conexões matemáticas

QUINZENA
19
13/10 a 24/10

SEDU - 2025

GOVERNO DO ESTADO
DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

Material Estruturado

SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL

GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

1ªSérie | Ensino Médio

MATEMÁTICA

ARCOS E ÂNGULOS

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM	DESCRITOR(ES) DO PAEBES
EF09MA11 Resolver problemas por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos na circunferência, fazendo uso, inclusive, de softwares de geometria dinâmica.	• Identificar e diferenciar arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos na circunferência. • Compreender as relações matemáticas entre arcos e ângulos. • Resolver problemas envolvendo cálculo de medidas de arcos e ângulos a partir das relações entre eles. • Resolver problemas envolvendo comparação de ângulos inscritos que interceptam o mesmo arco ou arcos diferentes.	***D121_M*** Reconhecer círculo/circunferência, seus elementos e algumas de suas relações.

Caro(a) Professor(a),

Informamos que, a partir da Quinzena 14, o Material Estruturado incluirá todo o conteúdo relativo a esta quinzena, de modo a não haver mais duas capas e sintetizar o conteúdo em um único volume. Esperamos, assim, que essa mudança facilite o seu trabalho, planejamento e sua organização em sala de aula.

Contextualização

Você já imaginou como diferentes culturas ao redor do mundo conseguiam se orientar no mar, muito antes da invenção do GPS? Povos navegadores como os polinésios, os árabes, os gregos e os portugueses desenvolveram técnicas engenhosas de orientação baseadas na observação do céu. Eles utilizavam a posição do Sol e das estrelas, além de instrumentos como o astrolábio, que permitia calcular ângulos com precisão para determinar a posição no mapa.

Astrolábio
Design: Getty Images/ Fonte: Canva

O astrolábio foi aperfeiçoado durante o período das Grandes Navegações (séculos XV e XVI), principalmente por navegadores portugueses e árabes, e permitia medir a altura de astros em relação ao horizonte. Esses dados angulares ajudavam a calcular a latitude do ponto em que o navio se encontrava.

Para isso, era fundamental o domínio de conceitos geométricos como ângulos centrais, ângulos inscritos e arcos de circunferência.

Sextante
Design: Marynistyka/ Fonte: Canva

Mais tarde, o sextante foi criado para medir com mais precisão os ângulos formados entre o horizonte e um corpo celeste, permitindo determinar a latitude em alto-mar.

Esses instrumentos, criados e usados por culturas distintas, são exemplos claros de como a diversidade cultural impulsionou o desenvolvimento científico e tecnológico, especialmente na navegação. Assim compreender a relação entre arcos e ângulos é uma habilidade essencial não apenas na Matemática, mas também na história da humanidade, especialmente em períodos como as Grandes Navegações.

Neste material, vamos estudar os diferentes tipos de ***ângulos*** relacionados à ***circunferência***, como ***ângulos centrais e inscritos***, bem como os ***arcos*** que eles determinam, e suas relações.

Bons estudos!

Referências

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. Matemática em contextos . Volume 3. São Paulo: Ática, 2020

BONJORNO, Giovanni Jr.; CÂMARA, Paulo. Prisma: matemática – geometria . São Paulo: FTD, 2020.

KHAN ACADEMY. Como calcular medidas de arcos. Disponível em: https://pt.khanacademy.org/math/recomposicao-da-aprendizagem-3-serie-parana/x2fdf8b118084f869:1-trimestre-semana-6-a-9/x2fdf8b118084f869:untitled-84. Acesso em: 05 junho. 2025.

KHAN ACADEMY. Medindo arcos. Disponível em: https://pt.khanacademy.org/math/2-serie-em-mat-sp/x308dd140681488ca:1 bimestre-2025/x308dd140681488ca:aula-12-arcos-e-angulos-numa circunferencia/a/medindo-arcos. Acesso em: 05 junho. 2025.

KHAN ACADEMY. Ângulos inscritos . Disponível em: https://pt.khanacademy.org/math/2-serie-em-mat-sp/x308dd140681488ca:1 bimestre-2025/x308dd140681488ca:aula-12-arcos-e-angulos-numa circunferencia/a/medindo-arcos. Acesso em: 05 junho. 2025.

PORTAL DA MATEMÁTICA OBMEP. Arcos e Ângulos - Aula 01. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=RD7ACKQiLUo. Acesso em: 05 jun. 2025.

