Referências

DANTE, L. R. Teláris Essencial: Matemática 9º ano (ALUNO). SÃO PAULO, SP: Editora Ática S.A, 2022.

GIOVANNI JÚNIOR, J. R. A Conquista Matemática 9º Ensino Fundamental – Anos Finais. São Paulo, SP: Editora FTD, 2022.

INSTITUTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA. Equação do 2º grau. Portal da OBMEP. Disponível em: https://portaldaobmep.impa.br/index.php/modulo/ver?modulo=25. Acesso em: 1 jun 2025.

TEIXEIRA, L. A. SuperAÇÃO! Matemática 9º ano: Manual do Professor. Moderna, 2022.

GOVERNO DO ESTADO DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

Material Estruturado

QUINZENA **21** 10/11 a 21/11

SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

9º Ano | Ensino Fundamental Anos Finais

MATEMÁTICA

FÓRMULA RESOLUTIVA DA EQUAÇÃO DO 2º GRAU

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM	DESCRITOR(ES) DO PAEBES
EF09MA26/ES - Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo $ax^2 + bx + c=0$.	• Resolver problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau, utilizando inclusive os produtos notáveis e os processos de fatoração. • Elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau, utilizando inclusive os produtos notáveis e os processos de fatoração.	D146_M Executar algorítmo de resolução de uma equação completa do 2º grau. D087_M Resolver problema envolvendo equação do 2º grau.

Contextualização

Design: Inna Tarasenko / Fonte: Canva

O Espírito Santo registrou, entre janeiro e julho de 2024, um total de 1 333 acidentes nas rodovias federais que cortam o estado. Desse total, 94 resultaram em mortes, o que representa, em média, uma vida perdida a cada três dias. As rodovias BR-101, BR-259, BR-262, BR-393 e BR-447 foram os cenários dessas ocorrências, que têm aumentado nos últimos anos, mesmo com investimentos em sinalização e campanhas de conscientização.

De acordo com a Polícia Rodoviária Federal (PRF), a maior parte dos acidentes tem como causa o comportamento imprudente dos motoristas. Entre os fatores mais citados estão as ultrapassagens proibidas ou mal avaliadas, o excesso de velocidade, o uso do celular ao volante e a condução sob efeito de álcool. Muitos desses erros ocorrem em trechos de pista simples, com curvas e pouca visibilidade, o que agrava ainda mais o risco de colisões.

Esses dados evidenciam que a imprudência, aliada às condições das pistas e ao comportamento dos condutores, resulta em decisões mal calculadas que podem ter consequências graves e imediatas. Assim, torna-se indispensável compreender que dirigir exige atenção constante, responsabilidade e respeito rigoroso às leis de trânsito.

Nesta quinzena, estudaremos a fórmula resolutiva da equação do segundo grau, também conhecida como fórmula de Bhaskara. Esse conteúdo matemático pode ser utilizado, por exemplo, para calcular a aceleração ou a distância percorrida por um veículo em determinadas situações. Assim, a matemática se conecta com a vida real, ajudando a entender fenômenos que envolvem movimento, tempo e velocidade, temas diretamente relacionados ao trânsito e à segurança nas estradas.

ATIVIDADE 8

Criando e resolvendo problemas com equação do 2º grau

Na matemática, aprender a resolver equações do 2º grau é importante, mas entender como e onde elas se aplicam na vida real torna esse conhecimento ainda mais significativo.

Agora é a sua vez de criar!

Desafio:
Crie um problema matemático que envolva uma situação real da sua escola e que possa ser resolvido por meio de uma equação do 2º grau. Em seguida, resolva o problema criado, mostrando todos os passos da resolução.

Instruções para elaborar o problema:
A situação deve ser realista e coerente com o ambiente escolar, como:

- Organização de carteiras em fileiras;
- Distribuição de alunos em turmas;
- Medidas de espaços da escola (quadra, sala de aula, canteiros);
- Eventos (festas, feiras, gincanas, etc.).

