QUINZENA 17
15/09 a 26/09

SEDU - 2025

GOVERNO DO ESTADO
DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

Material Estruturado

SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL
GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

7º Ano | Ensino Fundamental Anos Finais

MATEMÁTICA

ÂNGULOS INTERNOS E EXTERNOS DE POLÍGONOS REGULARES

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM
EF07MA27 Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos.	• Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares. • Estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos.

Caro(a) Professor(a),

Informamos que, a partir da Quinzena 14, o Material Estruturado incluirá todo o conteúdo relativo a esta quinzena, de modo a não haver mais duas capas e sintetizar o conteúdo em um único volume. Esperamos, assim, que essa mudança facilite o seu trabalho, planejamento e sua organização em sala de aula.

Contextualização

Você já reparou como as colmeias construídas pelas abelhas têm uma estrutura perfeita e organizada? Os favos, onde elas armazenam mel e criam suas larvas, são feitos com centenas de células idênticas em forma de hexágonos regulares, ou seja, figuras com seis lados e seis ângulos iguais.

Design: Getty Images / Fonte: Canva

Mas por que será que as abelhas usam exatamente essa forma? Por que não fazem círculos, quadrados ou triângulos?

A resposta está na matemática da natureza. O hexágono é uma forma geométrica regular que permite preencher o plano sem deixar espaços vazios, como um quebra-cabeça perfeito. Além disso, entre os polígonos com o mesmo perímetro, o hexágono é o que mais economiza cera e esforço para armazenar a mesma quantidade de mel. É como se as abelhas tivessem descoberto, por instinto, o que os matemáticos chamam de conjectura do favo de mel — um problema que só foi resolvido oficialmente em 1999.

Ao construírem seus favos, as abelhas naturalmente usam os conceitos de economia de espaço, eficiência de material e encaixe geométrico, conceitos que também aparecem quando estudamos os ângulos internos dos polígonos regulares.

E aí, você conseguiria escolher outro polígono para substituir o hexágono nas colmeias das abelhas? Será que daria certo?

Nesta semana, vamos aprender um pouco mais sobre o hexágono e outros polígonos.

Referências

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática Bianchini:** 7º ano: manual do professor - 10. ed. - São Paulo: Moderna, 2022.

DANTE, Luiz Roberto. **Teláris Essencial** [livro eletrônico] : Matemática : 7ºano - 1. ed. -- São Paulo : Ática, 2022.

EDITORA MODERNA. **Araribá conecta matemática:** 7º ano. São Paulo, 2024.
Giovanni Júnior, José Ruy. A conquista matemática: 7º ano : ensino fundamental : anos finais – 1. ed. – São Paulo : FTD, 2022.

IEZZI, Gelson. **Matemática e realidade 7º ano** - 9. ed. -- São Paulo : Atual Editora, 2018.

TEIXEIRA, Lilian Aparecida. **SuperAÇÃO!:** Matemática. 1. ed. São Paulo: Editora Moderna, 2022.

conexões matemáticas SEDU - 2025

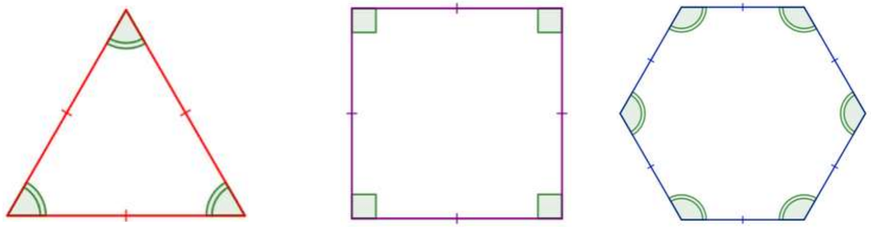
Conceitos e Conteúdos

POLÍGONOS REGULARES E LADRILHAMENTOS

Polígonos Regulares

Um polígono é regular quando todos os seus lados são congruentes entre si e todos os seus ângulos internos são congruentes entre si.

Veja alguns exemplos de polígonos regulares:



Imagens produzidas no Geogebra

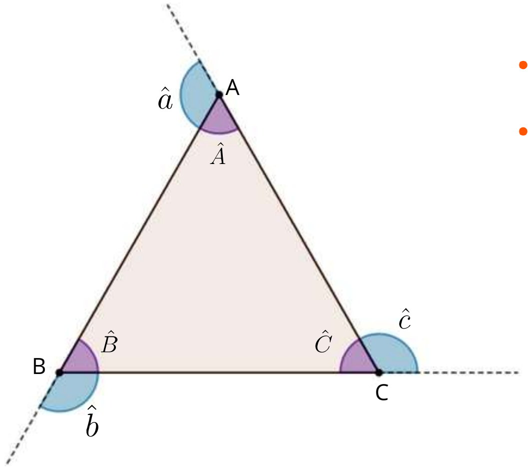
Podemos nomear os polígonos de acordo com seu número de lados. Veja na tabela a seguir o nome dos principais polígonos.

