SEDU 2026

Rotinas Pedagógicas Escolares

6º Ano

Primeiro Trimestre

Matemática

GOVERNO DO ESTADO DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

Gerência de Currículo da Educação Básica

GOVERNO DO ESTADO
DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

Governador
JOSÉ RENATO CASAGRANDE

Secretário de Estado da Educação
VITOR AMORIM DE ANGELO

Subsecretária da Educação Básica e Profissional
ANDRÉA GUZZO PEREIRA

Gerente de Currículo da Educação Básica
ALEIDE CRISTINA DE CAMARGO

Subgerente de Desenvolvimento Curricular da Educação Básica
MARCOS VALÉRIO GUIMARÃES

Subgerente de Educação Ambiental
ALDETE MARIA XAVIER

2026

Coordenador-geral das Rotinas Pedagógicas Escolares
MARCOS VALÉRIO GUIMARÃES

Coordenadores do componente curricular
GABRIEL LUIZ SANTOS KACHEL
LAIANA MENEGUELLI
RAYANE SALVIANO DE OLIVEIRA SILVA
WELLINGTON ROSA DE AZEVEDO
WILLIAM MANTOVANI

Validadores das Rotinas Pedagógicas Escolares
JÉSSICA MONTEIRO FALQUETTO
THIAGO CÉZAR DE PÁDUA ROSA
ORGANDI MONGIN ROVETTA
CARLOS EDUARDO MORAES PIRES

Professores bolsistas responsáveis pela elaboração das Rotinas Pedagógicas Escolares

5º ano EF
FRANCIELY GOMES FAVERO FERREIRA
PAULA AVAREZ CABANÊZ
SILVANA COCCO DALVI

6º ano EF
KARLA SOUTO DE AMORIM
MAYARA DOS SANTOS ZANARDI

7º ano EF
DAVI MARCIO BERMUDES LINO
HELIONARDO THOMAZ ALVES LOURENÇO

8º ano EF
NAFTALY CRISTAL FÉLIX
FABIANA BUENO

9º ano EF
AMECKSON DE SOUZA FERREIRA
LILIAN CRISTINA RODRIGUES SARMENTO

1ª série EM
ANATIELLI LEILIANE PEREIRA SANTANA
FABRÍCIO OLIVEIRA SOUZA

2ª série EM
HAROLDO CABRAL MAYA
SEBASTIÃO ALMEIDA MOTA

3ª série EM
HIGOR SOARES MAJONI
MAURÍCIO DE OLIVEIRA CELERI

Sumário

CAPÍTULO 1 - HISTÓRIA DOS NÚMEROS E SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL

CAPÍTULO 2 - MÚLTIPLOS E DIVISORES D EUM NÚMERO NATURAL

Rotinas Pedagógicas Escolares

Matemática

GOVERNO DO ESTADO
DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

SEDU 2026

Gerência de Currículo
da Educação Básica

Capítulo 1: História dos Números e Sistema de Numeração Decimal

Apresentação

Prezado(a) estudante,

Você já parou para pensar na origem da contagem? Muito antes de existirem calculadoras ou celulares, o ser humano já sentia a necessidade de registrar quantidades. No início, usavam-se recursos simples como pedras, dedos e cordas. Mas, com o tempo, civilizações antigas começaram a criar símbolos baseados em seu próprio dia a dia — como flores, cordas enroladas e figuras humanas — para representar valores maiores.

Essa necessidade de organizar a produção e a vida em sociedade impulsionou a criação de regras matemáticas cada vez mais precisas. Neste capítulo, vamos entender essa jornada fascinante e perceber que o sistema de numeração decimal é, na verdade, uma das maiores conquistas do pensamento humano para organizar a realidade ao nosso redor.

O que você vai estudar neste capítulo

Primeiro, vamos explorar os sistemas de numeração históricos, analisando como egípcios, babilônios e maias representavam valores e quantidades. Essa análise comparativa permitirá compreender a evolução e a eficiência do nosso atual sistema posicional.

Na sequência, estudaremos a estrutura dos Números Naturais e do Sistema de Numeração Decimal. Aprenderemos a ler, escrever e ordenar esses números com precisão, utilizando a reta numérica como ferramenta de visualização e comparação.

Para concluir, avançaremos no estudo das Operações Fundamentais. Além de fortalecer a base da adição, subtração, multiplicação e divisão, você será apresentado a duas novas ferramentas poderosas: a potenciação e a radiciação, aplicando todo esse conhecimento para resolver problemas reais do dia a dia.

Expectativas de aprendizagem

- Conhecer outros sistemas de numeração e compará-los com o SND.
- Identificar propriedades da estrutura do Sistema de Numeração Decimal (SND).

- Compor e decompor números naturais nas ordens do Sistema de Numeração Decimal.
- Ler, representar, comparar e ordenar números naturais.
- Localizar números naturais na reta numérica.
- Adicionar, subtrair, multiplicar e dividir números naturais, utilizando diferentes estratégias de cálculo (uso de algoritmos, cálculo mental e estimativas).
- Utilizar as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de números naturais na resolução de problemas.
- Reconhecer uma potência de expoente natural como um produto de fatores iguais.
- Calcular potências de base e expoente natural.
- Calcular raízes quadradas cujos resultados são números naturais
- Resolver problemas de contagem utilizando o princípio multiplicativo.
- Descrever com precisão a solução de um problema e construir o programa que implementa a solução descrita.

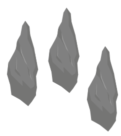
Ao concluir este capítulo, você será convidado(a) a retomar essas expectativas e refletir sobre o que aprendeu. Essa autoavaliação ajudará você a perceber o quanto evoluiu e o que pode aprimorar.

COMO OS NÚMEROS SURGIRAM?

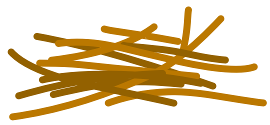
Quando e como o ser humano começou a contar? Há milhares de anos, o ser humano já contava pequenas quantidades: os animais que caçava, os objetos que fazia, as mudanças das fases da Lua que analisava para medir a passagem do tempo, as ovelhas que criava, entre outros.

O que ele utilizava para contar se ainda não existiam os símbolos? Usava os dedos da mão, pedrinhas, entre outras coisas. As primeiras marcações das quantidades foram feitas com desenhos nas paredes das cavernas, nós em cordas, pedrinhas, talhos em ossos e outros tipos de registro.


Nós em corda

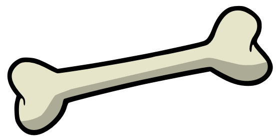

Lascas de pedra


Pedrinhas


Gravetos


Pinturas rupestres


Marcas em madeira


Marcas em osso

Com o passar do tempo, surgiu a necessidade de usar símbolos para registrar quantidades. E, conforme o ser humano precisou registrar quantidades cada vez maiores devido ao pastoreio e, depois, com o início do comércio, foi necessário aperfeiçoar a maneira de contá-las e representá-las. Ao longo dos séculos, diferentes povos empregaram e aperfeiçoaram diversos sistemas de numeração.

Neste capítulo, vamos conhecer alguns **sistemas de numeração** e suas características. Estudaremos também o nosso sistema de numeração (indo-arábico), compreendendo como é possível usá-lo para registrar qualquer número a partir de apenas 10 símbolos (algarismos).

SAIBA MAIS!

A História do Número 1

Clique Aqui

SISTEMA DE NUMERAÇÃO

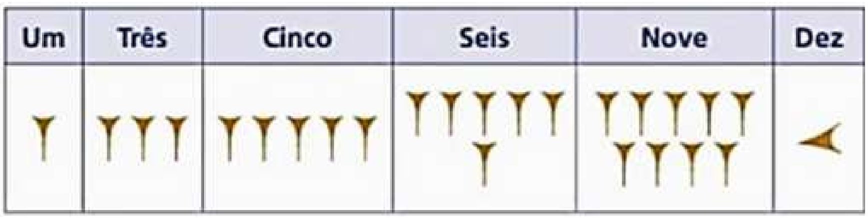
Um **sistema de numeração** é um conjunto organizado de símbolos e regras que nos permite representar e interpretar números de forma clara e eficiente. Ao longo da história da humanidade, diversas civilizações desenvolveram seus próprios sistemas numéricos, adaptados às suas necessidades e contextos culturais.

Entre os povos que criaram sistemas de numeração notáveis, destacam-se os babilônios, egípcios, maias e romanos. Cada um desses sistemas possui características únicas, como a base utilizada, a presença ou ausência do zero e a forma de representar valores. A seguir, vamos explorar alguns desses sistemas e descobrir como eles moldaram a maneira como contamos e calculamos hoje.

Sistema de numeração babilônico

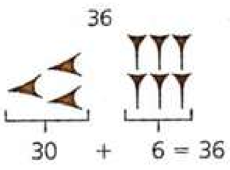
O **sistema de numeração babilônico** foi revelado por meio de escavações na Mesopotâmia, que trouxeram à luz tabuinhas de argila com inscrições cuneiformes. Essa forma de escrita, desenvolvida pelos sumérios e posteriormente adotada pelos babilônios, remonta a cerca de 5 000 anos atrás e era usada para registrar quantidades e administrar informações comerciais e científicas. Os babilônios, conhecidos por suas inovações, estão entre as primeiras civilizações com uma organização científica primitiva.

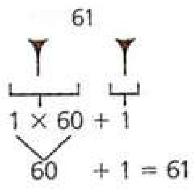
Os babilônios usavam dois símbolos para registrar quantidades: o cravo  , que podia ser usado até nove vezes, representando os números de 1 a 9; e a asna  , que representava o número 10.

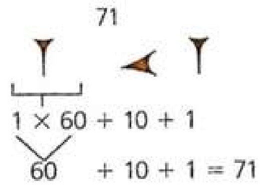


Uma característica marcante desse sistema é que ele não possuía um símbolo específico para o zero. Para indicar a ausência de valor, utilizava-se um espaço entre os símbolos. Além disso, o sistema era sexagesimal (base 60), ou seja, utilizava agrupamentos de 60. Curiosamente, o mesmo símbolo podia ser usado para representar tanto o número 1 quanto o 60, dependendo de sua posição.

Observe os exemplos abaixo:



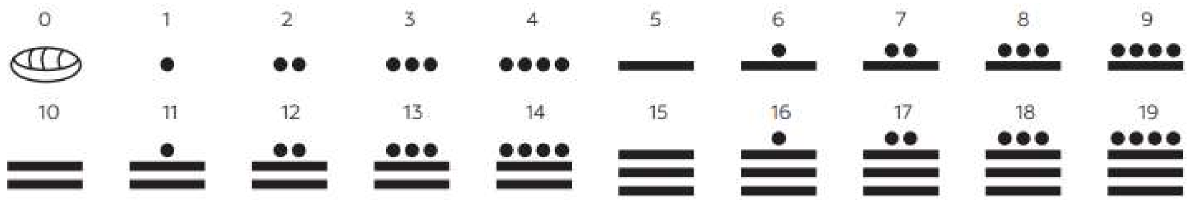




Sistema de numeração maia

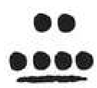
O sistema de numeração criado pela civilização maia possui características únicas, relacionadas à contagem baseada nos dedos das mãos e dos pés.

Nesse sistema, cada ponto representa uma unidade, enquanto cada traço equivale a cinco unidades. Além disso, os maias foram pioneiros ao introduzir um símbolo específico para o número 0. Este sistema é vigesimal, ou seja, utiliza uma base 20. Com isso, são empregados 20 símbolos para representar números de 0 a 19.



Os números maiores que 20 são organizados de maneira posicional e acumulados de 20 em 20, destacando a importância da posição numérica na representação. A escrita desses números era feita de forma vertical, com as vintenas na parte superior e as unidades na parte inferior.

Exemplo: Imagine um número representado com dois pontos na parte superior e quatro pontos mais um traço na parte inferior.

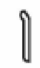


Neste caso, os dois pontos na parte superior correspondem a duas vintenas (2 x 20 = 40). Os quatro pontos e um traço na parte inferior representam nove unidades (4 + 5 = 9). O número total é a soma: 40 + 9 = 49.

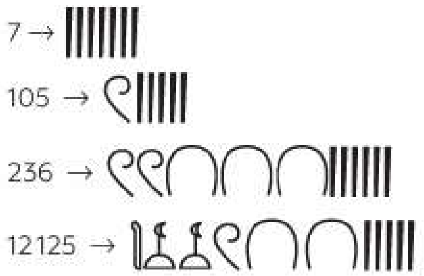
Essa estrutura posicional, combinada com a base 20, permitia aos maias representar números muito grandes de maneira eficiente, mostrando a sofisticação de seu sistema numérico. O sistema maia é uma das grandes contribuições matemáticas das civilizações antigas, destacando-se pela simplicidade e eficiência em cálculos complexos.

Sistema de numeração egípcio

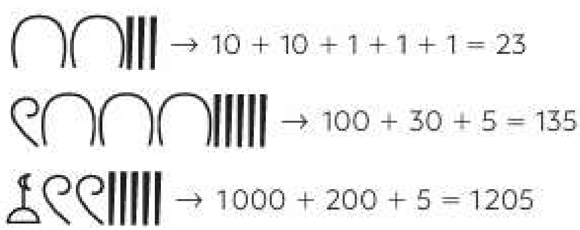
Já vimos que um sistema de numeração é um conjunto de símbolos e regras que permitem representar números. Por volta de 3 mil anos antes de Cristo (3 000 a.C.), os egípcios registravam quantidades usando símbolos relacionados a imagens familiares a eles como rolos de corda, flores de lótus e homens ajoelhados. Isso refletia elementos presentes em sua vida diária, tornando os números fáceis de identificar. Cada símbolo representava uma unidade, dezena, centena ou potência de dez até um milhão. Observe abaixo:

Bastão	Calcanhar	Corda enrolada	Flor de lótus	Dedo indicador	Peixe ou ave	Pessoa
						
1	10	100	1000	10000	100000	1000000

Cada símbolo podia ser repetido até nove vezes para representar um número. Os símbolos do sistema de numeração egípcio são chamados hieróglifos. Analise alguns exemplos de números representados nesse sistema.



Os egípcios não tinham um símbolo para representar o zero. Para representar os números, os egípcios usavam o processo aditivo, a adição do valor de cada símbolo originava o valor do número. Por exemplo:



Os egípcios não se preocupavam com a posição dos símbolos, ou seja, ao mudar a posição deles, o número não mudava. Por exemplo, o número 123 poderia ser representado de diversas maneiras:

Por isso, dizemos que o sistema de numeração egípcio não é posicional.

Sistema de numeração romano

A representação de números adotada pelos romanos foi, durante muitos séculos, a mais utilizada na Europa. Essa representação era feita por meio de letras maiúsculas do próprio alfabeto romano para representar valores numéricos. Essas letras, combinadas de diferentes maneiras, formavam números, e seu uso era amplamente empregado em monumentos, documentos oficiais e cálculos simples.

Relógio com números no sistema de numeração romano

Entrada de estação de trem em Belgrado, Sérvia, Foto de 2018.

O quadro a seguir mostra os símbolos empregados no sistema romano e seus respectivos valores no nosso sistema de numeração.

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

O sistema de numeração romano não é posicional, ou seja, o valor de cada símbolo não depende de sua posição no número. Ele apresenta as seguintes regras:

- **Adição:** quando uma letra é escrita à direita de outra de valor igual ou maior, somam-se os valores. Veja os exemplos:

VI → 5 + 1 = 6
XI → 10 + 1 = 11
CCLIV → 200 + 50 + 4 = 254
MDCCCXXIII → 1000 + 800 + 20 + 3 = 1823

- **Subtração:** um símbolo colocado à esquerda de outro símbolo de maior valor indica uma subtração dos respectivos valores. Observe os exemplos abaixo:

IV → 5 − 1 = 4
IX → 10 − 1 = 9
XL → 50 − 10 = 40
XC → 100 − 10 = 90
CD → 500 − 100 = 400
CM → 1000 − 100 = 900

- **Repetição:** os símbolos I, X, C e M podem ser repetidos, no máximo, três vezes.

I → 1
II → 2
III → 3
X → 10
XX → 20
XXX → 30
C → 100
CC → 200
CCC → 300
M → 1000
MM → 2000
MMM → 3000

- **I** só pode ser subtraído de **V** e de **X.**
- **X** só pode ser subtraído de **L** e de **C**.
- **C** só pode ser subtraído de **D** e de **M**.

Os símbolos V, L e D não podem ser subtraídos de nenhum outro.

- Um símbolo com um traço acima dele representa milhares; com dois traços, representa milhões.

$$\overline{\mathrm{V}} \rightarrow 5000$$
$$\overline{\mathrm{VI}}\mathrm{DCCXX} \rightarrow 6720$$
$$\overline{\overline{\mathrm{XX}}} \rightarrow 20000000$$
$$\overline{\overline{\mathrm{XLV}}}\mathrm{VII} \rightarrow 45000007$$

No sistema de numeração romano **não** há um símbolo para representar o **zero.**

Sistema indo-arábico ou sistema de numeração decimal

O sistema de numeração que utilizamos atualmente, conhecido como sistema **indo-arábico**, teve suas origens na região do vale do rio Indo, que corresponde ao território do atual Paquistão. Esse sistema recebeu o nome "indo-arábico" devido à sua invenção pelos hindus e à disseminação para a Europa Ocidental por meio dos árabes. Os exemplos mais antigos dos símbolos numéricos que utilizamos hoje foram encontrados em colunas de pedra na Índia, datadas de cerca de 250 a.C.

Inicialmente, essas amostras não incluíam o zero nem utilizavam o conceito de notação posicional. Entretanto, a ideia de valor posicional e o símbolo para o zero foram introduzidos na Índia por volta do século V. O zero, uma das maiores inovações matemáticas, desempenhou um papel crucial no desenvolvimento do sistema numérico moderno. O matemático persa Al-Khwarizmi, em seu livro escrito em 825 d.C., descreveu detalhadamente o sistema hindu, ajudando a popularizá-lo entre os árabes e, posteriormente, na Europa.

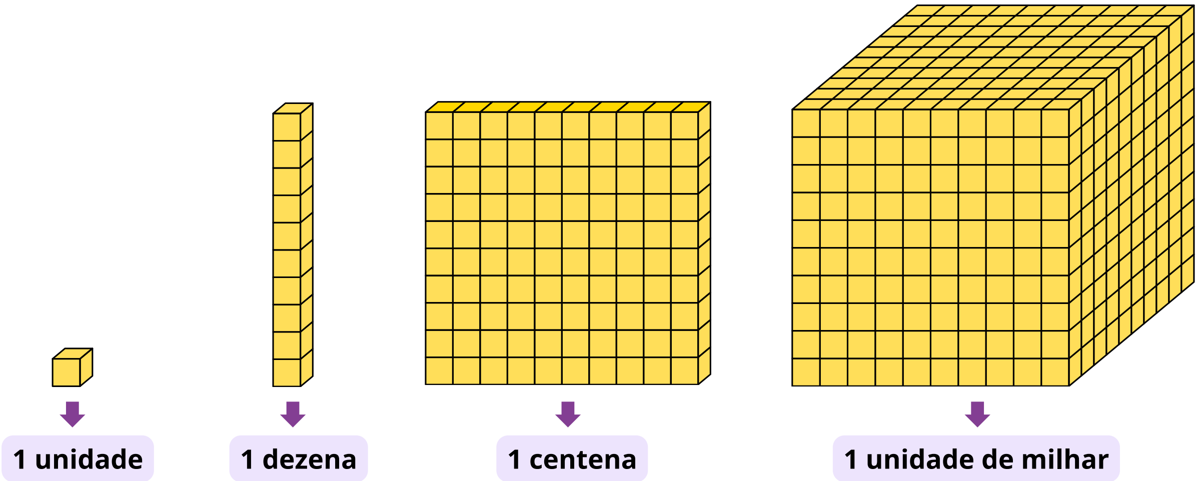
O sistema de numeração indo-arábico é o adotado no Brasil e na maioria dos países do mundo, também chamado de **sistema de numeração decimal**. Ele utiliza dez símbolos (0 a 9) organizados de forma posicional, onde o valor de cada dígito depende de sua posição no número.

O sistema decimal tornou-se amplamente utilizado em todo o mundo e continua sendo essencial para as práticas matemáticas modernas.

Principais características do sistema de numeração decimal

- Uso de 10 símbolos básicos: O sistema utiliza apenas 10 símbolos para representar qualquer número: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9. Esses símbolos, conhecidos como algarismos, são combinados para formar números maiores.

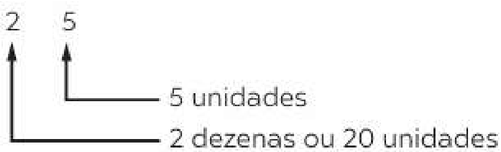
- Os números são organizados em agrupamentos de 10. Por exemplo: 10 unidades formam 1 dezena. 10 dezenas formam 1 centena.



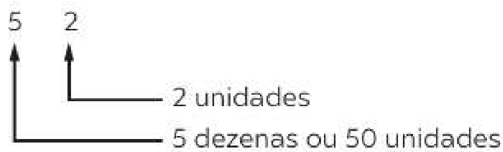
- Uma das maiores inovações do sistema é a introdução do zero, que representa a ausência de quantidade. Ele também desempenha um papel crucial como marcador de posição. Exemplos: No número 2**0**5, o zero indica que não há dezenas; no 1**00**, indica a ausência de unidades e dezenas.

- A posição de cada algarismo em um número determina o seu valor posicional, ou seja, o quanto ele vale, dependendo de sua posição em relação aos outros dígitos.

Exemplo: Em 25, o 2 representa 20 (2 dezenas) e o 5 representa 5 (5 unidades). Em 52, a posição é invertida, e o 5 passa a valer 50 (5 dezenas), enquanto o 2 vale (2 unidades).

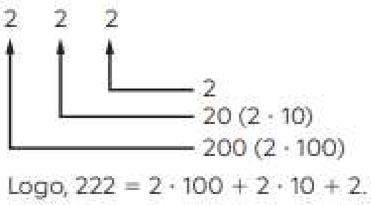


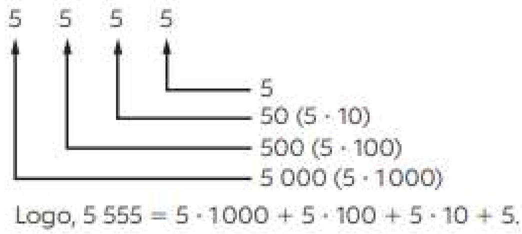
No número 25, o valor posicional do algarismo 2 é 20 unidades.



No número 52, o valor posicional do algarismo 2 é 2 unidades.

Todo algarismo tem valor posicional 10 vezes maior do que teria se estivesse ocupando uma posição imediatamente à direita (princípio de posição decimal). Por exemplo:





Ordens e classes

Para facilitar a leitura e a escrita de um número, separamos os algarismos, da direita para a esquerda, em grupos de 3 algarismos. Cada um desses grupos é uma **classe**. A posição de cada um dos algarismos recebe o nome de **ordem**. Cada posição determina o **valor posicional** do algarismo, ou seja, quanto ele vale de acordo com sua posição no número. Essa organização é amplamente utilizada no sistema de numeração decimal, permitindo uma leitura mais clara e precisa. Veja abaixo no Quadro Valor de Lugar (Q.V.L.):

QUADRO VALOR DE LUGAR (Q.V.L)											
Classes											
Classe dos bilhões			Classe dos milhões			Classe dos milhares			Classe das unidades simples		
Ordens											
12ª ordem	11ª ordem	10ª ordem	9ª ordem	8ª ordem	7ª ordem	6ª ordem	5ª ordem	4ª ordem	3ª ordem	2ª ordem	1ª ordem
Centenas de bilhão	Dezenas de bilhão	Centenas de bilhão	Centenas de milhão	Dezenas de milhão	Unidades de milhão	Centena de milhar	Dezena de milhar	Unidade de milhar	Centena	Dezena	Unidade

Cada classe é nomeada conforme seu valor posicional:

- **Unidades Simples:** Inclui os algarismos que ocupam as ordens de unidade, dezena e centena.
- **Milhares:** Reúne as unidades de milhar, dezenas de milhar e centenas de milhar.
- **Milhões:** Contém as unidades de milhão, dezenas de milhão e centenas de milhão.

Cada algarismo dentro de uma classe tem sua ordem: unidade, dezena e centena.

Observe abaixo o número 8 515 760 representado no Quadro Valor de Lugar:

QUADRO VALOR DE LUGAR (Q.V.L)								
Classes								
Classe dos milhões			Classe dos milhares			Classe das unidades simples		
Ordens								
9ª ordem	8ª ordem	7ª ordem	6ª ordem	5ª ordem	4ª ordem	3ª ordem	2ª ordem	1ª ordem
Centenas de milhão	Dezenas de milhão	Unidades de milhão	Centena de milhar	Dezena de milhar	Unidade de milhar	Centena	Dezena	Unidade
		8	5	1	5	7	6	0

Esse número é lido como: oito milhões, quinhentos e quinze mil, setecentos e sessenta.

O número 8 515 760 possui uma estrutura organizada em ordens e classes, que facilita sua leitura e escrita, ele possui: 8 unidades de milhão, 5 centenas de milhar, 1 dezena de milhar, 5 unidades de milhar, 7 centenas, 6 dezenas e 0 unidade. Ele pode ser representado de diferentes maneiras:

- Com algarismos: 8 515 760.
- Por extenso com palavras e algarismos: 8 milhões, 515 mil e 760.
- Por extenso só com palavras: oito milhões, quinhentos e quinze mil, setecentos e sessenta.

A separação dos números em ordens e classes facilita sua compreensão e manipulação, especialmente em números grandes, como aqueles usados em estatísticas, economia e ciências.

Para facilitar a leitura de números naturais grandes, a mídia costuma apresentá-los na forma mista, ou seja, parte com algarismos e parte por extenso, conforme o exemplo: 5 milhões correspondem a 5 000 000.

