Referências

MATERIAL ESTRUTURADO

IEZZI, Gelson. **Fundamentos de matemática elementar, 3:** trigonometria: 506 exercícios propostos com resposta, 167 testes de vestibulares com resposta. 9 ed., São Paulo: Atual, 2013.

ATIVIDADES

INEP – INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA. Ministério da Educação. **Enem 2015 - Exame Nacional do Ensino Médio 2015:** 2º dia. Brasília: INEP, 2015. Disponível em: https://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2015/2015_PV_impresso_D2_CD5.pdf. Acesso em: 26 jun. 2025.

IEZZI, Gelson. **Fundamentos de matemática elementar, 3:** trigonometria: 506 exercícios propostos com resposta, 167 testes de vestibulares com resposta. 9 ed., São Paulo: Atual, 2013.

QUINZENA 19
13/10 a 24/10

GOVERNO DO ESTADO DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

Material Estruturado

SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL
GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

3ª Série | Ensino Médio

MATEMÁTICA

FUNÇÃO SENO

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM	DESCRITOR(ES) DO PAEBES
(EM13MAT306) Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos, entre outros) e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria.	• Associar a um ponto P na circunferência trigonométrica um triângulo retângulo definido pelo ponto P, pela projeção do ponto P sobre o eixo x, o ponto (0,0). • Calcular o seno do arco AP, considerando o triângulo retângulo definido pelo ponto P, pela projeção do ponto P sobre o eixo y, o ponto (0,0). • Reconhecer que o seno de alfa pode ser definido pela ordenada do ponto P. • Determinar valores para o seno de ângulos de 0°, 90°, 180°, 270° e 360°, bem como de arcos côngruos a eles. • Determinar valores para o seno em todos os quadrantes, utilizando inclusive o processo de redução ao primeiro quadrante. • Analisar a função seno, considerando o domínio, o contradomínio e a imagem. • Analisar o gráfico da função seno, considerando o período e a amplitude. • Reconhecer que a função seno pode ser utilizada para modelar fenômenos periódicos reais. • Resolver problemas envolvendo a função seno.	D051_M Resolver problema que envolva razões trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno, tangente). D126_M Identificar gráficos de funções trigonométricas (seno, cosseno, tangente) reconhecendo suas propriedades.

Caro(a) Professor(a),

Informamos que, a partir da Quinzena 14, o Material Estruturado incluirá todo o conteúdo relativo a esta quinzena, de modo a não haver mais duas capas e sintetizar o conteúdo em um único volume. Esperamos, assim, que essa mudança facilite o seu trabalho, planejamento e sua organização em sala de aula.

Contextualização

Na quinzena anterior demos início ao estudo da trigonometria abordando sobre a circunferência trigonométrica. Em outros momentos você já estudou a trigonometria no triângulo retângulo, bem como as leis dos senos e cossenos.

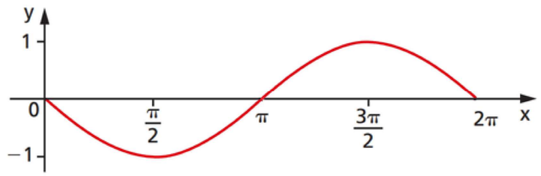
Ao considerarmos a circunferência trigonométrica, o seno pode ser entendido para além do triângulo retângulo. Na lei dos senos, visto em materiais anteriores, o valor do seno de um ângulo era fornecido. A partir deste material você poderá determinar o valor do seno de qualquer ângulo tendo como base as informações dos ângulos de 0° a 90°.

Veremos, também nesta quinzena, o seno como uma função e isso ajudará a descrever eventos periódicos do nosso dia a dia, como a variação da temperatura, correntes elétricas, ciclos cardíacos e movimento das marés.

Bons estudos!

ATIVIDADE 9

Assinale a alternativa que representa a curva do gráfico abaixo.



Fonte: Iezzi (2013)

a) $f(x) = 1 - \text{sen}(x)$

b) $f(x) = -2 + \text{sen}(x)$

c) $f(x) = 2 \cdot \text{sen}(x)$

d) $f(x) = -\text{sen}(x)$

e) $f(x) = -1 - \text{sen}(x)$

ATIVIDADE 7

(Enem 2015) Um técnico precisa consertar o termostato do aparelho de ar-condicionado de um escritório, que está desregulado. A temperatura T, em graus Celsius, no escritório, varia de acordo com a função

$$T(h) = A + B \cdot \text{sen}\left[\frac{\pi}{12}(h - 12)\right]$$

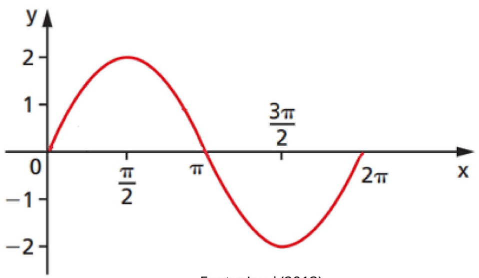
sendo h o tempo, medido em horas, a partir da meia-noite e A e B os parâmetros que o técnico precisa regular. Os funcionários do escritório pediram que a temperatura máxima fosse 26°C, a mínima 18°C, e que durante a tarde a temperatura fosse menor do que durante a manhã.