Número de lados (n)	Nomenclatura
3	Triângulo
4	Quadrilátero
5	Pentágono
6	Hexágono
7	Heptágono

Número de lados (n)	Nomenclatura
8	Octógono
9	Eneágono
10	Decágono
...	...
20	Icoságono

Ângulos internos e externos de um polígono regular

Os ângulos internos de um polígono são aqueles formados dentro da figura, entre dois lados consecutivos. Já os ângulos externos são formados fora da figura, pela extensão de um lado de um polígono e o lado adjacente a ele. O ângulo externo é suplementar ao ângulo interno, ou seja, juntos somam 180°.



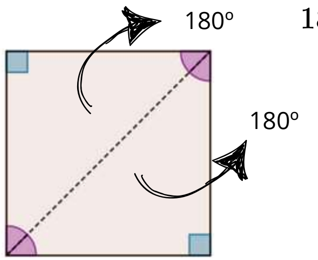
- **ângulos externos:** $\hat{a}, \hat{b}$ e $\hat{c}$.
- **ângulos internos:** $\hat{A}, \hat{B}$ e $\hat{C}$.

$$\hat{A} + \hat{a} = 180^\circ$$
$$\hat{B} + \hat{b} = 180^\circ$$
$$\hat{C} + \hat{c} = 180^\circ$$

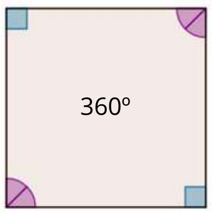
Soma das medidas dos ângulos internos de um polígono regular

Você se lembra que já aprendemos que a soma dos ângulos internos de um triângulo sempre resulta em 180 graus? Essa ideia é uma das mais importantes da geometria e vai nos ajudar a descobrir a soma dos ângulos internos de polígonos, como quadriláteros, pentágonos, hexágonos, entre outros.

Para isso, vamos considerar que podemos dividir qualquer polígono em triângulos, sempre traçando linhas a partir de um mesmo vértice. Por exemplo, pegue um quadrado: se traçarmos uma diagonal, ele será dividido em 2 triângulos. Como cada triângulo tem 180°, a soma dos ângulos internos do quadrado será $2 \cdot 180^\circ = 360^\circ$.



$$180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$$



ATIVIDADE 7

Sabendo que a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono regular é 3960°, responda às questões.

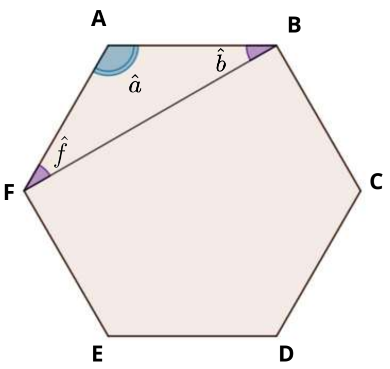
A) Quantos lados tem esse polígono?

B) Quanto mede cada um de seus ângulos internos?

C) Quanto mede cada um de seus ângulos externos?

ATIVIDADE 5

Observe a figura a seguir, que representa um hexágono regular ABCDEF e o triângulo ABF formado pelos vértices A, B e F do hexágono. Sabendo que o hexágono é regular e que os ângulos $\hat{b}$ e $\hat{f}$ possuem a mesma medida, determine:



A) A medida do ângulo $\hat{a}$.

B) A medida dos ângulos $\hat{b}$ e $\hat{f}$.

ATIVIDADE 6

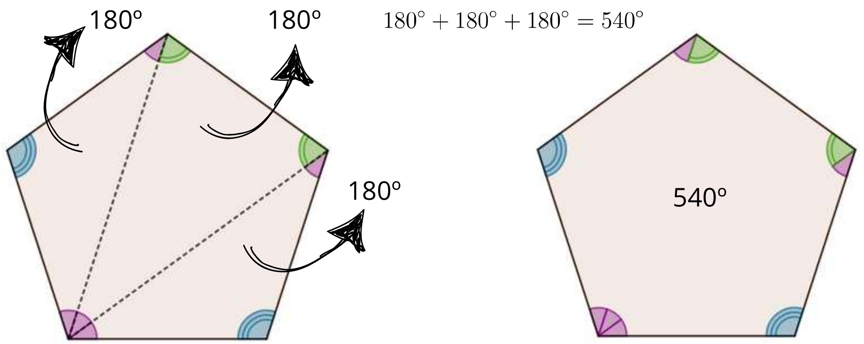
Leia as afirmações abaixo e marque (V) para verdadeiro ou (F) para falso:

( ) A soma dos ângulos internos de um triângulo é sempre 180°.