Em alguns textos, a palavra milhão é substituída por mi, e a palavra bilhão, por bi. E pode ser usada uma vírgula para separar a maior classe das demais. Observe:

Segundo a OMS, em novembro de 2021 o número de mortes por Covid-19 passava dos 5 milhões.

Exemplo: 233 mi correspondem a duzentos e trinta e três milhões ou 233 000 000.

A população brasileira deve chegar a 233 mi de pessoas em 2050, segundo projeções da ONU.

Leitura e escrita de um número no sistema de numeração decimal

Saber ler e escrever números pode ser muito útil em situações do cotidiano, como reconhecer e distinguir valores. Para ler um número:

1º) Separamos o número em classes;
2º) Lemos, da esquerda para a direita, o número formado em cada classe, seguido do nome da classe.

Abaixo, podemos observar o exemplo de como é feita essa leitura.

Lemos: seis milhões, trinta e quatro mil, duzentos e setenta.

Quando todas as ordens de uma classe são formadas por zero, não lemos essa classe. Confira o exemplo:

Lemos: oito milhões, trezentos e vinte e um.

De modo inverso, se conhecemos a leitura de um número, podemos escrevê-lo apenas com algarismos. Observe o exemplo: **Setenta e três mil, seiscentos e oitenta e dois.**

QUADRO VALOR DE LUGAR (Q.V.L)

	Classes					
	Classe dos milhares			Classe das unidades simples		
	Ordens					
	6ª ordem	5ª ordem	4ª ordem	3ª ordem	2ª ordem	1ª ordem
	Centena de milhar	Dezena de milhar	Unidade de milhar	Centena	Dezena	Unidade
73 682		7	3	6	8	2

OS NÚMEROS NATURAIS

Quando contamos quantidades de objetos, animais, estrelas, pessoas, etc., empregamos os números: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15,...

Esses números são chamados **números naturais.**

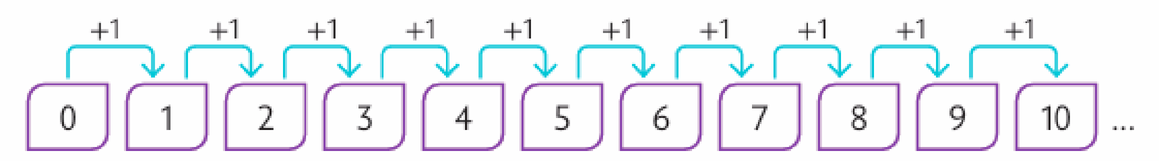
Colocamos as reticências porque existem mais números além dos representados. Depois do 15 vêm o 16, o 17, o 18, e assim por diante, formando uma sequência que não tem fim. Dizemos que os números naturais são infinitos.

- Finito: O que tem fim.
- Infinito: O que não tem fim (in- é um prefixo de negação).

Nessa sequência, a partir do 0, o próximo número natural é obtido adicionando uma unidade ao número anterior.

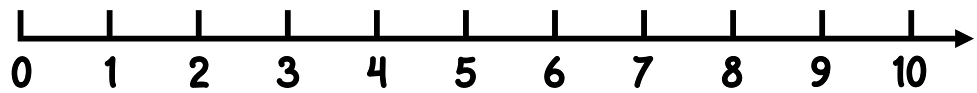
- O número 1 é igual ao anterior (0) mais 1: 0 + 1 = 1.
- O número 2 é igual ao anterior (1) mais 1: 1 + 1 = 2.
- O número 3 é igual ao anterior (2) mais 1: 2 + 1 = 3.

E assim sucessivamente, conforme mostra a imagem:



Reta numérica

A reta numérica é uma forma visual de representar os números naturais e sua sequência. Cada número natural é representado por um ponto igualmente espaçado em uma linha horizontal, chamada **reta numérica**. A reta, representando os número naturais, inicia no ponto correspondente ao número **0**, chamado origem, e cresce da esquerda para a direita.



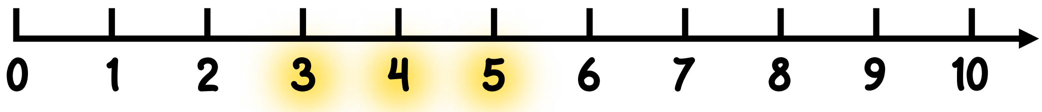
Características da reta numérica:

- Os números estão organizados em ordem crescente, ou seja, do menor para o maior.
- Cada ponto na reta corresponde a um número natural.
- Quanto mais à direita estiver um número, maior será o seu valor.

Comparar e ordenar números naturais

Para comparar dois números naturais diferentes, utilizamos os símbolos matemáticos **<** (menor que) e **>** (maior que). A reta numérica pode nos ajudar nessa comparação, pois nela os números estão dispostos em ordem crescente. Assim, todo número que está à direita de outro na reta numérica é sempre maior, enquanto o que está à esquerda é menor.

Exemplo: Então, vamos comparar os números 3, 4 e 5 utilizando a reta numérica.



O número 4 está localizado à direita do número 3 e à esquerda do número 5. Podemos afirmar que:

- 4 > 3 Lê-se: **quatro é maior que três .**
- 4 < 5 Lê-se: **quatro é menor que cinco.**

Os números podem ser organizados em ordem **crescente**, do menor para o maior. Por exemplo: 3 < 4 < 5.

Composição e decomposição de números naturais

Os números naturais podem ser representados de diferentes maneiras, utilizando os conceitos de **composição** e **decomposição**.

A **composição** é o processo de construir um número unindo os valores posicionais de seus algarismos. Por exemplo, para formar o número 742, consideramos:

- O 7 está na ordem das centenas, então vale 700.
- O 4 está na ordem das dezenas, então vale 40.
- O 2 está na ordem das unidades, então vale 2.

Quando somamos esses valores: 700 + 40 + 2 = 742.

A **decomposição** é o processo de dividir um número em partes menores, destacando o valor posicional de cada algarismo. Podemos organizar essas informações no Quadro Valor de Lugar (Q.V.L.) para facilitar a compreensão.

Exemplos:

- Decomposição do número 5 836.

QUADRO VALOR DE LUGAR (Q.V.L)					
Classes					
Classe dos milhares			Classe das unidades simples		
Ordens					
6ª ordem	5ª ordem	4ª ordem	3ª ordem	2ª ordem	1ª ordem
Centena de milhar	Dezena de milhar	Unidade de milhar	Centena	Dezena	Unidade
		5	8	3	6

- O 5 está na ordem das unidades de milhar: 5 000.
- O 8 está na ordem das centenas: 800.
- O 3 está na ordem das dezenas: 30.
- O 6 está na ordem das unidades: 6.

Assim, a decomposição de 5 836 é: 5 000 + 800 + 30 + 6.

- Decomposição do número 29 711.

QUADRO VALOR DE LUGAR (Q.V.L)					
Classes					
Classe dos milhares			Classe das unidades simples		
Ordens					
6ª ordem	5ª ordem	4ª ordem	3ª ordem	2ª ordem	1ª ordem
Centena de milhar	Dezena de milhar	Unidade de milhar	Centena	Dezena	Unidade
	2	9	7	1	1

- O 2 está na ordem das dezenas de milhar: 20 000.
- O 9 está na ordem das unidades de milhar: 9 000.
- O 7 está na ordem das centenas: 700.
- O 1 está na ordem das dezenas: 10.
- O 1 está na ordem das unidades: 1.

Assim, a decomposição de 29 711 é: 20 000 + 9 000 + 700 + 10 + 1.

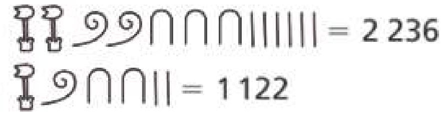
Exercícios Resolvidos

EXERCÍCIO 1. Leia o texto a seguir.

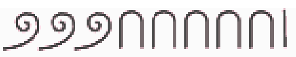
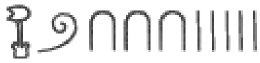
> Talvez o mais antigo tipo de sistema de numeração a se desenvolver tenha sido aquele chamado sistema de agrupamentos simples. [...] Os hieróglifos egípcios, cujo emprego remonta a cerca do ano 3400 a.C. e usados principalmente para fazer inscrições em pedras, fornecem um exemplo de sistema de agrupamentos simples.
>
> EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Tradução: Hygino Hugueros Domingues. Campinas: Editora da Unicamp, 2004. p. 30.

Considere os números abaixo, escritos em símbolos egípcios.

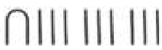
No nosso sistema de numeração, esses números podem ser escritos assim:



- Reescreva os números abaixo no sistema de numeração decimal.

a)  b)  c) 

- Relacione a quantidade representada pelos símbolos egípcios com a quantidade correspondente representada pelos símbolos babilônicos.

A) 
B) 
C) 

I) 
II) 
III) 

SOLUÇÃO.

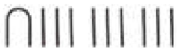
- Para esse exercício, é importante analisar cada símbolo. Por exemplo: a flor de lótus representa 1 000, a corda enrolada vale 100, o calcanhar equivale a 10, e o traço vertical simboliza 1. Identifique os símbolos apresentados no número e associe cada um ao seu valor. Depois, some todos esses valores para encontrar o número final no sistema decimal. Dessa forma a resposta será:

a)  : 300 + 50 + 1 = 351

b)  : 1 000 + 100 + 30 + 5 = 1 135

c)  : 1 000 + 200 + 1 = 1 201

- Para resolver esta atividade, converta os números do sistema egípcio e babilônico para o sistema decimal e compare seus valores. No sistema babilônico, lembre-se de que ele usa a base 60.

A)  : 10 + 9 = 19

B)  : 100

C)  : 100 + 30 + 1 = 131

I)  : 60 + 40 = 100

II)  : 10 + 9 = 19

III)  : 2 x 60 + 10 + 1 = 131

Portanto: A - II, B - I e C - III.

EXERCÍCIO 2. O monte Everest é o mais alto do mundo, com 8 848 metros de medida de altura. Ele fica no Nepal, país do continente asiático.

a) Escreva o número 8 848 no Quadro Valor de Lugar (Q.V.L).

b) Decomponha esse número em unidades de milhar, centenas, dezenas e unidades.

SOLUÇÃO.

a)

QUADRO VALOR DE LUGAR (Q.V.L)					
Classes					
Classe dos milhares			Classe das unidades simples		
Ordens					
6ª ordem	5ª ordem	4ª ordem	3ª ordem	2ª ordem	1ª ordem
Centena de milhar	Dezena de milhar	Unidade de milhar	Centena	Dezena	Unidade
		8	**8**	**4**	**8**

b) Para decompor o número 8 848 em unidades de milhar, centenas, dezenas e unidades, seguimos a análise do valor posicional de cada algarismo: 8 unidades de milhar; 8 centenas; 4 dezenas; 8 unidades. Portanto, a decomposição do número 8 848 é: 8 milhares, 8 centenas, 4 dezenas e 8 unidades, assim 8 000 + 800 + 40 + 8.

EXERCÍCIO 3. Luciana, preocupada com o consumo consciente, decidiu revisar suas despesas mensais e identificar oportunidades para economizar água e energia, contribuindo com o meio ambiente. Após efetuar o pagamento das contas no caixa eletrônico, ela registrou os valores de água, energia, telefone, aluguel e condomínio. O valor da conta de água foi de quarenta e cinco reais. Analise o valor das demais contas e escreva como essas quantias são lidas.

ENERGIA ELÉTRICA .... R$ 86,00
TELEFONE .... R$ 127,00
ALUGUEL .... R$ 415,00
CONDOMÍNIO .... R$ 169,00

SOLUÇÃO. Para resolver esta atividade, deve ser feita a análise dos valores das contas e escrevê-los por extenso. Observe os números em reais e identifique suas ordens (centenas, dezenas e unidades). Isso ajuda a organizar a escrita por extenso.

- Energia elétrica: oitenta e seis reais.
- Telefone: cento e vinte e sete reais.
- Aluguel: quatrocentos e quinze reais.
- Condomínio: cento e sessenta e nove reais.

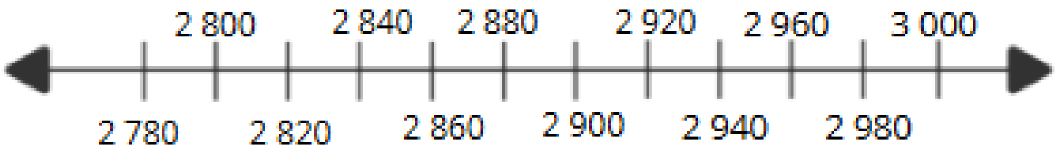
EXERCÍCIO 4. A tabela a seguir traz a medida aproximada de altura dos picos mais altos do Brasil.

Picos mais altos do Brasil

Nome	Estado(s)	Medida de altura
Pico da Bandeira	Minas Gerais/ Espírito Santo	2 891 m
Pico da Neblina	Amazonas	2 995 m
Pico das Agulhas Negras	Minas Gerais/ Rio de Janeiro	2 791 m
Pedra da Mina	São Paulo/ Minas Gerais	2 798 m
Pico 31 de Março	Amazonas	2 974 m

Fonte dos dados: IBGE. Geociências: IBGE revê as altitudes de sete pontos culminantes.

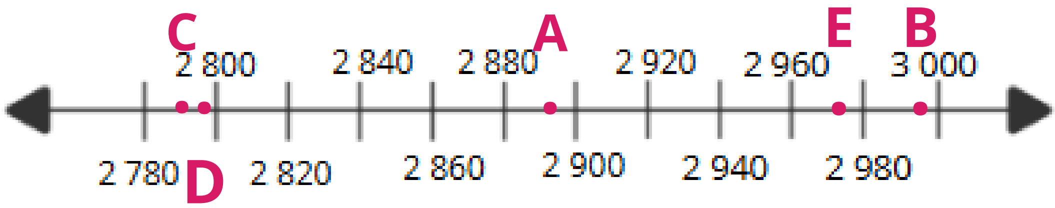
a) Associe cada um dos pontos A (Pico da Bandeira), B (Pico da Neblina), C (Pico das Agulhas Negras), D (Pico da Mina) e E (Pico 31 de março), com a respectiva medida de altura correspondente a cada pico. Identifique as alturas e associe-as corretamente aos pontos indicados.



b) Organize as medidas de altura desses picos em ordem decrescente.

SOLUÇÃO.

a) Observe que a distância entre duas marcações consecutivas nessa reta numérica representa 20 metros. Identifique os valores na reta que correspondem exatamente ou se aproximam das alturas dos picos indicados. Os pontos A, B, C, D e E, destacados na reta abaixo foram posicionados de acordo a medida dos picos.



b) A ordem decrescente organiza os números do maior para o menor. Para organizar os números em ordem decrescente, compare cada valor e coloque-os na sequência do maior para o menor, verificando as casas de milhar, centenas, dezenas e unidades. Como apoio, pode ser utilizada a reta numérica, lembrando que os números aumentam à medida que avançam para a direita, o que facilita a comparação e a ordenação. Organizando as medidas aproximadas de altura dos picos temos: 2 995 m, 2 974 m, 2 891 m, 2 798 m, 2 791 m.

Atividades

ATIVIDADE 1

Diversos sistemas de numeração foram desenvolvidos ao longo da história, como os sistemas Egípcio, Maia, Babilônico e Romano. Compare os números de diferentes sistemas de numeração com o Sistema de Numeração Decimal (SND) e complete a tabela.

	SISTEMA DE NUMERAÇÃO	NÚMERO	CONVERSÃO PARA O SND
a)	MAIA		
b)	ROMANO	XCIV	
c)	EGÍPCIO		
d)	BABILÔNICO		
e)	EGÍPCIO		

ATIVIDADE 2

O número **XLIX** é escrito no sistema romano, amplamente utilizado pelos europeus em monumentos e documentos históricos. O número romano XLIX representa qual valor?

A) 31.
B) 49.
C) 69.
D) 71.

ATIVIDADE 3

Observe os números a seguir.

1 567	3 609	6 740	1 026
A	B	C	D

Em qual número o valor posicional do algarismo 6 é 60?

A) A.   B) B.   C)C.   D) D.

ATIVIDADE 4

Em uma loja de sapatos, cada caixa do estoque é identificada por um número. Uma das caixas, que contém sapatos infantis, possui um número de identificação formado por 5 algarismos e apresenta as seguintes características:

- O algarismo das dezenas é 2;
- O algarismo de maior valor posicional é o 5;
- O algarismo 8 tem valor posicional 800;
- O algarismo da unidade é o dobro da dezena;
- A 4° ordem (milhar) é 0.

Qual é esse número?

A) 50 824.
B) 50 842.
C) 58 024.
D) 52 804.

ATIVIDADE 5

Em uma corrida, vence quem completar o percurso no menor tempo. Quatro atletas finalizaram o percurso com os seguintes tempos:

- Atleta R: 3 124 segundos.
- Atleta S: 3 987 segundos.
- Atleta T: 3 210 segundos.
- Atleta U: 3 950 segundos.

Qual é a classificação dos atletas, do primeiro ao último colocado?

A) 1° Atleta R; 2° Atleta T; 3° Atleta U; 4° Atleta S.
B) 1° Atleta S; 2° Atleta T; 3° Atleta R; 4° Atleta U.
C) 1° Atleta R; 2° Atleta U; 3° Atleta T; 4° Atleta S.
D) 1° Atleta T; 2° Atleta R; 3° Atleta S; 4° Atleta U.

ATIVIDADE 6

De acordo com o censo demográfico realizado pelo IBGE, o município da Serra, no Espírito Santo, tinha uma população de **520 653** habitantes em 2022.

Fonte: IBGE. Disponível em: https://cidades.ibge.gov.br/brasil/es/serra/panorama. Acesso em 16. nov. 2024.

O número **520 653** por extenso é

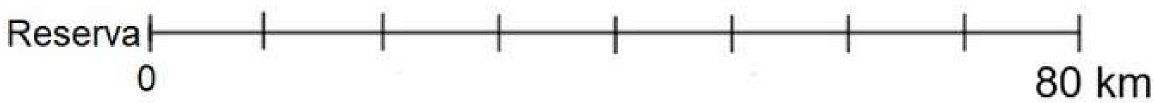
A) cinquenta e dois mil, seiscentos e cinquenta e três.
B) seiscentos e cinquenta e três mil, quinhentos e vinte.
C) quinhentos e vinte mil, seiscentos e cinquenta e três.
D) quinhentos e vinte , seiscentos e cinquenta e três mil.

ATIVIDADE 7

No Espírito Santo, vários quilombos preservam a história e a cultura afro-brasileira. Alguns deles estão localizados em áreas rurais e próximas de reservas ambientais importantes. A tabela a seguir mostra a distância, em quilômetros, de três quilombos até uma reserva florestal protegida.

	Distância até a reserva (em Km)
Quilombo A	10
Quilombo B	70
Quilombo C	45

a) A reta a seguir, com intervalos de 10 em 10 quilômetros, representa a distância até a reserva. Localize e marque os pontos correspondentes às distâncias dos Quilombos A, B e C na reta.



b) Qual quilombo está mais próximo da reserva? Qual está mais distante?

c) A comunidade do Quilombo C propôs plantar árvores ao longo de sua estrada até a reserva. O planejamento inclui o plantio de uma árvore a cada 5 quilômetros, começando no Quilombo C e seguindo até a entrada da reserva. Quantas árvores precisarão ser plantadas nesse percurso?

ATIVIDADE 8

De acordo com o Censo Demográfico de 2022, o município de São Mateus, no Espírito Santo, possuía uma população de **123 752** habitantes. Desses, **6 290** são quilombolas, fazendo com que o município fosse considerado na época, com o maior número de quilombolas do estado.

Fonte: IBGE. Disponível em <https://https://censo2022.ibge.gov.br/panorama/>.

a) Complete o Quadro Valor de Lugar (QVL) com o número total de habitantes e o número de habitantes quilombolas no município de São Mateus.

Centena de milhar	Dezena de milhar	Unidade de milhar	Centena	Dezena	Unidade

b) Decomponha o número **6 290** como a soma dos valores de cada ordem, conforme exemplo.

123 752 = 100 000 + 20 000 + 3 000 + 700 + 50 + 2

6 290 = ____

c) Escreva os números por extenso.

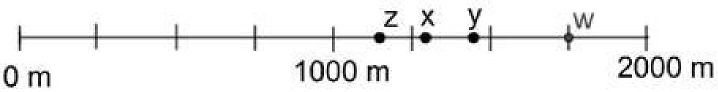
- 123 752 = ____
- 6 290 = ____

ATIVIDADE 9

Um cliente foi ao supermercado e pagou um total de R$ 1 234,00 usando apenas cédulas. Sabendo que ele utilizou cédulas de R$ 100,00, R$ 50,00, R$ 10,00 e R$ 2,00, determine uma combinação possível para a quantidade de cada cédula que ele pode ter usado.

ATIVIDADE 10

A reta numérica a seguir representa uma estrada de 2 000 metros de comprimento, onde os veículos estão se deslocando ao longo dessa via. Um dos carros já percorreu 1 300 metros dessa estrada.



Em que ponto da pista o carro se encontra?

A) x.
B) w.
C) y.
D) z.

OPERAÇÕES COM NÚMEROS NATURAIS: ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

Adição com números naturais

A adição é indicada pelo sinal de +, pode ser empregada com a ideia de juntar quantidades ou de acrescentar uma quantidade a outra. Considere as situações a seguir.

- Nos Jogos Olímpicos de 2024, a equipe de atletas brasileiros era composta de 123 atletas homens e 154 atletas mulheres. Quantos atletas integravam a equipe brasileira nessa edição dos Jogos Olímpicos?

Para resolver essa situação, devemos adicionar 154 e 123. Representamos essa situação da seguinte maneira: 154 + 123. Para resolver o problema, podemos usar os seguintes processos:

1º processo: decomposição – decompomos os números e adicionamos, inicialmente, as centenas inteiras, as dezenas inteiras e as unidades; fazemos os reagrupamentos necessários e, por fim, adicionamos os resultados obtidos.

154 + 123 = **100** + **50** + **4** + **100** + **20** + **3**
123 + 154 = **100** + **100** + **20** + **50** + **3** + **4**
123 + 154 = **200** + **70** + **7**
123 + 154 = **270** + **7**
123 + 154 = **277**

2º processo: algoritmo usual – adicionamos as unidades, depois as dezenas e por fim, as centenas, fazendo os reagrupamentos necessários.

$$\begin{array}{rccc} & 1 & 5 & 4 \\ + & 1 & 2 & 3 \\ \hline & 2 & 7 & 7 \end{array} \quad \begin{array}{l} \longrightarrow \text{Parcela} \\ \longrightarrow \text{Parcela} \\ \longrightarrow \text{Soma ou total (Resultado da operação)} \end{array}$$

Nos Jogos Olímpicos de Paris 2024 participaram 277 atletas na equipe brasileira. Nessa situação, utilizamos a adição com a ideia de **juntar** quantidades.

Propriedades da Adição

Para adicionar números naturais, podemos usar as propriedades da adição. A seguir, apresentamos três dessas propriedades.

- **Propriedade comutativa**

Considere a adição: 20 + 45 = 65. Trocando-se a ordem das parcelas, a soma obtida também é 65, ou seja:

$$\underbrace{20 + 45}_{65} = \underbrace{45 + 20}_{65}$$

A ordem das parcelas não alterou a soma. Isso sempre ocorre quando adicionamos dois números naturais quaisquer. Trata-se da propriedade comutativa da adição, enunciada a seguir.

Assim, se a e b são números naturais, temos: **a + b = b + a**.

- **Propriedade associativa da adição**

Considere a adição:

$$(45+6)+5=51+5=56 \qquad 45+(6+5)=45+11=56$$

Portanto, $(45+6)+5=45+(6+5)$.

Em uma adição de três ou mais números naturais quaisquer, podemos associar as parcelas de modos diferentes. Essa propriedade é chamada propriedade associativa da adição.

Assim, considerando os números naturais a, b e c, temos: **(a + b) + c = a + (b + c)**.

- **Propriedade do elemento neutro**

Considere a adição:

$$38+0=38 \text{ e } 0+38=38$$

Em uma adição de um número natural com zero, a soma é sempre igual a esse número natural. Nessas condições, o número zero é chamado **elemento neutro da adição**.

Então, se a é um número natural qualquer, temos: **a + 0 = 0 + a = a**.

Subtração com números naturais

A subtração é indicada pelo sinal −, pode ser empregada com a ideia de **tirar**, **diminuir** ou **retirar** uma quantidade de outra, de **completar** uma quantidade ou, ainda, de **comparar** duas quantidades. Considere as situações a seguir.

- No campeonato de futebol feminino da escola, nosso time fez 34 gols e sofreu 14. Qual foi nosso saldo de gols?

Para responder à pergunta, tiramos 14 de 34. Os termos de uma subtração são:

34 − 14 = 20 —— diferença ou resto
Minuendo ┘ └ Subtraendo

Portanto, nosso saldo foi de 20 gols.

Em uma subtração entre dois números naturais, para que a diferença seja um número natural, o minuendo deve ser maior ou igual ao subtraendo.

Algoritmos e ideias da subtração

1ª ideia associada à subtração: tirar uma quantidade de outra.

- Maurício tem 227 reais e vai comprar uma calça que custa 85 reais. Com quantos reais ele vai ficar?

Para saber com quantos reais Maurício vai ficar, ele precisa **tirar** 85 de 227, ou seja, precisa efetuar a subtração 227 - 85.

Algoritmo usual

$$\begin{array}{rccccl} & \mathbf{C} & \mathbf{D} & \mathbf{U} & & \\ & 1 & & & & \\ & \cancel{2} & {}^{1}2 & 7 & \longrightarrow & \text{minuendo} \\ - & & 8 & 5 & \longrightarrow & \text{subtraendo} \\ \cline{1-4} & 1 & 4 & 2 & \longrightarrow & \text{diferença ou resto} \end{array}$$

Logo, Maurício vai ficar com 142 reais.

