SEDU 2026

Rotinas Pedagógicas Escolares

1ª Série

Primeiro Trimestre

Matemática

GOVERNO DO ESTADO
DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

Gerência de Currículo
da Educação Básica

GOVERNO DO ESTADO
DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

Governador
JOSÉ RENATO CASAGRANDE

Secretário de Estado da Educação
VITOR AMORIM DE ANGELO

Subsecretária da Educação Básica e Profissional
ANDRÉA GUZZO PEREIRA

Gerente de Currículo da Educação Básica
ALEIDE CRISTINA DE CAMARGO

Subgerente de Desenvolvimento Curricular da Educação Básica
MARCOS VALÉRIO GUIMARÃES

Subgerente de Educação Ambiental
ALDETE MARIA XAVIER

2026

Coordenador-geral das Rotinas Pedagógicas Escolares
MARCOS VALÉRIO GUIMARÃES

Coordenadores do componente curricular
GABRIEL LUIZ SANTOS KACHEL
LAIANA MENEGUELLI
RAYANE SALVIANO DE OLIVEIRA SILVA
WELLINGTON ROSA DE AZEVEDO
WILLIAM MANTOVANI

Validadores das Rotinas Pedagógicas Escolares
JÉSSICA MONTEIRO FALQUETTO
THIAGO CÉZAR DE PÁDUA ROSA
ORGANDI MONGIN ROVETTA
CARLOS EDUARDO MORAES PIRES

Professores bolsistas responsáveis pela elaboração das Rotinas Pedagógicas Escolares

5º ano EF
FRANCIELY GOMES FAVERO FERREIRA
PAULA AVAREZ CABANÊZ
SILVANA COCCO DALVI

6º ano EF
KARLA SOUTO DE AMORIM
MAYARA DOS SANTOS ZANARDI

7º ano EF
DAVI MARCIO BERMUDES LINO
HELIONARDO THOMAZ ALVES LOURENÇO

8º ano EF
NAFTALY CRISTAL FÉLIX
FABIANA BUENO

9º ano EF
AMECKSON DE SOUZA FERREIRA
LILIAN CRISTINA RODRIGUES SARMENTO

1ª série EM
ANATIELLI LEILIANE PEREIRA SANTANA
FABRÍCIO OLIVEIRA SOUZA

2ª série EM
HAROLDO CABRAL MAYA
SEBASTIÃO ALMEIDA MOTA

3ª série EM
HIGOR SOARES MAJONI
MAURÍCIO DE OLIVEIRA CELERI

Sumário

CAPÍTULO 1 - Números Racionais e Irracionais

CAPÍTULO 2 - Razões e Proporções

CAPÍTULO 3 - Introdução às Funções e Função Afim

Rotinas Pedagógicas Escolares

Matemática

GOVERNO DO ESTADO
DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

SEDU 2026

Gerência de Currículo
da Educação Básica

Capítulo 1: Números racionais e irracionais

Apresentação

Prezado(a) estudante,

Você já pensou como conseguimos representar números tão diferentes, como a distância entre planetas ou o tamanho de uma célula? Para isso, usamos a reta numérica, onde localizamos números racionais e irracionais, mostrando que todos têm seu lugar no mesmo sistema.

Quando lidamos com valores muito grandes ou muito pequenos, recorremos à potenciação e à notação científica, que facilitam a leitura e a comparação desses números. Além disso, as unidades de medida nos ajudam a expressar com precisão fenômenos do universo, do micro ao macro.

O que você vai estudar neste capítulo

Ao longo deste capítulo, você será convidado(a) a explorar essas ideias e perceber como a Matemática está presente em tudo o que nos cerca. Mantenha a curiosidade e a vontade de descobrir, afinal, compreender os números é também compreender o próprio universo.

Expectativas de aprendizagem

Ao final dos estudos propostos por este capítulo, espera-se que você seja capaz de:

- Reconhecer as expansões decimais de números reais, distinguindo números racionais e números irracionais;
- Localizar, de modo exato ou aproximado, números reais na reta numérica;
- Compreender o conceito de potência com expoentes inteiros e utilizá-lo na expansão decimal dos números racionais;
- Reconhecer a notação científica como forma de expressar números muito grandes ou muito pequenos, usando potências de base 10;
- Resolver problemas envolvendo operações com números reais, utilizando algoritmos convencionais, estratégias pessoais ou estimativas;
- Reconhecer que a notação científica é uma maneira eficiente de expressar números muito grandes ou muito pequenos em diversos contextos;

- Representar números em diferentes contextos utilizando a notação científica;
- Conhecer regras de arredondamento, identificando algarismos significativos e duvidosos;
- Representar quantidades não inteiras usando técnicas de arredondamento;
- Reconhecer e empregar unidades usadas para expressar medidas muito grandes ou muito pequenas;
- Converter unidades de medidas relacionadas à uma mesma grandeza a fim de expressar a mesma situação em diferentes escalas;
- Comparar diferentes unidades de armazenamento e transmissão de dados em diferentes dispositivos eletrônicos (físicos e virtuais) a partir da leitura de manuais técnicos, reportagens e/ou peças publicitárias (panfletos, anúncios etc.).

Ao concluir este capítulo, você será convidado(a) a retomar essas expectativas e refletir sobre o que aprendeu. Essa autoavaliação ajudará você a perceber o quanto evoluiu e o que pode aprimorar.

CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS

Definição de números racionais

Números racionais são aqueles que podem ser representados pela divisão entre dois inteiros, onde o denominador é diferente de zero.

$$\frac{a}{b}, \text{ com } a \text{ e } b \text{ números inteiros e } b \neq 0.$$

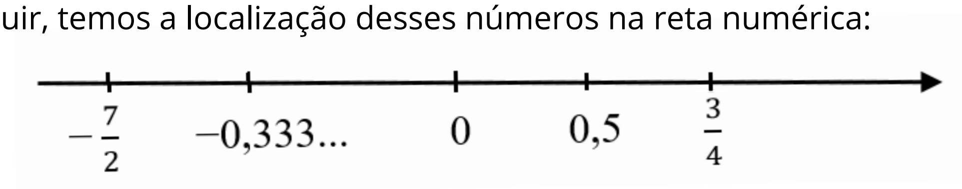
$\frac{3}{4}$ (fração positiva)

$-\frac{7}{2}$ (fração negativa)

0,5 (decimal exato)

−0,333... (decimal periódico)

A seguir, temos a localização desses números na reta numérica:



Nesse exemplo, temos o número decimal - 0,333..., que é uma **dízima periódica**.

Uma dízima periódica é um número decimal periódico, ou seja, apresenta um ou mais algarismos que se repetem na mesma ordem infinitamente. No caso de - 0,333..., o algarismo 3 continua se repetindo para sempre. Esse número pode ser representado na forma de fração e, portanto, é um número racional:

$$-\frac{1}{3} = -0,333\ldots$$

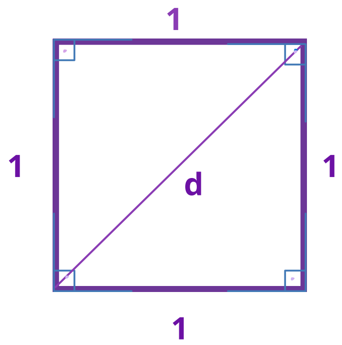
Verifique se essa igualdade é verdadeira dividindo 1 por 3.

CONJUNTO DOS NÚMEROS IRRACIONAIS

Acreditava-se que os números racionais eram suficientes para medir qualquer segmento de reta, ou seja, que todos os segmentos poderiam ser comparados de maneira proporcional. Os seguidores de Pitágoras também tinham essa verdade, mas foram justamente aqueles que descobriram que a medida do lado e da diagonal de um quadrado não pode ser expressa de forma racional.

Veja:

Consideremos um quadrado de lado unitário.



Aplicando o teorema de Pitágoras, temos:

$d^2 = 1^2 + 1^2$

$d^2 = 2$

$d = \sqrt{2}$, pois $d > 0$.

$\sqrt{2}$ **= 1,4142135623...**

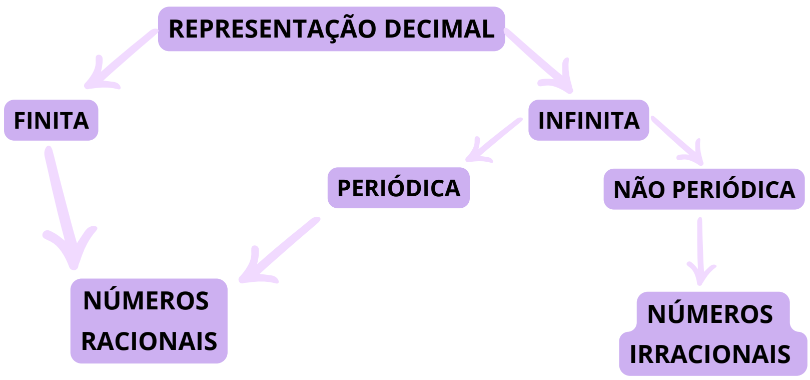
$\sqrt{2}$ é um número cuja representação decimal tem infinitas casas não periódicas depois da vírgula.

Jamais encontraremos uma unidade de medida que "caiba" um número inteiro de vezes em 1 (medida do lado do quadrado) e em 2 , independentemente de quão pequena seja a unidade de medida.

Portanto, $\frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$ **não** é um número racional.

Assim, surge o **conjunto dos números irracionais**.

Observe como podemos classificar os números de acordo com a sua representação decimal:



O **conjunto** dos **números irracionais** ($\mathbb{I}$) é formado por todos os números que **NÃO** podem ser expressos na forma:

$$\frac{a}{b},\ \text{com } a \in \mathbb{Z} \text{ e } b \in \mathbb{Z}^*.$$

Os números irracionais são aqueles cuja representação decimal **não** é finita e **não** é uma dízima periódica. Veja os exemplos:

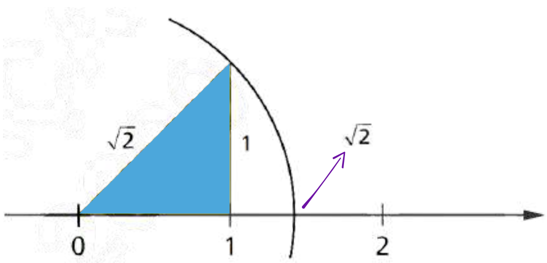
- $\sqrt{7}$ = 2,645751...
- $\frac{\sqrt{2}}{2}$ = 0,707106...
- $-\sqrt{5}$ = -2,236067...
- $\sqrt[3]{10}$ = 2,154434...
- $\frac{1}{\sqrt{3}}$ = 0,577350...
- $-3\sqrt{8}$ = -8,485281...

REPRESENTAÇÃO DOS NÚMEROS IRRACIONAIS NA RETA

Há um procedimento geométrico que permite representar alguns números irracionais na reta ordenada com o uso de um compasso.

Vamos ver como é possível, por exemplo, localizar o número irracional $\sqrt{2}$ em uma reta numérica, partindo da construção de um triângulo retângulo isósceles, em que os catetos têm a mesma medida. Acompanhe:

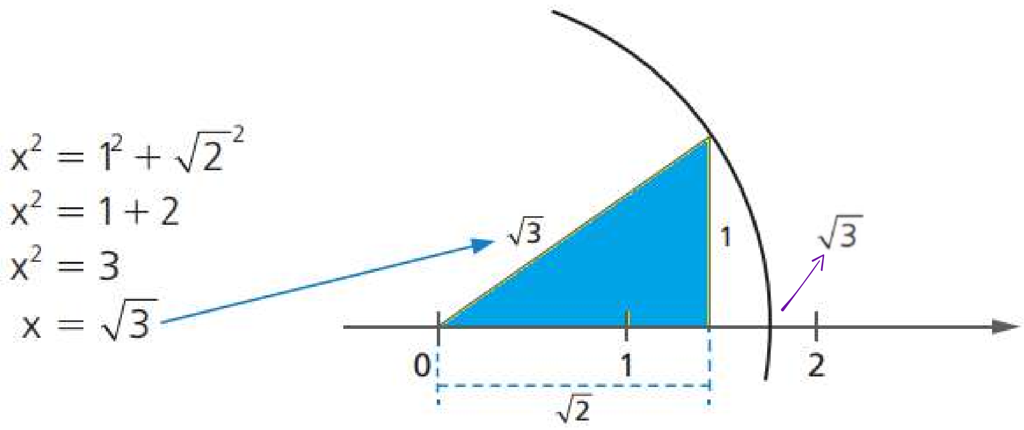
Vamos construir um triângulo retângulo isósceles cujos lados menores medem 1 unidade, com um dos catetos sobre a reta numérica.



O maior lado desse triângulo mede $\sqrt{2}$ unidades. O ponto correspondente a esse valor na reta numérica pode ser encontrado colocando-se a ponta-seca do compasso em 0 e tomando como raio a medida da hipotenusa. O ponto em que a ponta de grafite cruza a reta numérica corresponde a $\sqrt{2}$.

Podemos fazer uma construção similar para posicionar o número $\sqrt{3}$ irracional sobre a reta numérica.

Vamos, a partir da figura anterior, construir um triângulo retângulo cujos lados menores medem agora 1 e $\sqrt{2}$ unidades. Podemos verificar que a medida do maior lado desse triângulo é $\sqrt{3}$.



Observando essas construções geométricas, é possível perceber que os números irracionais $\sqrt{2}$ e $\sqrt{3}$ estão entre os números 1 e 2.
Com o uso de uma calculadora, conferimos que $\sqrt{2}$ = 1,41421356237309... Podemos considerar que um valor aproximado para $\sqrt{2}$ é 1,414.

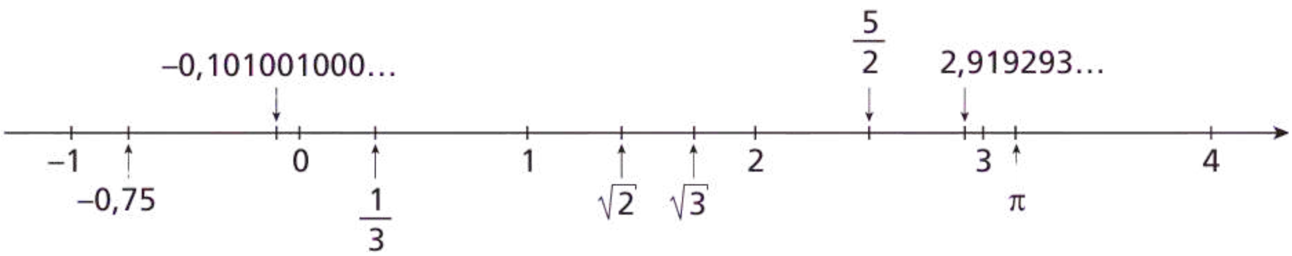
Ainda com o uso da calculadora, conferimos que $\sqrt{3}$ = 1,732050807568... , podendo considerar que um valor aproximado é 1,732.

Outra possibilidade é localizar os números irracionais de **modo aproximado**, focando na casa dos décimos para representar o número em questão na reta numérica. Podemos representar $\sqrt{2}$ aproximadamente na posição 1,4 da reta numérica, assim como na posição 1,7 para $\sqrt{3}$.

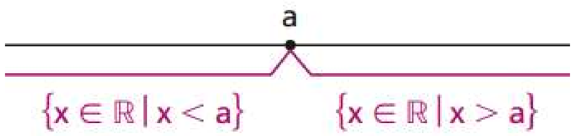
CONJUNTO DOS NÚMEROS REAIS

A reunião do conjunto dos números racionais ($\mathbb{Q}$) com o dos números irracionais ($\mathbb{I}$) resulta no conjunto dos números reais, representado por $\mathbb{R}$.

Se marcarmos na reta ordenada os números racionais e os números irracionais, preencheremos totalmente a reta, que passará a se chamar ***reta real ou reta numérica***. Veja alguns exemplos de números reais na reta:



Na reta real, os números estão ordenados. Um número **a** é menor que qualquer número **x** colocado à sua direita e maior que qualquer número **x** à sua esquerda.

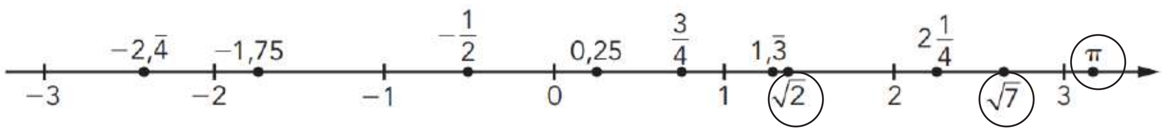


REPRESENTAÇÃO DOS NÚMEROS REAIS NA RETA

Para cada número real, há um ponto correspondente na reta numérica e, para cada ponto da reta, há um número real correspondente. Por isso, dizemos que existe uma correspondência 1 a 1 entre os números reais e os pontos de uma reta.

Considerando a correspondência 1 a 1, os números reais ocupam todos os pontos da reta numérica. Por isso, ela também é chamada de **reta real**.

Considere essa reta numérica e a localização de alguns números nela. Os números irracionais $\sqrt{2}$, $\sqrt{7}$ e π foram considerados com valores aproximados ($\sqrt{2}$ ≈ 1,4; $\sqrt{7}$ ≈ 2,6 e π ≈ 3,1).



OPERAÇÕES COM NÚMEROS REAIS

Já estudamos que há certas limitações em relação às operações nos conjuntos numéricos dos números naturais, inteiros e racionais.

No conjuntos dos números naturais, nem sempre é possível subtrair, obter divisões exatas ou extrair a raiz quadrada e encontrar um número natural.

No conjunto dos números inteiros, nem sempre é possível obter divisões exatas ou extrair a raiz quadrada e encontrar um número inteiro.

No conjunto dos números racionais, nem sempre é possível extrair a raiz quadrada exata e encontrar um número racional.

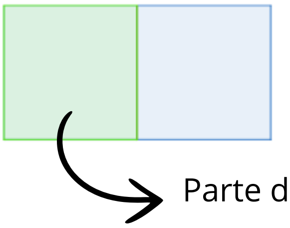
Entretanto, no conjunto dos números reais, podemos efetuar qualquer adição, subtração, multiplicação ou divisão com números reais (exceto a divisão por zero), bem como extrair a raiz quadrada de qualquer número real positivo e obter um número real.

Vale lembrar que há restrições: a raiz quadrada de um número negativo, por exemplo, não representa um número real, pois não existe número real que, elevado ao quadrado, resulte um número real negativo.

Exercícios Resolvidos

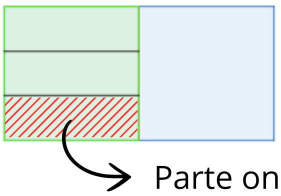
1) Uma pessoa possui, nos fundos de sua casa, um pequeno terreno. Ela decidiu que $\frac{1}{2}$ do terreno seria destinado ao plantio de flores, e dessa parte $\frac{1}{3}$ seria para o cultivo de rosas. Qual fração do terreno representa a parte reservada para o plantio de rosas?

RESOLUÇÃO



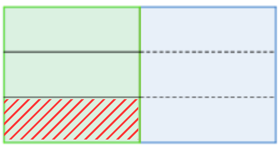
Parte do terreno destinada ao plantio de flores

A parte onde ocorrerá o plantio das rosas é um terço da parte reservada para o plantio de flores.



Parte onde as rosas serão plantadas

Estendendo as divisões para o terreno todo, podemos perceber que a parte reservada para o plantio de rosas representa um sexto do terreno.



Na prática, para resolver esse problema precisamos determinar qual fração representa $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{2}$ do terreno. O cálculo de fração de uma fração pode ser realizado por meio da multiplicação de frações. Veja:

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 1}{3 \cdot 2} = \frac{1}{6}$$

A fração do terreno reservada para o plantio de rosas é $\frac{1}{6}$.

2) Represente os números abaixo em uma reta numérica e, em seguida, escreva-os em ordem crescente.

$$\sqrt{5}\,;\ -\frac{2}{5};\ \sqrt{25}\,;\ 5{,}222\ldots;\ -2{,}5;\ +\sqrt{2}\,;\ -\sqrt{2}$$

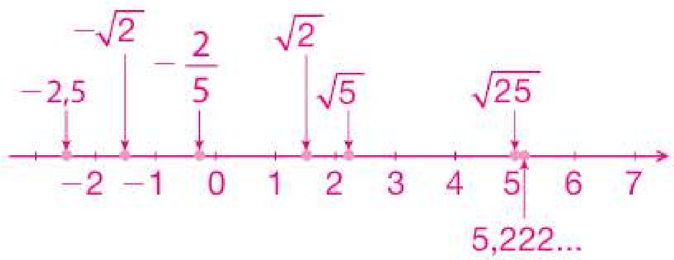
RESOLUÇÃO

Para posicioná-los corretamente na reta numérica, precisamos encontrar o valor aproximado das raízes e das frações.

Vamos calcular:

$\sqrt{5}$ ≈ 2,236... -2/5 = −0,4 $\sqrt{25}$ =5 5,2222... −2,5 $\sqrt{2}$ ≈1,41421... $-\sqrt{2}$ ≈ -1,41421...

Agora que temos as aproximações decimais, basta posicioná-los na reta numérica.



Enfim, organizamos os números do menor para o maior valor, ou seja, em ordem crescente:

$$-2,5 < -\sqrt{2} < -\frac{2}{5} < \sqrt{2} < \sqrt{5} < \sqrt{25} < 5,222\ldots$$

Material Extra

VÍDEOS

Os Números Racionais
https://youtu.be/wkGyX78gZ8A?si=DJuLfGbFtm3ZEWwF

Os Números Irracionais
https://www.youtube.com/watch?v=uc0EpuarO9o

Atividades

ATIVIDADE 1

Durante o século IX, o matemático persa Al-Khwarizmi escreveu sobre frações em seu livro "Al-Kitab al-Mukhtasar fi Hisab al-Jabr wal-Muqabala", popularizando o uso de números racionais no mundo islâmico. Ele usava frações para representar partes de um inteiro, o que facilitava a resolução de problemas matemáticos do dia a dia.

Imagine que, para ensinar frações, Al-Khwarizmi propôs o seguinte problema aos seus alunos:

"Um comerciante tinha $\frac{5}{8}$ de um saco de especiarias.

Ele decidiu vender $\frac{2}{3}$ dessa quantidade a um cliente.

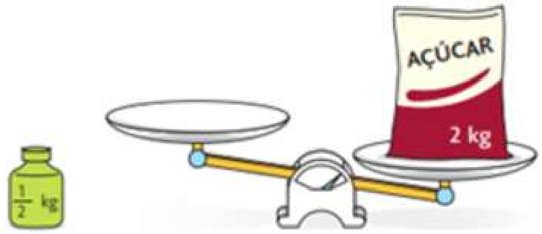
Que fração do saco de especiarias o cliente comprou?"

ATIVIDADE 2

Luciana pretende fazer uma lasanha para o almoço de domingo. Precisará comprar 0,400 kg de queijo e 0,300 kg de presunto. Quanto ela gastará com o recheio da lasanha, sabendo que o quilograma de queijo custa R$ 35,50 e o de presunto R$ 21,90?

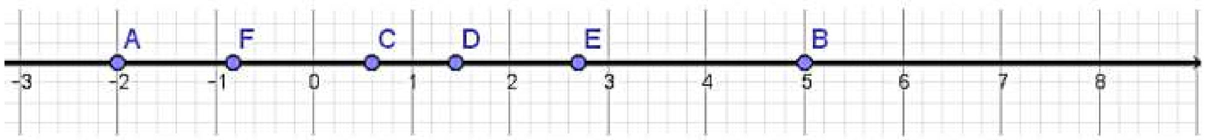
ATIVIDADE 3

Na imagem a seguir, a balança não está em equilíbrio. Quantas peças iguais a que está próxima à balança (de kg) são necessárias para que ela fique em equilíbrio?



ATIVIDADE 4

Na reta real a seguir temos marcados alguns pontos que representam a localização de números reais. Qual desses pontos melhor representa a localização do número irracional $\sqrt{7}$?



A) B
B) C
C) D
D) E
E) F

ATIVIDADE 5

Paulo e Alberto foram juntos ao posto para abastecer seus veículos. Paulo vai abastecer seu carro com 14,5 litros de gasolina, e Alberto vai abastecer sua caminhonete com 8 litros de diesel. Quanto cada um vai gastar sabendo que o preço do litro da gasolina é R$ 6,12 e o litro do diesel é R$ 6,03?

ATIVIDADE 6

O número irracional $\sqrt{30}$ está entre os números inteiros 5 e 6 pois **30** está entre **$5^2 = 25$ e $6^2 = 36$**.

Seguindo nesse mesmo raciocínio, podemos afirmar que o número irracional $\sqrt{105}$ está entre:

A) 8 e 9

B) 9 e 10

C) 10 e 11

D) 11 e 12

E) 12 e 13

ATIVIDADE 7

Em uma escola, $\frac{3}{5}$ dos alunos de uma turma de 40 estudantes participaram de um evento cultural. No total, $\frac{1}{4}$ dos alunos que participaram do evento eram da turma de matemática. Quantos alunos de matemática participaram?

ATIVIDADE 8

Considere os seguintes números decimais:

I. 0,75

II. 3,141592653589793...

III. 1,3333...

IV. 2,718281828459045...

São irracionais:

A) Somente II

B) II e IV

C) I e III

D) I, II e IV

E) II e III

ATIVIDADE 9

Considere a expressão numérica a seguir $\sqrt{\dfrac{2^2+\sqrt{25}+1}{2}}$.

Sobre o resultado da expressão, podemos afirmar que:

A) é um número racional, mas não é inteiro.

B) é um número inteiro, mas não é natural.

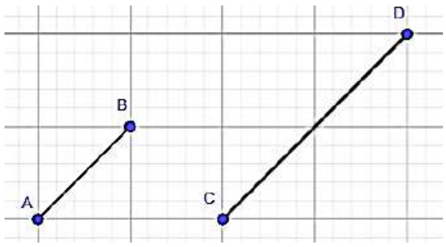
C) é um número natural.

D) é um número irracional.

E) não é um número real.

ATIVIDADE 10

Na figura ao lado, o segmento $\overline{AB}$ é a diagonal de um quadrado de lados medindo 1 unidade e seu comprimento pode ser calculado pelo teorema de Pitágoras da seguinte forma:



$AB = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} = 1{,}4142135623730950488016887242097\ ...$

A medida desse comprimento é um número irracional e pode ser aproximado por 1,41.

Usando, também, o teorema de Pitágoras, podemos concluir que o comprimento do segmento $\overline{CD}$ é um número irracional dado por $\sqrt{8}$.

Em relação a esses números, qual das alternativas a seguir **NÃO** é verdadeira?

A) $\sqrt{8}$ é o dobro de $\sqrt{2}$

B) O valor aproximado de $\sqrt{8}$ é 2,82

C) A soma $\sqrt{2}+\sqrt{8}=\sqrt{10}$

D) A soma $\sqrt{2}+\sqrt{8}=3\sqrt{2}$

E) A soma $\sqrt{2}+\sqrt{8}=\sqrt{18}$

REVISÃO DE POTENCIAÇÃO COM EXPOENTES INTEIROS

Definições

Definição 1: Seja n um número natural e a um número real. Chama-se de potência de base a e expoente n o número a^n, que é produto de n fatores iguais a a, ou seja:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \cdots \cdot a}_{\text{n vezes}}$$

Exemplos:

- $1^8 = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$
- $2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$
- $(-5)^2 = (-5) \cdot (-5) = 25$
- $(-4)^3 = (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) = -64$
- $\left(\frac{3}{4}\right)^3 = \left(\frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{3}{4}\right) = \frac{3 \cdot 3 \cdot 3}{4 \cdot 4 \cdot 4} = \frac{27}{64}$
- $(-0{,}5)^2 = (-0{,}5) \cdot (-0{,}5) = 0{,}25$

Definição 2: Caso $a \neq 0$, então $a^0 = 1$

Exemplos:

- $1^0 = 1$
- $(-3)^0 = 1$
- $10000000^0 = 1$
- $(0{,}000000018)^0 = 1$
- $(\pi)^0 = 1$

Definição 3: Caso o expoente seja negativo, temos que

Exemplos:

- $2^{-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{8}$
- $(-3)^{-2} = \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{9}$
- $\left(\frac{4}{7}\right)^{-3} = \left(\frac{7}{4}\right)^3 = \left(\frac{7}{4}\right) \cdot \left(\frac{7}{4}\right) \cdot \left(\frac{7}{4}\right) = \frac{343}{64}$
- $(0{,}5)^{-4} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} = 2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$
- $\frac{1}{5^{-2}} = 5^2 = 5 \cdot 5 = 25$
- $(a+b)^{-1} = \left(\frac{1}{a+b}\right)^1 = \frac{1}{a+b}$ (Contanto que $a + b \neq 0$)

VOCÊ SABIA?

O corpo humano abriga trilhões de bactérias. Estima-se que o número de bactérias no intestino humano seja em torno de $1{,}3 \times 10^{13}$, um número extremamente grande, que fica mais acessível e gerenciável usando notação científica.

PROPRIEDADES DA POTENCIAÇÃO

Vamos revisar as propriedades da potenciação considerando potências com base real não nula e expoente inteiro.

1-MULTIPLICAÇÃO DE POTÊNCIAS DE MESMA BASE

Para calcular o produto de potências de mesma base real não nula e expoentes inteiros, ***mantemos*** a base e ***adicionamos*** os expoentes.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}, \text{com } a \in \mathbb{R}^*, m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{Z}$$

$\mathbb{R}^*$ é o conjunto dos números reais, exceto o zero!

Veja alguns exemplos:

- $2^3.2^5 = 2^{3+5} = 2^8$
- $\left(\frac{2}{3}\right)^2 . \left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{2}{3}\right)^{2+(-3)} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$
- $(0,43)^5 . (0,43) = (0,43)^{5+1} = (0,43)^6$
- $(-3)^{-2} . (-3)^4 = (-3)^{-2+4} = (-3)^2$

2 - DIVISÃO DE POTÊNCIA DE MESMA BASE

Para calcular o quociente de potências de mesma base real não nula e expoentes inteiros, ***mantemos*** a base e ***subtraímos*** os expoentes.

$$a^m \div a^n = a^{m-n}, \text{com } a \in \mathbb{R}^*, m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{Z}$$

Veja alguns exemplos:

- $0,6^4 : 0,6 = 0,6^{4-1} = 0,6^3$
- $8^5 : 8^5 = 8^{5-5} = 8^0 = 1$
- $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2} : \left(\frac{1}{5}\right)^{-3} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-2-(-3)} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-2+3} = \left(\frac{1}{5}\right)^1 = \frac{1}{5}$
- $3^{-3} : 3^{-2} = 3^{(-3)-(-2)} = 3^{-3+2} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$

3 - POTÊNCIA DE UMA POTÊNCIA

Para calcular a potência de uma potência com base real não nula e expoentes inteiros, ***mantemos*** a base e ***multiplicamos*** os expoentes.

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}, \text{com } a \in \mathbb{R}^*, m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{Z}$$

Veja alguns exemplos:

- $\left(2^3\right)^2 = 2^{3\,.\,2} = 2^6$
- $\left(11^2\right)^{-4} = 11^{2\,.\,(-4)} = 11^{-8} = \left(\frac{1}{11}\right)^8$
- $\left(2,5^3\right)^4 = (2,5)^{3\,.\,4} = (2,5)^{12}$

4 - POTÊNCIA DE UM PRODUTO

A potência de um produto pode ser transformada em um produto de potências.

