SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL

GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

# 8º Ano | Ensino Fundamental Anos Finais

# **MATEMÁTICA**

# MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL E DE DISPERSÃO

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM	DESCRITOR(ES) DO PAEBES
EF08MA25 - Obter os valores de medidas de tendência central de uma pesquisa estatística (média, moda e mediana) com a compreensão de seus significados e relacioná-los com a dispersão de dados, indicada pela amplitude.	<ul> <li>Determinar os valores de medidas de tendência central (média, moda e mediana) de uma variável e relacioná-los com a dispersão de dados, indicada pela amplitude.</li> <li>Identificar a medida de tendência central que melhor representa a distribuição de valores observados de uma variável.</li> </ul>	D066_M Utilizar medidas de tendência central na resolução de problemas.

# Contextualização

# **DESVENDANDO OS SEGREDOS DOS NÚMEROS**

Você já parou para pensar em quantas informações numéricas nos cercam todos os dias? Desde o placar de um jogo de futebol até a quantidade de figurinhas que você tem, os números estão por toda parte. Eles nos contam histórias, nos ajudam a entender o mundo e a tomar decisões.

Mas, e se tivéssemos uma série de números e quiséssemos resumi-los para entender a principal informação? Ou, e se quiséssemos saber se esses valores estão próximos uns dos outros (pouca dispersão) ou se estão afastados (muita dispersão).

Por isso, além de sabermos qual é o valor "típico" de um conjunto de dados, também precisamos entender como esses valores se distribuem. Neste material, vamos explorar ferramentas, que juntas nos permitem interpretar dados de forma muito mais completa e precisa.



Fonte: Imagem gerada por IA.

Vamos começar?



# Conceitos e Conteúdos

# MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL

As medidas de tendência central são ferramentas estatísticas usadas para identificar um valor que represente, de forma resumida, um conjunto de dados. Elas indicam qual é o "centro" ou o valor mais característico desses dados, ajudando a compreender rapidamente onde eles se concentram. As principais são: média aritmética, moda e mediana.

# Média Aritmética (ou simplesmente Média)

A **média** é uma medida que resume e representa um conjunto de dados em um único valor e para realizar seu cálculo, é preciso dividir, em parte iguais, o todo entre seus componentes. Logo, ela nos indica o valor que equilibra todos os dados.

Como calcular a média?

- 1. Some todos os valores.
- 2. Divida o resultado pela quantidade de valores que você somou.

Exemplo resolvido:

Imagine que as idades de um grupo de amigos são: 8, 10, 9, 8, 10.

- 1. Somar os valores: 8 + 10 + 9 + 8 + 10 = 45.
- 2. Dividir pela quantidade de valores: Temos 5 idades, então  $45 \div 5 = 9$ .

A média das idades é 9 anos. Isso significa que, se as idades fossem distribuídas igualmente, cada amigo teria 9 anos.

$$M = rac{8+10+9+8+10}{5}$$
  $M = rac{45}{5} = 9$ 

A média aritmética de uma série de dados é determinada pela soma de todos os valores, dividida pela quantidade de valores adicionados.

### Moda

Na linguagem do cotidiano, dizemos que algo está na moda quando é visto com muita frequência em certo período. Na Estatística, a medida chamada **moda** indica o(s) dados(s) que aparece(m) com mais frequência em um conjunto de dados.

#### **Exemplo:**

Vamos usar as mesmas idades dos amigos: 8, 10, 9, 8, 10.

Observando os números, vemos que:

- O número 8 aparece 2 vezes.
- O número 10 aparece 2 vezes.
- O número 9 aparece 1 vez.

Neste caso, temos duas modas: 8 e 10. Quando isso acontece, dizemos que o conjunto de dados é bimodal. Um conjunto pode ter uma moda (unimodal), várias modas (multimodal) ou nenhuma moda (amodal) se todos os valores aparecem a mesma quantidade de vezes).

A **moda** de uma série de valores é determinada pelo valor que apresenta a maior frequência.

# Mediana

A **mediana** é o valor que está bem no meio de um conjunto de dados, depois que você os organiza em ordem crescente ou decrescente. Ela divide o grupo em duas partes iguais: com 50% dos valores abaixo e 50% acima dela.

