GOVERNO DO ESTADO DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

Material Estruturado

SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL

GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

9º Ano | Ensino Fundamental Anos Finais

MATEMÁTICA

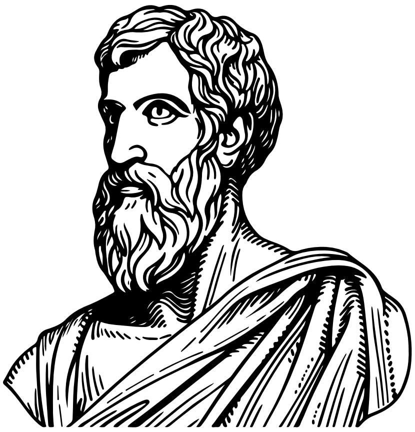
RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM	DESCRITOR(ES) DO PAEBES
EF09MA13 Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos.	• Resolver problemas que envolvam relações métricas do triângulo retângulo. • Resolver problemas que envolvam o teorema de Pitágoras. • Elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras.	D049_M Utilizar relações métricas em um triângulo retângulo na resolução de problemas.

Caro(a) Professor(a),

Informamos que, a partir da Quinzena 14, o Material Estruturado incluirá todo o conteúdo relativo a esta quinzena, de modo a não haver mais duas capas e sintetizar o conteúdo em um único volume. Esperamos, assim, que essa mudança facilite o seu trabalho, planejamento e sua organização em sala de aula.

Contextualização


Design: Historical Vintage Vector / Fonte: Canva

Nascido por volta de 570 a.C. na ilha de Samos, Pitágoras foi um pensador grego que veio ao mundo cerca de cinquenta anos depois de Tales de Mileto. Filho de um comerciante de posses, passou parte da vida viajando por regiões como o Egito e a Babilônia, e talvez tenha chegado até a Índia.

Ao regressar, tentou viver em Samos, sua cidade natal. Contudo, descontente com a forma como o governo local agia, decidiu se transferir para Crotona, uma colônia grega situada na península Itálica. Foi ali que fundou a escola que leva seu nome.

A instituição reunia estudos em áreas como Religião, Filosofia, Política, Música, Astronomia e Matemática. Os estudantes eram divididos conforme o tempo de permanência: nos três primeiros anos, eram chamados de ouvintes; depois disso, tornavam-se matemáticos — grupo ao qual eram confiados os mistérios matemáticos. Inclusive, o termo “matemática”, que quer dizer “o aprendizado da arte, da ciência”, é atribuído a Pitágoras.

O princípio que guiava a escola era: “Tudo é número”. A ideia era explicar todos os fenômenos naturais por meio dos números. Os membros da escola formavam uma sociedade secreta, cujo símbolo era o pentagrama — um pentágono estrelado. O conhecimento era sua única meta.


Pentagrama
Design: Elionarka’s Images / Fonte: Canva

Os estudos dos pitagóricos trouxeram grandes contribuições para a Matemática, principalmente para a Geometria. Entre essas contribuições, a de maior sucesso foi o **teorema de Pitágoras**.

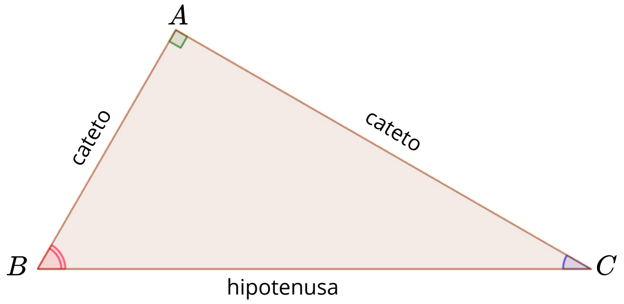
Neste material, vamos retomar o estudo do teorema de Pitágoras e sua aplicação na resolução de problemas. Retomaremos, também, o estudo das relações métricas no triângulo retângulo.

Bons estudos!

Conceitos e Conteúdos

O TEOREMA DE PITÁGORAS

Retomando o estudo do Teorema de Pitágoras, vimos que cada lado do triângulo de um triângulo retângulo recebe um nome.



Os **catetos** são os lados perpendiculares entre si que formam o ângulo reto em um triângulo retângulo. Já o lado oposto ao ângulo reto é chamado de **hipotenusa**.