( ) Quanto mais lados um polígono regular possui, mais próximo de 180° será o valor de cada ângulo interno.

( ) A soma dos ângulos internos de qualquer polígono é sempre 360°.

Agora pense em um pentágono (polígono de 5 lados). Se escolhermos um vértice e traçarmos segmentos para os outros dois vértices que não estão ao lado dele, formamos 3 triângulos.
Então, a soma dos ângulos internos do pentágono é $3 \cdot 180^\circ = 360^\circ$.



Isso vale para qualquer polígono: sempre que adicionamos um lado à figura, formamos um novo triângulo ao traçarmos diagonais a partir de um mesmo vértice. Assim, é possível descobrir a soma dos ângulos internos de qualquer polígono regular contando quantos triângulos conseguimos formar em seu interior.

Professor(a), com base nessa ideia, foram disponibilizadas nas próximas páginas duas atividades para desenvolver com os(as) estudantes com os seguintes objetivos:

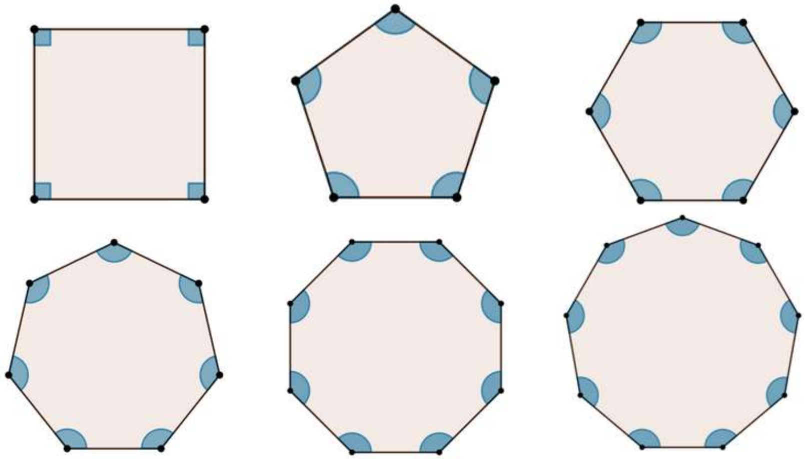
- Identificar a relação entre quantidade de lados de um polígono regular e a quantidade de triângulos* obtidos a partir dele;
- Identificar a relação entre a quantidade de triângulos e a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono regular.

Sugerimos que esta atividade seja impressa e entregue aos(às) estudantes. Peça que os(as) estudantes observem os padrões e tentem organizar uma relação geral para os polígonos regulares, com base em suas observações.

*A intenção é decompor o polígono regular em triângulos de forma que a soma dos ângulos desses triângulos coincida com a soma dos ângulos internos do polígono regular. Por isso, o(a) estudante deve escolher um vértice e traçar segmentos a partir dele, sendo que a outra extremidade desses segmentos é um vértice não consecutivo.

Atividade investigativa:

1) Em cada polígono regular a seguir, escolha um vértice. Trace a partir dele segmentos de reta, ligando-o a outros vértices não consecutivos. Então, complete a tabela abaixo, observando quantos triângulos diferentes foram formados dentro de cada polígono regular, sem sobreposições.



n (quantidade de lados do polígono)	**t** (quantidade de triângulos em que o polígono regular pode ser decomposto)

ATIVIDADE 2

Calcule a soma dos ângulos internos dos polígonos abaixo:

A) Heptágono

B) Eneágono

C) Dodecágono

D) Icoságono

ATIVIDADE 3

Para confeccionar os crachás dos expositores de uma feira de automóveis, foi utilizada a composição de dois polígonos regulares. Veja o modelo.