O enunciado deve ser claro, apresentando uma incógnita e conduzindo à formação de uma equação do 2º grau do tipo $\mathbf{ax^2+bx+c=0}$.
A resolução deve ser completa, mostrando:

- A equação formada a partir do problema.
- As soluções usando a fatoração ou a fórmula de Bhaskara.
- A resposta final contextualizada.

ATIVIDADE 5

Um terreno quadrado de 100 m² será dividido em quatro partes para construção de uma casa, uma piscina, uma garagem e um jardim.

- A casa ocupará um espaço quadrado com lados medindo x metros;
- A piscina e a garagem ocuparão dois retângulos idênticos, cada um com lados x e (10−x) metros;
- O jardim ocupará 16 m²;
- A área total do terreno é 100 m².

a) Determine a medida do lado da casa.
b) Represente esse terreno em um desenho, indicando as áreas da casa, da piscina, da garagem e do jardim.

ATIVIDADE 6

Desafio Matemático: A Senha do Cofre
Durante uma gincana escolar, a equipe finalista recebeu o último desafio para abrir o cofre do prêmio principal. Dentro do cofre está o certificado de campeão da competição.
O enunciado entregue aos participantes dizia:

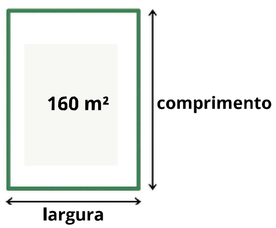
> *"A senha do cofre é formada por dois números inteiros, positivos, cuja diferença é de 5 unidades.*
> *O produto entre esses dois números é exatamente 104.*
> *Digite os dois números em ordem crescente para abrir o cofre."*

Pergunta: Quais são os dois números que formam a senha do cofre?

ATIVIDADE 7

Durante a construção de um novo espaço de lazer em uma praça pública, foi reservado um terreno retangular de 160 metros quadrados para instalação de um parquinho. O projeto prevê que o comprimento do terreno deve ser 6 metros maior que a largura.

Quais devem ser as dimensões desse terreno (largura e comprimento)?



Conceitos e Conteúdos

FÓRMULA RESOLUTIVA DA EQUAÇÃO DO 2º GRAU

Anteriormente, vimos como resolver equações do 2º grau quando algum dos termos é igual a zero, conhecidas como incompletas. Agora, vamos estudar a resolução das equações do 2º grau completas, ou seja, aquelas em que os três coeficientes (a, b e c) são diferentes de zero.

Existem diferentes métodos para encontrar as raízes desse tipo de equação, como a fatoração e a conhecida fórmula resolutiva. A seguir, deduziremos a fórmula resolutiva utilizando o método de completar quadrados.

Inicialmente, dividimos todos os termos da equação por 'a' e deixamos o termo independente isolado no segundo membro.

$$\frac{a}{a}x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

Agora, vamos aplicar o método de completar quadrado para transformar a equação em uma forma que facilite a resolução.

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}$$

Adicionamos o mesmo valor em ambos os lados

Colocamos o primeiro membro da equação na forma fatorada e realizamos os passos necessários até deixarmos a incógnita x isolada.

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \pm\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

$$x = \frac{-b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{ou} \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

A expressão “b^2 - 4ac” pode ser substituída pelo símbolo Δ (lê-se “delta”), conhecido como discriminante da equação.

CALCULANDO AS RAÍZES DE UMA EQUAÇÃO DO 2º GRAU COM Δ > 0

Por meio da fórmula resolutiva, encontraremos as raízes da equação $x^2 - 3x + 2 = 0$. Nesse caso, os coeficientes são: a = 1, b = -3 e c = 2. A partir disso, calculamos o valor do discriminante da equação.

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 9 - 8 = 1$$

Com isso:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-3) \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm 1}{2}$$

Sendo assim:

$$x_1 = \frac{3+1}{2} = \frac{4}{2} = 2 \quad \text{e} \quad x_2 = \frac{3-1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

Portanto, as raízes dessa equação são 1 e 2. Podemos notar que são duas raízes reais distintas.

