CONEXÕES MATEMÁTICAS

SEDU - 2025

QUINZENA 20

27/10 a 07/11

GOVERNO DO ESTADO DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

Material Estruturado

SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL

GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

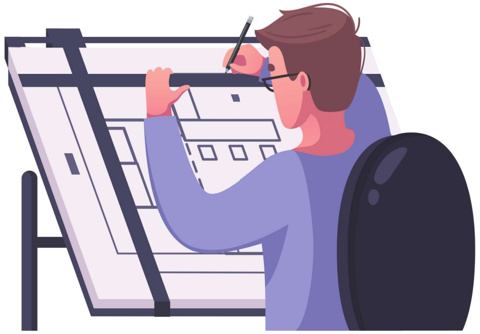
9º Ano | Ensino Fundamental Anos Finais

MATEMÁTICA

EQUAÇÕES POLINOMIAIS DE 2º GRAU

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM	DESCRITOR(ES) DO PAEBES
EF09MA09 Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau. EF09MA26/ES Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo ax² + bx + c=0.	• Resolver uma equação polinomial de 2º grau, utilizando inclusive os produtos notáveis e os processos de fatoração. • Inferir uma equação polinomial de 2º grau que modela um problema. • Resolver problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau, utilizando inclusive os produtos notáveis e os processos de fatoração. • Elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau, utilizando inclusive os produtos notáveis e os processos de fatoração.	**D146_M** Executar algoritmo de resolução de uma equação completa do 2º grau.

Contextualização



Design: Macrovector / Fonte: Canva

Em uma encantadora vila chamada Terraplanos, um arquiteto criativo chamado Lucas, estava radiante. Ele havia recebido uma encomenda especial: projetar um belo terreno retangular para uma nova praça na cidade.

O prefeito pediu que o terreno fosse dividido em dois espaços, com uma parte para um espaço de lazer e outra para um jardim. Lucas começou a planejar e, pensando na melhor forma de distribuir os espaços, decidiu que o comprimento do retângulo seria 10 metros maior que a largura. Ele sabia que isso daria uma harmonia especial ao design.

Mas, antes de começar a desenhar, Lucas precisava calcular as medidas exatas do terreno. Ele sabia que a área do retângulo deveria ser de 375 m². Será que podemos ajudar Lucas a descobrir quais são as dimensões exatas para essa nova praça? Para isso, vamos aprender um pouco mais sobre equações polinomiais do 2º grau.

Nessa semana estudaremos as equações polinomiais do 2º grau, aprendendo a identificá-las em situação-problema, resolvê-las utilizando produtos notáveis e fatoração, e também a elaborar enunciados que possam ser representados por esse tipo de equação. O foco será desenvolver a capacidade de modelar e resolver problemas por meio da linguagem algébrica.

Conceitos e Conteúdos

EQUAÇÃO POLINOMIAL DO 2º GRAU

A equação polinomial do 2º grau é uma expressão algébrica no formato geral $ax^2 + bx + c = 0$, em que a, b e c são números reais e $a \neq 0$. Essa equação é chamada de "do 2º grau" porque o maior expoente da variável x é 2. Ela aparece com frequência em diversos contextos, como na física, na economia e na engenharia, pois permite modelar situações envolvendo áreas, trajetórias, lucros, entre outros. Nos exemplos a seguir, destacamos os coeficientes de cada equação.

a) $5x^2 - 2x + 3 = 0$
Coeficientes: $a = 5$, $b = -2$ e $c = 3$.

b) $-x^2 + 4x - 7 = 0$
Coeficientes: $a = -1$, $b = 4$ e $c = -7$.

c) $x^2 + x - 9 = 0$
Coeficientes: $a = 1$, $b = 1$ e $c = -9$.

RAÍZES DE UMA EQUAÇÃO POLINOMIAL DO 2º GRAU

Um número é considerado raiz (ou solução) de uma equação quando, substituído no lugar da incógnita, torna a equação uma afirmação verdadeira. Por exemplo, na equação $\mathbf{x^2 - 5x + 6 = 0}$, substituindo x por 2, obtemos:

$$(2)^2 - 5 \cdot 2 + 6 = 0$$
$$4 - 10 + 6 = 0$$
$$0 = 0$$

Mas será que 2 é a única raiz da equação? Para responder a essa pergunta, é importante lembrar que uma equação do 2º grau tem duas raízes. Em alguns casos, ambas pertencem ao conjunto dos números reais; em outros, podem não ser reais. No exemplo da equação $x^2 - 5x + 6 = 0$, já vimos que $x = 2$ é uma solução. Se quisermos achar a outra raiz, como fazemos? Para isso vamos relembrar alguns conteúdos.

FATORAÇÃO

Uma das formas de encontrar as raízes de uma equação do 2º grau completa é através da fatoração.

