GOVERNO DO ESTADO DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

Material Estruturado

SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL — GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

9º Ano | Ensino Fundamental Anos Finais

MATEMÁTICA

CIRCUNFERÊNCIA

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM	DESCRITOR(ES) DO PAEBES
EF07MA22 - Construir circunferências, utilizando compasso, reconhecê-las como lugar geométrico e utilizá-las para fazer composições artísticas e resolver problemas que envolvam objetos equidistantes. **EF09MA11** - Resolver problemas por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos na circunferência, fazendo uso, inclusive, de softwares de geometria dinâmica.	• Reconhecer circunferência/ círculo como lugares geométricos, seus elementos (centro, raio, diâmetro, corda, arco, ângulo central, ângulo inscrito). • Resolver problemas que envolvam relações entre os elementos de uma circunferência/círculo (raio, diâmetro, corda, arco, ângulo central, ângulo inscrito).	**D121_M** Reconhecer círculo/ circunferência, seus elementos e algumas de suas relações.

Caro(a) Professor(a),

Informamos que, a partir da Quinzena 14, o Material Estruturado incluirá todo o conteúdo relativo a esta quinzena, de modo a não haver mais duas capas e sintetizar o conteúdo em um único volume. Esperamos, assim, que essa mudança facilite o seu trabalho, planejamento e sua organização em sala de aula.

Contextualização


Imagem gerada por IA

Desde as civilizações mais antigas, a circunferência esteve presente no cotidiano das pessoas, seja na observação do Sol e da Lua, seja na construção de ferramentas e monumentos. Os egípcios e os babilônios, por exemplo, já utilizavam conhecimentos práticos sobre figuras circulares muito antes do surgimento da geometria formal.

A roda, uma das maiores invenções da humanidade, é baseada justamente na forma da circunferência e revolucionou o transporte, a agricultura e até a forma como os povos se relacionavam com o tempo e o espaço.

Com o passar dos séculos, estudiosos como Euclides, Arquimedes e Ptolomeu se aprofundaram nos estudos da geometria e desenvolveram conceitos importantes ligados à circunferência, como raio, diâmetro e ângulo central. Arquimedes, inclusive, foi um dos primeiros a tentar calcular de forma mais precisa o número π (pi), constante que relaciona o comprimento da circunferência com o seu diâmetro. Esses conhecimentos se tornaram fundamentais para áreas como engenharia, astronomia e arquitetura.

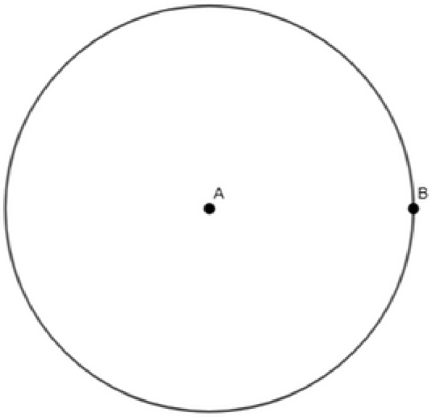
Nos dias de hoje, a circunferência continua sendo uma figura essencial tanto no campo teórico quanto prático. Podemos vê-la em objetos simples do nosso cotidiano, como moedas, pratos e tampas, mas também em contextos mais sofisticados, como no projeto de engrenagens, na construção de estruturas curvas e até no design de logotipos. Entender suas propriedades ajuda não só a resolver problemas matemáticos, mas também a desenvolver um olhar mais atento e crítico para o mundo ao nosso redor.

Nessa semana, estudaremos os principais elementos da circunferência: centro, raio, diâmetro, corda, arco, ângulo central e ângulo inscrito. Compreender o papel de cada um desses componentes será fundamental para interpretar e resolver situações geométricas com precisão. Prepare-se para construir, medir, comparar e aplicar esses conceitos de forma prática e dinâmica!

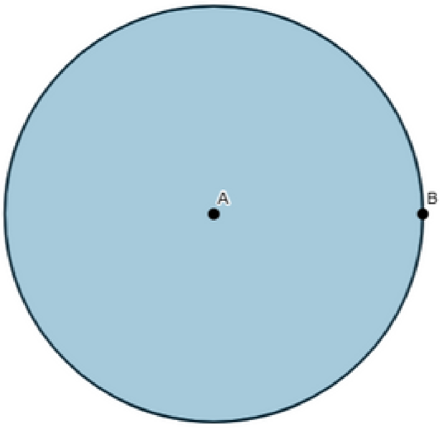
Conceitos e Conteúdos

CÍRCULO E CIRCUNFERÊNCIA

Uma linha fechada em um plano, formada por pontos equidistantes de um ponto fixo (centro) é chamada **circunferência**. Já a união da circunferência com todos os pontos em seu interior é chamada **círculo**.



