CONEXÕES MATEMÁTICAS
QUINZENA
17
15/09 a 26/09
SEDU - 2025

GOVERNO DO ESTADO
DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

Material Estruturado

SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL
GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

8º Ano | Ensino Fundamental Anos Finais

MATEMÁTICA

EXPLORANDO AS SIMETRIAS NO MUNDO AO NOSSO REDOR

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM
EF07MA21 - Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros. **EF08MA18** - Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de softwares de geometria dinâmica.	• Reconhecer figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão. • Construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica. • Associar o estudo de figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros. • Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação).

Caro(a) Professor(a),

Informamos que, a partir da Quinzena 14, o Material Estruturado incluirá todo o conteúdo relativo a esta quinzena, de modo a não haver mais duas capas e sintetizar o conteúdo em um único volume. Esperamos, assim, que essa mudança facilite o seu trabalho, planejamento e sua organização em sala de aula.

Contextualização

A GEOMETRIA ESTÁ EM TODA PARTE!

Você já parou para observar os desenhos dos azulejos da sua casa? Ou as formas que se repetem no portão da escola, nas roupas, nas janelas, nas calçadas e até nas asas de uma borboleta?

Esses padrões, repetições e movimentos que vemos nas formas ao nosso redor são chamados de simetrias. Elas estão presentes na arte, na arquitetura, no design e até na natureza. Mesmo sem perceber, usamos a simetria para criar coisas bonitas, organizadas e harmoniosas.

Design: Getty Images Pro/ Fonte: Canva

Design: Pixabay/ Fonte: Canva

Neste material, vamos aprender sobre três tipos de simetria muito importantes:

- Translação: quando uma figura “anda” ou desliza para um novo lugar.
- Rotação: quando uma figura gira ao redor de um ponto.
- Reflexão: quando uma figura aparece como se fosse vista em um espelho.

Vamos descobrir como reconhecer essas simetrias, como construí-las usando régua, compasso e até o computador, e como elas aparecem em obras de arte, prédios, estampas, objetos e muito mais!

Prepare seus olhos para observar o mundo de um jeito novo — e suas mãos para criar figuras incríveis com a Matemática da simetria!

Conceitos e Conteúdos

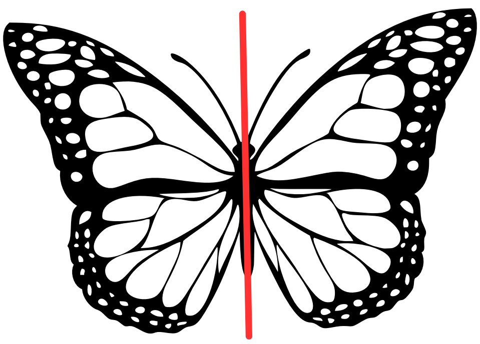
EXPLORANDO AS SIMETRIAS NO MUNDO AO NOSSO REDOR

O que são simetrias?

Simetria é uma propriedade geométrica que permite a transformação de uma figura, gerando outra que possui a mesma forma da original. Existem três tipos principais de simetrias: ***rotação***, ***translação*** e ***reflexão***. A tabela abaixo relaciona o tipo de simetria e seu efeito quando aplicada a uma figura plana.

Tipo de Simetria	O que acontece?
Rotação	A figura gira em torno de um ponto.
Translação	A figura desliza sem girar.
Reflexão	A figura é “espelhada”.

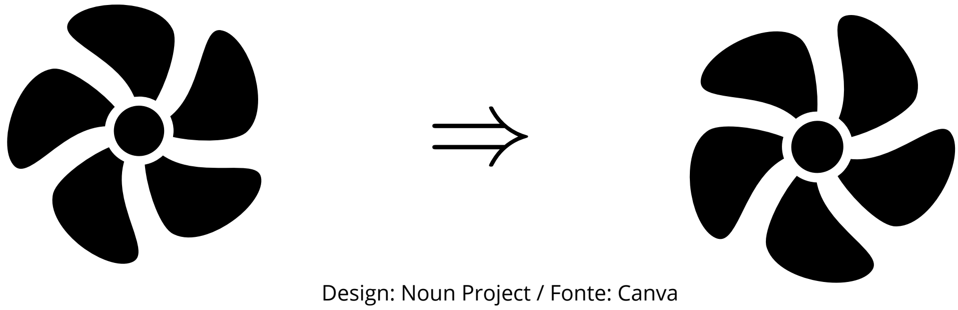
Por exemplo, é possível identificar se uma figura plana possui simetria de reflexão entre suas partes ao traçar uma linha reta sobre ela, separando-a em duas que, ao serem dobradas sobre essa linha, se encaixam perfeitamente. Caso ocorra essa coincidência, ou seja, se elas se ajustarem exatamente, a figura é considerada simétrica, e a linha desenhada recebe o nome de eixo de simetria da figura.


Design: Pixabay / Fonte: Canva

A imagem de uma borboleta nos dá a ideia de simetria. Observe que a reta vertical é um eixo de simetria.

Exemplos de simetrias do dia a dia:

Ventilador ou cata-vento

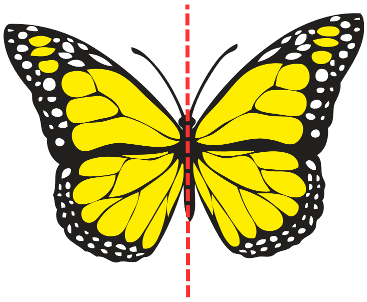


Design: Noun Project / Fonte: Canva

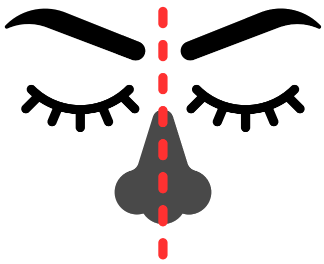
Azulejos de uma parede

Design: Getty Images Signature / Fonte: Canva

Borboleta ou rosto humano



Design: Pixabay / Fonte: Canva

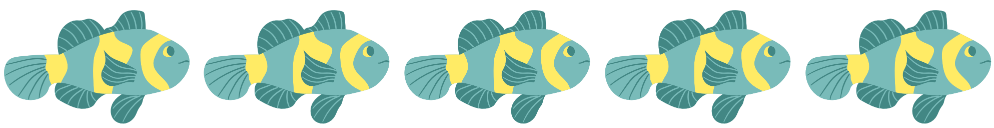


Design: Flat Icons Team/ Fonte: Canva

Translação

A translação é a transformação no plano que desloca todos os pontos de uma figura na mesma direção e no mesmo sentido, preservando suas dimensões originais. Na translação, a figura se move em linha reta. Ela não gira, não vira de cabeça para baixo, apenas desliza para um novo lugar.

Imagine, por exemplo, um peixinho desenhado em uma folha de papel. Se você repetir esse desenho algumas vezes para a direita, mantendo a mesma direção e o mesmo sentido, estará realizando uma translação.



Design: Sketchify/ Fonte: Canva

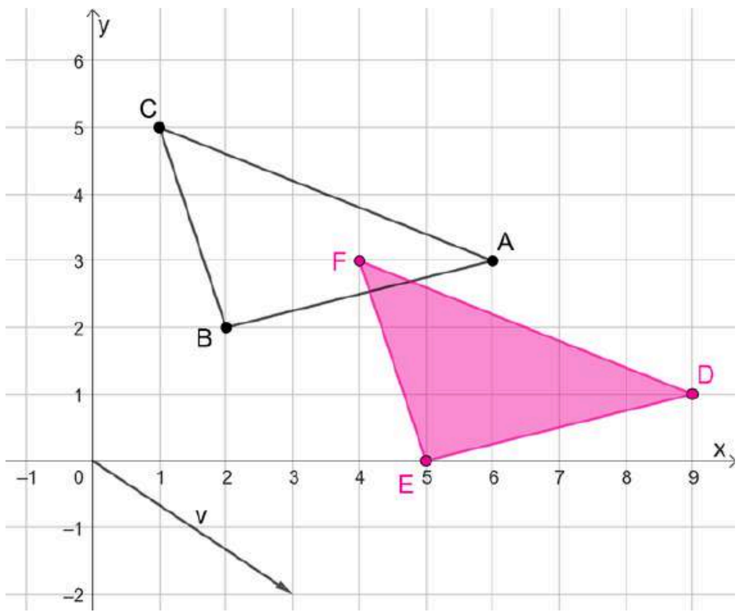
Podemos construir figuras por simetrias de translação no plano cartesiano utilizando instrumentos de desenho. Com o auxílio de uma régua, podemos seguir o seguinte passo a passo:

- Identifique os vértices da figura (por exemplo, o triângulo com vértices: A(6,3), B(2,2) e C(1,5)).
- Escolha o ***vetor**** de translação, que indica quanto mover em x e y (por exemplo, o vetor **v** (3, -2)).
- Some as coordenadas do vetor às coordenadas de cada vértice:

A (6+3, 3-2) $\Rightarrow$ D (9, 1)
B (2+3, 2-2) $\Rightarrow$ E (5, 0)
C (1+3, 5-2) $\Rightarrow$ F (4, 3)

***Vetor** é um objeto geométrico definido por seu comprimento, direção e sentido. Ele é frequentemente representado por um segmento de reta orientado, onde a direção é dada pela reta que contém o segmento, o sentido é a orientação da seta que indica a extremidade do segmento e o módulo é o comprimento do segmento.

- Desenhe a nova figura com os vértices atualizados.