Vamos considerar a equação **$x^2 + 8x + 16 = 49$**. O 1º membro dessa equação é um trinômio quadrado perfeito. Assim, podemos reescrevê-lo da seguinte forma:

$$x^2 + 8x + 16 = (x + 4)\,(x + 4) = (x + 4)^2$$

Assim, $(x + 4)^2$ é a forma fatorada de $x^2 + 8x + 16$. Agora, voltamos à equação e escrevemos o 1º membro na forma fatorada:

$$x^2 + 8x + 16 = 49$$
$$(x + 4)^2 = 49$$

Como há dois números que, elevados ao quadrado, são iguais a 49, temos:

$$\begin{array}{ccc} x+4=+\sqrt{49} & & x+4=-\sqrt{49} \\ x+4=7 & \text{ou} & x+4=-7 \\ x=7-4 & & x=-7-4 \\ x=3 & & x=-11 \end{array}$$

Portanto, os números 3 e − 11 são as raízes da equação $x^2 + 8x + 16 = 49$.

RESOLVENDO EQUAÇÕES DO TIPO AX² + C = 0

Agora, vamos avançar nesse conhecimento, explorando com mais profundidade a resolução de equações, especialmente as do 2º grau com uma incógnita, já que esse tipo de equação é bastante útil para representar e resolver diversos problemas do cotidiano e da matemática. A equação do 2º grau incompleta do tipo **$ax^2 + c = 0$** é caracterizada pela ausência do termo com a incógnita elevada à primeira potência, ou seja, o termo **bx**. Observe abaixo um exemplo de resolução.

$$x^2 - 49 = 0$$
$$x^2 = 49$$
$$x = \pm\sqrt{49}$$
$$x = \pm 7$$
$$x = -7 \text{ ou } x = 7$$

Com base na resolução, concluímos que os valores $x = -7$ e $x = 7$ satisfazem a equação $x^2 - 49 = 0$. Portanto, -7 e 7 são as raízes reais da equação, pois ao serem substituídos no lugar da incógnita tornam a igualdade verdadeira.

Referências

DANTE, L. R. Teláris Essencial: Matemática 9º ano (ALUNO). SÃO PAULO, SP: Editora Ática S.A, 2022.

GIOVANNI JÚNIOR, J. R. A Conquista Matemática 9º Ensino Fundamental – Anos Finais. São Paulo, SP: Editora FTD, 2022.

INSTITUTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA. Equação do 2º grau. Portal da OBMEP. Disponível em: https://portaldaobmep.impa.br/index.php/modulo/ver?modulo=25. Acesso em: 1 jun 2025.

TEIXEIRA, L. A. SuperAÇÃO! Matemática 9º ano: Manual do Professor. Moderna, 2022.

ATIVIDADE 7

Ana quer montar um canteiro de flores em formato retangular, onde o comprimento seja 5 metros maior que a largura. Ela sabe que a área total do canteiro será de 84 m². Qual deve ser a medida da largura desse canteiro?

A) 9 metros
B) 8 metros
C) 7 metros
D) 6 metros

ATIVIDADE 8

Bruno deseja pintar uma parede retangular, cujo comprimento é 2 metros a mais que sua altura. Sabendo que a área da parede é 120 m², qual é a medida da altura?

A) 10 metros
B) 12 metros
C) 15 metros
D) 20 metros

ATIVIDADE 9

Na escola de João, será construído um jardim em formato quadrado, com cada lado medindo x metros. Após a aprovação do projeto, a equipe decidiu aumentar o tamanho do jardim, acrescentando 3 metros a cada lado, para incluir um caminho com bancos ao redor. Com esse aumento, a nova área total do jardim passou a ser 121 m². Sabendo disso, qual era a medida original do lado do jardim, antes do acréscimo?

A) 8 metros
B) 9 metros
C) 10 metros
D) 11 metros

ATIVIDADE 10

Você aprendeu que muitas situações do cotidiano podem ser representadas por uma equação polinomial do 2º grau.
Agora é sua vez!
Crie um problema contextualizado que envolva uma situação em que seja necessário modelar com uma equação do segundo grau.
Resolva o problema criado, apresentando os cálculos e a solução final.

Observe agora o novo exemplo:

$$3x^2 + 27 = 0$$
$$3x^2 = -27$$
$$x^2 = \frac{-27}{3}$$
$$x^2 = -9$$

Como não existe um número real x que elevado ao quadrado seja igual a −9, essa equação não tem solução real.