Quais devem ser os valores de A e de B para que o pedido dos funcionários seja atendido?

a) A = 18 e B = 8
b) A = 22 e B = -4
c) A = 22 e B = 4
d) A = 26 e B = -8
e) A = 26 e B = 8

ATIVIDADE 8

Observe o gráfico:



Fonte: Iezzi (2013)

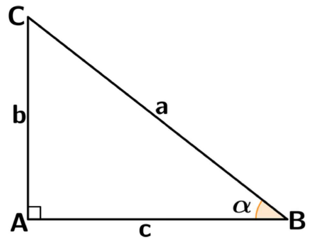
A função trigonométrica que o representa é:

a) $f(x) = 1 + \text{sen}(x)$
b) $f(x) = 2 + \text{sen}(x)$
c) $f(x) = 2 \cdot \text{sen}(x)$
d) $f(x) = \text{sen}(2x)$
e) $f(x) = \text{sen}(x + 2)$

Conceitos e Conteúdos

O SENO NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

Considere um triângulo retângulo ABC como na figura abaixo:



Elaborado por Maurício de Oliveira Celeri

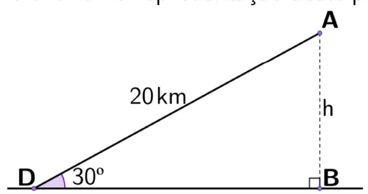
O seno de um ângulo α é a razão entre a medida do cateto oposto a ele e a medida da hipotenusa, ou seja,

$$sen(\alpha) = \frac{cateto\ oposto}{hipotenusa} = \frac{b}{a}.$$

Vejamos um exemplo:

Um pequeno avião decola em uma planície, a partir de um ponto D, fazendo um ângulo de 30º com a horizontal, seguindo uma trajetória retilínea. O avião possui uma velocidade constante durante o momento da decolagem de 5 km por minuto. A que altura o avião se encontra após 4 minutos da decolagem?

Como o avião segue uma trajetória retilínea a uma velocidade de 5 km por minuto, ele percorreu 20 km nos 4 minutos considerados, sob um ângulo de 30º com a horizontal e desejamos determinar a altura em que ele se encontra.
Inicialmente é necessário criar uma representação deste problema:



$sen(30^\circ) = \frac{1}{2}$

$cos(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$tg(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Elaborado por Maurício de Oliveira Celeri

Em relação ao ângulo $\hat{D}$ temos a medida da hipotenusa e desejamos determinar a medida do cateto oposto, que representa a altura do avião em relação ao solo Portanto, usaremos o seno:

$$sen(30^\circ) = \frac{h}{20} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{h}{20} \Rightarrow h = \frac{20}{2} = 10\ km.$$

Vejamos, a partir de agora, como usar a circunferência trigonométrica para determinar o seno de um ângulo.

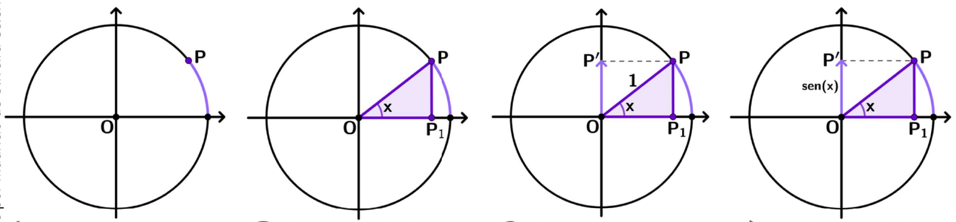
O SENO NA CIRCUNFERÊNCIA TRIGONOMÉTRICA

Considere um número real qualquer e seja P sua imagem no ciclo trigonométrico. A partir desse ponto é possível definir um triângulo retângulo OPP_1, onde P_1 é a projeção de P sobre o eixo horizontal. O ângulo Ô mede x e OP é um raio, logo sua medida é 1.

Como visto anteriormente, sen(x) é a razão entre o cateto oposto, PP_1, e a hipotenusa OP, assim, sen(x) é a medida do cateto PP_1.

Podemos fazer a projeção de PP_1 no eixo vertical, obtendo o segmento OP', cujo comprimento mede sen(x). Desta forma, concluímos que a ordenada de P' representa o seno de x.

Este processo pode ser observado nas imagens abaixo:



1 Determina-se P, imagem de x.

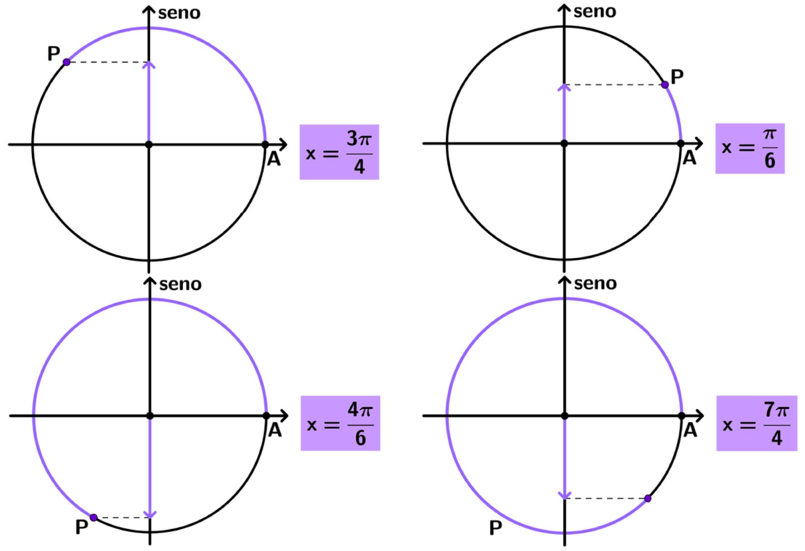
2 A parir de P defini-se o triângulo retângulo OPP_1.