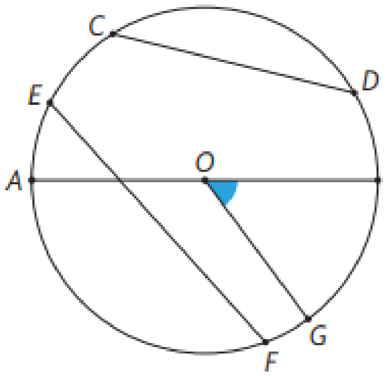
circunferência



círculo

ELEMENTOS DA CIRCUNFERÊNCIA

Na circunferência apresentada na imagem ao lado, podemos destacar os seguintes elementos.



Fonte: TEIXEIRA, 2022

- O centro O.
- Os pontos A, B, C, D, E, F e G são pontos da circunferência.
- O **raio** da circunferência é qualquer segmento de reta que une o centro da circunferência a um de seus pontos. Na imagem, os segmentos $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ e $\overline{OG}$ são exemplos de raio.
- A **corda** da circunferência é qualquer segmento de reta que une dois pontos distintos dela. Na imagem, os segmentos $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ e $\overline{EF}$ são exemplos de corda.
- O **diâmetro** da circunferência é qualquer corda que passa pelo centro da circunferência. Na imagem, $\overline{AB}$ é exemplo de um diâmetro.
- O **ângulo central** da circunferência é qualquer ângulo com vértice no centro e lados passando por pontos dessa circunferência. Na imagem, o ângulo $B\hat{O}G$ é um exemplo de ângulo central.

COMPRIMENTO DA CIRCUNFERÊNCIA

Um aluno irá realizar uma atividade prática em que deverá medir o comprimento de objetos com formato circular, como tampas, latas e pratos, utilizando uma fita métrica ou barbante. Após medir o comprimento da circunferência de cada objeto, a aluna comparou esse valor com o do respectivo diâmetro, dividindo um pelo outro. Ela observou que, independentemente do objeto escolhido, o quociente se aproximava de 3,14. Para visualizar melhor os resultados, organizou os dados abaixo, facilitando a análise e a identificação dessa relação constante.

Imagem gerada por IA

Objeto	Circunferência (C)	Diâmetro (D)	Razão (C/D)
Tampa de leite em pó	32,4 cm	10,3 cm	≈ 3,15
Panela	60,2 cm	19,2 cm	≈ 3,14
Relógio de parede	125,7 cm	40 cm	≈ 3,14
CD	37,7 cm	12 cm	≈ 3,14

A relação entre o comprimento de uma circunferência e o seu diâmetro é constante e corresponde a um número irracional representado pela letra grega π (pi). Essa proporção é a mesma em qualquer circunferência, o que nos permite expressá-la da seguinte forma:

$$\pi = \frac{C}{d} \quad \text{ou} \quad C = d \cdot \pi$$

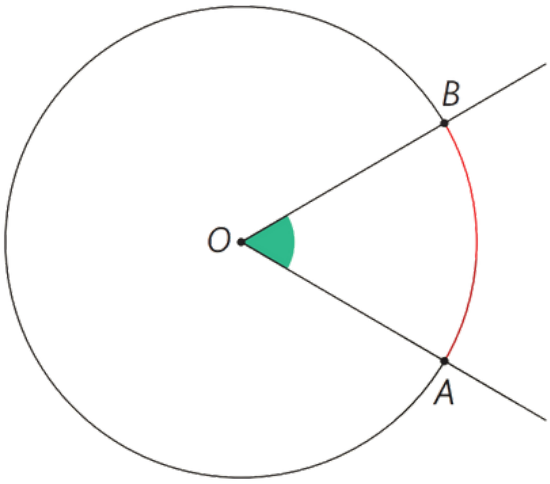
Como a medida do comprimento do diâmetro é o dobro da medida do comprimento do raio (d = 2r), temos:

$$C = 2r \cdot \pi \quad \text{ou} \quad C = 2\pi r$$

Com essa fórmula, podemos calcular o comprimento aproximado de qualquer circunferência a partir do seu diâmetro.