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n, \text{com } a \in \mathbb{R}^*, b \in \mathbb{R}^*, n \in \mathbb{Z}$$

Veja alguns exemplos:

- $(3 \cdot 7)^{-3} = 3^{-3} \cdot 7^{-3}$
- $(1,5\ .\ 0,6)^5 = 1,5^5 . 0,6^5$
- $\left(\frac{1}{7} .\ (-3)\right)^2 = \left(\frac{1}{7}\right)^2 . (-3)^2$

5 - POTÊNCIA DE UM QUOCIENTE

A potência de um quociente pode ser transformada em um quociente de potências.

$$(a \div b)^n = a^n \div b^n, \text{com } a \in \mathbb{R}^*, b \in \mathbb{R}^*, n \in \mathbb{Z}$$

Veja alguns exemplos:

- $\left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1^4}{3^4} = \frac{1}{81}$
- $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \frac{2^{-2}}{5^{-2}} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 : \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1}{4} : \frac{1}{25} = \frac{25}{4}$

NOTAÇÃO CIENTÍFICA

Notação científica é uma forma de se escrever um número com muitos algarismos de uma forma mais simples. Podem ser números que expressem elevadas grandezas, como a distância da Terra até o Sol, o diâmetro de uma galáxia, ou mesmo as grandezas microscópicas, tais como o diâmetro de um fio de cabelo até o tamanho de bactérias.
Um número na notação científica deve ter as seguintes características:

1. **ser escrito como um produto de 2 fatores;**
2. **um dos fatores deve ser um número de 1 a 10, excluído o 10;**
3. **o outro fator deve ser uma potência de base 10.**

Vamos retomar o exemplo dado na contextualização desse material, sobre distâncias astronômicas. Vimos que o ano-luz é uma unidade de comprimento equivalente a cerca de 9,5 trilhões de quilômetros ou seja 9 500 000 000 000 km.

Vamos modelar esse número para notação cietífica.
1. Escrever como um produto de 2 fatores.

$$95 \cdot 1\ 000\ 000\ 000\ 000$$

2. Modelar um dos fatores par ser um número de 1 a 10, excluindo o 10.

$$9,5 \cdot 10^1$$

3. Modelar o outro fator para ser uma potência de base 10.

$$\underbrace{1\ 000\ 000\ 000\ 000}_{\text{12 zeros}} = 10^{12}$$

Por fim temos:

$$9,5 \cdot 10^1 \cdot 10^{12} =$$
$$9,5 \cdot 10^{(1+12)} =$$
$$9,5 \cdot 10^{13}$$

Observe nos exemplos a seguir uma maneira prática para transformar um número para notação científica a partir do posicionamento da vírgula. Lembre-se que para o 2° passo é necessário que um dos fatores seja um número de 1 a 10, excluindo o 10.

Números maiores do que 1

- $2\ \underbrace{870\ 000\ 000}_{\text{9 algarismos}} = 2,87 \cdot 10^{9}$
- $3\underbrace{8\ 000\ 000}_{\text{7 algarismos}} = 3,8 \cdot 10^{7}$
- $1\ \underbrace{470\ 000}_{\text{6 algarismos}} = 1,47 \cdot 10^{6}$
- $1\underbrace{00\ 000\ 000}_{\text{8 algarismos}} = 1,0 \cdot 10^{8}$

Números menores do que 1

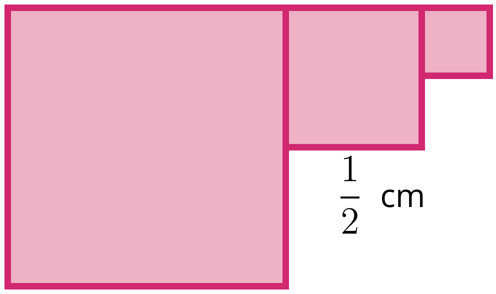
- $0,\underbrace{000001}_{\text{6 algarismos}}8 = 1,8 \cdot 10^{-6}$
- $0,\underbrace{000}_{\text{4 algarismos}}6 = 6,0 \cdot 10^{-4}$
- $0,\underbrace{004}_{\text{4 algarismos}}5 = 4,5 \cdot 10^{-3}$
- $0,\underbrace{00000000}_{\text{4 algarismos}}1 = 1,0 \cdot 10^{-8}$

Analisando esses exemplos nós descobrimos que a quantidade de algarismos que a vírgula se desloca é numericamente igual ao expoente da base 10.

Quando o número é maior que 1 o expoente será **positivo**.

Quando o número é menor que 1 o expoente será **negativo**.

1) A figura a seguir é formada por 3 quadrados cujas medidas estão indicadas. Calcule a área total da figura.



RESOLUÇÃO
A área de um quadrado é dada pela medida de seu lado elevada ao quadrado. Vamos escrever a soma das áreas como soma dos quadrados dos lados:

$$1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2$$

$$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16}$$

Para realizar essa adição, encontramos frações equivalentes:

$$\frac{16}{16} + \frac{4}{16} + \frac{1}{16} = \frac{21}{16} \text{ cm}^2$$

A figura composta pelos três quadrados possui área de $\frac{21}{16}$ cm².

2) A pirâmide de Quéops, que é uma das três pirâmides do Egito, foi construída com **25 000 000** de toneladas de pedra. Escreva esse número usando notação científica.

Resposta: seguindo os passos apresentados na página 5, deslocamos a vírgula para a esquerda formando o número 2,5. Como foram 7 casas deslocadas, este será o expoente positivo da base 10.

$$25\ 000\ 000,0 = 2,5 \cdot 10^7$$

3) Determine o valor de cada uma das potências de fração abaixo.

$A) \quad \left(\frac{6}{5}\right)^2$

$B) \quad \left(-\frac{3}{10}\right)^3$

$C) \quad \left(-\frac{2}{3}\right)^4$

Resposta

$$A) \left(\frac{6}{5}\right)^2 \rightarrow \left(\frac{6^2}{5^2}\right) = \frac{36}{25}$$

$$B) \left(-\frac{3}{10}\right)^3 \rightarrow \left(-\frac{3}{10}\right) \cdot \left(-\frac{3}{10}\right) \cdot \left(-\frac{3}{10}\right) = \left(\frac{-27}{1000}\right)$$

Base negativa com expoente ímpar: resultado negativo.

$$C) \left(-\frac{2}{3}\right)^4 \rightarrow + \left(\frac{2^4}{3^4}\right) = +\frac{16}{81}$$

Base negativa com expoente par: resultado positivo.

4) Calcule o resultado das potências com números decimais:

$A) \ (0,3)^2$

$B) \ (0,07)^3$

$C) \ (1,2)^2$

Resposta:

$$\begin{aligned} A) \ (0,3)^2 &\rightarrow algarismo\ significativo\ = 3 \\ &\rightarrow calcular\ a\ potência \rightarrow 3^2 = 9 \\ &\rightarrow colocar\ a\ vírgula \rightarrow 1 \cdot 2 = 2\ casas\ na\ parte\ decimal \\ &\rightarrow 0,09 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B) \ (0,07)^3 &\rightarrow algarismo\ significativo\ = 7 \\ &\rightarrow calcular\ a\ potência \rightarrow 7^3 = 343 \\ &\rightarrow colocar\ a\ vírgula \rightarrow 2 \cdot 3 = 6\ casas\ na\ parte\ decimal \\ &\rightarrow 0,000343 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C) \ (1,2)^2 &\rightarrow algarismo\ significativo\ = 12 \\ &\rightarrow calcular\ a\ potência \rightarrow 12^2 = 144 \\ &\rightarrow colocar\ a\ vírgula \rightarrow 1 \cdot 2 = 2\ casas\ na\ parte\ decimal \\ &\rightarrow 1,44 \end{aligned}$$

5) O Espírito Santo possui uma população estimada de 3 834 000 de habitantes, segundo o IBGE. Como você escreveria esse número em notação científica?

Resposta: Vamos seguir os 3 passos:

$$\begin{aligned} &\rightarrow escrever\ o\ número\ como\ dois\ fatores = 3\ 834 \cdot 1\ 000 \\ &\rightarrow um\ fator\ ser\ um\ número\ de\ 1\ a\ 10 = 3,834 \cdot 1000 \cdot 1000 \\ &\rightarrow o\ outro\ fator,\ potência\ de\ base\ 10 = 1\ 000 \cdot 1\ 000 = 1\ 000\ 000 = 10^6 \\ &\rightarrow 3,834 \cdot 10^6 \end{aligned}$$

Material Extra

VÍDEOS

Elevar um número a zero
https://www.youtube.com/watch?v=ouTWFasodDU

Medidas astronômicas
https://pt.khanacademy.org/science/9-ano/terra-e-universo-o-universo/as-medidas-no-universo/v/medidas-astronomicas-parte-ii

Potenciação
https://www.youtube.com/watch?v=jqzG0npdp1Q

Atividades

ATIVIDADE 1

O índice de massa corporal, mais conhecido pela sigla IMC, é um índice adotado pela OMS (Organização Mundial de Saúde), que é usado para o diagnóstico do sobrepeso e da obesidade. O IMC pode ser facilmente calculado a partir do peso, dado em kg, e da altura, dada em metros, pela fórmula: $\text{IMC} = \dfrac{\text{PESO}}{(\text{ALTURA})^2}$.

Calcule o IMC de uma pessoa que pesa 64 kg e mede 1,60 m.

ATIVIDADE 2

Resolva as potências:

A) $\left(\frac{2}{7}\right)^0 =$

C) $\left(-\frac{3}{5}\right)^2 =$

B) $\left(\frac{1}{3}\right)^1 =$

D) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 =$

ATIVIDADE 3

Resolva as potências:

A) $(0,2)^3 =$

E) $(-4)^{-2} =$

B) $(-1,2)^2 =$

F) $\left(\frac{7}{6}\right)^{-3} =$

C) $(0,01)^2 =$

G) $5^{-4} =$

D) $-0,5^1 =$

ATIVIDADE 4

Aplicando as propriedades das potências, resolva as sentenças a seguir.

A) $\left(\frac{5}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^3 = \left(\frac{5}{2}\right)^{2+3} = \left(\frac{5}{2}\right)^5 =$

B) $(0,8)^5 \div (0,8)^3 =$

C) $\left[(3,2)^2\right]^2 =$

D) $\left(\frac{3}{10}\right)^7 \div \left(\frac{3}{10}\right)^2 =$

ATIVIDADE 5

Escreva os números abaixo como potências de base 10:

A) 1

B) 10

C) 100

D) 1000

E) 10000

F) 100000

G) 0,1

H) 0,01

I) 0,0001

J) 0,0000001

ATIVIDADE 6

Escreva em notação científica:

A) 31 000 =

B) 0,00452 =

C) 245 000 000=

D) $5\ 000\ 000 \cdot 9\ 000 =$

E) $0,002 \cdot 0,0015 =$

F) 0,00000129 =

ATIVIDADE 7

Existem vários tipos de vírus que podem ter estrutura e tamanhos diferentes, porém, no geral, são seres minúsculos invisíveis a olho nu. Entre 2020 e 2021, o Brasil viveu a pandemia da Covid19, causada pelo novo corona vírus (SARS-CoV-2). O comprimento típico de um vírus é de 0,000001 centímetros, de diâmetro, aproximadamente. Escreva em notação científica, o comprimento do diâmetro desse vírus.

ATIVIDADE 8

A distância média do Sol até Marte é de 227 940 000 km.

A) Escreva essa distância em notação científica.

B) Escreva essa distância, em metros (1 km = 1 000 m), em notação científica.

ATIVIDADE 9

Em uma aula de Geografia, quando estudavam sobre o Sistema Solar, o professor apresentou algumas curiosidades sobre a massa da Terra e do Sol. Veja o mapa mental apresentado pelo professor:

A massa do Sol e a massa da Terra estão escritas em notação científica. Escreva essas massas em forma decimal.

ATIVIDADE 10

ÁGUA, ESCASSEZ NO MUNDO

As reservas de água potável estão se esgotando rapidamente no mundo todo. Por um lado, a má distribuição natural dos recursos hídricos pelo planeta faz com que as populações de algumas regiões tenham mais água do que o necessário e outras precisem sobreviver com volume abaixo do considerado aceitável para uma vida saudável.

O estresse hídrico – o desequilíbrio entre a oferta e a demanda de água em determinada região – tem como motivo, também, a poluição dos rios e lagos. A ONU estima que mais de 1 bilhão de pessoas já vivam com pouca ou nenhuma água. As nações mais afetadas estão na África Subsaariana, no Oriente Médio e na China.

A carência de água compromete a produção de alimentos, o crescimento econômico e a saúde da população. Cerca de 2,2 milhões de pessoas morrem anualmente em razão de doenças causadas por água infectada.

FONTE: Guia do estudante – *Atualidades vestibular 2008*. 6. ed. São Paulo: Abril, 2008. p. 195.

O desperdício de água é um problema ambiental que pode comprometer a sobrevivência das próximas gerações. No Brasil, em 2022, o desperdício de água foi de aproximadamente 7 000 000 000 de metros cúbicos, o equivalente a 7 636 piscinas olímpicas. Escreva a quantidade de água desperdiçada, em notação científica.

CONEXÃO ENEM

QUESTÃO 1

A Agência Espacial Norte-Americana (Nasa) informou que o asteroide YU 55 cruzou o espaço entre a Terra e a Lua no mês de novembro de 2011. A ilustração sugere que o asteroide percorreu sua trajetória no mesmo plano que contém a órbita descrita pela Lua em torno da Terra.

Na figura, está indicada a proximidade do asteroide em relação à Terra, ou seja, a menor distância que ele passou da superfície terrestre.

Com base nessas informações, a menor distância que o asteroide YU 55 passou da superfície da Terra é igual a:

a) $3,25.10^2\ km$

b) $3,25.10^3\ km$

c) $3,25.10^4\ km$

d) $3,25.10^5\ km$

e) $3,25.10^6\ km$

Fonte: NASA

QUESTÃO 2

A gripe é uma infecção respiratória aguda de curta duração causada pelo vírus influenza. Ao entrar no nosso organismo pelo nariz, esse vírus multiplica-se, disseminando-se para a garganta e demais partes das vias respiratórias, incluindo os pulmões.
O vírus influenza é uma partícula esférica que tem um diâmetro interno de 0,00011 mm.

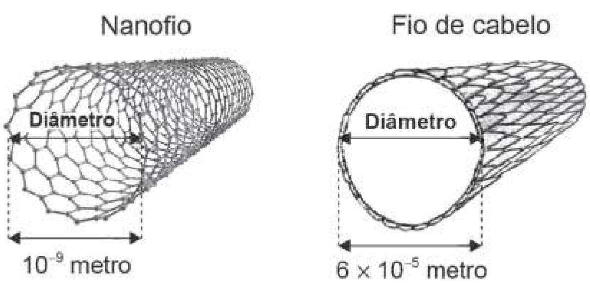
Disponível em: www .gripenct.pt. Acesso em: 2 nov. 2013 (adaptado)

Em notação científica, o diâmetro interno do vírus influenza, em mm é:

$a)\ 1,1 \cdot 10^{-1}$
$b)\ 1,1 \cdot 10^{-2}$
$c)\ 1,1 \cdot 10^{-3}$
$d)\ 1,1 \cdot 10^{-4}$
$e)\ 1,1 \cdot 10^{-5}$

QUESTÃO 3

O nanofio é um feixe de metais semicondutores usualmente utilizado na fabricação de fibra óptica. A imagem ilustra, sem escala, as representações das medidas dos diâmetros de um nanofio e de um fio de cabelo, possibilitando comparar suas espessuras e constatar o avanço das novas tecnologias.



O número que expressa a razão existente entre o comprimento do diâmetro de um fio de cabelo e o de um nanofio é:

$a)\ 6 \cdot 10^{-14}$
$b)\ 6 \cdot 10^{-5/9}$
$c)\ 6 \cdot 10^{5/9}$
$d)\ 6 \cdot 10^{4}$
$e)\ 6 \cdot 10^{45}$

UNIDADES DE MEDIDA PARA MEDIR DISTÂNCIAS MUITO GRANDES OU MUITO PEQUENAS

O QUE É MEDIR?

Medir uma grandeza é compará-la com uma unidade de medida de mesma natureza. Ou seja, medir é determinar quantas vezes a unidade de medida cabe na grandeza que pretendemos medir.

Exemplo: Para medir o comprimento de uma rodovia podemos estabelecer como unidade de medida o quilômetro (km). A medida da distância entre as rodoviárias das cidades de Vila Velha e Vitória é aproximadamente 12 km, ou seja, cabem 12 trechos de 1 km nesse percurso.

As unidades de medida de distância, como o metro, a milha (1 609 m) e o quilômetro (1 000 m), são muito utilizadas cotidianamente, mas o uso delas se torna inviável quando queremos medir ***distâncias muito grandes***, como aquelas que aparecem nos estudos de Astronomia. Daí a necessidade de conhecer outras unidades de medida de distância. Agora, vamos conhecer algumas delas.

UNIDADE ASTRONÔMICA (UA)

Você já se perguntou qual é a distância entre a Terra e o Sol?

Embora essa informação seja fascinante, dizer que essa distância é de **149 597 870,7 km** em uma conversa pode soar complicado. Para simplificar a comunicação científica e o estudo das dimensões do nosso sistema solar, foi criada uma unidade de medida específica chamada Unidade Astronômica (UA).

researchgate.net

Ilustração que mostra a distância média entre a Terra e o Sol, destacando 1 Unidade Astronômica (150 milhões de quilômetros).

O que é uma Unidade Astronômica?

Uma Unidade Astronômica (UA) corresponde à distância média entre a Terra e o Sol. Essa medida equivale aproximadamente a 150 milhões de quilômetros. É uma unidade muito prática para expressar as distâncias entre os corpos celestes dentro do sistema solar, pois evita o uso de números excessivamente grandes e facilita os cálculos astronômicos. Então ***150 milhões de quilômetros*** é o que chamamos de ***1 unidade astronômica (1 UA)***.

ANO-LUZ

O ano-luz é uma unidade de medida de distância que corresponde à distância percorrida pela luz, no vácuo, no intervalo de tempo de 1 ano (365,25 dias).

Essa medida corresponde a aproximadamente $9{,}46 \cdot 10^{12}$ km.

A ***unidade astronômica (UA***) e o ***ano-luz*** são unidades de medida para medir distâncias entre planetas no nosso Sistema Solar ou entre planetas extrassolares (exoplanetas) e as respectivas estrelas.

UNIDADES DE MEDIDA PARA MEDIR DISTÂNCIAS MUITO PEQUENAS

Algumas escalas de medida desafiam nossa capacidade de visualização.

MICRÔMETRO (μm)

Observe sua régua escolar e note o tamanho de 1 milímetro. Agora, tente imaginar esse milímetro sendo dividido em 1 000 partes iguais. Cada uma dessas partes corresponde a um micrômetro, que equivale a 0,001 mm ou 0,000001 m.

O micrômetro é simbolizado por μm.

$$\boxed{1\ \mu m = 10^{-3}\ mm = 10^{-6}\ m}$$

O micrômetro digital e o micrômetro manual são instrumentos de medida de comprimento com precisão até a unidade de medida de mesmo nome, o micrômetro.

NANÔMETRO (nm)

Imagine dividir 1 milímetro em 1 milhão de partes. Temos que 1 dessas partes é o nanômetro, que é representado por nm.

$$\boxed{1\ \text{nm} = 10^{-6}\ \text{mm} = 10^{-9}\ \text{m}}$$

Medidas tão pequenas servem para determinar, por exemplo, as medidas de comprimento de onda na luz, a radiação ultravioleta, radiação infravermelha, radiação gama, etc.

UNIDADES DE MEDIDA UTILIZADAS NA INFORMÁTICA

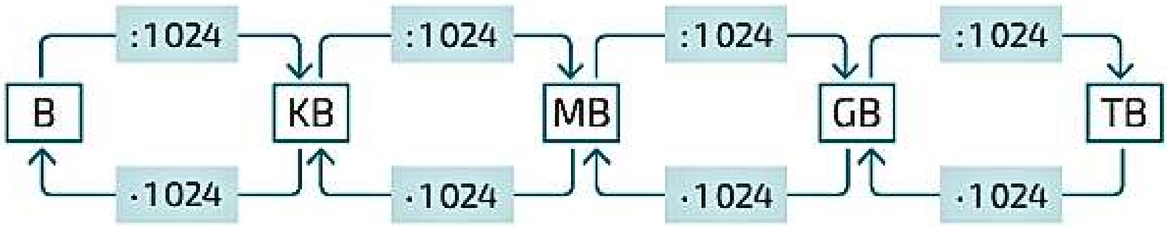
No mundo da informática, as unidades de medida são fundamentais para quantificar informações relacionadas ao armazenamento, velocidade de processamento, transferência de dados e desempenho dos dispositivos. Essas unidades seguem padrões definidos para facilitar a comunicação e a comparação entre sistemas e equipamentos.

O armazenamento de dados é medido em unidades de bytes, que representam a quantidade de dados que um dispositivo pode guardar. Um **byte** é composto por 8 bits, sendo o bit a menor unidade de informação, que pode assumir os valores 0 ou 1. As unidades mais comuns de armazenamento incluem:

1 BYTE (B): UNIDADE BÁSICA.		
1 Kilobyte	1KB	1.024 B.
1 Megabyte	1MB	1.024 KB.
1 Gigabyte	1GB	1.024 MB
1 Terabyte	1TB	1.024 GB

Por exemplo, um arquivo de texto simples pode ocupar poucos kilobytes, enquanto filmes ou jogos modernos podem exigir vários gigabytes de espaço.

Observe no esquema como podemos fazer a conversão entre as unidades de medida de capacidade de armazenamento de dados.



Agora, observe como podemos converter 512 GB em *terabyte* e 5,4 MB em *byte*.

- **512 GB = 512 : 1 024 = 0,5 TB**
- **5,4 MB = 5,4 · 1 024 · 1 024 = 5 662 310,4 B**

TAXA DE TRANSFERÊNCIA DE DADOS

Você está em casa assistindo a um filme em um serviço de streaming. O filme tem alta resolução, e para carregá-lo sem interrupções, sua conexão precisa transferir dados continuamente. Durante o filme, você percebe que, quando outros dispositivos da casa começam a usar a internet, como um celular assistindo vídeos ou um videogame baixando atualizações, a qualidade da transmissão cai e o vídeo começa a travar. O que está acontecendo? Isso tem tudo a ver com a ***taxa de transferência de dados*** da sua internet.

*A **transferência de dados** é medida em bits por segundo, e as unidades mais comuns variam dependendo da velocidade e do volume de informações trafegadas.*

Ao utilizar a internet, a transferência de dados é feita em duas direções: o dispositivo pode receber ou enviar dados. O processo de ***receber (ou baixar)*** dados via internet chama-se ***download***, e o de ***enviar (ou subir)*** dados, ***upload***.

Aqui estão as principais unidades de transferência utilizadas:

- **Kbps** (Kilobits por Segundo): 1 Kbps = 1 000 bits por segundo.
- **Mbps** (Megabits por Segundo): 1 Mbps = 1 000 000 bits por segundo.
- **Gbps** (Gigabits por Segundo): 1 Gbps = 1 000 000 000 bits por segundo.
- **Tbps** (Terabits por Segundo): 1 Tbps = 1 000 000 000 000 bits por segundo.

SISTEMA INTERNACIONAL DE MEDIDAS: PRINCIPAIS UNIDADES E CONVERSÕES

O ***Sistema Internacional de Unidades (SI)*** é um conjunto padronizado de medidas utilizado em todo o mundo para facilitar a comunicação científica e tecnológica. Criado com base no sistema métrico, o SI estabelece um padrão universal para medir grandezas físicas, garantindo precisão e uniformidade nos cálculos e medições.

O SI é baseado em sete grandezas fundamentais, cada uma com sua unidade correspondente:

GRANDEZA	UNIDADE	SÍMBOLO
Comprimento	metro	m
Massa	quilograma	kg
Tempo	segundo	s
Corrente elétrica	ampère	A
Temperatura termodinâmica	kelvin	K
Quantidade de substância	mol	mol
Intensidade luminosa	candela	cd

Essas grandezas servem como base para derivar outras unidades utilizadas em diversas áreas do conhecimento.

PREFIXOS DO SISTEMA INTERNACIONAL

Para representar valores muito grandes ou muito pequenos, o SI utiliza prefixos que indicam potências de dez. Alguns dos principais prefixos são:

PREFIXO	SÍMBOLO	FATOR DE MULT.
GIGA	G	10^9
MEGA	M	10^6
QUILO	K	10^3

PREFIXO	SÍMBOLO	FATOR DE MULT.
MILI	m	10^{-3}
MICRO	µ	10^{-6}
NANO	n	10^{-9}

PRINCIPAIS UNIDADES DE MEDIDA E CONVERSÕES

UNIDADES DE COMPRIMENTO

- Unidade padrão no SI: Metro (m).

A tabela abaixo apresenta os principais múltiplos e submúltiplos e como fazer suas conversões.

÷ 10 ÷ 10 ÷ 10 ÷ 10 ÷ 10 ÷ 10

milímetro (mm)	centímetro (cm)	decímetro (dm)	**metro (m)**	decâmetro (dam)	hectômetro (hm)	quilômetro (km)
1000 mm	100 cm	10 dm	**1m**	0,1 dam	0,01 hm	0,001 km

X 10 X 10 X 10 X 10 X 10 X 10

EXEMPLOS:

- Se uma estrada tem 5 km, o valor em metros será: 5 km = 5 × 10 × 10 × 10 = 5 000 m.

Podemos ainda pensar que o prefixo quilo representa 10^3. Dessa forma, $5km = 5 \cdot 10^3 m$. Ou seja, 5km = 5000 m.

- Se uma pessoa mede 180 cm , sua altura em metros será: 180 cm = 180 ÷ 100 = 1,80 m.

Podemos ainda pensar que o prefixo centi representa 10^{-2}. Assim:

$$180cm = 180 \cdot 10^{-2} m \quad \Rightarrow \quad 180 \cdot 0,01 = 1,8m$$

UNIDADES DE MASSA

- Unidade padrão no SI: Quilograma (kg).

A tabela abaixo apresenta os principais submúltiplos e como fazer suas conversões.

÷ 10 ÷ 10 ÷ 10 ÷ 10 ÷ 10 ÷ 10

miligrama (mg)	centigrama (cg)	decigrama (dg)	**grama (g)**	decagrama (dag)	hectograma (hg)	quilograma (kg)
1000 mg	100 cg	10 dg	**1g**	0,1 dag	0,01 hg	0,001 kg

X 10 X 10 X 10 X 10 X 10 X 10

EXEMPLOS:

- Se um pacote pesa 2,5 kg, o valor em gramas será:

  2,5 kg = 2,5 × 1000 = 2 500 g

- Se medicamento contém 500 mg , o valor em gramas será:

  500 mg = 500 ÷ 1000 = 0,5 g

UNIDADES DE TEMPO

- Unidade padrão no SI: Segundo (s).

A tabela abaixo apresenta os principais submúltiplos e como fazer suas conversões.

÷ 60 ÷ 60

segundo (s)	minuto (min)	hora (h),

X 60 X 60

EXEMPLOS:

- Se o tempo gasto para fazer uma prova foi de 2h, o valor em segundos será:
  2 h = 2 × 3 600 = 7 200 s

- Se uma atividade dura 240 minutos, em horas será:
  240 min = 240 ÷ 60 = 4 h

ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS EXATOS

Algarismo é definido, de acordo com o dicionário de Oxford, como "***cada um dos caracteres (dígitos) com que se representam os números***". São eles:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Algarismos significativos exatos são os dígitos de um número que contribuem para a precisão dessa medição ou valor. Em outras palavras, são os números que têm um impacto real sobre o valor e a exatidão da quantidade representada. Eles são importantes quando estamos lidando com medições e cálculos em ciências, engenharia, economia e outras áreas, pois ajudam a comunicar a precisão das informações sem exageros ou imprecisões.

Vejamos alguns exemplos:

- **0,00745** : o número tem 3 algarismos significativos (7, 4 e 5).
- **6,022 × 10^{23}** : o número tem 4 algarismos significativos (6, 0, 2 e 2).
- **0,41230 :** o número tem 5 algarismos significativos (4 , 1, 2 , 3 e 0)

ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS DUVIDOSOS

Os algarismos significativos duvidosos são aqueles cuja exatidão ***não*** pode ser totalmente garantida em uma medição ou valor numérico. Eles aparecem em situações onde a precisão absoluta não é alcançável, seja devido às limitações do instrumento de medição ou pela necessidade de estimativa em determinadas leituras.

Assim, o algarismo duvidoso é o ***último dígito*** registrado em uma medição, por aproximação.

Vejamos um exemplo de algarismo duvidoso:

Imagine que você está medindo o comprimento de um lápis com uma régua graduada em milímetros.

Observação: O lápis termina um pouco além da marca de 14 cm (140 mm) e antes de 14,1 cm (141 mm).

Estimativa: Você observa que o comprimento está aproximadamente na metade entre essas duas marcas, e decide registrar como 14,05 cm (140,5 mm)

Então:
Algarismos Certos: 14,0 cm (140 mm) (o valor garantido com base nas graduações da régua).
Algarismo Duvidoso: 5 (estimado com base na posição do lápis em relação às divisões da régua).

TÉCNICAS DE ARREDONDAMENTO

O ***arredondamento*** é uma técnica matemática usada para ***simplificar um número***, geralmente com o objetivo de apresentar um valor com menos casas decimais ou algarismos significativos, ***sem alterar sua precisão*** de forma significativa. O processo de arredondamento é fundamental em diversas áreas da ciência, engenharia, economia e no cotidiano, ajudando a evitar números excessivamente longos e mantendo a praticidade e clareza.

REGRAS PARA ARREDONDAMENTOS

- **Arredondamento para cima:** Quando o dígito seguinte ao último que queremos manter é maior ou igual a 5, o número é arredondado para cima, ou seja, o último dígito é aumentado em uma unidade.

Exemplo: Arredondando 2,76 para **uma casa** decimal. Como o dígito seguinte ao 7 é 6 (maior que 5), arredondamos para 2,8.

- **Arredondamento para baixo:** Quando o dígito seguinte ao último que queremos manter é menor que 5, o número é arredondado para baixo, ou seja, o último dígito permanece o mesmo.

Exemplo: Arredondando 4,23 para uma casa decimal: Como o dígito seguinte ao 2 é 3 (menor que 5), arredondamos para 4,2.

- **Arredondamento de múltiplos de 5:** Quando o número a ser arredondado termina em 5 e não há mais dígitos após isso, ele pode ser arredondado para o número mais próximo de acordo com o contexto, com foco em precisão e consistência.

Exemplo: 5,5 arredondado para uma casa decimal seria 6,0, já que o valor arredondado está mais próximo de 6.

- **Arredondamento em Notação Científica:** arredondamento também é aplicado, mas mantendo o número de algarismos significativos.

Exemplo: O número 0,000745 em notação científica é representado como $7{,}45.10^{-4}$ (arredondado para 3 algarismos significativos).