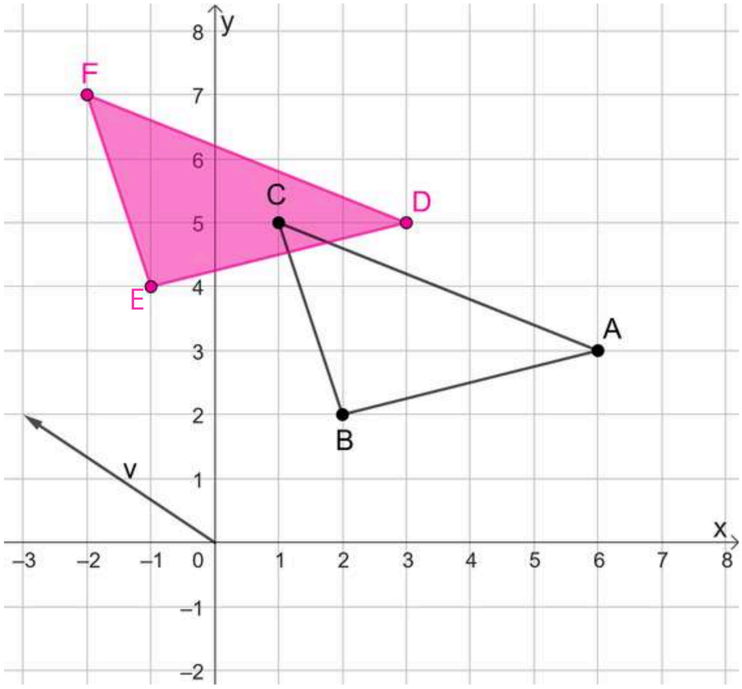


Você pode observar que podemos deslocar a figura em outras direções. No próximo exemplo, veremos outra translação realizada com o mesmo triângulo, porém a partir de outro vetor:

- O vetor de translação escolhido será **v** (-3, 2).
- Some as coordenadas do vetor às coordenadas de cada vértice:

A (6-3, 3+2) $\Rightarrow$ D (3, 5)
B (2-3, 2+2) $\Rightarrow$ E (-1, 4)
C (1-3, 5+2) $\Rightarrow$ F (-2, 7)

- Desenhe a nova figura com os vértices atualizados.

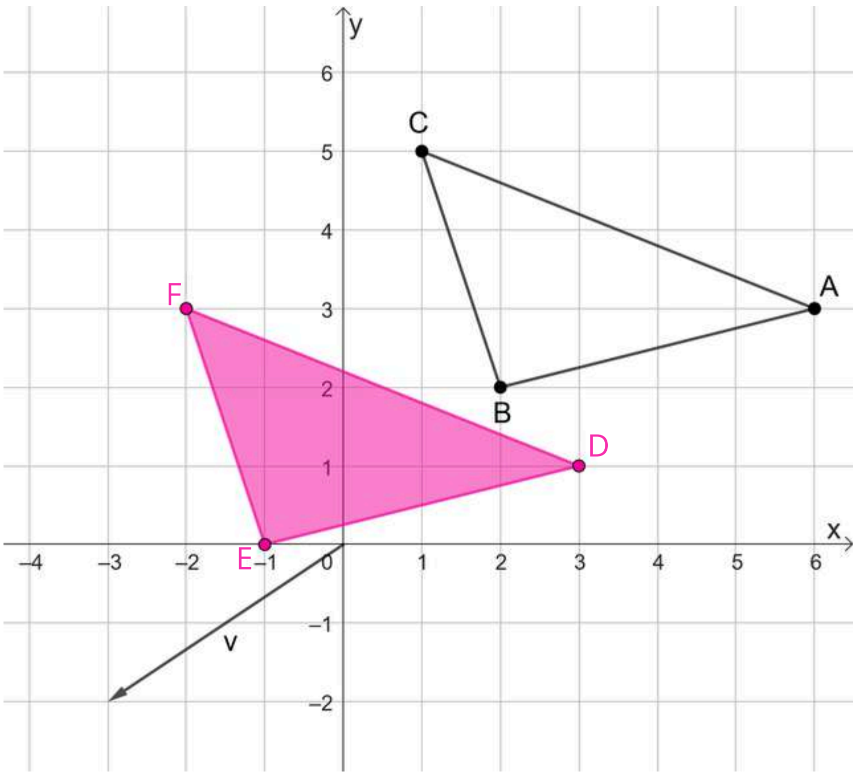


No exemplo a seguir, o vetor de translação apresentará ambas as coordenadas negativas.

- O vetor de translação escolhido será v (-3, -2).
- Some o vetor a cada vértice:

A (6-3, 3-2) $\Rightarrow$ D (3, 1)
B (2-3, 2-2) $\Rightarrow$ E (-1, 0)
C (1-3, 5-2) $\Rightarrow$ F (-2, 3)

- Desenhe a nova figura com os vértices atualizados.



Rotação

A rotação é o "giro" de uma forma ao redor de um ponto chamado centro de rotação. A distância ao centro de rotação se mantem constante e a medida do giro é chamada ângulo de rotação. A rotação pode ser em qualquer grau, como por exemplo: 10°, 20°, 45°, 90°, 180, etc.

Imagine um moinho de vento girando as hélices ao redor de um eixo central.

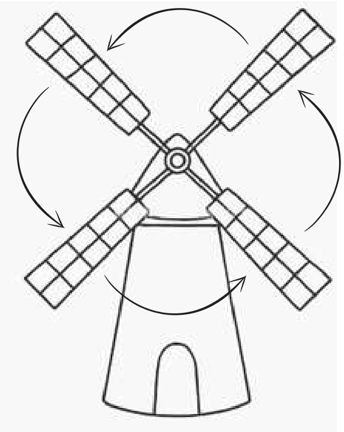


Imagem gerada por IA

Você se lembra?

Sentido horário é aquele que segue o sentido dos ponteiros de um relógio; sentido anti-horário é contrário ao sentido dos ponteiros do relógio.

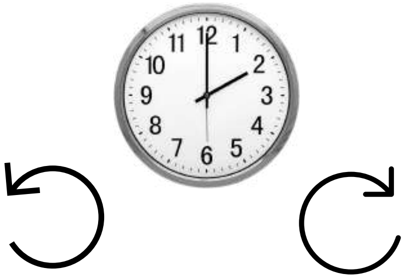
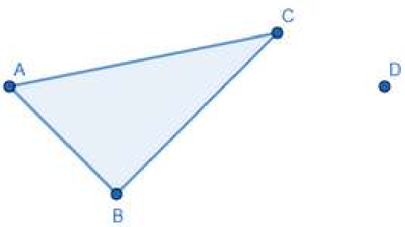


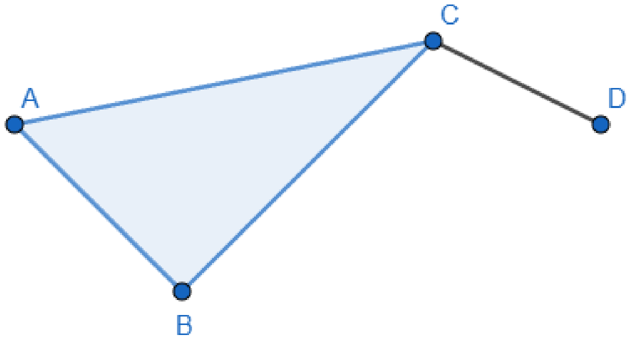
Imagem produzida no Canva

Podemos construir figuras por simetrias de rotação usando instrumentos de desenho. Para exemplificar, faremos nas próximas páginas* a simetria de rotação do triângulo ABC , usando régua, compasso e transferidor. O giro será de 90° no sentido horário em relação ao ponto D (externo ao triângulo).

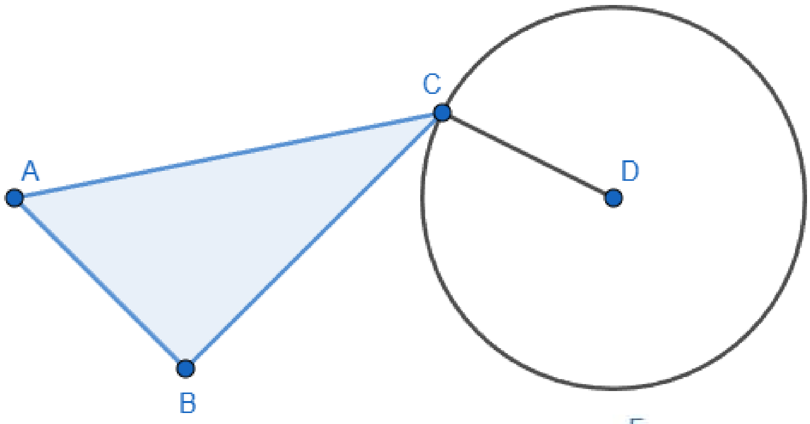
Prezado(a) Professor(a), sugerimos que você desenvolva os passos apresentados nas páginas 8, 9 e 10, com seus estudantes, utilizando os instrumentos de desenho geométrico e cópias impressas da presente página.



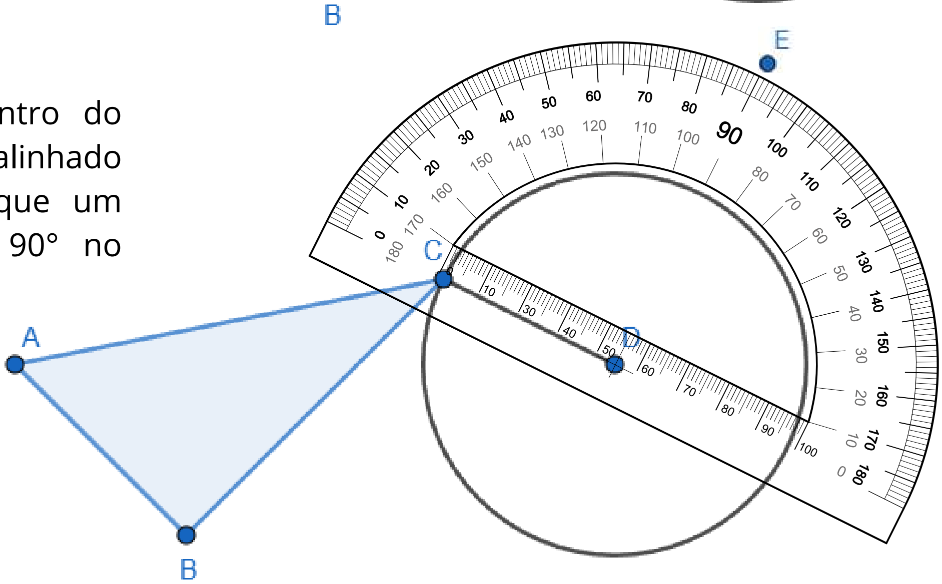
Passo 1: Trace um segmento de reta em que uma das extremidades é o centro de rotação (D) e a outra é um ponto da figura que será rotacionada.