CONEXÕES MATEMÁTICAS SEDU - 2025

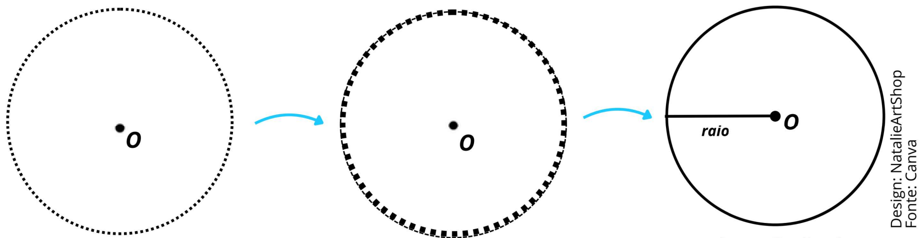
Conceitos e Conteúdos

ARCOS DE CIRCUNFERÊNCIA

Para iniciarmos, iremos relembrar alguns conceitos.

O que é circunferência?

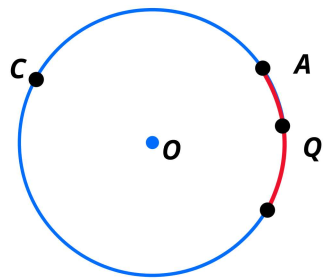
A circunferência é uma figura geométrica plana formada por todos os pontos que estão à mesma distância de um ponto fixo chamado **centro**.



circunferência

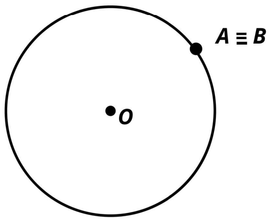
- Esse ponto ***O*** é considerado o centro da circunferência, pois todos os pontos que pertencem à circunferência estão na mesma distância do ponto ***O***. Essa distância é chamada de ***raio*** da circunferência.

- ***Arco de uma circunferência*** é uma parte do comprimento de uma circunferência que é delimitado por dois pontos quaisquer que pertencem à circunferência. Considere uma circunferência de centro ***O*** e com A e B pontos pertencentes a essa circunferência. Veja como é feita essa representação:

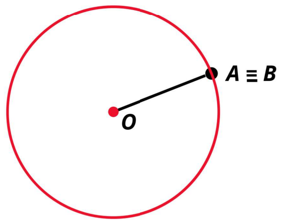


- Os pontos A e B determinam dois arcos de circunferência que podem ser indicado por $\overset{\frown}{AB}$. Na imagem, o arco azul e vermelho.
- Podemos inserir um ponto entre as extremidades A e B , no caso Q e C, e usar a notação $\overset{\frown}{AQB}$ (arco vermelho) e $\overset{\frown}{ACB}$ (arco azul).

- Se as extremidades A e B coincidem, um dos arcos fica reduzido a um ponto e o outro é a própria circunferência. Esses são chamados de ***arco nulo*** e ***arco de uma volta.***
- Quando as extremidades correspondem as extremidades de um diâmetro, teremos duas ***semicircunferências*** ou ***arcos de meia volta***.

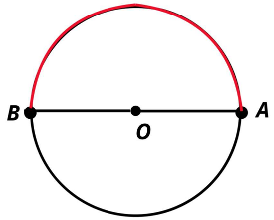


Arco nulo



Arco de uma volta

Design: NatalieArtShop / Fonte: Canva



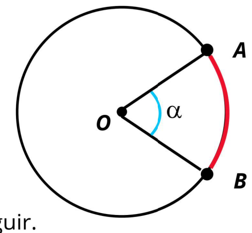
Arcos de meia volta ou semicircunferências

ÂNGULO CENTRAL

Um ângulo central é aquele cujo vértice está no centro da circunferência e cujos lados são dois raios que alcançam pontos da borda (pontos da circunferência). Assim, todo arco de circunferência tem um ângulo central que o subtende.

Na figura abaixo, AÔB é o ângulo central correspondente ao arco $\overset{\frown}{AB}$.

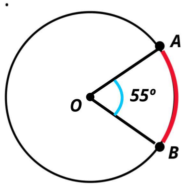
Além disso, med (AÔB) = α .



Design: NatalieArtShop / Fonte: Canva

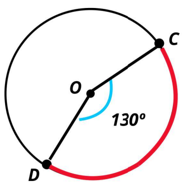
Veja alguns exemplos a seguir.

a) O ângulo central AÔB indicado mede 55°.



med (AÔB) = 55°

b) O ângulo central CÔD indicado mede 130°.



med (CÔD) = 130°

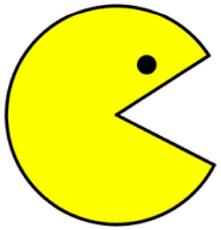
ATIVIDADE 9

Uma circunferência C1 possui um arco de 45° com o mesmo comprimento de um arco de 30° de uma outra circunferência C2. Se R1 é o raio de C1 e R2 é o raio de C2, então qual é a razão entre R2 e R1?

a) 0,5
b) 1,0
c) 1,5
d) 2,0
e) 2,5

ATIVIDADE 10

No jogo eletrônico Pac-Man, o personagem principal é descrito por uma cabeça redonda com uma boca que abre e fecha, seguidamente, para comer pastilhas espalhadas em labirintos. Observe que, com a boca aberta, o corpo do personagem fica descrito por um setor circular. A figura mostra um Pac-Man definido por um círculo de raio 1cm e com a boca aberta segundo um ângulo de 60°.