3 O seno de x é a medida do cateto PP_1, que pode ser visto em OP'.

4 a ordenada de P' representa o seno de x.

Elaborado por Maurício de Oliveira Celeri

Para cada número x existe uma única imagem P e cada imagem P tem um único valor para sen(x). Observe abaixo a representação do seno de alguns valores.



Elaborado por Maurício de Oliveira Celeri

ATIVIDADE 4

Dada a função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 2 \cdot \text{sen}(x) + 1$, determine:

A) x = $0\ rad$

B) x = $\pi\ rad$

C) f(x) = 2

D) f(x) = − 1

Para essa tarefa utilizaremos apenas o domínio 0 a 2π rad.

ATIVIDADE 5

Determine os valores de máximo e mínimo da função $y = 3 \cdot \text{sen}(x) - 2$.

ATIVIDADE 6

Construa num mesmo plano cartesiano, os gráficos das funções abaixo.

- $f(x) = 1 + \text{sen}(x)$
- $g(x) = 2 \cdot \text{sen}(x)$
- $h(x) = -2 + \text{sen}(x)$

Os gráficos podem ser representados entre 0 rad e 2π rad.

Atividades

ATIVIDADE 1

Qual é o valor de sen 330º?

ATIVIDADE 2

Qual é o valor de sen $\frac{13\pi}{4}$?

ATIVIDADE 3

Preencha o quadro abaixo com todas as informações solicitadas.

Ângulo (Graus)	Ângulo (Radianos)	Quadrante (ou Eixo)	Ângulo de Referência no 1º Quadrante	Sinal do Seno	Valor do Seno
0º			----		
30º			----		
45º			----		
60º			----		
90º			----		
120º					
135					
150º					
180º			----		
210º					
225º					
240º					
270º			----		
300º					
315º					
330º					
360º			----		

conexões matemáticas SEDU - 2025

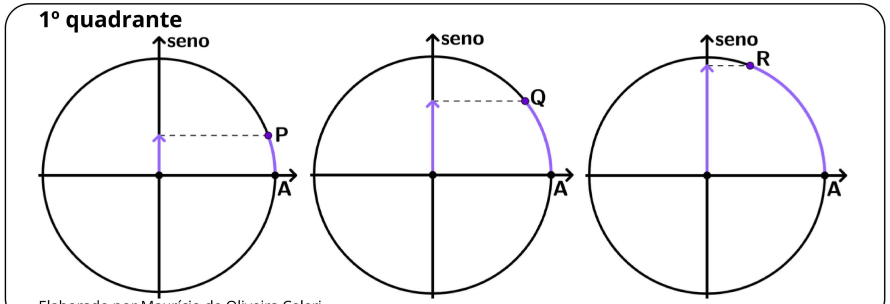
PROPRIEDADES

- Se x é do primeiro ou do segundo quadrante, então sen(x) é positivo.
- Se x é do terceiro ou do quarto quadrante, então sen(x) é negativo.
- O maior valor assumido pelo seno é 1 e o menor valor assumido é -1.

As propriedades podem ser observadas nas imagens da página anterior.

- Se x percorre o primeiro ou o quarto quadrante, então sen(x) é crescente.

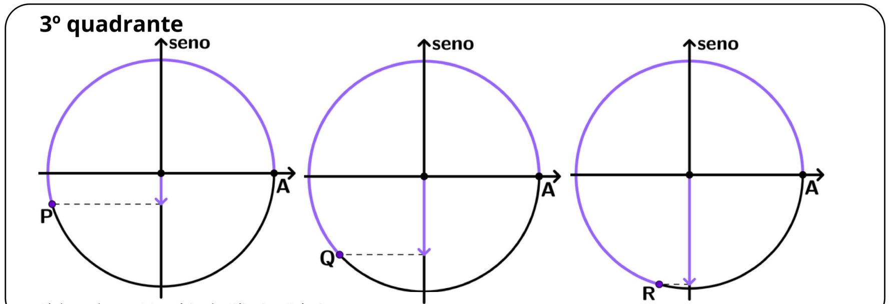
Observe abaixo o exemplo para o 1º quadrante:



Elaborado por Maurício de Oliveira Celeri

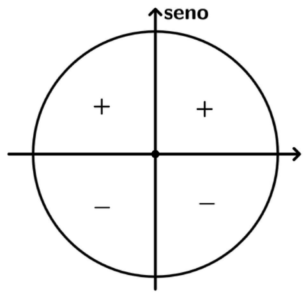
- Se x percorre o segundo ou o terceiro quadrante, então sen(x) é decrescente.