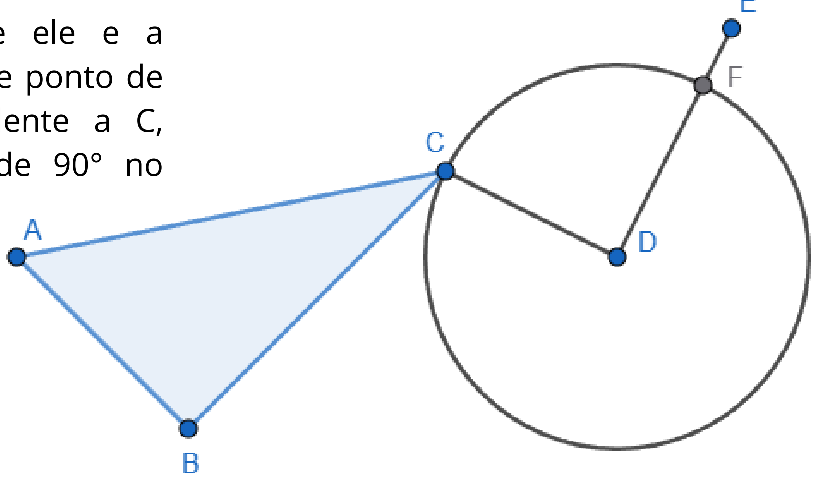
Passo 2: Com a ponta de seca do compasso em D e abertura de medida CD, trace uma circunferência.



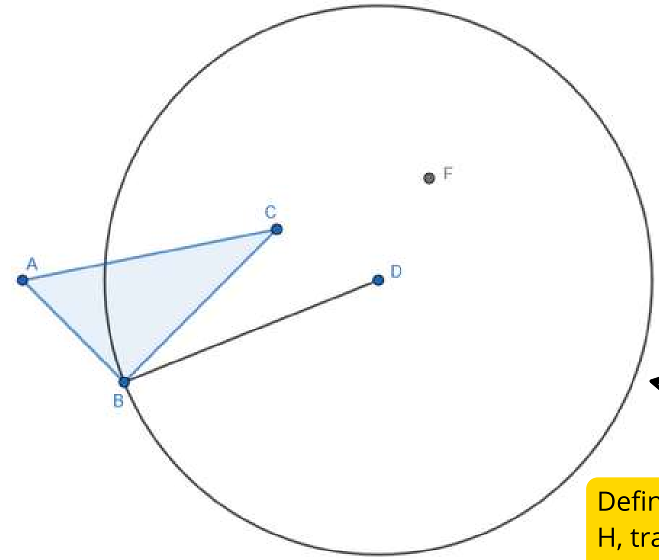
Passo 3: Posicione o centro do transferidor no ponto D, alinhado ao segmento CD e marque um ponto E na direção de 90° no sentido horário.

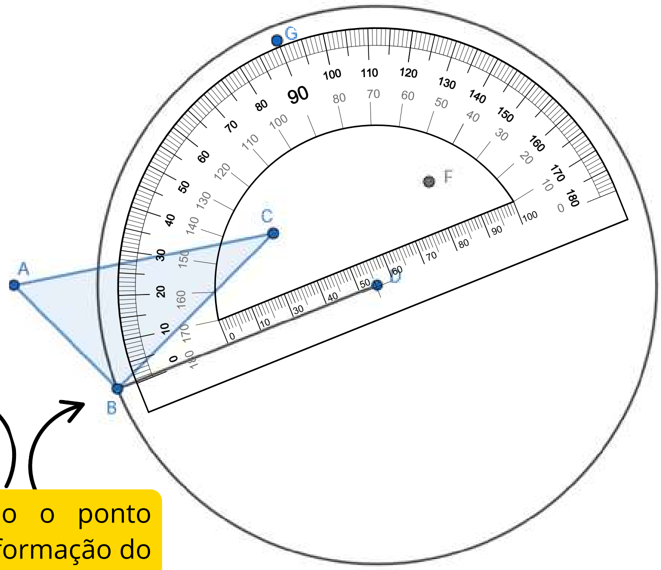


Passo 4: Trace o segmento partindo de D em direção ao ponto E, com comprimento suficiente para definir o ponto de interseção entre ele e a circunferência (ponto F). Esse ponto de interseção é o correspondente a C, após sofrer uma rotação de 90° no sentido horário.

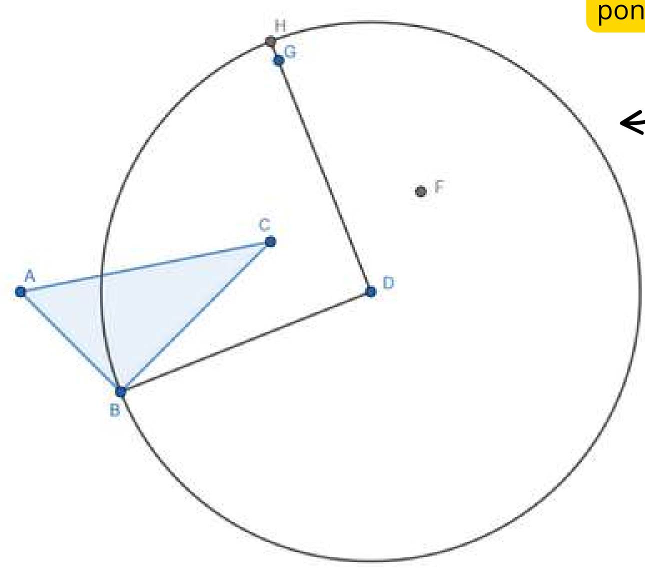


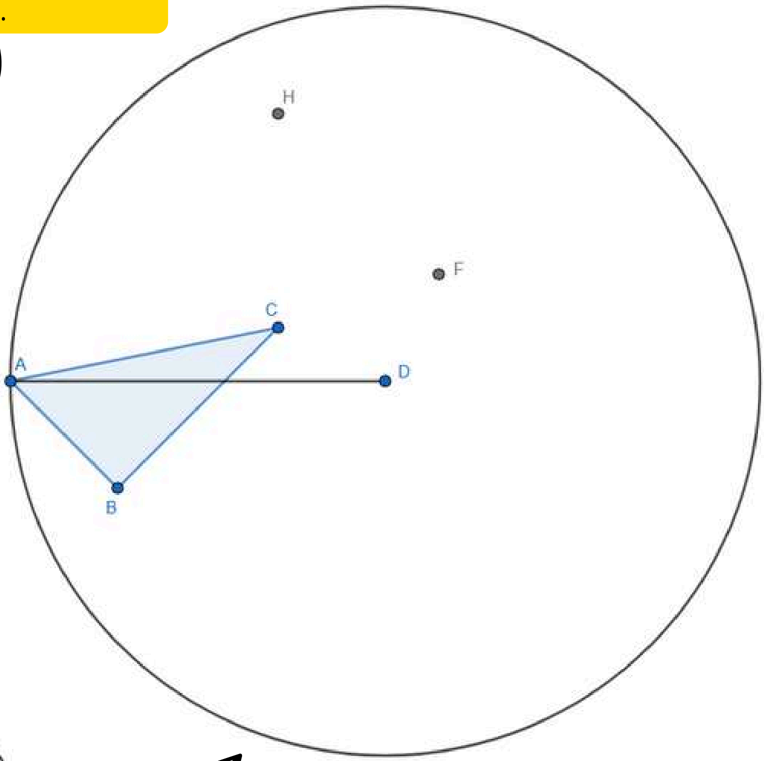
Para facilitar a visualização das próximas etapas, sugerimos que sejam apagados os segmentos CD, DE e a circunferência (mantenha o ponto F). Os próximos passos são parecidos com os passos de 1 a 4, mas aplicados aos pontos A e B.

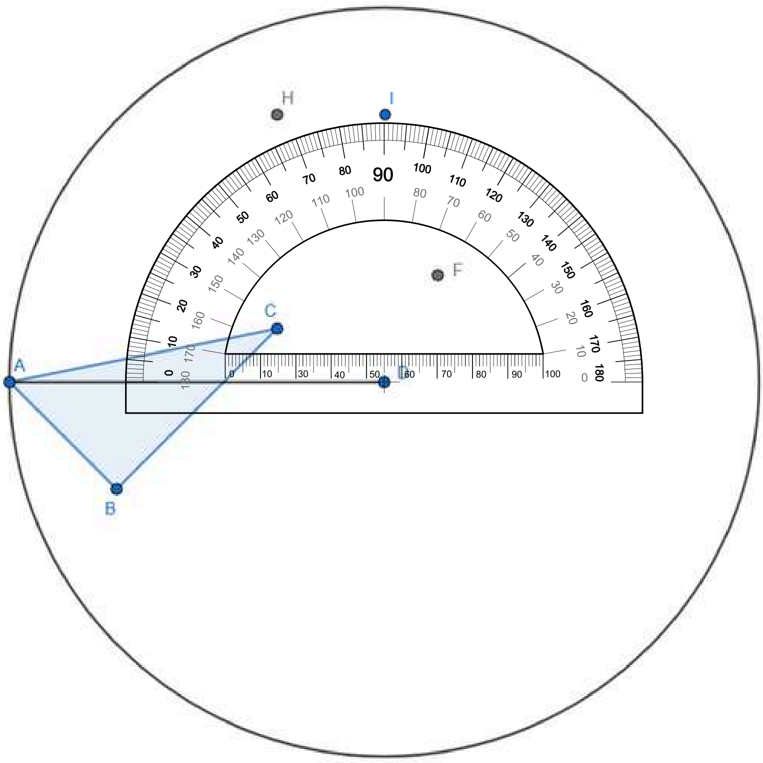




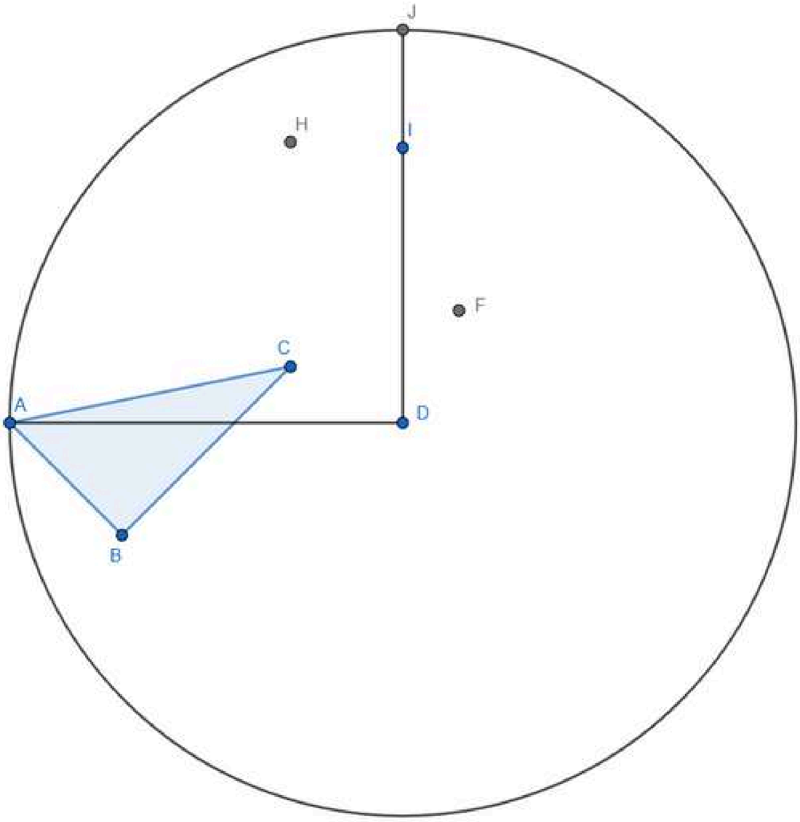
Definindo o ponto H, transformação do ponto B.