2ª ideia associada à subtração: completar quantidades.

Júlia tem 359 reais. Quanto falta para ela poder comprar este monitor que custa R$ 900,00?

Para saber qual quantia Júlia precisa para completar o que falta para os 900 reais, precisamos saber quanto devemos adicionar a 359 para obter 900. Uma maneira de fazer isso é efetuar a subtração 900 - 359.

Algoritmo usual

$$\begin{array}{rccc} & \color{blue}{C} & \color{green}{D} & \color{red}{U} \\ & \color{blue}{8} & \color{green}{9} & \\ & \cancel{9} & {}^{\color{green}{1}}\cancel{0} & {}^{\color{red}{1}}0 \\ - & 3 & 5 & 9 \\ \hline & 5 & 4 & 9 \end{array}$$

Algoritmo da decomposição do subtraendo

$$900 - \color{blue}{300} = 600$$
$$600 - \color{green}{50} = 550$$
$$550 - \color{red}{9} = 541$$

Logo, Júlia precisa de mais 541 reais para poder comprar o monitor.

Note que 359 + 541 = 900.

3ª ideia associada à subtração: comparar quantidades.

- Quantos pontos Ana fez a mais do que Felipe? Quantos pontos Ana fez a menos do que Jorge? Qual é a diferença entre as pontuações de Jorge e Felipe?

Podemos responder a essas perguntas efetuando algumas subtrações:

$$\begin{array}{rcccc} & & & 8 & \\ & 2 & 8 & \cancel{9} & {}^{1}5 \\ - & 1 & 2 & 7 & 8 \\ \hline & 0 & 6 & 1 & 7 \end{array} \qquad \begin{array}{rcccc} & 1 & 10 & & \\ & \cancel{2} & \cancel{1} & {}^{1}8 & 8 \\ - & 1 & 8 & 9 & 5 \\ \hline & 0 & 2 & 9 & 3 \end{array} \qquad \begin{array}{rcccc} & 1 & & & \\ & \cancel{2} & {}^{1}1 & 8 & 8 \\ - & 1 & 2 & 7 & 8 \\ \hline & 0 & 9 & 1 & 0 \end{array}$$

Podemos concluir que:

- Ana fez 617 pontos a mais do que Felipe;
- Ana fez 293 pontos a menos do que Jorge;
- A diferença entre as pontuações de Jorge e Felipe foi de 910 pontos.

4ª ideia associada à subtração: separar quantidades.

- A professora Juliana tem um pacote com 250 folhas de papel sulfite e vai separar 72 folhas para usar em uma aula do 6º ano. Quantas folhas vão sobrar? Para descobrir, devemos efetuar a subtração 250 - 72.

Algoritmo usual

$$\begin{array}{cccc} & \text{C} & \text{D} & \text{U} \\ & 1 & 14 & \\ & \cancel{2} & \cancel{5} & {}^{1}0 \\ - & & 7 & 2 \\ \hline & 1 & 7 & 8 \end{array}$$

Algoritmo da decomposição do subtraendo

$$\begin{array}{l} 250 - 50 = 200 \\ 200 - 20 = 180 \\ 180 - 2 = 178 \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{l} 250 - 70 = 180 \\ 180 - 2 = 178 \end{array}$$

Logo, vão sobrar 178 folhas.

Relação entre adição e subtração

Considerando os termos de uma subtração, percebemos que ao somar a diferença com o subtraendo obtemos o minuendo. Assim, podemos verificar se uma dessas operações está correta por meio da outra. Observe o exemplo a seguir.

$$8 - 6 = 2$$

Minuendo
Subtraendo
Diferença

$$6 + 2 = 8$$

Mesmo valor do subtraendo
Mesmo valor da diferença
Mesmo valor do minuendo

Em Matemática, dizemos que as sentenças $8 - 6 = 2$ e $6 + 2 = 8$ são equivalentes.

$$8 - 6 = 2 \Leftrightarrow 6 + 2 = 8$$

Essa relação é conhecida como relação fundamental da subtração:

minuendo - subtraendo = diferença $\Longleftrightarrow$ subtraendo + diferença = minuendo

A subtração e a adição são operações inversas.

Adicionando e subtraindo mentalmente

Considere o número 25. Ele pode ser decomposto em parcelas de várias formas. Veja algumas delas:

$$25 = 12 + 13 \qquad 25 = 10 + 15 \qquad 25 = 8 + 7 + 10$$

Outra maneira de decompor o número 25 é separando o maior número de dezenas das unidades. Observe:

25 = 2 dezenas + 5 unidades = 20 + 5

Essa forma de decompor um número ajuda no cálculo mental de algumas operações. Veja algumas estratégias para fazer o cálculo mentalmente.

- Cálculo de $56 + 37$, decompondo 37 em dezenas e unidades.

$$56 + 37$$
$$56 + 30 + 7$$
$$86 + 7$$
$$93$$

- Para calcular 56 + 37, podemos também decompor os dois números em dezenas e unidades.

$$56 \quad + \quad 37$$
$$50 + 6 + 30 + 7$$
$$80 + 13$$
$$93$$

- Cálculo de 45 – 28, fazendo 45 - 20 = 25 e 25 - 8 = 17.

$$45 - 28$$
$$45 - 20 - 8$$
$$25 - 8$$
$$17$$

- Para calcular 45 – 28, também podemos usar a ideia de completar quantidades.

28 para 30 faltam 2.

30 para 45 faltam 15.

2 + 15 = 17

Assim, 45 – 28 = 17.

EXERCÍCIO 1. Qual o resultado da adição 374 + 285?

SOLUÇÃO.

- Vamos organizar os algarismos destes dois números em uma tabela para facilitar a explicação do algoritmo.

C	D	U
3	7	4
2	8	5

- Iniciando na casa das unidades, somamos os dígitos dos dois números e obtemos 4 + 5 = 9. Como essa soma tem apenas um único dígito, esse e o algarismo das unidades do **resultado.**

			↓
	C	D	U
	3	7	4
+	2	8	5
			9

- Passamos, então, para a próxima casa decimal. A soma dos dígitos é 7 + 8 = 15. Como essa soma tem dois algarismos, o dígito das dezenas será acrescentado a próxima casa (15 dezenas equivalem a 1 centena e 5 dezenas). O algarismo das unidades corresponde ao dígito das dezenas do **resultado**.

		↓	
	C	D	U
	+1		
	3	7	4
+	2	8	5
		5	9

- Como ainda há casas decimais, passamos para a próxima casa decimal e repetimos o processo. A soma dos dígitos e 3 + 2 = 5. Ainda deve-se acrescentar o 1 que foi obtido no passo anterior. Assim, chegamos a 5 + 1 = 6. Como essa soma tem um único algarismo, este corresponde ao dígito das centenas do resultado.

	↓		
	C	D	U
	+1		
	3	7	4
+	2	8	5
	6	5	9

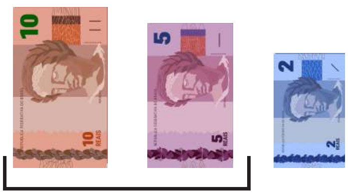
Por fim, uma vez que não há outras casas decimais, paramos o algoritmo, obtendo:

374 + 285 = 659.

EXERCÍCIO 2. Calcule a quantia total destas 3 cédulas juntas usando uma propriedade da adição.

SOLUÇÃO.

1ª forma



(10 + 5) + 2

15 + 2 = 17

2ª forma

10 + (5 + 2)

10 + 7 = 17

3ª forma

(10 + 2) + 5

12 + 5 = 17

Usamos a propriedade associativa em uma adição de 3 parcelas, associando as parcelas de diferentes maneiras. O resultado permanece o mesmo, ou seja, mesmo associando as parcelas de modos diferentes, o total é sempre o mesmo (17). Assim, podemos escrever: (10 + 5) + 2 = 10 + (5 + 2) = (10 + 2) + 5.

EXERCÍCIO 3. Lembrando que a adição e a subtração são operações inversas, descubra qual número natural cada etiqueta ($\boxed{}$) esconde.

a) $\boxed{}$ - 12 = 20

b) $\boxed{}$ - 15 = 25

SOLUÇÃO.

a) $\boxed{32}$ - 12 = 20

diferença

subtraendo

minuendo

Considerando a relação fundamental da subtração, percebemos que ao somar a diferença com o subtraendo obtemos o minuendo 20 + 12 = 32.

b) $\boxed{40}$ - 15 = 25

diferença

subtraendo

minuendo

Considerando a relação fundamental da subtração, percebemos que ao somar a diferença com o subtraendo obtemos o minuendo 25 + 15 = 40.

Atividades

ATIVIDADE 1

Resolva as adições e subtrações a seguir.

a) $56 + 98$

c) $234 - 159$

b) $12437 + 4654$

d) $50000 - 3876$

ATIVIDADE 2

Um álbum de figurinhas é composto por 97 figurinhas. Lucas já tem 42 coladas no álbum. Para descobrir quantas ainda faltam para completar o álbum, ele utilizou a seguinte estratégia:

Adicionou um valor em cada número e depois fez a subtração:
97 + **3** = 100
42 + **3** = 45
100 – 45 = 55

Utilize a mesma estratégia de Lucas para subtrair os números a seguir.

a) $128 - 68$

b) $56 - 21$

ATIVIDADE 3

A adição utilizando a decomposição é uma estratégia que consiste em dividir os números em centenas, dezenas e unidades para facilitar a soma. Essa técnica torna o cálculo mais simples, permitindo trabalhar com valores menores.

Exemplo: 428 + 357
Decomponha os números:
428 = 400 + 20 + 8 e 357 = 300 + 50 + 7
Some as partes separadamente:
400 + 300 = 700, 20 + 50 = 70, 8 + 7 = 15
Combine os resultados:
700 + 70 + 15 = 785
Portanto, 428 + 357 = 785

Realize as operações utilizando a estratégia da decomposição.

a) $346 + 242$

b) $255 + 613$

ATIVIDADE 4

Com a chegada do inverno, o tempo fica mais seco e o período é conhecido pelo aumento de queimadas. A junção de altas temperaturas e ação do homem mostra um cenário preocupante. De janeiro a maio de 2024 foram queimados 1 587 hectares de mata nativa no Espírito Santo, enquanto no mesmo período no ano anterior (2023) foram queimados 727 hectares.

Fonte: G1. Disponível em: <https://g1.globo.com/es/espirito-santo/noticia/2024/07/05/queimadas-aumentam-no-es-e-destroem-area-equivalente-a-85-maracanas-em-incendios-em-2024.ghtm>. Acesso em: 22 de nov. 2024.

Qual foi o aumento na quantidade de queimadas no Espírito Santo em 2024 em relação ao ano anterior?

A) 860 hectares.
B) 960 hectares.
C) 1 260 hectares.
D) 2 314 hectares.

ATIVIDADE 5

Mariana tinha R$ 2 456,00 em sua conta bancária. Ela sacou R$ 267,00 para pagar uma conta de energia elétrica e mais R$ 128,00 para pagar uma conta de água. Quanto restou na conta bancária após os dois saques?

ATIVIDADE 6

De acordo com o censo demográfico 2022, realizado pelo IBGE, o município do Espírito Santo com a maior população indígena é Aracruz, com 7 425 habitantes, seguido por Serra (1 326 habitantes) e Vila Velha (866 habitantes).

Fonte: Governo ES. Disponível em <https://www.es.gov.br/Noticia/populacao-que-se-declara-indigena-cresce-50-no-espirito-santo#:~:text=O%20munic%C3%ADpio%20com%20maior%20popula%C3%A7%C3%A3o,situadas%20no%20munic%C3%ADpio%20de%20Aracruz>. Acesso em: 22/22/2024.

Qual era população total indígena nessas três cidades em 2022?

ATIVIDADE 7

Complete com os algarismos que faltam na adição a seguir.

$$\begin{array}{r} 1\;4\;5\;\square \\ +\quad \square\;3\;\square\;4 \\ \hline 6\;\square\;3\;0 \end{array}$$

ATIVIDADE 8

Maria foi ao supermercado comprar alguns itens para sua casa. O valor total de sua compra foi de R$ 86,00. Ao chegar ao caixa, ela pagou com as seguintes cédulas: duas notas de R$ 5,00, uma nota de R$ 10,00, uma nota de R$ 20,00 e uma de R$ 50,00. Quantos reais Maria recebeu de troco?

ATIVIDADE 9

Dois amigos, Ana e Carlos, organizaram uma campanha de arrecadação de alimentos para ajudar uma instituição de caridade. Eles arrecadaram diferentes tipos de alimentos e registraram as quantidades em uma tabela:

	Ana	Carlos
Arroz (kg)	35	42
Feijão (Kg)	56	28
Pó de café (kg)	18	20

Agora, responda às perguntas abaixo:

a) Quantos quilogramas de alimentos os dois arrecadaram juntos?

b) Quantos quilogramas de alimento Ana arrecadou a mais que Carlos?

ATIVIDADE 10

A adição possui três propriedades importantes:

Comutativa: A ordem dos números não altera o resultado: $a + b = b + a.$

Associativa: A forma como os números são agrupados não altera o resultado: $(a + b) + c = a + (b + c)$

Elemento Neutro: O número 0 é o elemento neutro da adição, pois não altera o valor: $a + 0 = a.$

Identifique a propriedade utilizada em cada sentença abaixo e escreva sua resposta na linha correspondente:

a) 23 + 5 = 5 + 23

b) 8 + 0 = 8

c) (2 + 3) + 4 = 2 + (3 + 4)

OPERAÇÕES COM NÚMEROS NATURAIS: MULTIPLICAÇÃO

Multiplicação com números naturais

De acordo com a ONU (Organização das Nações Unidas), cada pessoa necessita diariamente de cerca de 110 litros de água para atender às necessidades de consumo e higiene. Porém, o consumo de água no Brasil, por pessoa, pode superar 200 litros por dia. Vários fatores contribuem para o desperdício de água, como os vazamentos nos encanamentos públicos, torneiras mal fechadas e os maus hábitos dos consumidores. Precisamos adquirir bons hábitos para evitar o desperdício e ficar sempre atentos a vazamentos. No caso de uma torneira com vazamento ou mal fechada, o desperdício diário pode ser grande, como apresentado nos exemplos.

Podemos calcular, por exemplo, quantos litros de água são desperdiçados durante 5 dias por uma torneira com vazamento do tipo A. Para isso, podemos realizar uma adição de parcelas iguais.

$$46 + 46 + 46 + 46 + 46 = 230$$

Como essa adição tem 5 parcelas iguais, podemos representá-la por meio de uma **multiplicação.**

$$\underbrace{46 + 46 + 46 + 46 + 46}_{\text{5 vezes 46}} = 5 \cdot 46 = 230$$

ou

$$\begin{array}{rrrl} & \overset{3}{4} & 6 & \longrightarrow \text{fator} \\ \times & & 5 & \longrightarrow \text{fator} \\ \hline 2 & 3 & 0 & \longrightarrow \text{produto} \end{array}$$

Assim, a quantidade de litros de água desperdiçados durante 5 dias por uma torneira com vazamento do tipo A é 230 litros.

atenção

Além do sinal $\times$ *, a multiplicação também pode ser indicada por um ponto* (•)
Por exemplo: $5 \cdot 46 = 230$

O algoritmo da multiplicação

A multiplicação com números naturais é uma das operações fundamentais da aritmética e é usada para calcular o resultado de adicionar um número várias vezes. Multiplicar dois números naturais **a** e **b** é o mesmo que somar **a** vezes o número **b**. Ou seja:

$$a \cdot b = \underbrace{b + b + b + b + \cdots + b}_{\textbf{a vezes}}$$

- Observe na imagem abaixo como o professor de Educação Física organizou seus estudantes para uma demonstração de ginástica. Quantos estudantes vão participar da demonstração?

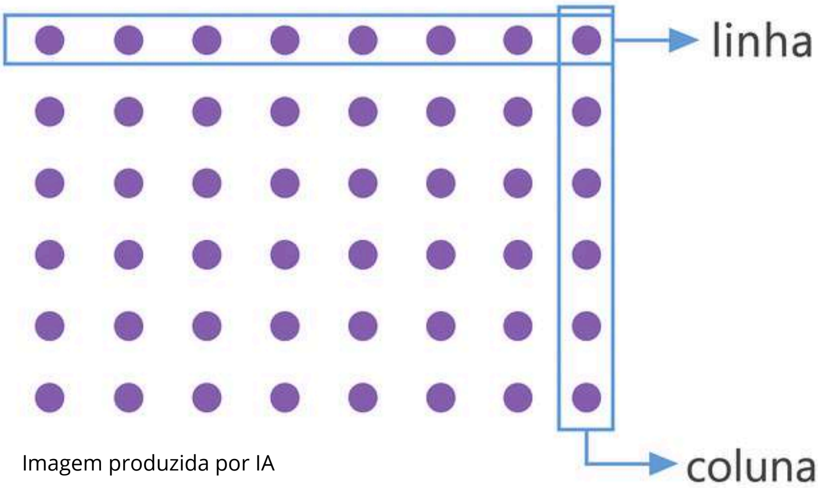


Imagem produzida por IA

Como são 6 linhas de 8 estudantes, calculamos o total de estudantes efetuando a multiplicação de 6 por 8.

$$8 \cdot 6 = 48$$

Ou, como são 8 colunas de 6 estudantes, calculamos o total de estudantes efetuando a multiplicação de 8 por 6.

$$6 \cdot 8 = 48$$

Portanto, participarão da demonstração de ginástica 48 estudantes. Nesta situação, utilizamos a multiplicação para contar elementos em uma **disposição** ou **organização retangular.**

- Observe como podemos calcular $14 \cdot 16$.

Algoritmo usual

$$
\begin{array}{rrrrl}
 & & 1 & 6 & \\
\times & & 1 & 4 & \\
\hline
 & & 6 & 4 & \longrightarrow 4 \cdot 16 \\
+ & 1 & 6 & 0 & \longrightarrow 10 \cdot 16 \\
\hline
 & 2 & 2 & 4 &
\end{array}
$$

Representação geométrica do algoritmo da decomposição

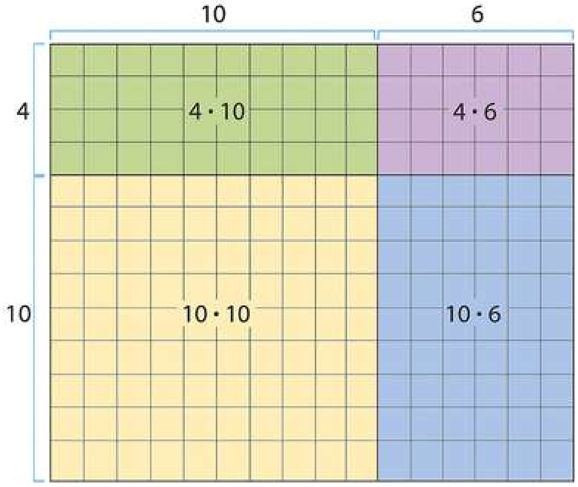


Imagem produzida por IA

Algoritmo da decomposição

$$
\begin{array}{rrrrl}
 & 10 & + & 6 & \\
\times & 10 & + & 4 & \\
\hline
 & & & 24 & \longrightarrow 4 \cdot 6 \\
 & & & 40 & \longrightarrow 4 \cdot 10 \\
 & & & 60 & \longrightarrow 10 \cdot 6 \\
+ & & & 100 & \longrightarrow 10 \cdot 10 \\
\hline
 & & & 224 &
\end{array}
$$

Assim, temos: $14 \cdot 16 = 224.$

Observe, na representação geométrica do algoritmo da decomposição, que dividimos a figura em partes, de acordo com a decomposição de 14 e de 16.

- Um professor leciona 40 aulas por semana. Quantas aulas ele leciona em 5 semanas?

Devemos adicionar 5 vezes a quantidade 40, que é o mesmo que calcular 5   40.

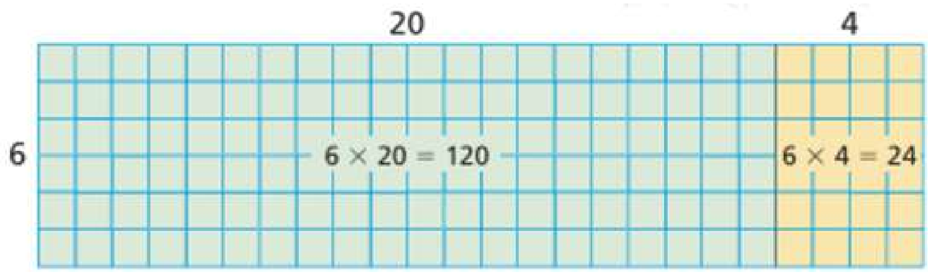
$$\underset{\text{1º fator}}{\boxed{5}} \cdot \underset{\text{2º fator}}{\boxed{40}} = \underbrace{40 + 40 + 40 + 40 + 40}_{\text{5 parcelas}} = \underset{\text{produto}}{\boxed{200}}$$

$$
\begin{array}{rl}
40 & \leftarrow \\
\times\ 5 & \leftarrow \ \text{fatores} \\
\hline
200 & \longleftarrow \text{produto}
\end{array}
$$

Em 5 semanas, esse professor leciona 200 aulas.

- No anfiteatro de uma escola há 6 fileiras com 24 poltronas em cada fileira. Quantas poltronas há nesse anfiteatro?

  Para resolver esse problema, podemos calcular $6 \cdot 24$. Observe um esquema utilizando a disposição retangular:



$$\begin{array}{r} 6 \cdot 20 = 120 \\ 6 \cdot 4 = 24 \; + \\ \hline 144 \end{array}$$

Usando o algoritmo, temos:

$$\begin{array}{rr} 20 \quad + & 4 \\ \times & 6 \\ \hline & \boxed{24} \\ + & \boxed{120} \\ \hline & 144 \end{array}$$

ou

$$\begin{array}{rrr} & ^{2} & \\ & 2 & 4 \\ \times & & 6 \\ \hline \boxed{1} & \boxed{4} & \boxed{4} \end{array}$$

No anfiteatro há 144 poltronas.

- Qual é o preço total do fone de ouvido abaixo?

Para calcular o preço do fone de ouvido, podemos efetuar uma adição de parcelas iguais ou uma multiplicação.

$26 + 26 + 26 = 78$ ou $3 \cdot 26 = 78$

Algoritmo usual

$$\begin{array}{rrr} & ^{1} & \\ & 2 & 6 \\ & 2 & 6 \\ + & 2 & 6 \\ \hline & 7 & 8 \end{array}$$

ou

$$\begin{array}{rrrl} & ^{1} & & \\ & 2 & 6 & \leftarrow \text{fator} \\ \times & & 3 & \leftarrow \text{fator} \\ \hline & 7 & 8 & \leftarrow \text{parcela} \end{array}$$

Logo, o preço do fone de ouvido é 78 reais.

Propriedades da Multiplicação

- **Comutatividade**

Em uma multiplicação de dois números naturais quaisquer, a ordem dos fatores não altera o produto. Essa propriedade é chamada **propriedade comutativa da multiplicação**. Se **a** e **b** são números naturais, então:

$$a \cdot b = b \cdot a$$

Vamos multiplicar os números 12 e 34 de duas maneiras.

$$\begin{array}{rrrrl} & & 1 & 2 & \\ \times & & 3 & 4 & \\ \hline & {}^{1} & 4 & 8 & (4 \cdot 12) \\ + & 3 & 6 & 0 & (30 \cdot 12) \\ \hline & 4 & 0 & 8 & \end{array} \qquad \begin{array}{rrrrl} & & 3 & 4 & \\ \times & & 1 & 2 & \\ \hline & {}^{1} & 6 & 8 & (2 \cdot 34) \\ + & 3 & 4 & 0 & (10 \cdot 34) \\ \hline & 4 & 0 & 8 & \end{array}$$

- **Propriedade associativa**

Em uma multiplicação de três ou mais fatores, podemos associar esses fatores de maneiras diferentes, pois o resultado não se altera. Se a, b e c são números naturais, então:

$$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$$

Vamos efetuar o cálculo 9 · 14 · 5 associando os fatores de duas maneiras.

$$\underbrace{(9 \cdot 14)}_{126} \cdot 5 = 126 \cdot 5 = 630 \qquad 9 \cdot \underbrace{(14 \cdot 5)}_{70} = 9 \cdot 70 = 630$$

- **Elemento neutro**

Em uma multiplicação de dois fatores em que um deles seja igual a 1, o resultado será igual ao outro fator. Dizemos, então, que o número 1 é o **elemento neutro** da multiplicação.

