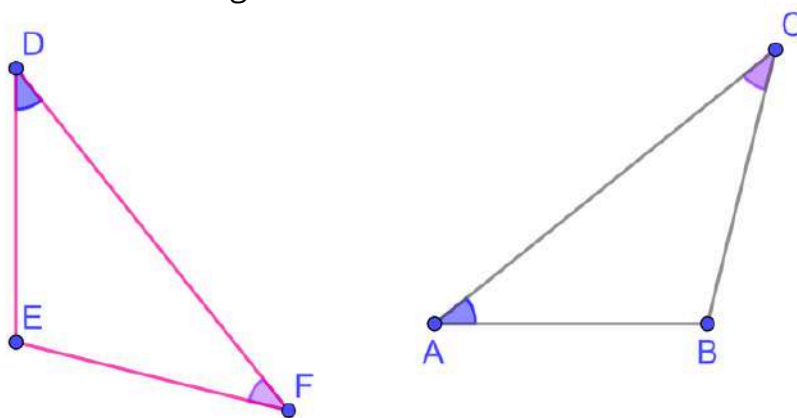


$$\text{Se } \begin{cases} \text{medida}(\overline{AB}) = \text{medida}(\overline{FG}) \\ \text{medida}(\hat{B}) = \text{medida}(\hat{G}) \\ \text{medida}(\overline{BC}) = \text{medida}(\overline{GH}) \end{cases} \text{ então } \Delta ABC \cong \Delta FGH$$



3º) Ângulo-Lado-Ângulo (ALA): Quando dois ângulos e o lado entre eles são iguais.

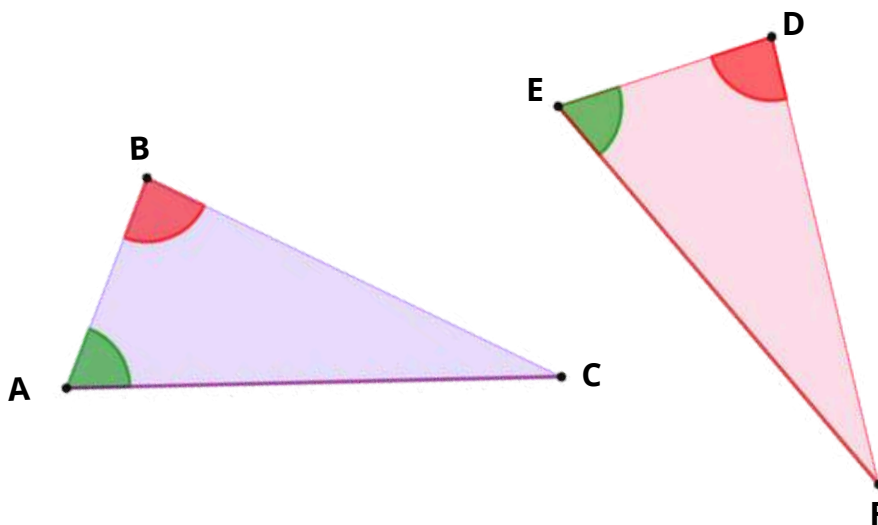
Exemplo: Considere os triângulos ABC e DEF.



$$\text{Se } \begin{cases} \text{medida } (\hat{A}) = \text{medida } (\hat{D}) \\ \text{medida } (\overline{AC}) = \text{medida } (\overline{DF}) \\ \text{medida } (\hat{C}) = \text{medida } (\hat{F}) \end{cases} \text{ então } \triangle ABC \cong \triangle DEF$$

4º) Lado - Ângulo - Ângulo Oposto (LAAo): Quando um lado, um ângulo vizinho a esse lado e o ângulo oposto a esse lado são congruentes.

Exemplo: Considere os triângulos ABC e DEF.



$$\text{Se } \begin{cases} \text{medida } (\overline{AC}) = \text{medida } (\overline{EF}) \\ \text{medida } (\hat{A}) = \text{medida } (\hat{E}) \\ \text{medida } (\hat{B}) = \text{medida } (\hat{D}) \end{cases} \text{ então } \triangle ABC \cong \triangle DEF$$