NOÇÃO DE ERRO EM MEDIÇÕES

O ***erro em medições,*** definido como a diferença entre o valor medido e o valor verdadeiro ou esperado, é inevitável devido às limitações inerentes a qualquer processo de medição. Esse erro estabelece os limites de confiabilidade dos resultados, indicando até que ponto o ***algarismo duvidoso***, que representa o último dígito estimado de uma medição, é aceitável. Dessa forma, o erro e o algarismo duvidoso estão interligados, trabalhando juntos para descrever a ***precisão*** e a confiabilidade de uma medição, permitindo uma interpretação mais clara e fundamentada dos resultados obtidos.

Exercícios Resolvidos

1) A medida da distância entre a Terra e a Lua é um pouco menos de 390 000 km. Qual é essa medida em unidades astronômicas?

RESOLUÇÃO

Dados do problema:

Distância entre a Terra e a Lua: ***390 000 km*** (aproximado).

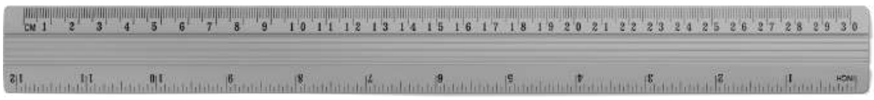
1 Unidade Astronômica (UA): ***150 000 000 km*** (distância média entre a Terra e o Sol).

Sabemos que 1 UA = 150 000 000 km. Para converter quilômetros para UA, dividimos a distância em quilômetros pelo valor de 1 UA:

$$dist.\ em\, UA = \frac{390\,000}{150\,000\,000} = 0,0026\, UA$$

A distância entre a Terra e a Lua é aproximadamente 0,0026 UA.

2) Qual é a medida de comprimento, em micrômetros, de uma régua escolar de 30 centímetros?



RESOLUÇÃO

Dados do problema:

Comprimento da régua: 30 cm.

Relação entre as unidades:

- 1 centímetro (cm) = 10 000 micrômetros (μm).

Multiplicamos o valor em centímetros pela quantidade de micrômetros que existem em 1 centímetro:

30 cm . 10 000 μm = 300 000 μm

O comprimento de uma régua escolar de 30 centímetros é igual a 300 000 micrômetros (μm).

3) Alexandre visitou a aldeia indígena Piraque-açú, com sua turma da escola e para registrar as paisagens, ele utilizou a câmera de um smartphone. Quantas fotografias de 5 MB cada, no máximo, ele pode armazenar em um cartão de memória cuja medida da capacidade é de:

a) 4 GB?

b) 16 GB?

c) 64 GB?


es.gov.br

Alunos de Guarapari conhecem aldeia indígena em Aracruz.

RESOLUÇÃO

Dados do problema:

Tamanho de cada fotografia: 5 MB.

Capacidades dos cartões de memória:

a) 4 GB   b) 16 GB   c) 64 GB.

- Relação entre GB e MB:
  - 1 GB = 1 024 MB (padrão técnico de conversão).

Passo 1: Converter a capacidade dos cartões para megabytes (MB)

Capacidade em MB = Capacidade em GB × 1 024

a) 4 GB × 1024 = 4 096 MB.

b) 16 GB × 1024 = 16 384 MB.

c) 64 GB × 1024 = 65 536 MB.

Passo 2: Dividir a capacidade total pelo tamanho de cada fotografia.

Para encontrar o número de fotografias que podem ser armazenadas, dividimos a capacidade total (em MB) pelo tamanho de uma fotografia (5 MB):

$$\text{quantidade de fotos} = \frac{\text{capacidade total MB}}{\text{tamanho de cada foto MB}}$$

a) 4 GB: $\frac{4096}{5} \cong 819\ fotos$

b) 16 GB: $\frac{16384}{5} \cong 3276\ fotos$

c) 64 GB: $\frac{65536}{5} \cong 13107\ fotos$

Resposta final:

a) 4 GB: 819 fotos.

b) 16 GB: 3 276 fotos.

c) 64 GB: 13 107 fotos.

4) Imagine que você fez a medição do comprimento de um objeto usando uma régua graduada apenas em centímetros (a medida de comprimento da menor divisão dessa régua é de 1 cm). Nessas condições, você observou que a medida de comprimento do objeto é maior do que 15 cm, mas pouco menor do que 16 cm. Supondo que a medida de comprimento desse trecho maior do que 15 cm foi estimada por você como 0,8 centímetro, qual é a maneira correta de indicar a medida de comprimento desse objeto e qual é o algarismo duvidoso dela?

RESOLUÇÃO

1. Entendimento do Problema:

Você mediu o comprimento de um objeto usando uma régua graduada em centímetros, com a menor divisão de 1 cm. A medida do comprimento está entre 15 cm e 16 cm, e você estimou que a parte do comprimento que ultrapassa os 15 cm é 0,8 cm.

2. Forma correta de indicar a medida:

A medida total do comprimento do objeto pode ser expressa como: 15+0,8=15,8 cm

Portanto, a maneira correta de indicar a medida do comprimento do objeto é 15,8 cm.

3. O algarismo duvidoso:

O algarismo duvidoso é o último algarismo da medição, pois ele foi estimado a partir da leitura visual da régua. No caso de 15,8 cm, o algarismo 8 é o algarismo duvidoso, já que você não pode garantir com precisão se ele é exatamente 8 devido à limitação da régua.

Em resumo, a medida do comprimento do objeto é 15,8 cm, e o algarismo duvidoso é o 8.

Material Extra

VÍDEO

Sistema de unidades de medida
https://www.youtube.com/watch?v=FujNfkAu_WI

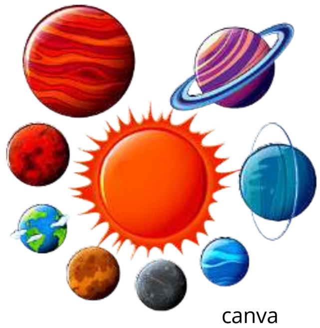
Atividades

ATIVIDADE 1

Se um astrônomo está estudando um exoplaneta localizado a 4,5 unidades astronômicas de sua estrela, qual é a distância aproximada desse exoplaneta até sua estrela em quilômetros?

Considere 1 UA = 150 000 000 km.

A) 675 milhões de quilômetros
B) 598 milhões de quilômetros
C) 728 milhões de quilômetros
D) 748 milhões de quilômetros
E) 768 milhões de quilôemtros



canva

ATIVIDADE 2

Uma célula bacteriana tem um comprimento de aproximadamente 2 micrômetros (2 µm). Uma fileira de 1 000 células bacterianas alinhadas ponta a ponta, sem espaçamento entre elas, teria qual distância total em milímetros?

PREFIXO	SÍMBOLO	FATOR DE MULT.
MILI	m	10^{-3}
MICRO	µ	10^{-6}

A) 0,2 milímetros
B) 2 milímetros
C) 20 milímetros
D) 200 milímetros
E) 2 000 milímetros

ATIVIDADE 3

Vanessa está trabalhando em um projeto de ciência sobre a estrutura dos vírus. Ela está analisando um vírus específico que tem um comprimento de aproximadamente 100 nanômetros (100 nm). Para sua apresentação, ela quer comparar isso com o comprimento de uma célula humana, que tem cerca de 10 micrômetros (10 μm). Quantas vezes o comprimento do vírus é menor que o comprimento de uma célula humana?

PREFIXO	SÍMBOLO	FATOR DE MULT.
MILI	m	10^{-3}
MICRO	μ	10^{-6}
NANO	n	10^{-9}

A) 10 vezes
B) 100 vezes
C) 1000 vezes
D) 10 000 vezes
E) 100 000 vezes

ATIVIDADE 4

Marcos está baixando alguns documentos importantes para o seu projeto de faculdade. Ele sabe que tem 20 MB de espaço livre em seu pendrive. Cada documento possui aproximadamente 1500 KB. Quantos documentos no máximo ele pode armazenar no pendrive?


canva

ATIVIDADE 5

Fernanda está baixando um arquivo de 1,5 GB (gigabytes) da internet para o seu celular. A velocidade de transferência de dados da sua conexão é de 10 Mbps (megabits por segundo). Ela quer saber quanto tempo levará para concluir o download do arquivo. Quanto tempo, aproximadamente, será necessário para Fernanda concluir o download do arquivo de 1,5 GB, considerando que velocidade de transferência seja constante e de 10 Mbps?

Atenção: 1 Byte (B) = 8 bits (b)

A) 2 minutos
B) 3 minutos
C) 20 minutos
D) 30 minutos
E) 60 minutos

ATIVIDADE 6

Juliana está transferindo um arquivo de 400 GB (gigabytes) de seu computador para um servidor. A transferência levou 3,5 horas. Ela quer saber qual foi a taxa média de transferência de dados em Mbps. Qual foi a taxa média de transferência de dados durante a transferência desse arquivo?

Atenção: 1 Byte (B) = 8 bits (b)

ATIVIDADE 7

Rayane está estudando para uma prova de computação e precisa converter números decimais em binário. Um dos exercícios de sua prova pede para converter o número decimal 25 em binário. Ajude ela a encontrar o valor correto. Qual é o valor binário do número decimal 25?


canva

A) 10011
B) 10101
C) 11001
D) 11100
E) 11110

ATIVIDADE 8

Rayssa está trabalhando em um projeto de engenharia e precisa calcular a duração de funcionamento de um motor em diferentes unidades de tempo. O motor funcionou por um total de 8 horas, 27 minutos e 50 segundos. Laura precisa converter esse tempo total para segundos, utilizando o sistema sexagesimal. Qual é a duração total, em segundos, de funcionamento do motor?

A) 28 670
B) 28 830
C) 30 000
D) 30 470
E) 30 830

ATIVIDADE 9

Flávia está preparando uma receita especial para um evento. A receita pede exatamente 2,35 kg de farinha e 450 g de açúcar. Ela quer saber o peso total desses ingredientes juntos em quilogramas, mantendo a precisão adequada com base nos algarismos significativos. Qual é o peso total dos ingredientes em quilogramas, com o número correto de algarismos significativos?

ATIVIDADE 10

William está medindo o volume de uma solução e obtém um valor de 0,04576 litro. Ele precisa relatar o resultado com três algarismos significativos. Qual é o valor arredondado?

A) 0,045 litro
B) 0,0457 litro
C) 0,0458 litro
D) 0,046 litro
E) 0,047 litro

RETOMANDO O QUE APRENDEMOS

Chegou o momento de pensar sobre o que você aprendeu neste capítulo.

As Expectativas de Aprendizagem apresentadas no início indicavam os principais objetivos do estudo desse capítulo. Agora, vale a pena refletir: o quanto você avançou em relação a cada um deles?

Reflita sobre sua aprendizagem

- Consigo representar números em diferentes contextos utilizando corretamente a notação científica?
- Sou capaz de identificar e aplicar as regras de arredondamento, distinguindo algarismos significativos e duvidosos?
- Consigo representar quantidades não inteiras usando adequadamente técnicas de arredondamento?
- Sei reconhecer e empregar unidades adequadas para expressar medidas muito grandes ou muito pequenas?
- Sou capaz de converter unidades de medida relacionadas a uma mesma grandeza para expressar uma situação em diferentes escalas?
- Consigo comparar diferentes unidades de armazenamento e transmissão de dados em dispositivos eletrônicos, a partir da leitura de manuais, reportagens ou anúncios?

Autoavaliação

Marque a opção que melhor representa como você se sente em relação ao seu aprendizado neste capítulo:

Expectativa de Aprendizagem	Consegui compreender bem	Compreendi parcialmente	Preciso revisar
Distinguir números racionais e números irracionais.	○	○	○
Localizar números reais na reta numérica.	○	○	○
Compreender o conceito de potência com expoentes inteiros e utilizá-lo na expansão decimal dos números racionais.	○	○	○
Reconhecer a notação científica, usando potências de base 10.	○	○	○
Reconhecer que a notação científica é uma maneira eficiente de expressar números muito grandes ou muito pequenos.	○	○	○
Representar números em diferentes contextos utilizando a notação científica.	○	○	○
Conhecer regras de arredondamento, identificando algarismos significativos e duvidosos.	○	○	○
Representar quantidades não inteiras usando técnicas de arredondamento.	○	○	○
Reconhecer e empregar unidades usadas para expressar medidas muito grandes ou muito pequenas.	○	○	○
Converter unidades de medidas relacionadas à uma mesma grandeza.	○	○	○
Comparar diferentes unidades de armazenamento e transmissão de dados em diferentes dispositivos eletrônicos (físicos e virtuais).	○	○	○
Resolver problemas envolvendo operações com números reais.	○	○	○

Dica: Revise os tópicos que você marcou como "**preciso revisar**" e converse com seu professor(a) sobre as dúvidas. Aprender Matemática é um processo que se fortalece com a prática e com o diálogo.

Referências

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Matrizes de referência de matemática do Saeb – BNCC. Brasília, 2022.

BONJORNO, Giovanni Jr.; CÂMARA, Paulo. Prisma: matemática – conjuntos e funções . São Paulo: FTD, 2020.

BURTON, DM A história da matemática: uma introdução . Tradução de Francisco de Assis Carvalho. São Paulo: McGraw-Hill, 2010.

DANTE, Luiz Roberto. Telaris – Matemática: 9º ano . 3.ed. São Paulo: Editora Ática, 2018.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. Matemática em contextos . Volume 1. São Paulo: Ática, 2020

DANTE, L. R. Teláris Essencial: Matemática 9o ano (ALUNO). SÃO PAULO, SP: Editora Ática S.A, 2022.

GIOVANNI JÚNIOR, J. R. A Conquista Matemática 9º Ensino Fundamental – Anos Finais. São Paulo, SP: Editora FTD, 2022.

Khan Academy. Algarismos significativos e duvidosos. Khan Academy, 2024. Disponível em: https://pt.khanacademy.org/math/1-serie-em-mat-pr/x4a69abeb8ccd9113:1-trimestre-2024/x4a69abeb8ccd9113:identificar-algarismos-significativos-e-duvidosos/a/algarismos-significativos-e-duvidosos#:~:text=Comparando%20duas%20ou%20mais%20medidas,divergentes%2C%20s%C3%A3o%20considerados%20algarismos%20duvidosos. Acesso em: 26 nov. 2024.

KHAN ACADEMY. Conversão de unidades no sistema métrico. Disponível em: https://pt.khanacademy.org/math/pt-7-ano/grandezas-e-medidas-7ano/conversao-de-unidades-7ano/v/metric-system-unit-conversion-examples. Acesso em: 28 nov. 2024.

MATEMÁTICA NO PAPEL. YouTube. Disponível em: <https://youtu.be/MBsTxM5G7dY?si=dYFSl9PNouJWSuEY>. Acesso em: 17 de outubro de 2025.

NOVA ESCOLA. Plano de aula: Aproximações de potência de 10. Disponível em: https://novaescola.org.br/planos-de-aula/fundamental/6ano/matematica/aproximacoes-de-potencia-de-10/1365. Acesso em: 7 jun. 2025.

OBMEP. Notação científica - Aula 7 - Legendado. YouTube, 2024. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=XF1jueAxSRE. Acesso em: 28 nov. 2024.

ORIENTAÇÕES CURRICULARES. Currículo ES, 2024. Disponível em: Orientações curriculares. Currículo ES, 2024. Disponível em: https://curriculo.sedu.es.gov.br/curriculo/orientacoescurriculares/. Acesso em: 17 de outubro de 2025.

PORTAL DA MATEMÁTICA. YouTube. Disponível em: <https://youtu.be/wkGyX78gZ8A?si=DJuLfGbFtm3ZEWwF>. Acesso em: 17 de outubro de 2025.

PORTAL DA MATEMÁTICA. YouTube. Disponível em: <https://youtu.be/uc0EpuarO9o?si=pFhsCazOIK5csTWz>. Acesso em: 17 de outubro de 2025.

PORTAL DA MATEMÁTICA. YouTube. Disponível em: <https://youtu.be/jqzG0npdp1Q?si=h-MXfqBt5qJNwCql>. Acesso em: 17 de outubro de 2025.

SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES. INMETRO. Guia Prático sobre o SI. Disponível em: https://www.inmetro.gov.br. Acesso em: 28 nov. 2024.

TAXA DE TRANSFERÊNCIA DE DADOS. Ministério das Comunicações. Internet 5G chega para mais 25 cidades no Espírito Santo. Disponível em: https://www.gov.br/mcom/pt-br/noticias/2024/agosto/internet-5g-chega-para-mais-25-cidades-no-espirito-santo. Acesso em: 28 nov. 2024.

TEIXEIRA, L. A. SuperAÇÃO! Matemática 8º ano: Manual do Professor. Moderna, 2022.

TEIXEIRA, L. A. SuperAÇÃO! Matemática 9º ano: Manual do Professor. Moderna, 2022.

UNESCO. 251 milhões de crianças e jovens ainda estão fora da escola, apesar de décadas de progresso (Artigo disponível na página da UNESCO), 2024. Disponível em: https://www.unesco.org/pt/articles/251-milhoes-de-criancas-e-jovens-ainda-estao-fora-da-escola-apesar-de-decadas-de-progresso-relatorio. Acesso em: 9 jun. 2025.

UNIDADES ASTRONÔMICAS. NASA. Introdução ao sistema solar: unidades astronômicas. Disponível em: https://solarsystem.nasa.gov. Acesso em: 28 nov. 2024.

WARLES, Prof. D11 (9º ANO - Mat.). Blog do Prof. Warles. [S.l.]: Google Docs, [s.d.]. Disponível em: https://docs.google.com/document/d/1zAFKnm4xdH4K5dzf9VAGiRXUmHaZEE1M/edit. Acesso em: 17 de outubro de 2025.

Rotinas Pedagógicas Escolares

Matemática

GOVERNO DO ESTADO
DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

SEDU 2026

Gerência de Currículo
da Educação Básica

Capítulo 2: Razões e proporções

Apresentação

Prezado(a) estudante,

Você já percebeu como várias situações do nosso dia a dia envolvem comparações e relações entre grandezas? A velocidade de um carro, o consumo de combustível, o preço por quilo de um produto — todos esses exemplos envolvem grandezas determinadas por razão ou produto de outras.

Nessas situações, é comum surgirem relações de proporcionalidade direta, quando uma grandeza aumenta e a outra também, e de proporcionalidade inversa, quando uma cresce enquanto a outra diminui.

O que você vai estudar neste capítulo

Neste capítulo, você vai compreender como identificar e representar essas relações, reconhecendo que a Matemática está presente em diversas situações reais, ajudando a explicar e resolver problemas do cotidiano.

Expectativas de aprendizagem

Ao final dos estudos propostos por este capítulo, espera-se que você seja capaz de:

- Identificar que unidades de medida (velocidade média, densidade de um corpo, densidade demográfica, potência elétrica, aceleração média etc.) são definidas pela divisão e/ou pela multiplicação de outras grandezas de mesma natureza ou não;
- Solucionar problemas que envolvem grandezas determinadas pela razão ou produto das medidas de outras, como o consumo de energia elétrica de um aparelho conhecendo sua potência elétrica e seu período de funcionamento, ou o tempo necessário para que um dado pacote de dados (em Gigabytes, Megabytes etc.) se esgote conhecendo a velocidade de transferência de dados utilizada (kilobytes por segundo, megabytes por segundo etc.);
- Identificar as relações de proporcionalidade em escalas, divisões em partes proporcionais ou taxas de variação de duas grandezas;

- Resolver problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas grandezas;
- Elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas grandezas;

Ao concluir este capítulo, você será convidado(a) a retomar essas expectativas e refletir sobre o que aprendeu. Essa autoavaliação ajudará você a perceber o quanto evoluiu e o que pode aprimorar.

Conceitos & Conteúdos

GRANDEZAS DETERMINADAS POR RAZÃO OU PRODUTO DE OUTRAS

*“A **razão e o produto de grandezas** , como a **densidade populacional** e o **consumo de energia** por habitante, são exemplos de ferramentas matemáticas úteis para estudar a interação entre diferentes variáveis que impactam a vida das pessoas.”*

Como lemos no texto de contextualização, a seguir, iremos explorar alguns conceitos matemáticos muito importantes.

Vamos relembrar, alguns conceitos:

- ***GRANDEZAS:*** é tudo aquilo que pode ser medido e possibilita que tenhamos características baseadas em informações numéricas e/ou geométricas. ***Exemplos de grandezas*** : comprimento, tempo, massa, velocidade, área, temperatura, etc...


canva

massa


canva

velocidade


canva

temperatura


canva

comprimento


canva

tempo

canva

área

- ***RAZÃO:*** é dada pelo quociente entre dois números, ou seja, a divisão entre dois números, na qual deve ser respeitada a ordem dos números nessa operação.

Exemplo de razão:

Em Aracruz, estão localizadas 14 aldeias indígenas, sendo que no Espírito Santo há um total de 18. Para representar a relação entre essas quantidades, podemos escrever uma razão. A ***razão*** entre a quantidade de aldeias em Aracruz e o total de aldeias do estado é indicada por 14 ÷ 18 ou por $\frac{14}{18}$ (lê-se: “14 está para 18”).

$$\frac{14}{18}$$

Antecedente

Consequente

Veremos a seguir algumas razões envolvendo grandezas de espécies diferentes.

VELOCIDADE MÉDIA

Automóvel em estrada.
Nas estradas, é importante não ultrapassar o limite de velocidade.

canva

A medida da **velocidade média** é obtida pela razão entre a medida da distância percorrida e a medida do intervalo de tempo gasto.

Se um automóvel percorreu 240 quilômetros em 3 horas, então a medida de velocidade média dele, em quilômetros por hora, é calculada pela razão entre 240 e 3.

$$\frac{240\ km}{3\ h} = 80\ km/h$$

ou seja, 80 km/h.
(Lemos: oitenta quilômetros por hora.)

DENSIDADE DEMOGRÁFICA

O valor da **densidade demográfica** de uma região é obtido pela razão entre a quantidade de habitantes da população e a medida de área da região.

Se um município tem população de 12 000 habitantes e medida de área de 150 km² , então, dizemos que o valor da **densidade demográfica** desse município é a razão entre 12 000 e 150.

$$\frac{1\ 200\ hab.}{150\ km^2} = 80\ hab./km^2$$

ou seja, 80 hab./km²
(Lemos: oitenta habitantes por quilômetro quadrado.)

DENSIDADE DE UM CORPO

Densidade de um corpo é uma grandeza física que relaciona a massa de um objeto com seu volume. Ela indica quanto de matéria está concentrada em uma determinada unidade de volume e é uma característica importante para identificar substâncias ou materiais.

O valor da **densidade** é obtido pela razão entre a massa de um corpo e o volume que ele ocupa.

Suponha que você tenha um bloco de madeira com uma massa de 500 g e um volume de 250 cm³. Para calcular a densidade desse bloco, basta dividir a massa pelo volume:

$$\frac{500\ g}{250\ cm^3} = 2\ g/cm^3$$

ou seja, 2g/cm³
(Lemos: 2 gramas por centímetro cúbico)

Isso significa que a densidade do bloco de madeira é de 2 g/cm³.

VELOCIDADE DE TRANSFERÊNCIA DE DADOS

A razão de transferência de dados é um número que representa a velocidade com que os dados fluem entre dispositivos ou através de uma rede.

Essa razão pode ser medida em diferentes unidades de tempo, como segundos, minutos ou horas, e geralmente é expressa em unidades como bits por segundo (bps) , bytes por segundo (B/s) , kilobits por segundo (kbps) , megabits por segundo (Mbps) , ou gigabits por segundo (Gbps) , dependendo do volume de dados transmitidos.

O valor da **velocidade de transferência de dados** é obtido pela razão entre a quantidade de dados transmitidos e o tempo de transmissão.

Se você tem uma conexão de internet que transmite 20 megabytes (MB) de dados em 10 segundos, a velocidade de transferência seria calculada da seguinte forma:

- Converta megabytes para megabits : 1 byte = 8 bits, portanto,
- 20 MB = 160 megabits (Mb).
- Cálculo da velocidade de transferência :

$$\frac{160}{10} = 16\ Mbps$$

ou seja, 16 Mbps
(Lemos: 16 megabits por segundo.)

Isso significa que a velocidade de transferência da sua conexão de internet foi de 16 megabits por segundo.

Veremos a seguir um **produto** envolvendo grandezas de espécies diferentes.

CONSUMO DE ENERGIA ELÉTRICA

Consumo de energia elétrica é a quantidade de energia utilizada por um equipamento ou sistema durante um determinado período. Ele é medido em unidades como o watt-hora (Wh) ou o quilowatt-hora (kWh), onde:

- **Watt-hora (Wh):** representa o consumo de 1 watt de potência durante 1 hora.
- **Quilowatt-hora (kWh):** equivale a 1 000 watts consumidos em 1 hora e é a unidade mais comum para calcular o consumo doméstico e industrial.

O valor do **consumo de energia elétrica** (***E***) é obtido pela multiplicação (produto) entre a **potência do aparelho (P)** e o **tempo (t)** de uso.

Assim temos:

$$E = P \cdot t$$

Onde:

- E é o consumo de energia (em Wh ou kWh);
- P é a potência do aparelho (em watts, W);
- t é o tempo de uso (em horas, h).

Se um ventilador com potência de 50 watts for utilizado por 4 horas, ele consumirá:

$$E = 50 \cdot 4 \ = \ 200 \, Wh$$

$$\frac{200}{1000} = 0,2 \, kWh$$

Lemos: 0,2 quilowatt por hora (kWh).

TAXAS, ÍNDICES E RAZÕES

VOCÊ SABIA?

Diferenciando Taxas, Índices e Razões

Os conceitos de taxa, índice e razão estão presentes em nosso dia a dia de diversas formas, ajudando a interpretar informações e compreender relações entre grandezas.

Vamos diferenciar esses conceitos?

RAZÃO
É uma comparação entre duas grandezas de quaisquer naturezas e é expressa como uma divisão, na qual deve ser respeitada a ordem dos números nessa operação (antecedente e consequente).

TAXA
Taxa é razão entre as variações de duas grandezas, das quais a primeira é dependente da segunda, geralmente apresentada na forma percentual.

ÍNDICE
É um indicador usado para medir ou comparar situações ou condições que, em geral, utilizam grandezas de diferentes naturezas em seu cálculo.

Exemplos:

- Segundo os dados mais recentes do IBGE (2022), a taxa de analfabetismo no Brasil é de 6,6%. Esse índice reflete a proporção de pessoas que não sabem ler e escrever em relação à população total. O Índice de Desenvolvimento Humano (IDH), varia entre 0 (mínimo, indicando nenhum desenvolvimento humano) e 1 (máximo, indicando o desenvolvimento humano mais alto possível).
- O Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) compara indicadores como saúde, educação e renda para medir o desenvolvimento de um país. O IDH brasileiro, calculado em 2022, está em torno de 0,754 , considerado elevado em escala global.

GRANDEZAS PROPORCIONAIS E NÃO PROPORCIONAIS

GRANDEZAS PROPORCIONAIS

Quando duas grandezas variam de forma que a razão entre elas se mantém constante, dizemos que elas são ***proporcionais.*** Isso significa que, se uma grandeza aumenta, a outra também aumenta ou diminui de forma correspondente, mantendo sempre a mesma razão.

Veja exemplos de ***grandezas proporcionais***:

Imagine que você está realizando o download de arquivos de um serviço de armazenamento em nuvem. A velocidade da sua internet é de 10 megabytes por segundo (MB/s) . Isso significa que, para cada segundo de download, você consegue transferir 10 MB de dados. Se você precisar baixar um arquivo de 50 MB , o tempo necessário será proporcional ao tamanho do arquivo. Se a velocidade da internet permanecer constante, a razão entre o ***tamanho do arquivo*** e o ***tempo de download*** será sempre a mesma. Assim:

- as grandezas : ***tamanho do arquivo*** e ***tempo*** são ***grandezas proporcionais***.
- existe uma razão constante entre elas.

GRANDEZAS NÃO PROPORCIONAIS

Quando duas grandezas não estão relacionadas de forma direta ou inversa, dizemos que elas são grandezas ***não proporcionais***. Ou seja, não há uma razão fixa que relacione essas grandezas de maneira constante.

Exemplo de ***Não Proporcionalidade***:

No Festival Ybyporã – Celebrando a Terra Sagrada, realizado na Aldeia Irajá, em Aracruz, o ***tempo*** de duração das celebrações ***não está diretamente*** relacionado ao ***número de participantes***. O evento pode durar várias horas ou até dias, reunindo danças, cantos e outras expressões culturais, mas a duração do festival não depende de quantas pessoas estão presentes.

Festival Ybyporã – Celebrando a Terra Sagrada' na Aldeia Irajá, em Aracruz

es.gov.br

Neste caso:

- o **tempo** *do ritual* e o ***número de pessoas*** envolvidas ***não são grandezas proporcionais.***
- ***não*** existe uma razão constante entre elas.

1) Em uma campanha educativa, foi observado que, em um período de 35 dias, ocorreram 15 infrações de trânsito por excesso de velocidade e 20 por estacionamento irregular em uma determinada região. Com base nessa situação, responda:

a) Qual é a razão entre a quantidade de infrações por estacionamento irregular e o total de infrações registradas nesse período?

b) Qual é a razão entre a quantidade de infrações por excesso de velocidade e a quantidade de infrações por estacionamento irregular?

c) Qual é a razão entre a quantidade de infrações por estacionamento irregular e a quantidade de infrações por excesso de velocidade?

RESOLUÇÃO

Sabemos que:

- Total de infrações = 35
- Infrações por excesso de velocidade = 15
- Infrações por estacionamento irregular = 20

Agora, vamos resolver cada item:

a) A razão é calculada dividindo a quantidade de infrações por estacionamento irregular pelo total de infrações:

$$\text{Razão} = \frac{\text{Infrações por estacionamento irregular}}{\text{Total de infrações}} = \frac{20}{35}$$

Simplificando: $\frac{20}{35} = \frac{4}{7}$

b) A razão é calculada dividindo a quantidade de infrações por excesso de velocidade pela quantidade de infrações por estacionamento irregular:

$$\text{Razão} = \frac{\text{Infrações por excesso de velocidade}}{\text{Infrações por estacionamento irregular}} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$

c) A razão é calculada dividindo a quantidade de infrações por estacionamento irregular pela quantidade de infrações por excesso de velocidade:

$$\text{Razão} = \frac{\text{Infrações por estacionamento irregular}}{\text{Infrações por excesso de velocidade}} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$$

2) Um corredor percorreu 500 m em 3 minutos. Qual foi a medida de velocidade média dele em ***km/h***?

RESOLUÇÃO

Dados fornecidos:

Distância percorrida: 500 m

Tempo gasto: 3 minutos

A medida de **velocidade média** é obtida pela razão entre a medida da distância percorrida e a medida do intervalo de tempo gasto.

Queremos calcular a velocidade média em ***km/h,*** porém, a distância está em metros e o tempo em minutos. Então, precisamos transformar cada unidade de medida.

Nós sabemos que 1 quilômetro = 1 000 metros, então, 500 metros será: $\frac{500}{1000} = 0,5\ km$

E que 1 hora = 60 minutos , então, 3 minutos será : $\frac{3}{60} = 0,05\ hora$

Agora, com as unidades transformadas, faremos a velocidade média: $\frac{0,5\ km}{0,05\ h} = 10$ km/h.