Para verificar se a resolução está correta, substituímos os valores das raízes na equação.

$$\boxed{x_1 = 2}$$
$$(2)^2 - 3 \cdot 2 + 2 = 0$$
$$4 - 6 + 2 = 0$$
$$0 = 0$$

$$\boxed{x_2 = 1}$$
$$(1)^2 - 3 \cdot 1 + 2 = 0$$
$$1 - 3 + 2 = 0$$
$$0 = 0$$

De fato, os valores 1 e 2 são as raízes da equação.

Atividades

ATIVIDADE 1

Considere as equações abaixo.
Qual dessas equações possui raiz negativa?

A) $x^2 - 5x + 6 = 0$
B) $x^2 - 7x + 12 = 0$
C) $x^2 - 10x + 25 = 0$
D) $x^2 + 6x + 9 = 0$

ATIVIDADE 2

Desenvolvendo o produto notável $(4y + 5)^2$, chegaremos a um polinômio.
Esse polinômio é:

A) $16y^2 + 40y + 25$
B) $8y^2 + 40y + 10$
C) $4y^2 + 20y + 25$
D) $16y^2 + 25$

ATIVIDADE 3

Durante a preparação de um evento cultural na escola, os alunos decidiram montar uma tela de projeção retangular com área total de 35 m². Eles desejam que a altura da tela seja 2 metros menor que a largura.
Qual deve ser a largura da tela para que a área desejada seja atendida?

A) 5 m
B) 6 m
C) 7 m
D) 8 m

ATIVIDADE 4

O polinômio a seguir é um quadrado perfeito do tipo $(ax + b)^2$.

$$x^2 + 12x + 36$$

Quais são os valores de **a** e de **b**?

A) a = 1 e b = -6
B) a = 1 e b = 6
C) a = 6 e b = 1
D) a = -1 e b = 6

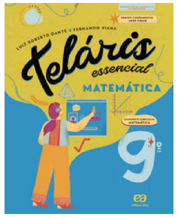
Material Extra

Utilize o livro didático para mais teoria e exercícios.

LIVROS DIDÁTICOS

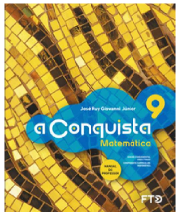
Livro Teláris Essencial – Matemática – 9º ano

- Exercícios: 63 a 76 (p. 59)



Livro A Conquista da Matemática – 9º ano

- Exercícios: 1 a 15 (p. 104)



PORTAL DA MATEMÁTICA

Equação do 2º Grau

CALCULANDO AS RAÍZES DE UMA EQUAÇÃO DO 2º GRAU COM Δ = 0

Agora, vamos resolver a equação do 2º grau $x^2 - 6x + 9 = 0$ e observar com atenção o valor do discriminante. Ao analisarmos essa equação, perceberemos um caso especial quando o delta é igual a zero. Nesse caso, os coeficientes são: a = 1, b = -6 e c = 9. A partir disso, calculamos o valor do discriminante da equação.

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 36 - 36 = 0$$

Com isso:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{0}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm 0}{2}$$

Sendo assim:

$$x_1 = \frac{6+0}{2} = \frac{6}{2} = 3 \quad \text{e} \quad x_2 = \frac{6-0}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

Quando o valor do discriminante é igual a zero, a equação do segundo grau admite duas raízes reais e coincidentes, ou seja, temos uma solução dupla. Nesse caso específico, ambas as raízes são iguais a 3.

CALCULANDO AS RAÍZES DE UMA EQUAÇÃO DO 2º GRAU COM Δ < 0

Agora, vamos resolver a equação do 2º grau $x^2 + 4x + 5 = 0$ e observar com atenção o valor do discriminante. Ao analisarmos essa equação, identificamos um caso particular em que o delta é negativo. Nesse exemplo, os coeficientes são: a = 1, b = 4 e c = 5. Com base nesses valores, calculamos o discriminante.

$$\Delta = b^2 - 4ac = (4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = 16 - 20 = -4$$

Com isso:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 \pm \sqrt{-4}}{2 \cdot 1} = \frac{-4 \pm \sqrt{-4}}{2}$$

Ao substituirmos o valor do discriminante na fórmula resolutiva, nos deparamos com a raiz quadrada de um número negativo. Isso indica que a equação não possui solução no conjunto dos números reais, pois não é possível extrair a raiz quadrada de um número negativo nesse conjunto. Portanto, concluímos que não existem soluções reais para a equação, admitindo apenas soluções no conjunto dos números complexos.