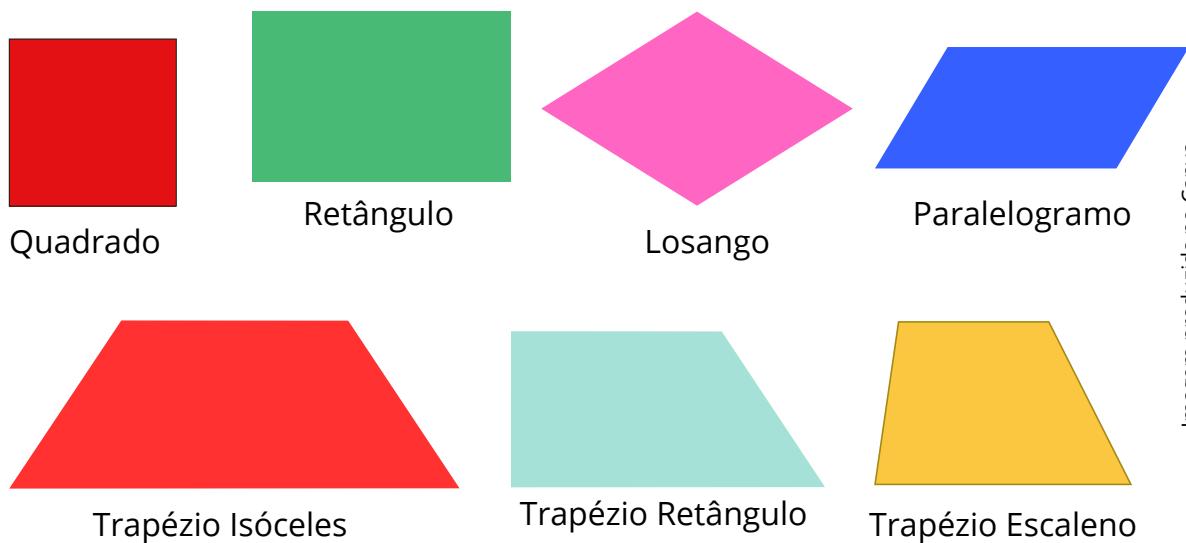


Nosso estudo sobre congruência de triângulos também nos permite ampliar o entendimento sobre outras figuras geométricas muito importantes. Neste material, trataremos dos quadriláteros.

QUADRILÁTEROS E SUAS PROPRIEDADES

Quadriláteros são figuras planas que possuem quatro lados. Cada lado é um segmento de reta. Essas figuras também possuem quatro vértices (pontos de encontro dos lados) e quatro ângulos internos.

Existem diferentes tipos de quadriláteros, e cada um tem características próprias. Vamos conhecer os principais tipos:

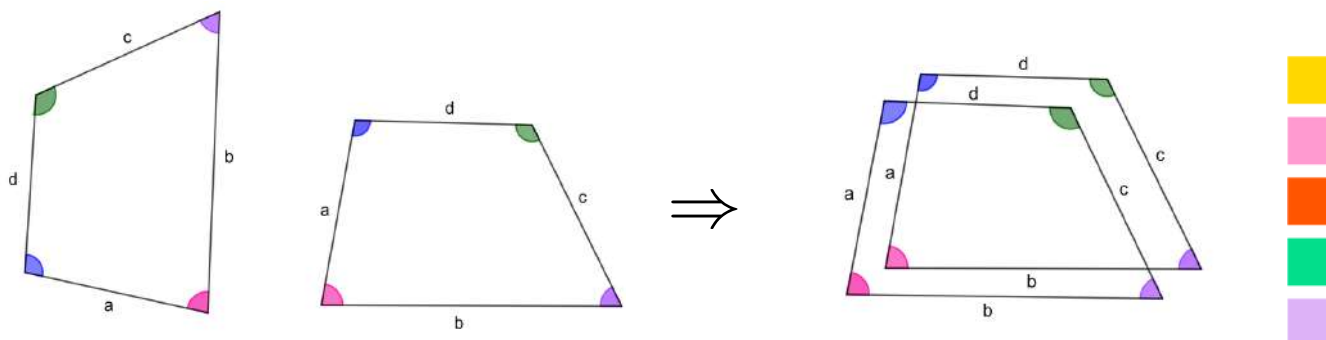


Quaisquer outras figuras de quatro lados que não se enquadrem nestas categorias são quadriláteros **genéricos**. Um quadrilátero **genérico** é simplesmente um quadrilátero **qualquer**, sem nenhuma característica especial além de ter quatro lados e quatro ângulos internos. Ele não precisa ser regular, simétrico ou ter ângulos ou lados de mesma medida.

O que é Congruência em Quadriláteros?

Dois quadriláteros são congruentes quando têm:

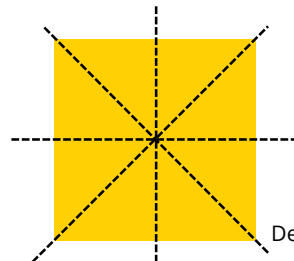
1. Mesma forma
2. Mesma medida de lados e ângulos
3. E podem ser sobrepostos perfeitamente, mesmo que um esteja girado ou espelhado.



O que é Simetria?

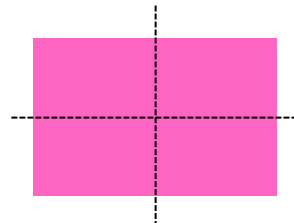
Simetria é quando podemos dividir uma figura ao meio e as duas partes ficam congruentes como se fossem uma imagem refletida num espelho. Essa “divisão” se chama eixo de simetria. Exemplos:

- O quadrado tem 4 eixos de simetria.



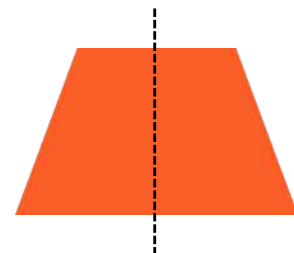
Design: Sparklestroke / Fonte: Canva

- O retângulo tem 2 eixos de simetria.



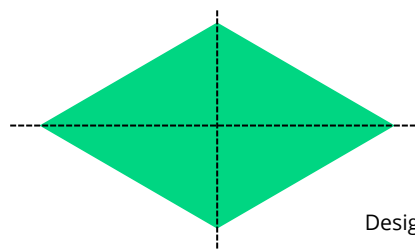
Design: Sketchify/ Fonte: Canva

- O trapézio isósceles tem 1 eixo de simetria.