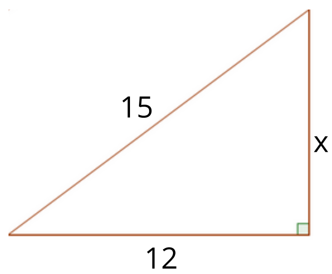
Em todo triângulo retângulo, o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos. Isso pode ser representado da seguinte forma:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

- a é a medida da hipotenusa,
- b é a medida de um dos catetos e
- c é a medida do outro cateto.

Como exemplo, vamos calcular a medida de um dos catetos representado por x no triângulo a seguir.

Note que um cateto mede 12 e a hipotenusa mede 15. Com apenas essas duas medidas, conseguimos calcular a medida do outro cateto utilizando o teorema de Pitágoras.



$$a^2 = b^2 + c^2$$
$$15^2 = 12^2 + x^2$$
$$225 = 144 + x^2$$
$$225 - 144 = 144 + x^2 - 144$$
$$81 = x^2$$
$$\sqrt{81} = x$$
$$x = -9 \; ou \; x = 9$$

Portanto, a medida do outro cateto é 9.

APLICAÇÃO DO TEOREMA DE PITÁGORAS

Observe a seguinte situação:

Um avião sai da cidade A e vai até a cidade B, que está à distância de 300 quilômetros. Depois, decola em direção à cidade C, a 400 quilômetros. Considere as imagens a seguir que demonstram a trajetória desse avião.

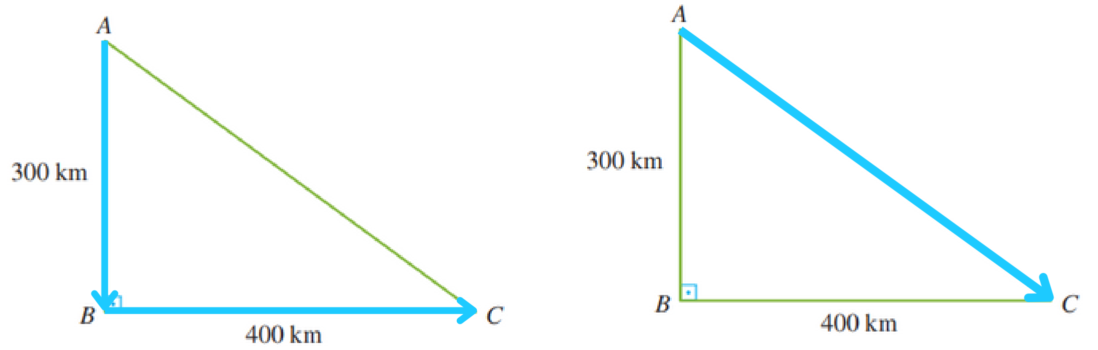


Imagem produzida no Canva

Se o avião fosse em linha reta da cidade A para a C, quantos quilômetros percorreria?

Observe que a trajetória feita pelo avião e a trajetória que ele poderia fazer em linha reta formam um triângulo retângulo. E como conhecimento a medida de dois lados, conseguimos calcular a medida do outro lado, ou seja, a trajetória pedida.

No primeiro momento de leitura é possível que você não perceba que esse problema pode ser resolvido pelo teorema de Pitágoras. No entanto, vamos analisar essa situação.

Temos um cateto medindo 300 km e outro cateto medindo 400 km e queremos a medida da hipotenusa.

$$a^2 = b^2 + c^2$$
$$a^2 = 300^2 + 400^2$$
$$a^2 = 90000 + 160000$$
$$a^2 = 250000$$
$$a = \sqrt{250000}$$
$$a = -500 \; ou \; a = 500$$