Como calcular a mediana?

- 1. Organize todos os valores em ordem crescente (do menor para o maior) ou decrescente (do maior para o menor).
- 2.Se a quantidade de valores for ímpar: A mediana é o valor que está exatamente no meio.
- 3.Se a quantidade de valores for par: A mediana é a média dos dois valores do meio.

# Exemplo com quantidade ímpar de dados:

Idades dos amigos: 8, 10, 9, 8, 10.

1. Organizar em ordem crescente: 8, 8, 9, 10, 10.

2. Encontrar o valor do meio: Como temos 5 valores (número ímpar), o valor do meio é o 3°.

A mediana das idades é 9 anos.

## Exemplo com quantidade par de dados:

Imagine as notas de uma prova: 6, 8, 7, 9.

- 1. Organizar em ordem crescente: 6, 7, 8, 9
- 2. Encontrar os dois valores do meio: Como temos 4 valores (número par), os valores do meio são o 2º e o 3º, que são 7 e 8.

termos centrais 
$$6, \overline{7, 8}, 9$$

3. Calcular a média dos dois valores do meio:

$$\frac{7+8}{2}=7,5$$

A mediana das notas é 7,5.

A **mediana** é a medida estatística que divide uma série de valores em duas partes com a mesma quantidade de termos cada uma, na qual a primeira parte apresenta valores menores ou iguais a ela e, a segunda parte, valores maiores ou iguais a ela.

# MEDIDA DE DISPERSÃO: AMPLITUDE

As medidas de tendência central nos dão um resumo dos dados, mas não nos dizem o quanto esses dados estão espalhados ou concentrados. Para isso, usamos a amplitude.

A **amplitude** é a diferença entre o maior e o menor valor de um conjunto de dados. Ela nos mostra a variação total dos dados.

Como calcular a amplitude?

- 1. Encontre o maior valor no conjunto de dados.
- 2. Encontre o menor valor no conjunto de dados.
- 3. Subtraia o menor valor do maior valor.

# **Exemplo:**

Voltemos às idades dos amigos: 8, 10, 9, 8, 10.

- 1. Maior valor: 10 2. Menor valor: 8
- 3. Calcular a amplitude: 10 8 = 2

A amplitude das idades é de 2 anos. Isso significa que a diferença entre o amigo mais velho e o mais novo é de 2 anos.

Vamos observar um exemplo em que apenas a média, a moda ou a mediana não são suficientes para nos ajudar a analisar os dados.

Os dados a seguir apresentam as notas de João e de Maria em Matemática.

- João: 3,5; 4,0; 6,5; 6,5; 9,0; 9,5.
- Maria: 5,5; 6,0; 6,5; 6,5; 7,0; 7,5.

Calculando a média, a moda e a mediana das notas de cada um, temos:

Média das notas de João:

$$M=rac{3,5+4,0+6,5+6,5+9,0+9,5}{6}=6,5$$

Moda das notas de João:

- o número 3,5 aparece 1 vez;
- o número 4,0 aparece 1 vez;
- o número 6,5 aparece 2 vezes;
- o número 9,0 aparece 1 vez;
- o número 9,5 aparece 1 vez.

Neste caso a moda é 6,5.

Mediana das notas de João:

3,5; 4,0; 
$$\underbrace{\textbf{6,5}; \textbf{6,5};}_{\text{2}}$$
 9,0; 9,5  $\underbrace{\frac{6,5+6,5}{2}}_{\text{2}} = \frac{13}{2} = 6,5$ 

Logo, a média, a moda e a mediana das notas de João são iguais a 6,5.

Média das notas de Maria:

$$M=rac{5,5+6,0+6,5+6,5+7,0+7,5}{6}=6,5$$

Moda das notas de Maria:

- o número 5,5 aparece 1 vez;
- o número 6,0 aparece 1 vez;
- o número 6,5 aparece 2 vezes;
- o número 7,0 aparece 1 vez;
- o número 7,5 aparece 1 vez.

Neste caso a moda é 6,5.