Observe abaixo o exemplo para o 3º quadrante:



Elaborado por Maurício de Oliveira Celeri

O sinal do seno pode ser representado, esquematicamente, da seguinte forma:

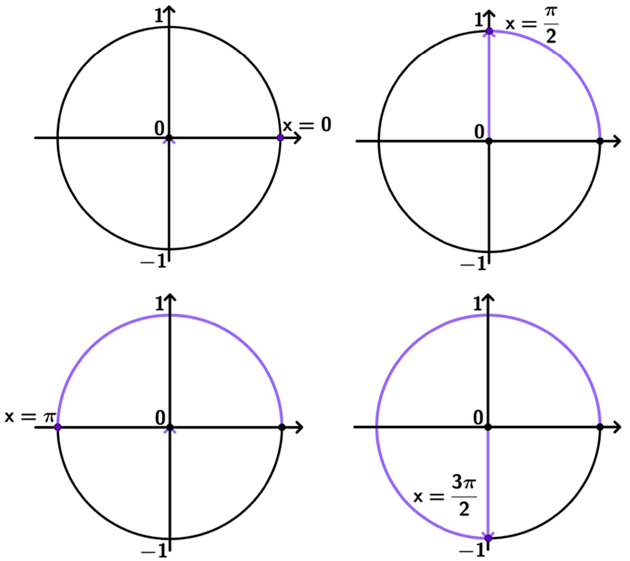


Elaborado por Maurício de Oliveira Celeri

Alguns valores de seno já são de nosso conhecimento, vamos relembrar:

$$sen\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2} \qquad sen\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2} \qquad sen\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Observe, abaixo, a determinação de mais alguns valores de seno:

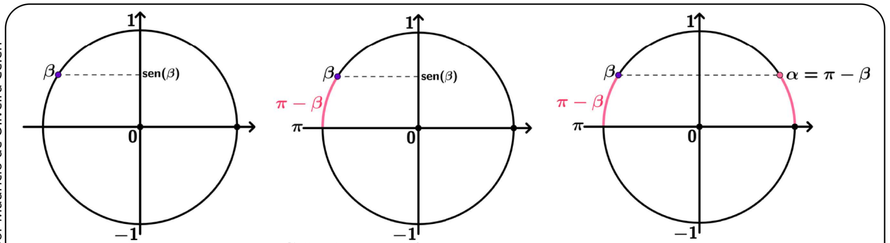


$$sen\,(0)=0$$
$$sen\left(\frac{\pi}{2}\right)=1$$
$$sen\,(\pi)=0$$
$$sen\left(\frac{3\pi}{2}\right)=-1$$

Elaborado por Maurício de Oliveira Celeri

Dado um valor qualquer pertencente do 2º ao 4º quadrante, é possível determinar um valor do 1º quadrante que possua seno com a mesma magnitude do valor requerido. Chamamos esse processo de **redução ao primeiro quadrante**. Vejamos como proceder em cada caso:

2º Quadrante



Dado um valor β pertencente ao segundo quadrante.

Calcula-se a diferença entre π e β (π - β).

Marca-se, no primeiro quadrante o valor α = π - β. Assim, $sen\,(\beta) = sen\,(\pi - \beta)$

Elaborado por Maurício de Oliveira Celeri

Material Extra

LIVRO DIDÁTICO

Prezado(a) professor(a), os conceitos apresentados neste material estruturado podem ser trabalhados usando os seguintes livros didáticos:

1. **Volume 3 (Geometria e Trigonometria) - Coleção Prisma Matemática (Editora FTD):**
   - p. 101-105; 128-133.
2. **Volume 4 (Trigonometria e Sistemas Lineares) – Coleção Matemática em Contextos (Editora Ática):**
   - p. 57-64; 68-76.

PORTAL DA OBMEP

A sessão “Funções trigonométricas” apresenta vídeos, material teórico e exercícios que podem ser utilizados para incrementar o material proposto.

GRÁFICO DA FUNÇÃO SENO

Durante a construção do gráfico da função seno, alguns estudantes podem apresentar dificuldade ou dúvida na compreensão da forma do gráfico. Pensando nisso, esta aplicação do GeoGebra foi pensada para mostrar, de forma intuitiva a construção de um período da função seno.

Exercício 2. (UFPR 2011 - Adaptada) Suponha que a expressão $P = 100 + 20 \cdot sen(2\pi t)$ descreve de maneira aproximada a pressão sanguínea P, em milímetros de mercúrio (mmHg), de uma certa pessoa durante um teste. Nessa expressão, t representa o tempo em segundos. A pressão oscila entre 20 milímetros de mercúrio acima e abaixo dos 100 milímetros de mercúrio, indicando que a pressão sanguínea da pessoa é 120 por 80. Como essa função tem um período de 1 segundo, o coração da pessoa bate 60 vezes por minuto durante o teste.
a) Dê o valor da pressão sanguínea dessa pessoa em t=0 s e t=2,75 s.
b) Em que momento, durante o primeiro segundo, a pressão sanguínea atingiu seu mínimo?