Fonte: clubes.obmep.org.br

Qual é o comprimento aproximado, em centímetros, do contorno da região amarela que dá forma ao corpo do personagem mostrado na figura? (Use $\pi = 3$)

a) 4 cm
b) 5 cm
c) 6 cm
d) 7 cm
e) 8 cm

ATIVIDADE 6

Uma fonte circular tem raio de 5 metros. Um jardineiro posiciona mangueiras ao redor de um arco que corresponde a 72° do círculo completo, contornando parte da borda da fonte. Qual é o comprimento aproximado desse arco? (Use π = 3,14)

a) 5,5 m
b) 6,3 m
c) 7,1 m
d) 8,5 m
e) 10,0 m

ATIVIDADE 7

Durante uma prova de ciclismo, os atletas percorrem um circuito circular com raio de 100 metros. Em uma das voltas, um ciclista percorreu exatamente um setor circular de 150°. Qual foi, aproximadamente, o comprimento do arco percorrido por esse ciclista nessa volta parcial?

a) 260 metros
b) 261 metros
c) 262 metros
d) 263 metros
e) 264 metros

ATIVIDADE 8

Na sala da escola há um antigo relógio de parede com um pêndulo decorativo. O fio do pêndulo mede 50 cm de comprimento. Quando o relógio dá corda, o pêndulo balança e seu movimento vai de um lado ao outro, descrevendo um arco de 26 cm entre dois pontos extremos. Qual é, aproximadamente, a amplitude angular do movimento desse pêndulo?

a) 30°
b) 45°
c) 60°
d) 90°
e) 120°

MEDIDA E COMPRIMENTO DE ARCOS DE CIRCUNFERÊNCIA

Os arcos de circunferências têm duas características importantes:

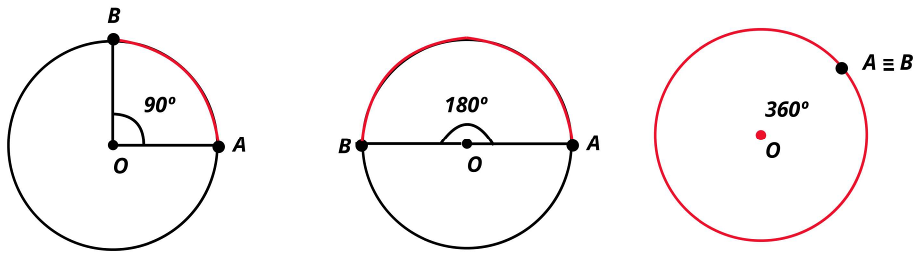
- a ***medida do arco***, que se refere ao ângulo que ele representa no círculo (em graus);
- o ***comprimento do arco***, que é a medida da curva em unidades de comprimento (cm, m, etc.).

Vamos entender melhor cada uma dessas ideias:

Medida de um arco

A medida angular de um arco é o valor do ângulo central correspondente àquele trecho da circunferência. Veja os exemplos:

- Se um arco representa um quarto da circunferência, sua medida é 90°.
- Um arco semicircular (meia circunferência) mede 180°.
- Um arco completo (circunferência inteira) mede 360°.



med (AÔB) = 90º ***med (AÔB) = 180º*** ***med (AÔB) = 360º***

Design: NatalieArtShop / Fonte: Canva

A medida linear de um arco é o comprimento ao longo do arco, ou seja, a medida de uma extremidade à outra. No caso das imagens acima , seria o comprimento das linhas vermelhas.

CALCULANDO O COMPRIMENTO DE ARCOS DE CIRCUNFERÊNCIA

O comprimento de um arco é uma parte proporcional do comprimento total da circunferência.

A fórmula geral é:

$$\text{Comprimento do arco} = \frac{\theta}{360} \cdot 2\pi r$$

O comprimento do arco é calculado proporcionalmente ao comprimento da circunferência.