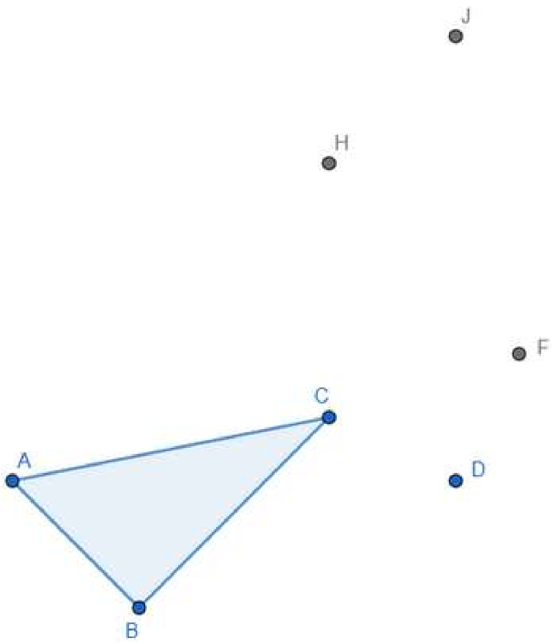




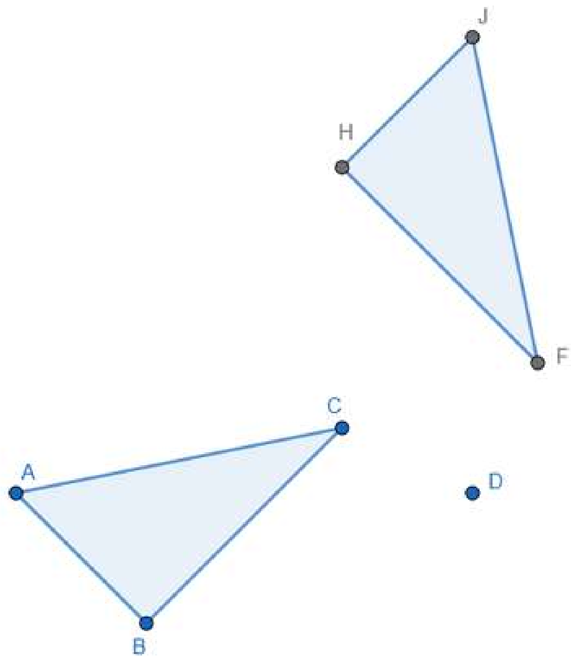


Definindo o ponto J, transformação do ponto A. (continua na próxima página).





Assim, foram definidos os pontos F, H e J, que são as rotações de C, B e A, respectivamente. Para finalizar, construímos o triângulo FHJ que é a rotação do triângulo ABC em relação ao ponto D, com um giro de 90° no sentido horário.



Reflexão

Na reflexão, a figura é invertida como se estivesse diante de um espelho. A linha que representa o espelho é chamada de eixo de simetria.

Exemplo visual: A letra “A” possui simetria em relação ao eixo vertical. Isso significa que, ao desenhar apenas a metade esquerda da letra e refletir essa parte no eixo, obtemos a figura completa.

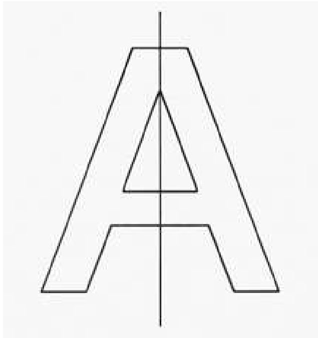


Imagem gerada por IA

Podemos construir figuras por reflexão por meio de uma dobradura:

- Dobre uma folha ao meio.
- Desenhe uma figura apenas de um lado da dobra.
- Recorte com a folha dobrada.
- Abra e veja a figura simétrica.

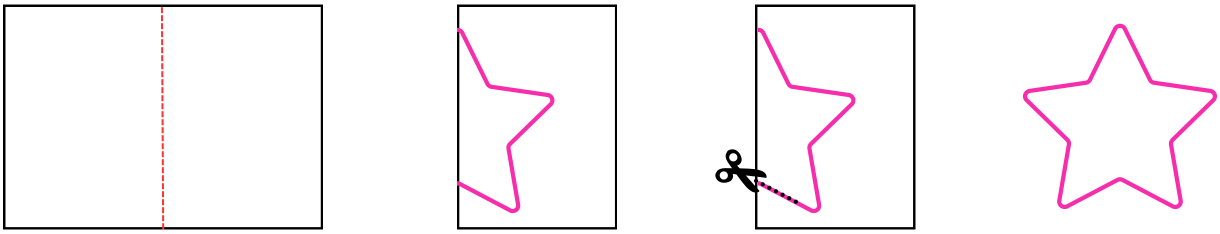


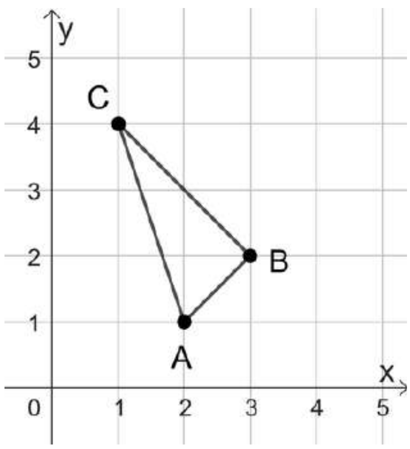
Imagem produzida no Canva

Podemos construir figuras utilizando simetrias de reflexão com o auxílio de instrumentos de desenho. Para ilustrar, vamos refletir o triângulo ABC em relação ao eixo y, sendo as coordenadas dos seus vértices: A(2, 1), B(3, 2) e C(1, 4).

Nesse caso, para obter a imagem refletida, basta multiplicar as abscissas (valores de x) por –1, mantendo as ordenadas (valores de y) inalteradas. Vale destacar que, se a reflexão fosse em relação ao eixo x, o procedimento seria inverso: multiplicaríamos as ordenadas (valores de y) por –1, mantendo as abscissas (valores de x) inalteradas.

Assim sendo, com o auxílio de uma régua e do plano cartesiano, podemos seguir o seguinte passo a passo:

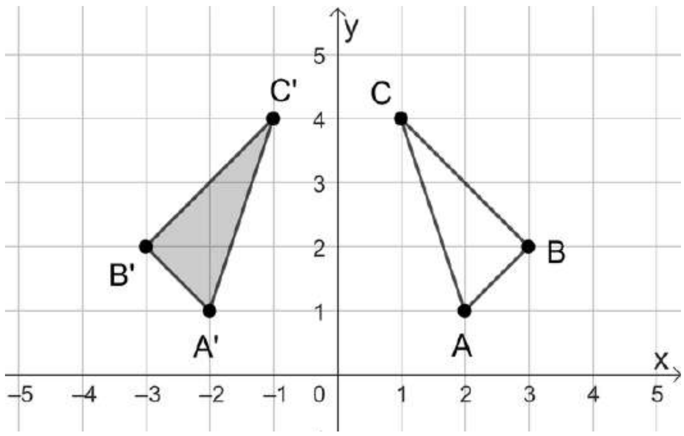
1° passo: Marque os pontos A(2,1), B(3,2), C(1,4) e una os segmentos para formar o triângulo ABC.



2° passo: Multiplique os valores de **x** (abscissa) de cada um dos vértices por (-1):

$$\begin{array}{lcr} A' = (2 \cdot (-1), 1) & \rightarrow & A'(-2, 1) \\ B' = (3 \cdot (-1), 2) & \rightarrow & B'(-3, 2) \\ C' = (1 \cdot (-1), 4) & \rightarrow & C'(-1, 4) \end{array}$$

3° passo: Ligue A', B', C' com segmentos. Este é o triângulo refletido.



A COMPOSIÇÃO DE TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS

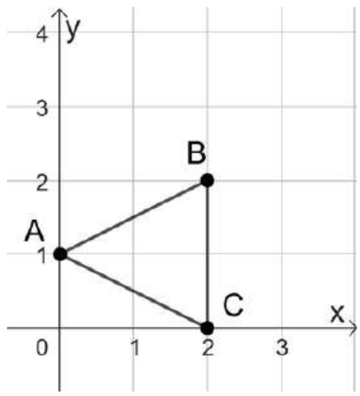
A composição de transformações geométricas ocorre quando aplicamos, de forma sequencial, dois ou mais movimento em uma mesma figura. A figura resultante da primeira transformação passa a ser o ponto de partida para a próxima, e assim sucessivamente. É importante destacar que a sequência em que as transformações são aplicadas pode alterar o resultado final.

Para exemplificar, pegaremos um triângulo ABC no plano cartesiano e aplicaremos duas transformações em sequência.

- Primeiro vamos refletir o triângulo ABC no eixo **x**;
- Depois transladar 2 unidades à direita e 1 para cima.

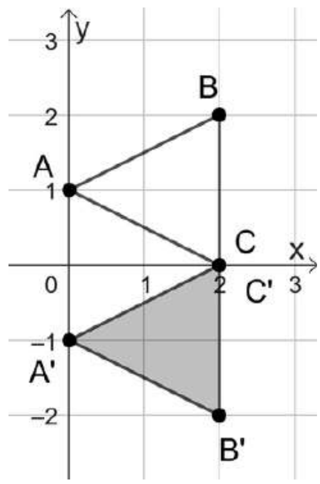
Para isso, seguiremos três passos:

1° passo: Construímos no plano cartesiano, o triângulo ABC, marcando inicialmente os pontos A(0,1), B(2,2), C(2,0), como seus vértices.