Exercícios Resolvidos

EXERCÍCIO 1

Utilize a fórmula resolutiva para resolver, em seu caderno, as equações do 2º grau apresentadas a seguir.
a) $x^2 - 5x + 6 = 0$
b) $a^2 - 8a + 16 = 0$
c) $y^2 + 2y + 5 = 0$

SOLUÇÃO

Vamos resolver cada uma das equações do 2º grau utilizando a fórmula resolutiva (fórmula de Bhaskara):
A fórmula de Bhaskara é dada por:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

onde a, b e c são os coeficientes da equação $ax^2 + bx + c = 0$.

a) $x^2 - 5x + 6 = 0$

Coeficientes:

- $a = 1$
- $b = -5$
- $c = 6$

1. Cálculo do discriminante (Δ):

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 25 - 24 = 1$$

2. Aplicando a fórmula de Bhaskara:

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm 1}{2}$$

3. Soluções:

$$x_1 = \frac{5+1}{2} = 3 \quad \text{e} \quad x_2 = \frac{5-1}{2} = 2$$

Resposta:

$$\boxed{S = \{2, 3\}}$$

$$x^2 = 4(x+3)$$
$$x^2 = 4x + 12$$
$$x^2 - 4x - 12 = 0$$
$$a = 1, \quad b = -4, \quad c = -12$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12) = 16 + 48 = 64$$
$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{64}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm 8}{2}$$
$$x_1 = \frac{4+8}{2} = \frac{12}{2} = 6 \quad \text{e} \quad x_2 = \frac{4-8}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

Como estamos lidando com medidas, x = -2 não faz sentido no contexto. Logo, a solução válida é x = 6.

No quadrado, cada lado mede 6, então o perímetro é: 4 · 6 = 24 cm
No retângulo, a base mede: 6 + 3 = 9, e a altura mede: 4.
O perímetro será:
(9+4) · 2 = 13 · 2 = 26 cm.

Encontrando as raízes:

$$x_1 = \frac{-1+3}{2} = \frac{2}{2} = 1$$
$$x_2 = \frac{-1-3}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

Verificação das soluções:

- Para $x = 1$:

$$1^2 + 2 \times 1 = 1 + 2 \implies 1 + 2 = 3 \quad \text{(Válido)}$$

- Para $x = -2$:

$$(-2)^2 + 2 \times (-2) = -2 + 2 \implies 4 - 4 = 0 \quad \text{(Válido)}$$

Ambas as soluções satisfazem a equação original.

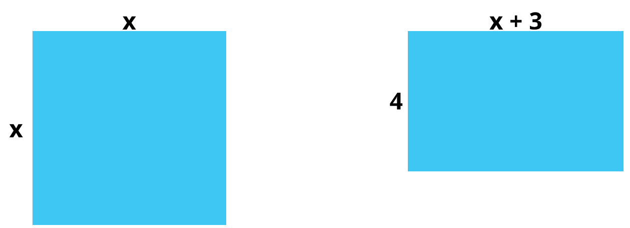
Resposta final:

As soluções da equação são $x = 1$ e $x = -2$.

$$\boxed{S = \{-2, 1\}}$$

EXERCÍCIO 4

O retângulo e o quadrado abaixo possuem o mesmo valor de área, em cm². Determine o perímetro das duas figuras.