Onde:

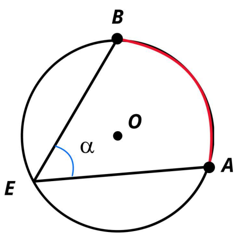
- θ é a medida do arco em graus (ou do ângulo central correspondente),
- r é o raio da circunferência,
- 2πr é o comprimento total da circunferência.

Vamos ao exemplo:
Calcular o comprimento de um arco de 60° em uma circunferência de raio 5 cm:

$$\text{Comprimento do arco} = \frac{60}{360} \cdot 2\pi \cdot 5 = \frac{1}{6} \cdot 10\pi = \frac{10\pi}{6} \approx 5{,}24 \text{ cm}$$

ÂNGULOS INSCRITOS NA CIRCUNFERÊNCIA

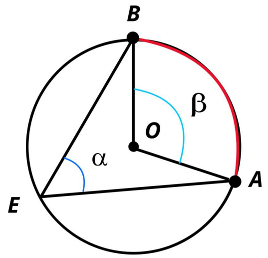
Um ***ângulo inscrito*** é aquele cujo vértice está na borda da circunferência e cujos lados também interceptam a circunferência. Esse ângulo intercepta um arco, e sua medida é igual à metade da medida do arco interceptado.



Design: NatalieArtShop / Fonte: Canva

O ângulo AÊB é um angulo inscrito na circunferência sua medida é med(AÊB) = α .

Propriedade: *A medida do ângulo inscrito equivale à metade da medida do arco formado por seus lados.*



Design: NatalieArtShop / Fonte: Canva

$$\alpha = \frac{med\,(AOB)}{2}$$

Exemplo:
Se o arco interceptado mede 80°, o ângulo inscrito correspondente mede: $\frac{80^\circ}{2} = 40^\circ$.

Comparação entre ângulos inscritos

Se dois ou mais ângulos inscritos interceptam o mesmo arco, eles têm a mesma medida, pois dependem diretamente da medida do arco. Além disso:

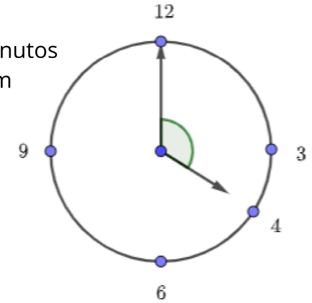
- Se os ângulos interceptam arcos de mesma medida, então os ângulos também são iguais.
- Se um ângulo intercepta um arco maior do que outro, então ele também será maior.

ATIVIDADE 3

Em uma praça, há uma fonte circular com três pontos iluminados por refletores posicionados nos pontos A, B e C, dispostos na borda da fonte. À noite, os refletores A e C projetam luz em direção ao ponto B, formando o ângulo $A\hat{B}C$. O centro da fonte é o ponto O, e a medida do ângulo $A\hat{B}C$ foi calculada como 35°. Sabendo que esse é um ângulo inscrito que intercepta o arco AC, qual é a medida desse arco?
a) 35°
b) 70°
c) 105°
d) 140°
e) 175°

ATIVIDADE 4

A professora Luana levou para a sala um relógio de parede antigo, com formato circular, para poder explicar ângulos aos seus alunos. Pouco antes do recreio, no turno vespertino, o relógio marcava exatamente 4 horas (o ponteiro das horas aponta para o número 4 e o dos minutos para o número 12). Sabendo que os ponteiros formam um ângulo central (com vértice no centro do relógio), qual é a medida do arco compreendido entre os dois ponteiros?



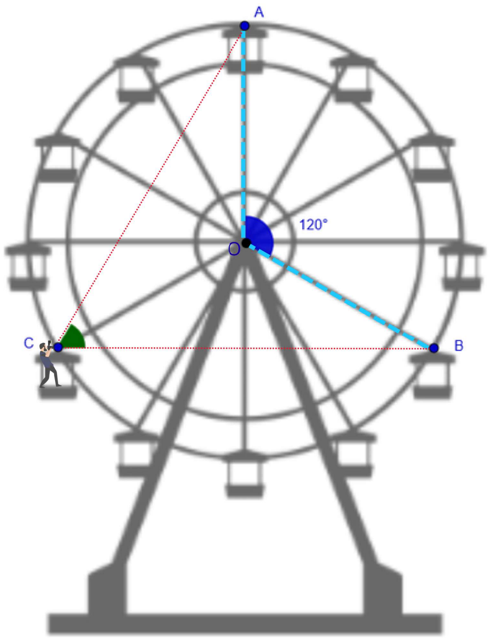
a) 30°
b) 60°
c) 90°
d) 120°
e) 150°

ATIVIDADE 5

Uma pista de atletismo tem formato circular, com raio igual a 20 metros. Um atleta corre sobre um trecho da pista que corresponde a um arco de 90°. Qual é o comprimento aproximado desse trecho percorrido pelo atleta? (Use π = 3,14)
a) 31,4 m
b) 28,2 m
c) 25,0 m
d) 22,5 m
e) 30,0 m