Solução:

a)

Deve-se substituir o valor de t na função dada por 0 e por 2,75

- t=0 s

$$P = 100 + 20 \cdot sen(2\pi \cdot 0) = 100 + 20 \cdot sen(0) = 100 + 20 \cdot 0 = 100\ mmHg.$$

- t=2,75 s

$$P = 100 + 20 \cdot sen(2\pi \cdot 2,75) = 100 + 20 \cdot sen(5,5\pi).$$

Note que 5,5π não pertence à primeira volta da circunferência trigonométrica, no entanto,

$$5,5\pi = 2\pi + 2\pi + 1,5\pi.$$

Ou seja, 5,5π é côngruo a 1,5π, que pertence à primeira volta da circunferência trigonométrica. Daí,

$$P = 100 + 20 \cdot sen(1,5\pi) = 100 + 20 \cdot sen\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 100 + 20 \cdot (-1) = 100 - 20 = 80\ mmHg.$$

$$1,5\pi = \frac{15\pi}{10} = \frac{3\pi}{2}$$

b) 1ª forma

Como desejamos encontrar o momento em que a pressão é mínima, devemos recordar que o seno assume seu menor valor em $\frac{3\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$, assim,

$$2\pi t = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi \Rightarrow t = \frac{\frac{3\pi}{2} + 2k\pi}{2\pi} = \frac{3\pi}{4\pi} + \frac{2k\pi}{2\pi} = \frac{3}{4} + k = 0,75 + k, k \in \mathbb{Z}.$$

Portanto, a pressão é mínima em 0,75 s, 1,75 s, 2,75 s, 3,75 s ..., como desejamos o valor mínimo da pressão no primeiro segundo, nossa resposta é 0,75 s.

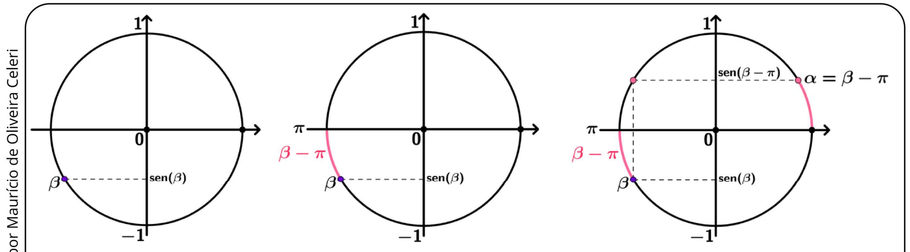
2ª forma

No item anterior vimos que a pressão atinge seu valor mínimo em 2,75 s. O enunciado do problema fornece que o período dessa função é de 1 s, então a cada 1 segundo a pressão atinge seu valor mínimo. Portanto, nos seguintes instantes a função atinge o valor mínimo:

... 0,75 s, 1,75 s, **2,75 s**, 3,75 s, 4,75 s, ...

Desejamos determinar o momento, no primeiro segundo que a função atinge o valor mínimo, assim, a resposta do problema é 0,75 s.

3º Quadrante

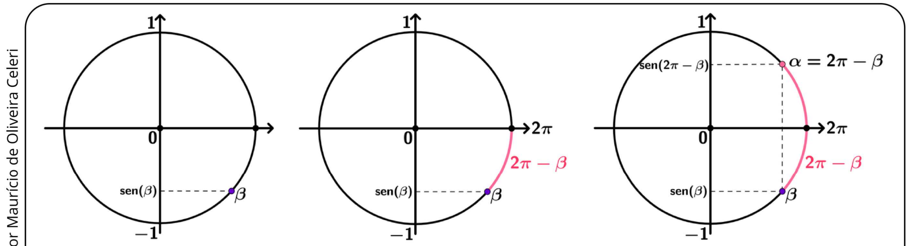


Dado um valor β pertencente ao terceiro quadrante.

Calcula-se a diferença entre β e π (β - π).

Marca-se, no primeiro quadrante o valor α = β - π. Assim, $sen\,(\beta) = -sen\,(\beta - \pi)$

4º Quadrante



Dado um valor β pertencente ao quarto quadrante.

Calcula-se a diferença entre 2π e β (2π - β).

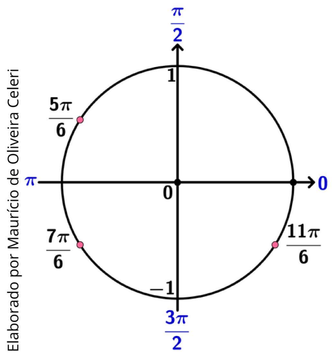
Marca-se, no primeiro quadrante o valor α = 2π - β. Assim, $sen\,(\beta) = -sen\,(2\pi - \beta)$

Nos 3° e 4° quadrante, o seno é negativo, então, quando fazemos a redução ao primeiro quadrante é importante se atentar ao sinal, pois os valores serão negativos.

Desta forma, conhecendo os valores do seno dos ângulos associados ao primeiro quadrante, é possível determinar o valor do seno de qualquer ângulo.

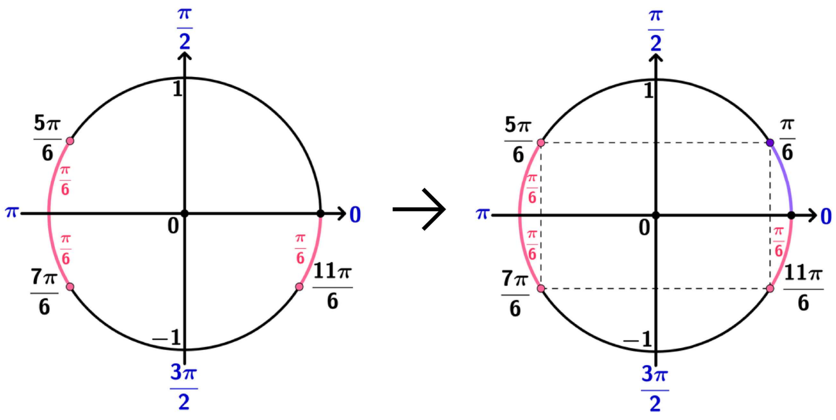
Vamos calcular o seno de: $\frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}$ e $\frac{11\pi}{6}$.