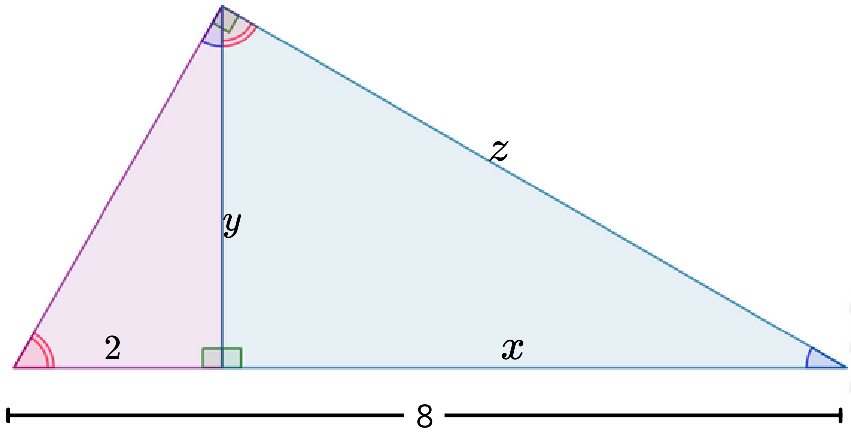
Portanto, o avião percorreria 500 km se fosse em linha reta.

Este é um exemplo da aplicação do teorema de Pitágoras, assim como estudamos outros exemplos de aplicação no material anterior.

Em resumo, quando temos situações em que há a necessidade de medir distâncias ou tamanhos inacessíveis, verificamos se podemos formar um triângulo retângulo com a situação dada e se temos o conhecimento de duas medidas de seus lados. Tendo essas informações, sabemos que poderemos calcular o terceiro utilizando o teorema de Pitágoras.

RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

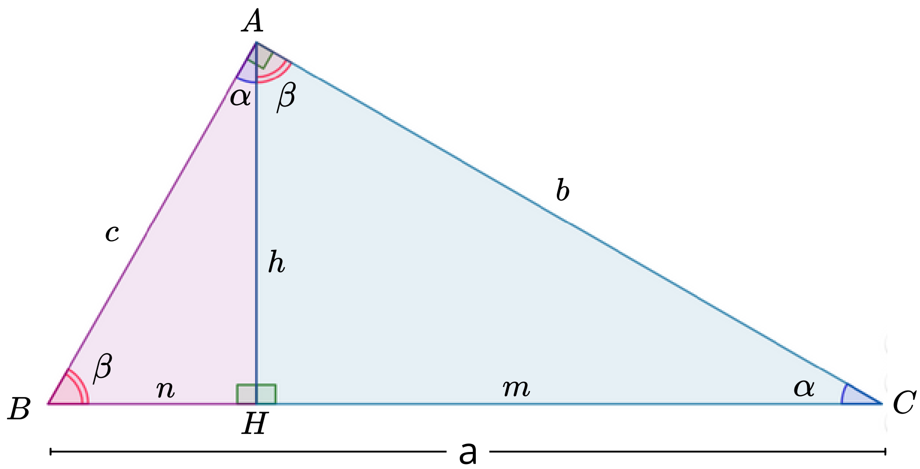
Observe a seguinte situação e determine os valores de **x**, **y** e **z**.



Temos um triângulo retângulo e conhecemos duas de suas medidas. O objetivo é calcular as medidas representadas por **x**, **y** e **z**.

Este é um exemplo em que não conseguimos realizar os cálculos utilizando o teorema de Pitágoras, de forma direta, pois as duas medidas não pertencem aos lados de um mesmo triângulo. Situações como esta podem ser resolvidas por meio das relações métricas no triângulo retângulo, conforme estudamos no material anterior. Vamos revisar essas relações.

Observe o triângulo retângulo ABC da figura abaixo.



Nesse triângulo, destacamos:

- **a** é o comprimento da hipotenusa do triângulo ABC.
- **b** é o comprimento de um dos catetos do triângulo ABC.
- **c** é o comprimento do outro cateto do triângulo ABC.
- **h** é o comprimento da altura relativa à hipotenusa.
- **m** é o comprimento da projeção do cateto b sobre a hipotenusa.
- **n** é o comprimento da projeção do cateto c sobre a hipotenusa.