Vamos multiplicar os números 78 e 1.

$$78 \cdot 1 = 78 \qquad 1 \cdot 78 = 78$$

- **Propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição**

Para multiplicar um número natural por uma adição de duas parcelas, multiplicamos o número pelas parcelas e, a seguir, adicionamos os resultados obtidos. Se **a**, **b** e **c** são números naturais, então:

$$a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$$

Observe como calculamos o produto $4 \cdot (17+32)$.

$$4 \cdot (17+32) =$$

$$= (17+32)+(17+32)+(17+32)+(17+32) =$$ ▷ pela definição de multiplicação

$$= 17+32+17+32+17+32+17+32 =$$ ▷ eliminamos os parênteses

$$= \underbrace{17+17+17+17}_{\text{4 vezes}} + \underbrace{32+32+32+32}_{\text{4 vezes}} =$$ ▷ pela propriedade comutativa da mutiplicaçao

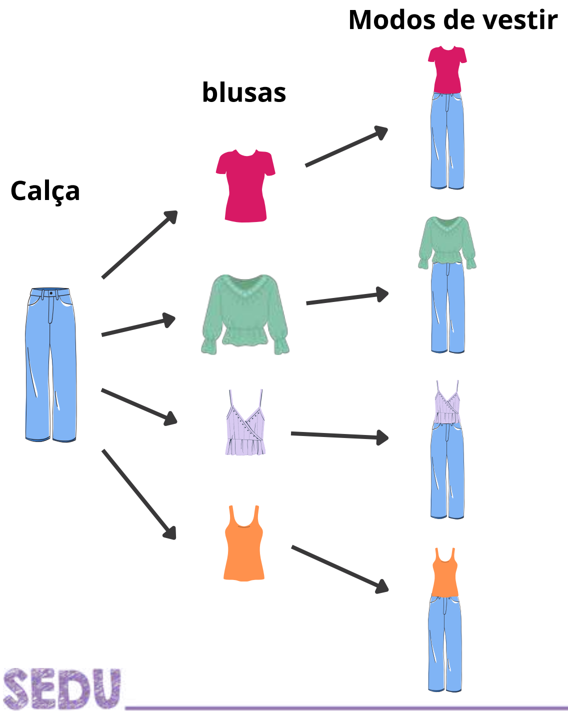
$$= (4 \cdot 17) + (4 \cdot 32)$$

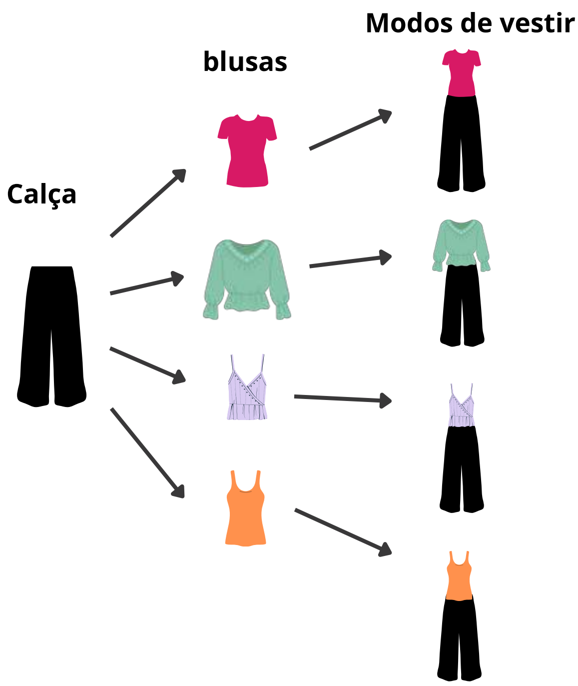
Princípio Fundamental da Contagem

O princípio fundamental da contagem envolve saber quantas possibilidades existem ao formar grupos combinando elementos de dois ou mais eventos independentes para ocorrer. O número total de maneiras desses eventos acontecerem é o produto (resultado de uma multiplicação) do número de maneiras de cada um acontecer.

- Joana tem duas calças e quatro blusas para ir ao curso de informática. De quantos modos diferentes ela pode se vestir para ir ao curso?

Acompanhe como podemos combinar essas peças:

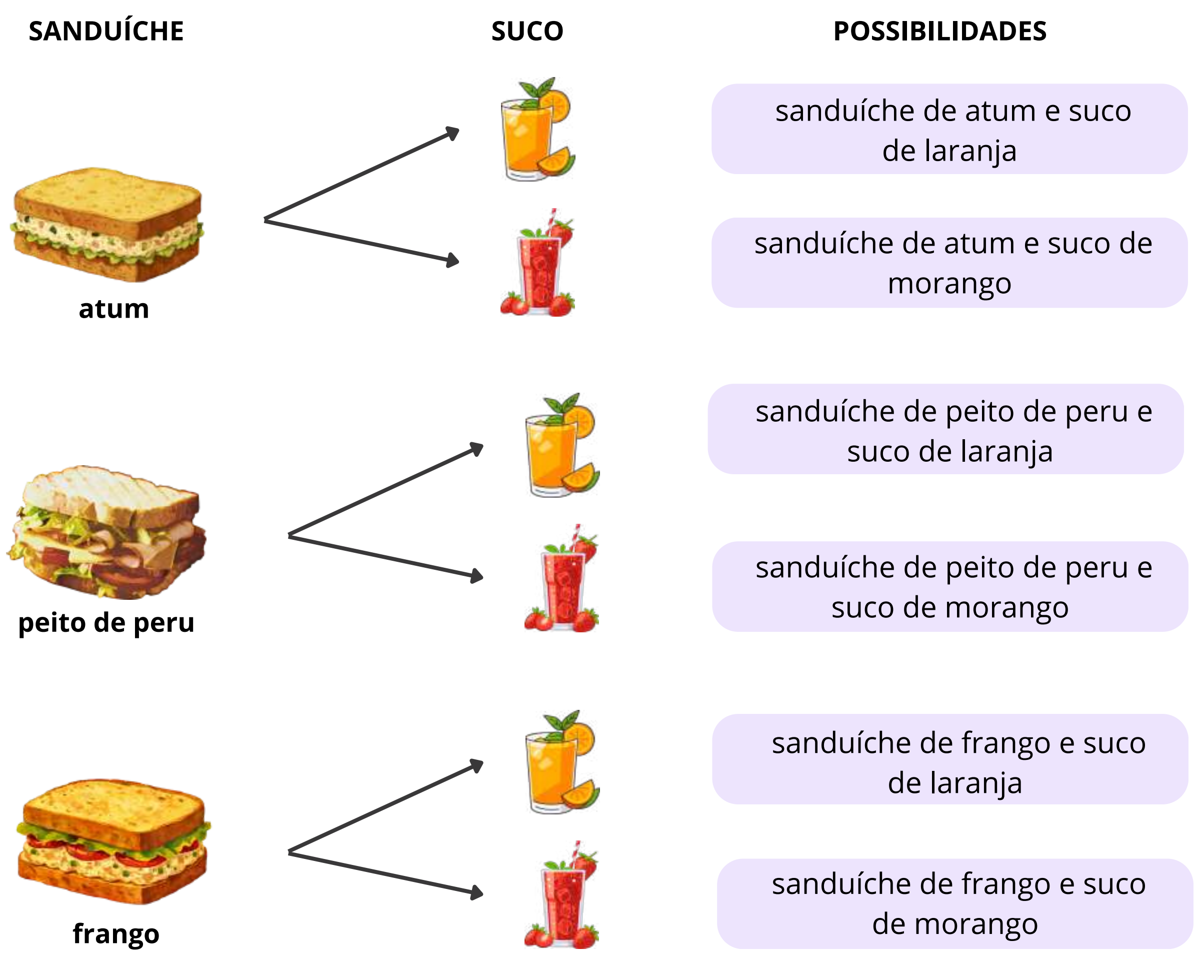




Observe que basta multiplicar 2 por 4 para encontrar o número de opções de vestimenta ($2 \cdot 4 = 8$). O número 2 representa as duas possíveis escolhas de calças, e o número 4, as quatro possíveis escolhas de blusas. Logo, existem 8 possibilidades diferentes para Joana se vestir. Esse tipo de esquema, que leva à resposta de problemas envolvendo um raciocínio multiplicativo, é chamado **árvore das possibilidades**.

- Uma lanchonete oferece 3 tipos de sanduíche (atum, peito de peru e frango) e 2 tipos de suco (morango e laranja). Se Jonas escolher 1 sanduíche e 1 suco do cardápio dessa lanchonete, de quantas maneiras diferentes ele poderá lanchar?

ÁRVORE DE POSSIBILIDADES



Esse resultado também poderia ser obtido **multiplicando** o número de opções de sanduíche pelo número de opções de suco: $3 \cdot 2 = 6$.

suco / sanduíche	Suco de caju	suco de uva
atum	sanduíche de atum e suco de laranja	sanduíche de atum e suco de morango
peito de peru	sanduíche de peito de peru e suco de laranja	sanduíche de peito de peru e suco de morango
frango	sanduíche de frango e suco de laranja	sanduíche de frango e suco de morango

Podemos usar a tabela de possibilidades, ela permite visualizar claramente todas as opções disponíveis e contar facilmente o número total de combinações.

Portanto, Jonas poderá lanchar de **6** maneiras diferentes.

Noção de dobro, triplo e quádruplo

O **dobro** de um número equivale a 2 vezes esse número.
Por exemplo:

O dobro de 10 é

$$2 \cdot 10 = 20$$

que é igual a 20.

O **triplo** de um número equivale a 3 vezes esse número.
Por exemplo:

O triplo de 10 é

$$3 \cdot 10 = 30$$

que é igual a 30.

O **quádruplo** de um número equivale a 4 vezes esse número.
Por exemplo:

O quádruplo de 10 é

$$4 \cdot 10 = 40$$

que é igual a 40.

HABILIDADE DA COMPUTAÇÃO

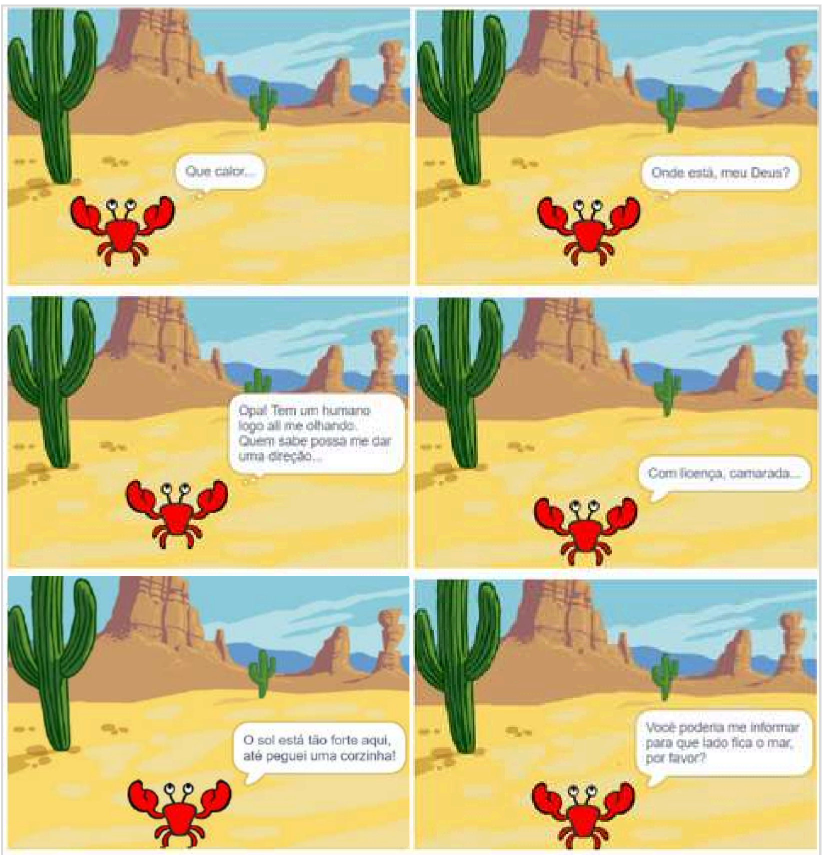
EF06CO03 Descrever com precisão a solução de um problema, construindo o programa que implementa a solução descrita.

PROGRAMAÇÃO EM BLOCOS COM SCRATCH

O *Scratch* (https://scratch.mit.edu/) é uma plataforma de programação visual que funciona como um jogo de montar. Em vez de digitar códigos complexos, você simplesmente arrasta e conecta blocos coloridos, onde cada bloco representa uma ação, um movimento ou uma decisão do programa.

No *Scratch*, podemos inserir **personagens animados**, chamados de atores. Eles podem ser pessoas, animais ou objetos variados, que interagem dentro de **cenários** escolhidos pelo programador: uma praia, uma floresta, uma escola ou até o espaço sideral.

Essa combinação de blocos, atores e cenários torna a programação mais visual e intuitiva, permitindo criar histórias, jogos e animações de maneira criativa. Além disso, podemos usar o *Scratch* para visualizar todas as situações possíveis de um problema, representando de forma animada e interativa o raciocínio matemático — como as combinações de escolhas que aparecem no princípio multiplicativo.



Essa pequena cena mostra como é possível **dar vida a uma história** no Scratch apenas conectando blocos, sem precisar digitar código. Cada comando se encaixa no próximo, formando um grande bloco contínuo, fácil de ler e interpretar. O código em blocos utilizado para criar essa cena é o seguinte:

© 2025 Haroldo Cabral Maya.

Cada linha do código em blocos representa um comando, e cada comando pode ter **parâmetros** que precisam ser preenchidos. Por exemplo, no comando “diga”, você deve informar o que o personagem vai falar e por quanto tempo a mensagem ficará visível antes de passar para o próximo comando.

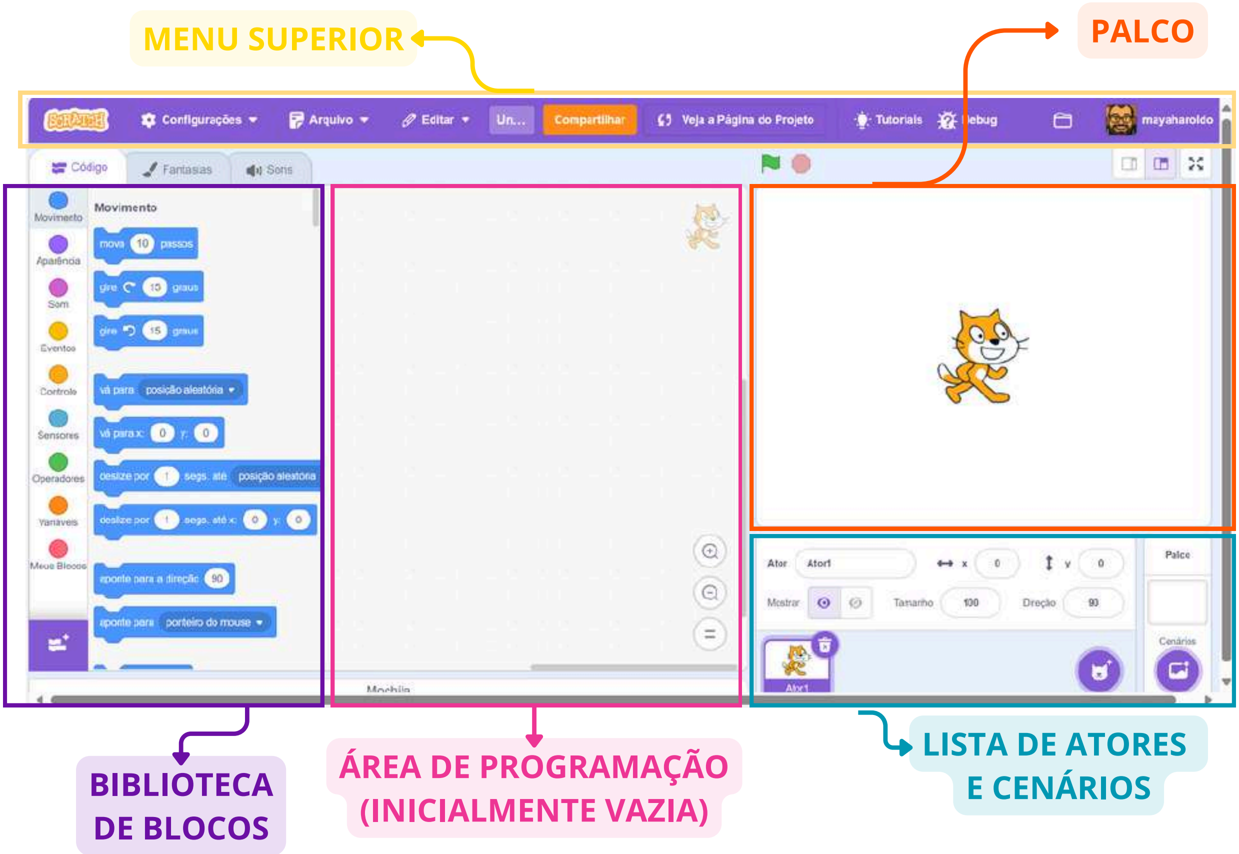
Existem muitos outros comandos no Scratch, cada um com sua função e parâmetros específicos, permitindo criar movimentos, animações, efeitos sonoros, interações e até jogos completos.

VOCÊ SABIA?

O Scratch foi criado em 2007 pelo MIT Media Lab, e hoje é utilizado em mais de 150 países para ensinar programação de forma criativa e divertida.

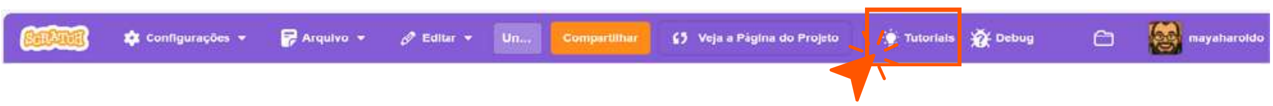
Conhecendo o ambiente Scratch

Ao abrir o Scratch pela primeira vez, você encontra uma tela organizada em diferentes partes. A imagem abaixo divide a interface de desenvolvimento de projetos em **cinco áreas principais: menu superior; palco; área de programação; biblioteca de blocos; lista de atores e cenários.**

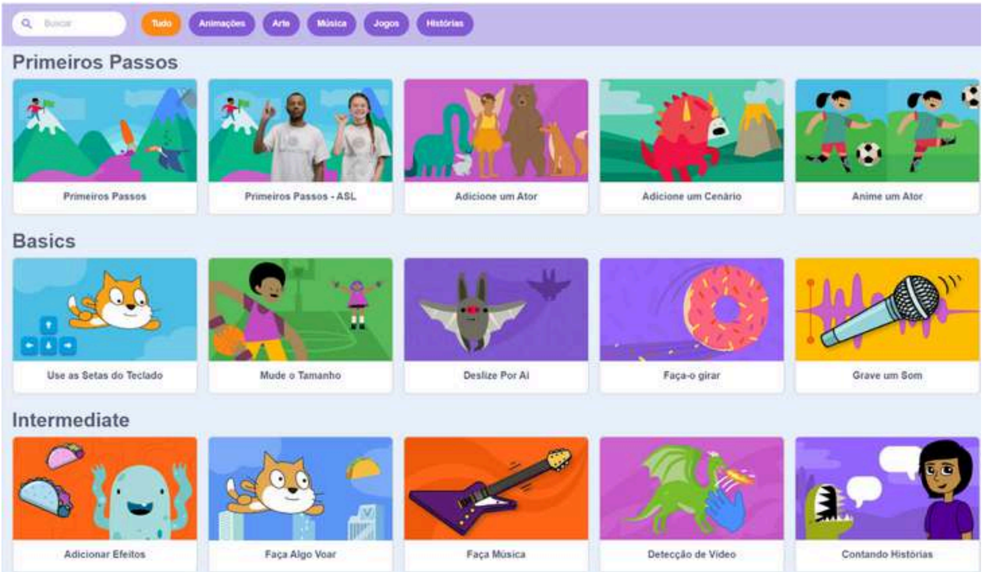


Menu superior

O **menu superior** é a área responsável pelas principais funções de controle do projeto. Ele fica localizado no alto da tela e concentra ferramentas essenciais, como **criar um novo projeto, salvar, abrir trabalhos anteriores e acessar as configurações**. É também nele que encontramos o **menu de tutoriais**, um recurso muito útil para quem está começando ou deseja explorar novos recursos do Scratch.



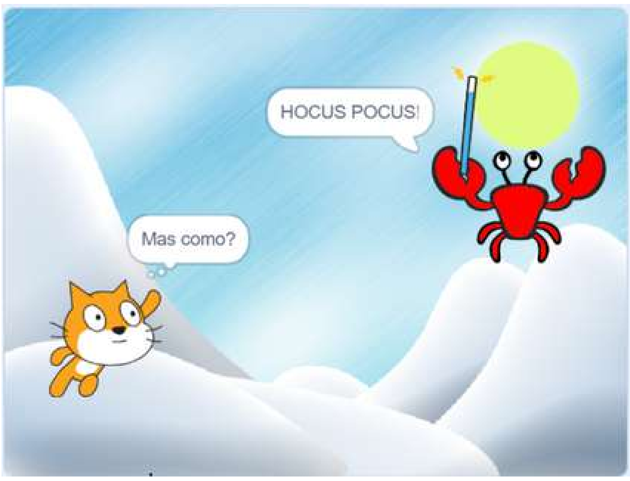
O botão “💡 **Tutoriais**” abre uma galeria de exemplos organizados por temas: animações, jogos, música, histórias e muito mais. Cada tutorial apresenta instruções visuais passo a passo, com blocos prontos para serem arrastados, facilitando o aprendizado de novas funções.



Além dos tutoriais, o menu superior permite **gerenciar arquivos**: é possível salvar o projeto na nuvem (caso o usuário esteja conectado a uma conta do Scratch) ou no próprio computador, garantindo que o trabalho não seja perdido. Também há opções para **renomear o projeto** e **compartilhá-lo online** com a comunidade Scratch, o que possibilita que outras pessoas possam visualizar, comentar e até remixar a criação.

Palco

O **palco** é a área onde o projeto ganha vida. É nele que vemos os atores em ação, dentro do cenário escolhido, executando as instruções que foram programadas. Sempre que um bloco ou sequência de blocos é acionada, o resultado aparece imediatamente no palco, permitindo acompanhar o comportamento dos personagens em tempo real.

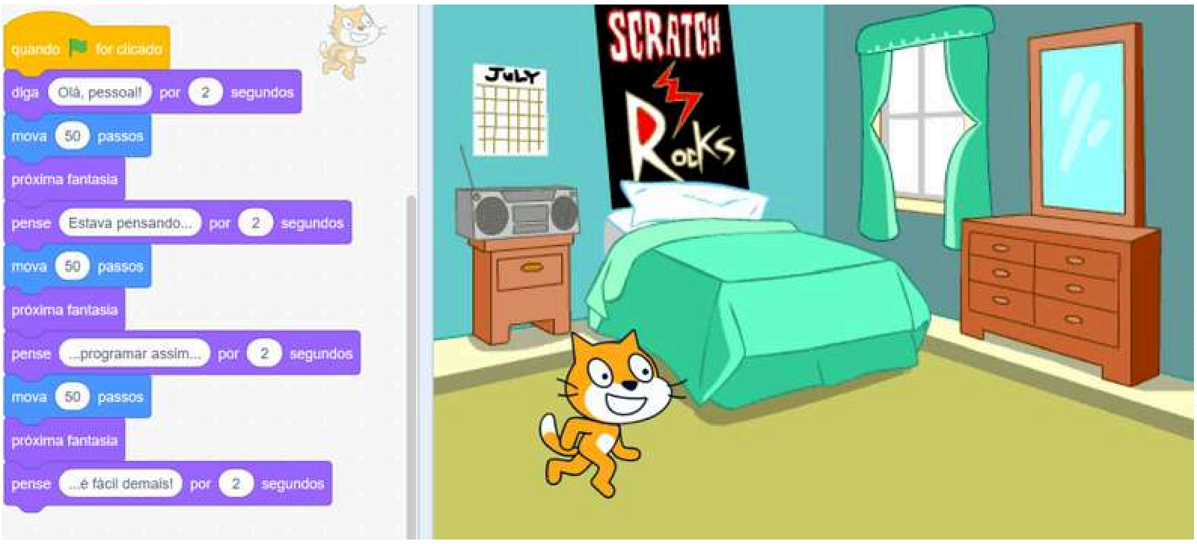


O palco não é apenas uma tela de exibição: ele também é interativo. Podemos clicar diretamente nos atores para selecioná-los, mudar sua posição ou até os redimensionar.

Cada projeto pode ter um ou mais cenários, que funcionam como os "planos de fundo" da história. É possível trocar de cenário durante a execução, criando diferentes ambientes em uma mesma animação. Da mesma forma, cada ator pode aparecer, desaparecer ou mudar de lugar conforme os blocos programados. Existem ainda muitas outras possibilidades de manipulação de cenários e atores no palco, e **para aprender mais sobre esses recursos recomenda-se consultar os tutoriais disponíveis no próprio *Scratch***.

Área de Programação

A **área de programação** é onde construímos o conjunto de instruções que um ator deve seguir. Os blocos são arrastados da biblioteca e encaixados nessa área, formando sequências que representam o algoritmo visual do projeto.



Vejamos as 4 cenas geradas por esse código a seguir.

Cada sequência de blocos é **específica para o ator selecionado**. Isso significa que, se houver mais de um ator no palco, cada um terá o seu **próprio conjunto de blocos**. Dessa forma, é possível programar interações entre diferentes personagens em um mesmo cenário.