A velocidade média do corredor foi de ***10 km/h*** .

3) Com base nos dados do Censo 2023, o Espírito Santo possui uma população de 4 108 508 habitantes e uma área territorial de aproximadamente 46 095 km² .

a) Qual a densidade demográfica do estado do Espírito Santo?

b) Interpretando o valor obtido, o que ele significa em termos de distribuição populacional ?

RESOLUÇÃO

Dados fornecidos:

População do ES: 4 108 508 habitantes.

Área do Espírito Santo: 46 095 km².

O valor da **densidade demográfica** de uma região é obtido pela razão entre a quantidade de habitantes da população e a medida de área da região.

a) Cálculo da densidade demográfica:

$$\frac{4\ 108\ 508}{46\ 095} \approx 89,13 \text{ habitantes/km}^2$$

b) Densidade demográfica de 89,13 habitantes por quilômetro quadrado. Isso significa que, em média, cada quilômetro quadrado do território do estado abriga cerca de 89 pessoas. Esse valor indica uma concentração populacional moderada, mas para análises mais profundas, seria necessário considerar a distribuição desigual da população entre regiões urbanas e rurais.

Material Extra

VÍDEO

Razões
https://www.youtube.com/watch?v=9OFffAX3wKw

Atividades

ATIVIDADE 1

Lucas e sua família planejam uma viagem de carro de Vitória até o Rio de Janeiro. A distância total da viagem é de 518 quilômetros. Eles dirigem por 3 horas e depois param para almoçar por 1 hora. Após o almoço, continuam a viagem e dirigem durante 4 horas até chegar ao destino. Lucas quer calcular a velocidade média da viagem, incluindo o tempo de parada para o almoço. Qual é a velocidade média aproximada da viagem de Lucas?

A) 60 km/h
B) 65 km/h
C) 70 km/h
D) 75 km/h
E) 80 km/h

ATIVIDADE 2

A cidade de Marataízes, no litoral Sul do Espírito Santo, possui uma área de 130,268 km² e uma população de 41 929 habitantes, segundo o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) no ano de 2022. O prefeito de uma cidade vizinha está curioso para saber qual é a densidade demográfica de Marataízes, pois está considerando um projeto de desenvolvimento urbano similar para sua cidade. Qual é, aproximadamente, a densidade demográfica da cidade de Marataízes?

A) 0,003 habitante por km²
B) 0,310 habitantes por km²
C) 32,2 habitantes por km²
D) 322 habitantes por km²
E) 427 habitantes por km²

marataizes.es.gov.br

ATIVIDADE 3

Carlos comprou um ar condicionado que tem uma potência de 2 000 W (watts). Ele tem usado o ar condicionado 8 horas por dia. Carlos quer saber qual será o consumo mensal de energia elétrica do ar condicionado, em kWh (quilowatt-hora), considerando um mês de 30 dias. Recorrendo à matemática, Carlos descobriu que o consumo mensal de energia elétrica do ar condicionado que ele comprou será de:

A) 120 kWh
B) 160 kWh
C) 240 kWh
D) 480 kWh
E) 520 kwh

ATIVIDADE 4

Amanda está fazendo um experimento no laboratório de ciências para determinar a densidade de um bloco de metal. Ela mediu a massa do bloco e encontrou um valor de 1500 gramas. Em seguida, ela mediu o volume do bloco e encontrou um valor de 300 cm^3. Amanda quer calcular a densidade do bloco de metal. Qual é a densidade desse bloco em g/cm^3?

ATIVIDADE 5

João está baixando um grande arquivo de vídeo da internet. O arquivo tem um tamanho total de 4,5 GB (gigabytes). Ele começou o download às 14h e terminou às 14h30min, ou seja, levou 30 minutos para completar o download. João quer calcular a taxa média de transferência de dados em Mbps (megabits por segundo). Qual foi a taxa de transferência de dados média durante o download desse arquivo?
Considere que 1 gigabyte = 1024 megabytes e 1 byte = 8 bits.

ATIVIDADE 6

A ***vazão*** é uma medida do volume de fluido (como água, ar ou outro líquido/gás) que passa através de um ponto ou uma superfície em um determinado intervalo de tempo, ou seja, $vazão = \frac{volume}{tempo}$. Joana está enchendo uma piscina com água usando uma mangueira. A vazão da mangueira é de 20 litros a cada minuto. A piscina tem um volume total de 12 000 litros. Joana quer saber quanto tempo levará para encher completamente a piscina usando a mangueira. Quanto é, aproximadamente, esse tempo?

ATIVIDADE 7

Wellington está treinando para uma corrida e correu uma distância de 10 000 metros em 40 minutos. Ele quer saber qual foi sua velocidade média durante o treino, em km/h. Qual foi sua velocidade média nesse treino?

ATIVIDADE 8

Julia está planejando fazer uma receita de bolo que serve 8 pessoas. A receita pede 400 gramas de farinha, 200 gramas de açúcar e 100 gramas de manteiga. No entanto, Julia quer adaptar a receita para servir 12 pessoas. Ela precisa ajustar a quantidade de cada ingrediente proporcionalmente. Quantos gramas de farinha Julia deve usar para servir 12 pessoas?

ATIVIDADE 9

Um carro percorre 300 km com 20 litros de combustível. Se mantiver a mesma velocidade e condições de tráfego, quantos quilômetros ele percorrerá com 25 litros de combustível?

ATIVIDADE 10

Uma empresa de tecnologia está avaliando a eficiência de dois tipos de máquinas de reciclagem. A máquina A consome 5 litros de água para reciclar 8 kg de plástico, enquanto a máquina B consome 7 litros de água para reciclar 10 kg de plástico. A empresa decidiu instalar 10 máquinas do mesmo modelo e quer escolher aquela que tiver a melhor eficiência em termos de kg de plástico reciclado por litro de água. Com base nos dados apresentados, qual seria a eficiência de cada máquina e qual delas deve ser escolhida?

A) Máquina A: 1,6 kg/L; Máquina B: 1,43 kg/L → Escolher a máquina A.
B) Máquina A: 1,6 kg/L; Máquina B: 1,43 kg/L → Escolher a máquina B.
C) Máquina A: 1,5 kg/L; Máquina B: 1,4 kg/L → Escolher a máquina A.
D) Máquina A: 1,6 kg/L; Máquina B: 1,5 kg/L → Escolher a máquina B.
E) Máquina A: 1,4 kg/L; Máquina B: 1,6 kg/L → Escolher a máquina B.

No material anterior, aprendemos o que são grandezas proporcionais, agora iremos explorar mais sobre o assunto e revisar sobre as grandezas ***diretamente*** e ***inversamente*** proporcionais. Mas antes precisamos compreender o conceito de proporcionalidade.

PROPORCIONALIDADE

Alguns estudantes passaram na papelaria, antes da aula e viram o quadro da promoção ao lado, 3 canetas por 10 reais, os estudantes tiraram conclusões usando a ideia de ***proporcionalidade***.
Veja a conversa deles:

canva

Se o preço de 3 canetas é 10 reais, então o preço de 6 canetas é 20 reais.

Sabendo que 1 pacote tem 3 canetas, se eu comprar 4 pacotes, ficarei com 12 canetas.

1 pacote custa 10 reais, se eu comprar 4 pacotes vou pagar 40 reais.

Para ter 18 canetas, vou precisar comprar 6 pacotes, iguais a este.

Se com 10 reais dá pra comprar 1 pacote, então, com 30 reais dá para comprar 3 pacotes de canetas.

No exemplo da promoção da papelaria, “3 canetas por 10 reais”, os estudantes perceberam que a relação entre a quantidade de canetas e o preço segue um padrão fixo. Isso significa que, ao dobrar ou triplicar a quantidade de canetas, o preço correspondente também será dobrado ou triplicado, mantendo a mesma razão.

A ***proporcionalidade*** é um conceito matemático que descreve a relação entre duas grandezas que variam de forma que a ***razão*** entre elas permanece ***constante***. Em outras palavras, quando uma grandeza aumenta ou diminui, a outra também muda na mesma proporção, mantendo sempre a mesma relação.

PROPORCIONALIDADE E RAZÃO

Carla decidiu preparar suco utilizando um concentrado líquido. Veja as informações no rótulo da embalagem:

canva

Modo de preparo:
Para cada copo de água (200 mL), adicione 2 colheres de suco concentrado e misture bem.

Para organizar melhor os dados, Carla criou uma tabela indicando a quantidade de colheres de sopa necessárias para diferentes números de copos de água.

QUANTIDADE DE COPOS DE ÁGUA	QUANTIDADE DE COLHERES DO SUCO CONCETRADO
1	2
2	4
3	6
4	8

Neste caso, estamos relacionando a quantidade de copos de água com a quantidade de colheres de sopa de concentrado. A ***razão*** entre essas quantidades pode ser expressa como "1 para 2" ou "1÷2"

Indicamos essa razão assim: 1 em 2 ou $1 \div 2$ ou $\frac{1}{2}$

Ao observar a tabela, percebemos que:

- Quando dobramos o número de copos de água, a quantidade de colheres de sopa também dobra.
- Quando triplicamos o número de copos de água, a quantidade de colheres de sopa também triplica.

E assim por diante.

Essas observações indicam que as ***grandezas quantidade de copos de água*** e ***quantidade de colheres de suco concentrado*** são ***grandezas proporcionais***.

PROPORCIONALIDADE ENTRE GRANDEZAS

No material anterior vimos o que são grandezas. Vamos relembrar:

GRANDEZA *: é tudo aquilo que pode ser medido e possibilita que tenhamos características baseadas em informações numéricas e/ou geométricas.*
Exemplos de grandezas: comprimento, tempo, massa , velocidade, área, temperatura...

GRANDEZAS DIRETAMENTE PROPORCIONAIS

Uma costureira está fazendo bermudas encomendadas por uma loja. Ela fez 2 bermudas com um tecido com medida de comprimento de 1,40 m. Agora ela quer saber de quantos metros de tecido ela precisa para fazer 6 bermudas. Veja o raciocínio dela.


canva

Se para fazer 2 bermudas gasto 1,40 m de tecido, então, como 6 é o triplo de 2, gastarei o triplo de 1,40 m, pois
$\boldsymbol{3 \cdot 1{,}40 = 4{,}20}$

Em casos como esse, dizemos que as grandezas são ***diretamente proporcionais.***

- ***Grandezas diretamente proporcionais:*** são aquelas em que o aumento de uma provoca um aumento proporcional na outra, ou a diminuição de uma resulta em uma diminuição proporcional na outra.

Veja os exemplos:

- A ***quantidade de energia gerada*** por painéis solares é ***diretamente proporcional*** à ***área*** ocupada por eles. Se uma instalação de 100 m² de painéis solares gera 5 000 kWh por mês, ao aumentar a área para 200 m², a produção de energia também dobrará para 10 000 kWh, considerando as mesmas condições de incidência solar.

- Em comunidades indígenas, o ***número de peças*** de cerâmica produzidas está ***diretamente proporcional*** à ***quantidade de argila*** disponível. Por exemplo, se uma família indígena tem o dobro da quantidade de argila, pode produzir o dobro de peças, considerando o mesmo padrão de trabalho.

- O ***consumo diário de água*** de uma comunidade rural é ***diretamente proporcional*** ao ***número de pessoas que vivem nela***. Por exemplo, se uma vila com 50 habitantes consome 5 000 litros de água por dia, uma vila com 100 habitantes, nas mesmas condições, consumirá 10 000 litros por dia.

GRANDEZAS INVERSAMENTE PROPORCIONAIS

Imagine um percurso feito de 3 maneiras diferentes: de bicicleta, de patinete elétrico e de carro.

- De ***bicicleta,*** com a velocidade média de 15 km/h, Mário gastou 120 minutos para completar o percurso.
- De ***patinete elétrico***, com a velocidade média de 30 km/h, Aline gastou 60 minutos para completar o mesmo percurso.
- De ***carro***, com velocidade média de 90 km/h, Luciana gastou 20 minutos para completar o mesmo percurso.

Observe que o veículo com medida de velocidade menor gastou intervalo de tempo maior. A ***velocidade*** e o ***intervalo de tempo não*** são grandezas diretamente proporcionais. Observe que a medida de <u>velocidade dobrou</u> de 15 km/h para 30 km/h, e o <u>intervalo de tempo foi reduzido à metade</u> (passou de 120 minutos para 60 minutos).

Quando o valor de uma grandeza é multiplicado por um número e o valor da outra grandeza é dividido pelo mesmo número, dizemos que as ***grandezas são inversamente proporcionais***.

- ***Grandezas inversamente proporcionais:*** são aquelas em que o aumento de uma provoca uma diminuição proporcional na outra, e vice-versa. Isso significa que o ***produto*** entre os valores correspondentes das duas grandezas permanece constante.

Veja os exemplos:

- Se uma fábrica precisa produzir um lote de produtos e o número de máquinas disponíveis aumenta, o tempo necessário para concluir a produção diminui, ou seja as grandezas ***tempo*** e ***quantidade de máquinas***, são ***inversamente proporcionais***.
- Ao comprar por atacado temos que o preço unitário dos produtos diminui conforme a quantidade adquirida aumenta. Portanto as grandezas *preço* e ***quantidade de produtos comprados***, são inversamente proporcionais.

1) Uma mãe recorreu à bula para verificar a dosagem de um remédio que precisava dar a seu filho. Na bula, recomendava-se a seguinte dosagem: 5 gotas para cada 2 kg de massa corporal a cada 8 horas. Se a mãe ministrou corretamente 30 gotas do remédio a seu filho a cada 8 horas, então a massa corporal dele é de:

A) 12 kg.
B) 16 kg.
C) 24 kg.
D) 36 kg.
E) 75 kg.

RESOLUÇÃO

Passo 1: Identificar as grandezas

As grandezas são:

- Número de gotas do remédio (gotas)
- Massa corporal da criança (kg)

Passo 2: Verificar a relação entre as grandezas

A relação é diretamente proporcional , pois, quanto maior a massa corporal, maior será a quantidade de gotas administradas.

Passo 3: Organizar os dados em uma tabela

NÚMERO DE GOTAS DO REMÉDIO	MASSA CORPORAL DA CRIANÇA (KG)
5	2
30	x

Passo 4: Resolver a proporção

Como as grandezas são diretamente proporcionais, podemos escrever:

$$\frac{5}{2} = \frac{30}{x}$$

Usando a propriedade fundamental das proporções

$$5\,x = 2\,.\,30 \Longrightarrow x = \frac{60}{5} \Longrightarrow x = 12$$

A massa corporal da criança é de 12 kg .

Resposta: alternativa A.

2) Em uma corrida automobilística, os carros podem fazer paradas nos boxes para efetuar trocas de pneus. Nessas trocas, o trabalho é feito por um grupo de três pessoas em cada pneu. Considere que os grupos iniciam o trabalho no mesmo instante, trabalham à mesma velocidade e cada grupo trabalha em um único pneu.
Considere que os grupos iniciam o trabalho no mesmo instante, trabalham à mesma velocidade e cada grupo trabalha em um único pneu. Com os quatro grupos completos, são necessários 4 segundos para que a troca seja efetuada. O tempo gasto por um grupo para trocar um pneu é inversamente proporcional ao número de pessoas trabalhando nele. Em uma dessas paradas, um dos trabalhadores passou mal, não pôde participar da troca e nem foi substituído, de forma que um dos quatro grupos de troca ficou reduzido. Nessa parada específica, com um dos grupos reduzido, qual foi o tempo gasto, em segundo, para trocar os quatro pneus?

A) 6 segundos
B) 5,7 segundos
C) 5 segundos
D) 4,5 segundos
E) 4,4 segundos

RESOLUÇÃO

Passo 1: Identificar as grandezas

As grandezas são:

- Quantidade de trabalhadores por grupo
- Tempo de troca final (segundos)

Passo 2: Verificar a relação entre as grandezas

O tempo gasto por um grupo para trocar um pneu é inversamente proporcional ao número de pessoas trabalhando.

Passo 3: Organizar os dados em uma tabela

Qt. de trabalhadores por grupo	Tempo de troca final (segundos)
3	4
2	x

Passo 4: Resolver a proporção

Como as grandezas são inversamente proporcionais, devemos inverter uma das razões e assim, podemos escrever:

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{x}$$

Usando a propriedade fundamental das proporções

$$2x = 4 \cdot 3$$
$$2x = 12$$
$$x = \frac{12}{2} = 6$$

O grupo que terá 2 trabalhadores fará a troca em 6 segundos

Agora, temos a seguinte situação:

- 3 grupos com 3 pessoas cada (tempo de 4 segundos para cada grupo).
- 1 grupo com 2 pessoas (tempo de 6 segundos para esse grupo).
- Os grupos trabalham simultaneamente, então o tempo total para trocar os quatro pneus será determinado pelo grupo que leva mais tempo. O grupo com 2 pessoas leva 6 segundos, portanto, o tempo total para trocar todos os pneus será 6 segundos. ***Resposta: alternativa A.***

Material Extra

VÍDEO

Números diretamente e inversamente proporcionais
https://www.youtube.com/watch?v=kv_QhjPVi4o

Atividades

ATIVIDADE 1

Francisco está planejando uma festa e precisa comprar refrigerante. Ele sabe que cada garrafa de 2 litros de refrigerante serve 5 pessoas. Se ele espera 75 convidados para a festa, quantas garrafas de refrigerante Rafael deve comprar?

A) 10 garrafas

B) 15 garrafas

C) 20 garrafas

D) 25 garrafas

E) 30 garrafas

ATIVIDADE 2

José está monitorando o consumo de água de sua casa para reduzir a conta. Ele sabe que cada membro da família consome, em média, 150 litros de água por dia. A família de José tem 4 pessoas. Qual será o consumo total de água da família em um mês de 30 dias?

A) 12 000 litros

B) 15 000 litros

C) 18 000 litros

D) 20 000 litros

E) 24 000 litros

ATIVIDADE 3

Lucas está misturando tinta branca e azul para pintar uma parede de tom azul claro. A receita da tinta exige uma proporção de 4 partes de tinta branca para cada 1 parte de tinta azul. Ele precisa preparar um total de 10 litros de tinta para o trabalho. Quantos litros de tinta branca Lucas deve misturar para obter a quantidade total de tinta desejada?

ATIVIDADE 4

Uma mangueira enche uma piscina em 10 horas. Se mais duas mangueiras idênticas forem adicionadas, em quanto tempo a piscina será completamente cheia?

ATIVIDADE 5

Lúcia tem uma determinada quantidade de doces que ela quer distribuir igualmente entre seus amigos. Se ela tiver 15 amigos, cada um receberá 8 doces. Se, em vez disso, ela tiver 10 amigos, quantos doces cada amigo receberá?

A) 10 doces
B) 12 doces
C) 15 doces
D) 16 doces
E) 18 doces

ATIVIDADE 6

Um médico prescreveu um remédio para um paciente com uma dosagem diária de 5 miligramas (mg) por quilograma (kg) de peso corporal. O paciente pesa 70 kg. A dosagem diária total é dividida em duas doses iguais, uma de manhã e outra à noite. Quantos miligramas (mg) de remédio o paciente deve tomar em cada dose?

ATIVIDADE 7

Em uma fábrica, há 5 máquinas que produzem 4 920 peças diárias. Em um determinado dia, 2 máquinas ficaram paradas para manutenção. Sabendo que não há diferença na quantidade de peças produzidas entre as máquinas, o número de peças produzidas nesse dia foi de:

A) 984

B) 1 962

C) 2 952

D) 2 925

E) 3 936

ATIVIDADE 8

Em um açougue, um cliente pede R$ 70,00 de um determinado tipo de carne. Sabendo que 1 kg dessa carne custa R$ 46,00, a quantidade de carne que esse cliente vai levar é, aproximadamente:

A) 1,3 kg

B) 1,4 kg

C) 1,5 kg

D) 1,6 kg

E) 1,7 Kg

ATIVIDADE 9

Fernanda está monitorando o consumo da bateria do seu celular. O celular dela tem uma bateria de 4 500 mAh (miliampere-hora). Ao usar o celular para navegar na internet, ele consome 500 mAh por hora. Quantas horas de navegação Fernanda pode realizar antes de a bateria acabar?

A) 6 horas

B) 7 horas

C) 8 horas

D) 9 horas

E) 10 horas

ATIVIDADE 10

Na tabela abaixo, vemos o volume de água despejada em um recipiente com a forma de um cilindro reto e a respectiva altura que a água atingiu. Quantos litros de água cabem nesse recipiente, sabendo que sua altura é de 20 cm?

A) 8 litros

B) 9 litros

C) 10 litros

D) 11 litros

E) 12 litros

Altura (Em cm)	Volume de água (Em litros)
2,5	1
5	2
7,5	3
12,5	5

No material anterior, aprendemos sobre proporcionalidade, razão, grandezas diretamente e inversamente proporcionais. Agora iremos explorar mais estes assuntos ampliando nossos conhecimentos.

APLICAÇÃO DE RAZÃO E PROPORÇÃO: ESCALA

Nas maquetes, nos mapas, nas plantas de construções, entre outras possibilidades, usamos a ***escala*** para fazer representações em um desenho.

Escala é a razão entre uma medida de comprimento no desenho e a medida de comprimento correspondente na realidade.

Razão é a divisão entre dois números, na qual deve ser respeitada a ordem dos números nessa operação.

$$\textbf{Escala} = \frac{\textbf{Medida de comprimento no desenho}}{\textbf{Medida de comprimento real}}$$

Acompanhe estes exemplos:

- Em um mapa, a medida de distância de 350 km entre 2 cidades é representada por 10 cm. Qual é a escala desse mapa?.

$$Escala = \frac{Medida\ de\ comprimento\ no\ desenho}{Medida\ de\ comprimento\ real} = \frac{10\ cm}{350\ km} = \frac{10\ cm}{35\ 000\ 000\ cm} = \frac{1\ cm}{3\ 500\ 000\ cm}$$

A ***escala*** pode ser representada por $\frac{1}{3\ 500\ 000}$ ou 1: 3 500 000.

Isso significa que cada 1 centímetro no mapa equivale a 3 500 000 centímetros da realidade ou, ainda, que a escala é de 1 cm para 35 km.

- Uma maquete foi construída para representar a Terceira Ponte e a Ciclovia da Vida. Todas as medidas de comprimento da maquete são proporcionais às medidas reais. A ponte possui um vão principal com altura de 70 metros e foi representada em uma maquete com escala de ***1:300***. Qual é a altura da representação do vão da Terceira Ponte na maquete?

A escala de uma maquete é uma razão que relaciona as medidas reais com as medidas na maquete. Nesse caso, a escala fornecida é 1:300 , ou seja, 1 unidade na maquete equivale a 300 unidades no tamanho real .

$$Escala = \frac{altura\ da\ maquete}{altura\ real} = \frac{1}{300} = \frac{altura\ da\ maquete}{70}$$

$$altura\ da\ maquete = \frac{70}{300} \cong 0{,}23\ m$$

A altura da ponte representada na maquete é de aproximadamente 0,23 metro, ou seja, 23 centímetros.

Neste mapa, a escala é de 1 cm para 400 km, isto é, cada 1 cm no mapa corresponde a 400 km (ou 40 000 000 cm) na realidade.

As medidas de comprimento nos ***mapas*** são ***diretamente proporcionais*** às medidas de comprimento correspondentes na ***realidade***. Podemos indicar essa escala assim:

Malha Municipal 2021

Fonte dos dados: IBGE. Atlas geográfico escolar.

Este mapa apresenta a malha municipal do Brasil vigente em 2021

A ***escala*** pode ser representada por $\dfrac{1}{40\,000\,000}$, 1: 40 000 000 ou 1 cm : 400 km

(Lemos: um centímetro para quatrocentos quilômetros.)

Perceba que, se as medidas de comprimento forem dadas em unidades de medida diferentes, é preciso especificar as unidades de medida na escala.

DIVISÃO EM PARTES DIRETAMENTE PROPORCIONAIS

A ***divisão em partes diretamente proporcionais*** ocorre quando dividimos uma quantidade total em partes que mantêm uma relação proporcional com números previamente definidos. Essa relação garante que cada parte seja distribuída conforme um prêmio proporcional, como um peso, quantidade ou valor relacionado.

Acompanhe estes exemplos:

Imagine que três sócios investiram valores diferentes para abrir uma empresa. Eles decidem dividir o lucro de R$ 12.000,00 de forma diretamente proporcional aos valores investidos:

- Sócio A investiu R$ 20.000,00.
- Sócio B investiu R$ 30.000,00.
- Sócio C investiu R$ 50.000,00.

Passo 1: Calcule a soma dos valores investidos. 20 000 + 30 000 + 50 000 = 100 000
Passo 2: Determine a parte proporcional de cada sócio:

Sócio A : $\dfrac{20\,000}{100\,000} \cdot 12\,000 = \text{R\$ } 2\,400{,}00$

Sócio B : $\dfrac{30\,000}{100\,000} \cdot 12\,000 = \text{R\$ } 3\,600{,}00$

Sócio C : $\dfrac{50\,000}{100\,000} \cdot 12\,000 = \text{R\$ } 6\,000{,}00$

O lucro foi dividido de forma proporcional ao investimento inicial de cada sócio.

Uma fazenda possui três áreas de plantio com diferentes tamanhos:

- Área 1 com 5 hectares
- Área 2 com 10 hectares
- Área 3 com 15 hectares

O total de 600 litros de água precisa ser dividido proporcionalmente ao tamanho de cada área.

Passo 1: Calcular a soma das áreas. 5 + 10 + 15 = 30 hectares

Passo 2: Determinar a parte proporcional que cada área irá receber de água.

Área 1 : $\frac{5}{30} \cdot 600 = 100 \text{ litros}$

Área 2 : $\frac{10}{30} \cdot 600 = 200 \text{ litros}$

Área 3 : $\frac{15}{30} \cdot 600 = 300 \text{ litros}$

A água foi repartida de forma diretamente proporcional ao tamanho de cada área.

DIVISÃO EM PARTES INVERSAMENTE PROPORCIONAIS

A ***divisão em partes inversamente proporcionais*** é utilizada quando queremos dividir uma quantidade total de forma que as partes sejam inversamente proporcionais aos valores fornecidos.

Ela é aplicada em diversas situações do cotidiano, como na distribuição de tarefas, divisão de custos e alocação de recursos, quando há necessidade de considerar fatores inversamente relacionados.

Acompanhe estes exemplos:

Enzo está organizando uma excursão. Para o transporte, precisa de um ônibus cujo aluguel custa R$ 300,00 , mas ainda faltam algumas pessoas confirmarem se vão participar.

Analise a tabela com os valores correspondentes a essas 2 grandezas, considerando que o custo a ser repartido entre as pessoas que vão participar da excursão é R$ 300,00.

Quantidade de pessoas	15	20	25	30
Valor pago (em R$)	20	15	12	10

Dizemos que os números 15, 20, 25 e 30 são inversamente proporcionais aos números 20, 15, 12 e 10, respectivamente.

Perceba que as razões são todas iguais a 300.

$$\frac{15}{\frac{1}{20}} \;,\; \frac{20}{\frac{1}{15}} \;,\; \frac{25}{\frac{1}{12}} \;\text{ e }\; \frac{30}{\frac{1}{10}}$$

$$\downarrow \qquad \downarrow \qquad \downarrow \qquad \downarrow$$

$$15 \times 20 = 300 \quad 20 \times 15 = 300 \quad 25 \times 12 = 300 \quad 30 \times 10 = 300$$

300 é o ***coeficiente de proporcionalidade*** ou ***fator de proporcionalidade***.

Uma escola recebeu 210 livros para distribuir entre 3 turmas, buscando equilibrar o acesso ao material de leitura. Os livros foram distribuídos de maneira inversamente proporcional ao número de livros que cada turma já possuía, uma vez que as turmas com mais livros disponíveis tinham menor necessidade.


canva

Na Turma A, havia 3 livros; na Turma B, 5 livros; e na Turma C, 6 livros.

Para calcular a quantidade de livros destinados a cada turma, podemos dividir o número 210 em partes inversamente fornecidas aos números 3, 5 e 6.

Acompanhe:

Os números x, y e z de livros para cada turma devem ser diretamente proporcional aos números $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$ e $\frac{1}{6}$, que são os inversos de 3, 5, e 6, respectivamente.

Reduzindo essas frações ao mesmo denominador, obtemos $\frac{10}{30}$, $\frac{6}{30}$ e $\frac{5}{30}$,

ou seja, vamos repartir 210 livros em partes diretamente proporcionais a 10, 6 e 5.

$$\frac{x}{10} = \frac{y}{6} = \frac{z}{5} = \frac{x+y+z}{10+6+5} = \frac{210}{21} = 10$$

turma A : $\frac{x}{10} = 10 \Rightarrow x = 10 \cdot 10 = 100$

turma B : $\frac{y}{6} = 10 \Rightarrow y = 6 \cdot 10 = 60$

turma C : $\frac{z}{5} = 10 \Rightarrow z = 5 \cdot 10 = 50$

A quantidade de livros distribuídos em cada turma é 100, 60 e 50. Ou seja, a turma A deve receber 100 livros, a turma B deve receber 60 livros e a turma C deve receber 50 livros.

TAXAS DE VARIAÇÃO DE DUAS GRANDEZAS

A ***taxa de variação*** é uma ferramenta importante para compreender como duas grandezas estão relacionadas. Quando comparamos uma mudança em uma grandeza com uma mudança em outra, estamos analisando sua taxa de variação.

Acompanhe os exemplos:

Taxa de Consumo de Combustível de um Veículo

Um carro percorre 400 km e consome 40 litros de combustível. A taxa de variação aqui é o consumo por quilômetro, que pode ser calculada dividindo a distância percorrida pela quantidade de combustível utilizado. Nesse caso, o consumo médio seria:

$$\textbf{\textit{Taxa de variação}} = \frac{400 \text{ km}}{40 \text{ litros}} = 10\ km/l$$

Isso significa que o veículo percorre 10 km para cada litro de combustível.

Taxa de Crescimento Populacional

Suponha que a população de um município aumente de 100 mil habitantes para 120 mil habitantes em 5 anos. Para calcular a taxa de crescimento populacional anual, comparamos o aumento total da população ao período de tempo:

$$\textbf{\textit{Taxa de variação}} = \frac{120\,000 - 100\,000}{5 \text{ anos}} = \frac{20\,000}{5} = 4000 \text{ habitantes/ano}$$

Essa taxa indica que, em média, a população cresce em 4 000 habitantes por ano.

ELABORANDO SUAS PRÓPRIAS QUESTÕES

Agora que você já compreendeu os conceitos de ***razão***, ***proporção***, ***escala***, ***divisão proporcional*** e ***taxa de variação*** que tal colocar a mão na massa e criar suas próprias questões? Elaborar problemas matemáticos não apenas reforça seu aprendizado, mas também desenvolve sua criatividade e habilidade de aplicar a Matemática em situações práticas. Vamos juntos seguir um passo a passo para transformar suas ideias em desafios incríveis!

Passo 1: Escolha um tema de seu interesse

Tudo fica mais divertido quando conectamos a Matemática ao que gostamos. Escolha algo do seu dia a dia, como esportes, música, culinária, viagens ou até situações que envolvam tecnologia. Exemplo: "Dividir um pacote de figurinhas" ou "Repartir custos de uma viagem entre amigos".