Design: Cgdeaw's Images/ Fonte: Canva

- O losango também tem 2 eixos de simetria.



Design: Sparklestroke / Fonte: Canva

- O paralelogramo não tem eixo de simetria.



Design: Karacis Studio/ Fonte: Canva



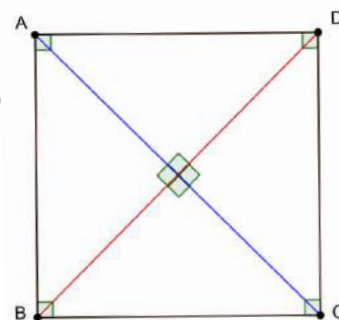
Conhecendo os Quadriláteros

Vamos compreender as propriedades dos principais quadriláteros com o auxílio da congruência de triângulos.

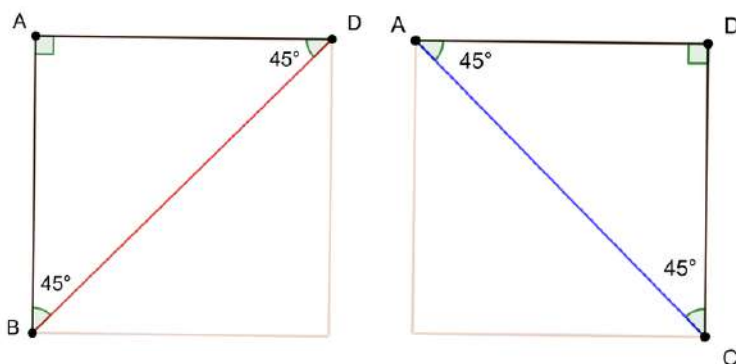
Quadrado

O quadrado possui quatro lados congruentes, quatro ângulos retos de 90° e quatro eixos de simetria.

Propriedade: As diagonais se cruzam no meio (ponto médio), têm a mesma medida e formam um ângulo de 90° entre elas.



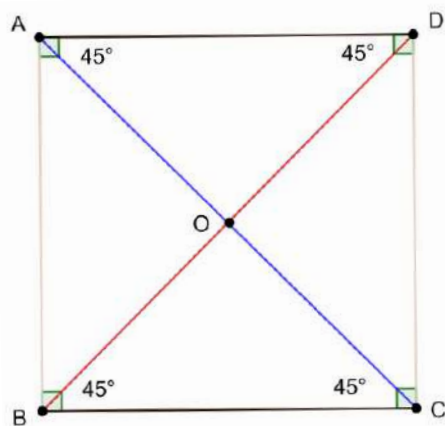
Para demonstrar que as diagonais têm a mesma medida, observe que os triângulos retângulos $\triangle BAD$ e $\triangle ADC$ são congruentes pelo caso Lado Ângulo Lado (LAL). Assim, os lados \overline{AC} e \overline{BD} tem a mesma medida.



$$\text{Se } \begin{cases} \overline{BA} \cong \overline{AD} \\ \hat{A} \cong \hat{D} \\ \overline{AD} \cong \overline{DC} \end{cases}$$

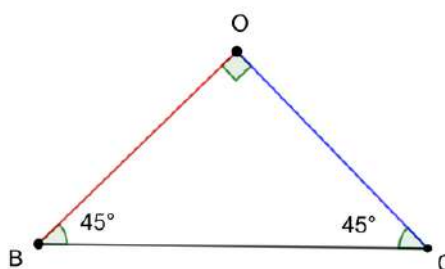
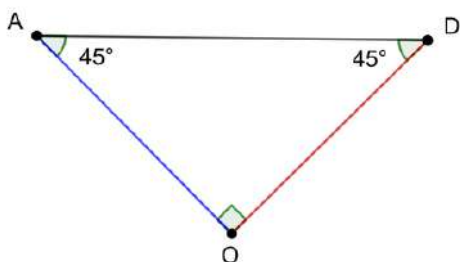
então $\triangle BAD \cong \triangle ADC$

Para demonstrar que as diagonais se encontram no meio, observe na figura abaixo que os triângulos $\triangle AOD$ e $\triangle BOC$ são congruentes pelo caso Ângulo-Lado-Ângulo (ALA). Assim, os lados \overline{AO} e \overline{OC} têm a mesma medida, o que mostra que O é o ponto médio de \overline{AC} . Da mesma forma, \overline{BO} e \overline{OD} também têm a mesma medida, indicando que O é o ponto médio dos segmentos \overline{AC} e \overline{BD} , respectivamente.