ATIVIDADE 2

Em uma roda-gigante circular de um parque de diversões, três cabines estão localizadas nos pontos A, B e C da borda da roda. O centro da roda é o ponto O. Os visitantes observaram que a cabine A está exatamente no topo da roda, e a cabine B está a 120° de A, em sentido horário. Um fotógrafo está na cabine C, localizada na borda da roda, e tirou uma foto que enquadra as cabines A e B. O ângulo formado na foto é o ângulo $A\hat{C}B$.



Qual é a medida do ângulo $A\hat{C}B$?

a) 30°
b) 45°
c) 60°
d) 90°
e) 120°

Exercícios Resolvidos

EXERCÍCIO 1

Uma pista circular tem 30 metros de raio. Um atleta corre ao longo de um arco que corresponde a 120° da circunferência. Use π ≈ 3,14
Qual é o comprimento desse arco percorrido pelo atleta?

Solução:
Sabemos que: θ = 120° e r = 30m.
Usamos a fórmula: $\text{Comprimento do arco} = \frac{\theta}{360} \cdot 2\pi r$

Substituindo:

$$\text{Comprimento} = \frac{120}{360} \cdot 2\pi \cdot 30 = \frac{1}{3} \cdot 60\pi = 20\pi$$

Aproximando π ≈ 3,14, temos que 20π ≈ 20 · 3,14 = 62,8m.

Portanto, o comprimento do arco percorrido é de aproximadamente 62,8 metros.

EXERCÍCIO 2

O comprimento de um arco de uma roda é 15,7 cm e o raio da roda é 5 cm. Qual é a medida do ângulo central correspondente a esse arco?

Solução:
Usamos a fórmula do comprimento do arco: $\text{Comprimento do arco} = \frac{\theta}{360} \cdot 2\pi r$

1. Substituímos os valores conhecidos:

$$15{,}7 = \frac{\theta}{360} \cdot 2\pi \cdot 5$$

$$15{,}7 = \frac{\theta}{360} \cdot 10\pi$$

Aproximando π ≈ 3,14

$$15{,}7 = \frac{\theta}{360} \cdot 31{,}4$$

2. Multiplicamos ambos os lados por 360:

$$15{,}7 \cdot 360 = \theta \cdot 31{,}4$$

$$5652 = \theta \cdot 31{,}4$$

$$\theta = \frac{5652}{31{,}4} \approx 180^\circ$$

Logo, a medida do ângulo central correspondente ao arco é de 180°.

Material Extra

LIVRO PRISMA MATEMÁTICA-
GEOMETRIA E TRIGONOMETRIA

- Para consolidação da habilidade EF09MA11 sugerimos os conteúdos e as atividades das página: 93 e 94.

ASSISTA AOS VÍDEOS E REALIZE AS ATIVIDADES APONTANDO O CELULAR PARA O QR CODE ABAIXO OU CLIQUE NO BOTÃO.

Medindo arcos

Como calcular medidas de arcos

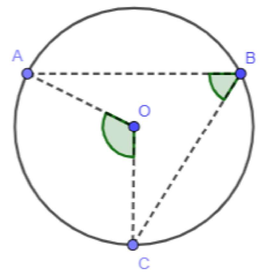
Ângulos inscritos

Arcos e Ângulos - Aula 01

Atividades

ATIVIDADE 1

Durante o Festival das Lanternas em uma cidade, foram instaladas luzes em formato circular na praça central. Um engenheiro responsável pela iluminação colocou três refletores na borda de uma dessas estruturas circulares, marcando os pontos A, B e C. Os refletores em A e C iluminam diretamente o ponto B, formando o ângulo $A\hat{B}C$.



Sabendo que o centro da estrutura circular é o ponto O, e que o ângulo $A\hat{O}C$ também foi medido, responda: Qual das afirmações a seguir é correta em relação aos ângulos citados?

a) $A\hat{B}C$ é um ângulo central, pois está no centro da circunferência.
b) $A\hat{O}C$ é um ângulo inscrito, pois tem o vértice na circunferência.
c) $A\hat{B}C$ é um ângulo inscrito e mede a metade do arco AC.
d) $A\hat{O}C$ é um ângulo inscrito e mede o dobro do arco AB.
e) Ambos os ângulos $A\hat{O}C$ e $A\hat{B}C$ são inscritos, pois seus lados tocam a circunferência.