RESOLVENDO EQUAÇÕES DO TIPO AX² + BX = 0

Agora, vamos aprofundar ainda mais nosso estudo sobre as equações do 2º grau, focando em um tipo específico: aquelas que possuem uma incógnita e estão na forma incompleta **ax² + bx = 0**, ou seja, com ausência do termo constante **c**. Esse tipo de equação também aparece em diversas situações do cotidiano e pode ser resolvido com técnicas simples de fatoração. Nesses casos, colocamos a incógnita x em evidência e resolvemos a equação por meio do produto de fatores. A seguir, veremos um exemplo de como resolver esse tipo de equação.

$$x^2 - 4x = 0$$
$$x(x-4) = 0$$
$$x = 0 \quad \text{ou} \quad x - 4 = 0$$
$$x = 0 \quad \text{ou} \quad x = 4$$

RESOLVENDO EQUAÇÕES POR SOMA E PRODUTO

Para aplicar a técnica de soma e produto identificamos que a soma das raízes é igual a $\frac{-b}{a}$ e o produto das raízes é igual a $\frac{c}{a}$. Com esses dois valores, buscamos dois números que, ao mesmo tempo, tenham como resultado o valor da soma e o produto correspondente. Quando encontrados, esses dois números são as raízes da equação. Essa estratégia é especialmente útil quando os coeficientes são simples e os números envolvidos são inteiros ou fáceis de identificar mentalmente.

Exemplo: Encontre as raízes reais da equação abaixo.

$$x^2 - 7x + 12 = 0.$$

Queremos encontrar dois números que somem 7 e tenham produto igual a 12. Os números 3 e 4 satisfazem essa condição, pois 3 + 4 = 7 e 3 . 4 = 12. Portanto, as raízes da equação são: x = 3 e x = 4.

Exercícios Resolvidos

EXERCÍCIO 1

A equação x² + 3x = 0:

a) não tem raízes reais.
b) tem uma raiz nula e outra negativa.
c) tem uma raiz nula e outra positiva.
d) tem duas raízes reais e simétricas.

Solução: Para resolver uma equação do segundo grau incompleta, na qual o termo constante está ausente, o primeiro passo é observar que os dois termos restantes possuem a incógnita em comum. Isso permite que a variável seja colocada em evidência, ou seja, usamos a técnica da fatoração. Ao fatorar a expressão, transformamos a equação em um produto de dois fatores. Em seguida, aplicamos a chamada "regra do produto nulo", que diz que se o produto de dois fatores é igual a zero, então pelo menos um deles deve ser zero. Assim, resolvemos separadamente cada parte do produto e encontramos os valores da incógnita que tornam a equação verdadeira. Esses valores são as raízes da equação.

$$\begin{gathered} x^2 + 3x = 0 \\ x(x+3) = 0 \\ x = 0 \quad \text{ou} \quad x + 3 = 0 \\ x = 0 \quad \text{ou} \quad x = -3 \end{gathered}$$

Portanto, as raízes da equação são x = 0 e x = -3. Resposta correta letra B.

EXERCÍCIO 2

Escreva no caderno uma equação do 2º grau para representar a situação abaixo. Em seguida, resolva essa equação.

“O quadrado de uma quantia em reais menos R$ 45,00 é igual a R$ 396,00. Qual é essa quantia?”

ATIVIDADE 3

Observe a equação no quadro abaixo.

$$\boxed{3x^2 - 48 = 0}$$

O conjunto solução dessa equação é:
A) S = {-4, 4}
B) S = {-8, 8}
C) S = {0, 4}
D) S = {0, 8}

ATIVIDADE 4

Observe a equação no quadro abaixo.

$$\boxed{5x^2 + 10x = 0}$$

O conjunto solução dessa equação é:
A) S = {-5, 0}
B) S = {0, 5}
C) S = {-2, 0}
D) S = {0, 2}

ATIVIDADE 5

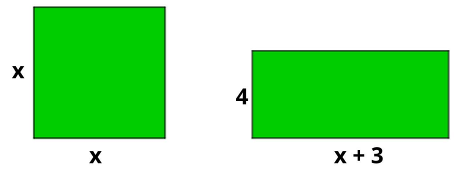
Pedro resolveu a seguinte equação do 2º grau $\boxed{x^2 + 4x - 21 = 0}$ e acertou a resposta.

O conjunto solução encontrado por ele foi:
A) S = {–21, 4}.
B) S = {–7, 3}.
C) S = {–3, 7}.
D) S = {17, 21}

ATIVIDADE 6

Na construção de dois jardins em uma praça, um em formato quadrado e outro em formato retangular, foi decidido que ambos deveriam ter a mesma área. O retângulo possui largura igual a 4 metros e comprimento igual a x + 3 metros. O quadrado tem lados medindo x metros. Sabendo que as áreas dos dois jardins são iguais, qual é o valor de x?