SOLUÇÃO

Temos um quadrado com lados medindo x, portanto sua área é:
$x \cdot x = x^2$
Também temos um retângulo com base medindo x + 3 e altura igual a 4, então sua área é:
$(x + 3) \cdot 4 = 4(x + 3)$
Como o enunciado informa que as áreas são iguais, montamos a seguinte equação:

b) $a^2 - 8a + 16 = 0$

Coeficientes:
- $a = 1$
- $b = -8$
- $c = 16$

1. Cálculo do discriminante (Δ):

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16 = 64 - 64 = 0$$

2. Aplicando a fórmula de Bhaskara:

$$a = \frac{-(-8) \pm \sqrt{0}}{2 \cdot 1} = \frac{8 \pm 0}{2} = 4$$

3. Solução:

$$a = 4$$

Resposta:

$$\boxed{S = \{4\}}$$

c) $y^2 + 2y + 5 = 0$

Coeficientes:
- $a = 1$
- $b = 2$
- $c = 5$

1. Cálculo do discriminante (Δ):

$$\Delta = b^2 - 4ac = (2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = 4 - 20 = -16$$

Análise do discriminante:

Como Δ < 0, a equação não possui raízes reais.

Resposta:

$$\boxed{S = \varnothing \quad \text{(Não há soluções reais)}}$$

EXERCÍCIO 2

A área de um retângulo é igual a 24 metros quadrados. Sabendo que os lados desse retângulo medem x + 1 metros e 2x metros, determine as medidas dos lados.

SOLUÇÃO

Para determinar as medidas dos lados do retângulo, vamos seguir os seguintes passos:

Dados do problema:

- Área do retângulo: 24 m².
- Lados do retângulo: (x + 1) metros e 2x metros.

Fórmula da área de um retângulo:

$$\text{Área} = \text{base} \times \text{altura}$$

Substituindo os valores dados:

$$(x+1) \times 2x = 24$$

Passo 1: Montar a equação.

$$2x(x+1) = 24$$

$$2x^2 + 2x = 24$$

Passo 2: Trazer a equação para a forma padrão do 2º grau.

$$2x^2 + 2x - 24 = 0$$

Simplificando (dividindo todos os termos por 2):

$$x^2 + x - 12 = 0$$

Passo 3: Resolver a equação quadrática.

Usando a fórmula de Bhaskara:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Onde:

- $a = 1$
- $b = 1$
- $c = -12$

Cálculo do discriminante (Δ):

$$\Delta = b^2 - 4ac = (1)^2 - 4(1)(-12) = 1 + 48 = 49$$

Aplicando na fórmula:

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{-1 \pm 7}{2}$$

Passo 4: Encontrar as raízes

$$x = \frac{-1+7}{2} = \frac{6}{2} = 3 \qquad x = \frac{-1-7}{2} = \frac{-8}{2} = -4$$

Passo 5: Analisar as raízes

- Para x = 3.
  - Lado 1: $x + 1 = 3 + 1 = 4\,\text{m}$
  - Lado 2: $2x = 2 \times 3 = 6\,\text{m}$
  - Área: $4 \times 6 = 24\,\text{m}^2$ (válido)
- Para x = -4.
  - Lado 1: $x + 1 = -4 + 1 = -3\,\text{m}$ (não faz sentido, pois medidas não podem ser negativas)
  - Descartamos essa solução.

Portanto, as medidas dos lados do retângulo são 4 metros e 6 metros.

EXERCÍCIO 3

O quadrado de um número mais seu dobro é igual a esse número mais 2. Escreva a equação que representa as informações anteriores e resolva-a.

SOLUÇÃO

Seja x o número em questão. Traduzindo para linguagem matemática:

$$x^2 + 2x = x + 2$$

Organizar a equação na forma padrão de uma equação do 2º grau:

$$x^2 + 2x - x - 2 = 0$$

Simplificando:

$$x^2 + x - 2 = 0$$

Resolver a equação usando a fórmula de Bhaskara:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

onde:

- $a = 1$
- $b = 1$
- $c = -2$

Calculando o discriminante (Δ):

$$\Delta = b^2 - 4ac = (1)^2 - 4(1)(-2) = 1 + 8 = 9$$

Aplicando na fórmula:

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2}$$