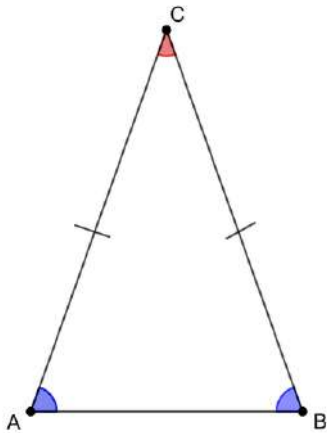
$$\text{Se } \begin{cases} \hat{O\hat{A}D} = \hat{O\hat{B}C} \\ \overline{AD} = \overline{BC} \\ \hat{O\hat{D}A} = \hat{O\hat{C}B} \end{cases} \text{ então } \triangle AOD \cong \triangle BOC$$

Por fim, para demonstrar que os ângulos formados pelo encontro das diagonais são retos, observe que o triângulo $\triangle AOD$ é **isósceles**. Assim, os ângulos $\hat{D\hat{A}O}$ e $\hat{O\hat{D}A}$ são congruentes e medem 45° . Como a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° , o ângulo $\hat{A\hat{O}D}$ será reto (90°). Além disso, o ângulo $\hat{B\hat{O}C}$ é **oposto pelo vértice** ao ângulo $\hat{A\hat{O}D}$ e, portanto, é congruente a ele.



Você se lembra?

Um triângulo **isósceles** é um triângulo que possui dois lados de mesma medida (congruentes) e, conseqüentemente, dois ângulos internos também congruentes, que são os ângulos opostos aos lados congruentes.

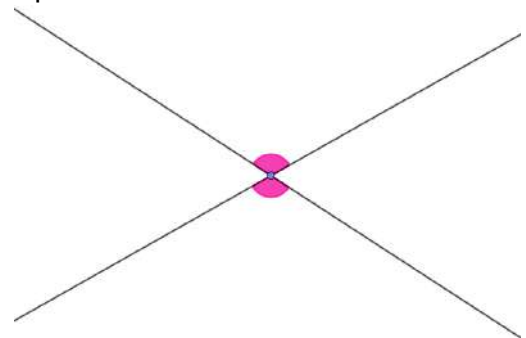


medida de \hat{A} = medida de \hat{B}
 medida de \overline{AC} = medida de \overline{BC}

Um ângulo **oposto pelo vértice** é um dos pares de ângulos que se formam quando duas retas se cruzam (são concorrentes). Esses ângulos:

- Estão em lados opostos do ponto de interseção (vértice);
- Têm a mesma medida (são congruentes);

São chamados assim porque ficam "de frente" um para o outro, sem compartilhar lados.



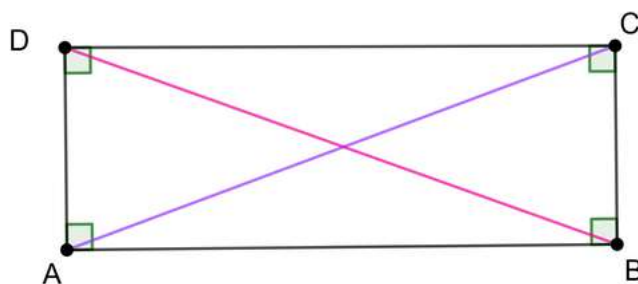
Retângulo

O retângulo tem lados opostos congruentes, quatro ângulos retos e dois eixos de simetria: um vertical e outro horizontal.

Propriedade: As diagonais são do mesmo tamanho e se cruzam no meio (ponto médio), mas não formam ângulo de 90° entre si.

Todo quadrado é um retângulo, mas nem todo retângulo é um quadrado.

Cada propriedade do retângulo pode ser demonstrada da mesma maneira como fizemos com o quadrado, ou seja, utilizando congruência de triângulos.

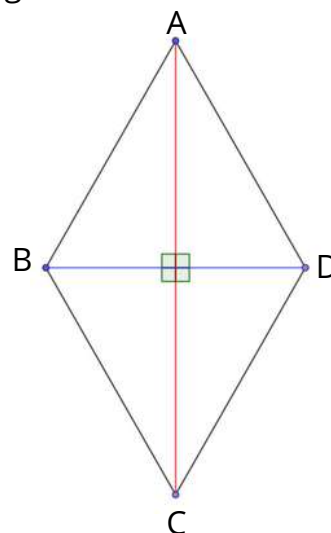


Losango

O losango possui lados de mesma medida, assim como o quadrado, mas seus ângulos internos não são retos. Além disso, seus ângulos opostos são congruentes, e ele apresenta dois eixos de simetria que coincidem com suas diagonais.

Propriedade: As diagonais se cruzam em seus pontos médios e formam ângulo de 90° entre elas.

Cada propriedade do losango pode ser demonstrada da mesma maneira como fizemos com o quadrado, ou seja, utilizando congruência de triângulos.

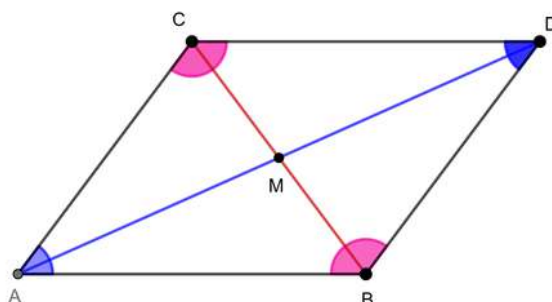


Paralelogramo

O paralelogramo possui lados opostos paralelos e congruentes. Suas diagonais se cruzam, mas não são congruentes entre si e não formam ângulos de 90° . Além disso, o paralelogramo não possui nenhuma linha de simetria.

Propriedades: Os lados opostos são congruentes e paralelos. Os ângulos opostos são congruentes.