Passo 2: Identifique uma relação matemática

Observe no tema escolhido onde há relações que envolvem razões ou proporções. Pergunte-se:

- Há algo para dividir proporcionalmente?
- Existe uma relação direta ou inversa proporcional entre os números envolvidos?
- É possível calcular algo como, por exemplo, um valor total ou parcial?

Passo 3: Escolha os dados do problema

Defina os valores que serão usados em sua questão. Eles podem ser fictícios, mas é importante que tenham uma conexão lógica. Lembre-se de deixar a questão clara e objetiva, com todos os dados necessários para a resolução.

Passo 4: Formule a pergunta principal

Agora é hora de transformar o tema, os dados e a relação matemática em uma questão. Seja direto ao perguntar o que deve ser calculado e use uma linguagem clara.

Passo 5: Resolva e verifique sua questão

Antes de compartilhar sua pergunta com os colegas, resolva o problema para garantir que ele faça sentido e tenha uma resposta correta. Verifique se o enunciado está claro e fornece todos os dados necessários.

Passo 6: Desafie suas Colegas!

Compartilhe a questão com seus colegas ou professores e veja como eles resolvem. É uma ótima maneira de trocar ideias e entender diferentes formas de pensar.

Veja os exemplos para se inspirar!

- Em uma festa de aniversário, foram distribuídos 120 docinhos proporcionalmente ao número de crianças em três turmas. A primeira turma tem 10 crianças, a segunda tem 15 e a terceira tem 25. Quantos docinhos cada turma recebe?
- Uma família consome 300 GB de internet por mês. A mãe utiliza 40%, o pai 30% e os dois filhos dividem o restante igualmente. Quantos GB cada membro da família consome?
- Durante uma viagem, o custo de um táxi foi de R$ 180. Três amigos vão dividir o valor de acordo com a quantidade de quilômetros que cada um percorreu: 5 km, 8 km e 7 km. Quanto cada um deve pagar?

HORA DE SOLTAR A IMAGINAÇÃO!

Pegue um papel, escolha um tema e comece a elaborar suas questões. Lembre-se de usar conceitos como razão, proporção, divisão ou até escalas para criar problemas que sejam desafiadores e divertidos. Transforme o aprendizado em criatividade e mostre que a Matemática está em tudo à nossa volta!

Quem sabe sua ideia não inspira o próximo material?

Exercícios Resolvidos

1) Considere a escala 1 cm : 4 km e faça o que se pede.

a) Escreva outra maneira de registrar essa escala.

b) Elabore um problema em que seja preciso calcular uma medida de comprimento real utilizando essa escala. Depois, entregue o problema para um colega resolver e, juntos, confiram a resposta.

RESOLUÇÃO

a) Outra maneira de registrar essa escala:

- Como precisamos expressar ambas as medidas na mesma unidade, convertemos 4 quilômetros em centímetros : ***4 km = 4 · 100 000 = 400 000 cm***
- Portanto, a escala é: ***Escala*** = $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{400\,000}}$

Isso significa que 1 unidade no desenho representa 400 000 unidades na realidade.

b) Para fazer este item, siga os passos para a elaboração de questões, nas páginas 6 e 7, se inspire nos exemplos e solte a imaginação, não esqueça de resolver antes.

2) Resolva o que se pede:

a) Divida o número 210 em partes diretamente proporcionais a 6, 9 e 15 .

b) Divida o número 444 em partes inversamente proporcionais a 4, 5 e 6.

RESOLUÇÃO

a) Divida o número 210 em partes diretamente proporcionais a 6, 9 e 15

- ***Passo 1:*** Queremos dividir 210 em três partes diretamente proporcionais na ordem 6, 9 e 15.
- ***Passo 2*** : Faça a soma dos valores proporcionais: 6 + 9 + 15 =30
- ***Passo 3*** : Encontre o coeficiente de proporcionalidade, para isso dividimos o valor total pela soma dos valores proporcionais: ***Razão*** = $\frac{\mathbf{210}}{\mathbf{30}}$ = 7
- ***Passo 4:*** Multiplique cada valor proporcional pela razão:

  Primeira parte : 6 • 7 = 42
  Segunda parte : 9 • 7 = 63
  Terceira parte : 15•7 = 105
- Resposta final: As partes são 42 ,63 e 105.

b) Divida o número 444 em partes inversamente proporcionais a 4, 5 e 6.

- Queremos dividir 444 em três partes inversamente proporcionais, nesta ordem 3, 4 e 5.
- Quando dividimos um número em partes inversamente proporcionais, isso significa que as partes serão inversas aos valores dados.
- ***Passo 1*** : Determine os inversos das partes $\frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}$
- ***Passo 2*** : Reduzindo essas frações para o mesmo denominador, encontramos o MMC de 3, 4 e 5: MMC (3 , 4 , 5) = 60, temos: $\frac{15}{60}, \frac{12}{60}, \frac{10}{60}$. Ou seja vamos repartir 444 em partes diretamente proporcionais a 15 ,12 e 10 .
- ***Passo 3*** : Faça a soma dos valores proporcionais: 15 + 12 + 10 = 37
- ***Passo 4*** : Encontre o coeficiente de proporcionalidade. Para isso, dividimos o número 444 pela soma dos valores proporcionais: ***Razão*** $= \frac{444}{37} = \mathbf{12}$
- ***Passo 5*** : Multiplique cada valor proporcional (15 , 12 , 20) pela razão :

  Primeira parte : 15 • 12 = 180
  Segunda parte : 12 • 12 = 144
  Terceira parte : 10 • 12 = 120
- Resposta final: as partes são 180 , 144 e 120.

3) O pai de Liz (2 anos), Amanda (6 anos) e André (12 anos) resolveu distribuir R$ 120,00 entre os filhos dele, de maneira que as quantidades fossem diretamente proporcionais às idades das crianças. Quantos reais cada um deles recebeu?

RESOLUÇÃO

- ***Passo 1:*** Queremos dividir 120 em três partes diretamente proporcionais nesta ordem: 2, 6 e 12.
- ***Passo 2*** : Faça a soma dos valores proporcionais: 2 + 6 + 12 = 20
- ***Passo 3*** : Encontre o coeficiente de proporcionalidade. Para isso, dividimos o valor total pela soma dos valores proporcionais: ***Razão*** $= \frac{120}{20} = \mathbf{6}$
- ***Passo 4:*** Multiplique cada valor proporcional pela razão:

  Primeira parte : 2 • 6 = 12
  Segunda parte : 6 • 6 = 36
  Terceira parte : 12•6 = 72
- Resposta final: Liz (2 anos) recebeu R$12,00, Amanda (6 anos) recebeu R$36,00 e André (12 anos) recebeu R$72,00.

Material Extra

VÍDEO

Resolução de problemas de razão
https://youtu.be/nYAsLjVPNuA

Atividades

ATIVIDADE 1

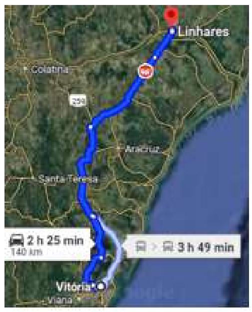
Ricardo está desenhando um mapa de um parque para um projeto de Geografia. Ele utiliza uma escala de 1:500, onde 1 cm no mapa representa 500 cm na realidade. O comprimento real do parque é de 750 metros e Ricardo quer saber qual será o comprimento do parque no mapa em centímetros. Esse comprimento é:

A) 1,5 cm
B) 15 cm
C) 30 cm
D) 75 cm
E) 150 cm

ATIVIDADE 2

João está estudando a geografia do Espírito Santo e utilizando um mapa com a escala de 1:200 000, onde 1 cm no mapa representa 2 km na realidade. Ele quer medir a distância real entre as cidades de Vitória e Linhares, que, no mapa, é de 53 cm. Qual é a distância real entre essas cidades?

A) 53 km
B) 62 km
C) 80 km
D) 106 km
E) 120 km



Google Maps

ATIVIDADE 3

Três amigos, Ana, Bruno e Carla, decidiram dividir o custo de um presente de R$ 360,00 de forma diretamente proporcional às idades deles. Ana tem 12 anos, Bruno tem 18 anos e Carla tem 24 anos. Quanto Ana deve pagar pelo presente?

A) R$ 60,00
B) R$ 72,00
C) R$ 80,00
D) R$ 90,00
E) R$ 100,00

ATIVIDADE 4

Três trabalhadores, André, Bernardo e Célio, foram contratados para um projeto que pagará R$ 1 200,00. Eles decidiram dividir o pagamento de forma diretamente proporcional ao tempo que cada um trabalhou no projeto. André trabalhou por 10 horas, Bernardo por 15 horas e Célio por 25 horas. Qual das afirmações a seguir é a correta de acordo com a divisão acordada entre eles?

A) André receberá R$ 200,00;
B) Bernardo receberá R$ 360,00;
C) Célio receberá R$ 300,00;
D) Bernardo receberá o dobro do valor de André;
E) Célio receberá a metade Bernardo.

CANVA

ATIVIDADE 5

Durante as eleições, uma gráfica recebeu um pedido muito grande para realizar a produção de material de campanha. Estimou-se que as 3 máquinas levariam 24 horas para realizar todo o serviço. Supondo que uma dessas máquinas estrague antes de iniciar o serviço, qual será o tempo necessário para atender essa demanda?

ATIVIDADE 6

Um pai deseja dividir R$ 5.145,00 entre seus três filhos. A divisão será efetuada de modo inversamente proporcional às suas idades, que são 20, 25 e 27 anos. Quanto receberá o filho que tem 25 anos?

ATIVIDADE 7

O professor Beto Timote recebeu um áudio de 6 minutos pelo WhatsApp. Ele sabe que pode ajustar a velocidade de reprodução do áudio para ouvir mais rápido. Se ele ajustar a velocidade para 1,5x, quanto tempo levará para ouvir todo o áudio?

ATIVIDADE 8

Fernanda está transferindo um arquivo de vídeo de 2,5 GB para um servidor. Ela observou que a transferência levou 5 minutos para ser concluída. Qual foi a taxa de transferência média aproximada durante essa operação?

A) 5 MB/s
B) 8 MB/s
C) 10 MB/s
D) 12 MB/s
E) 15 MB/s

ATIVIDADE 9

Durante a pandemia de covid-19, os cientistas buscaram sempre relacionar grandezas para compreender melhor o fenômeno. Os estatísticos perceberam que existe uma relação entre as grandezas: ***número de vacinados*** e ***quantidade de casos graves***. Como era de se esperar, com metade da população vacinada, o número de casos graves da doença caiu também pela metade. Sabendo da eficácia da vacina, podemos afirmar que as grandezas citadas se relacionam de forma

A) inversamente proporcional.
B) diretamente proporcional.
C) desproporcional.
D) subitamente proporcional.
E) essas grandezas se relacionam, mas não há proporção entre elas.

ATIVIDADE 10

Elabore um problema em que seja preciso calcular uma medida de comprimento real a partir de uma representação, utilizando a proporcionalidade. Deixe registrada a resolução passo a passo.

RETOMANDO O QUE APRENDEMOS

Chegou o momento de pensar sobre o que você aprendeu neste capítulo.

As Expectativas de Aprendizagem apresentadas no início indicavam os principais objetivos do estudo sobre esse capítulo. Agora, vale a pena refletir: o quanto você avançou em relação a cada um deles?

Reflita sobre sua aprendizagem

- Consigo identificar quando uma unidade de medida (como velocidade média, densidade ou potência elétrica) é definida pela razão ou pelo produto de outras grandezas?
- Sou capaz de resolver problemas que envolvam grandezas determinadas pela razão ou pelo produto de outras, como calcular o consumo de energia elétrica ou o tempo de transferência de dados?
- Consigo reconhecer relações de proporcionalidade em situações que envolvem escalas, divisões proporcionais ou taxas de variação entre grandezas?
- Sei identificar e resolver situações que envolvem proporcionalidade direta e inversa, compreendendo como a variação de uma grandeza afeta a outra?
- Sou capaz de elaborar problemas que expressem relações de proporcionalidade direta ou inversa, aplicando corretamente os conceitos estudados?

Autoavaliação

Marque a opção que melhor representa como você se sente em relação ao seu aprendizado neste capítulo:

Expectativa de Aprendizagem	Consegui compreender bem	Compreendi parcialmente	Preciso revisar
Identificar que unidades de medida são definidas pela divisão e/ou pela multiplicação de outras grandezas de mesma natureza ou não.	○	○	○
Solucionar problemas que envolvem grandezas determinadas pela razão ou produto das medidas de outras.	○	○	○
Identificar as relações de proporcionalidade em escalas, divisões em partes proporcionais ou taxas de variação de duas grandezas.	○	○	○
Resolver problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas grandezas;	○	○	○
Elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas grandezas;	○	○	○

Dica: Revise os tópicos que você marcou como "**preciso revisar**" e converse com seu professor(a) sobre as dúvidas. Aprender Matemática é um processo que se fortalece com a prática e com o diálogo.

Referências

ACADEMIA KHAN. Identificando relações proporcionais . Disponível em : https://pt.khanacademy.org . Acesso em: 2 dez. 2024.

BONJORNO, Giovanni Jr.; CÂMARA, Paulo. Prisma: matemática – conjuntos e funções . São Paulo: FTD, 2020.

DANTE, Luiz Roberto. Telaris – Matemática: 9º ano . 3.ed. São Paulo: Editora Ática, 2018.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. Matemática em contextos . Volume 1. São Paulo: Ática, 2020

Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) . Evolução da divisão político-administrativa. Atlas Escolar IBGE. Disponível em: https ://atlasescolar .ibge .gov .br /brasil /3035 -federacao -e -territorio /evolucao -da -divisao -politico -administrativa .html . Acesso em: 10 dez. 2024.

KHAN ACADEMY. Analyzing and identifying proportional relationships 2. Disponível em: https://pt.khanacademy.org/math/pre-algebra/xb4832e56:proportional-relationships/xb4832e56:identifying-proportional-relationships/e/analyzing-and-identifying-proportional-relationships-2. Acesso em: 2 dez. 2024.

KHAN ACADEMY. Introdução às razões (ratios). Khan Academy, [s.d.]. Disponível em: https://pt.khanacademy.org/math/pma-pr-resolucao-problemas-n2/x7104d146bf24fa30:unidade-2-2024/x7104d146bf24fa30:2014-regra-de-tres-simples/v/ratios-intro. Acesso em: 6 dez. 2024.

KHAN ACADEMY. Proporção. Khan Academy, [s.d.]. Disponível em: https://pt.khanacademy.org/math/pt-mat-prep-em-todo conteudo/xc940e6c2768299b1:proporcao. Acesso em: 6 dez. 2024.

PORTAL DA OBMEP. Resolvendo exercícios de matemática: Inequações. 2024. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=kv_QhjPVi4o. Acesso em: 6 dez. 2024.

PROF. WARLES. Blog do Prof. Warles. Disponível em: https://profwarles.blogspot.com/. Acesso em: 6 dez. 2024.

9º ANO MATEMÁTICA PROPORCIONALIDADE. Proporcionalidade e grandezas proporcionais - Matemática. YouTube, 2021. Disponível em: [https ://www .youtube .com /watch ?v =9OFFffAX3wKw . Acesso em: 2 dez. 2024.

Rotinas Pedagógicas Escolares

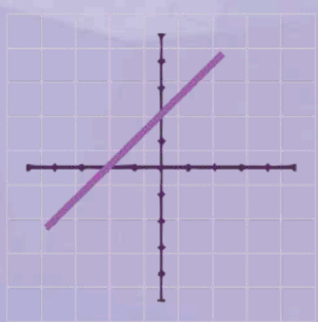
Matemática

GOVERNO DO ESTADO
DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

SEDU 2026

Gerência de Currículo
da Educação Básica

Capítulo 3: Introdução às funções e Função afim



Apresentação

Prezado(a) estudante,

Você já notou como muitos acontecimentos do dia a dia estão relacionados? A temperatura influencia o consumo de energia, o tempo de viagem depende da velocidade, e o valor de uma compra varia conforme a quantidade de produtos. Todas essas situações podem ser descritas por uma função, uma relação entre duas grandezas em que o valor de uma depende da outra.

Entre os diferentes tipos de função, a função afim se destaca por representar relações lineares, como as que crescem ou diminuem de forma constante.

O que você vai estudar neste capítulo

Neste capítulo, você vai descobrir como identificar, representar e interpretar essas funções, compreendendo como elas ajudam a descrever e prever fenômenos do cotidiano.

Expectativas de aprendizagem

Ao final dos estudos propostos por este capítulo, espera-se que você seja capaz de:

- Descrever relações entre variáveis numéricas, em diversos contextos, em termos de funções, representando-as com registros numéricos, algébricos e gráficos;
- Identificar regularidades em relações que apresentam variação constante entre duas grandezas;
- Generalizar e expressar algebricamente regularidades em relações que apresentam variação constante entre duas grandezas;
- Concluir que a taxa de crescimento de uma função afim é constante;
- Expressar graficamente regularidades em relações que apresentam variação constante entre duas grandezas;
- Investigar gráficos de funções polinomiais do 1º grau a partir de translações e reflexões aplicadas na função elementar [f(x) = a.x];

- Interpretar situações descritas por função afim apresentada algébrica ou graficamente;
- Expressar graficamente regularidades em relações que apresentam variação constante entre duas grandezas;
- Resolver problemas envolvendo função afim apresentada algébrica ou graficamente;
- Registrar por meio de fluxograma um algoritmo que resolve problema envolvendo função afim;
- Resolver problemas envolvendo função afim por meio da reutilização de soluções existentes (traçado do gráfico, determinação de pontos e de valores).

Ao concluir este capítulo, você será convidado(a) a retomar essas expectativas e refletir sobre o que aprendeu. Essa autoavaliação ajudará você a perceber o quanto evoluiu e o que pode aprimorar.

A IDEIA DE FUNÇÃO

Leia as situações a seguir:

- O tempo necessário para percorrer um trajeto de bicicleta ***depende*** da velocidade média do ciclista.


canva


canva

- A quantidade de tinta necessária para pintar uma parede ***está em função*** da área da parede.

O conceito de função está presente em situações em que relacionamos ***duas grandezas variáveis.***

Lembre-se de que ***grandeza*** é algo que pode ser medido ou contado. *Comprimento, área, volume, massa e população* são alguns exemplos de grandezas.

Acompanhe mais um exemplo:
Lucas foi à loja de conveniência para comprar garrafas de água para um passeio escolar. No local, cada garrafa de água custava R$ 4,00. Então:

- 2 garrafas custavam R$ 8,00.
- 3 garrafas custavam R$ 12,00 e assim por diante.

Considere a tabela abaixo.
Nela, podemos perceber que o preço a pagar é dado em função da quantidade de garrafas compradas.

Quantidade de Garrafas (n)	Preço Total (P em R$)
1	4,00
2	8,00
3	12,00
4	16,00

- Podemos expressar essa relação com a fórmula matemática: **P = 4n**.
- Essa fórmula estabelece uma ***lei da função*** que relaciona as duas grandezas variáveis.
- Essa relação é o que chamamos de ***função.***
- Como a variável "preço P" ***depende*** da "quantidade n de garrafas", dizemos que P é a ***variável dependente*** e n é a ***variável independente*** .

FORMALIZANDO A IDEIA DE FUNÇÃO

Em termos matemáticos, uma função é uma relação entre dois conjuntos, onde cada elemento do primeiro conjunto (chamado de ***domínio***) está associado a exatamente um elemento do segundo conjunto (chamado de ***contradomínio***).

É possível representar uma função utilizando a notação de conjuntos. Para isso, observe os exemplos a seguir.

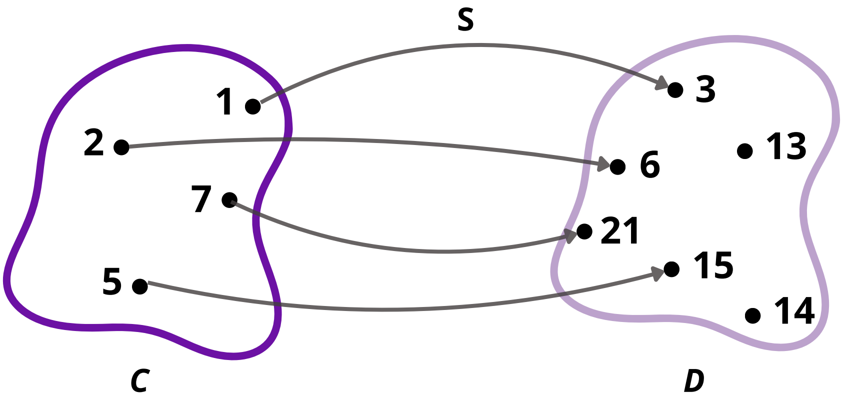
a) Considere os conjuntos **A** e **B** tais que:

$$A = \{ 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 \} \quad e \quad B = \{ 0 , 3 , 6 , 9 , 12 , 15 \}$$

A	B
0	0
1	3
2	6
3	9
4	12
5	15

A tabela ao lado mostra uma relação entre os dois conjuntos. Cada número pertencente a ***A*** está associado ao triplo do próprio número, que pertence a ***B***.

b) Observe a seguir o diagrama de uma relação S entre os conjuntos C e D.



Perceba que, nessa representação, cada valor pertencente à ***C*** está associado a um único valor em ***D***.

Nesses dois exemplos anteriores , as relações estabelecidas entre ***A*** e ***B*** e entre ***C*** e ***D*** são tais que:

- todo elemento do primeiro conjunto tem um correspondente no segundo conjunto;
- cada elemento do primeiro conjunto corresponde a um único elemento do segundo conjunto.

Assim, podemos dizer que temos, no primeiro exemplo, uma **função de *A* em *B* ,** e no segundo exemplo, temos uma **função de *C* em *D*.**

DEFINIÇÃO E NOTAÇÃO

Dados dois conjuntos não vazios A e B, uma **função *f* de A em B** é uma relação que associa cada elemento x $\in$ A a um único elemento y $\in$ B.

$f: A \rightarrow B$

ou

$A \xrightarrow{f} B$

Nos dois casos, lemos: *f* é uma função de A em B.

Além disso, se a função *f* relaciona o elemento x de A com o elemento y de B, então podemos escrever:

$$f(x) = y$$ (Lemos : f de *x* é igual a *y*.)

DOMÍNIO, CONTRADOMÍNIO E CONJUNTO IMAGEM DE UMA FUNÇÃO

Ao definirmos uma função *f* de A em B, o conjunto A é chamado de ***domínio*** **(D(*f*))** e o conjunto B é o ***contradomínio*** **(CD(*f*))** da função *f* .

Além disso, para cada $a \in A$, o elemento $b \in B$ tal que $f(a) = b$ é chamado de ***imagem*** de *a* pela função *f*.

Já o conjunto formado pelas imagens de todos os elementos de A é chamado de ***conjunto imagem*** de *f* e é indicado por **Im(*f*)**.

ELEMENTOS DE UMA FUNÇÃO

- ***Variável independente:*** É a grandeza que podemos controlar ou escolher (representada normalmente por x).

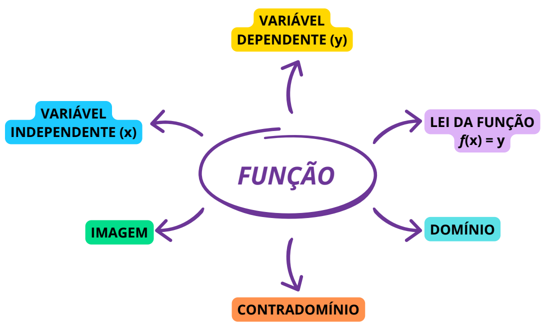
- ***Variável dependente:*** É a grandeza cujo valor depende do valor da variável independente (representada normalmente por y).

- ***Lei da função:*** É a regra que descreve como os valores de x estão relacionados aos valores de y.

- ***Domínio D(f):*** é o conjunto de todos os valores que podem ser atribuídos à variável independente, geralmente representada por x . Em outras palavras, o domínio é o conjunto de entradas válidas para a função.

- ***Contradomínio CD(f):*** é o conjunto de todos os valores possíveis que podem ser atribuídos à variável dependente, geralmente representada por y. É o conjunto de saídas potenciais da função, antes de considerar as restrições específicas do domínio.

- ***Imagem Im(f):*** é um subconjunto do contradomínio. Ela é composta pelos valores que realmente são obtidos pela função, considerando o domínio específico.



IDENTIFICANDO A LEI DE FORMAÇÃO DE UMA FUNÇÃO

A ***lei de formação*** é uma fórmula ou expressão algébrica que define a relação entre as variáveis da função. Normalmente, ela é representada por **y = *f*(x),** onde:

- x é a variável independente (entrada ou domínio);
- y é a variável dependente (saída ou imagem);
- *f*(x) é a regra ou fórmula que define como y é calculado a partir de x.

Por exemplo:

- Na função definida por ***y = 2x+3*** , a lei de formação é ***f*(x) = 2x+3** . Isso significa que para cada valor de x, o valor correspondente de y é encontrado multiplicando x por 2 e somando 3.

COMO IDENTIFICAR A LEI DE FORMAÇÃO?

1. Observando pares ordenados (x , y)

A partir de uma tabela com valores conhecidos de entrada (x) e saída (y) , podemos identificar um padrão. Por exemplo:

x	y
1	3
2	5
3	7

Nesse caso, é possível observar que y aumenta de 2 em 2 e está relacionado a x pela fórmula ***y = 2x + 1***.

2. Compreendendo o contexto da situação

Muitas vezes, a lei de formação pode ser identificada a partir de uma situação-problema. Por exemplo:

Uma pizzaria cobra R$ 20,00 por pizza mais uma taxa de entrega de R$ 5,00. A função que relaciona o número de pizzas (x) com o preço total (y) é: ***y = 20x + 5*** .

3. Analisando o gráfico

Se a função estiver representada graficamente, a relação pode ser identificada pela inclinação (taxa de variação) e pela interseção com os eixos. Este assunto iremos aprofundar nos materiais seguintes.

Por que identificar a lei de formação é importante?

- Permite calcular o valor da saída (y) para qualquer entrada (x).
- Ajuda a entender como as variáveis se relacionam.
- Com a lei de formação, é possível generalizar problemas e encontrar soluções para casos específicos.

Vamos ver alguns exemplos:

a) Um aplicativo de transporte cobra R$ 2,50 por quilômetro percorrido e uma taxa fixa de R$ 5,00 pela corrida.

Vamos identificar a lei de formação que relaciona a distância percorrida (***x, em km***) com o valor da corrida (***y, em reais)***:

- A cada quilômetro (x), adicionam-se R$ 2,50 ao valor total.
- O valor inicial da corrida é R$ 5,00.
- A lei de formação será: ***y = 2,50x + 5***

Com essa fórmula, é possível calcular o valor da corrida para qualquer distância percorrida.

b) Uma empresa de streaming oferece um plano básico em que o cliente paga R$ 15,00 mensais pelo serviço e R$ 2,00 adicionais por cada filme exclusivo, escolhido pelo cliente.

Vamos identificar a lei de formação que relaciona a quantidade de filmes exclusivos (x) com o valor total da mensalidade (y, em reais).

- O valor fixo mensal do plano é R$ 15,00 .
- Para cada filme alugado (x), acrescenta-se R$ 2,00 ao valor total.
- A variável dependente (y) é o preço total pago no mês, e a variável independente (x) é o número de filmes exclusivos escolhido pelo cliente.
- A lei de formação será : ***y = 2x + 15.***

Com essa fórmula, é possível calcular o valor total da mensalidade do cliente para qualquer quantidade de filmes exclusivos escolhidos.

c) Um fornecedor de água mineral vende galões de 20 litros para estabelecimentos comerciais. A tabela abaixo mostra os valores pagos (y) em função da quantidade de galões comprados (x), incluindo uma taxa fixa de entrega no valor de R$ 10,00.

Quant. de galões (x)	Valor a ser pago (y)
1	35
2	60
3	85

Vamos identificar a lei de formação que relaciona a quantidade de galões comprados (x) com o valor a ser pago (y, em reais).

- O custo inicial da entrega é de R$ 10,00.
- Por 1 galão será pago R$35,00 incluindo a taxa de entrega, ou seja 35-10 = 25 reais cada galão.
- A lei de formação será : ***y = 25x + 10.***

FUNÇÃO AFIM

As situações nos exemplos já apresentados possuem pares de grandezas cujos valores podem ser relacionados por meio de uma ***função afim***: quantidade de garrafas de água e custo total, valor a pagar pela corrida e quilômetros rodados, mensalidade a ser paga e quantidade de filmes exclusivos, galões de água e preço a pagar.

Uma função $f: R \longrightarrow R$ é chamada de função afim quando é definida pela sentença matemática $\boldsymbol{f(x) = ax + b}$, para todo $x \in R$.

Em $f(x) = ax + b$, os números reais ***a*** e ***b*** são chamados coeficientes da função.
Analise alguns exemplos a seguir.

- $f(x) = 3x - 1$ (a = 3 , b = -1)
- $f(x) = -6$ (a = 0, b = - 6)
- $f(x) = x + 5$ (a = 1, b = 5)
- $f(x) = 0$ (a = 0 , b = 0)
- $f(x) = 7 - 5x$ (a = -5 , b = 7)
- $f(x) = 12x$ (a = 12 , b = 0)

- Uma função afim $f: R \longrightarrow R$ tal que $f(x) = ax + b$, com a e b números reais e $a \neq 0$ é chamada **função polinomial de 1º grau.**
- Uma função afim $f: R \longrightarrow R$ definida por $f(x) = b$, com $b \neq 0$, é chamada **função constante não nula.**
- A função afim $f: R \longrightarrow R$ definida por $f(x) = 0$ é chamada **função constante nula** (ou **função nula**).

VALOR DE UMA FUNÇÃO AFIM

O valor numérico de uma função afim ***f***, dada por *f* (x) = ax + b, para x = x' é dado por *f* (x') = ax' + b.

Por exemplo, na função afim dada por ***f* (x) = 5x + 1**, podemos determinar:

a) *f* (**1**) = 5 · (1) + 1 = 5 + 1 = 6. Logo, *f* (**1**) = 6.

b) *f* (**-3**) = 5 · (-3) + 1 = -15 + 1 = -14 . Logo, *f* (**-3**) = -14.

c) f (**0,2**) = 5 · (0,2) + 1 = 1 + 1 = 2. Logo, f (**0,2**) = 2.

VALOR INICIAL

Em uma função afim ***f***, dada por *f* (x) = ax + b, o número b = *f* (0) é chamado **valor inicial da função *f*.**

Analise, uns exemplos de leis de funções e valor inicial de cada uma elas.

a) O valor inicial de *f* (x) = 2x + 3 é 3 , pois *f* (**0**) = 2 · 0 + 3 = 3.

b) O valor inicial de f (x) = 5x -1 é - 1 , pois *f* (**0**) = 5 · 0 - 1 = -1.

c) O valor inicial de f (x) = 6x é 0 , pois *f* (**0**) = 6 · 0 = 0.