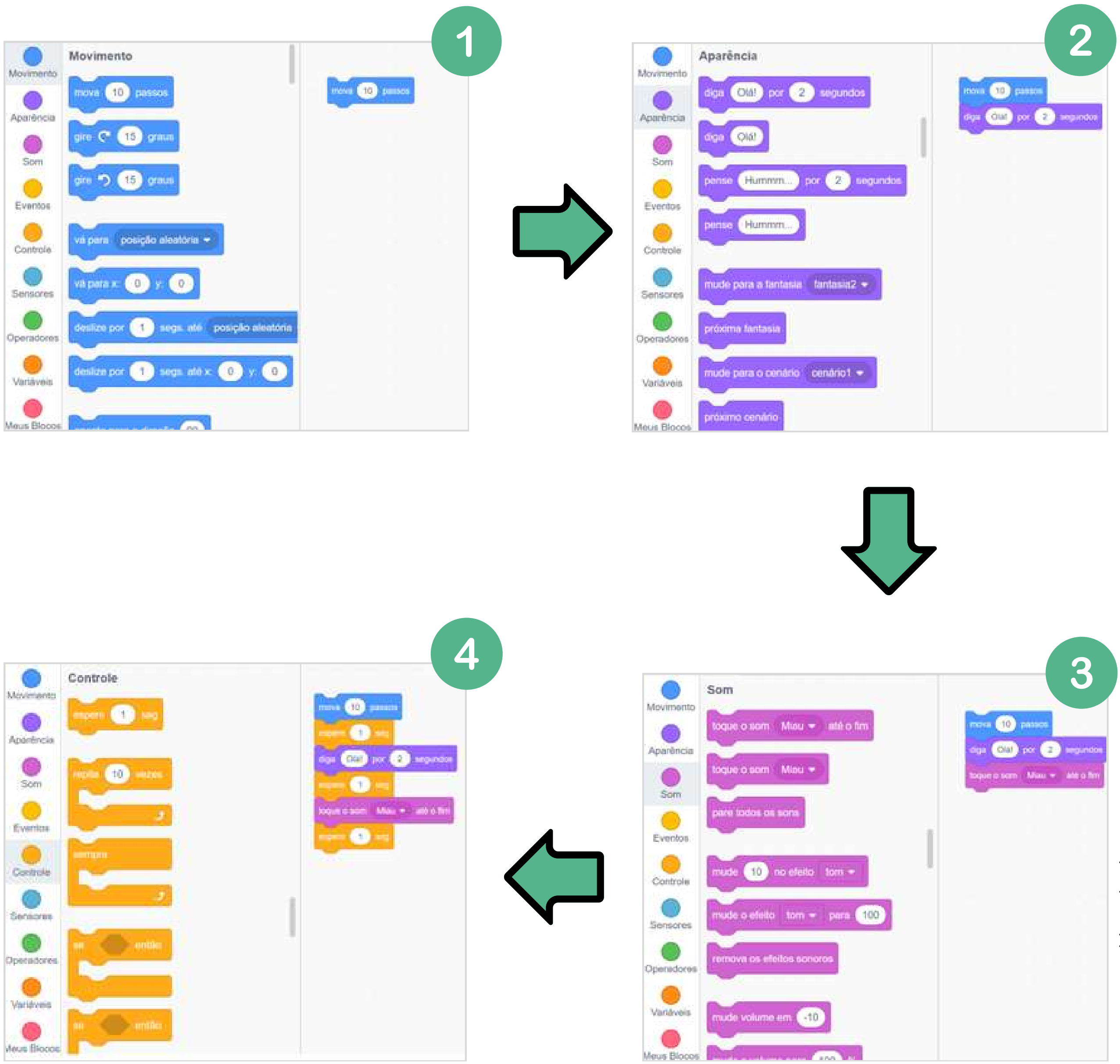
Além disso, podemos **testar imediatamente** uma sequência: basta clicar sobre o bloco inicial, e todos os blocos conectados a ele serão destacados com um contorno. Nesse momento, o ator executa os passos programados, permitindo visualizar o resultado no palco em tempo real.

Biblioteca de Blocos

A biblioteca de blocos reúne todos os comandos que podem ser usados no Scratch, organizados por categorias e identificados por cores. Vejamos alguns exemplos a seguir.

- azul: movimento (andar, girar, deslizar etc.);
- roxo: aparência (falar, mudar de fantasia, desaparecer etc.);
- laranja: controle (esperar, repetir, verificar condições etc.);
- entre outras, como eventos, som, operadores e variáveis.

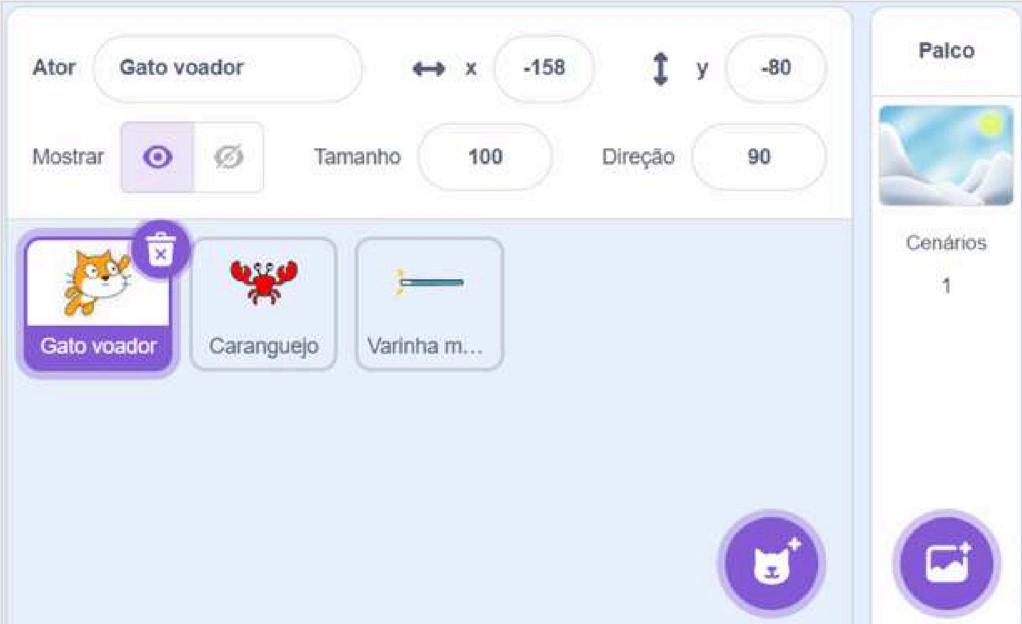
Essa organização ajuda a encontrar rapidamente o tipo de instrução que desejamos aplicar. A partir dela, basta **arrastar o bloco escolhido para a área de programação** e encaixá-lo com os demais para construir o algoritmo do ator, como no exemplo a seguir.



Lista de Atores e Cenários

A **lista de atores e cenários** é o painel onde você gerencia os elementos visuais do seu projeto: quem participa da história (os atores) e onde ela acontece (os cenários). Nessa área, é possível **adicionar, excluir, duplicar, renomear e selecionar atores e cenários** de forma simples.

Nos **atores**, é possível mudar a **posição**, o **tamanho**, a **direção**, o **nome** e até a **aparência**, trocando suas **fantasias** (diferentes versões do mesmo personagem que permitem criar expressões e movimentos). Já os **cenários** funcionam como os planos de fundo da cena e podem ser trocados ou alterados conforme o andamento do projeto, dando dinamismo à história.

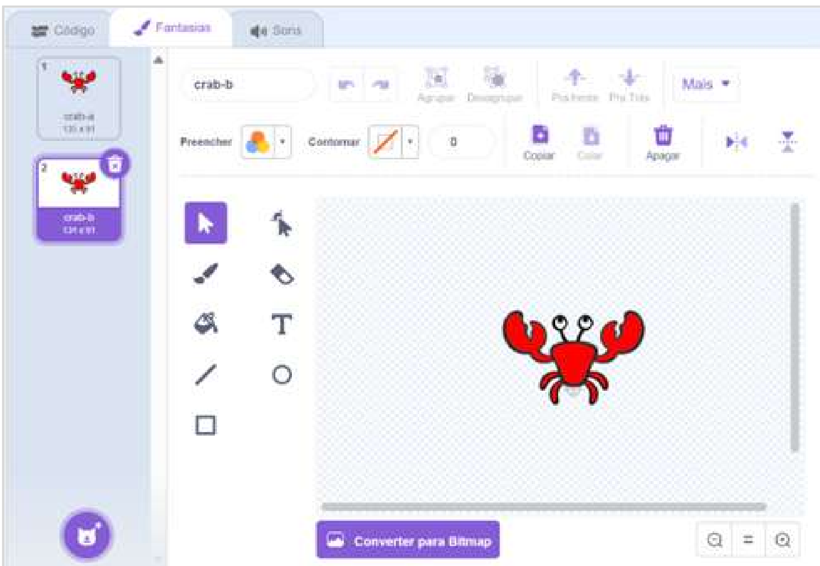


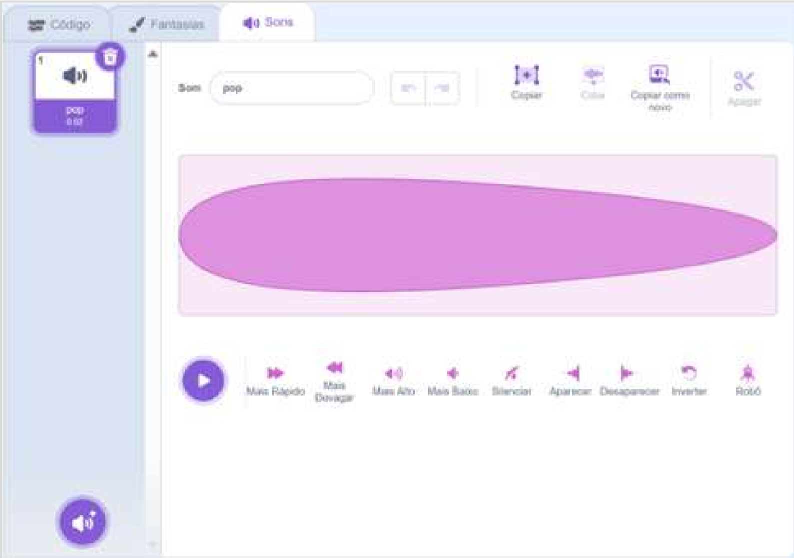
Todas essas modificações podem ser feitas de forma direta, clicando e ajustando na própria interface do *Scratch*. Há também blocos específicos que permitem **controlar essas mudanças por meio da programação**, como mover um ator, alterar seu tamanho ou trocar o cenário durante a execução.

Como há muitas possibilidades de personalização, especialmente na edição de fantasias, sons e nos efeitos de cenário, recomenda-se explorar os **tutoriais do *Scratch*** para aprender gradualmente cada recurso e experimentar novas formas de criar e animar seus projetos.

Outros Recursos

Além das áreas principais, o Scratch oferece uma série de recursos complementares que ampliam as possibilidades de criação. Entre eles, estão a **aba Fantasias**, que permite alterar ou desenhar novas aparências para os atores, e a **aba Sons**, usada para adicionar efeitos sonoros, narrações ou trilhas que deixem o projeto mais envolvente.





Como há muitos recursos disponíveis, não abordaremos todos neste primeiro contato. No entanto, cada um deles pode ser explorado de forma simples e guiada nos **tutoriais do próprio *Scratch*** — sim, aqueles mesmos tutoriais que eu já mencionei algumas (**várias**) vezes! Mas, convenhamos, a insistência é justa: eles realmente são o melhor caminho para descobrir tudo o que o Scratch pode fazer.

HABILIDADE DA COMPUTAÇÃO

EF06CO04 Construir soluções de problemas usando a técnica de decomposição e automatizar tais soluções usando uma linguagem de programação.

Representando o Princípio Multiplicativo no Scratch

Agora que já conhecemos o ambiente do *Scratch* e suas principais áreas, podemos utilizá-lo para **representar de forma visual um exemplo do Princípio Fundamental da Contagem**. Nesse caso, o *Scratch* será usado para **ilustrar concretamente todas as combinações possíveis**, combinando **peças de vestuário** em três categorias: **adereços de cabeça, calçados e vestidos**.

Cada grupo possui várias opções, e o programa permite visualizar cada combinação, alternando os visuais a partir de três variáveis que controlam as fantasias dos atores e evidenciam, de maneira animada, como o Princípio Fundamental da Contagem se manifesta na prática.

© 2025 Haroldo Cabral Maya.

No palco, há um **cenário de um quarto bem arrumado e uma personagem principal: uma menina**, que permanece estática servindo como manequim. **Sobre ela são posicionados três outros atores**, cada um representando uma categoria de vestuário : **adereço de cabeça, calçado e vestido**. Esses atores ficam sobrepostos à personagem e possuem múltiplas fantasias, cada uma correspondente a uma opção possível dentro de sua categoria.

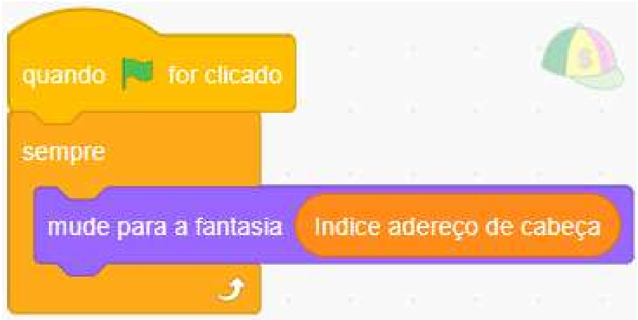
Além disso, é possível visualizar na tela três variáveis: **Índice Adereço de Cabeça, Índice Calçado e Índice Vestido**. Cada uma delas assume valores inteiros que variam, de forma ordenada, de **1 até o número total de fantasias daquela categoria**. Esses valores são utilizados para indicar qual fantasia cada ator deve exibir em determinado momento, permitindo que o programa alterne sistematicamente entre todas as combinações possíveis.

O controle dessa variação é realizado por um código que permanece sempre ativo no cenário (imagem ao lado), responsável por atualizar os valores das variáveis passo a passo, de forma organizada e automática.

Cada ator de vestuário também possui um código próprio, responsável por verificar continuamente o valor da variável associada a ele. Dessa forma, sempre que o cenário atualiza uma das variáveis, o ator correspondente muda automaticamente sua fantasia para aquela indicada pelo novo valor. Essa mecânica garante que as combinações apareçam de forma sincronizada e organizada no palco, exibindo visualmente cada nova possibilidade de roupas conforme o programa avança.

Assim, o *Scratch* se transforma em um painel animado de possibilidades, no qual cada combinação de roupas aparece diante dos nossos olhos, representando um caso diferente e ilustrando, na prática, o Princípio Fundamental da Contagem. Em vez de apenas calcular as combinações com multiplicações, podemos observá-las acontecendo, o que torna o raciocínio muito mais concreto e divertido.

A seguir, você verá algumas imagens dessa execução. E, se quiser explorar por conta própria, basta acessar o QR-Code ou link disponível logo abaixo para assistir ao projeto funcionando ao vivo no *Scratch*.



https://scratch.mit.edu/projects/1233958121

Exercícios Resolvidos

EXERCÍCIO 1. Pedro vai escolher uma bola de sorvete com um tipo de cobertura. As opções de sabores de sorvete são: coco, abacaxi, flocos e creme. As opções de cobertura são: caramelo, chocolate e morango. De quantas maneiras diferentes Pedro poderá montar o sorvete dele?

SOLUÇÃO. Para facilitar a resolução desse problema, vamos organizar os dados em um quadro:

Sabor / Cobertura	Coco	Abacaxi	Flocos	Creme
Caramelo	Sorvete de coco com cobertura de caramelo	Sorvete de abacaxi com cobertura de caramelo	Sorvete de flocos com cobertura de caramelo	Sorvete de creme com cobertura de caramelo
Chocolate	Sorvete de coco com cobertura de chocolate	Sorvete de abacaxi com cobertura de chocolate	Sorvete de flocos com cobertura de chocolate	Sorvete de creme com cobertura de chocolate
Morango	Sorvete de coco com cobertura de morango	Sorvete de abacaxi com cobertura de morango	Sorvete de flocos com cobertura de morango	Sorvete de creme com cobertura de morango

Pelo quadro, temos: 3 + 3 + 3 + 3 = 12 ⟶ 12 maneiras diferentes de montar o sorvete. Como são 4 tipos de sabor de sorvete e 3 tipos de cobertura, calculamos a quantidade de maneiras diferentes de montar o sorvete efetuando o produto de 4 por 3.

$$\overset{\text{tipos de sorvete}}{4} \cdot \underset{\text{tipos de cobertura}}{3} = 12 \longrightarrow \text{Maneiras diferentes de montar o sorvete}$$

Pedro poderá montar seu sorvete de 12 maneiras diferentes. Aqui utilizamos a multiplicação para saber quantas combinações podemos fazer.

EXERCÍCIO 2. Maria é florista. Ela prepara suas mudas de girassol em pequenos vasos. Para atender a uma encomenda, Maria organizou os vasos sobre duas placas retangulares. Na placa 1 os girassóis estão organizados em 3 linhas, com 4 vasos em cada linha, na placa 2 estão organizados em 3 linhas, com 5 vasos em cada linha, conforme mostra a figura abaixo.

Fonte: Imagem produzida com o auxílio de IA.

Quantos vasos de girassol foram vendidos nessa encomenda?

SOLUÇÃO. Calculando o número de vasos sobre cada placa e adicionando os resultados, temos:

$$3 \cdot 4 + 3 \cdot 5 = 12 + 15 = 27$$

Contando como se fosse uma placa única, podemos escrever:

$$3 \cdot (4 + 5) = 3 \cdot 9 = 27$$

Logo, $3 \cdot (4 + 5)$ é o mesmo que $3 \cdot 4 \cdot + 3 \cdot 5$. Portanto, foram vendidos 27 vasos de girassol.

EXERCÍCIO 3. Na banca de frutas de André, 3 maçãs custam R$ 7,00. Matheus vai precisar de 6 maçãs para fazer uma torta. Quanto ele vai gastar na compra das 6 maçãs?

SOLUÇÃO. Podemos resolver da seguinte maneira.

x 2	3 maçãs	→	R$ 7,00	x 2
	7 maçãs	→	R$ 14,00	

Como a quantidade de maçãs dobrou, o preço também dobrou.

Temos aqui uma situação de proporcionalidade relacionada à multiplicação. Logo, Matheus vai gastar R$ 14,00 na compra de 6 maçãs.

EXERCÍCIO 4. Uma máquina produz 26 peças por hora. Quantas peças são produzidas em 12 horas por essa máquina?

SOLUÇÃO. Para resolver essa situação podemos multiplicar 12 por 26. Veja dois algoritmos para resolver essa multiplicação.

$$
\begin{array}{rrrr}
 & 20 & + & 6 \\
\times & 10 & + & 2 \\
\hline
 & & & 12 \\
 & & & 40 \\
 & & & 60 \\
+ & & & 200 \\
\hline
 & & & 312
\end{array}
$$

ou

$$
\begin{array}{rrrr}
 & & 2 & 6 \\
\times & & 1 & 2 \\
\hline
 & & 5 & 2 \\
+ & 2 & 6 & 0 \\
\hline
 & 3 & 1 & 2
\end{array}
$$

São produzidas 312 peças.

PRÁTICAS EXPERIMENTAIS DE *Matemática* PARA O ENSINO FUNDAMENTAL

No ano de 2026, o ensino fundamental anos finais apresenta uma importante novidade para o componente curricular Matemática: as Práticas Experimentais de Matemática, que visam fomentar o processo de ensino e aprendizagem favorecendo o desenvolvimento e a consolidação de habilidades, o pensamento crítico e a compreensão e a aplicação da lógica matemática. Intenciona-se, também, combater o estigma de que a matemática é difícil e inacessível, engajando os estudantes em práticas lúdicas e exequíveis.

Desse modo, as práticas foram elaboradas a partir das habilidades estruturantes de cada ano, por trimestre. No período em que constar o caderno de Práticas Experimentais, o(a) professor(a) deverá destinar **duas aulas** para cada prática proposta no material.

Desejamos um ano letivo de sucesso!

Prática experimental de Matemática 6º ano

Clique aqui

Atividades

ATIVIDADE 1

Efetue as multiplicações a seguir.

a) 634 · 9

b) 2 456 · 56

c) 123 · 654

ATIVIDADE 2

João foi à papelaria e comprou 12 cadernos, sendo que cada um custa R$ 34,00. Para saber quanto irá pagar, ele utilizou a estratégia da decomposição, dividindo o número 12 em partes menores (10 + 2) e multiplicando cada uma separadamente:

$$12 = 10 + 2$$

$$12 \cdot 34 = (10 \cdot 34) + (2 \cdot 34) = 340 + 68 = 408$$

Agora, utilizando a mesma estratégia de decomposição, resolva as multiplicações abaixo:

a) 11 · 54

b) 13 · 60

ATIVIDADE 3

A dengue é uma doença viral transmitida pela picada do mosquito Aedes aegypti. A prevenção envolve principalmente o combate ao mosquito transmissor, eliminando criadouros de água parada. Em um mutirão de combate à dengue, foram recolhidos 125 pneus em cada um dos 18 bairros visitados. Quantos pneus foram recolhidos ao todo durante o mutirão?

ATIVIDADE 4

A Biblioteca Pública do Espírito Santo (BPES) oferece acesso a um vasto acervo literário, além disso também promove projetos como o "Lugares de Ler", que visa democratizar a leitura em territórios vulneráveis do estado.

Disponível em: https://secult.es.gov.br/biblioteca-publica-do-espirito-santo-2. Acesso em: 9 dez. 2024.

Imagine, que a BPES adquiriu 24 novas estantes para ampliar sua capacidade de armazenamento. Cada estante pode acomodar 48 livros.
Quantos livros, no máximo, podem ser armazenados nessas novas estantes?

A) 288.
B) 788.
C) 1 022.
D) 1 152.

ATIVIDADE 5

A peteca é um esporte tradicional brasileiro. Inicialmente, era jogado durante celebrações e atividades recreativas entre os povos indígenas. Com o tempo, o jogo evoluiu e, atualmente, a peteca é praticada de forma competitiva. Nas regras oficiais, a peteca deve ter quatro penas, montadas paralelamente duas a duas. Se em um torneio 29 petecas forem usadas, quantas penas são necessárias para montar todas as petecas?

ATIVIDADE 6

O beiju, produzido por quilombolas na região de Sapê do Norte (ES), ganhou um Selo de Identificação Geográfica (IG) que atesta a procedência do produto. O beiju é produzido a partir da goma e da massa de mandioca, é um saber-fazer que passa de geração a geração, fabricado nos núcleos familiares, sendo considerado uma fonte de renda para os nativos e, principalmente, um símbolo de resistência e reafirmação da identidade.

Disponível em: <https://www.gov.br/inpi/pt-br/central-de-conteudo/noticias/inpi-reconhece-ig-para-o-beiju-de-sape-do-norte-es>. Acesso em: 27 de nov. de 2024.

Suponha que uma família produza, em média, 24 pacotes de beijus por dia, vendendo cada pacote por R$ 12,00. Qual é o valor total que essa família consegue obter diariamente com as vendas?

ATIVIDADE 7

Na multiplicação, temos quatro propriedades importantes: comutativa, distributiva, do elemento neutro e do elemento nulo.

Agora, associe cada sentença abaixo à propriedade correspondente:

(1) $456 \cdot 1 = 456$	( ) Propriedade comutativa.
(2) $7 \cdot 2 = 2 \cdot 7$	( ) Propriedade distributiva.
(3) $0 \cdot 76 = 0$	( ) Propriedade do elemento neutro.
(4) $4 \cdot (3 + 20) = (4 \cdot 3) + (4 \cdot 20)$	( ) Propriedade do elemento nulo.

ATIVIDADE 8

No calor do Espírito Santo as sorveterias são destinos populares para se refrescar. Uma sorveteria local oferece aos clientes a possibilidade de montar sorvetes personalizados, escolhendo uma opção de cada uma das seguintes categorias:

- 2 tipos de base: casquinha ou copo.
- 3 sabores de sorvete: baunilha, chocolate ou morango.
- 3 tipos de calda: chocolate, caramelo ou morango.

Quantas combinações diferentes de sorvete podem ser feitas, escolhendo uma opção de cada categoria?

A) 8.   B) 9.   C) 15.   D) 18.

ATIVIDADE 9

Como parte de uma campanha de conscientização sobre o trânsito no Espírito Santo, estudantes estão criando placas com mensagens educativas. Cada placa pode ser personalizada escolhendo:

- 2 cores diferentes: vermelho ou amarelo.
- 4 formatos: losango, retângulo, círculo ou triângulo.

Quantas placas diferentes podem ser criadas, combinando uma cor e um formato?

ATIVIDADE 10

Um fabricante produz camisetas em diferentes combinações de cores e tamanhos. As camisetas estão disponíveis em três cores: azul, verde e preta. Além disso, há três tamanhos disponíveis: P, M e G. Quantas combinações diferentes de camisetas, considerando cor e tamanho, esse fabricante pode oferecer?

OPERAÇÕES COM NÚMEROS NATURAIS: DIVISÃO

Divisão com números naturais

Dividir é repartir em quantidades iguais ou calcular quantos grupos podem ser formados. O **quociente** é o resultado da divisão. Ele representa quantas vezes o divisor "cabe" dentro do dividendo.

- Marcos tem 28 atividades para resolver em 4 dias antes da volta às aulas. Quantas atividades ele deve resolver por dia sabendo que fará a mesma quantidade em cada um deles?

Podemos representar a divisão que resolve esse problema no algoritmo usual:

$$\begin{array}{rr|ll} \text{dividendo} \leftarrow & 2\quad 8 & 4 & \rightarrow \text{divisor} \\ \cline{3-3} \text{resto} \leftarrow & 0 & 7 & \rightarrow \text{quociente} \end{array}$$

$$\underset{\text{dividendo}}{28} \div \overset{\text{divisor}}{4} = \underset{\text{quociente}}{7}, \text{ pois } 7 \cdot 4 = 28$$

Logo, Marcos deve resolver 7 atividades por dia.
A divisão desse problema tem resto 0, portanto é uma **divisão exata**.

> A palavra quociente deriva da língua latina e significa “quantas vezes”. Por exemplo, a divisão $32 \div 8$ é uma maneira de saber quantas vezes 8 cabe em 32.

1ª ideia associada a divisão: repartir igualmente

Quando dividimos algo, estamos basicamente buscando garantir que todos os participantes recebam a mesma quantidade ou porção, o que implica uma divisão justa.

Cesan tem 92 estações de tratamento de águas residuais, que no total tratam 3 312 litros de água por segundo. Quantos litros de águas residuais, são tratados por segundo por cada uma das 92 estações?

Precisamos efetuar a divisão:

$$
\begin{array}{rcccc|cc}
 & \text{Um} & \text{C} & \text{D} & \text{U} & & \\
\text{dividendo} \leftarrow & 3 & 3 & 1 & 2 & 9 & 2 \rightarrow \text{divisor} \\
\cline{6-7}
- & 2 & 7 & 6 & & 3 & 6 \rightarrow \text{quociente} \\
\cline{1-4}
 & 0 & 5 & 5 & 2 & \text{D} & \text{U} \\
 & - & 5 & 5 & 2 & & \\
\cline{3-5}
\text{resto} \leftarrow & & 0 & 0 & 0 & &
\end{array}
$$

$$\underset{\text{dividendo}}{3\ 312} \div \overset{\text{divisor}}{92} = \underset{\text{quociente}}{36}$$

Para verificar se a divisão está correta, basta ver se $92 \cdot 36$ é igual a 3 312. De fato, $92 \cdot 36 = 3\ 312$ e a divisão está correta. Logo, serão tratados 36 litros de água por segundo em cada uma das 92 estações.