Mediana das notas de Maria:

5,5; 6,0; **6,5**; 6,5; 7,0; 7,5 
$$\frac{6,5+6,5}{2} = \frac{13}{2} = 6,5$$
 termos centrais

Logo, a média, a moda e a mediana das notas de Maria são iguais a 6,5.

Apesar de as médias, modas e medianas das notas de João e Maria serem idênticas, dando a impressão de semelhança, uma análise mais atenta revela que os dois conjuntos de dados são, na verdade, distintos.

Para analisar melhor essas notas, vamos considerar a diferença entre a maior e a menor nota de cada um.

#### Ioão

Maior nota: 9,5 Menor nota: 3.5

Diferença: 9,5 - 3,5 = 6,0

#### Maria

Maior nota: 7,5 Menor nota: 5,5

Diferença: 7,5 - 5,5 = 2,0

Podemos dizer que, quanto menor for a amplitude dos dados, mais próximos eles estarão da média, da moda e da mediana. Como a amplitude das notas de João é bem maior do que a amplitude das notas de Maria, podemos dizer que as notas de João estão mais dispersas do que as notas de Maria, ou seja, as notas de Maria ficaram mais próximas das medidas de tendência central calculadas.

> A **amplitude** de uma série de valores é a diferença entre o maior valor e o menor valor observados.

# Qual medida de tendência central representa melhor os dados?

Essa é uma pergunta muito importante. A melhor medida de tendência central para representar um conjunto de dados depende de como os dados estão distribuídos e se existem valores muito diferentes dos outros.

- A **média** é adequada quando os dados estão bem distribuídos e existem valores muito extremos. No entanto, a presença de valores muito elevados ou muito baixos pode distorcer a média, tornando-a pouco representativa.
- A **moda** é a melhor opção quando queremos saber qual valor é o mais comum ou o que mais se repete, especialmente quando estamos lidando com dados que não são números (como cor favorita, tipo de fruta, etc.).
- A **mediana** é a mais indicada quando há valores extremos no conjunto de dados. Como ela se concentra no valor do meio, esses valores extremos não a afetam tanto quanto afetam a média. Por exemplo, para dados sobre salários, onde poucos ganham muito e a maioria ganha menos, a mediana é uma representação mais justa do salário típico.

# **Exercícios Resolvidos**

#### **ATIVIDADE 1**

As notas de matemática de sete alunos em uma prova foram: 7, 5, 8, 6, 7, 9, 4.

- a) Calcule a média das notas.
- b) Qual a moda das notas?
- c) Qual a mediana das notas?
- d) Qual a amplitude das notas?

### Solução:

- a) Para calcular a média, somamos todas as notas e dividimos pelo número total de alunos.
  - Soma das notas: 7 + 5 + 8 + 6 + 7 + 9 + 4 = 46
  - Número de alunos: 7
  - Média:

$$M=rac{46}{7}\cong 6,57$$

A média das notas é aproximadamente 6,57.

b) A moda é o valor que mais se repete em um conjunto de dados.

Observando as notas: 7, 5, 8, 6, 7, 9, 4. O número 7 aparece duas vezes, enquanto os outros números aparecem apenas uma vez.

Logo, a moda das notas é 7.

c) A mediana é o valor central de um conjunto de dados quando eles estão organizados em ordem crescente ou decrescente.

Primeiro, vamos ordenar as notas em ordem crescente: 4, 5, 6, 7, 7, 8, 9.

Como temos um número ímpar de notas (7 notas), a mediana é o valor que está exatamente no meio.

Nesse caso, a mediana é a 4ª nota, que é 7.

- d) A amplitude é a diferença entre o maior e o menor valor em um conjunto de dados.
  - Maior nota: 9
  - Menor nota: 4
  - Amplitude = Maior nota Menor nota Amplitude = 9-4=5

Portanto, a amplitude das notas é 5.

Dado o conjunto de valores: 1, 0, 2, 1, 3, 1, 0, 2, calcule:

- a) A média do conjunto de valores.
- b) A moda do conjunto de valores.
- c) A mediana do conjunto de valores.
- d) A amplitude do conjunto de valores.