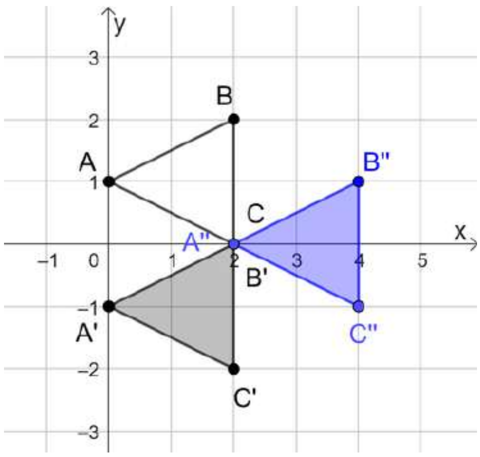
2° passo: Faremos a reflexão em relação ao eixo **x.** Para isso basta multiplicar todos os valores de **y** (ordenadas) por (-1):

$$\begin{aligned} A' &= (0, (-1)\cdot 1) &\rightarrow\ & A'(0,-1) \\ B' &= (2, (-1)\cdot 2) &\rightarrow\ & B'(2,-2) \\ C' &= (2, (-1)\cdot 0) &\rightarrow\ & C'(2,0) \end{aligned}$$



3° passo: Por fim, faremos a translação 2 unidades à direita e 1 unidade para cima. Para isso basta somar 2 unidades a cada valor de **x** e 1 unidade a cada valor de **y**. .

$$\begin{aligned} A'' &= (0+2, -1+1) &\rightarrow\ & A''(2,0) \\ B'' &= (2+2, -2+1) &\rightarrow\ & B''(4,1) \\ C'' &= (2+2, -0+1) &\rightarrow\ & C''(4,-1) \end{aligned}$$



O triângulo A”B”C” é a figura obtida após aplicadas as duas transformações.

A composição de transformações geométricas permite criar movimentos complexos e efeitos visuais envolventes. Por exemplo, nos jogos eletrônicos quando um personagem pode correr (translação) enquanto pula e gira (rotação) sobre um obstáculo, ou um objeto pode se aproximar do jogador (escala) ao mesmo tempo em que muda de ângulo (rotação), facilitando sua coleta. Essas manipulações são fundamentais para a mecânica e a imersão nos jogos digitais.


Imagem gerada por IA

Exercícios Resolvidos

EXERCÍCIO 1

Em um plano cartesiano, desenhe um triângulo com os vértices A(2, 2), B(4, 2) e C(3, 4). Depois, aplique uma translação com o vetor (5,0). Quais serão os vértices da nova figura? Represente os dois triângulos no papel.

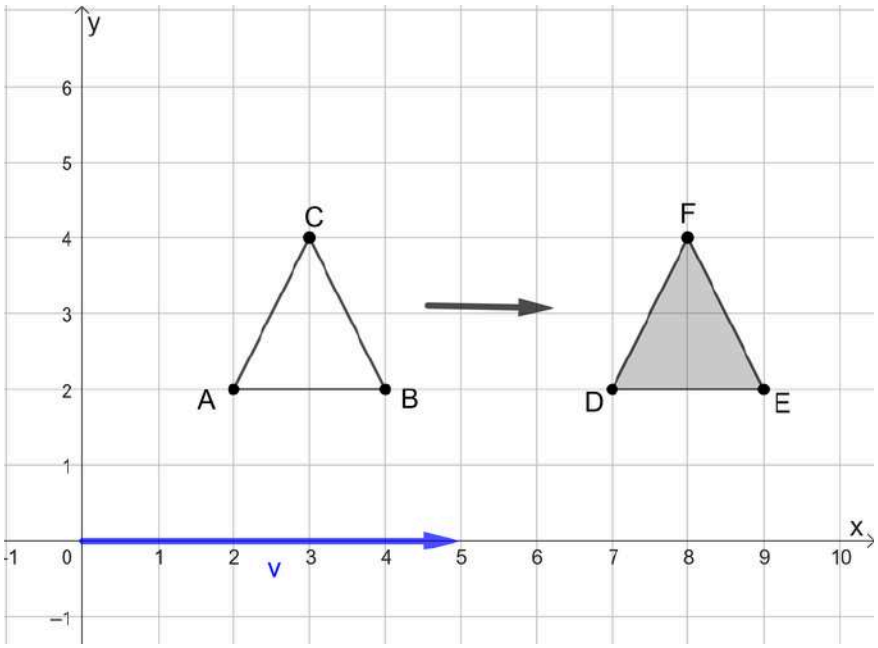
Resolução: Vamos seguir um passo a passo.

- Com régua, desenhe o triângulo original com os pontos indicados no plano cartesiano.
- Visto que o vetor **v**(5, 0) tem valor nulo em na coordenada ***y***, encontre os vértices da imagem por somar 5 às coordenadas ***x*** de cada vértice e 0 às coordenadas de **y** de cada vértice.

D = (2+5, 2+0) = (7, 2)
E = (4+5, 2+0) = (9, 2)
F = (3+5, 4+0) = (8, 4)

- Marque os novos pontos.
- Ligue os pontos D, E e F para formar o triângulo transladado.

Resposta: Triângulo transladado tem vértices D(7, 2), E(9, 2) e F(8, 4)

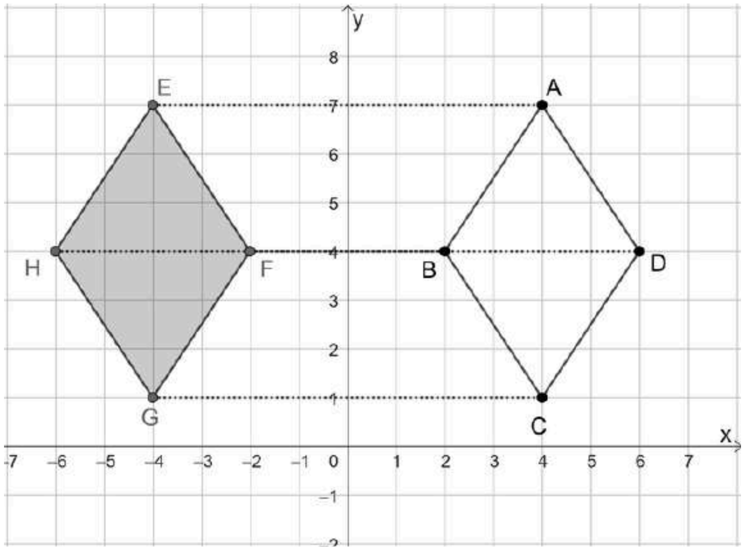


EXERCÍCIO 2

No plano cartesiano, considere o losango com vértices nos pontos A(4, 7), B(2, 4), C(4, 1) e D(6,4). Represente este losango no plano cartesiano e sua figura simétrica em relação ao eixo ***y***.

Resposta: Como a simetria será em relação ao eixo ***y***, então teremos que multiplicar a abscissa ***x*** por -1 em cada par ordenado. Assim temos:

A(4,7) $\longrightarrow$ E(-4,7)
B(2,4) $\longrightarrow$ F(-2,4)
C(4,1) $\longrightarrow$ G(-4,1)
D(6,4) $\longrightarrow$ H(-6,4)



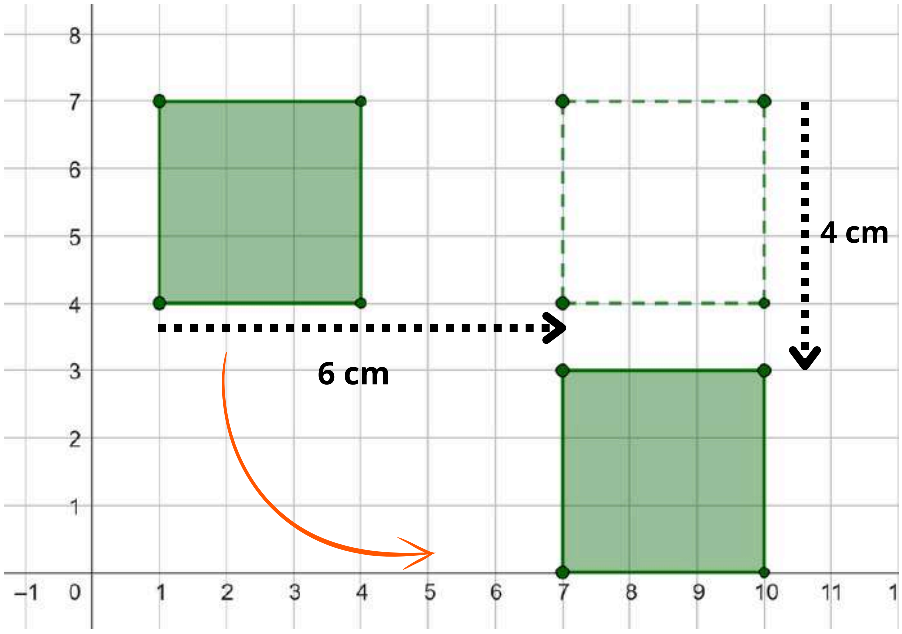
EXERCÍCIO 3

Com o auxílio de uma régua, desenhe um quadrado de lado 3 cm. Translade-o 6 cm para a direita e 4 cm para baixo.

Resolução: Observe a sequência a seguir:

1°) Com uma régua, meça 6 cm para a direita de cada vértice do quadrado; marque o novo vértice; agora desenhe o quadrado pontilhado.

2°) Meça 4 cm para baixo apartir de cada vértice. Una os vértices para formar o quadrado transladado.



PRÁTICAS EXPERIMENTAIS DE *Matemática* PARA O ENSINO FUNDAMENTAL

No ano de 2025, o ensino fundamental anos finais apresenta uma importante novidade para o componente curricular Matemática: as Práticas Experimentais de Matemática, que visam fomentar o processo de ensino e aprendizagem favorecendo o desenvolvimento e a consolidação de habilidades, o pensamento crítico e a compreensão e a aplicação da lógica matemática. Intenciona-se, também, combater o estigma de que a matemática é difícil e inacessível, engajando os estudantes em práticas lúdicas e exequíveis.

Desse modo, as práticas foram elaboradas a partir das habilidades estruturantes de cada ano, por trimestre. No período em que constar o caderno de Práticas Experimentais, o(a) professor(a) deverá destinar **duas aulas** para cada prática proposta no material.

Desejamos um ano letivo de sucesso!

Prática experimental de Matemática: 8º ano - Quinzena 17

Clique aqui

Material Extra

LIVRO DIDÁTICO

Prezado(a) professor(a), os conceitos apresentados neste Material Estruturado podem ser trabalhados usando os seguintes livros didáticos:

Clique aqui

A conquista matemática - 8° ano : Ensino Fundamental: Anos Finais / José Ruy Giovanni Júnior. – 1. ed. – São Paulo: FTD, 2022.