ÂNGULO CENTRAL

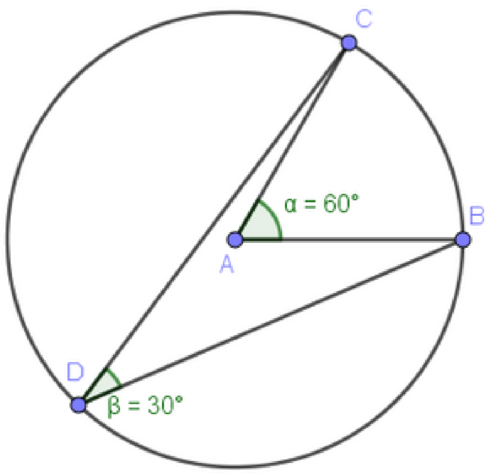
O ângulo central é aquele que tem o centro da circunferência como vértice. Na figura abaixo, o ângulo $A\hat{O}B$ é um exemplo de ângulo central, sendo formado pelos segmentos $\overline{OA}$ e $\overline{OB}$. Esse tipo de ângulo divide a circunferência em duas partes, chamadas arcos, cujas extremidades são os pontos A e B. O arco menor pode ser representado por $\overset{\frown}{AB}$. A medida do arco, em graus, corresponde à medida do ângulo central que o determina. Assim, no exemplo da figura, temos: med($\overset{\frown}{AB}$) = med($A\hat{O}B$)



Fonte: Adaptado de Texeira (2022)

ÂNGULO INSCRITO

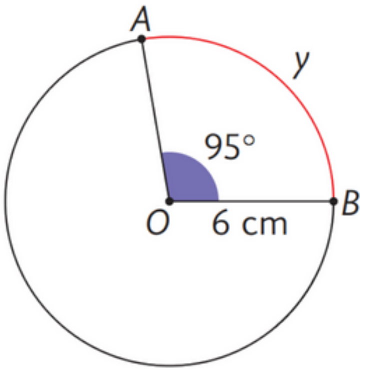
Utilizando o *GeoGebra*, um aluno construiu uma circunferência com centro no ponto A e formou um ângulo central $B\hat{A}C$ com medida de 60°. Em seguida, ele criou o ângulo $B\hat{D}C$, com vértice D localizado sobre a circunferência. Esse tipo de ângulo é conhecido como ângulo inscrito. O que podemos observar sobre a relação entre o ângulo central e o ângulo inscrito?



Se você respondeu que o ângulo inscrito mede a metade do ângulo central que subtende o mesmo arco, está correto!

COMPRIMENTO DO ARCO DE UMA CIRCUNFERÊNCIA

No exemplo a seguir, vamos calcular a medida do comprimento de um arco de circunferência determinado por um ângulo central. Observe os dados abaixo.



Fonte: TEIXEIRA, 2022

- O é o centro;
- 6 cm é a medida de comprimento do raio;
- 95° é a medida do ângulo central;
- y é a medida do comprimento do arco.

Antes de calcular a medida do comprimento y, calculamos inicialmente a medida do comprimento da circunferência. Considerando π = 3,14, temos:

$$C = 2\pi r$$
$$C = 2 \cdot 3,14 \cdot 6$$
$$C = 37,68\ cm$$

Depois, utilizando uma regra de três simples, é possível determinar o comprimento do arco da circunferência. Isso porque o comprimento do arco e a medida do ângulo central correspondente são grandezas diretamente proporcionais.

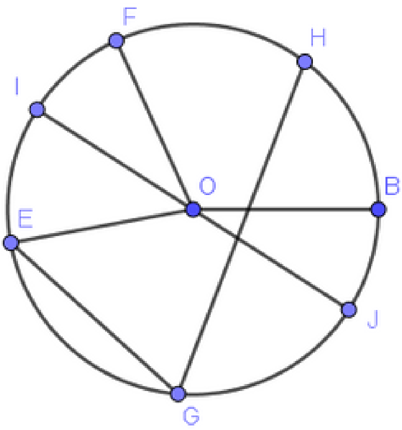
$$\frac{360}{95} = \frac{37{,}68}{y}$$
$$360 \cdot y = 95 \cdot 37{,}68$$
$$360y = 3579{,}60$$
$$y \approx 9{,}94$$

Sendo assim, o comprimento do arco é, aproximadamente, 9,94 cm.