2ª ideia associada à divisão: "medida" ou quantas vezes uma quantidade cabe em outra

A segunda ideia associada à divisão, "medida" ou quantas vezes uma quantidade cabe em outra, refere-se à operação de divisão no sentido de descobrir quantas vezes um número (dividendo) pode ser repetidamente subtraído.

Algoritmos da divisão

Algoritmo usual

Acompanhe como podemos dividir 1 435 por 7 usando o algoritmo usual da divisão. Note que, decompondo 1 435, temos: 1 435 = 1 000 + 400 + 30 + 5 ⟶ 1 unidade de milhar + 4 centenas + 3 dezenas + 5 unidades.

- Devemos calcular quantas vezes 7 cabe em cada ordem, da maior para a menor. Dividindo 1 unidade de milhar por 7, obtemos 0 unidade de milhar, pois 7 cabe zero vezes em 1, e resta 1 unidade de milhar, que é o mesmo que 10 centenas.

$$
\begin{array}{rcccc|c}
 & \text{M} & & & & \\
 & 1 & 4 & 3 & 5 & 7 \\
\cline{6-6}
- & 0 & & & & 0 \\
\cline{1-2}
 & 1 & & & & \text{M}
\end{array}
$$

- As 10 centenas restantes acrescentadas às 4 centenas do dividendo somam 14 centenas, que, divididas por 7, resultam em 2 centenas e resto zero.

$$\begin{array}{cccccl}
 & \text{M} & \text{C} & & & \\
 & 1 & 4 & 3 & 5 & \multicolumn{1}{|l}{7} \\ \cline{6-6}
- & 0 & & & & 0\,2 \\ \cline{1-2}
 & 1 & 4 & & & \text{M C} \\
- & 1 & 4 & & & \\ \cline{1-3}
 & & 0 & & &
\end{array}$$

- Agora, dividindo 3 dezenas, do dividendo, por 7, obtemos 0 dezena, pois 7 cabe zero vezes em 3, e restam 3 dezenas, que é o mesmo que 30 unidades.

$$\begin{array}{cccccl}
 & \text{M} & \text{C} & \text{D} & & \\
 & 1 & 4 & 3 & 5 & \multicolumn{1}{|l}{7} \\ \cline{6-6}
- & 0 & & & & 0\,2\,0 \\ \cline{1-2}
 & 1 & 4 & & & \text{M C D} \\
- & 1 & 4 & & & \\ \cline{1-3}
 & & 0 & 3 & & \\
 & & - & 0 & & \\ \cline{3-4}
 & & 0 & 3 & &
\end{array}$$

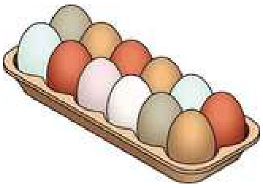
- As 30 unidades acrescentadas às 5 unidades do dividendo somam 35 unidades, que, divididas por 7, resultam em 5 unidades e resto zero.

$$\begin{array}{cccccl}
 & \text{M} & \text{C} & \text{D} & \text{U} & \\
 & 1 & 4 & 3 & 5 & \multicolumn{1}{|l}{7} \\ \cline{6-6}
- & 0 & & & & 0\,2\,0\,5 \\ \cline{1-2}
 & 1 & 4 & & & \text{M C D U} \\
- & 1 & 4 & & & \\ \cline{1-3}
 & & 0 & 3 & & \\
 & & - & 0 & & \\ \cline{3-4}
 & & 0 & 3 & 5 & \\
 & & - & 3 & 5 & \\ \cline{3-5}
 & & & & 0 &
\end{array}$$

Assim: $1\ 435 \div 7 = 205$

Note que, como 0205 é igual a 205, poderíamos ter "economizado" a 1ª etapa e iniciado pela divisão de 14 centenas por 7.

- **Outro exemplo:** em uma granja, os ovos são organizados em caixas, sendo que cada caixa comporta uma dúzia de ovos, ou seja 12 ovos. Quantas caixas serão necessárias para embalar 195 ovos? Para isso, precisamos calcular quantos grupos de 12 ovos cabem em 195, ou seja, devemos realizar a divisão: 195 ÷ 12.



$$\begin{array}{ccc|cc} \textbf{C} & \textbf{D} & \textbf{U} & & \\ 1 & 9 & 5 & 1 & 2 \\ \cline{4-5} & & & 0 & \\ & & & \textbf{C} & \end{array}$$

Trocamos 1 centena por 10 dezenas, e, com as 9 dezenas que já tínhamos, passamos a ter 19 dezenas.

$$\begin{array}{cccc|cc} & \textbf{C} & \textbf{D} & \textbf{U} & & \\ & 1 & 9 & 5 & 1 & 2 \\ \cline{5-6} - & 1 & 2 & & 0 & 1 \\ \cline{1-3} & & 7 & & \textbf{C} & \textbf{D} \end{array}$$

Dividimos 19 dezenas por 12, resultando em 1 dezena e restando 7 dezenas.

$$\begin{array}{cccc|cc} & \textbf{C} & \textbf{D} & \textbf{U} & & \\ & 1 & 9 & 5 & 1 & 2 \\ \cline{5-6} - & 1 & 2 & & 0 & 1 \\ \cline{1-3} & & 7 & 5 & \textbf{C} & \textbf{D} \end{array}$$

Trocamos 7 dezenas por 70 unidades. Com as 5 unidades que já tínhamos, passamos a ter 75 unidades para dividir em 12 partes iguais.

$$\begin{array}{ccccc|ccc} & & \textbf{C} & \textbf{D} & \textbf{U} & & & \\ \text{dividendo} \leftarrow & & 1 & 9 & 5 & 1 & 2 & \rightarrow \text{divisor} \\ \cline{6-8} & - & 1 & 2 & & 0 & 1 & 6 \rightarrow \text{quociente} \\ \cline{2-4} & & & 7 & 5 & \textbf{C} & \textbf{D} & \textbf{U} \\ & & - & 7 & 2 & & & \\ \cline{3-5} & & & 0 & 3 \rightarrow \text{resto} & & & \end{array}$$

Dividimos 75 unidades por 12. Dá 6 unidades e restam 3 unidades.

Essa é uma **divisão não exata**, pois o resto é diferente de 0. Logo, $195 \div 12 = 16$ e resto 3.

Para verificar se a divisão está correta, basta fazer: $16 \cdot 12 = 192$ e $192 + 3 = 195$.

$$\text{quociente} \cdot \text{divisor} + \text{resto} = \text{dividendo}$$

$$\mathrm{q} \cdot \mathrm{d} + \mathrm{r} = \mathrm{D}$$

$$\begin{array}{c|c} \textbf{D} & \textbf{d} \\ \hline \textbf{r} & \textbf{q} \end{array}$$

Relação Fundamental da Divisão

Em qualquer divisão, o dividendo é igual ao quociente multiplicado pelo divisor mais o resto. Essa relação é chamada de relação fundamental da divisão:

$$\text{dividendo} = \text{divisor} \cdot \text{quociente} + \text{resto}$$

Considere as divisões indicadas a seguir.

a) $48 \div 3$

$$\begin{array}{rr|ll} 4 & 8 & 3 & \\ \cline{3-4} 1 & 8 & 1 & 6 \\ & 0 & & \end{array}$$

Observe: $48 = 3 \cdot 16 + 0$

resto
quociente
divisor
dividendo

b) $50 \div 3$

$$\begin{array}{rr|ll} 5 & 0 & 3 & \\ \cline{3-4} 2 & 0 & 1 & 6 \\ & 2 & & \end{array}$$

Observe: $50 = 3 \cdot 16 + 2$

resto
quociente
divisor
dividendo

Considere, agora, a seguinte questão:

• Em uma divisão não exata, o divisor é 7, o quociente é 13, e o resto é 5. Precisamos determinar o dividendo. Chamando o dividendo de n, teremos:

$$\begin{array}{r|ll} \text{n} & 7 & \\ \cline{2-3} 5 & 1 & 3 \end{array} \quad \begin{aligned} n &= 7 \cdot 13 + 5 \\ n &= 91 + 5 \\ n &= 96 \end{aligned}$$

O dividendo procurado é 96.

Algoritmo da divisão por estimativas

Observe como podemos usar o algoritmo da divisão por estimativas.

Podemos fazer uma estimativa de 1 435 dividido por 7: aproximando 1 435 para 1 400. Fazendo mentalmente a divisão $1\ 400 \div 7 = 200$, encontramos 200 como quociente. Subtraindo 1 400 de 1 435, obteremos o resto 35.

$$\begin{array}{rrrrr|rrr} & 1 & 4 & 3 & 5 & 7 & & \\ \cline{6-8} - & 1 & 4 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ \cline{1-5} & & & 3 & 5 & & & \end{array}$$

Agora, dividimos 35 por 7. Essa divisão (que também pode ser feita mentalmente) tem 5 como quociente e resto zero.

$$\begin{array}{rrrrr|rrr} & 1 & 4 & 3 & 5 & 7 & & \\ \cline{6-8} - & 1 & 4 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ \cline{1-5} & & & 3 & 5 & & & 5 \\ & & - & 3 & 5 & & & \\ \cline{3-5} & & & & 0 & & & \end{array}$$

O quociente da divisão $1\,435 \div 7$ é o resultado da adição de 200 com 5:

$$\begin{array}{rrrrr|rrr} & 1 & 4 & 3 & 5 & 7 & & \\ \cline{6-8} - & 1 & 4 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ \cline{1-5} & & & 3 & 5 & + & & 5 \\ \cline{6-8} & & - & 3 & 5 & 2 & 0 & 5 \\ \cline{3-5} & & & & 0 & & & \end{array}$$

Em cada etapa da divisão estimamos uma parte do quociente.

Essa divisão pode ser feita em mais ou menos etapas, dependendo das estimativas feitas para a resolução. Observe outros modos de dividir 1 435 por 7 pelo algoritmo da divisão por estimativas.

$$\begin{array}{rrrrrr|rrr} & 1 & 4 & 3 & 5 & & 7 & & \\ \cline{7-9} - & & 7 & 0 & 0 & & 1 & 0 & 0 \\ \cline{1-5} & & 7 & 3 & 5 & & 1 & 0 & 0 \\ & - & 7 & 0 & 0 & + & & & 5 \\ \cline{1-5} \cline{7-9} & & & 3 & 5 & & 2 & 0 & 5 \\ & & - & 3 & 5 & & & & \\ \cline{3-5} & & & & 0 & & & & \end{array}$$

$$\begin{array}{rrrrr|rrr} & 1 & 4 & 3 & 5 & 7 & & \\ \cline{6-8} - & 1 & 4 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ \cline{1-5} & & & 3 & 5 & & & 2 \\ & - & & 1 & 4 & & & 2 \\ \cline{2-5} & & & 2 & 1 & + & & 1 \\ \cline{6-8} & & - & 1 & 4 & 2 & 0 & 5 \\ \cline{3-5} & & & & 7 & & & \\ & & & - & 7 & & & \\ \cline{4-5} & & & & 0 & & & \end{array}$$

Seja com o algoritmo usual, seja com o algoritmo por estimativas, o quociente da divisão é o mesmo. As divisões podem ser efetuadas por qualquer um dos processos.

Dividindo mentalmente

Decompor um número separando no dividendo as centenas das dezenas ajuda no cálculo mental de divisões. Como exemplo, vamos efetuar $236 \div 4$.

- Para facilitar, separamos 236 em duas parcelas:

236 = 200 + 36

- Dividimos as parcelas por 4 e somamos os resultados:

$200 \div 4 = 50$ e $36 \div 4 = 9$ ⟶ $50 + 9 = 59$

- Portanto: $236 \div 4 = 59$

Podemos indicar esses cálculos da seguinte forma:

$$236 \div 4 = (200 + 36) \div 4 = (200 \div 4) + (36 \div 4) = 50 + 9 = 59$$

Outro modo de calcular mentalmente o quociente é decompondo o divisor em fatores.

Por exemplo, para efetuar a divisão de 90 por 6, o número 6 pode ser decomposto da seguinte maneira: $6 = 2 \cdot 3$.

Para dividir 90 por 6, dividimos 90 por um desses fatores e, depois, dividimos o resultado obtido pelo outro fator:

$90 \div 2 = 45$ e $45 \div 3 = 15$

Então: $90 \div 6 = 90 \div (2 \cdot 3) = (90 \div 2) \div 3 = 45 \div 3 = 15$

Propriedades da Divisão

- Nem sempre é possível a divisão de um número natural por outro número natural.

$$\begin{array}{r|l} 5 & 0 \\ \hline \end{array}$$

Não existe número que multiplicado por 0 dê 5. Logo, não existe divisão por zero.

- Nem sempre a divisão de um número natural não nulo por outro número natural não nulo resulta em um número natural. Em casos como esse dizemos que a divisão não é exata.

$$\begin{array}{r|l} 5 & 0 \\ \hline 1 & 2 \end{array}$$

No conjunto dos números naturais, **não existe** um número que multiplicado por 2 dê 5.

- Quando o dividendo é 0 e o divisor é um número natural diferente de 0, o quociente é 0.

$$\begin{array}{r|l} 0 & 5 \\ \cline{2-2} 0 & 0 \end{array}$$

Qual é o número que multiplicado por 5 dá zero? É o próprio zero.

- Quando o **dividendo** e o **divisor** são números naturais iguais e não nulos, o quociente é 1.

$$\begin{array}{r|l} 5 & 5 \\ \cline{2-2} 0 & 1 \end{array}$$

Se o divisor e o dividendo forem números iguais e diferentes de zero, o quociente sempre será o número um.

- O resto de uma divisão entre dois números naturais **sempre é menor que o divisor**.

$$\begin{array}{r|l} 29 & 3 \\ \cline{2-2} 2 & 9 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 70 & 14 \\ \cline{2-2} 0 & 5 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 13 & 15 \\ \cline{2-2} 13 & 0 \end{array}$$

$2 < 3$ $\qquad$ $0 < 14$ $\qquad$ $13 < 15$

HABILIDADE DA COMPUTAÇÃO

EF06CO06 Comparar diferentes casos particulares (instâncias) de um mesmo problema, identificando as semelhanças e diferenças entre eles, e criar um algoritmo para resolver todos, fazendo uso de variáveis (parâmetros) para permitir o tratamento de todos os casos de forma genérica.

Múltiplo e divisor de um número

Você já sabe que uma divisão é **exata** quando deixa resto igual a zero.

$$\begin{array}{r|l} 7 & 2 \\ \cline{2-2} -\,6 & 3 \\ \hline 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ \cline{2-2} -\,8 & 4 \\ \hline 0 & \end{array}$$

Deixou resto 1. A divisão **não** é exata.

Deixou resto igual zero. A divisão **é** exata.

Quando temos uma divisão que deixa resto igual a zero, fazemos algumas relações entre o número que divide e o número que está sendo dividido, ou seja, com o divisor e com o dividendo.

dividendo — divisor

$$\begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ \cline{2-2} -\ 8 & 4 \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

No exemplo anterior, estabelecemos que 2 é **divisor** de 8, o que implica que 8 é **divisível** por 2. O número 2 é considerado divisor porque a divisão de 8 por 2 é exata, ou seja, apresenta resto zero.

Vale notar que a ideia de divisibilidade está diretamente ligada à de múltiplo. Dizer que 8 é divisível por 2 é o mesmo que dizer que 8 é múltiplo de 2.

Como determinar que um número é divisor de outro?

Uma forma de determinar se um número é divisor de outro é fazendo a conta de divisão e verificando se vai deixar resto igual a zero.

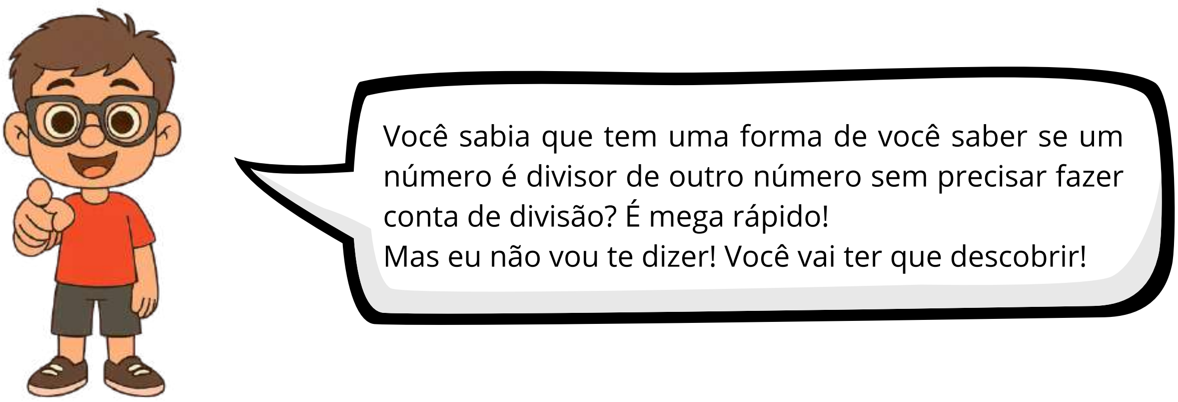
$$\begin{array}{r|l} 7 & 2 \\ \cline{2-2} -\ 6 & 3 \\ \cline{1-1} 1 & \end{array}$$

Deixou resto 1.
2 **não** é divisor de 7.

$$\begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ \cline{2-2} -\ 8 & 4 \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Deixou resto igual a zero.
2 **é** divisor de 8.

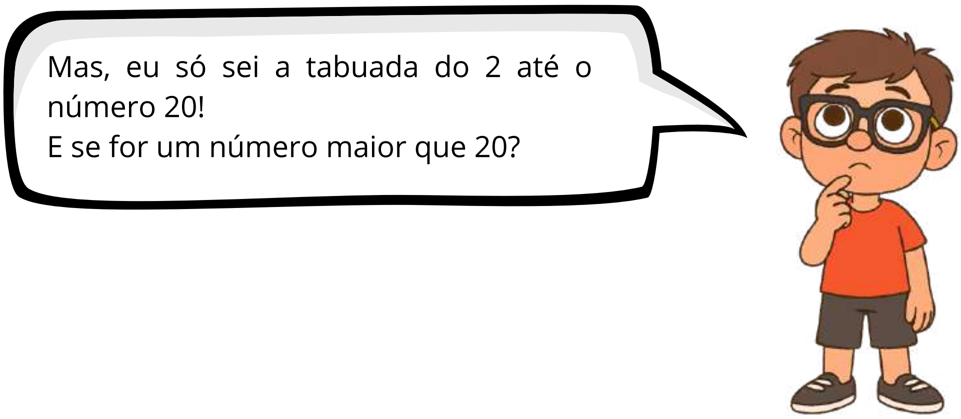
Carlos E M Pires, Matematicarlos



Vamos começar com os números divisíveis por 2.

Uma forma de determinar se um número é divisível por 2 é conferir se esse número está na tabuada do próprio 2.
Exemplos:

- 4 é divisível por 2 porque 4 está na tabuada do 2 (2x2).
- 7 não é divisível por 2, porque 7 não está na tabuada do 2.
- 18 é divisível por 2 porque 18 está na tabuada do 2 (2x9).



Quando o número a ser verificado for muito grande, uma forma de determinar se é divisível por 2 é fazendo a conta de divisão e verificando se deixa resto igual a zero.

Faça as contas abaixo e observe as que deixam resto igual zero.

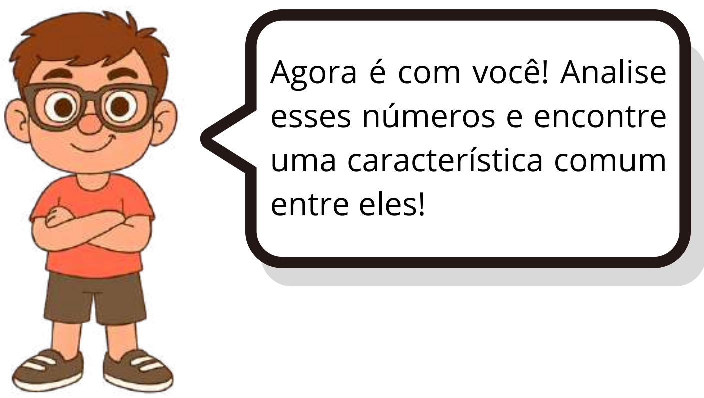
a) 142 ÷ 2
b) 718 ÷ 2
c) 427 ÷ 2
d) 1 453 ÷ 2

e) 13 570 ÷ 2
f) 6 954 ÷ 2
g) 211 ÷ 2
h) 1 796 ÷ 2

Anote os números que foram divididos por 2 (os dividendos) e deixaram resto igual a zero.

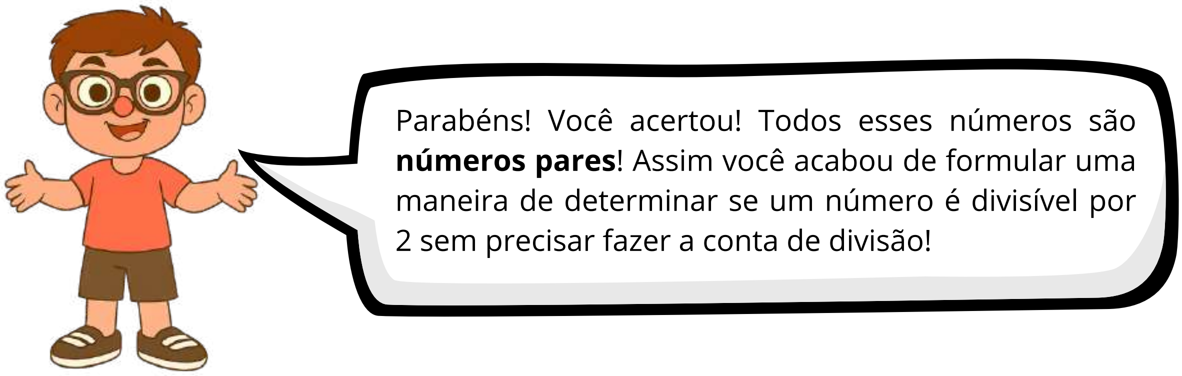
....

....



Carlos E M Pires, Matematicarlos

Carlos E M Pires, Matematicarlos



Essa maneira de determinar se um número é divisível por 2 é conhecida como **critério de divisibilidade**.

Critério de divisibilidade por 2

Um número natural é divisível por 2 somente quando é par.

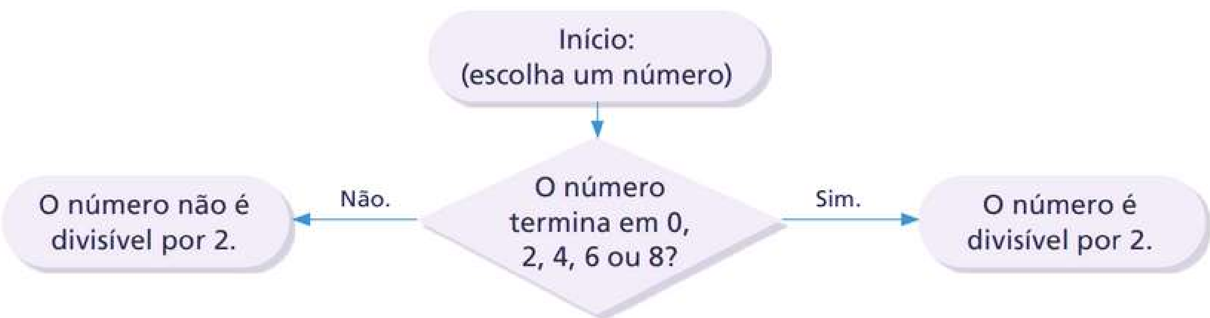
Observe os números pares:

0, **2**, **4**, **6**, **8**,
1**0**, 1**2**, 1**4**, 1**6**, 1**8**,
2**0**, 2**2**, 2**4**, 2**6**, 2**8**,
3**0**, 3**2**, 3**4**, 3**6**, 3**8**,
4**0**, 4**2**, 4**4**, 4**6**, 4**8**, ...

Perceba que os números pares sempre terminam com 0, 2, 4, 6 ou 8. Portanto, não importa quantos algarismos tenha um número, basta olhar para a unidade e verificar se é algum desses números para ser par.

Exemplo: 1 753 571 99**4**
O número acima tem vários algarismos, mas olhando apenas para a unidade, percebemos que é um número par porque tem 4 na unidade.

Observe como podemos representar o critério de divisibilidade por 2 por meio de um fluxograma.



Critério de divisibilidade por 5

Um número é divisível por 5 se, ao dividir esse número pelo próprio 5 deixar resto igual a zero. No entanto, assim como percebemos um critério de divisibilidade por 2 (são todos números pares), podemos definir um critério de divisibilidade por 5 também.

Agora é com você! Tente fazer uma investigação nos múltiplos de 5 para descobrir uma forma de determinar os números divisíveis por 5.