Primeiramente, vamos determinar as imagens destes valores no ciclo trigonométrico:



Para cada um destes valores faremos a redução ao primeiro quadrante:

Elaborado por Maurício de Oliveira Celeri



Elaborado por Maurício de Oliveira Celeri

Desta forma, obtemos:

$$\begin{cases} sen\left(\frac{5\pi}{6}\right) = sen\left(\frac{\pi}{6}\right) \\ sen\left(\frac{7\pi}{6}\right) = -sen\left(\frac{\pi}{6}\right) \\ sen\left(\frac{11\pi}{6}\right) = -sen\left(\frac{\pi}{6}\right) \end{cases}.$$

Como $sen\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$, temos,

$$\begin{cases} sen\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \\ sen\left(\frac{7\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2} \\ sen\left(\frac{11\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2} \end{cases}.$$

Caso seja de interesse calcular o seno de valores menores do que 0 ou superiores a 2π, devemos primeiro fazer sua identificação na primeira volta da circunferência trigonométrica, como visto na quinzena anterior.

Por exemplo, vamos determinar o valor do seno de 2π e $\frac{11\pi}{4}$:

Note que a imagem de 2π coincide com a imagem de 0 na circunferência trigonométrica e $\frac{11\pi}{4} = \frac{8\pi + 3\pi}{4} = 2\pi + \frac{3\pi}{4}$.

Portanto,

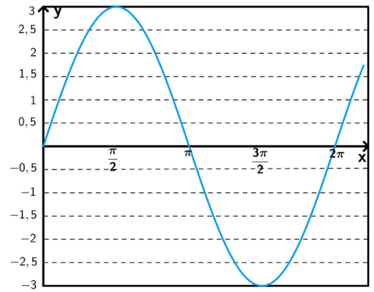
$$sen(2\pi) = sen(0) = 0 \;\; e \;\; sen\left(\frac{11\pi}{4}\right) = sen\left(\frac{3\pi}{4}\right) = sen\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Como pode ser observado na figura a seguir:

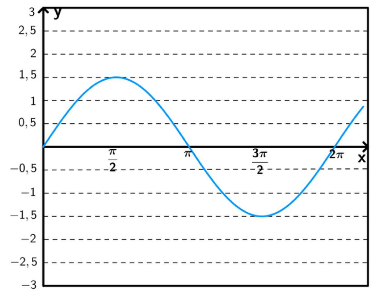
Exercícios Resolvidos

Exercício 1. Determine a representação gráfica da seguinte função $f(x) = \frac{3}{2}sen(x)$.

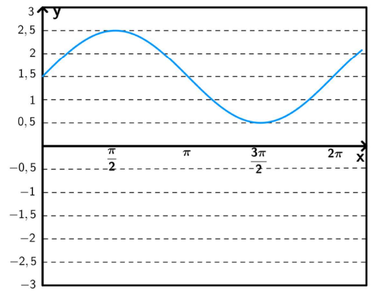
a)



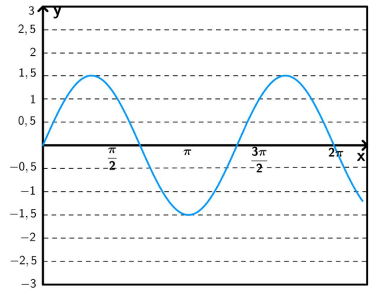
b)



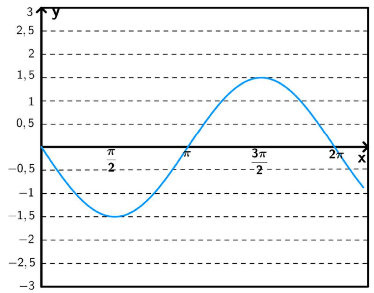
c)



d)



e)



Solução: Note que a função dada possui apenas uma alteração em relação à função original, com b=1,5. Neste caso a imagem da função passa a ser I=[-1,5; 1,5]. Portanto, o gráfico desta função está representado na alternativa **b**.

(*Adaptada de UFAM - 2010*) O Encontro das Águas é um fenômeno que acontece na confluência entre o rio Negro, de água negra, e o rio Solimões, de água barrenta. É uma das principais atrações turísticas da cidade de Manaus.
As águas dos dois rios correm lado a lado sem se misturar por uma extensão de mais de 6 km. Esse fenômeno acontece em decorrência da diferença de temperatura e densidade dessas águas, além da diferença de velocidade das correntezas.
Uma equipe de pesquisadores da UFAM mediu a temperatura da água no Encontro das Águas durante dois dias, em intervalos de 1 hora. A medição começou a ser feita às 2 horas do primeiro dia (t=0) e terminou 48 horas depois (t=48). Os dados resultaram na função

$$f(t) = 24 + 8sen\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{12}t\right),$$

onde t indica o tempo (em horas) e f(t) a temperatura (em °C) no instante t.
Determine a imagem e período desta função e em qual momento do dia a temperatura observada foi máxima.