Exercícios Resolvidos

EXERCÍCIO 1

A circunferência a seguir têm centro O.



a) Identifique e nomeie quatro raios.
b) Identifique e nomeie três cordas.
c) Identifique e nomeie um diâmetro.
d) Identifique e nomeie dois ângulos centrais.

SOLUÇÃO

Algumas possibilidades de respostas:

a) $\overline{OF}$, $\overline{OI}$, $\overline{OE}$ e $\overline{OB}$.

b) $\overline{IJ}$, $\overline{GH}$, $\overline{EG}$.

c) $\overline{IJ}$.

d) $E\hat{O}I$ e $B\hat{O}J$.

EXERCÍCIO 2

Responda a cada um dos itens a seguir:

a) Qual é o comprimento do diâmetro de uma circunferência cujo raio mede 5,6 cm?
b) Qual é o comprimento do raio de uma circunferência cujo diâmetro mede 18 cm?

SOLUÇÃO

a) Sabemos que o diâmetro é o dobro do raio:
d = 2 . r = 2 . 5,6 = 11,2 cm

b) Sabemos que o raio é a metade do diâmetro:
r = d ÷ 2 = 18 ÷ 2 = 9 cm

EXERCÍCIO 3

Em uma folha de cartolina retangular com dimensões de 30,2 cm de comprimento e 18,6 cm de largura, um estudante desenhou a maior circunferência possível dentro da folha. Qual é, em centímetros, a medida do raio dessa circunferência?

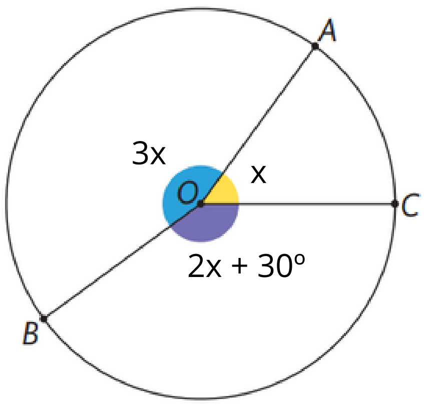
SOLUÇÃO

A maior circunferência possível dentro de um retângulo tem como diâmetro o valor da menor medida do retângulo. A menor medida da cartolina é 18,6 cm. Então, o diâmetro da circunferência é 18,6 cm. Agora, calculamos o raio:

raio = diâmetro ÷ 2
raio = 18,6 ÷ 2 = 9,3 cm

EXERCÍCIO 4

Na circunferência de centro O a seguir estão indicadas as medidas de três ângulos centrais. Calcule a medida de cada um deles em graus.



Fonte: Adaptado de Texeira (2022)

SOLUÇÃO

A soma de todos os ângulos centrais de uma circunferência é sempre igual a 360°. Com base nisso, podemos montar a seguinte equação:

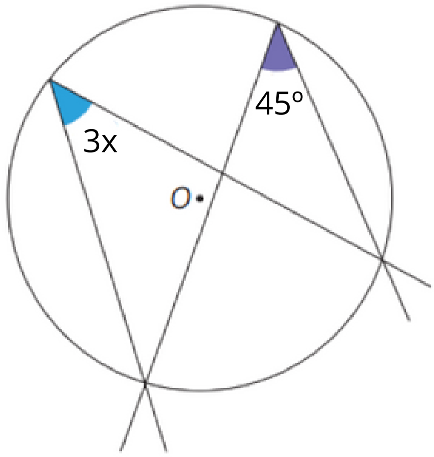
$$3x + 2x + 30^\circ + x = 360^\circ$$
$$6x + 30^\circ - 30^\circ = 360^\circ - 30^\circ$$
$$6x = 330^\circ$$
$$x = 55^\circ$$

$$3x = 3 \cdot 55^\circ = 165^\circ$$
$$2x + 30^\circ = 2 \cdot 55^\circ + 30^\circ = 140^\circ$$

Dessa forma, $A\hat{O}C = 55^\circ,\ B\hat{O}C = 140^\circ$ e $A\hat{O}B = 165^\circ$.