## Solução:

- a) Para calcular a média, somamos os valores e dividimos pela quantidade total de valores do conjunto.
  - Soma dos valores: 1 + 0 + 2 + 1 + 3 + 1 + 0 + 2 = 10.
- Quantidades total de valores listados: 8
- Média:

$$M=rac{10}{8}\cong 1,25$$

Portanto, a média do conjunto de valores é 1,25.

b) A moda é o valor que mais se repete em um conjunto de dados.

Observando os números do conjunto de valores: 1, 0, 2, 1, 3, 1, 0, 2. O número 1 aparece três vezes, o número 0 aparece duas vezes, e o número 2 aparece duas vezes.

Portanto, a moda é 1.

c) A mediana é o valor central de um conjunto de dados quando eles estão organizados em ordem crescente ou decrescente.

Primeiro, vamos ordenar os números em ordem crescente: 0, 0, 1, 1, 1, 2, 2, 3.

Como temos um número par de observações (8 números), a mediana é a média dos dois valores centrais. Nesse caso, são o 4º e o 5º valores.

Os valores centrais são 1 e 1.

Mediana: 
$$\frac{1+1}{2} = 1$$

Logo, a mediana é 1.

- d) A amplitude é a diferença entre o maior e o menor valor em um conjunto de dados.
  - Maior número: 3,
  - Menor número: 0
- Amplitude = Maior número Menor número = 3 0 =3

Portanto, a amplitude é 3.



# **Material Extra**

Prezado(a) professor(a), os conceitos apresentados neste Material Estruturado podem ser trabalhados usando os seguintes livros didáticos:





A conquista matemática - 8° ano : Ensino Fundamental: Anos Finais / José Ruy Giovanni Júnior. - 1. ed. - São Paulo: FTD, 2022.

• p. 230 a 234.

Clique aqui

Teláris Essencial Matemática - 8º ano / Luiz Roberto Dante, Fernando Viana. - 1. ed. - São Paulo : Ática, 2022. • p. 76 a 82.





Clique aqui

YOUTUBE

Introdução à estatística: Média, mediana e moda.



Clique aqui



# **Atividades**

#### **ATIVIDADE 1**

As notas dos nove estudantes de uma turma preparatória para olimpíadas de matemática estão registradas na tabela a seguir.

		8,1	9,6	8,9	9,2	9,3	8,3	9,2	8,5	9,9
--	--	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Com as informações acima determine:

- A) A média aritmética das notas.
- B) A mediana das notas.
- C) A moda das notas.

# **ATIVIDADE 2**

Em um campeonato de atletismo infantil da liga estadual, o atleta Joaquim, marcou em uma sequência de seis arremessos consecutivos de dardos, as seguintes distâncias: 37, 34, 39, 29, 34 e 31 metros. Com base nos dados acima, determine:

- A) A média aritmética das distâncias obtidas nos seis arremessos.
- B) A mediana desses arremessos.
- C) A moda desses arremessos.
- D) A amplitude dos arremessos.

Nove idosos participam semanalmente do Encontro da Terceira Idade para praticar atividades físicas e se divertir. Em outubro de 2020, foi feito um levantamento da idade desses idosos.



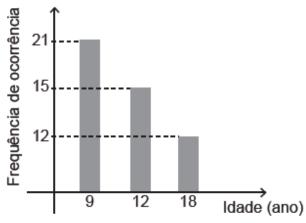
#### Idade dos idosos do Encontro da Terceira Idade

ldoso	Idade (em ano)
Alice	68
Benedito	68
Manoela	70
Yoko	70
Chang	70
José	73
Julieta	75
Sebastião	75
Ubiratan	77

Dados obtidos pelo organizador do Encontro da Terceira Idade em outubro de 2020.

Qual é a média aritmética, a moda, a mediana e a amplitude das idades dos idosos?

Uma pessoa, ao fazer uma pesquisa com alguns alunos de um curso, coletou as idades dos entrevistados e organizou esses dados em um gráfico.



Qual a moda das idades, em anos, dos entrevistados?

- A) 9
- B) 12
- C) 13
- D) 15
- E) 21

O professor Luiz Eduardo fez uma pesquisa para saber o número do calçado de cada aluno da sala, e o resultado está apresentado nos quadros a seguir.