Podemos identificar as constantes apresentadas anteriormente:

$$f(t) = \underbrace{24}_{a} + \underbrace{8}_{b}sen\left(\underbrace{\frac{3\pi}{2}}_{d} + \underbrace{\frac{\pi}{12}}_{c}t\right),$$

Desta forma, podemos obter algumas informações:

- **Imagem:** $$I = [a-b, a+b] = [24-8, 24+8] = [16, 32].$$

Assim, a temperatura máxima observada foi de 32ºC e a mínima é de 16ºC.

- **Período:** $$p = \frac{2\pi}{c} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{12}} = 2\pi \cdot \frac{12}{\pi} = 2 \cdot 12 = 24.$$

Logo, a cada 24h (a cada dia) as temperaturas observadas se repetem.

- **Instante de temperatura máxima:**

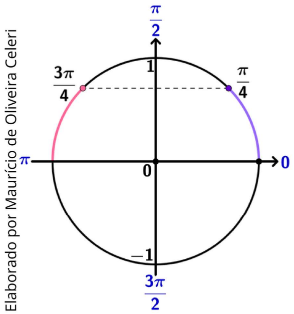
É importante observar que a função seno alcança seu máximo quando $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$, com k inteiro, isto é, o argumento do seno deve ser $\frac{\pi}{2}$ ou qualquer volta completa a partir dele:

$$\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{12}t = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \Rightarrow \frac{\pi}{12}t = \frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{2} + 2k\pi = \frac{-2\pi}{2} + 2k\pi = -\pi + 2k\pi$$

$$t = \frac{-\pi + 2k\pi}{\frac{\pi}{12}} = (-\pi + 2k\pi) \cdot \frac{12}{\pi} = \pi(-1+2k) \cdot \frac{12}{\pi}$$

$$t = 12(-1+2k) = -12 + 24k$$

Daí, t pode ser qualquer valor do conjunto {..., -36, -12, 12, 36, 60, ...}. Como o intervalo foi de 0h a 48h, a temperatura de 32ºC foi observada às 14h (t=12, refere-se às 14h do primeiro dia e t=36 refere-se às 14h do segundo dia).



Elaborado por Maurício de Oliveira Celeri

Então, podemos ampliar nossa tabela de valores de seno:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π	$\frac{11\pi}{4}$
$sen(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$

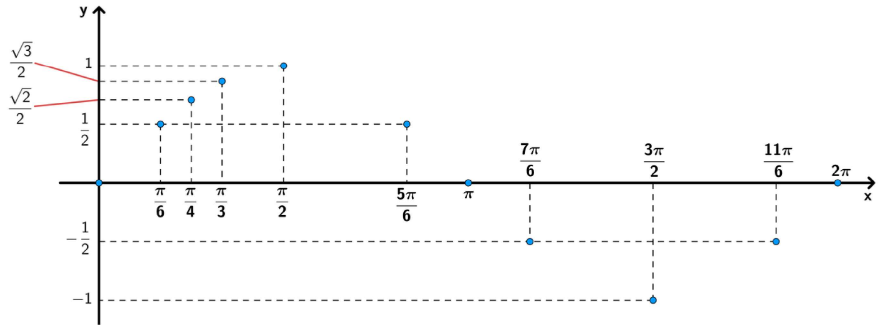
A FUNÇÃO SENO

Chamamos de função seno à função que associa cada valor real x ao valor de seu seno, isto é,

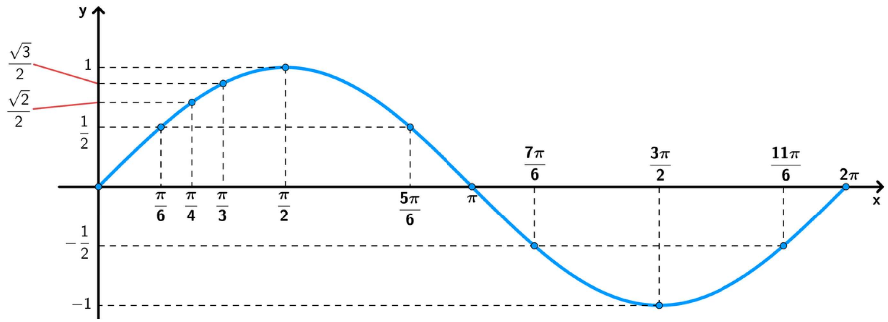
$$f(x) = sen(x).$$

Todas as propriedades vistas anteriormente para o seno valem para a função seno.

De posse dos valores de seno, podemos construir o **gráfico da função seno**, chamado **senoide**:



Elaborado por Maurício de Oliveira Celeri



Elaborado por Maurício de Oliveira Celeri

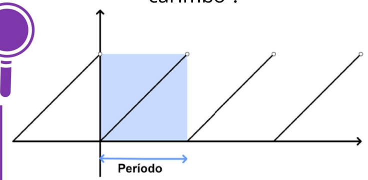
O domínio da função seno é $\mathbb{R}$. No gráfico acima mostramos apenas um período da função seno, isto é, a partir de 2π o mesmo desenho se repete e, para valores menores do que zero o mesmo ocorre.

Vejamos algumas propriedade da função seno:

- **Domínio** de f(x)=sen(x) é $\mathbb{R}$;
- **Imagem** de f(x)=sen(x) é I=[-1,1];
- **Período** de f(x)=sen(x) é p=2π;
- **Amplitude** de f(x)=sen(x) é 2 (comprimento da imagem).