As diagonais se cruzam no ponto médio tanto de uma quanto da outra.

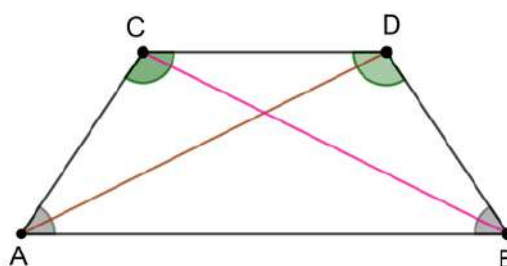


Trapézio

Existem tipos diferentes de trapézios. Os mais comuns são o **trapézio isósceles**, **trapézio retângulo** e o **trapézio escaleno**.

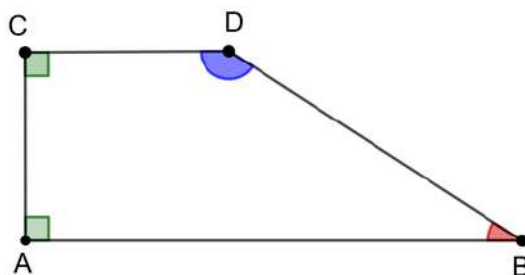
Características do **trapézio isósceles**:

- Tem um par de lados paralelos (CD e AB)
- Os lados não paralelos (AC e BD) têm o mesmo comprimento.
- Os ângulos da base (\hat{A} e \hat{B}) são congruentes.
- Possui 1 linha de simetria vertical.



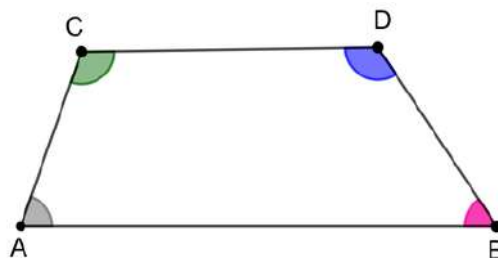
Características do **trapézio retângulo**:

- Tem um par de lados paralelos (CD e AB)
- Os lados não paralelos (AC e BD) têm comprimentos diferentes.
- A Altura (AC) possui ângulo reto com a Base menor (CD) e a Base maior (AB).
- Não possui simetria.



Características do **trapézio escaleno**:

- É um quadrilátero, ou seja, tem 4 lados.
- Possui apenas um par de lados paralelos, chamados de bases (CD e AB)
- Os lados não paralelos têm comprimentos diferentes — por isso é chamado de escaleno.

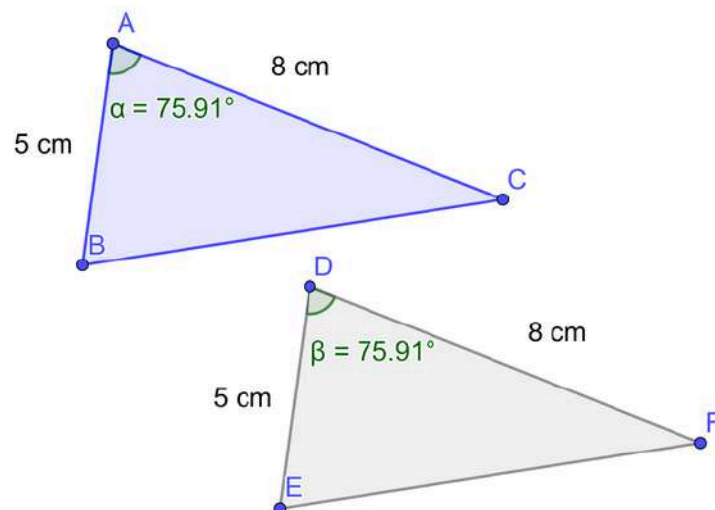


Exercícios Resolvidos

EXERCÍCIO 1

Observe os triângulos abaixo:

Os triângulos ABC e DEF são congruentes? Justifique utilizando um caso de congruência.



Solução: Sabemos que dois triângulos são congruentes quando têm mesma forma e tamanho, ou seja, seus lados e ângulos correspondentes possuem mesma medida. Vamos analisar os dados fornecidos:

Dois lados correspondentes são iguais:

$$AB = DE = 5\text{ cm}$$

$$AC = DF = 8\text{ cm}$$

O ângulo entre esses lados também é igual:

$$\alpha = \beta = 75,91^\circ$$

Isso corresponde ao caso LAL (lado-ângulo-lado) de congruência, onde dois lados e o ângulo entre eles possuem mesma medida.

Material Extra

LIVRO DIDÁTICO

Prezado(a) professor(a), os conceitos apresentados neste material estruturado podem ser trabalhados usando os seguintes livros didáticos:



[Clique aqui](#)

A conquista matemática - 8º ano : Ensino Fundamental: Anos Finais / José Ruy Giovanni Júnior. - 1. ed. - São Paulo: FTD, 2022.

- p. 85-89.

Teláris Essencial Matemática - 8º ano / Luiz Roberto Dante, Fernando Viana. - 1. ed. - São Paulo : Ática, 2022.

- p. 176 a 185; 193 a 201.