Nome	№ calçado
Adélia	35
Afonso	38
Caio	38
Cláudia	36
Denise	36
Eduardo	39
Gabriel	40
Gisele	37
Heitor	38
Jonas	40
Júlia	35
Karen	36
Leonardo	39

Nome	№ calçado
Lucas	38
Luciana	37
Monique	38
Naiara	33
Otávio	38
Patrícia	37
Paulo	39
Pedro	40
Rita	36
Silas	38
Tadeu	38
Vitor	40

Responda às questões propostas.

- A) Quantos alunos participaram da pesquisa?
- B) Qual é a mediana do número de calçados?
- C) Qual é o número de calçado que mais aparece na pesquisa (moda)?

Observe a tabela e responda às questões.

Nome	Massa (em kg)	Nome	Massa (em kg)
Toninho	85	Gilberto	78
Rogério	85	Luciano	80
César	82	Luisão	84
Marinho	74	Juan	73
Vevé	69	Cris	77
Carlos	67	Émerson	72
Roberto	72	Ricardinho	73
Gilberto	74	Ronaldo	90,5
Marcinho	65	Adriano	86
Will	76	Renan	75
Fabinho	75	Juninho	76

- A) Qual é a mediana das massas desses jogadores?
- B) Qual é a massa média dos jogadores?
- C) Qual é a moda da massa desses jogadores?
- D) Qual é a amplitude desse conjunto de dados?

# **ATIVIDADE 7**

Os estudantes do 8º ano realizaram uma pesquisa sobre o consumo diário de água (em litros) de 7 famílias que vivem em uma comunidade rural. A iniciativa surgiu da preocupação com o uso consciente da água, especialmente em períodos de estiagem prolongada.

Os dados (em litros por dia) de 7 famílias da comunidade estão listados abaixo:

210	200	190	195	850	205	200	
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	--

Com os dados em mãos, a professora propôs uma reflexão à turma:

Entre a média, a mediana e a moda, qual dessas medidas de tendência central representa melhor o consumo de água mais comum entre as famílias pesquisadas? Justifique sua resposta.

De acordo com dados do Instituto Jones dos Santos Neves, o Espírito Santo possui atualmente cerca de 14 410 pessoas indígenas.

A quantidade da população indígena nos cinco municípios capixabas com maior número de indígenas estão apresentados na tabela a seguir:

Município	População Indígena
Aracruz	6109
Baixo Guandu	1232
Conceição da Barra	1138
Linhares	1002
Santa Maria de Jetibá	531

Disponível em: https://ijsn.es.gov.br/Media/IJSN/PublicacoesAnexos/S%C3%ADnteses/IJSN\_Censo\_2022-Populacao\_Indigena.pdf. Acesso em 04 de dezembro de 2024.

Com base nas informações, qual medida de tendência central melhor representa a distribuição das populações indígenas desses municípios? Justifique sua resposta com base nos valores apresentados.

#### **ATIVIDADE 9**

Lúcia fez uma entrevista com algumas pessoas e marcou em uma folha a idade de cada uma. Enquanto tomava seu lanche da tarde, ela deixou cair café na folha, e a idade da última pessoa entrevistada ficou ilegível.



- A) Qual é a idade da última pessoa entrevistada, se a mediana para as idades dos entrevistados é igual a 42 anos?
- B) Calcule a média das idades dos entrevistados após descobrir a última idade anotada.

# Referências

Andrini, Álvaro Praticando matemática 8 / Álvaro Andrini, Maria José Vasconcellos. – 4. ed. renovada. – São Paulo: Editora do Brasil, 2015. – (Coleção praticando matemática; v. 8)

Dante, Luiz Roberto Teláris Essencial [livro eletrônico] : Matemática : 8º ano / Luiz Roberto Dante, Fernando Viana. -- 1. ed. -- São Paulo : Ática, 2022. HTML (Teláris Essencial Matemática)

Giovanni Júnior, José Ruy A conquista matemática : 8° ano : ensino fundamental : anos finais / José Ruy Giovanni Júnior. – 1. ed. – São Paulo : FTD, 2022.