Chamamos de **relações métricas no triângulo retângulo** às relações existentes entre os diversos segmentos que compõem o triângulo retângulo. São elas:

i) A medida de comprimento da hipotenusa é igual à soma das medidas de comprimento das projeções dos catetos sobre ela.

$$a = m + n$$

ii) O quadrado da medida de comprimento de um cateto é igual ao produto da medida de comprimento da hipotenusa pela medida de comprimento da projeção desse cateto sobre a hipotenusa.

$$b^2 = a \cdot m \qquad c^2 = a \cdot n$$

iii) O quadrado da medida de comprimento da altura relativa à hipotenusa é igual ao produto das medidas de comprimento das projeções dos catetos sobre a hipotenusa.

$$h^2 = m \cdot n$$

iv) O produto das medidas de comprimento dos catetos é igual ao produto da medida de comprimento da hipotenusa pela medida de comprimento da altura relativa à hipotenusa.

$$c \cdot b = a \cdot h$$

v) O produto da medida de comprimento de um dos catetos pela medida de comprimento da altura relativa à hipotenusa é igual ao produto da projeção desse cateto sobre a hipotenusa pela medida de comprimento do outro cateto.

$$b \cdot h = m \cdot c \qquad c \cdot h = n \cdot b$$

vi) Teorema de Pitágoras - O quadrado da medida de comprimento da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas de comprimento dos catetos.

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Exercícios Resolvidos

Observação: Nos exercícios a seguir, vamos considerar apenas as soluções positivas de cada equação quadrática, pois representam medidas.

Calcule o valor de y nos triângulos retângulos abaixo.

a)

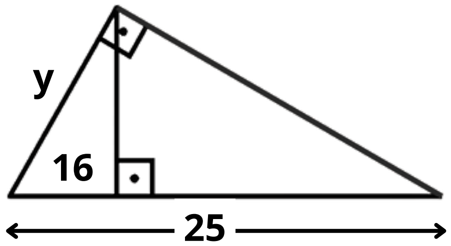


Imagem produzida no Canva

b)

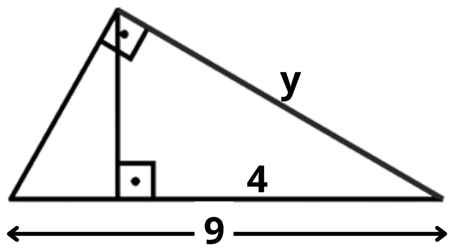


Imagem produzida no Canva

SOLUÇÃO

a)

Dado:

$$y^2 = 16 \cdot 25$$

Multiplicando os valores:

$$y^2 = 400$$

Extraindo a raiz quadrada:

$$y = \sqrt{400}$$

$$y = 20$$

b)

Dado:

$$y^2 = 9 \cdot 4$$

Multiplicando os valores:

$$y^2 = 36$$

Extraindo a raiz quadrada:

$$y = \sqrt{36}$$

$$y = 6$$

EXERCÍCIO 2

Calcule o valor de y nos triângulos retângulos abaixo.

a)

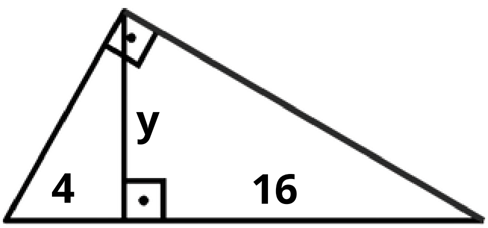


Imagem produzida no Canva

b)

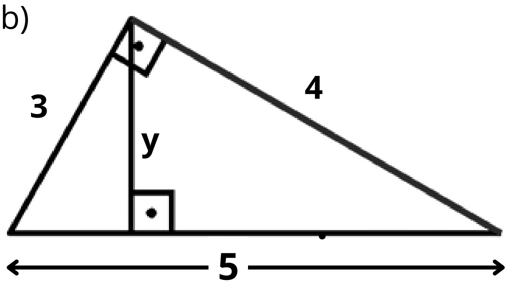


Imagem produzida no Canva

SOLUÇÃO

a)

Dado:

$$y^2 = 4 \cdot 16$$

Multiplicando os valores:

$$y^2 = 64$$

Extraindo a raiz quadrada:

$$y = \sqrt{64}$$
$$y = 8$$

b)

Dado:

$$5 \cdot y = 3 \cdot 4$$

Multiplicando os valores:

$$5y = 12$$

Isolando o y:

$$y = \frac{12}{5}$$
$$y = 2{,}4$$

EXERCÍCIO 3

Calcula h, m e n no triângulo retângulo.