[Clique aqui](#)



Atividades

ATIVIDADE 1

Durante a preparação para a festa junina da escola, os alunos do 8º ano ficaram responsáveis por montar barracas feitas com estrutura de madeira em formato triangular.

Para construir uma dessas barracas, João, Ana e Pedro receberam três hastes de madeira com os seguintes comprimentos:

Haste A: 2 metros

Haste B: 4 metros

Haste C: 7 metros

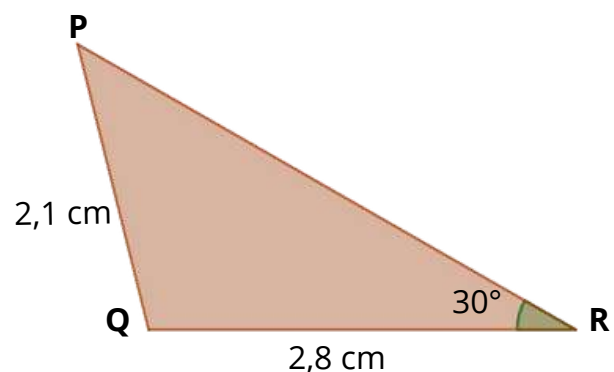
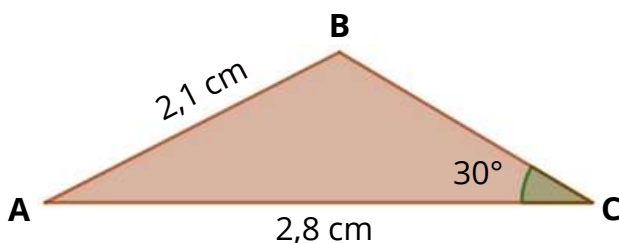
Antes de começar a montagem, a professora de Matemática os desafiou:

“Essas três hastes conseguem formar um triângulo?”

Justifique sua resposta com base na condição de existência dos triângulos.

ATIVIDADE 2

Observe os triângulos ABC e PQR.



Podemos dizer que esses triângulos são congruentes pelo caso LAL? Justifique.

ATIVIDADE 3

Leia as afirmativas a seguir sobre a congruência de triângulos:

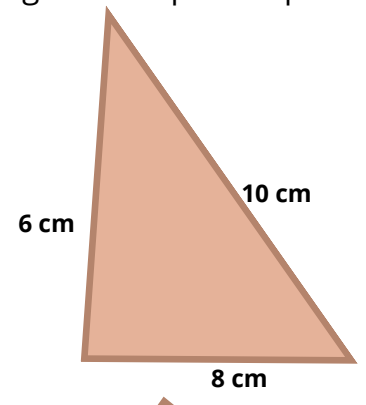
- I – Se dois triângulos possuem todos os ângulos congruentes entre si, podemos afirmar que eles são congruentes pelo caso Ângulo-Ângulo-Ângulo (AAA).
- II – Dois triângulos equiláteros podem não ser congruentes entre si.
- III – Se dois triângulos possuem todos os lados com medidas iguais, podemos afirmar que eles são congruentes.

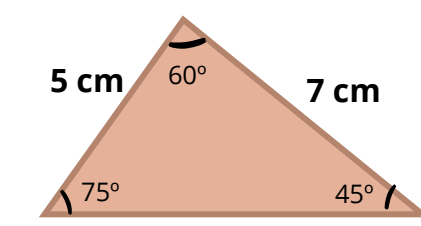
Com base nas afirmativas, assinale a alternativa correta:

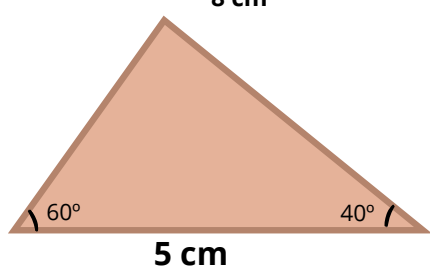
- A) Apenas a afirmativa I é verdadeira.
- B) Apenas as afirmativas I e III são verdadeiras.
- C) Apenas as afirmativas II e III são verdadeiras.
- D) Todas as alternativas são verdadeiras.

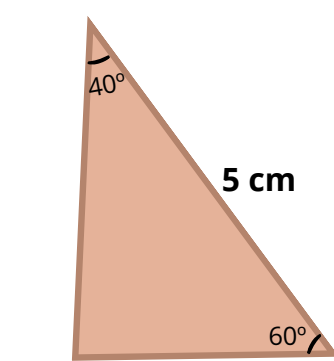
ATIVIDADE 4

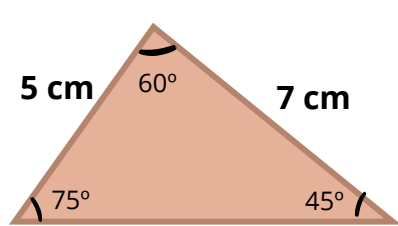
Entre as figuras abaixo, encontre os pares de triângulos congruentes e indique o caso de congruência que se aplica a eles.