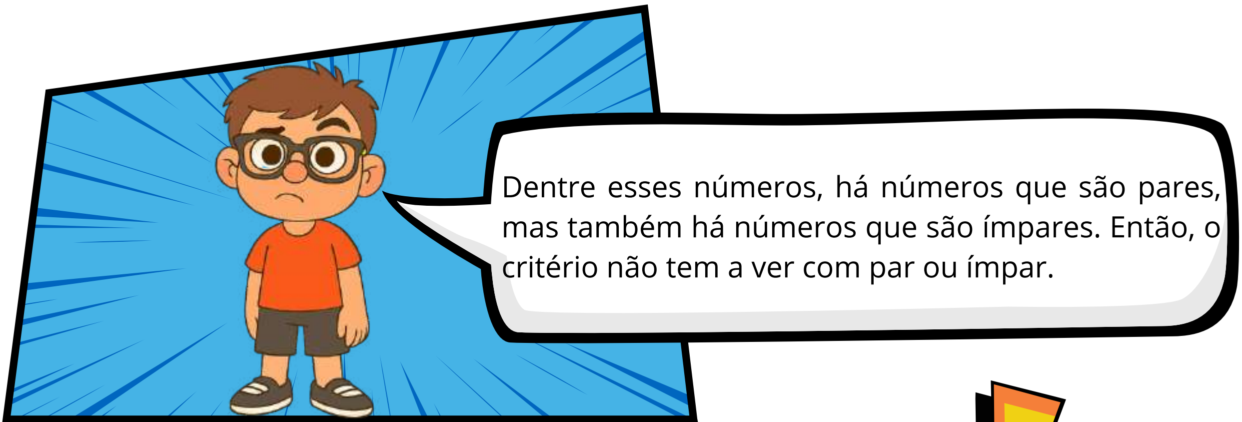
Carlos E M Pires, Matematicarlos

Escreva os 20 primeiros múltiplos de 5 e analise esses números. Tente achar uma característica comum entre esses números.

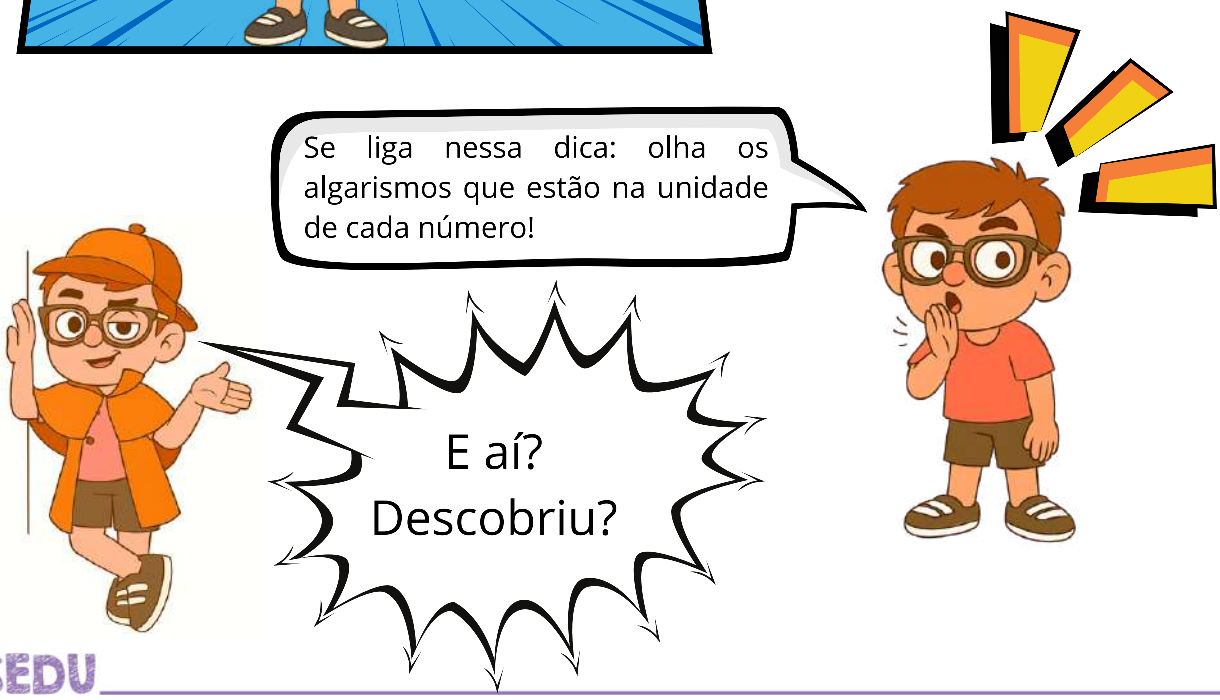
....

....

....



Carlos E M Pires, Matematicarlos



Carlos E M Pires, Matematicarlos

Carlos E M Pires, Matematicarlos

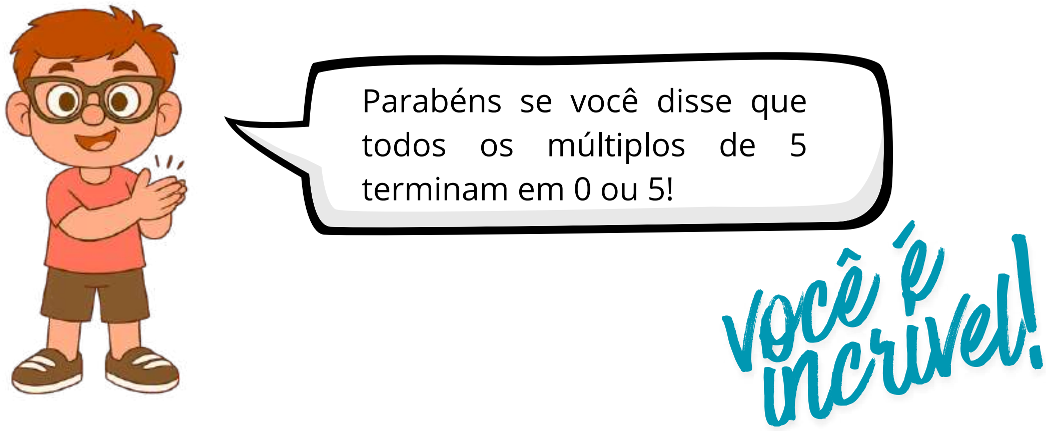
Escreva o que você descobriu ao analisar os vinte primeiros múltiplos de 5.

....

....

....

Carlos E M Pires, Matematicarlos

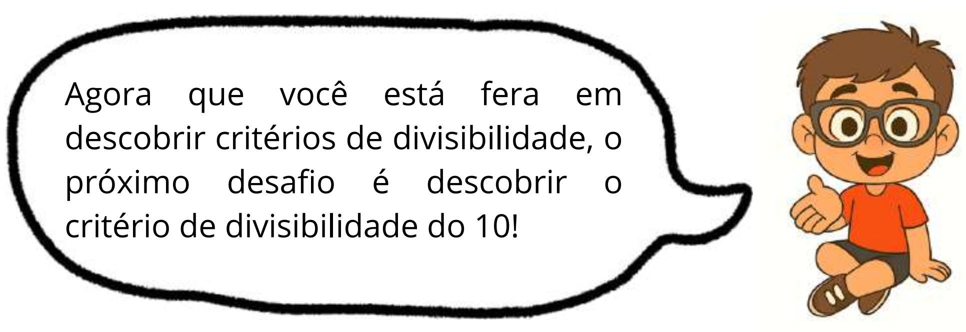


Um número natural é divisível por 5 somente se o algarismo da unidade é zero ou cinco!

Exemplos:

- 145 é divisível por 5 porque termina em 5.
- 2 150 é divisível por 5 porque termina em 0.
- 20 007 não é divisível por 5 porque não termina em 0 ou 5.

Critério de divisibilidade por 10



Carlos E M Pires, Matematicarlos

Escreva os 10 primeiros múltiplos de 10 e analise esses números encontrando uma característica comum.

....

....

Escreva abaixo o que você percebeu estabelecendo um critério de divisibilidade do 10.

....

....

....

Pensamento Computacional

Encontrar soluções usando a criatividade ou por meio da abstração de processos contribui para o desenvolvimento do pensamento computacional. Portanto, você estava desenvolvendo o seu pensamento computacional ao definir que os números divisíveis por 2 são sempre pares.

Todos os critérios de divisibilidade podem ser estabelecidos por meio de um passo a passo, ou seja, de um algoritmo, o que favorece o pensamento computacional. Esses algoritmos, em alguns momentos, são expressos por meio de um fluxograma, como foi o caso do critério de divisibilidade por 2 que acabamos de ver. Podemos, ainda, explorar o fluxograma que apresenta o critério de divisibilidade e, utilizando uma linguagem que facilite a compreensão, elaborar uma sequência de procedimentos necessários para verificar se um número natural é par. Depois, construir um novo fluxograma com essas informações.

Observe essa situação-problema:
A professora pediu que os alunos criassem um programa simples para identificar se um número é divisível por 2. João quer entender como fazer isso sem usar um computador. Ele decide usar pensamento computacional para resolver o problema.

Etapas do Pensamento Computacional:

1. Decomposição

João divide o problema em partes menores.

- O que significa ser divisível por 2?
- Como identificar isso em um número?
- Existe um padrão que ele pode usar?

2. Reconhecimento de padrões

João observa vários números:

- 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14...
- Todos terminam em 0, 2, 4, 6 ou 8
- Ele percebe que todo número que termina em um número par é divisível por 2.

3. Abstração

João ignora os detalhes dos números e foca apenas no último algarismo. Ele cria uma regra: "Se o último algarismo for 0, 2, 4, 6 ou 8, o número é divisível por 2."

4. Algoritmo

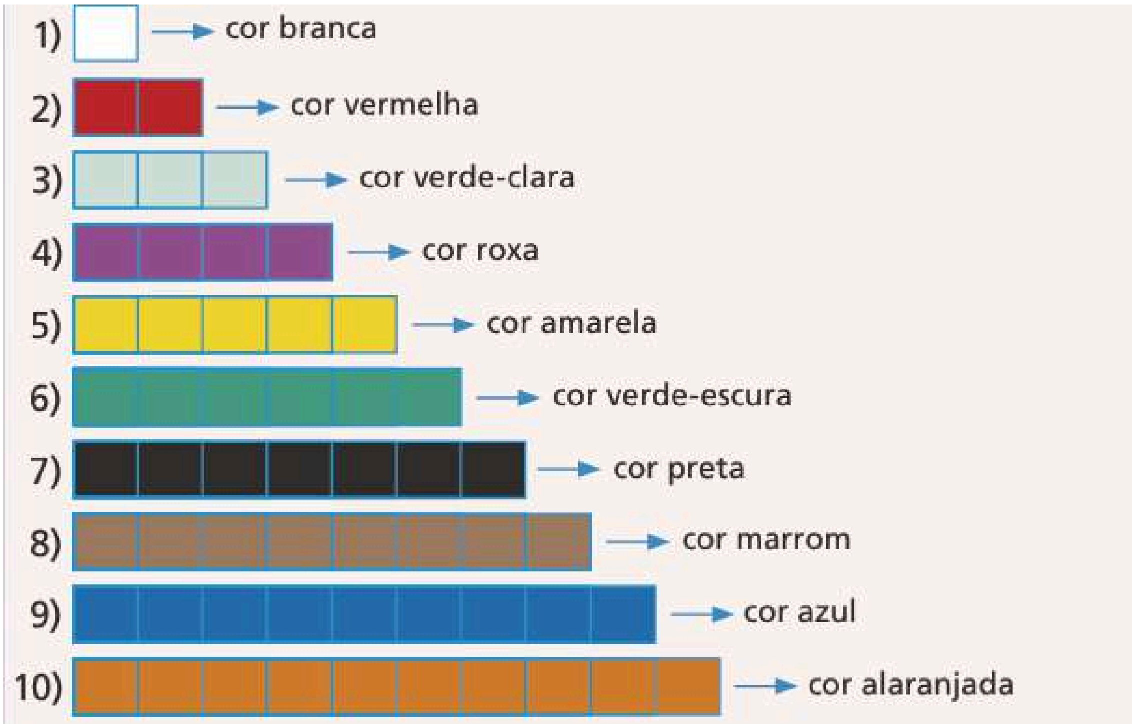
João escreve um passo a passo para aplicar essa regra:

1. Pegue o número.
2. Observe o último algarismo.
3. Se for 0, 2, 4, 6 ou 8, diga que é divisível por 2.
4. Caso contrário, diga que não é divisível por 2.

Esse processo não se limita apenas ao número 2. A mesma lógica de decomposição, reconhecimento de padrões, abstração e algoritmo pode ser aplicada para descobrir os critérios de divisibilidade por 5 e por 10, por exemplo.

Exercícios Resolvidos

EXERCÍCIO 1. Você já viu estas barrinhas, conhecidas como barras Cuisenaire?



Responda às questões.

a) Quantas vezes a barrinha vermelha cabe na barrinha marrom?
b) De quantas barrinhas verde-claras eu preciso para completar duas azuis?
c) Três barrinhas roxas cabem exatamente em uma barrinha alaranjada? Por quê?
d) Quatro barrinhas vermelhas cabem exatamente em uma barrinha azul? Por quê?

SOLUÇÃO. O objetivo é fazer com que os estudantes associem a divisão de números naturais ao conceito de "quantas vezes cabe" e trabalhem com problemas envolvidos nesse tipo de operação. Se possível, levar para a aula as barras *Cuisenaire* e permitir aos estudantes que realizem diferentes explorações.

a) Ao sobrepor a barrinha vermelha à barrinha marrom, observa-se que ela cabe 4 vezes.

b) A barrinha verde-clara tem o comprimento de 3 unidades e duas barrinhas azuis tem o comprimento de 18 unidades. Portanto, seriam necessárias 6 barrinhas verde-claras para completar 2 barrinhas azuis, e .

c) Três barrinhas roxas têm um comprimento total de 12 unidades, enquanto uma barrinha alaranjada tem um comprimento de 10 unidades. Então, não cabem, pois a alaranjada tem duas unidades a menos que três barrinhas roxas.

d) Não, fica faltando um pedaço de 1 quadradinho para completar a barrinha azul.

EXERCÍCIO 2. No Espírito Santo, o trançado de fibras naturais é uma prática tradicional mantida por comunidades afro-brasileiras e indígenas, que produzem cestos, esteiras e outros itens artesanais. Imagine que, durante uma oficina cultural, foram criados 624 cestos artesanais utilizando técnicas tradicionais. Esses cestos precisam ser organizados em grupos de 24 peças cada, para serem enviados às comunidades participantes da oficina. Quantos grupos de cestos serão formados?

SOLUÇÃO. Podemos resolver esse problema utilizando o algoritmo usual da divisão.

$$624 = \underbrace{24 + 24 + 24 + \ldots}_{\text{Quantas seções?}}$$

624 |24	Montamos o algoritmo usual da divisão. Temos que a divisão de 6 centenas por 24 não resulta em pelo menos 1 centena para cada grupo. Assim, trocamos 6 centenas por 60 dezenas e adicionamos as 2 dezenas existentes, totalizando 62 dezenas.
624 |24 14 2	62 dezenas divididas por 24 é igual a 2 dezenas para cada grupo, resultando em 48 distribuídas e restando 14 dezenas.
624 |24 144 2	Trocamos as 14 dezenas por 140 unidades e adicionamos as 4 unidades existentes, obtendo 144 unidades.
624 |24 144 26 0	144 unidades divididas por 24 é igual a 6 unidades para cada grupo, restando 0 unidade.

Logo, serão formados 26 grupos de cestos.

EXERCÍCIO 3. Analise como podemos associar duas divisões a uma multiplicação.

$$21 \cdot 47 = 987$$

$$987 \div 21 = 47 \qquad 987 \div 47 = 21$$

Resolva cada cálculo a seguir e escreva as duas divisões correspondentes.

a) $42 \cdot 17$

b) $19 \cdot 33$

SOLUÇÃO.

a) Quando multiplicamos $42 \cdot 17$, o resultado é 714. Podemos associar a essa multiplicação as seguintes divisões: $714 \div 42 = 17$ e $714 \div 17 = 42$. Observamos que nas duas divisões correspondentes o produto das multiplicação (714) é o dividendo das divisões, enquanto os fatores alternam-se entre divisor e quociente.

b) Quando multiplicamos $19 \cdot 33$, o resultado é 627. Podemos associar a essa multiplicação as seguintes divisões: $627 \div 19 = 33$ e $627 \div 33 = 19$. Observamos que nas duas divisões correspondentes o produto das multiplicação é o dividendo das divisões, enquanto os fatores alternam-se entre divisor e quociente.

EXERCÍCIO 4. O número 2 418 é um divisível por 2. Qual é o próximo número que também seja divisível por 2?

SOLUÇÃO. Para saber o próximo número que seja divisível por 2, basta acrescentar o próprio 2 ao número dado. Neste caso, o próximo número divisível por 2 é 2 418 + 2 = 2 420.

EXERCÍCIO 5. O número 4 200 é um número divisível por 7. O número 4 192 **não** é um número divisível por 7, porque, ao fazer a divisão desse número por 7, não deixa resto igual a zero. A partir da informação de que o número 4 200 é um número divisível por 7, como você poderia determinar que o número 4 192 não é divisível por 7 sem precisar fazer a conta de divisão para verificar o resto dessa conta?

SOLUÇÃO. Podemos pensar na subtração entre os números.
Sabemos que 4 200 é divisível por 7.
Para conhecer o número divisível também por 7 que antecede o 4 200, basta subtrair 7 desse número.

$$4\ 200 - 7 = 4\ 193$$

Se quiser saber qual é o número divisível que antecede esse 4 193, basta fazer o mesmo, ou seja, subtrair 7 desse número.

$$4\ 193 - 7 = 4\ 186$$

E assim sucessivamente.

Observe que os números divisíveis que antecedem o 4 200 são 4 193 e 4 186. Portanto, o número 4 192 não é um número divisível por 7.

Atividades

ATIVIDADE 1

Efetue a divisão de 464 por 8 e responda:

a) Qual é o dividendo?

b) Qual é o divisor?

c) Qual é o quociente dessa divisão?

d) Qual é o resto dessa divisão?

ATIVIDADE 2

A professora de Júlia pediu que ela realizasse a divisão de 1 088 por 4 mentalmente. Após calcular, Júlia disse que o resultado era 272. Em seguida, a professora pediu que Júlia explicasse como havia pensado para chegar a esse resultado e ela respondeu:

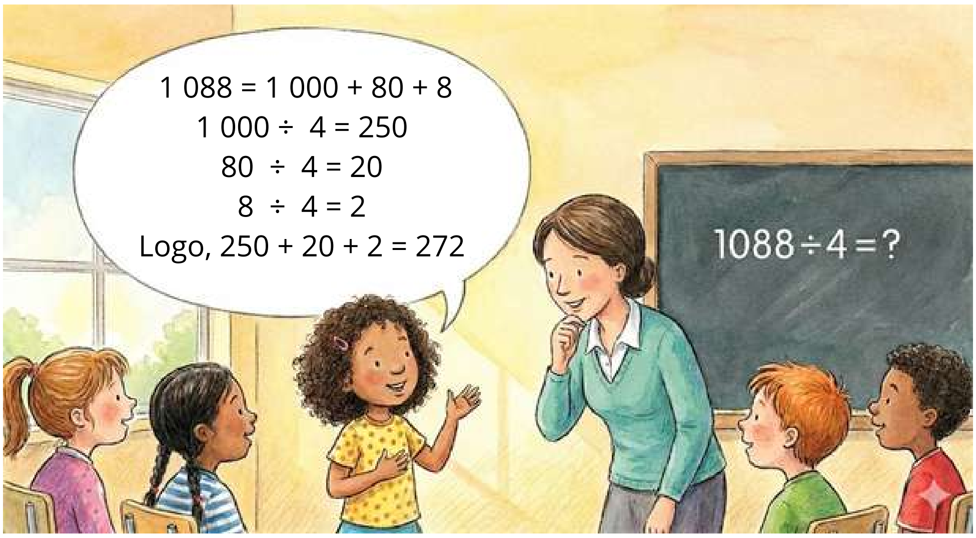


Imagem produzida por IA

Utilize a mesma estratégia de Julia para dividir os números a seguir.

a) 550 ÷ 5

b) 3 248 ÷ 4

ATIVIDADE 3

Calcule e escreva o resultado.

a) 40 000 ÷ 10 b) 40 000 ÷ 100 c) 40 000 ÷ 1 000 d) 40 000 ÷ 10 000

e) O que você observou?

ATIVIDADE 4

Resolva as divisões a seguir.

a) 420 ÷ 5 b) 9 008 ÷ 16 c) 35 584 ÷ 128 d) 6 048 ÷ 56

ATIVIDADE 5

No Espírito Santo, o Festival de Artesanato Capixaba reúne artistas de várias cidades para celebrar a cultura local, como os bordados de Itapemirim e as cerâmicas de Vitória. Durante o evento deste ano, um grupo de 6 artesãos participou de uma oficina para criar peças decorativas inspiradas em paisagens capixabas, como a Pedra Azul, o Convento da Penha e as praias de Guarapari.

Os artesãos compraram uma caixa com 78 lápis coloridos para usar durante o evento. Após o término da oficina, eles decidiram dividir os lápis igualmente entre si, para que cada um pudesse levar para casa e continuar produzindo suas peças de arte. Quantos lápis cada artesão recebeu?

ATIVIDADE 6

Na Festa de São Benedito, uma das celebrações mais tradicionais do Espírito Santo, é comum o uso de fitas coloridas para enfeitar as ruas, igrejas e barracas. Este ano, a comunidade recebeu um rolo de 243 metros de fita para decorar os arcos que serão usados na procissão. Para facilitar a decoração, os organizadores decidiram cortar a fita em pedaços iguais de 3 metros, para que cada arco receba um pedaço. Quantos pedaços de fita poderão ser feitos com o rolo de 243 metros?

ATIVIDADE 7

Durante a festa junina da escola, uma turma do 6º ano organizou uma barraca com comidas típicas, como bolo de milho, pé de moleque e cocada. Ao final do evento, arrecadaram R$ 3 776,00. Com dinheiro arrecadado, eles compraram 32 kits de material escolar, que serão doados a crianças de uma comunidade carente. Qual foi o valor de cada kit de material escolar?

ATIVIDADE 8

Renata produz biscoitos caseiros e os embala em pacotes com 15 biscoitos cada. Certo dia, ela produziu 402 biscoitos. Quantos biscoitos são necessários para completar mais um pacote com os que sobraram?

A) 3 biscoitos.
B) 6 biscoitos.
C) 10 biscoitos.
D) 12 biscoitos.

ATIVIDADE 9

Denise dividiu 17 253 por 2.

a) Determine o resto dessa conta sem precisar fazer a conta de divisão.

b) Esse número é divisível por 2? Justifique.

c) Existe algum algarismo que pode ser colocado no lugar do 5 de modo que o número esse novo número seja divisível por 2? Explique seu pensamento.

ATIVIDADE 10

Atividade Investigativa

Observe os números abaixo.

27 - 243 - 83 - 186 - 2 754 - 76 - 391

Divida esses números por 3 e observe o resto que cada número deixou.

a) Quais números deixaram resto igual a zero?

Faça a soma dos algarismos de cada número.
Exemplo: 27 fica 2 + 7 = 9

b) Quais números resultaram num múltiplo de 3?

c) Compare a tua resposta de (a) com a resposta de (b). O que você observa?

d) Com essa observação, defina um critério de divisibilidade do 3.

ATIVIDADE 11

Atividade Investigativa

Na atividade anterior você percebeu que a divisibilidade por 3 está relacionada à soma de seus algarismos. Será que o mesmo ocorre com os números divisíveis por 9?

45 - 749 - 1 863 - 3 521

Divida os números acima por 9 e observe o resto que cada número deixou.

a) Quais números deixaram resto igual a zero?

Faça a soma dos algarismos de cada número.

b) Quais números resultaram num múltiplo de 9?

c) Há relação entre a divisibilidade por 9 de um número com a soma de seus algarismos?

d) Escreva um critério de divisibilidade por 9.

ATIVIDADE 12

Atividade Investigativa

Você percebeu que há relação entre os números divisíveis por 3 com os seus algarismos, assim como os números divisíveis por 9 com os seus algarismos.

Nesta atividade você vai verificar se isso acontece com os números divisíveis por 4.

Escolha um número com 3 algarismos que seja divisível por 4. (dica: multiplique o 4 por um número qualquer de 3 algarismos).

Após escolher o número, some os seus algarismos e confira se o resultado é um múltiplo de 4.

a) Qual número você escolheu?

b) Qual é a soma dos algarismos desse número escolhido?

c) Esse resultado é um múltiplo de 4?

d) Confira qual dos seus colegas de sala obteve a soma dos algarismos do número escolhido um múltiplo de 4.

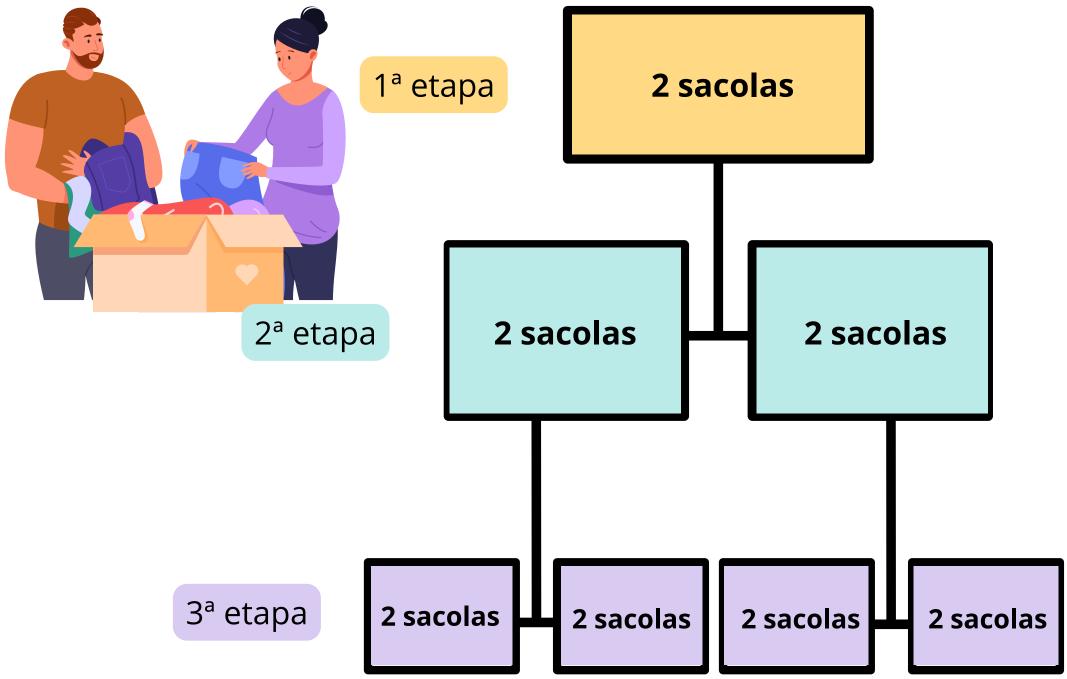
d) Comparando sua experiência com a dos seus colegas nesta atividade, há relação entre os números divisíveis por 4 com a soma de seus algarismos?