TAXA DE VARIAÇÃO MÉDIA DA FUNÇÃO AFIM

A ***taxa de variação média (TVM)*** de uma função é uma medida que descreve como uma grandeza varia em relação a outra em um intervalo específico. Esse conceito é essencial para compreender a relação entre grandezas e está presente em diversas situações do nosso cotidiano, como o cálculo de velocidades médias, taxas de crescimento e mudanças ao longo do tempo. Assim temos:

Dados x e $x + h$ números reais, com h > 0, o número $\dfrac{f(x+h) - f(x)}{h}$ é chamado **taxa de variação média da função *f* no intervalo [x, x + h]**.

Considerando a função afim f : R⟶R, definida por f (x) = ax + b, a taxa de variação média em relação a x é dada pelo número:

$$\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=\frac{a(x+h)+b-(ax+b)}{h}=\frac{\cancel{ax}+ah+\cancel{b}-\cancel{ax}-\cancel{b}}{h}=\frac{ah}{h}=a$$

Portanto, para a ***função afim a taxa de variação média*** é: $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=a$, ou seja é ***constante*** e igual ao coeficiente .

- Como a taxa de variação média da função afim é constante podemos dizer apenas ***taxa de variação***.

- A taxa de variação da função afim pode ser interpretada como a variação em f (x) causada por aumento de 1 unidade em x.

Exemplos:

- A taxa de variação da função afim dada por f(x) = 6x + 2 é ***6***, ou seja, cada acréscimo de 1 unidade em x faz f (x) aumentar 6 unidades;
- A taxa de variação da função definida por g(x) = -5x + 2 é ***-5***, ou seja, cada acréscimo de 1 unidade em x faz g(x) diminuir 5 unidades.

1) Um estudante está analisando o custo total *C* de uma impressão de cartazes, onde cada cartaz custa R$ 4,00. Se ele imprimir *n* cartazes, qual das expressões a seguir representa corretamente o custo total *C* em função do número de cartazes *n*?

A) C = 4n + 10

B) C = 10n - 4

C) C = 4n

D) C = n + 4

E) C = 10 - 4n

RESOLUÇÃO

Para resolver a questão, vamos analisar a informação dada e como podemos expressá-la matematicamente.

Passo 1: Entender a situação

- Cada cartaz custa R$ 4,00.
- Se o estudante imprimir n cartazes, o custo total C será baseado no número de cartazes multiplicado pelo custo de cada um.

Passo 2: Montar a expressão

O custo total C pode ser representado pela seguinte fórmula:

C = (custo por cartaz) · (número de cartazes)

Substituindo os valores:

C = 4 · n, que, simplificando, temos C = 4n. Portanto, a alternativa correta é C.

2) Um vendedor de frutas observa que, a cada semana, suas vendas aumentam de forma constante. Após 3 semanas, ele vendeu 150 quilos de frutas, e após 6 semanas, ele vendeu 210 quilos. Considerando que a relação entre o número de semanas e a quantidade de frutas vendidas é linear, qual é a taxa de crescimento das vendas por semana?

RESOLUÇÃO

A quantidade total de frutas vendidas aumentou de 150 quilos para 210 quilos em 3 semanas, resultando em um crescimento constante de

$$\frac{210-150}{6-3} = \frac{60}{3} = 20$$

Portanto, 20 quilos por semana, evidenciando que a taxa de crescimento de uma função afim é constante.

3) Um tanque estava inicialmente com 20 litros de água. A torneira que abastece esse tanque foi aberta, enchendo-a de água com vazão de 6 litros por segundo.

a) Qual a taxa de variação da função afim obtida?

b) Qual é o valor inicial da função?

c) Escreva a lei da função afim obtida.

d) Quantos litros de água terão após 1 hora , da torneira ligada?

e) Para encher o tanque com 380 litros de água, quantos segundos serão necessários com a torneira aberta?

RESOLUÇÃO

Temos um tanque inicialmente com 20 litros de água e uma torneira que enche o tanque com vazão de 6 litros por segundo. Vamos resolver as perguntas.

a) A taxa de variação é o coeficiente que acompanha o tempo, ou seja, 6 litros por segundo.

b) O valor inicial é quando *Q*(0), então temos: Q(0) = 6. 0 + 20 = 20.
Valor inicial é 20 litros.

c) A quantidade de água Q, em litros no tanque, depende do tempo t, em segundos.

- O valor inicial é de 20 litros (quantidade inicial de água no tanque).
- Temos a taxa de variação 6 litros.
- Função afim: Q(t) = 6t + 20.

d) Sabemos que 1 hora equivale a 3600 segundos.
Substituímos t = 3600 na função.
Q(t) = 6t + 20
Q (3600) = 6 · 3600 + 20 = 21620
Após 1 hora da torneira aberta, terão 21620 litros de água no tanque.

e) Queremos saber quanto tempo levará para que o volume de água no tanque atinja 380 litros. Substituímos *Q*(t) = 380.
380 = 6t +20
380-20 = 6t
6t = 360
t = 60 segundos.

Material Extra

VÍDEOS

Funções: Conceitos básicos
https://youtu.be/nYAsLjVPNuA

Função afim - noções básicas
https://www.youtube.com/watch?v=jLDaHj1FtC8&list=PLUL27jYnlTVpr3WhrZLv3qqJcxgo3ZhmX&index=32

Atividades

ATIVIDADE 1

Um professor está explicando a seus alunos o ***conceito de função***, utilizando exemplos do cotidiano. Ele pede aos alunos que pensem em situações onde um valor de entrada é transformado em um valor de saída através de uma ***regra específica***.

Qual das seguintes opções melhor representa essa ***ideia de função*** em um contexto do dia a dia?

A) Uma máquina de vendas que devolve o mesmo valor de entrada como saída.

B) Uma tabela de conversão de temperaturas que transforma Celsius em Fahrenheit.

C) Um telefone que pode fazer múltiplas chamadas ao mesmo tempo.

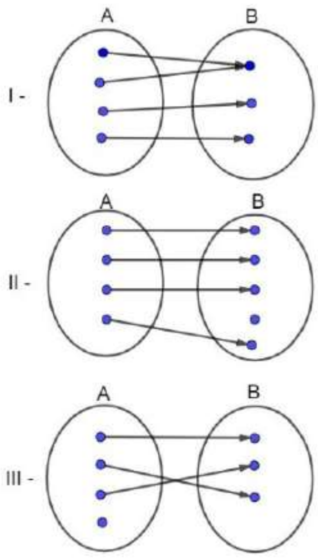
D) Um relógio que sempre mostra a mesma hora.

E) Um sistema que permite várias entradas diferentes produzirem o mesmo resultado.

ATIVIDADE 2

Uma função de um conjunto A (chamado domínio) num outro conjunto B (chamado contradomínio) é uma relação que associa ***cada*** elemento de A num ***único*** elemento de B.

Com base nessa definição e nas relações entre A e B expressas nos diagramas ao lado, podemos afirmar que:



A) As relações I, II e III são funções.

B) Somente a relação I não é uma função.

C) Somente a relação II não é uma função.

D) Somente a relação III não é uma função.

E) As relações I, II e III não são funções.

ATIVIDADE 3

Considere a função ***f(x) = -4x + 3*** definida no conjunto dos números reais. Calcule o valor de:

a) f(-2)
b) f(-1)
c) f(0)
d) f(1)
e) f(2)

ATIVIDADE 4

Considere a função afim ***f(x) = 3x − 5*** definida no conjunto dos números reais. Determine o valor de ***f(8) – f(5) .***

ATIVIDADE 5

Área pintada (m^2)	Total a pagar (R$)
5	35,00
10	45,00
20	65,00
40	105,00
80	185,00

O conjunto de valores formados pelos preços y cobrados por um pintor para executar um serviço está associado ao conjunto de valores formados pelas áreas x que serão pintadas por ele. Cada x está associado a um único y.

Essa relação é expressa por uma lei onde, para calcular o total a ser pago pelo cliente, ele toma a área a ser pintada, multiplicada por 2 e adicionada 25, ou seja, y = 2x + 25.

Qual o preço cobrado para realizar um serviço de pintura de uma área de 150 m^2?

ATIVIDADE 6

William possui uma loja de aluguel de bicicletas. Ele cobra uma ***taxa fixa*** de R$ 15,00 por bicicleta, mais um preço ***variável*** de R$ 10,00 por cada hora de uso. Repare que, o preço y = A(x) pago pelo aluguel depende das x horas de uso. Qual das leis a seguir melhor expressa o preço a ser pago em função das horas de uso da bicicleta?

A) A(x) = 15x + 10
B) A(x) = 10x + 15
C) A(x) = 25x + 15
D) A(x) = 10x + 25
E) A(x) = 15x + 25

ATIVIDADE 7

Um estudante observou que a quantidade de horas que ele estuda *t* está relacionada à sua nota *N* de acordo com a seguinte função: N(t)=3*t* + 50.

1. Calcule a nota que o estudante obterá se ele estudar por 4 horas.
2. Se o estudante quiser obter uma nota de 74, quantas horas ele precisará estudar?

ATIVIDADE 8

A tabela ao lado expressa um conjunto de medidas de tempo (em minutos) onde ***cada*** elemento é associado a um ***único*** elemento de um conjunto formado por quantidade de panfletos impressos. Sendo x um elemento do conjunto das medidas de tempo e y um elemento do conjunto formado por quantidade de panfletos impressos, podemos associar x com y por meio de uma ***função y = f(x)***.

Medida de tempo de impressão (em minuto)	Quantidade de panfletos
2	36
4	72
6	108
8	144
10	180

Qual das leis a seguir relaciona a quantidade de panfletos impressos (y) em função da medida de tempo (x) em minuto, conforme dados da tabela?

A) y = x + 34   B) y = 15x + 6
C) y = 18x   D) x = 18y
E) x = 6y + 24

ATIVIDADE 9

Em um parque de diversões cobra-se um ***valor fixo b*** de ingresso para entrada no parque mais um ***valor variável a*** cada vez que o brinquedo for utilizado. A tabela mostra alguns valores a ser pago de acordo com a quantidade de brinquedos utilizados. A função que melhor expressa a relação entre o valor total a ser pago ***P(n)*** e o número de vezes ***n*** em que os brinquedos foram utilizados é:

Quantidade de brinquedos utilizados	Preço a ser pago (em reais)
0	12,00
1	13,50
2	15,00
3	16,50
...	...
10	27,00

A) P(n) = 12n.
B) P(n) = 12n + 1,5.
C) P(n) = 12 + 1,5n.
D) P(n) = 1,5n.
E) P(n) = 13,5n.

ATIVIDADE 10

Imagine que você está planejando um evento e precisa calcular o custo total com base no número de participantes. O custo fixo do evento é de R$ 200,00, e cada participante adicional custa R$ 50,00.

1. Escreva uma função C(*p*) que represente o custo total do evento em função do número de participantes *p*.
2. Quantos amigos(as) você convidaria para esse evento?
3. Com base na sua função e na quantidade de pessoas que você convidaria, qual seria o custo total desse evento?

FUNÇÕES POLINOMIAIS DO 1º GRAU

As ***funções polinomiais do 1º grau***, também conhecidas como funções afins, têm a forma:

$$f(x) = ax+b$$

onde **a** e **b** são constantes, e $a \neq 0$.

Veja alguns exemplos de funções polinomiais do 1º grau.

- $f(x) = 2x - 3$
- $g(x) = -x + 4$
- $h(x) = -3x$
- $p(x) = 0{,}6x + 7$
- $s(x) = 12x$
- $m(x) = -10x + 3$

FUNÇÃO LINEAR

Função linear é o caso particular de função do 1° grau quando $b = 0$.
Assim, a forma geral de uma função linear é:

$$f(x) = ax$$

- Se $a = 0$, a função linear também é chamada de ***função nula***, pois, para todo x real, $f(x) = 0$
- Se $a > 0$, a ***função linear é crescente***.
- Se $a < 0$, a ***função linear é decrescente***.

FUNÇÃO IDENTIDADE

A função identidade é um caso especial de função linear, onde $a = 1$ e $b = 0$.
Sua equação é:

$$f(x) = x$$

Ela descreve a identidade, ou seja, o valor de x é igual ao valor da função.

EXEMPLOS DE FUNÇÕES POLINOMIAIS DO 1º GRAU

- Em uma pesquisa científica, se a quantidade de dados processados em um sistema cresce de forma linear com o tempo, podemos usar uma função linear para modelar esse crescimento. Por exemplo, ***f*(t) = 100t + 5000**, onde t é o tempo em horas, e 5000 representa o valor inicial de dados processados.

- Se um trabalhador recebe um salário fixo de R$ 2000,00 por mês e um adicional de R$ 50,00 por hora trabalhada, a função que descreve o seu salário em função das horas trabalhadas é uma ***função afim***, dada por

  ***f*(x) = 50x + 2000**,

  onde x é o número de horas trabalhadas.

- Um laboratório mede o crescimento linear de uma planta em milímetros ao longo dos dias, representado por ***f*(x) = 2x + 5**, onde x é o número de dias e *f(x)*, a altura da planta.

- O custo de energia elétrica para operar uma máquina que consome 2 kWh por hora é representado por ***f*(x) = 2x** , onde x é o tempo de operação em horas e *f*(x), o consumo total em kWh. Logo ***f*(x) = 2x** é uma ***função linear***.

- A distância percorrida por um objeto em movimento uniforme, com velocidade constante de 20 m/s, é modelada por **d(t) = 20t**, onde t é o tempo em segundos e d(t) a distância percorrida.

- No processamento de dados, a função identidade aparece em algoritmos que retornam o mesmo valor de entrada sem alterações, como ***f*(d) = d** onde d é o dado de entrada. Logo f(d) = d é uma função identidade.

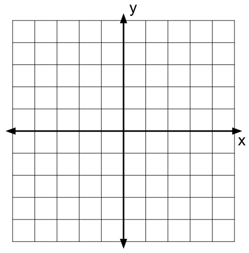
- Um sistema de registro de ponto que calcula automaticamente o número de horas trabalhadas por um funcionário ao final do expediente usa a ***função identidade*** **h(x) = x**, onde x é o número de horas registradas.

GRÁFICO DA FUNÇÃO AFIM

Podemos representar uma função afim graficamente em um ***sistema de coordenadas cartesianas***. Essa forma de representação é amplamente utilizada por ser clara, visual e fornecer todas as informações sobre o comportamento da função.

Vamos relembrar!

O sistema de coordenadas cartesianas é um método utilizado para localizar pontos no plano por meio de dois eixos perpendiculares: o eixo horizontal, chamado de eixo das abscissas (ou eixo x), e o eixo vertical, chamado de eixo das ordenadas (ou eixo y). Esses dois eixos se cruzam em um ponto chamado de origem (O), que possui as coordenadas (0,0).



Sistema de Coordenadas Cartesianas

Em uma função, cada valor de x está associado a um único valor de y. Assim, ao marcar no plano cartesiano os pontos cujas coordenadas são (x, y) , obtemos o conjunto de pontos que forma o ***gráfico da função***.

No caso de uma ***função afim***, é possível demonstrar que seu gráfico no plano cartesiano, para x ∈ R, será sempre uma ***reta***.

Para construir no plano cartesiano o gráfico de uma função afim *f* , podemos seguir os seguintes passos:

1º) construir uma tabela com valores *x* do domínio D(*f*) e com valores correspondentes para y = *f* (x);

2º) associar um ponto do plano cartesiano a cada par ordenado (x , y) da tabela;

3º) marcar os pontos do quadro no plano cartesiano.

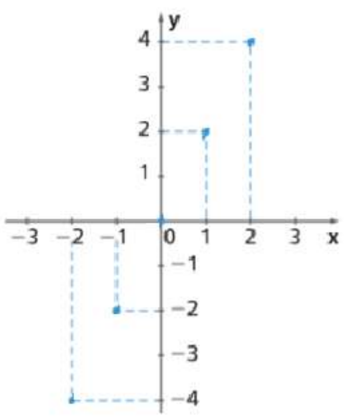
Por exemplo, acompanhe a construção do gráfico da função dada por *f* (x) = 2x , sendo o domínio D (*f*) = {-2, -1, 0, 1, 2}.

1º) Construir uma tabela com valores x e y.

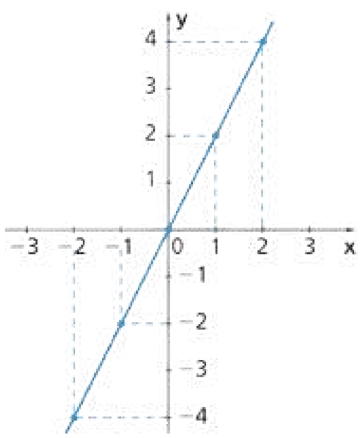
x	y	(x, y)
−2	−4	(−2, −4)
−1	−2	(−1, −2)
0	0	(0, 0)
1	2	(1, 2)
2	4	(2, 4)

O gráfico da função no plano cartesiano é o conjunto de todos os pontos (x, y), com x real e y = 2x. Observe que esse gráfico é uma reta.

2º) Localizamos esses pontos no plano cartesiano.



3º) Ligamos estes pontos, e obtemos uma reta.



GRÁFICOS DE FUNÇÕES POLINOMIAIS DO 1º GRAU - TRANSLAÇÕES E REFLEXÕES

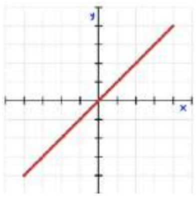
Os gráficos das funções polinomiais do 1º grau podem ser alterados no plano por meio de translações e reflexões. Essas modificações ajudam a compreender como o comportamento de uma função muda em relação à função elementar ***f*(x) = ax**.

FUNÇÃO CRESCENTE OU DECRESCENTE

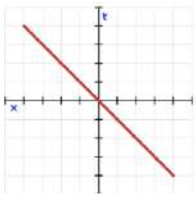
A função ***f*(x) = ax** representa uma reta que passa pela origem (0, 0).

O coeficiente angular **a** determina a inclinação da reta.

Se a > 0, a reta é crescente.



Se a < 0, a reta é decrescente.



A inclinação é dada pela ***taxa de variação média***, ou seja, a variação do valor de y para cada unidade de x.

TRANSLAÇÕES NO GRÁFICO

As translações movem o gráfico da reta, ***f(x) = ax***, sem alterar sua inclinação.

Translação Vertical

A translação vertical desloca o gráfico *para cima ou para baixo* no plano cartesiano.

Nova Função: ***f*(x) = ax + b**

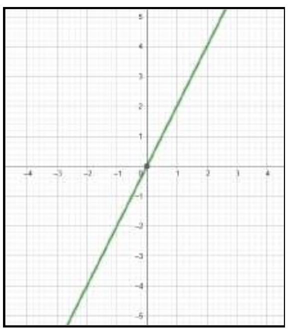
Efeito:

- Se **b > 0** : o gráfico é deslocado **b** unidades para **cima.**
- Se **b < 0** : o gráfico é deslocado **b** unidades para **baixo.**

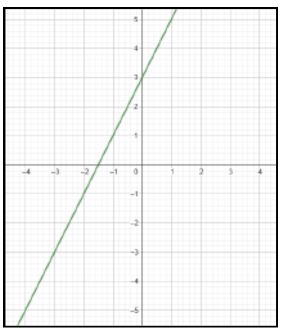
Exemplos:

1) *f*(x) = 2x + 3

A reta de *f*(x) = 2x é ***deslocada*** 3 unidades para ***cima***.



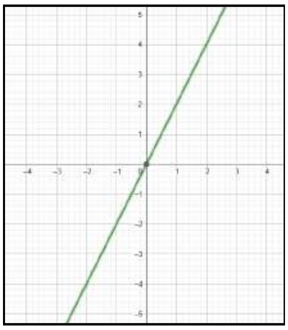
***f*(x) = 2x**



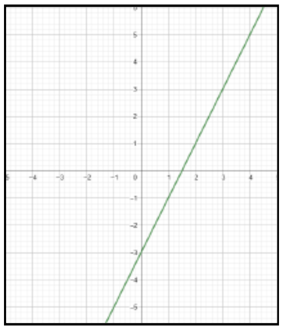
f(x) = 2x + 3

2) *f*(x) = 2x - 3

A reta de *f*(x) = 2x é ***deslocada*** 3 unidades para ***baixo***.



***f*(x) = 2x**



***f*(x) = 2x - 3**

Translação horizontal

A translação horizontal desloca o gráfico para a direita ou para a esquerda.

Nova função: ***f*(x) = a.(x − h)**

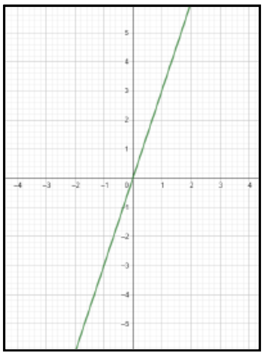
Efeito:

- Se ***h* > *0***: o gráfico é deslocado **h** unidades para a **direita**.
- Se ***h* < *0***: o gráfico é deslocado **h** unidades para a **esquerda**.

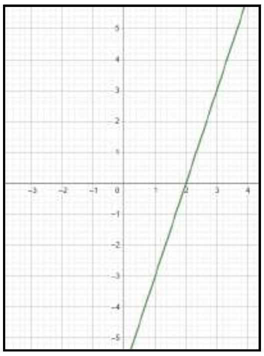
Exemplos:

1) ***f*(x) = 3.(x−2)**

A reta de ***f*(x) = 3x** é deslocada 2 unidades para a ***direita***.



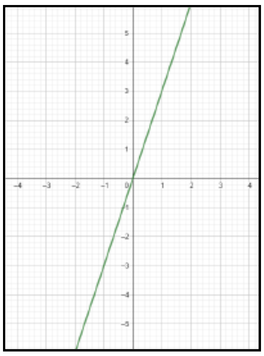
***f*(x) = 3x**



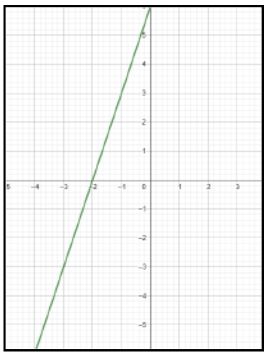
***f*(x) = 3.(x-2)**

***2) f*(x) = 3.(x+2)**

A reta de ***f*(x) = 3x** é deslocada 2 unidades para a ***esquerda***.



***f*(x) = 3x**



***f*(x) = 3.(x+2)**

REFLEXÕES NO GRÁFICO

As reflexões "espelham" o gráfico em relação aos eixos do plano cartesiano.

Reflexão no Eixo x

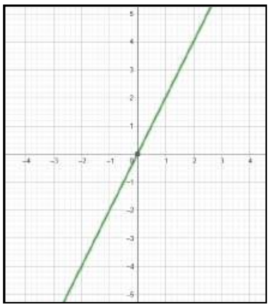
Multiplicar a função por −1 inverte o gráfico sobre o eixo x.

- Nova função: *f*(x) = −ax
- Efeito: Inverte o sentido da inclinação da reta.

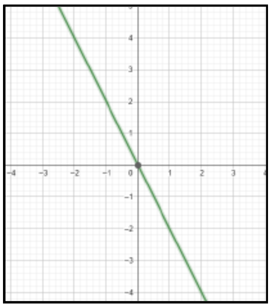
Exemplo:

- ***f*(x) = −2x**

O gráfico de *f*(x) = 2x é refletido sobre o eixo x.



***f*(x) = 2x**



***f*(x) = -2x**

Reflexão no Eixo y

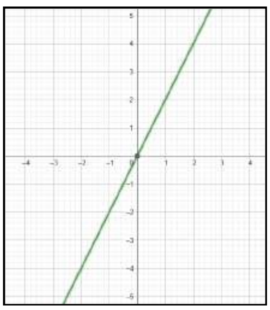
Substituir x por −x reflete o gráfico em relação ao eixo y.

- Nova função: *f*(x) = a(−x)
- Efeito: O gráfico inverte a direção ao longo do eixo y.

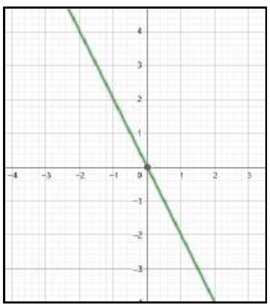
Exemplo:

- ***f*(x) = 2(−x)**

O gráfico de *f*(x) = 2x é refletido sobre o eixo y.



***f*(x) = 2x**



***f*(x) = 2(-x)**

Exercicios Resolvidos

1) Construa o gráfico das funções abaixo:

a) $f(x) = 3x + 1$ b) $f(x) = -3x + 2$ c) $f(x) = 4x$ d) $f(x) = -2x$ e) $f(x) = x$ f) $f(x) = 2$

RESOLUÇÃO

Para todas as funções iremos seguir o mesmo passo a passo.

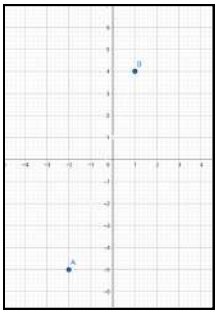
- Como o gráfico da função afim é uma reta e, para traçar uma reta, basta conhecermos dois pontos distintos pertencentes a ela, então determinamos dois pontos distintos da função e traçamos a reta.
- **1º)** construir uma tabela com valores *x* do domínio D(*f*) e com valores correspondentes para y = *f* (x);
- **2º)** associar um ponto do plano cartesiano a cada par ordenado (x , y) da tabela;
- **3º)** marcar e ligar os pontos do quadro no plano cartesiano.

a) *f*(x) = 3x +1

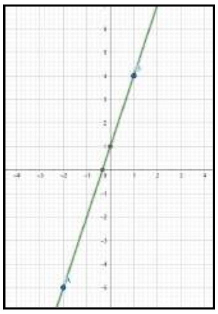
1º)

x	*f*(x)
-2	-5
1	4

2º)



3º)



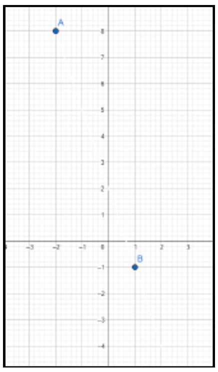
Nesse caso, temos a = 3, como a > 0 a função ***f*** é crescente.

b) *f*(x) = -3x +2

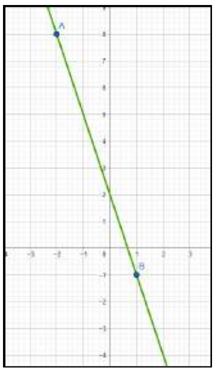
1º)

x	*f*(x)
0	2
1	-1

2º)



3º)



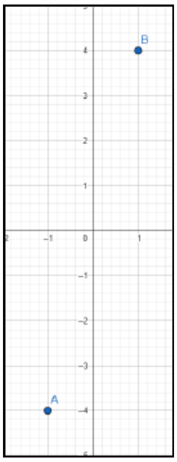
Nesse caso, temos a = -3, como a < 0 a função ***f*** é decrescente.

c) *f*(x) = 4x

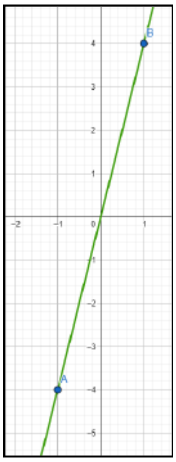
1º)

x	*f*(x)
-1	-4
1	4

2º)



3º)



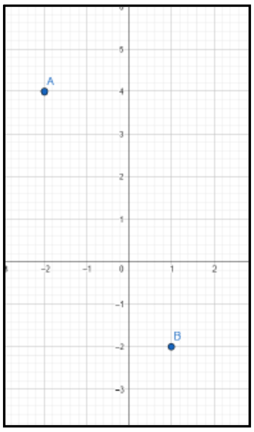
A função linear, dada pela lei ***f(x) = ax***, com a = 0, é um caso particular da função afim. As funções dos exemplos **c** e **d** são ***funções lineares***.

d) *f*(x) = -2x

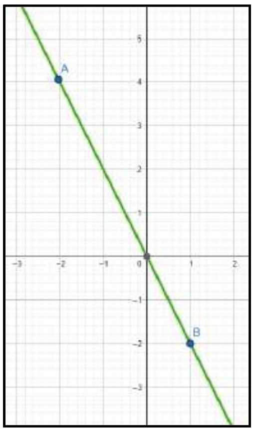
1º)

x	*f*(x)
-2	4
1	-2

2º)



3º)



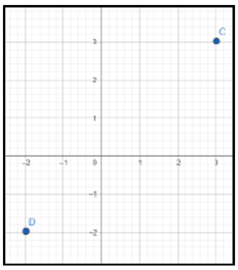
O gráfico de uma função linear é uma reta não vertical que passa pela origem (0, 0).

e) *f*(x) = x

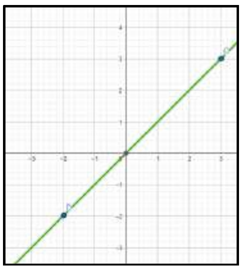
1º)

x	*f*(x)
3	3
-2	-2

2º)



3º)



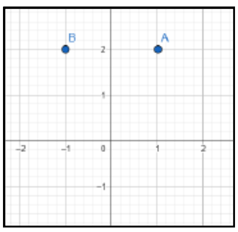
Nesse caso, temos a função identidade, que é um caso particular da função afim. O gráfico é a bissetriz dos 1º e 3º quadrantes.

f) *f*(x) = 2

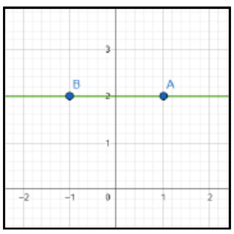
1º)

x	*f*(x)
1	2
-1	2

2º)



3º)



Essa função é uma função constante. O gráfico de uma função constante é uma reta paralela ou coincidente com o eixo x que passa pelo ponto (0, b).

Atividades

ATIVIDADE 1

Uma prestadora de serviços cobra pela visita ao cliente e pelo tempo necessário para realizar o serviço em sua residência. O valor da visita é um **valor fixo** de R$ 40,00 mais um **valor variável** de R$ 20,00 por hora para realização do serviço. Uma **expressão** que indica o valor a ser pago (P) em **função** das horas (h) necessárias à execução desse serviço é uma **função polinomial de 1° grau** (função afim).

Qual das expressões a seguir melhor expressa P em função de h?

A) P = 40h
B) P = 60h
C) P = 20 + 40h
D) P = 40 + 20h
E) P = 40h – 20

ATIVIDADE 2

O salário mensal de um vendedor é de R$ 750,00 **fixos** mais uma quantia **variável** de 2,5% (0,025) sobre o valor total, em reais, das vendas que ele efetuar durante o mês. Seu salário mensal **y**, descrito dessa forma, é uma **função polinomial de 1° grau** e depende do total **x** (em reais) de suas vendas no mês. Qual das seguintes funções polinomiais de 1° grau a seguir melhor expressa y em função de x?

A) y = 750 + 2,5x
B) y = 750 + 0,25x
C) y = 750 – 2,5x
D) y = 750 . 0,25x
E) y = 750 + 0,025x

ATIVIDADE 3

Considere as afirmações sobre a **função linear** $f(x) = 3x$.

I. O gráfico dessa função é uma reta que passa pela origem do plano cartesiano (0, 0).

II. Para cada valor de x, a respectiva imagem f(x) é o triplo de x.

III. O gráfico dessa função passa pelo ponto (2, 6).

Está **correto** o que se afirma em:

A) I, apenas.