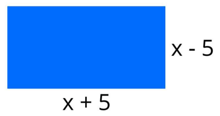
A) 5 metros
B) 6 metros
C) 8 metros
D) 10 metros



Atividades

ATIVIDADE 1

O retângulo abaixo tem área de 15 m². Sabendo que suas dimensões são x + 5 e x−5, a equação polinomial do segundo grau que permite calcular o valor de x é:



A) $x^2 - 10x - 25 = 15$

B) $x^2 - 40 = 0$

C) $(x+5)^2 = 15$

D) $x^2 + 25 = 15$

ATIVIDADE 2

Para valorizar o espaço urbano e atender melhor à comunidade, será construída uma área de lazer em um terreno quadrado localizado na praça central do bairro. Inicialmente, o projeto previa lados com comprimento de x metros. Após sugestões dos moradores, cada lado foi aumentado em 4 metros. Com essa modificação, a área total do terreno passou a ser de 100 m².

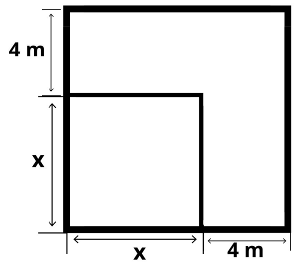
A equação polinomial do segundo grau que permite calcular o valor de x, é:

A) $x^2 + 8x - 116 = 0$

B) $x^2 + 4x - 100 = 0$

C) $x^2 + 4x - 84 = 0$

D) $x^2 + 8x - 84 = 0$



Solução: Para resolver essa situação, começamos representando a quantia desconhecida por uma letra, ou seja, uma variável. Com base nas informações do enunciado, montamos uma equação do 2º grau. O problema afirma que o quadrado dessa quantia, subtraído de 45 reais, é igual a 396 reais. A partir disso, construímos a equação, isolamos a variável e, por fim, aplicamos a raiz quadrada para encontrar a solução.

$$x^2 - 45 = 396$$
$$x^2 = 396 + 45$$
$$x^2 = 441$$
$$x = \pm\sqrt{441}$$
$$x = \pm 21$$

Como a quantia representa um valor em dinheiro (quantidade em reais), descartamos o valor negativo. Portanto, a quantia é de R$ 21,00.

EXERCÍCIO 3

Luís tem um terreno em forma de quadrado. Ele pretende comprar um terreno de 90 m² que faz divisa com o dele. Desse modo, ele ficaria com um terreno retangular de 414 m². A medida do lado do terreno em forma quadrangular de Luís é:

A) 414
B) 324
C) 30
D) 18

Solução: Sabemos que Luís tem um terreno quadrado, ou seja, com lados iguais. Ele pretende comprar mais 90 m², e o novo terreno (já com a área aumentada) terá 414 m². Subtraindo a área adquirida da área total, descobrimos a área original do terreno. Como é um quadrado, basta encontrar a raiz quadrada dessa área para descobrir a medida do lado (que chamaremos de x).

Área original do terreno:
$414m^2 - 90m^2 = 324m^2$

$$x^2 = 324$$
$$x = \pm\sqrt{324}$$
$$x = \pm 18$$

Iremos considerar somente o valor positivo, então a medida do lado do terreno de Luís é 18 metros.

EXERCÍCIO 4

Lucas possui um terreno com área de 375 m², sendo que o comprimento é 10 metros maior que a largura. Determine as medidas dos lados desse terreno.

Solução: Para resolver esse problema, representamos a largura do terreno por uma variável. Como o comprimento é 10 metros maior que a largura, somamos 10 à variável para representá-lo. Sabemos que a área do terreno é obtida multiplicando comprimento por largura. Substituímos as expressões correspondentes na fórmula da área e montamos uma equação. Depois, resolvemos essa equação do 2º grau por fatoração, encontrando os possíveis valores da largura. Como estamos falando de medidas reais, descartamos a resposta negativa e encontramos o valor correto dos dois lados.

$$x(x+10)=375$$
$$x^2+10x=375$$
$$x^2+10x-375=0$$

Agora, vamos fatorar a equação. Procuramos dois números cuja soma seja -10 e o produto seja 375. Esses números são 15 e -25. Como se trata de uma medida, descartamos o valor negativo. Logo, a largura é 15 m e o comprimento é 25 m.

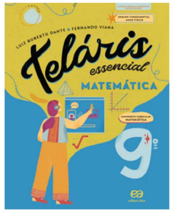
Material Extra

Utilize o livro didático para mais teoria e exercícios.

LIVROS DIDÁTICOS

Livro Teláris Essencial – Matemática – 9º ano

- Exercícios: 43 a 46 (p. 51)



Livro A Conquista da Matemática – 9º ano

- Exercícios: 1 a 8 (p. 95)

PORTAL DA OBMEP

Equação do 2º Grau