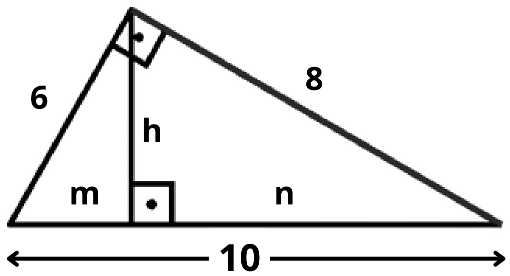


Imagem produzida no Canva

SOLUÇÃO

Dado:

$$10 \cdot h = 8 \cdot 6$$

Multiplicando os valores:

$$10h = 48$$

Isolando o h:

$$h = \frac{48}{10}$$
$$h = 4{,}8$$

Dado:

$$6^2 = 10 \cdot m$$

Elevando ao quadrado:

$$36 = 10m$$

Isolando o m:

$$m = \frac{36}{10}$$
$$m = 3{,}6$$

Dado:

$$8^2 = 10 \cdot n$$

Elevando ao quadrado:

$$64 = 10n$$

Isolando o n:

$$n = \frac{64}{10}$$
$$n = 6{,}4$$

EXERCÍCIO 4

Calcule h, b e c no triângulo retângulo.

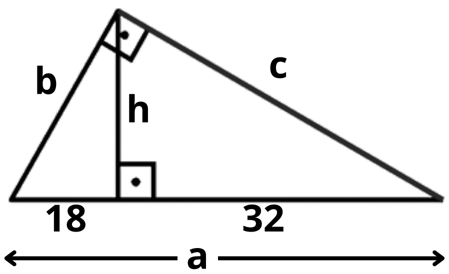


Imagem produzida no Canva

SOLUÇÃO

Dado:	**Dado:**	**Dado:**
$h^2 = 18 \cdot 32$	$b^2 = 50 \cdot 18$	$c^2 = 50 \cdot 32$
Multiplicando os valores:	**Multiplicando os valores:**	**Multiplicando os valores:**
$h^2 = 576$	$b^2 = 900$	$c^2 = 1600$
Extraindo a raiz quadrada:	**Extraindo a raiz quadrada:**	**Extraindo a raiz quadrada:**
$h = \sqrt{576}$	$b = \sqrt{900}$	$c = \sqrt{1600}$
$h = 24$	$b = 30$	$c = 40$

EXERCÍCIO 5

A figura mostra um edifício que tem 15 m de altura, com uma escada colocada a 8 m de sua base ligada ao topo do edifício. Qual é o comprimento da escada?

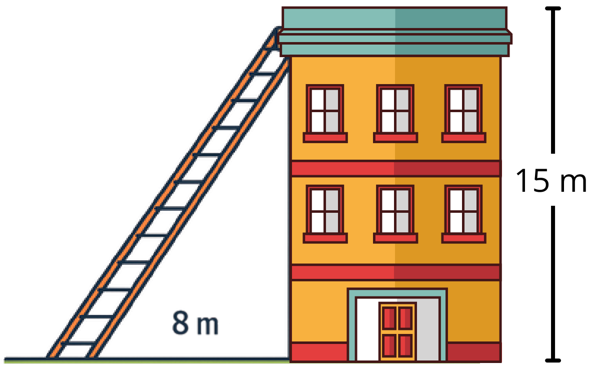


Imagem produzida no Canva

SOLUÇÃO

A situação forma um triângulo retângulo, onde:

- um cateto mede 15 m (altura do edifício)
- o outro cateto mede 8 m (distância da escada à base)
- a hipotenusa é o comprimento da escada, que chamamos de *h*.

Pelo Teorema de Pitágoras, temos:

$$h^2 = 8^2 + 15^2$$
$$h^2 = 64 + 225$$
$$h^2 = 289$$
$$h = \sqrt{289}$$
$$h = 17$$

Portanto, o comprimento da escada é 17 metros.

Material Extra

Utilize o livro didático para mais teoria e exercícios.

LIVROS DIDÁTICOS

Livro Teláris Essencial – Matemática – 9º ano

- Páginas: 168 a 182.

Livro A Conquista da Matemática – 9º ano

- Páginas: 206 a 220.