- p. 204 a 211.

Teláris Essencial Matemática - 8º ano / Luiz Roberto Dante, Fernando Viana. - 1. ed. - São Paulo : Ática, 2022.

- p. 228 a 243.

Clique aqui

GEOGEBRA

Explorando as transformações geométricas no Geogebra.

Clique aqui

Clique aqui

Atividades

ATIVIDADE 1

Observe as figuras abaixo e, depois, indique se as afirmações são verdadeiras ou falsas.

FIGURA A

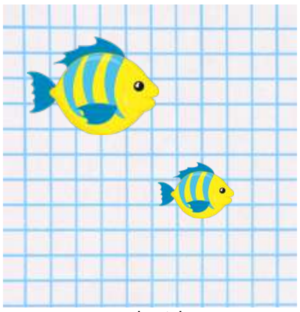


Imagem produzida no Canva

FIGURA B

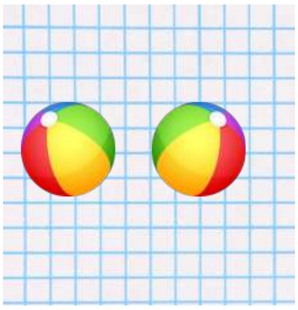


Imagem produzida no Canva

FIGURA C

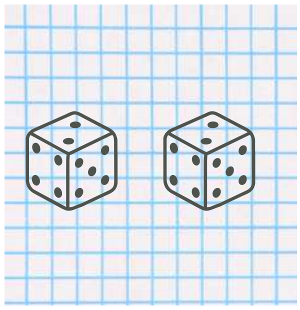


Imagem produzida no Canva

A) A figura C é um exemplo de translação.

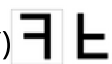
B) A figura B é um exemplo de reflexão.

C) As figuras A e C são exemplos de translação.

D) A figura A é um exemplo de rotação.

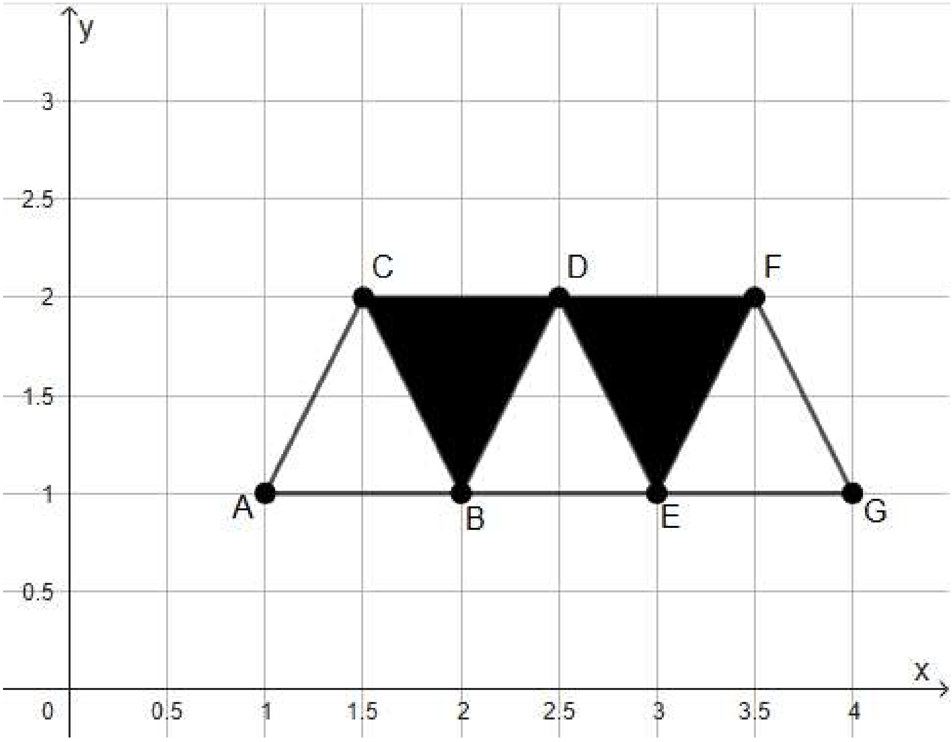
ATIVIDADE 2

Quando um objeto é colocado diante de um espelho plano, observamos que o objeto e a imagem não se sobrepõem se o objeto não for simétrico em relação à posição do espelho e os eixos de simetria. A figura a seguir indica um ladrilho colocado ao lado de dois espelhos planos I eixo de simetria vertical e plano II eixo de simetria horizontal. Indique a alternativa que corresponde às duas imagens formadas pelos espelhos I e II, respectivamente:

A)  B)  C)  D) 

ATIVIDADE 3

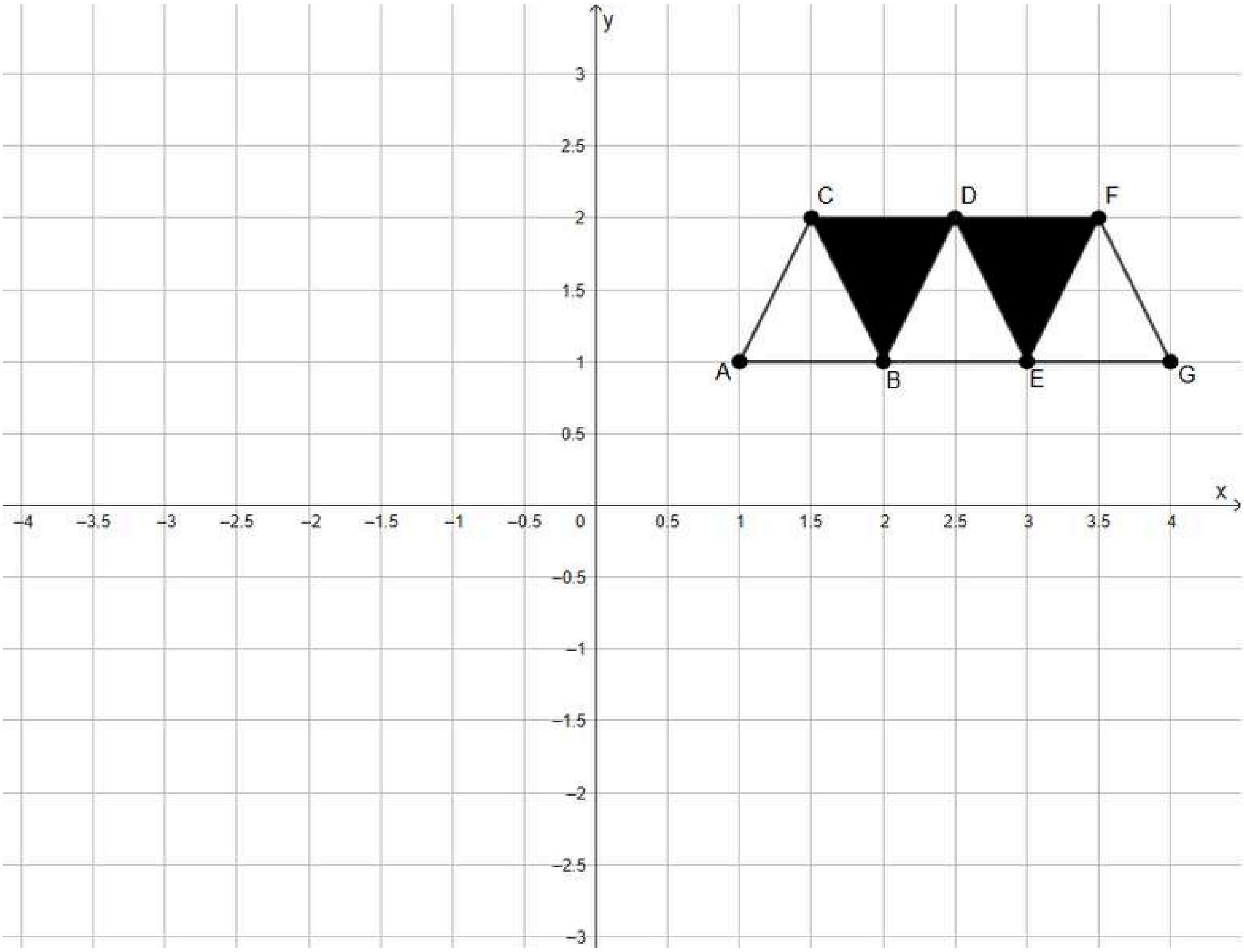
No Brasil, povos indígenas e comunidades quilombolas expressam sua identidade por meio de grafismos presentes em cerâmicas, pinturas corporais e artefatos. Essas manifestações culturais frequentemente utilizam formas geométricas, que podem ser representadas no plano cartesiano. A figura a seguir representa um grafismo inspirado na arte cerâmica quilombola.



a) Determine as coordenadas dos vértices indicados na figura acima.

b) Determine as coordenadas dos vértices da figura obtida a partir da reflexão da figura acima em relação ao eixo x.

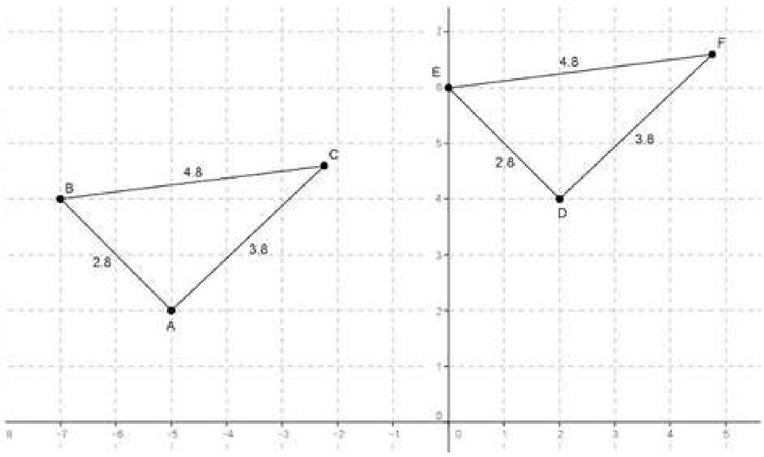
c) Represente a figura refletida no plano cartesiano.