EXERCÍCIO 5

Calcule o valor de x na circunferência com centro em O, conforme a figura apresentada.



Fonte: Adaptado de Texeira (2022)

SOLUÇÃO

Se os dois ângulos inscritos interceptam o mesmo arco, então:

$$3x = 45^\circ$$

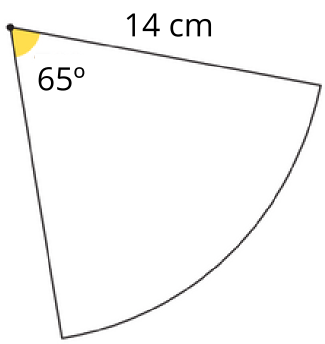
$$\frac{3x}{3} = \frac{45^\circ}{3}$$

$$x = 15^\circ$$

Portanto, com base na igualdade entre os ângulos inscritos que interceptam o mesmo arco, concluímos que o valor de x é 15°.

EXERCÍCIO 6

Calcule a medida do comprimento aproximado do arco apresentado a seguir.



Fonte: Adaptado de Texeira (2022)

SOLUÇÃO

Antes de calcular a medida do comprimento do arco (que chamaremos de y), calculamos a medida do comprimento da circunferência (considerando π = 3,14) e depois, utilizando uma regra de três simples, calculamos a medida do comprimento do arco.

$$C = 2\pi r$$

$$C = 2 \cdot 3,14 \cdot 14$$

$$C = 87,92\ cm$$

$$\frac{360}{65} = \frac{87{,}92}{y}$$

$$360 \cdot y = 65 \cdot 87{,}92$$

$$360y = 5714{,}80$$

$$y \approx 15{,}87$$

O comprimento aproximado do arco é 15,87 cm.

Material Extra

Utilize o livro didático para mais teoria e exercícios.

LIVROS DIDÁTICOS

Livro Teláris Essencial – Matemática – 9º ano

- Exercícios: 31 a 35 (p. 279)

Livro A Conquista da Matemática – 9º ano

- Exercícios: 1 a 4 (p. 136)
- Exercícios: 5 a 13 (p. 137)

GEOGEBRA

Sequência: Comprimento da Circunferência

PORTAL DA OBMEP

Circunferências

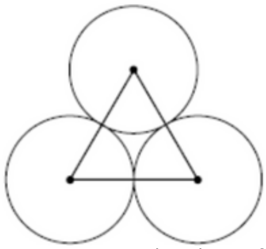
Atividades

ATIVIDADE 1

(PAEBES) O triângulo abaixo foi construído unindo-se os centros de três circunferências tangentes de 5 cm de raio.

Quanto mede cada lado desse triângulo?

A) 30 cm
B) 20 cm
C) 15 cm
D) 10 cm

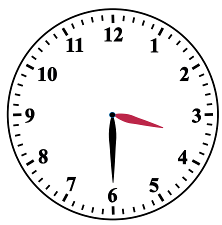


Fonte: D11 (9º ANO - Mat.) - Blog do Prof. Warles, 2025.

ATIVIDADE 2

Gabriel tem um compromisso às 15h30. Qual é a medida do menor ângulo entre os ponteiros das horas e dos minutos neste horário?

A) 75°
B) 90°
C) 60°
D) 45°



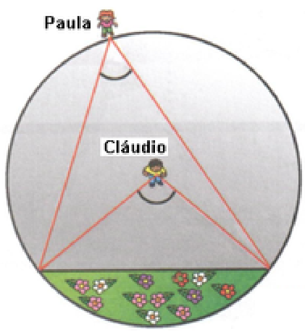
Design: Szkolne Inspiracje / Fonte: Canva

ATIVIDADE 3

Paula e Cláudio estão em pontos distintos de uma praça circular, observando o mesmo jardim, como mostra a figura.

Sobre a relação entre o ângulo central e o ângulo inscrito, podemos afirmar:

A) são iguais.
B) o ângulo central é dobro do ângulo inscrito.
C) o ângulo central é o triplo do ângulo inscrito.
D) o ângulo central é a metade do ângulo inscrito.



Fonte: D11 (9º ANO - Mat.) - Blog do Prof. Warles, 2025.