GEOGEBRA

Relações métricas no triângulo retângulo

Atividades

ATIVIDADE 1

Qual das alternativas abaixo representa corretamente a relação métrica mais conhecida no triângulo retângulo?

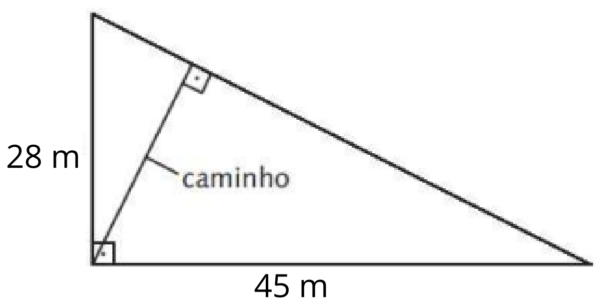
A) O Teorema de Pitágoras estabelece que a hipotenusa é igual à diferença dos catetos em um triângulo retângulo.
B) O Teorema de Pitágoras estabelece que a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da altura em um triângulo retângulo.
C) O Teorema de Pitágoras estabelece que o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos em um triângulo retângulo.
D) O Teorema de Pitágoras estabelece que a hipotenusa é igual à soma dos catetos em um triângulo retângulo.

ATIVIDADE 2

Considere um triângulo ABC, onde AB = 12cm, BC = 5cm e AC = 13cm. A partir dessas informações, demonstre que o triângulo ABC é um triângulo retângulo.

ATIVIDADE 3

Em uma praça com formato de triângulo retângulo, um caminho em linha reta será construído ligando um "vértice" a um de seus lados, conforme o esquema.



Desconsiderando a largura do caminho, calcule:
a) o comprimento do maior lado da praça.
b) o comprimento do caminho.
c) o perímetro da praça.

ATIVIDADE 4

Luís está confeccionando um barquinho de madeira para presentear seu filho. Para finalizar esse presente, ele precisa cortar um palito para usá-lo como mastro desse barquinho. O desenho abaixo apresenta o projeto feito por Luís.

Para fazer o mastro desse barquinho, Luís precisa de um palito com, no mínimo:

A) 3,91 cm
B) 4,80 cm
C) 4,57 cm
D) 5,57 cm

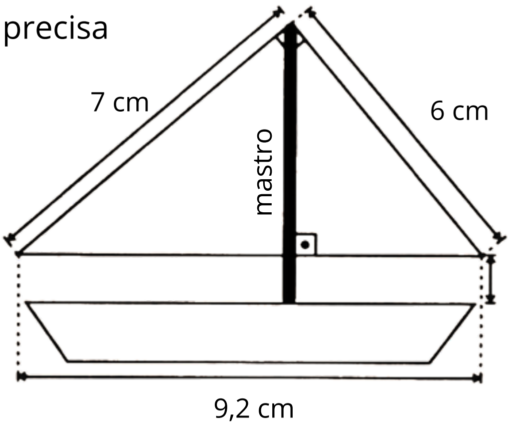


Imagem produzida no Canva

ATIVIDADE 5

Carlos é carpinteiro e confeccionou um portão com formato retangular, cujas medidas da altura e da largura estão apresentadas no esboço abaixo. Para reforçar a estrutura desse portão, Carlos colocará uma tábua na diagonal, conforme representado na figura abaixo. A medida do comprimento da tábua que Carlos precisa para reforçar esse portão é, no mínimo:

A) 7,84 m
B) 5,60 m
C) 3,50 m
D) 2,80 m

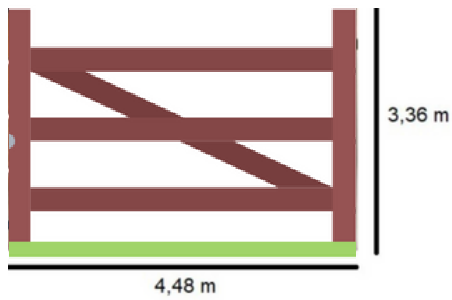
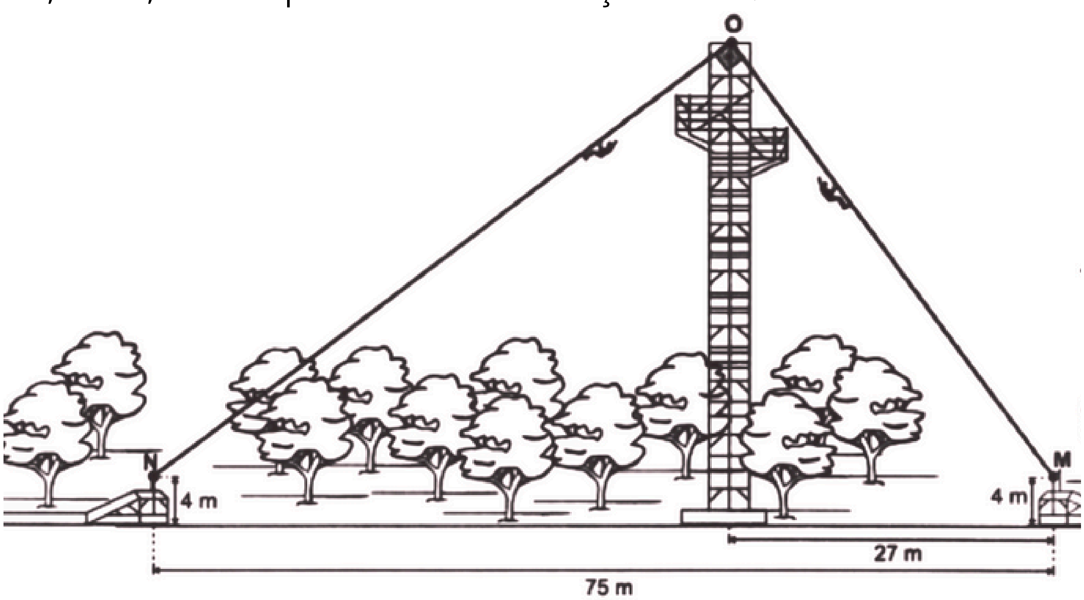


Imagem produzida no Canva

ATIVIDADE 6

(PAEBES-2019) Um engenheiro fez um esboço para a construção de duas tirolesas que terão seus cabos amarrados nas extremidades de três bases metálicas. Essas bases, foram construídas em solo plano, e suas extremidades, indicadas pelos pontos M, N e O, estão representadas no esboço ao lado.



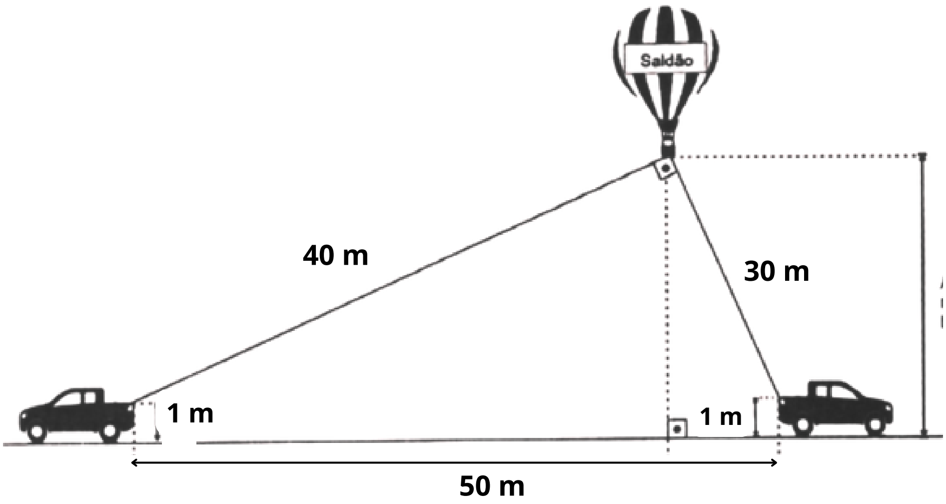
Qual é a altura da base metálica cuja extremidade está representada pelo ponto O nesse esboço?