O valor máximo da função seno ocorre quando $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$, isto é, em $\frac{\pi}{2}$ ou qualquer volta completa a partir deste ponto. O valor mínimo é observado em $x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Uma função f é periódica se existir um número p>0 satisfazendo f(x+p)=f(x) para todo x no domínio da função. O menor valor de p que satisfaz a condição acima é chamado período de f. Visualmente, o gráfico de uma função período apresenta um curva que se repete, como se fosse um "carimbo".



Elaborado por Maurício de Oliveira Celeri

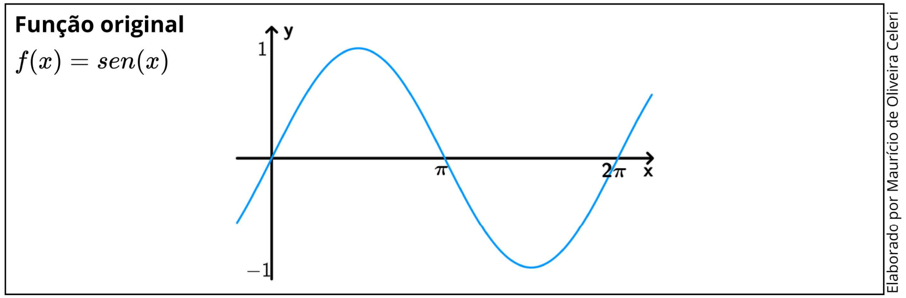
De forma geral, sendo a, b, c e d números reais, a função seno pode apresentar a seguinte forma:

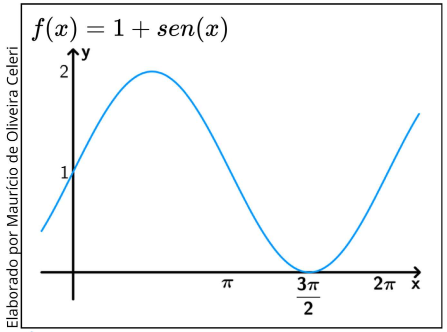
$$f(x) = a + b \cdot sen\,(cx + d).$$

Vejamos o efeito de cada uma destas constantes na função:

- **a:** translada o gráfico em **a** unidade na vertical. Se a>0, o deslocamento é para cima, se a<0, o deslocamento é para baixo;
- **b:** afeta a amplitude da função. Caso a=0, a função possui imagem igual a I=[-b,b], se a≠0, a imagem é I=[a-b,a+b];
- **c:** afeta o período da função, que passa de $p = 2\pi$ para $p = \frac{2\pi}{c}$;
- **d:** em conjunto com c, provoca o deslocamento de $-\frac{d}{c}$ unidades horizontalmente.

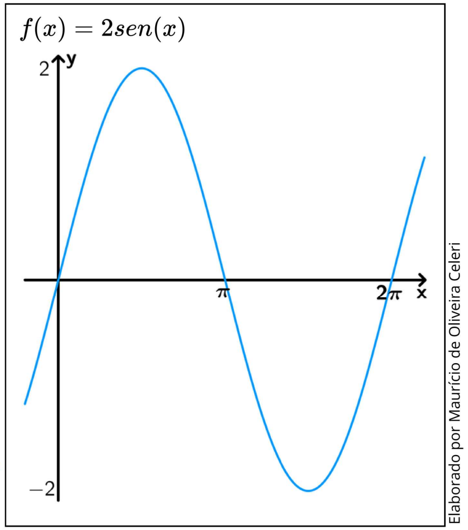
Observe, a seguir, como fica o gráfico da função f(x)=sen(x) através das mudanças discutidas anteriormente.

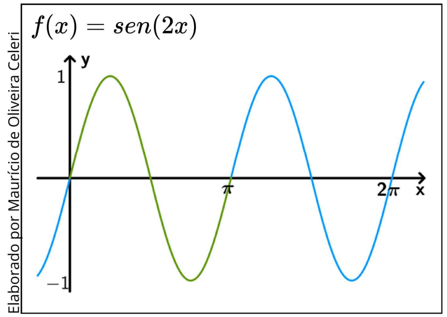




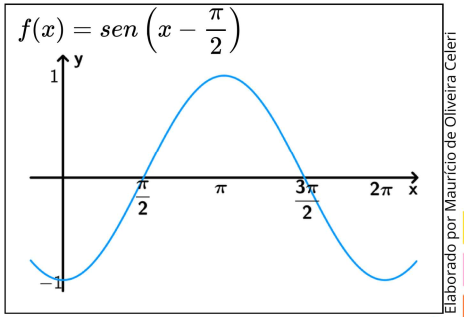
O gráfico foi deslocado em 1 unidade para cima, o período continua sendo p=2π e a imagem é I=[0,2].

O gráfico sofre uma mudança na amplitude, interferindo na imagem, que passa a ser I=[-2,2]. O período é p=2π.





O gráfico sofre apenas uma mudança no período, que passa a ser p=π.



O gráfico sofre deslocamento de $\frac{\pi}{2}$ para a direita. Nem imagem e nem o período são alterados.

Na próxima página apresentamos um estudo da função seno aplicada a um problema de forma a incrementar a discussão feita até aqui.