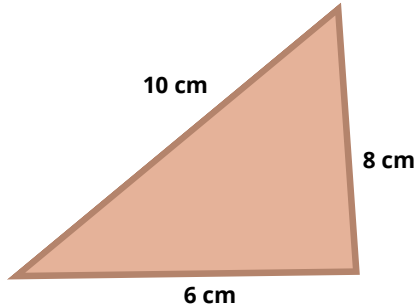
A) 

D) 

B) 

E) 

C) 

F) 

ATIVIDADE 5

Na cidade de Vitória, capital do Espírito Santo, há um monumento que carrega histórias de coragem, saudade e esperança: o Monumento do Imigrante Italiano, localizado na Praça Itália. Erguido para homenagear os milhares de imigrantes italianos que chegaram ao estado a partir de 1974, o monumento é uma lembrança viva da contribuição desse povo para a cultura, agricultura e economia capixaba.

Durante uma visita pedagógica ao monumento, alunos observaram que a estrutura possui formas geométricas, especialmente triângulos. Empolgados, decidiram tentar reproduzir os triângulos do monumento usando os lápis do próprio estojo. Um grupo escolheu três lápis com medidas de 5 cm, 4 cm e 10 cm, mas percebeu que não era possível formar um triângulo com esses comprimentos.

Por que não é possível construir um triângulo com lápis de 5 cm, 4 cm e 10 cm?



Monumento ao Imigrante Italiano - Vitória/ES
 Autores: Marcela Belo; José Cirillo - Arte Pública Capixaba
 Disponível: <https://artepublicacapixaba.com.br/vitoria/monumento-ao-imigrante-italiano/>
 Acesso: 29 de maio de 2025.

ATIVIDADE 6

A escola onde Karina estuda organizará uma festa junina e solicitou que o 8º ano ficasse responsável pela confecção de convites e bandeirinhas para a decoração do ambiente, com formato de quadrilátero. Abaixo seguem os modelos confeccionados por estudantes da turma de Karina.

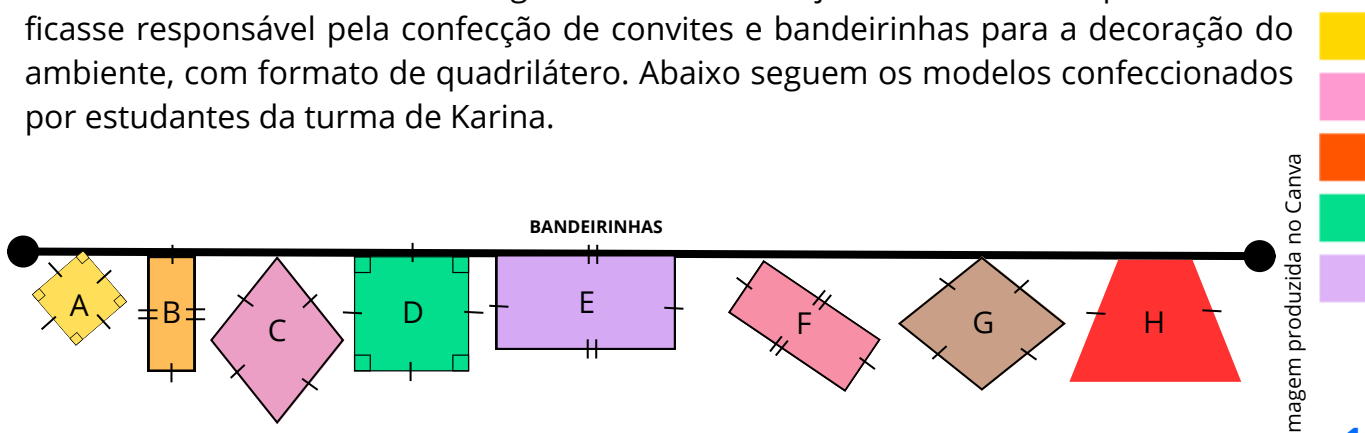


Imagem produzida no Canva

Ao analisar as bandeirinhas:

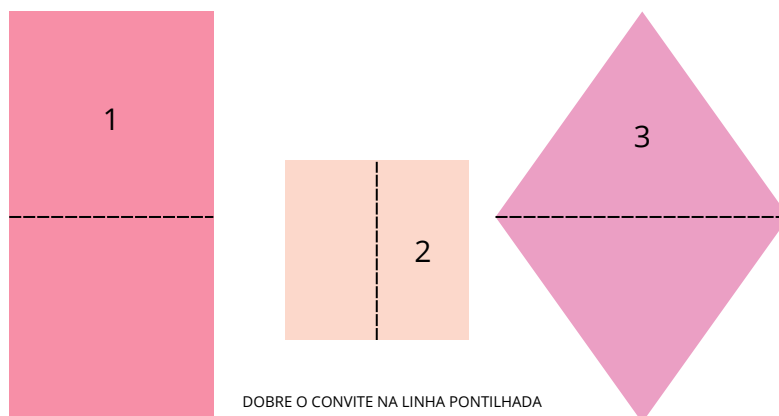
- A) Quais delas são quadriláteros? Justifique
- B) Quais delas são quadrados? Justifique
- C) Quais delas são retângulos? Justifique
- D) Quais delas são losangos? E trapézios? Justifique
- E) Quais delas são paralelogramos? Justifique
- F) Quais apresentam apenas um par de lados paralelos?
- G) Quais apresentam dois pares de ângulos congruentes?