ATIVIDADE 4

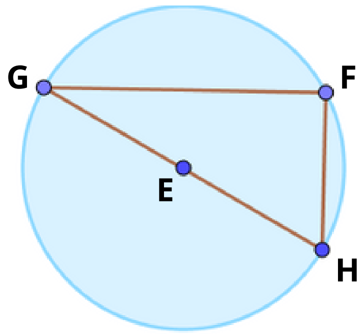
Durante uma atividade prática em um parque temático de matemática, os estudantes do 9º ano observaram uma maquete circular que representa um lago. Três estacas foram colocadas nos pontos F, G e H da borda do lago, formando o triângulo FGH, como mostrado na figura.

O monitor explicou que, neste triângulo:

- O ponto E representa o centro da circunferência.
- O segmento $\overline{GH}$ é um diâmetro do círculo.
- A medida do ângulo $F\hat{G}H = 34°$.

Com base nessas informações e nas propriedades da circunferência, qual é a medida do ângulo $F\hat{H}G$ no triângulo FGH?

A) 56°
B) 68°
C) 90°
D) 37°

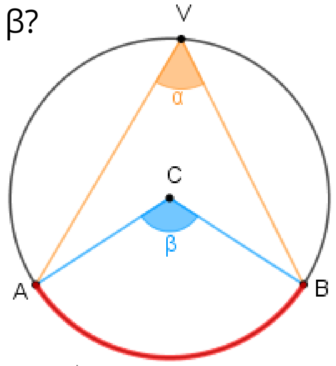


Fonte: Elaboração própria

ATIVIDADE 5

Durante uma aula de matemática, a professora mostrou a figura de uma circunferência onde o ponto C é o centro. Ela explicou que o ângulo α, formado fora do centro, é chamado de ângulo inscrito, e que ele intercepta o mesmo arco que o ângulo central β. Sabendo que α=40º, qual é o valor do ângulo β?

A) 40º
B) 60º
C) 80º
D) 100º

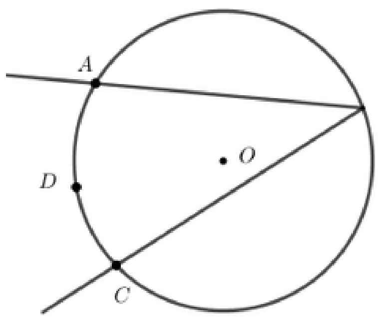


Fonte: CLUBES OBMEP, 2025

ATIVIDADE 6

OBMEP - Na figura, o ângulo $A\hat{B}C$ mede 76º. Calcule a medida angular do arco $\overset{\frown}{ADC}$.

A) 38º
B) 76º
C) 90º
d) 152º



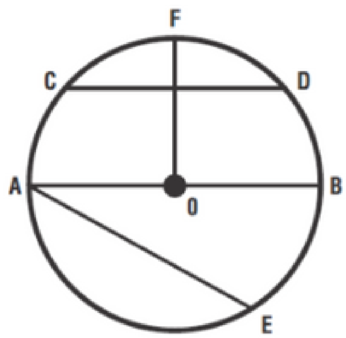
Fonte: CLUBES OBMEP, 2025

ATIVIDADE 7

Na aula de matemática, os alunos do 9º ano foram desafiados a montar um jogo de alvo utilizando uma circunferência. Para planejar o desenho no papel milimetrado, a professora Lilian pediu que identificassem corretamente os elementos que compõem a figura do alvo.

Ela marcou o centro como ponto O e desenhou os segmentos $\overline{CD}$, $\overline{AB}$ e $\overline{OF}$ como mostra a imagem.

Com base na posição desses segmentos em relação à circunferência, qual é a classificação correta para $\overline{CD}$, $\overline{OF}$ e $\overline{AB}$, nessa ordem?



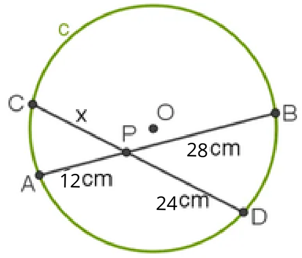
Fonte: D11 (9º ANO - Mat.) - Blog do Prof. Warles, 2025.

A) corda, raio e diâmetro
B) diâmetro, raio e corda
C) raio, corda e diâmetro
D) corda, diâmetro e raio

ATIVIDADE 8

Determine o valor de x na imagem ao lado:

A) 56 cm
B) 16 cm
C) 14 cm
D) 8 cm



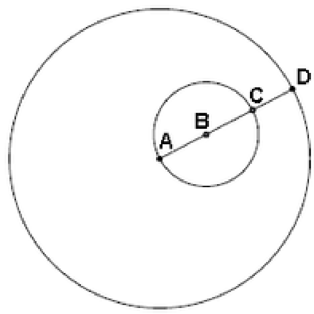
Fonte: Mundo Educação, 2025.