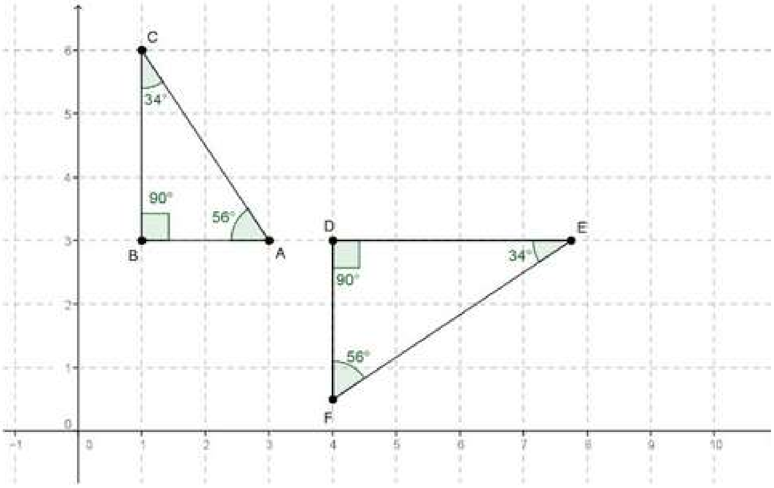
ATIVIDADE 4

Em cada caso, verifique se existe uma simetria que transforma o triângulo ABC no triângulo DEF. Se a resposta for afirmativa, diga qual é a simetria. Se a resposta for negativa, justifique sua resposta.

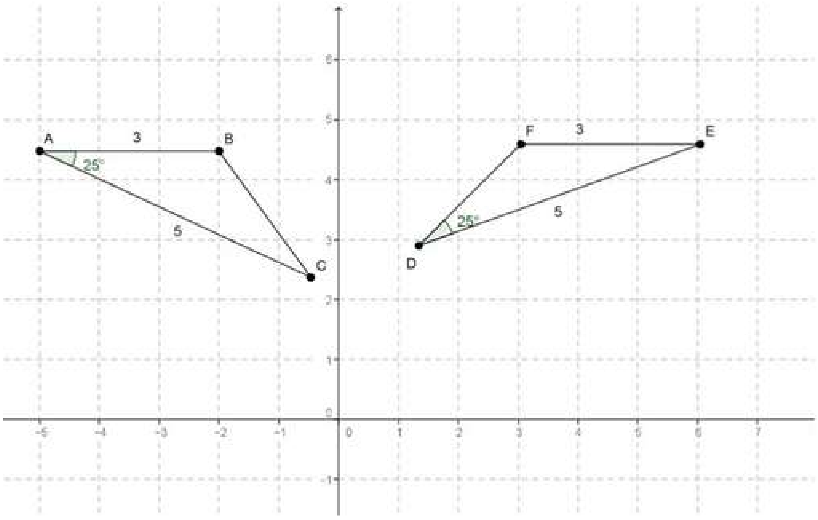
A)



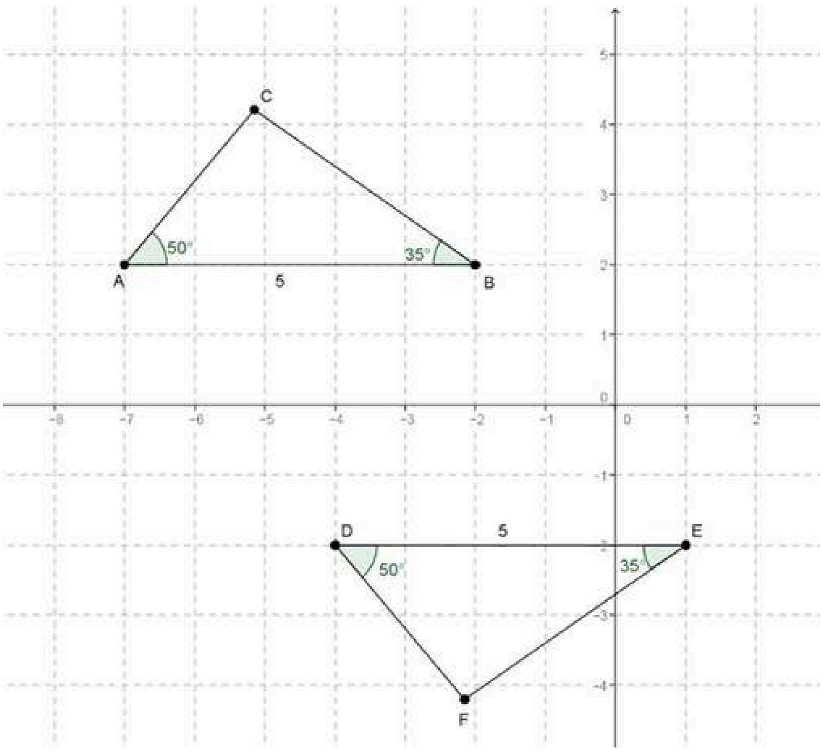
B)



C)



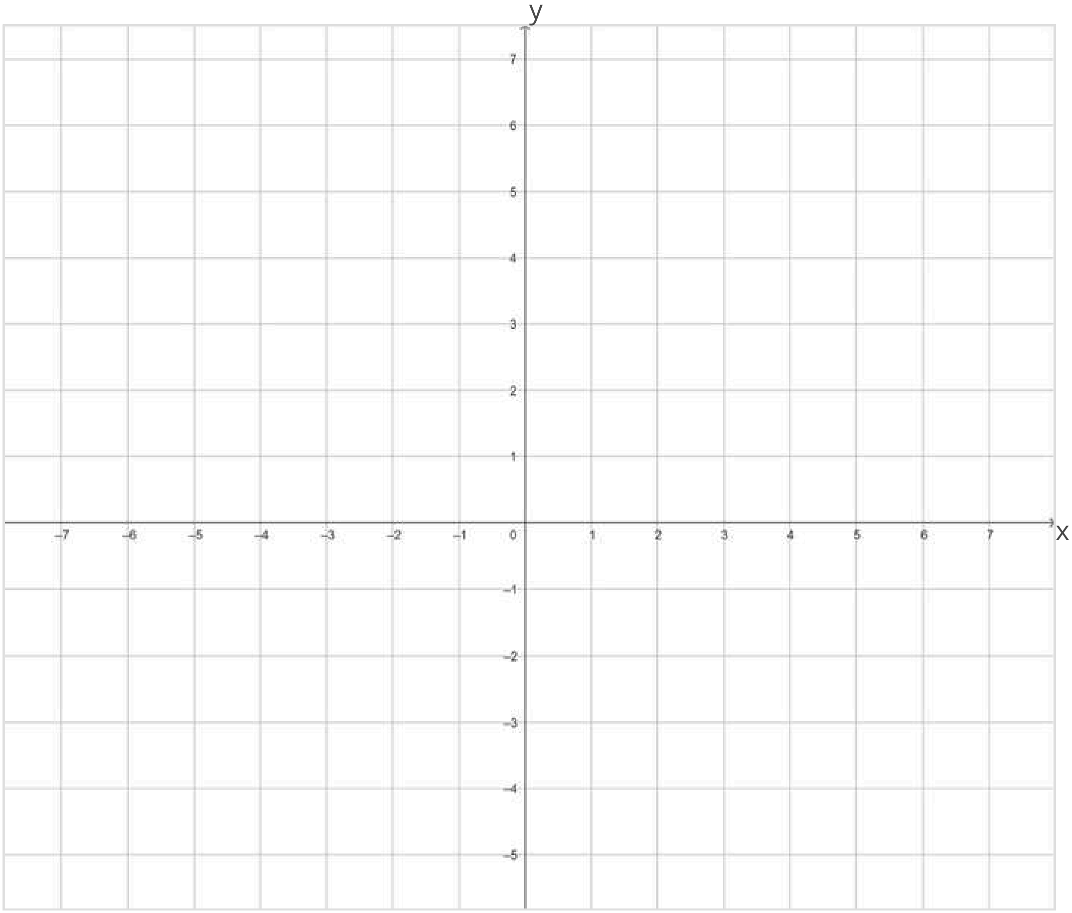
D)



ATIVIDADE 5

Considere os vértices de um pentágono no plano cartesiano, indicados a seguir: A(1,2), B(3,5), C(5,4), D(5,1) e E(3,3).

A) Represente o pentágono com os vértices dados no plano cartesiano abaixo.



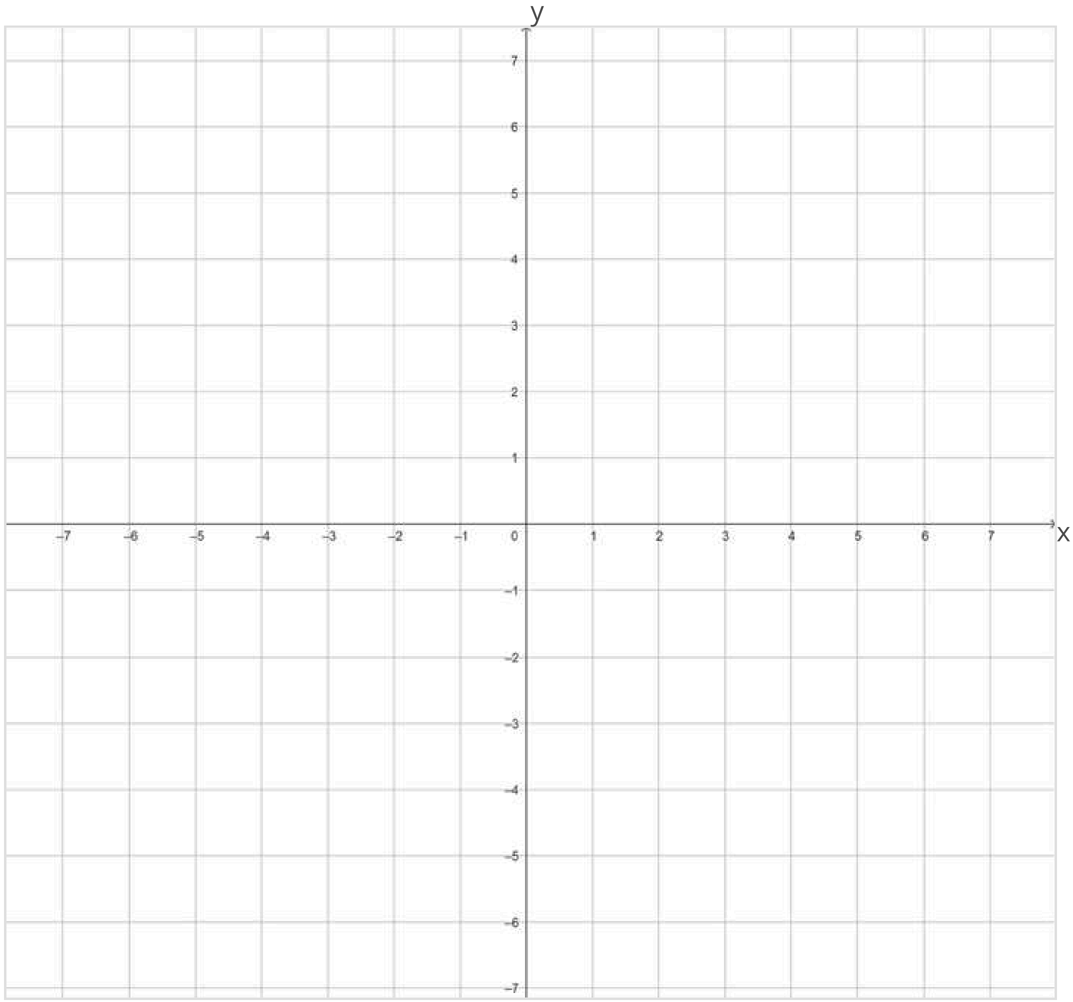
B) Aplique uma translação com o vetor (-6, 2) a esse pentágono. Quais são as coordenadas dos vértices da nova figura?