A) 48 m
B) 40 m
C) 36 m
D) 32 m

ATIVIDADE 7

(PAEBES-2019-adaptada) Em um ponto de vendas itinerante, um balão está preso por dois cabos: um de 30 metros até a primeira caminhonete e outro de 40 metros até a segunda caminhonete. As caminhonetes estão estacionadas a 50 metros uma da outra. De acordo com a imagem a seguir, que representa essa disposição, a medida da altura máxima que o balão alcança em relação ao solo é:

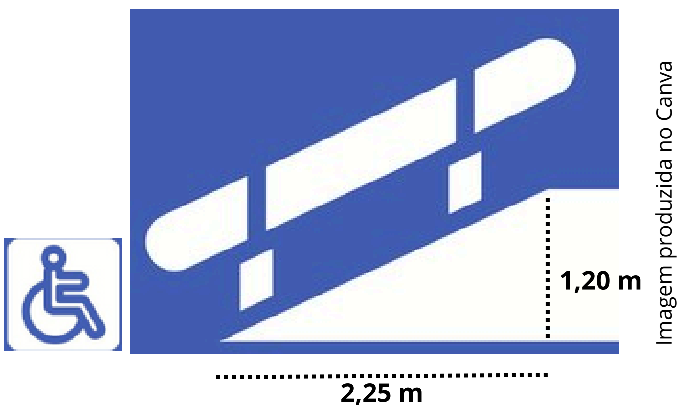
A) 23 m
B) 24 m
C) 25 m
D) 29 m



ATIVIDADE 8

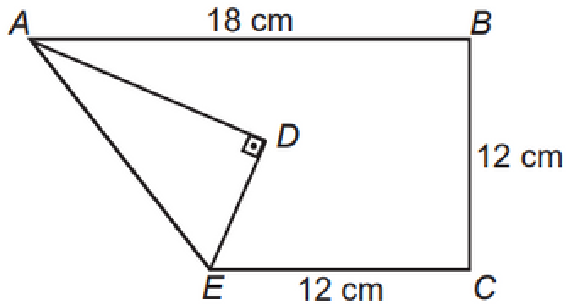
Durante a construção de uma rampa de acesso para cadeirantes, os engenheiros precisam garantir que a inclinação esteja de acordo com as normas de acessibilidade. Se a altura entre o solo e o ponto mais alto da rampa é de 1,20 metros e a distância horizontal que a rampa deve cobrir é de 2,25 metros, qual é o comprimento da rampa?

A) 2,55 metros
B) 2,70 metros
C) 3,00 metros
D) 3,45 metros



ATIVIDADE 9

(ENEM) Construir figuras de diversos tipos, apenas dobrando e cortando papel, sem cola e sem tesoura, é a arte do origami (ori = dobrar; kami = papel), que tem um significado altamente simbólico no Japão. A base do origami é o conhecimento do mundo por base do tato. Uma jovem resolveu construir um cisne usando a técnica do origami, utilizando uma folha retangular de papel de 18 cm por 12 cm. Assim, começou por dobrar a folha conforme a figura. Após essa primeira dobradura, a medida do segmento AE é



$A)2\sqrt{22}$

$B)6\sqrt{3}$

$C)12\sqrt{2}$

$D)6\sqrt{5}$

ATIVIDADE 10

O Teorema de Pitágoras é uma ferramenta matemática poderosa para resolver problemas envolvendo triângulos retângulos. Agora, é a sua vez de criar um problema!

1. Elabore um problema que envolva um triângulo retângulo no contexto do dia a dia. Você pode pensar em situações como: uma escada encostada em uma parede, a diagonal de um campo retangular, ou a distância entre dois pontos em um terreno.
2. Apresente os dados do problema, definindo claramente os comprimentos conhecidos dos lados do triângulo (catetos e/ou hipotenusa).
3. Resolva o problema aplicando o Teorema de Pitágoras e mostre os cálculos detalhadamente.
4. Interprete a resposta, explicando o significado do resultado dentro da situação proposta.

Dica: Lembre-se de que o Teorema de Pitágoras é dado por:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

onde **a** e **b** são os **catetos** e **c** é a **hipotenusa**.

Referências

ANDRINI, A. Praticando matemática - edição renovada - 9° ano - LA. Editora do Brasil, 2021.

BIANCHINI, E. Matemática Bianchini 9º ano: Manual do Professor. 10. ed. São Paulo, SP: Moderna, 2022.

GEOGEBRA. Relações métricas no triângulo retângulo – Aplicações. Disponível em: https://www.geogebra.org/m/rxFkgzu5. Acesso em: 8 abr. 2025.