B) II, apenas.

C) III, apenas.

D) I e II, apenas.

E) I, II e III.

ATIVIDADE 4

Um fazendeiro está considerando plantar uma nova variedade de café que promete aumentar a produtividade. A função polinomial de 1° grau **P(x) = 20x + 150** representa a produção **P** de café (em sacas) da fazenda, onde **x** é a área plantada em hectares. Com base nesta função, qual será a produção de café se a área plantada for de 5 hectares?

A) 250 sacas

B) 200 sacas

C) 150 sacas

D) 350 sacas

E) 400 sacas

ATIVIDADE 5

Na elétrica sabemos que a tensão (V) de um determinado circuito é dada pela **função polinomial de 1° grau** V(i) = E – Ri, onde E é força eletromotriz, R a resistência e i a corrente elétrica.

Observando o gráfico abaixo, está **correto** o que se afirma em:

I. O gráfico dessa função é crescente;

II. A tensão nesse circuito cai com o aumento da corrente elétrica;

III. A tensão nesse circuito é nula quando a corrente é i =10.

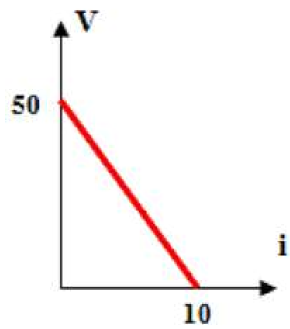
A) I e II apenas.

B) II e III apenas.

C) I e III apenas.

D) I, II e III.

E) nenhuma é correta.



ATIVIDADE 6

O **gráfico** ao lado é de uma função polinomial de 1° grau **f(x) = ax + b**. Em relação a essa função, é **incorreto** afirmar que:

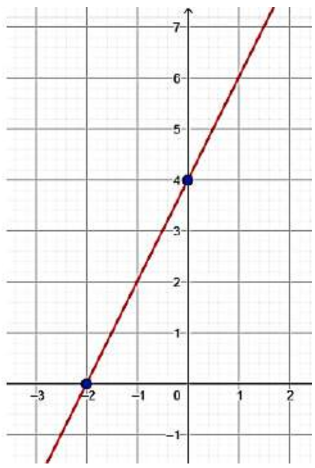
A) A função f(x) é crescente;

B) A imagem de x = 1 é f(1) = 6;

C) O ponto (-1, 2) pertence a esse gráfico;

D) A lei da função é f(x) = 2x + 4;

E) A função f(x) é linear.



ATIVIDADE 7

Em relação aos **gráficos** das funções polinomiais de 1° grau **f(x)** e **g(x) = f(x) + 3** podemos afirmar que:

A) São retas que se cruzam em algum ponto do plano cartesiano;

B) São retas paralelas com f(x) sempre maior que g(x);

C) São retas paralelas com f(x) sempre menor que g(x);

D) O gráfico de g(x) é uma rotação do gráfico de f(x);

E) Se o gráfico de f(x) é crescente então, o gráfico de g(x) é decrescente.

ATIVIDADE 8

Em relação as afirmações a seguir, são **corretas** apenas:

I. Os gráficos das funções polinomiais de 1° grau m(x) = 2x + 1 e n(x) = 2x – 1 são retas paralelas;

II. Os gráficos das funções polinomiais de 1° grau p(x) = 4x e q(x) = 4 . (x + 3) são retas concorrentes;

III. Se o gráfico da função linear h(x) é crescente, então o gráfico da função g(x) = - h(x) é decrescente.

A) I

B) II

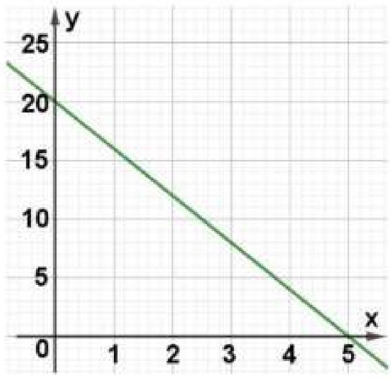
C) III

D) I e II

E) I e III

ATIVIDADE 9

Qual das funções polinomiais de 1° grau a seguir, é representada corretamente pelo gráfico abaixo?

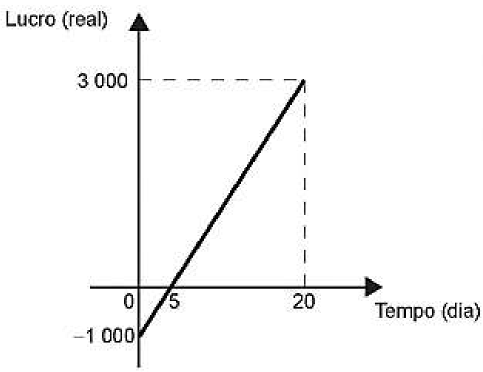


A) y = 20 – 4x
B) y = 20 + 4x
C) y = – 20 + 4x
D) y = – 20 – 4x
E) y = 4x

CONEXÃO ENEM

QUESTÃO 1

(Enem 2017- Adaptada) Em um mês, uma loja de eletrônicos começa a obter lucro já na primeira semana. O **gráfico** representa o **lucro (L)** dessa loja em função do **tempo (t)** desde o início do mês até o dia 20. Mas esse comportamento se estende até o último dia, o dia 30.



Com base nesse gráfico temos as seguintes afirmações:
I. A loja iniciou o mês devendo 1000 reais e, depois do 5° dia já tinha lucro;
II. Essa loja teve lucro nesse mês numa taxa diária de 200 reais.
III. O lucro dessa loja no dia 30 será de 4500 reais;

É **correto** o que se afirma em:
A) I e II apenas
B) I e III apenas
C) II e III apenas
D) I, II e III
E) nenhuma

ZERO DA FUNÇÃO AFIM

O valor de x para o qual a função afim dada pela lei ***f*(x) = ax + b** se anula, ou seja, para o qual ***f*(x) = 0**, denomina-se ***zero da função afim***. Para determinar o zero de uma função afim basta encontrar o valor real de x que satisfaz a equação ***ax + b = 0***.

Veja alguns exemplos.

- Função: ***f*(x) = 2x−4**

Para encontrar o zero da função, faremos ***f*(x) = 0** :

$$2x - 4 = 0$$
$$2x = 4$$
$$x = \frac{4}{2}$$
$$x = 2$$

Zero da função: ***x = 2***

Isso significa que o gráfico cruza o eixo x no ponto (2, 0).

- Função: ***f*(x) = −3x + 9**

Para encontrar o zero da função, faremos ***f*(x) = 0** :

$$-3x + 9 = 0$$
$$-3x = -9$$
$$x = \frac{-9}{-3}$$
$$x = 3$$

Zero da função: ***x = 3***

Isso indica que o gráfico cruza o eixo x no ponto (3, 0).

- Função: ***f*(x) = x - 7**

Para encontrar o zero da função, faremos ***f*(x) = 0** :

$$x - 7 = 0$$
$$x = 7$$

Zero da função: ***x = 7***

Isso indica que o gráfico cruza o eixo x no ponto (7, 0).

Esses exemplos ilustram como determinar o ponto onde a função afim intercepta o eixo x, conhecido como o zero da função.

ZERO DA FUNÇÃO AFIM NO GRÁFICO

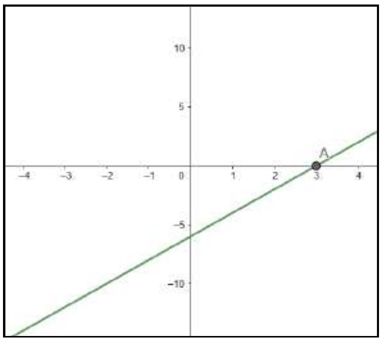
O zero da função afim dada por ***f*(x) = ax + b,** no gráfico, é a abscissa (x) do ponto de intersecção do gráfico da função com o eixo x, ou seja quando *f(*x) = 0.

Por exemplo, dada a função afim definida por ***f*(x) = 2x - 6** , temos:

Para encontrar o zero da função, faremos ***f*(x) = 0** :

$$2x - 6 = 0$$
$$2x = 6$$
$$x = \frac{6}{2}$$
$$x = 3$$

Gráfico da Função
f(x) = 2x − 6



Ponto **A (3, 0)** representa o zero da função.

Zero da função: ***x = 3***

Isso indica que a reta, o gráfico desta função, intersecta (toca) o eixo x no ponto (3, 0).

ESTUDO DO SINAL DA FUNÇÃO AFIM

O estudo do sinal de uma função afim envolve determinar para quais valores da variável independente (x) a função assume valores positivos, negativos ou é igual a zero. Essa análise é especialmente útil para interpretar e tomar decisões em diversas áreas, como Economia, Física e Meio Ambiente.

Considerando uma função f, de domínio D(f), temos:
- f é ***positiva*** para os valores de $x \in D(f)$ em que $f(x) > 0$;
- f é ***negativa*** para os valores de $x \in D(f)$ em que $f(x) < 0$;
- f é ***nula*** para os valores de $x \in D(f)$ em que $f(x) = 0$ (zero da função).

Para estudar o sinal de uma função afim dada por ***f*(x) = ax + b**, considerando $a \neq 0$, devemos:

1º - Determinar o zero da função

2º- Desenhar um esboço do gráfico da função afim, levando em consideração o fato de ela ser crescente ($a > 0$) ou ser decrescente ($a < 0$).

3º - Analisar o esboço e apontar onde a $f(x) > 0$, $f(x) < 0$ e $f(x) = 0$

Para exemplificar o que foi posto vamos analisar um exemplo prático, na próxima página.

Vamos analisar um exemplo prático: Poluição de um Rio


agerh.es.gov

Rio Jucu Braço Norte
Foto: Rodrigo de Macêdo Mello

Imagine que a concentração de um poluente em um rio depende da quantidade de resíduos industriais despejados por uma fábrica. A concentração (C) medida em miligramas por litro é dada pela função:

$$C(x) = 2x - 10$$

onde x é a quantidade de resíduos despejados (em toneladas por mês).

ESTUDO DO SINAL DA FUNÇÃO

1º- Encontrar o Zero da Função:

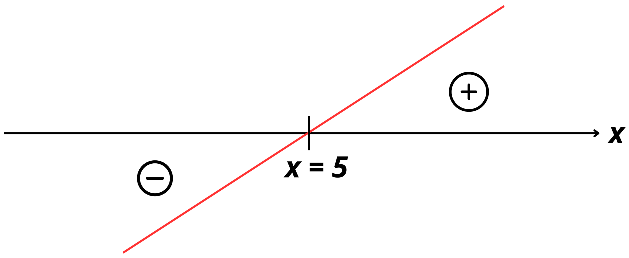
Para encontrar o ponto em que C(x) = 0, resolvemos a equação:

$$2x = 10$$
$$x = \frac{10}{2}$$
$$x = 5$$

Isso significa que, quando 5 toneladas de resíduos são despejadas, a concentração de poluentes é zero.

2º- Fazer o esboço do gráfico

Como a função $C(x) = 2x - 10$, tem $a = 2$, $a > 0$. Então a função é crescente.
Assim a reta estará voltada para a direita.



3º - Analisar o esboço e apontar onde a C(x) > 0 , C(x) < 0 e C(x) =0

- $x > 5 \Rightarrow C(x) > 0$, indicando um aumento na concentração de poluentes no rio.
- $x < 5 \Rightarrow C(x) < 0$, a concentração de poluentes não pode ser negativa no contexto físico, consideramos isso como uma ausência significativa de poluição.
- $x = 5 \Rightarrow C(x) = 0$, indicando que a concentração de poluentes é zero.

Assim para este exemplo podemos afirmar que:

- Se a fábrica mantiver a quantidade de resíduos abaixo de 5 toneladas por mês ($x<5$), a concentração de poluentes será aceitável ou inexistente.
- Caso os resíduos excedam 5 toneladas ($x>5$), a concentração de poluentes se tornará positiva, aumentando o risco de degradação ambiental e afetando a vida aquática.

HABILIDADE DA COMPUTAÇÃO

(EM13CO01) Explorar e construir a solução de problemas por meio da reutilização de partes de soluções existentes.

USANDO O FLUXOGRAMA PARA RESOLVER PROBLEMAS ENVOLVENDO FUNÇÕES AFINS

Neste material, você aprenderá a registrar, por meio de um fluxograma, algoritmos para resolver problemas envolvendo funções afins. Iremos dividir em situações-problemas para melhor organização.

Mas antes de começarmos, você sabe o que é um ***fluxograma*** ?

Um fluxograma é uma representação gráfica de um processo ou algoritmo, utilizando símbolos como caixas, losangos e setas para indicar ações, decisões e a sequência lógica.

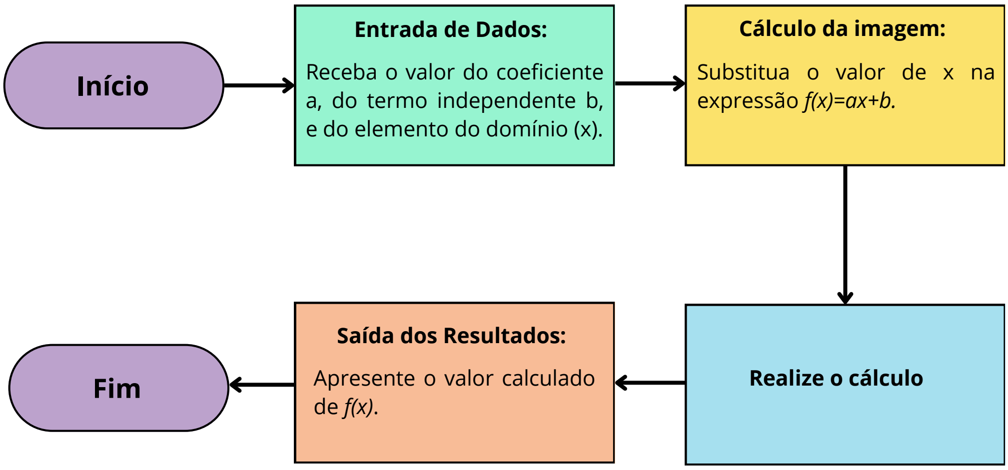
SITUAÇÃO 1

Problemas em que é dada a forma algébrica da função afim e elemento(s) do domínio e deseja-se conhecer a(s) respectiva(s) imagem(ns).

Em uma função afim, a forma algébrica é dada por ***f(x) = ax+b***

onde x representa o elemento do ***domínio*** e f(x) é a ***imagem*** correspondente.

Quando o problema apresenta o valor de x, nosso objetivo é calcular a imagem f(x).



Exemplo:

Uma empresa de reciclagem utiliza a função afim f(x) = 20x + 50 para calcular o lucro em reais (f(x)) a partir da quantidade de toneladas de papel reciclado (x).
Qual será o lucro da empresa se ela reciclar 3 toneladas de papel?

1- Dados fornecidos:

a = 20 ;
b = 50 (termo independente);
x = 3 (elemento do domínio).

2- ***Cálculo da imagem:***

- Passo 1: Substitua x = 3 na expressão:
  f(3) = 20 · 3 + 50
- Passo 2: Resolva a operação:
  f(3) = 60 + 50 = 110

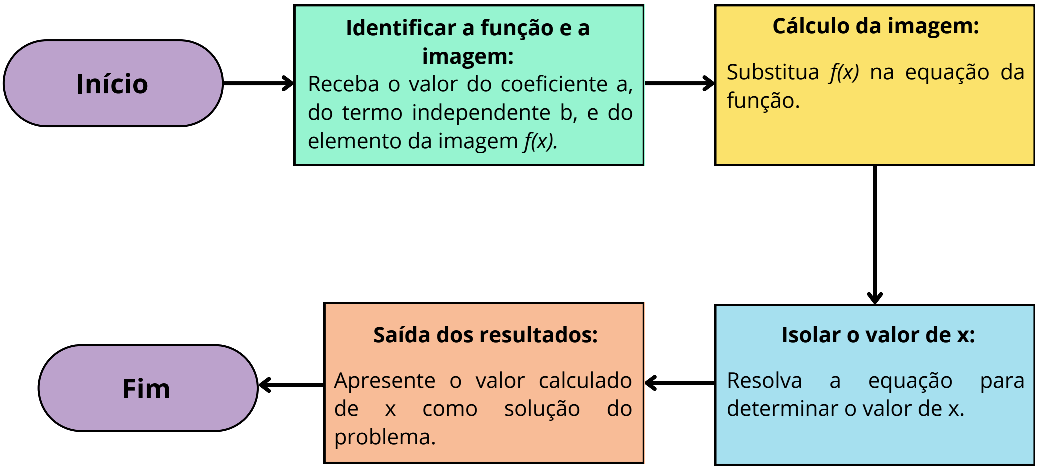
3- ***Saída do Resultado:***

O lucro da empresa será de R$ 110,00.

SITUAÇÃO 2

Problemas em que é dada a forma algébrica da função afim e imagem(ns) e deseja-se conhecer o(s) respectivo(s) elemento(s) do domínio.

Neste tipo de problemas a função afim, ***f(x) = ax+b,*** será fornecida e também a ***imagem(ns)*** , o objetivo será calcular o domínio (x) correspondente. Para isso seguiremos o fluxograma abaixo.



Exemplo:

A forma algébrica da função é *f*(x) = 2x + 4. Deseja-se determinar o valor de x que resulta na imagem *f*(x) = 10.

1- Dados fornecidos:

Função: *f*(x) = 2x+4.

Imagem: *f*(x) = 10.

2- Substituir a imagem na equação:

2x + 4 = 10

3- Isolar x:

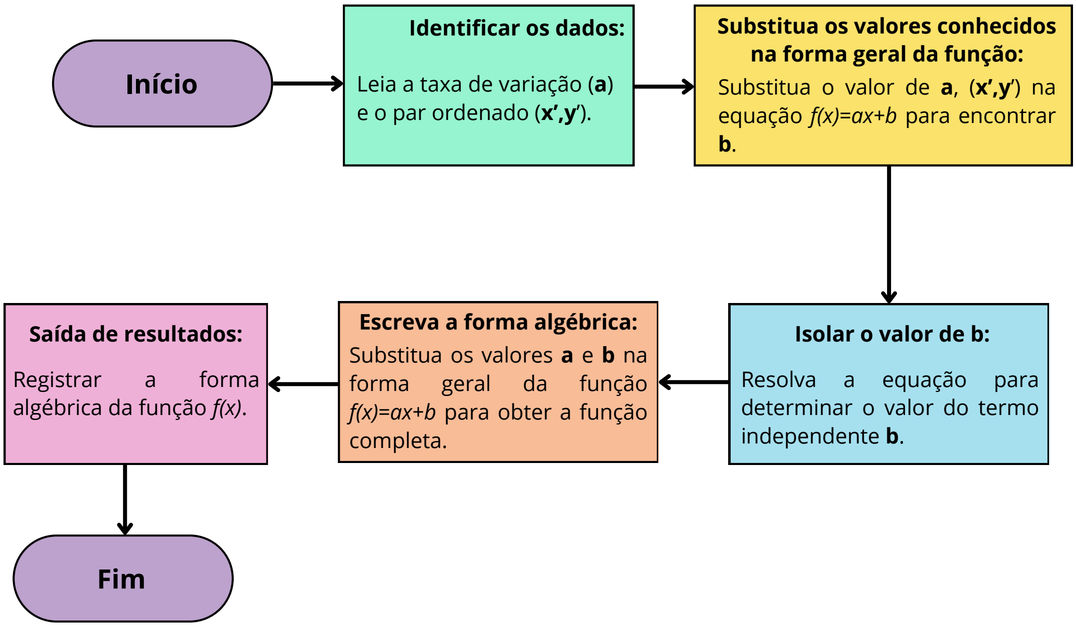
$$2x = 10 - 4$$
$$x = \frac{6}{2}$$
$$x = 3$$

4- Saída dos resultados:

O valor de x correspondente à imagem *f*(x) = 10 é x = 3.

SITUAÇÃO 3

Problemas em que é dada a **taxa de variação** da função afim e um **par ordenado** e deseja-se conhecer a forma algébrica da função afim.



Exemplo:

Dada a taxa de variação a = 3 e o par ordenado (2 , 8), determine a forma algébrica da função afim.

1- Dados fornecidos:

Identifique os dados: a = 3 e o par ordenado (x', y') = (2 , 8).

2- Substituir os valores conhecidos na forma geral da função f(x) = ax+b.

$f(x') = ax' + b$

$8 = 3 \cdot (2) + b$

3- Isolar o valor de b:

$8 = 3 \cdot (2) + b$

$8 = 6 + b$

$b = 8 - 6$

$b = 2$

4- Escrever a forma algébrica da função:

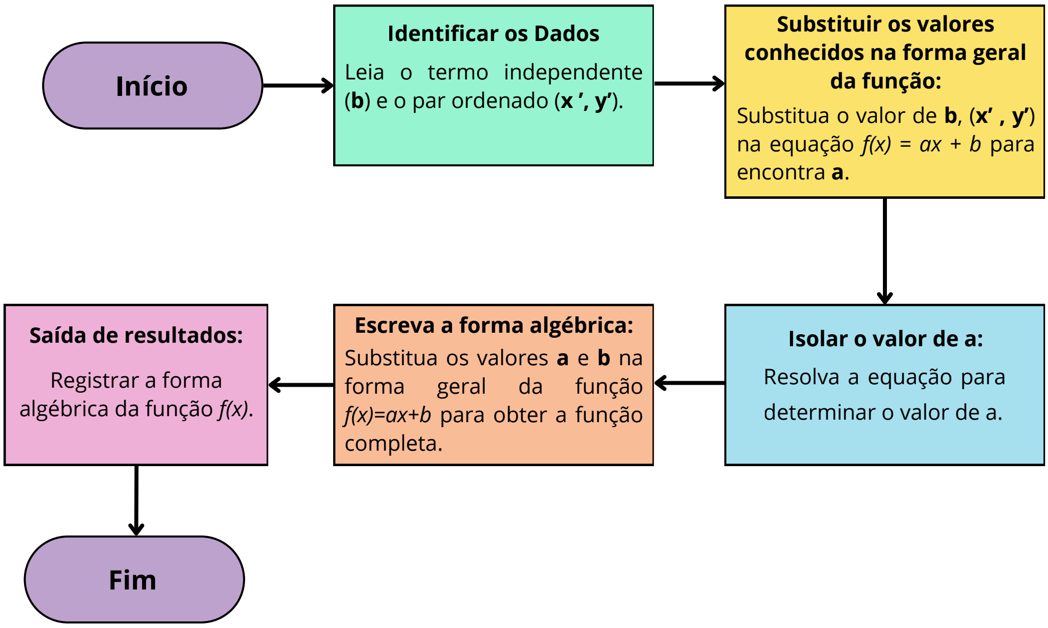
a = 3 e b = 2 - substituindo na $f(x) = ax + b$, temos: $f(x) = 3x + 2$

5- Saída do resultado:

f(x) = 3x + 2

SITUAÇÃO 4

Problemas em que é conhecido o valor de **b** da função afim do tipo ***f*(x) = ax+b** e um **par ordenado** e deseja-se conhecer a forma algébrica da função afim.



Exemplo:

O valor de b é 5 e o par ordenado (3, 14) pertence à função. Determine a forma algébrica da função.

1- Dados fornecidos:

Identifique os dados: b = 5 e o par ordenado (x', y') = (3, 14).

2- Substituir os valores conhecidos na forma geral da função f(x) = ax+b.

$f(x') = ax' + b$

$14 = a \cdot (3) + 5$

3- Isolar o valor de a:

$$14 = a \cdot (3) + 5$$
$$14 = 3a + 5$$
$$3a = 14 - 5$$
$$a = \frac{9}{3}$$
$$a = 3$$

4- Escrever a forma algébrica da função:

a = 3

b = 5

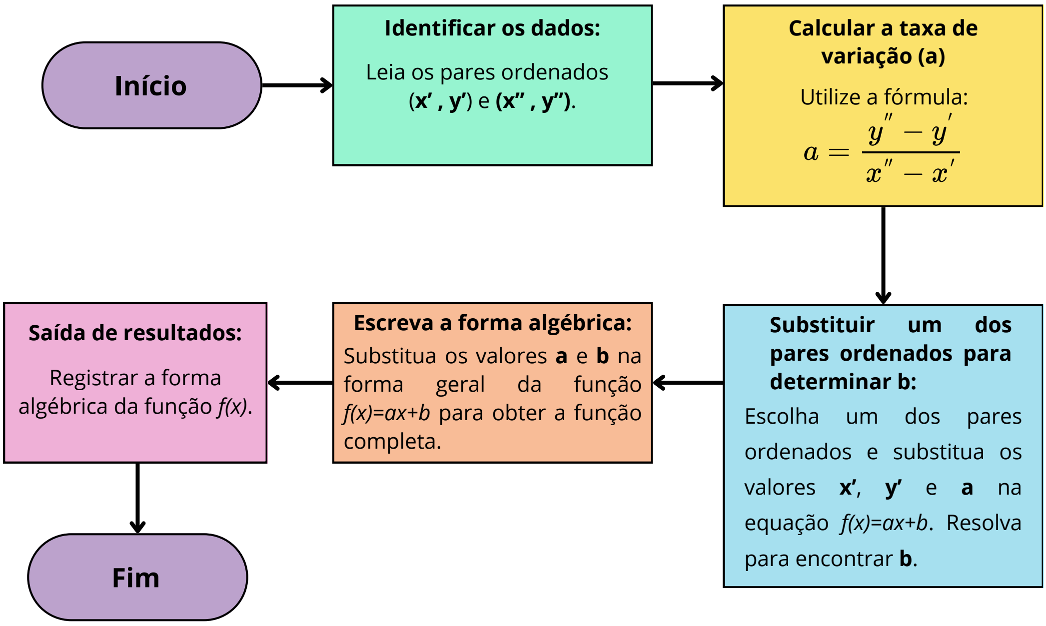
substituindo na $f(x) = ax+b$, temos: $f(x) = 3x + 5$

5- Saída do resultado:

f(x) = 3x + 5

SITUAÇÃO 5

Problemas em que são dados dois ou mais pares ordenados de uma função afim e deseja-se obter a forma algébrica da função afim.



Exemplo:

Determine a forma algébrica da função afim que passa pelos pontos (1, 4) e (3, 10).

1- Dados fornecidos:

Identifique os dados: os pares ordenados
(x', y') = (1, 4) e (x'', y'') = (3, 10)

2- Calcule a:

$$a = \frac{y'' - y'}{x'' - x'} = \frac{10 - 4}{3 - 1} = \frac{6}{2} = 3$$

3- Substituir um dos pares ordenados para determinar b:

Usando (x', y') = (1 , 4) e a = 3 na *f*(x) = ax+b

$$4 = 3 \cdot (1) + b \Rightarrow 4 = 3 + b \Rightarrow b = 4 - 3 = 1$$

4- Escrever a forma algébrica da função:

a = 3
b = 1
substituindo na *f*(x) = ax+b, temos: *f*(x) = 3x + 1

5- Saída do resultado:

f(x) = 3x + 1

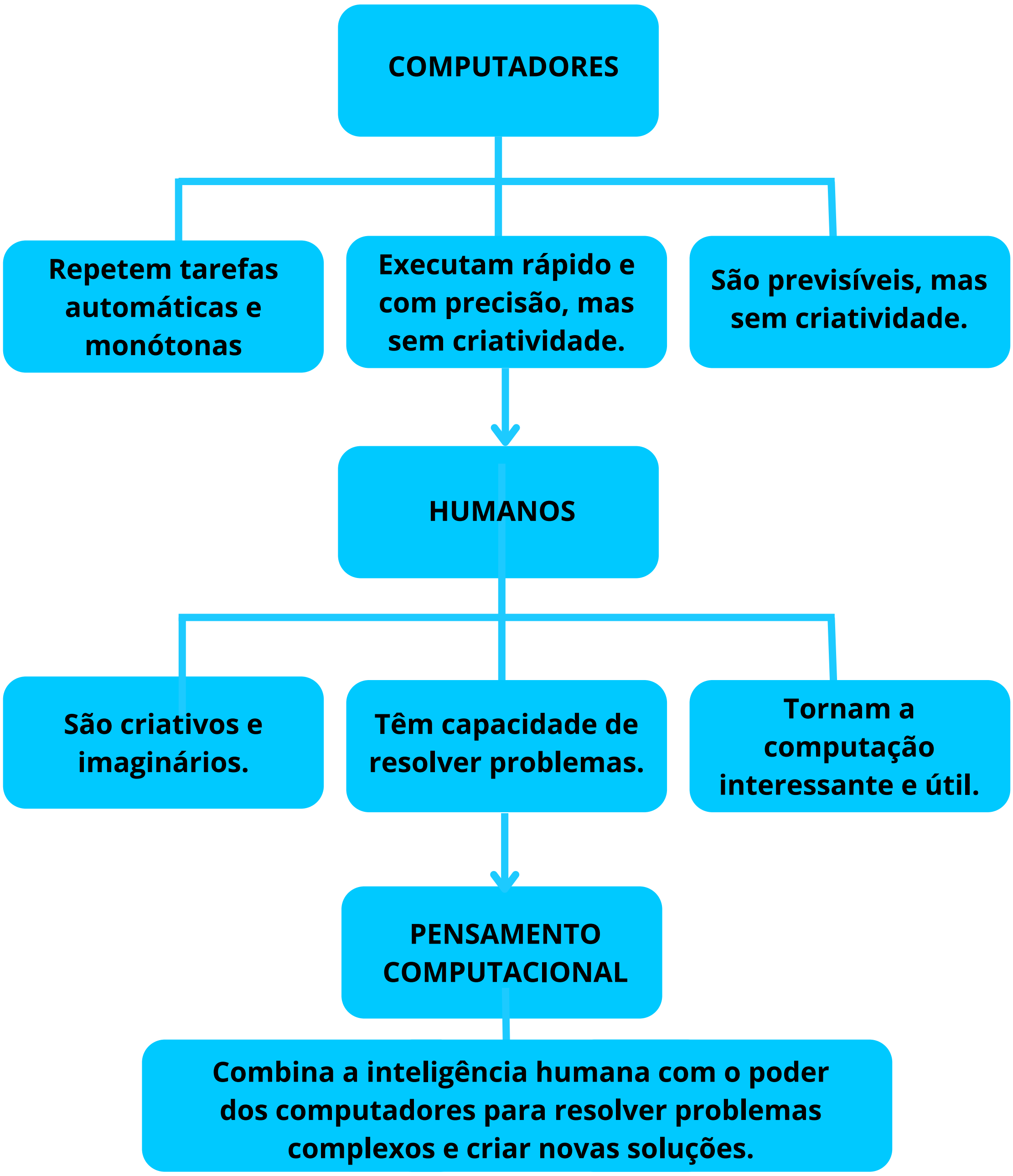
O PENSAMENTO COMPUTACIONAL

O que é pensamento computacional?

Pensamento computacional é um jeito de resolver problemas usando estratégias inspiradas na computação, mas sem querer que as pessoas pensem como máquinas. Os computadores fazem tarefas repetitivas e mecânicas, enquanto nós, seres humanos, usamos a criatividade e a imaginação.

Quando unimos a nossa inteligência aos recursos tecnológicos, conseguimos resolver desafios que antes pareciam impossíveis e criar soluções que só têm limite na nossa imaginação.