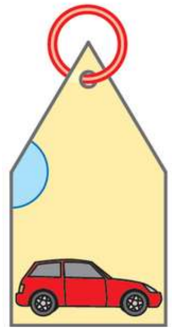
O ângulo destacado em azul no crachá mede

A) 120°

B) 135°

C) 165°

D) 150°



Fonte: Matemática Bianchini

ATIVIDADE 4

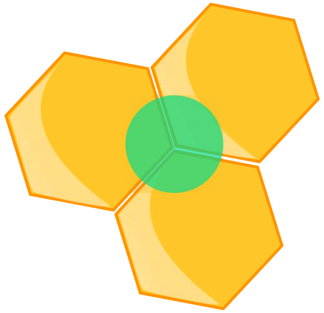
Determine a diferença entre a medida de um ângulo interno e a de um ângulo externo de um octógono regular.

Atividades

ATIVIDADE 1

Já estudamos um pouco sobre mosaicos. Mas você sabia que, na natureza, também podemos identificar composições que dão ideia de figuras geométricas?
Um exemplo são os alvéolos construídos pelas abelhas, que se encaixam, lembrando um mosaico. Observe um modelo matemático de alvéolos de uma colmeia.

Design: Pixabay / Fonte: Canva



Os alvéolos podem ser representados por hexágonos regulares idênticos.

Cada parede é compartilhada por dois alvéolos, o que permite às abelhas usarem menor quantidade de cera para construí-los.

A) Na figura de um hexágono regular, qual é a medida de cada ângulo interno?

B) Nos três hexágonos regulares apresentados , que se encaixam em um vértice comum, qual é a soma das medidas dos ângulos que têm esse vértice comum?

Perguntas para discussão:

a) Observe a relação entre o número de lados de cada polígono regular e a quantidade de triângulos formados. Você percebe um padrão?

b) Caso você tenha percebido um padrão, expresse-o por escrito.

c) Quantos triângulos são formados, traçando segmentos de reta a partir de um vértice, em um polígono regular de 20 lados?

2) Considere que a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°. Em cada figura da página anterior, observe os ângulos dos triângulos formados e os ângulos do polígono regular. A partir disso, preencha a tabela a seguir.

n (quantidade de lados do polígono)	**t** (quantidade de triângulos em que o polígono regular pode ser decomposto)	**S** (soma das medidas de abertura dos ângulos internos do polígono regular)

Perguntas para discussão:

a) Tente encontrar um padrão ou uma regra geral para calcular a soma das medidas dos ângulos internos, com base na quantidade de triângulos. É possível representar essa relação com uma fórmula matemática?
b) Qual a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono de 10 lados?

A tabela acima apresenta uma forma de calcular a soma dos ângulos internos de um polígono com base na quantidade de lados. Ao traçarmos diagonais a partir de um único vértice, percebemos que é possível dividir o polígono em vários triângulos. Essa decomposição revela que um polígono com n lados pode ser subdividido em (n – 2) triângulos. Como cada triângulo possui soma dos ângulos internos igual a 180°, basta multiplicar a quantidade de triângulos por 180° para obter a soma total dos ângulos internos do polígono. Por exemplo, um hexágono (6 lados) pode ser dividido em 4 triângulos, resultando em uma soma de: $4 \cdot 180° = 720°$.

Essa regularidade nos leva à fórmula geral:

$$S = (n - 2) \cdot 180^\circ$$

em que **S** representa a soma dos ângulos internos e **n** o número de lados do polígono.

Para calcular a medida de cada ângulo interno de um polígono regular, basta dividir a soma das medidas dos ângulos internos pelo número de lados do polígono.

Exemplo: Qual é a medida de cada ângulo interno de um pentágono regular?

Para responder essa pergunta, temos de considerar duas informações:

- em um pentágono regular as medidas dos cinco ângulos internos são iguais;
- a soma das medidas dos ângulos internos de um pentágono é 540°.

Assim, para obter a medida de cada ângulo interno de um pentágono regular, basta dividirmos 540° por 5, ou seja, $540° \div 5 = 108°$.

Portanto, cada ângulo interno do pentágono regular tem 108°.

Material Extra

Dica de leitura e atividade no Geogebra: https://encr.pw/tcBJP

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy. A conquista matemática: 7º ano: ensino fundamental: anos finais. – 1. ed. – São Paulo : FTD, 2022

Polígonos regulares, 188 e 189.

Link para o livro

Dante, Luiz Roberto. Teláris Essencial : Matemática : 7º ano - 1. ed. -- São Paulo : Ática, 2022.

Polígono, 163 a 166.

Link para o livro

PRÁTICAS EXPERIMENTAIS DE *Matemática* PARA O ENSINO FUNDAMENTAL

No ano de 2025, o ensino fundamental anos finais apresenta uma importante novidade para o componente curricular Matemática: as Práticas Experimentais de Matemática, que visam fomentar o processo de ensino e aprendizagem favorecendo o desenvolvimento e a consolidação de habilidades, o pensamento crítico e a compreensão e a aplicação da lógica matemática. Intenciona-se, também, combater o estigma de que a matemática é difícil e inacessível, engajando os estudantes em práticas lúdicas e exequíveis.