ATIVIDADE 9

Na figura, o ponto B é o centro da circunferência menor, de raio 2,25 cm. O segmento $\overline{AD}$ intercepta duas circunferências e passa por B. Sabe-se que o ponto D pertence à circunferência maior, de raio 8,1 cm.

Com base nessas informações, qual é o comprimento do segmento $\overline{CD}$?

A) 2,25 cm
B) 3,6 cm
C) 4,5 cm
D) 5,85 cm

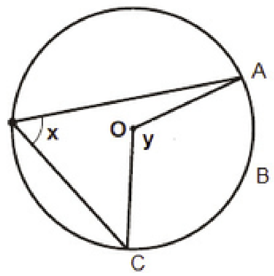


Fonte: D11 (9º ANO - Mat.) - Blog do Prof. Warles, 2025.

ATIVIDADE 10

Na figura, o ponto O é o centro da circunferência. Sabendo que x mede 35º, quanto mede o arco $\overset{\frown}{ABC}$?

A) 35º
B) 70º
C) 90º
D) 105º



Fonte: Blog do Enem

Referências

MATERIAL ESTRUTURADO

BIANCHINI, E. Matemática Bianchini 8º ano: Manual do Professor. 10. ed. São Paulo, SP: Moderna, 2022.

BIANCHINI, E. Matemática Bianchini 9º ano: Manual do Professor. 10. ed. São Paulo, SP: Moderna, 2022.

DANTE, L. R. Teláris Essencial: Matemática 9º ano (ALUNO). SÃO PAULO, SP: Editora Ática S.A, 2022.

GEOGEBRA. SEQUÊNCIA: Comprimento da Circunferência. Disponível em: https://www.geogebra.org/m/t2ezg4rc. Acesso em: 25 abr. 2025.

GIOVANNI JÚNIOR, J. R. A Conquista Matemática 9o Ensino Fundamental – Anos Finais. São Paulo, SP: Editora FTD, 2022.

INSTITUTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA. Circunferências. Portal da OBMEP. Disponível em: https://portaldaobmep.impa.br/index.php/modulo/ver?modulo=30. Acesso em: 25 abr. 2025.

Referências

ATIVIDADES

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Matrizes de referência de matemática do Saeb – BNCC. Brasília, 2022.

BLOG DO ENEM. Ângulos na circunferência: matemática no ENEM. Blog do Enem, [data de publicação]. Disponível em: https://blogdoenem.com.br/angulos-na-circunferencia-matematica-enem/. Acesso em: 19 abr. 2025.

CLUBES OBMEP. Ângulo central e ângulo inscrito – Problemas. Disponível em: http://clubes.obmep.org.br/blog/angulo-central-e-angulo-inscrito-problemas/. Acesso em: 19 abr. 2025.

MUNDO EDUCAÇÃO. Relações métricas na circunferência: relação entre cordas. 2025. Disponível em: https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/relacoes-metricas-na-circunferencia-relacao-entre-cordas.htm. Acesso em: 30 abr. 2025.

NOVA ESCOLA. Triângulo retângulo inscrito na circunferência – Plano de aula. Disponível em: https://novaescola.org.br/planos-de-aula/fundamental/9ano/matematica/triangulo-retangulo-inscrito-na-circunferencia/1454. Acesso em: 19 abr. 2025.

Orientações curriculares. Currículo ES, 2024. Disponível em: https://curriculo.sedu.es.gov.br/curriculo/orientacoescurriculares/. Acesso em: 10 fev. 2025.

SILVA, Warles. Questões por descritor. Disponível em: https://profwarles.blogspot.com/2013/05/questoes-por-descritor.html. Acesso em: 19 abr. 2025.

WARLES, Prof. D11 (9º ANO - Mat.) - Blog do Prof. Warles. [S.l.]: Google Docs, [s.d.]. Disponível em: https://docs.google.com/document/d/1zAFKnm4xdH4K5dzf9VAGiRXUmHaZEE1M/edit. Acesso em: 30 abr. 2025.