Design: Mus Illustrations / Fonte: Canva

ATIVIDADE 7

Karina e seus colegas do 8º ano, escolheram os modelos abaixo para a confecção dos convites da festa Junina.



DOBRE O CONVITE NA LINHA PONTILHADA



Ao analisar os convites abertos:

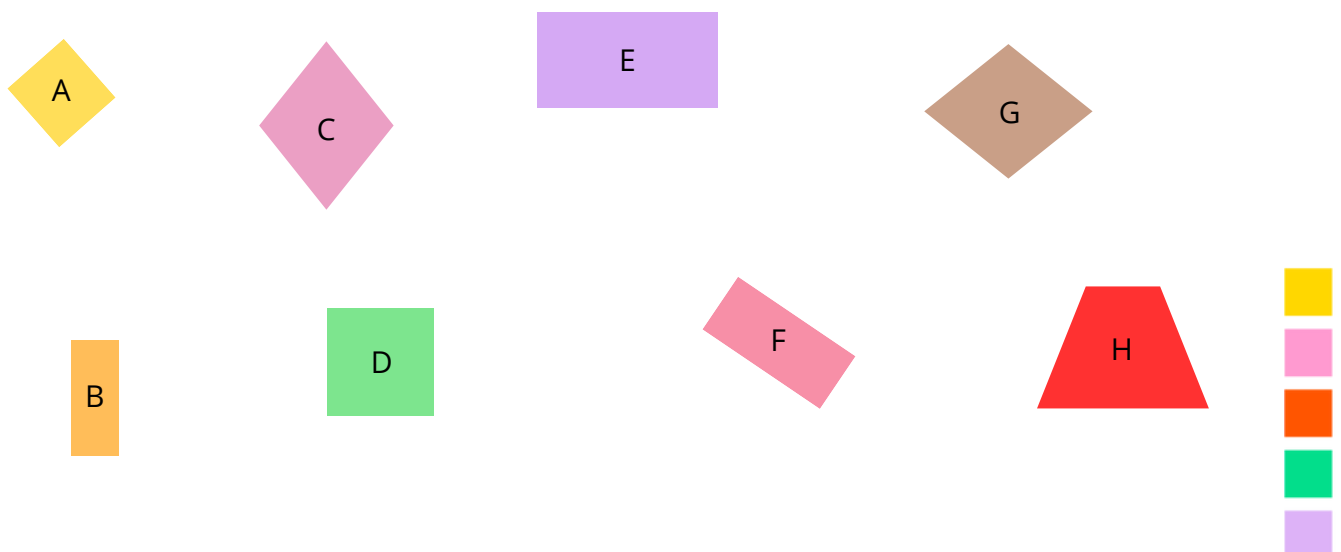
- A) Quais deles são quadriláteros? Justifique
- B) Quais deles são quadrados? Justifique
- C) Quais deles são retângulos? Justifique
- D) Quais deles são losangos? Justifique
- E) Quais apresentam apenas um par de lados paralelos?
- F) Quais apresentam dois pares de ângulos opostos congruentes?

Ao analisar os convites fechados (após dobrá-lo):

- G) Quais deles são quadriláteros? Justifique
- H) Quais deles são quadrados? Justifique
- I) Quais deles são retângulos? Justifique
- J) Quais deles são losangos? Justifique

ATIVIDADE 8

Observe os modelos de bandeirinhas para a festa junina, confeccionadas pelo 8º ano na escola onde Karina estuda. Trace os eixos de simetria em cada uma delas.



ATIVIDADE 9

Sobre a definição de quadriláteros, assinale a alternativa correta:

- A) Os quadriláteros são polígonos que possuem quatro lados, e os lados opostos são paralelos.
- B) Quadrilátero é uma figura geométrica plana, poligonal e possui quatro lados.
- C) Quadriláteros são polígonos que possuem quatro lados, e dois deles são paralelos.
- D) Quadriláteros são figuras que possuem quatro lados iguais.

ATIVIDADE 10

Associe corretamente cada figura geométrica (Coluna A) à sua característica principal (Coluna B).

Coluna A – Quadriláteros:

- () Quadrado
- () Losango
- () Retângulo
- () Trapézio
- () Paralelogramo

Coluna B – Características:

- A.** Todos os lados são congruentes e os ângulos são retos.
- B.** Apenas um par de lados opostos é paralelo.
- C.** Os quatro lados são congruentes, mas os ângulos não são retos.
- D.** Somente os lados opostos e os ângulos opostos são congruentes.
- E.** Apenas os lados opostos são congruentes e os quatro ângulos são retos.



Referências

Dante, Luiz Roberto Teláris Essencial [livro eletrônico] : Matemática : 8º ano / Luiz Roberto Dante, Fernando Viana. -- 1. ed. -- São Paulo : Ática, 2022. HTML (Teláris Essencial Matemática)

Giovanni Júnior, José Ruy A conquista matemática : 8º ano : ensino fundamental : anos finais / José Ruy Giovanni Júnior. – 1. ed. – São Paulo : FTD, 2022.

Arquitetura: conheça o Museu do Louvre, em Paris. Disponível em <https://guiadolouvre.com/a-grande-piramide-de-vidro/>

Ilustrações produzidas pelo autor com o *software geogebra*.