Desse modo, as práticas foram elaboradas a partir das habilidades estruturantes de cada ano, por trimestre. No período em que constar o caderno de Práticas Experimentais, o(a) professor(a) deverá destinar **duas aulas** para cada prática proposta no material.

Desejamos um ano letivo de sucesso!

Prática experimental de Matemática: 7º ano - Quinzena 17

Clique aqui

Mosaicos e Ladrilhamentos

Quando observamos um mosaico artístico ou um piso com ladrilhos geométricos, logo percebemos como as formas se encaixam perfeitamente, sem sobreposição e sem deixar espaços vazios. Essa organização recebe o nome de ladrilhamento, e consiste na cobertura de uma superfície plana por figuras geométricas que se repetem de forma contínua. Esse conceito é amplamente utilizado na arquitetura, na arte e até na natureza.

Os ladrilhamentos aparecem em diversas situações do cotidiano, por exemplo:

Design: Elxeneize / Fonte: Canva

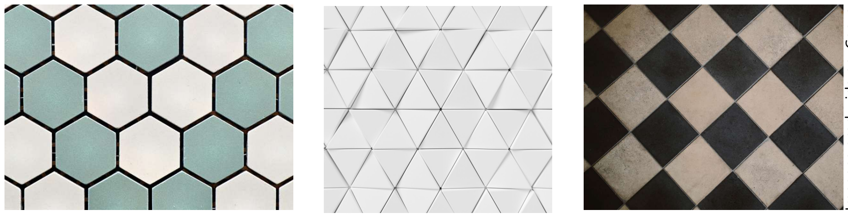
Arquitetura e Design
Pisos, azulejos e mosaicos em construções.

Design: Getty Images / Fonte: Canva

Natureza
Colmeias de abelhas formadas por hexágonos perfeitos.

Para a construção de ladrilhamentos é necessário que os ângulos internos dos polígonos utilizados se combinem de maneira que preencham exatamente 360° em torno de um ponto. Polígonos regulares, como triângulos equiláteros, quadrados e hexágonos, são frequentemente usados para esse fim.

Como ilustrado nas figuras abaixo, a disposição desses polígonos se ajusta perfeitamente, somando 360° nos vértices, formando uma cobertura contínua e sem lacunas.



Imagens produzida no Canva

Não podemos, por exemplo, ladrilhar o plano apenas com pentágonos, pois cada um de seus ângulos internos tem 108º e não conseguimos chegar nos 360º fazendo somas inteiras desse ângulo.

Exercícios Resolvidos

ATIVIDADE 1

Considere um decágono regular.

A) Calcule a soma dos ângulos internos desse polígono.
B) Determine a medida de cada ângulo interno.
C) Determine a medida de cada ângulo externo.

Resolução:

A) Cálculo da soma da medida dos ângulos internos:

$$S_{int} = (10 - 2) \cdot 180^\circ$$
$$S_{int} = 8 \cdot 180^\circ$$
$$S_{int} = 1440^\circ$$

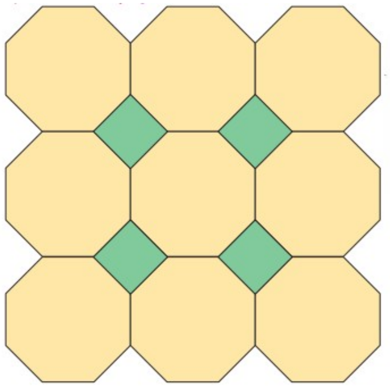
B) Cálculo da medida de cada ângulo interno:

$$A_{int} = \frac{1440^\circ}{10}$$
$$A_{int} = 144^\circ$$

C) Como o ângulo externo é suplementar ao ângulo interno, ou seja, juntos somam 180°, então a medida de cada ângulo externo será: 180º - 144º = 36º.

ATIVIDADE 2

O ladrilhamento também pode ser feito pela combinação de dois ou mais polígonos regulares. Observe a figura a seguir, composta por quadrados e octógonos regulares. Explique por que essa combinação permite formar um ladrilhamento sem sobreposições nem espaços entre as figuras.



Solução:

Esse ladrilhamento foi possível porque os ângulos internos dos polígonos utilizados se combinam de maneira que preencham exatamente 360° em torno de um ponto.