Observe um esquema visual/fluxograma mostrando a diferença entre computadores e humanos nesse contexto.



PENSAMENTO COMPUTACIONAL E A FUNÇÃO AFIM

O pensamento computacional é uma abordagem para resolver problemas de maneira organizada, lógica e eficiente. Ele envolve quatro pilares principais:

1. Decomposição:

Significa dividir um problema grande e complexo em partes menores e mais manejáveis. Por exemplo, um problema de função afim pode envolver descobrir a função a partir de pontos, prever valores futuros ou interpretar gráficos. Cada uma dessas tarefas pode ser tratada separadamente, facilitando a solução.

2. Reconhecimento de padrões:

Envolve identificar regularidades ou estruturas recorrentes que possam simplificar o problema. Na função afim $f(x) = ax + b$, o padrão mais importante é a relação linear entre x e y.

Sempre que dois pontos são fornecidos, podemos usar o mesmo procedimento para encontrar a função: calcular o coeficiente angular a, depois determinar o coeficiente linear b.

3. Abstração:

Significa focar nos elementos essenciais do problema, ignorando detalhes irrelevantes. Por exemplo, se um problema descreve o crescimento de vendas ao longo do tempo, abstraímos as unidades específicas e trabalhamos apenas com os números que representam os pontos, transformando a situação em uma função afim.

4. Algoritmos:

são sequências de passos claros e ordenados para resolver um problema. No caso da função afim, podemos criar um algoritmo estruturado assim:

- Passo 1:

Identificar os dados fornecidos pelo problema (pontos, valores, inclinação).

- Passo 2:

Determinar o coeficiente angular $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

- Passo 3:

Determinar o coeficiente linear b usando um dos pontos na equação $y = ax + b$.

- Passo 4:

Escrever a função afim $f(x) = ax + b$.

- Passo 5:

Verificar se os resultados estão corretos substituindo outros valores ou pontos fornecidos.

APLICAÇÕES DO PENSAMENTO COMPUTACIONAL NA FUNÇÃO AFIM

O pensamento computacional não serve apenas para organizar cálculos; ele permite que o estudante planeje estratégias de resolução de problemas, especialmente em situações variadas, como:

- Problemas de pontos e funções: Determinar a função que passa por dois pontos dados.
- Problemas de interpretação de gráfico: Identificar coeficientes *a* e *b* a partir da inclinação e da interseção com o eixo *y*.
- Problemas de previsão: Estimar valores futuros de uma variável linear, como crescimento de vendas ou temperatura ao longo do tempo.
- Problemas de otimização: Resolver situações práticas usando a função afim para comparar alternativas ou encontrar soluções ideais.

Exemplo:
Imagine o seguinte problema:
"O preço de um ingresso de cinema aumenta de forma constante: no primeiro dia custa R$ 10, e no quinto dia custa R$ 18. Determine a função que representa o preço do ingresso ao longo dos dias."
Usando pensamento computacional:

Decomposição:
Identificamos o que precisamos: coeficiente angular *a*, coeficiente linear *b* e função.

Reconhecimento de padrões:
Preço aumenta linearmente → função afim.

Abstração:
Ignoramos detalhes do cinema e focamos nos valores de preço e dias.

Algoritmo:
i. Identificar os pontos: (1,10) e (5,18).
ii. Calcular $a = \frac{18-10}{5-1} = \frac{8}{4} = 2$
iii. Determinar *b* usando (1,10):
$10 = 2 \cdot 1 + b \Rightarrow b = 8$.
iv. Função final: $f(x) = 2x + 8$.

Esse exemplo mostra como a matemática e o pensamento computacional se conectam: o problema é resolvido com passos claros, lógicos e verificáveis, exatamente como um programa de computador faria, mas usando a inteligência humana para interpretar e organizar as informações.

1) Um automóvel andava a 90 km/h, o que equivale a 25 m/s, até o momento em que é freado. Com isso, sua velocidade v, em metros por segundo, varia em função do tempo t, em segundos, de acordo com a lei ***v = 25 − 5t*** , até o instante em que o automóvel para completamente (v = 0 m/s).

a) Qual é o instante em que o automóvel para completamente?

b) Qual é o domínio dessa função?

c) Construa o gráfico dessa função.

d) Qual é a taxa de variação da função v?

RESOLUÇÃO

a) Para obter o instante no qual o automóvel para completamente determinamos o zero da função v = 25 − 5t. Resolvendo temos:

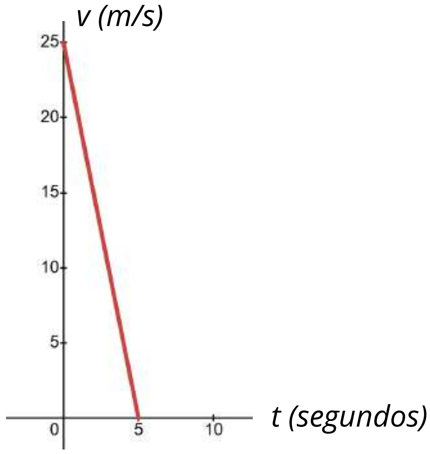
$$0 = 25 - 5t$$
$$-5t = -25$$
$$t = \frac{-25}{-5}$$
$$t = 5$$

Portanto o automóvel para completamente no instante *t* = 5 segundos.

b) A situação ocorre do instante inicial (*t* = 0 segundos) até o momento em que o automóvel para completamente (*t* = 5 segundos) , portanto o domínio da função é D(*v*) = [0 , 5] .

c) Como a lei da função *v* é da forma *y* = *ax*+*b* então essa função é uma função afim. Como 0 $\leq$ *t* $\leq$ 5, o gráfico de *v* é um segmento de reta. Para construí-lo escolhemos dois valores de *t* no domínio e assim obtemos os pares ordenados de dois pontos pertencentes ao gráfico, localizamos estes pontos no sistema cartesiano e traçamos o segmento de reta como indicado abaixo.

t	***v = 25 - 5t***	***(t,v)***
0	25 - 5.0 = 25	(0, 25)
5	25 - 5 · 5 = 0	(5, 0)



d) Como a função *v* é dada na forma ***y = ax+b***, a taxa de variação de *v* é dado pelo coeficiente *a.* Logo, a taxa de variação de *v* é **-5**.

Observe que D(*v*) = [0, 5] e Im(*v*) = [0, 20].

2) Determine o valor de ***h*** de modo que o gráfico da função, definida por ***f*(x)= 3x + *h* - 2**, cruze o eixo y no ponto de ordenada 4.

RESOLUÇÃO

Passo 1: Revisar o conceito do ponto de interseção com o eixo y

O gráfico de uma função cruza o eixo y quando x = 0. Para encontrar o ponto onde a função cruza o eixo y, substituímos x = 0 na expressão da função.

Passo 2: Substituir x = 0 na função

A função dada é:

$f(x) = 3x + h - 2$

Substituímos x = 0:

$f(0) = 3 \cdot (0) + h - 2$

$f(0) = h - 2$

Passo 3: Igualar à ordenada fornecida

Sabemos que o gráfico cruza o eixo y no ponto de ordenada 4. Ou seja: $f(0) = 4$

Agora, basta igualar a expressão $\mathbf{h - 2}$ ao valor 4: $h - 2 = 4$

Passo 4: Resolver a equação

Para encontrar o valor de h

$h - 2 = 4$

$h = 4 + 2$

$h = 6$

Resposta: O valor de h para que o gráfico da função $f(x) = 3x + h - 2$ cruze o eixo y no ponto de ordenada 4 é $h = 6$.

3) Antônio é um pequeno comerciante que vende melancias em sua barraca na feira local. Ele enfrenta um custo fixo mensal de R$500,00, que inclui despesas como aluguel da barraca, transporte e a taxa da licença de feirante. Cada melancia é vendida por R$25,00, e Antônio está se perguntando quantas melancias precisa vender para cobrir os custos fixos e, além disso, começar a obter lucro no final do mês.


canva

Ajude João a calcular o número mínimo de melancias que ele deve vender para garantir que suas receitas superem os custos.

Observe que o **lucro** é dado em função do número *x* de melancias vendidas, e a lei da função é ***f*(x) = 25x - 500**. Para resolver a questão do comerciante, devemos determinar os valores reais de *x* tais que *f*(x) > 0, ou seja devemos fazer o estudo de sinal da função, acompanhe a resolução.

RESOLUÇÃO

1º- Encontrar o Zero da Função

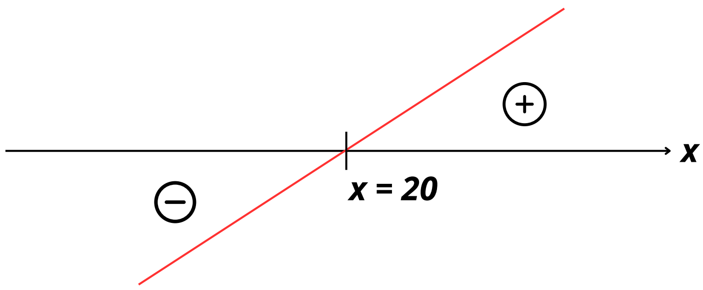
Para encontrar o ponto em que *f(*x) = 25x - 500, resolvemos a equação:

$$25x - 500 = 0$$
$$25x = 500$$
$$x = \frac{500}{25}$$
$$x = 20 \text{ (zero da função)}$$

Isso significa que, quando ele vender 20 melancias , não haverá nem lucro nem prejuízo.

2º- Fazer o esboço do gráfico

Como a função *f(*x) = 25x - 500 , tem a = 25 , a > 0. Então a função é crescente.
Assim a reta estará voltada para a direita.



3º - Analisar o esboço e apontar onde a f(x) > 0 , f(x) < 0 e f(x) = 0

- x > 20 $\Rightarrow$ *f*(x) > 0 , (haverá lucro)
- x < 20 $\Rightarrow$ *f*(x) < 0, (haverá prejuízo)
- x = 20 $\Rightarrow$ *f*(x) = 0, (não haverá lucro nem prejuízo)

Assim, Antônio precisa vender mais de 20 melancias para começar a ter lucro. Como não é possível vender uma fração de melancia, concluímos que, ele precisa vender pelo menos ***21 melancias*** para obter lucro ao final do mês.

4) Sabe-se que uma escala de temperatura muito utilizada por cientistas é a Kelvin. A expressão que nos fornece a conversão da escala Kelvin para a escala Celsius é

$$T_C = T_K - 273$$

em que T_C é a medida da temperatura em Celsius e T_K a medida da temperatura em Kelvin. Escreva um passo a passo de como se faz a conversão da escala Kelvin para a Celsius, utilizando o pensamento computacional.

RESOLUÇÃO

O pensamento computacional envolve decompor um problema em etapas lógicas e claras, que podem ser facilmente seguidas ou implementadas em um algoritmo. Aqui está a conversão de Kelvin para Celsius com essa abordagem:

1. Entrada
   - Obtenha o valor da temperatura em Kelvin (T_K).
   - Exemplo: $T_K = 300$.
2. Processamento
   - Use a fórmula de conversão: $T_C = T_K - 273$
   - Use a fórmula de conversão
   - Exemplo: $T_C = 300 - 273 = 27$
3. Saída
   - Apresente o resultado como a temperatura em Celsius (T_C).
   - Exemplo: 27ºC.

Explicação com Pensamento Computacional:

- **Decomposição:** Quebramos o problema em partes menores: entrada, processamento e saída.

- **Padrão:** Identificamos a fórmula fixa ($T_C = T_K - 273$) como padrão para a conversão.

- **Abstração:** Focamos apenas nos dados necessários (valor em Kelvin) e ignoramos detalhes irrelevantes.

- **Algoritmo:** Criamos uma sequência lógica de passos que pode ser usada em qualquer linguagem de programação.

Material Extra

VÍDEO

[Estudo do sinal da função afim](https://www.youtube.com/watch?v=Cdoeayjr3g8)
https://www.youtube.com/watch?v=Cdoeayjr3g8

Atividades

ATIVIDADE 1

Como vimos, a **raiz** (ou zero) da função afim **$f(x) = ax + b$** é o valor de x em seu domínio tal que **$f(x) = 0$**. Com base nessa definição, a raiz da função afim **$f(x) = 4x - 16$** é:

A) $x = -16$.

B) $x = -2$.

C) $x = 3$.

D) $x = 4$.

E) $x = 16$.

ATIVIDADE 2

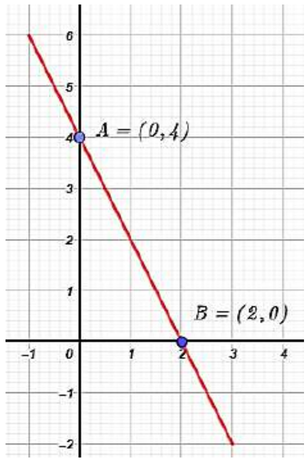
Um mergulhador possui um tanque de oxigênio com capacidade para 900 L. Ele mergulha na água com o tanque completamente cheio e, por questões de segurança, deve emergir antes que o oxigênio se esgote. A cada minuto que o mergulhador permanece submerso gasta 20 L de oxigênio. A função que relaciona a quantidade de oxigênio **Q** restante no tanque com o tempo **t**, em minutos, que esse mergulhador permanece submerso é uma **função afim** dada por **$Q = 900 - 20t$**.

Quanto tempo, no máximo, esse mergulhador pode ficar submerso sem que lhe falte oxigênio ($Q = 0$)?

ATIVIDADE 3

A seguir, temos o **gráfico** de uma função afim **y = f(x)** que passa pelos pontos A = (0, 4) e B = (2, 0) no plano cartesiano.

canva



Em relação a essa função foram feitas três afirmações:

I. O valor x = 4 é a raiz dessa função;

II. A função y = f(x) é positiva para todo x > 2 em seu domínio;

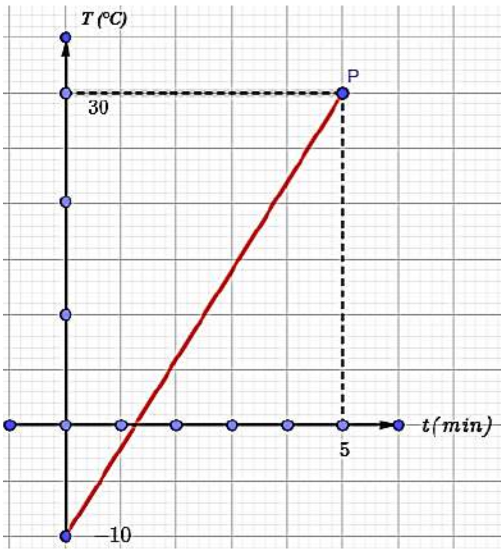
III. A função y = f(x) é negativa para todo x > 2 em seu domínio;

É correto o que se afirma em:

A) I e II apenas
B) I e III apenas
C) II apenas
D) III apenas
E) Nenhuma

ATIVIDADE 4

O gráfico representa a variação da **temperatura T**, medida em graus Celsius, de uma barra de ferro em função do **tempo t**, medido em minutos.



Com base nas informações do gráfico, pode-se estimar que a temperatura dessa barra atingiu **0 °C** no instante **t** igual a:

A) 1 min e 15 s.
B) 1 min e 20 s.
C) 1 min e 25 s.
D) 1 min e 30 s.
E) 1 min e 35 s.

Dica: Encontre a lei da função afim associada ao gráfico e calcule a raiz dessa função**.**

ATIVIDADE 5

canva

Maria tem uma loja de roupas e **compra** cada peça por R$50,00. Ela **vende** cada peça por R$120,00. No entanto, ela também tem um **custo fixo** mensal de R$3500,00 que inclui aluguel, salários e outras despesas.

O lucro **L** conseguido por Maria em um mês pode ser representada pela função afim **L(x) = 70x – 3500**, onde **x** é o número de peças vendidas.

Maria quer saber para qual **valor de x** ela começará ter **lucro**. Que valor de x é esse?

ATIVIDADE 6

Qual das opções a seguir melhor define um **fluxograma**?

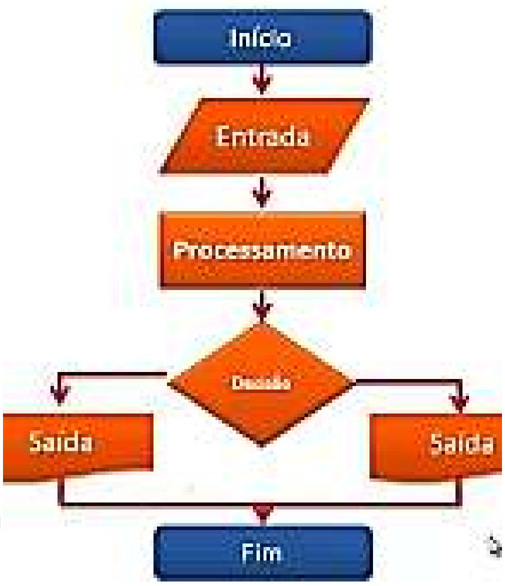
A) Um diagrama que representa o fluxo de dados dentro de um sistema.

B) Um conjunto de instruções escritas para a execução de um programa de computador.

C) Uma representação gráfica das etapas de um processo ou sistema.

D) Um documento que detalha os requisitos de um projeto.

E) Um gráfico que mostra a relação entre diferentes variáveis.



ATIVIDADE 7

Observe a tabela a seguir com os significados de cada símbolo utilizado em **fluxograma**.

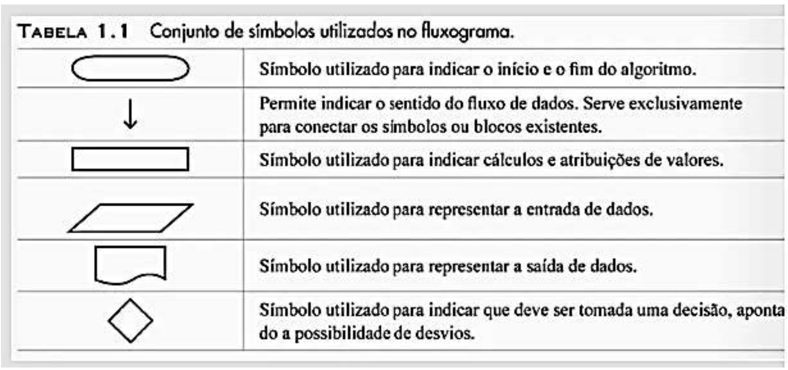
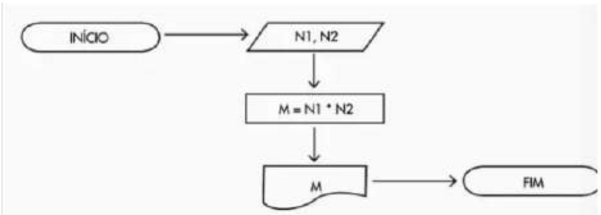


TABELA 1.1 Conjunto de símbolos utilizados no fluxograma.

	Símbolo utilizado para indicar o início e o fim do algoritmo.
↓	Permite indicar o sentido do fluxo de dados. Serve exclusivamente para conectar os símbolos ou blocos existentes.
	Símbolo utilizado para indicar cálculos e atribuições de valores.
	Símbolo utilizado para representar a entrada de dados.
	Símbolo utilizado para representar a saída de dados.
	Símbolo utilizado para indicar que deve ser tomada uma decisão, apontando a possibilidade de desvios.

No fluxograma abaixo o *paralelogramo* recebe dois valores **N1** e **N2** e passa para o *retângulo* efetivar a multiplicação desses dois valores e enviar o resultado **M** dessa multiplicação e logo depois, encerra o processo.



Vamos supor que você queira calcular a imagem de **x = 20** na função ***M = 15x + 18*** por meio desse fluxograma. Para isso, basta entrar no paralelogramo com três variáveis **N1 = 15**, **N2 = 20** e **N3 = 18** e enviar para o retângulo com a operação ***M = N1 · N2 + N3***. Qual seria o valor de **M** no final desse processo?

A) 570
B) 540
C) 318
D) 53
E) 51

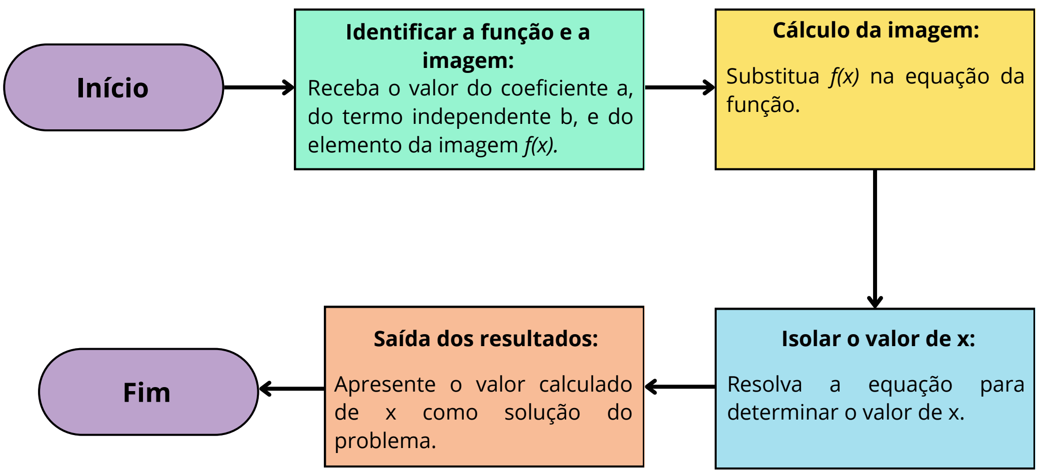
ATIVIDADE 8

Usando o **fluxograma** da atividade anterior, escreva uma sequência lógica para resolver o seguinte problema:

Um taxista cobra um valor fixo de 20 reais (bandeirada) por uma corrida mais um valor variável de 5 reais por cada quilômetro percorrido. Se numa corrida ele cobrou 75 reais, então quantos quilômetros ele teve que dirigir?

ATIVIDADE 9

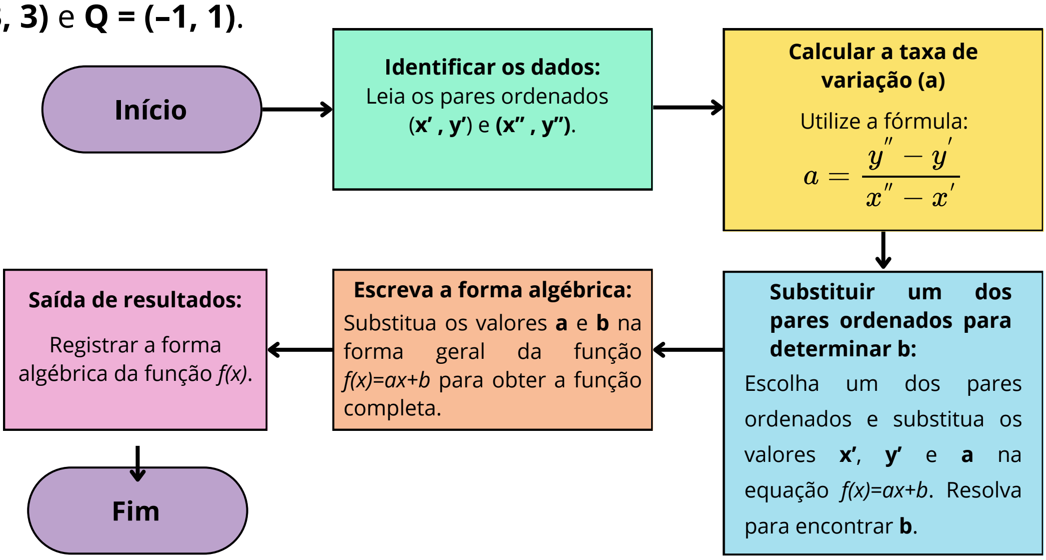
Usando a **sequência lógica** a seguir, você deve calcular o valor de **x** que faz a função afim **f(x) = 8x – 12** retornar um valor igual a **f(x) = 8**. Que valor de x é esse?



A) 2,0
B) 2,5
C) 3,0
D) 3,5
E) 4,0

ATIVIDADE 10

Use a **sequência lógica** abaixo para resolver o seguinte problema:
Encontrar a **forma algébrica** da função afim cujo gráfico (reta) passa pelos pontos **P = (3, 3)** e **Q = (–1, 1)**.

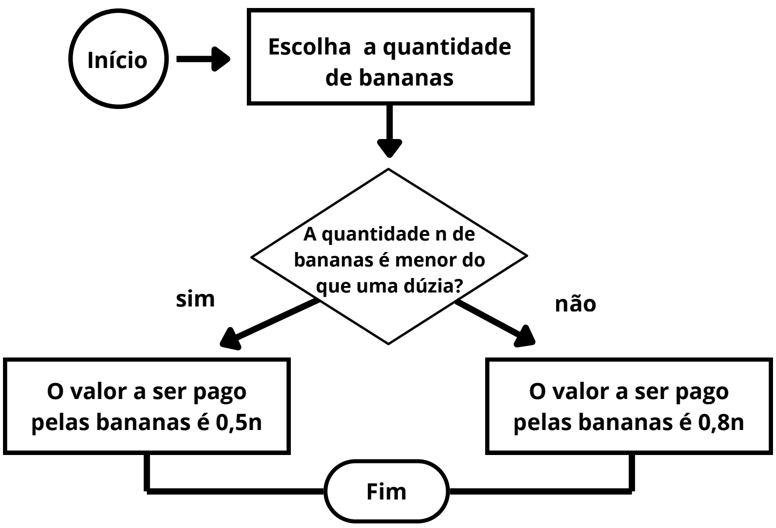


A) y = 0,5x + 1,5
B) y = – 0,5x – 1,5
C) y = 1,5x – 0,5
D) y = – 0,5x + 4,5
E) y = – 4,5x + 0,5

ATIVIDADE 11

PENSAMENTO COMPUTACIONAL

Uma mercearia oferece descontos conforme a quantidade de frutas adquiridas. No caso das bananas, se o cliente comprar menos de 12 unidades, o preço unitário é de R$ 0,80. Já para compras de 12 bananas ou mais, o valor por unidade cai para R$ 0,50. O fluxograma abaixo representa um algoritmo que calcula o total a ser pago por uma quantidade n de bananas, considerando essa promoção. No entanto, há uma falha nesse algoritmo. Sua tarefa é identificar esse erro.



RETOMANDO O QUE APRENDEMOS

Chegou o momento de pensar sobre o que você aprendeu neste capítulo.

As Expectativas de Aprendizagem apresentadas no início indicavam os principais objetivos do estudo sobre **Introdução às Funções** e **Função Afim**. Agora, vale a pena refletir: o quanto você avançou em relação a cada um deles?

Reflita sobre sua aprendizagem

- Consigo descrever relações entre variáveis numéricas em diferentes contextos, representando-as por meio de tabelas, expressões algébricas e gráficos?
- Sou capaz de identificar regularidades em relações que apresentam variação constante entre duas grandezas?
- Consigo generalizar e expressar algebricamente as regularidades observadas em situações de variação constante?
- Sei reconhecer que a taxa de crescimento (ou declínio) de uma função afim é constante?
- Sou capaz de representar graficamente relações que apresentam variação constante, interpretando o comportamento da reta associada?
- Consigo analisar gráficos de funções polinomiais do 1º grau, identificando os efeitos de translações e reflexões sobre a função elementar $f(x) = a \cdot x$?
- Sou capaz de interpretar situações descritas por funções afins, tanto em forma algébrica quanto gráfica?
- Consigo resolver problemas que envolvem função afim, utilizando representações algébricas e gráficas para encontrar resultados?
- Sei registrar, por meio de um fluxograma, o algoritmo que resolve um problema envolvendo função afim?
- Sou capaz de reutilizar estratégias e soluções anteriores (como traçar gráficos, determinar pontos e calcular valores) para resolver novos problemas com funções afins?

Autoavaliação

Marque a opção que melhor representa como você se sente em relação ao seu aprendizado neste capítulo:

Expectativa de Aprendizagem	Consegui compreender bem	Compreendi parcialmente	Preciso revisar
Descrever relações entre variáveis numéricas, em termos de funções.	◯	◯	◯
Identificar regularidades em relações que apresentam variação constante entre duas grandezas.	◯	◯	◯
Generalizar e expressar algebricamente regularidades em relações que apresentam variação constante entre duas grandezas.	◯	◯	◯
Concluir que a taxa de crescimento de uma função afim é constante.	◯	◯	◯
Expressar graficamente regularidades em relações que apresentam variação constante entre duas grandezas.	◯	◯	◯
Probabilidade condicional e eventos independentes.	◯	◯	◯
Investigar gráficos de funções polinomiais do 1º grau a partir de translações e reflexões aplicadas na função elementar [f(x) = a.x];	◯	◯	◯
Interpretar situações descritas por função afim apresentada algébrica ou graficamente;	◯	◯	◯
Expressar graficamente regularidades em relações que apresentam variação constante entre duas grandezas;	◯	◯	◯
Resolver problemas envolvendo função afim apresentada algébrica ou graficamente;	◯	◯	◯
Registrar por meio de fluxograma um algoritmo que resolve problema envolvendo função afim;	◯	◯	◯
Resolver problemas envolvendo função afim com a reutilização (traçado do gráfico, determinação de pontos e de valores).	◯	◯	◯

Dica: Revise os tópicos que você marcou como “**preciso revisar**” e converse com seu professor(a) sobre as dúvidas. Aprender Matemática é um processo que se fortalece com a prática e com o diálogo.

Referências

BONJORNO, Giovanni Jr.; CÂMARA, Paulo. Prisma: matemática – conjuntos e funções . São Paulo: FTD, 2020.

DANTE, Luiz Roberto. Telaris – Matemática: 9º ano . 3.ed. São Paulo: Editora Ática, 2018.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. Matemática em contextos . Volume 1. São Paulo: Ática, 2020.

GOVERNO DO ESTADO DO ESPÍRITO SANTO. Estado do Espírito Santo é o 1º do Brasil em porcentagem de investimentos em ciência e tecnologia. Governo do Estado do Espírito Santo, 2024. Disponível em: https://www.es.gov.br/Noticia/estado-do-espirito-santo-e-o-1o-do-brasil-em-porcentagem-de-investimentos-em-ciencia-e-tecnologia. Acesso em: 20 out. 2025.

KHAN ACADEMY. Introdução à taxa de variação média. Disponível em: https://pt.khanacademy.org/math/algebra/x2f8bb11595b61c86:functions/x2f8bb11595b61c86:average-rate-of-change/v/introduction-to-average-rate-of-change. Acesso em: 20 out. 2025.

PROF. WARLES. Blog do Prof. Warles. Disponível em: https://profwarles.blogspot.com/. Acesso em: 20 out. 2025.

YOUTUBE. Funções afins: resolução de problemas. Disponível em: https://www.youtube.com/watchv=DytqpyUMRm0&list=PL7RjLI0hJPfAx3HzRmhspfmHkN9LOZ7Up&index=59. Acesso em: 20 out. 2025.

YOUTUBE. Funções e suas aplicações. Disponível em: https://www.youtube.com/watchv=jLDaHj1FtC8&list=PLUL27jYnlTVpr3WhrZLv3qqJcxgo3ZhmX&index=33. Acesso em: 20 out. 2025.