C) Represente o pentágono transladado no mesmo plano cartesiano do item a. Utilize uma cor diferente ou linhas pontilhadas para diferenciá-lo da figura original.

ATIVIDADE 6

Considere um triângulo com vértices em A(3, 1), B(5, 2) e C(4, 4)

A) Desenhe esse triângulo no plano cartesiano abaixo.



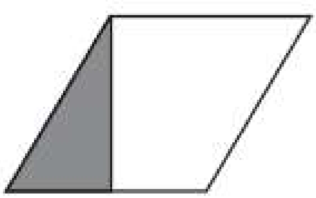
B) Determine as coordenadas dos vértices do triângulo obtido a partir da reflexão do triângulo ABC em relação ao eixo x. Em seguida, represente o triângulo refletido no plano cartesiano.

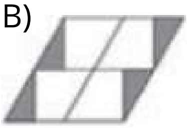
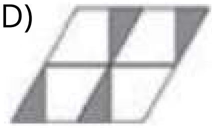
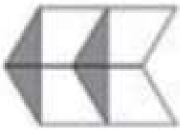
C) Determine as coordenadas dos vértices do triângulo obtido a partir da reflexão do triângulo ABC em relação ao eixo y. Em seguida, represente o triângulo refletido no plano cartesiano.

D) Determine as coordenadas dos vértices do triângulo obtido a partir da reflexão do triângulo ABC em relação à origem. Em seguida, represente o triângulo refletido no plano cartesiano.

ATIVIDADE 7

(Obmep) A figura mostra a superfície pintada de um azulejo em forma de losango. Dos cinco padrões abaixo, apenas um não pode ser montado com cópias desse azulejo. Qual é esse padrão?



A)  B)  C)  D)  E) 

Ilustrações: Reprodução/Obmep, 2010

ATIVIDADE 8

Amanda estava participando de um jogo de organização, no qual deveria seguir instruções baseadas em transformações geométricas. Ela começou colocando uma cartinha de planta no espaço 1 de um tabuleiro que possui 15 espaços no total. Em seguida, moveu a cartinha para o espaço 2.

Com base nessa ação, descreva quais transformações geométricas podem ter ocorrido nesse movimento e explique o seu raciocínio.

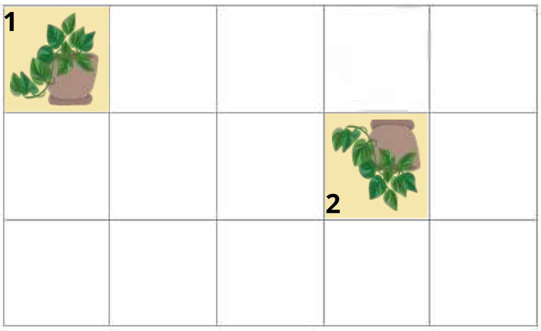


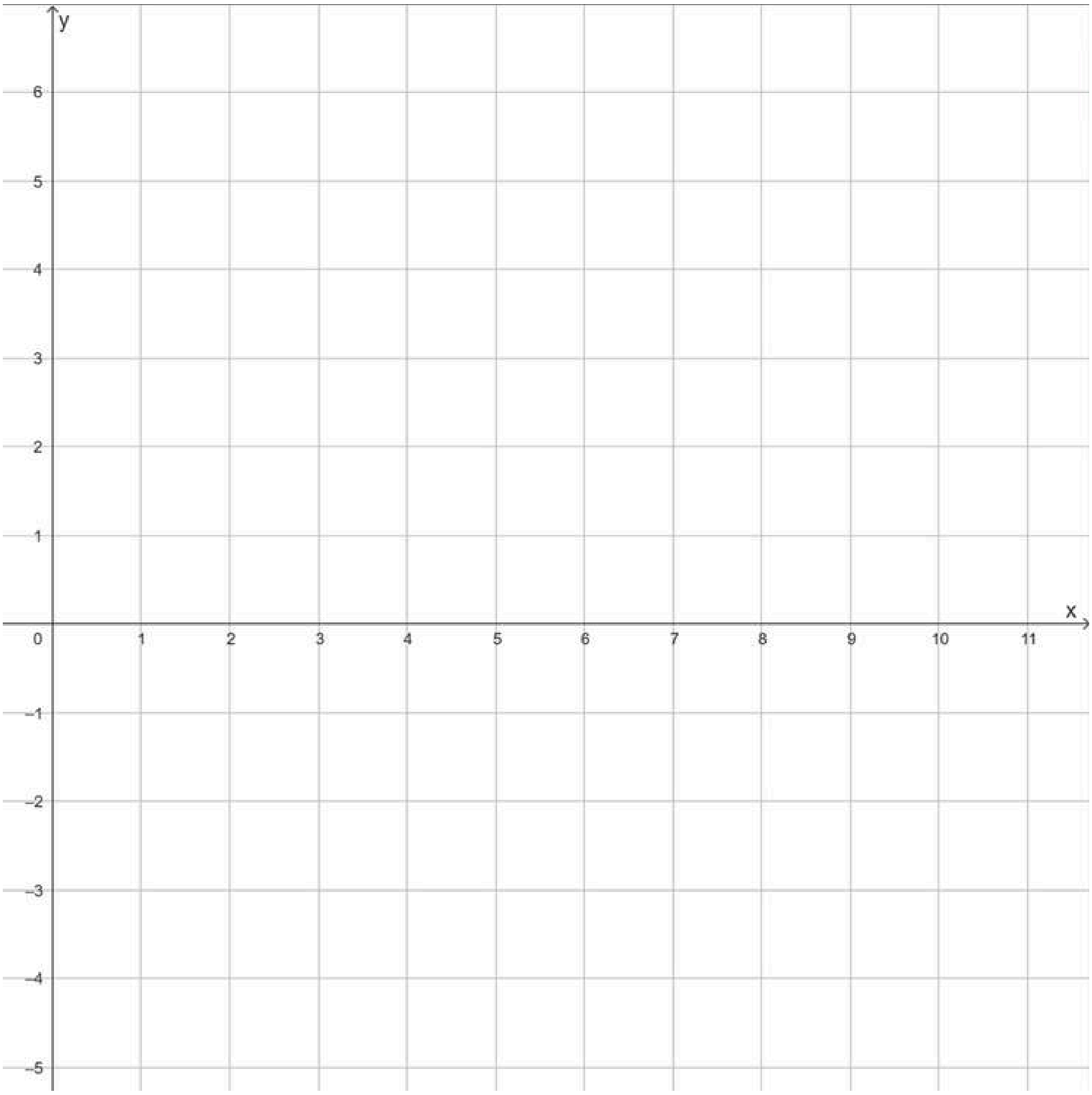
Imagem produzida no Canva

ATIVIDADE 9

Considere o triângulo ABC no plano cartesiano, com vértices nos pontos: A(1, 2), B(3, 1) e C(2, 4). Esse triângulo será submetido, nesta ordem, à seguinte composição de transformações geométricas:

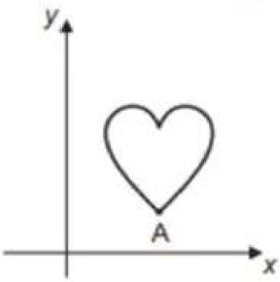
- Translação de 4 unidades para a direita e 1 unidade para baixo;
- Reflexão em relação ao eixo x;
- Rotação de 90° no sentido anti-horário, com centro de rotação no ponto (7, 0).

Represente no plano cartesiano abaixo a posição final do triângulo após a aplicação das três transformações.



ATIVIDADE 10

(ENEM Adaptada) Uma transformação geométrica é uma mudança na posição de uma figura que mantém seu tamanho e forma. Entre essas transformações estão a reflexão e a rotação. A reflexão acontece em torno de uma linha chamada eixo, como se fosse um espelho, em que a imagem refletida é simétrica à original. Já a rotação é o giro de uma figura ao redor de um ponto fixo, chamado centro de rotação. A figura a seguir passou por cinco transformações desse tipo, nesta ordem:



1ª) Reflexão no eixo x;
2ª) Rotação de 90 graus no sentido anti-horário, com centro de rotação no ponto A;
3ª) Reflexão no eixo y;
4ª) Rotação de 45 graus no sentido horário, com centro de rotação no ponto A;
5ª) Reflexão no eixo x.

Qual a posição final da figura?

A) 

B) 

C) 

D) 

Referências

Azuleijos. Disponível em: https://depositphotos.com/br/vectors/simetria-dos-ladrilhos.html

Dante, Luiz Roberto Teláris Essencial [livro eletrônico] : Matemática : 7º ano / Luiz Roberto Dante, Fernando Viana. -- 1. ed. -- São Paulo : Ática, 2022. HTML (Teláris Essencial Matemática)

Giovanni Júnior, José Ruy A conquista matemática : 7° ano : ensino fundamental : anos finais / José Ruy Giovanni Júnior. – 1. ed. – São Paulo : FTD, 2022.

Simetria. Disponível em: https://iest-ef1.blogspot.com/2016/03/simetria.html

Pinturas corporais indígenas carregam marcas de identidade cultural. Disponível em: https://www.gov.br/funai/pt-br/assuntos/noticias/2022-02/pinturas-corporais-indigenas-carregam-marcas-de-identidade-cultural