OPERAÇÕES COM NÚMEROS NATURAIS: POTENCIAÇÃO

Ideia associada à potenciação

Imagine a seguinte situação:

Um grupo de pessoas organizou uma campanha para doar roupas e cobertores para os moradores da Vila do Sul, em Alegre. O organizador doou 2 sacolas de roupas e cobertores e convidou 2 pessoas para fazer a mesma doação. Em seguida, cada uma delas convidou também outras 2 pessoas. Acompanhe como podemos calcular quantas sacolas foram arrecadadas.



Pelo esquema, podemos notar que o total de sacolas arrecadadas em cada etapa é o dobro do total da etapa anterior.

- 1ª etapa: 2 sacolas.
- 2ª etapa: 4 sacolas $(2 \cdot 2 = 4)$
- 3ª etapa: 8 sacolas $(2 \cdot 2 \cdot 2 = 8)$
- 4ª etapa: 16 sacolas $(2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16)$

Cada **multiplicação** que aparece nessa situação tem **fatores iguais**. Multiplicações desse tipo caracterizam a operação **potenciação**.

Podemos representar, por exemplo, a multiplicação da 4ª etapa por uma potenciação.

indica a quantidade de vezes que o fator se repete

$$\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{\text{4 fatores iguais}} = 2^4$$

fator que se repete na multiplicação

Lemos: dois elevado à quarta potência ou dois à quarta.

Considerando o exemplo dado, temos:

Expoente: indica quantas vezes a base se repete na multiplicação.

expoente

$$2^4 = 16$$

base

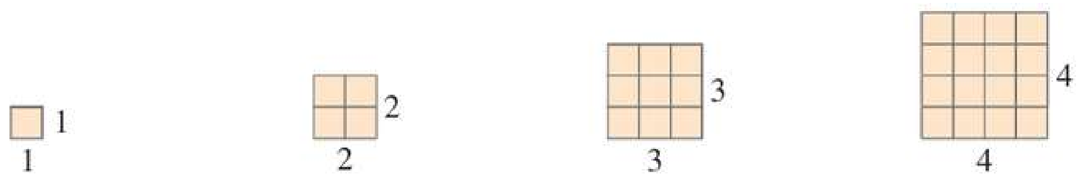
potência

Base: indica o fator que se repete na multiplicação.

Potência: é o resultado dessa potenciação.

Quadrado de um número

Nas potências cujo expoente é igual a 2, dizemos que a base está “elevada ao quadrado”. Considere a representação geométrica de alguns números elevados ao quadrado.



$$1^2 = 1 \cdot 1 \qquad 2^2 = 2 \cdot 2 \qquad 3^2 = 3 \cdot 3 \qquad 4^2 = 4 \cdot 4$$

Pela associação com essas figuras, as potências de expoente 2 recebem nomes especiais:

1^2 : um ao quadrado ou quadrado de um.
2^2 : dois ao quadrado ou quadrado de dois.
3^2 : três ao quadrado ou quadrado de três.
4^2 : quatro ao quadrado ou quadrado de quatro.

Números quadrados perfeitos

Os números obtidos quando elevamos números naturais à segunda potência são chamados números quadrados perfeitos.

- 1 é um número quadrado perfeito, pois $1^2 = 1$.
- 4 é um número quadrado perfeito, pois $2^2 = 4$.
- 9 é um número quadrado perfeito, pois $3^2 = 9$.

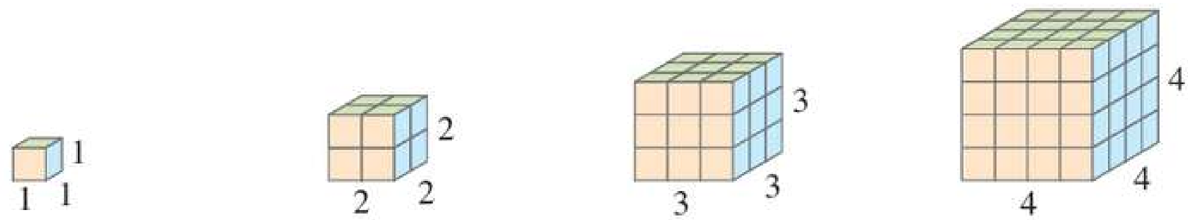
E assim por diante.

Os números quadrados perfeitos podem ser representados por meio de pontos, em uma disposição que lembra um quadrado. Observe:

$1^2 = \mathbf{1}$ $\quad 2^2 = \mathbf{4}$ $\quad 3^2 = \mathbf{9}$ $\quad 4^2 = \mathbf{16}$ $\quad 5^2 = \mathbf{25}$

O cubo de um número

Quando, em uma potência, o expoente é igual a 3, dizemos que a base está “elevada ao cubo”. Considere a representação geométrica de alguns números elevados ao cubo.



$1 \cdot 1 \cdot 1$ $\quad 2 \cdot 2 \cdot 2$ $\quad 3 \cdot 3 \cdot 3$ $\quad 4 \cdot 4 \cdot 4$

- 1^3 : um ao cubo ou cubo de um.
- 2^3 : dois ao cubo ou cubo de dois.
- 3^3 : três ao cubo ou cubo de três.
- 4^3 : quatro ao cubo ou cubo de quatro.

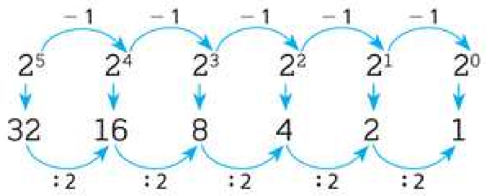
Potências com outros expoentes

Os demais expoentes não há nome específico e que a leitura é idêntica a dos números ordinais acompanhada da palavra potência. Por esse motivo, não há um nome especial para esse tipo de potência. Observe como lemos algumas delas.

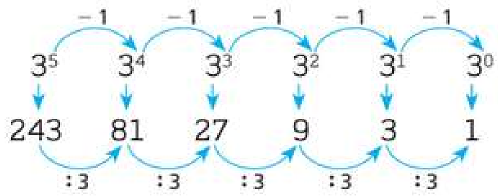
- 9^4 : nove elevado à quarta potência ou nove à quarta.
- 6^5 : seis elevado à quinta potência ou seis à quinta.
- 10^{20} : dez elevado à vigésima potência.

Expoente 1 e expoente 0

Observe o quadro a seguir, que mostra potências de base 2 e 3, e note que, à medida que diminuímos uma unidade no expoente da potência, o resultado correspondente é dividido por 2 e por 3.



Nas potências de base 2, quando o expoente diminui uma unidade, a potência fica dividida por 2. Note que: $2^1 = 2$ e $2^0 = 1$.



Nas potências de base 3, quando o expoente diminui uma unidade, a potência fica dividida por 3. Note que: $3^1 = 3$ e $3^0 = 1$.

Encontramos um padrão parecido para outras bases diferentes de zero, quando tratamos do expoente igual a 1. Assim:

Quando o expoente de uma potência é igual a 1, a potência é igual à base.

Exemplos:

- $3^1 = 3$
- $1^1 = 1$
- $45^1 = 45$

Observe que o raciocínio apresentado nos leva a concluir que 2^0 e 3^0 são iguais a 1. Esse padrão pode ser observado para toda base diferente de 0. Assim:

Quando o expoente de uma potência é igual a 0 e a base é diferente de zero, a potência é igual a 1.

Exemplos:

- $3^0 = 1$
- $20^0 = 1$
- $279^0 = 1$

O valor de zero elevado a qualquer número natural é sempre 0, desde que o expoente seja maior que zero.

- $0^1 = 0$
- $0^2 = 0$
- $0^3 = 0$

Potências de base 10

Toda potência de base 10 e número natural no expoente é igual ao número formado pelo algarismo 1 seguido de tantos zeros quantos forem indicados pelo número do expoente.

- $10^0 = 1$ (nenhum zero)
- $10^1 = 10$ (um zero)
- $10^2 = 10 \cdot 10 = 100$ (dois zeros)
- $10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$ (três zeros)
- $10^4 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot = 10000$ (quatro zeros)
- $10^5 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 100000$ (cinco zeros)

As potências de base 10 podem ser utilizadas para facilitar a leitura e a escrita de números grandes, como os exemplos citados a seguir.

Informação	Informação utilizando potências de base 10
A Região Norte do Brasil tinha, em 2021, aproximadamente, 19 000 000 habitantes.	A Região Norte do Brasil tinha, em 2021, aproximadamente,$19 \cdot 10^6$ habitantes.
No 2° trimestre de 2021, o Brasil teve, aproximadamente, 7 070 000 bovinos abatidos.	No 2° trimestre de 2021, o Brasil teve, aproximadamente, $707 \cdot 10^4$ bovinos abatidos.

Utilizando as potências de base 10, também podemos fazer a decomposição de números. Acompanhe a decomposição do número 4 512 047 de três maneiras.

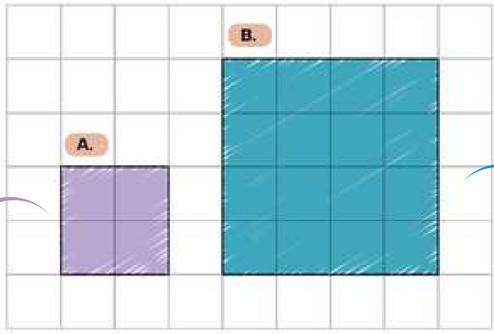
- $4\,512\,047 = 4\,000\,000 + 500\,000 + 10\,000 + 2\,000 + 40 + 7$
- $4\,512\,047 = 4 \cdot \underbrace{1\,000\,000}_{10^6} + 5 \cdot \underbrace{100\,000}_{10^5} + 1 \cdot \underbrace{10\,000}_{10^4} + 2 \cdot \underbrace{1000}_{10^3} + 4 \cdot \underbrace{10}_{10^1} + 7 \cdot \underbrace{1}_{10^0}$
- $4\,512\,047 = \underbrace{4 \cdot 10^6}_{4\,000\,000} + \underbrace{5 \cdot 10^5}_{500\,000} + \underbrace{1 \cdot 10^4}_{10\,000} + \underbrace{2 \cdot 10^3}_{2\,000} + \underbrace{4 \cdot 10^1}_{40} + \underbrace{7 \cdot 10^0}_{7}$

Raiz Quadrada

Para determinar a raiz quadrada de um número natural, basta achar um segundo número que elevado ao quadrado seja igual ao número dado.

- Em uma malha quadriculada, Bruno pintou alguns quadradinhos, obtendo dois quadrados coloridos. A quantidade de quadradinhos que Bruno pintou para obter esses quadrados pode ser representada da seguinte maneira.

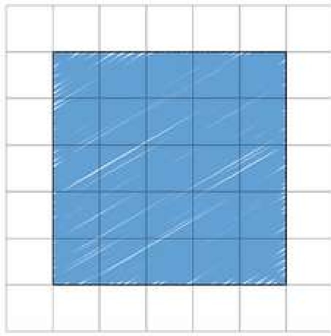
$2 \cdot 2 = 2^2 = 4$



$4 \cdot 4 = 4^2 = 16$

Se Bruno representar um quadrado pintando 25 quadradinhos, quantos quadradinhos haverá em cada linha e em cada coluna do quadrado formado?

Para responder a essa pergunta, precisamos determinar um número natural que multiplicado por ele mesmo resulte em 25. Nesse caso, o número é 5, pois $5 \cdot 5 = 5^2 = 25$.



> Multiplicar um número por ele mesmo é equivalente a elevá-lo ao quadrado.

Assim, um quadrado com 25 quadradinhos terá 5 quadradinhos em cada linha e em cada coluna. A operação utilizada para responder à pergunta proposta inicialmente é chamada radiciação, indicada pelo símbolo $\sqrt{}$. Para representar o número natural que elevado ao quadrado resulta em 25, utilizamos o símbolo $\sqrt[2]{25}$ que se lê raiz quadrada de 25.

$$\sqrt[2]{25},\ \text{pois } 5^2 = 25$$

Na radiciação, podemos destacar os elementos a seguir.

índice
radical

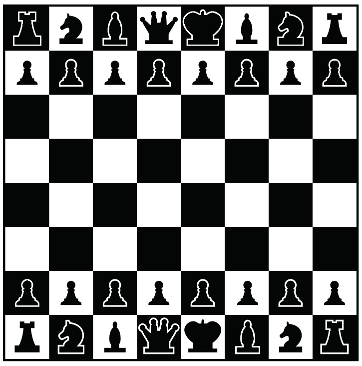
$$\sqrt[2]{25} = 5$$

radicando
raiz

Em geral, representamos a raiz quadrada sem escrever o índice 2. No caso anterior, podemos escrever $\sqrt{25}$.

Exercícios Resolvidos

EXERCÍCIO 1. Como representar matematicamente a quantidade de casas de um tabuleiro de xadrez?



SOLUÇÃO.

São 8 linhas e 8 colunas de casas. Para representar a quantidade total de casas, fazemos:

$$\underbrace{8 \cdot 8}_{\text{2 fatores}}$$

Calculamos:

$${\underbrace{8}_{\text{base}}}^{\overset{\text{expoente}}{2}} = \underbrace{8 \cdot 8}_{\text{2 fatores}} = \underbrace{64}_{\text{potência (resultado da operação)}}$$

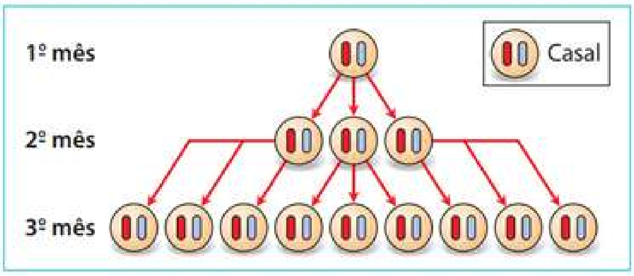
Temos em um tabuleiro de xadrez 64 casas.

EXERCÍCIO 2. Em uma caixa como a da figura abaixo, Angelo distribuiu bolinhas de gude. Na primeira casa, ele colocou uma bolinha e, em cada uma das casas seguintes, o dobro do número de bolinhas da anterior. Quantas bolinhas Angelo colocou na oitava casa?

SOLUÇÃO.

Na 1ª casa ele colocou 1 bolinha, na 2ª casa ele colocou o dobro da 1ª: $2 = 2^1$, na 3ª casa ele colocou o dobro da 2ª casa : $4 = 2^2$. A sequência segue um padrão: o número de bolinhas é igual a 2 elevado à *posição da casa* menos 1. Assim, quando ele preencheu a 8ª casa, foram inseridas 2^7 bolinhas. Ou seja, na 8ª casa ele colocará $2^7 = 128$ bolinhas.

EXERCÍCIO 3. Observe o diagrama do aumento populacional de uma espécie animal durante os 3 primeiros meses e responda à questão.



Se até o 5º mês todos os animais estiverem vivos, qual será a população dessa espécie?

SOLUÇÃO. A população desta espécie animal aumenta de acordo com potências de base 3. Assim, temos:

1º mês: 3^0 = 1 ; 1 casal
2º mês: 3^1 = 3 ; 3 casais
3º mês: 3^2 = 9 ; 9 casais
4º mês: 3^3 = 27 ; 27 casais
5º mês: 3^4 = 81 ; 81 casais

Adicionando os valores obtidos, teremos: 1 + 3 + 9 + 27 + 81 = 121 , ou seja, 121 casais. Para calcular a quantidade total de animais, fazemos: 2 · 121 = 242. Portanto, a população dessa espécie será 242 animais ao final do 5º mês.

EXERCÍCIO 4. Responda às questões.

a) Se a base é igual à potência, e ambas são diferentes de zero e diferentes de 1, qual é o expoente?

b) Se o expoente é 3 e a base é igual à potência, qual é o possível valor da base?

c) Se a base é um número diferente de zero e diferente de 1 e a potência é igual a 1, qual é o valor do expoente?

SOLUÇÃO.

a) Considere que toda a potência de expoente 1 é igual à própria base. Assim, se a base e a potência são diferentes de zero e iguais, então o expoente é igual a 1.

b) A base é um número que quando elevado ao cubo resulta nele mesmo. Há, portanto, duas possibilidades: e . Assim, a base pode ser 0 ou pode ser 1.

c) Considere que toda potência com base diferente de zero e expoente zero é igual a 1. Dessa forma, se a base é um número diferente de zero e a potência é igual a 1, então o expoente é igual a zero.

Atividades

ATIVIDADE 1

Considere a expressão $7^2 = 49$.

a) Qual é a base?

b) Qual é o expoente?

c) Qual é a potência?

ATIVIDADE 2

Escreva as potências utilizando números (não é necessário resolver).

a) Vinte e três elevado ao quadrado:

b) Quinze elevado ao cubo:

c) Cinquenta elevado à quinta potência:

d) Quarenta e dois elevado à nona potência:

ATIVIDADE 3

Escreva na forma de uma única potência e calcule seu valor.

a) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 =$

b) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 =$

c) $13 \cdot 13 =$

d) $4 \cdot 4 \cdot 4 =$

ATIVIDADE 4

Calcule as potências a seguir.

a) $2^0 =$

b) $56^1 =$

c) $1^{12} =$

d) $9^2 =$

e) $6^2 =$

f) $5^3 =$

ATIVIDADE 5

Resolva as seguintes potências:

a) 10^1 =

b) 10^2 =

c) 10^3 =

d) 10^4 =

e) O que você observou nos resultados dessas potências ?

ATIVIDADE 6

De acordo com o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), em 2022, o estado do Espírito Santo possuía 3 833 486 habitantes. Qual das alternativas a seguir apresenta o múltiplo de 10 mais próximo da população do Espírito Santo?

A) $4 \cdot 10^5$
B) $4 \cdot 10^6$
C) $4 \cdot 10^7$
D) $4 \cdot 10^8$

ATIVIDADE 7

Na operação $\sqrt{25} = 5$:

a) Qual é o índice?

b) Qual é o radicando?

c) Qual é a raiz?

ATIVIDADE 8

Determine o valor:

a) $\sqrt{1}$ =

b) $\sqrt{4}$ =

c) $\sqrt{0}$ =

d) $\sqrt{64}$ =

e) $\sqrt{100}$ =

f) $\sqrt{169}$ =

ATIVIDADE 9

Qual o é valor da expressão $\sqrt{16} + \sqrt{9} \cdot \sqrt{144}$?

A) 40.
B) 44.
C) 60.
D) 84.

ATIVIDADE 10

Qual é o valor x na expressão $\sqrt{x} = 9$?

PROPRIEDADES DA IGUALDADE

Você já pensou como a matemática pode estar presente em coisas do nosso dia a dia, como na hora de organizar uma refeição? Imagine que você está preparando um prato saudável, e quer dividir os ingredientes de forma equilibrada. Para fazer isso, precisamos garantir que as quantidades fiquem iguais em cada parte. É aí que as propriedades da igualdade entram em cena!

Uma alimentação saudável é aquela preparada com cuidados de higiene e oferece todos os nutrientes em quantidades adequadas a cada pessoa. Os nutrientes são as proteínas, os carboidratos, as gorduras, as vitaminas e os minerais, além das fibras substâncias que nos ajudam a crescer, a nos desenvolver e a nos fortalecer, prevenindo doenças.

Grãos
Devem ser consumidos em maior quantidade ao longo do dia, pois são a principal fonte de energia para o corpo.

Frutas, verduras e legumes
Também devem ser consumidos em grande quantidade ao longo do dia, pois fornecem fibras que facilitam a regulação dos intestinos.

Alimentos de origem animal
Devem ser consumidos em menor quantidade e preferencialmente os que contêm baixo teor de gordura.

Prato Saudável: alimentos de qualidade, coloridos, variados e equilibrados, em níveis seguros de acordo com normas sanitárias.

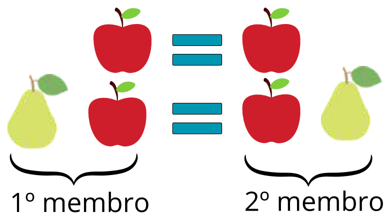
- Maria preparou uma refeição de 300 gramas, dividida em três partes iguais: vegetais, proteínas e carboidratos. Ela já colocou 100 gramas de vegetais e 100 gramas de proteínas. Quantos gramas de carboidratos ela deve adicionar para que as porções fiquem iguais?

Sabemos que a refeição deve ser dividida igualmente em 3 partes, ou seja, 100 gramas de cada. Como Maria já tem 100 gramas de vegetais e 100 gramas de proteínas, ela precisa adicionar **100 gramas de carboidratos**.

Note que, essa situação do cotidiano ilustra perfeitamente um princípio matemático: para que haja equilíbrio, os valores comparados precisam ser equivalentes. Ao afirmarmos que a porção de carboidratos deve ter o mesmo peso que a de proteínas, estamos intuitivamente aplicando a lógica de que "100 é igual a 100". É essa relação de equivalência entre dois valores ou expressões que exploraremos agora ao definir formalmente o conceito de **Igualdade**.

O conceito de Igualdade

Igualdade é quando duas operações ou quantidades são iguais entre si, ou seja, quando uma e outra têm o mesmo número de unidades. Utilizamos o símbolo = para representar essa relação. O primeiro membro é a parte à esquerda do sinal de igual "=". O segundo membro é a parte à direita do sinal de igual "=". Observe os exemplos:



Nos dois exemplos temos igualdades, pois as partes à esquerda e à direita do sinal de igual = têm exatamente o mesmo número de figuras e as mesmas figuras.

$$\underbrace{2+5}_{7} = \underbrace{5+2}_{7} \qquad \underbrace{1+4}_{5} = \underbrace{3+2}_{5} \qquad \underbrace{9-6}_{3} = \underbrace{1+2}_{3}$$

Nesses outros exemplos, o primeiro membro (à esquerda do "=") e o segundo membro (à direita do "=") possuem resultados iguais. Por isso, podemos afirmar que ambos os membros são iguais, tratando-se de uma igualdade.

Todo número é igual a si mesmo, ou seja, a = a.

Exemplos:
a) 3 = 3
b) 7 = 7
c) 23 = 23

Dados dois números a e b, se a = b, então b = a.

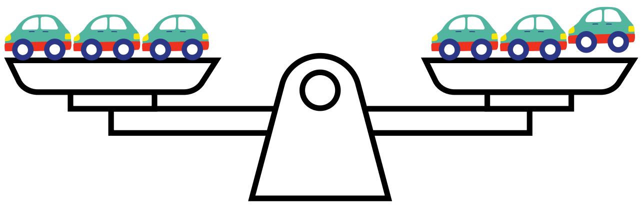
Exemplos:
a) x = 2 ⇒ 2 = x
b) 4 = a ⇒ a = 4

Dados três números a, b e c, se a = b e b = c, então a = c.

Exemplos:
a) a = 3 e 3 = b ⇒ a = b
b) x = y e y = 5 ⇒ x = 5

As propriedades de igualdade nos permitem realizar operações matemáticas em ambos os lados de uma equação sem alterar sua veracidade. Veja o exemplo abaixo:

- Imagine que há dois amigos com 3 carrinhos cada. Podemos representar isso como:

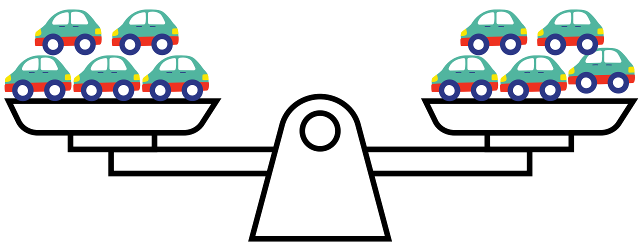


3 = 3

Adição - Se adicionarmos 2 carrinhos para cada, a nova quantidade será:

$$3 = 3$$
$$3 + 2 = 3 + 2$$

O resultado final será:



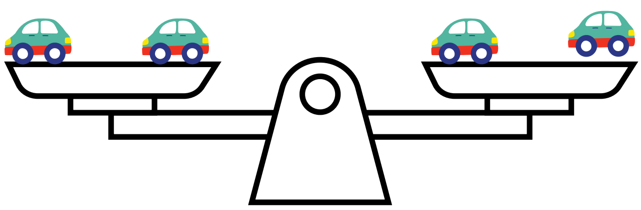
5 = 5

Isso demonstra que adicionar o mesmo valor a ambos os membros não altera a igualdade.

Subtração - Se retirarmos 1 carrinho de cada amigo, a nova quantidade será:

$$3 = 3$$
$$3 - 1 = 3 - 1$$

O resultado será:



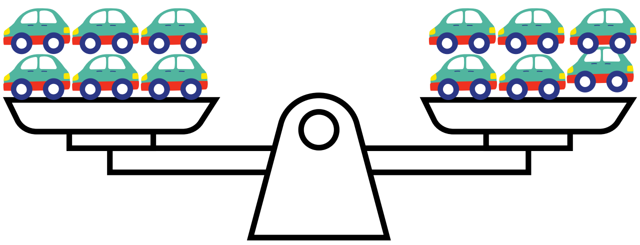
2 = 2

Isso mostra que, ao subtrair o mesmo valor de ambos os lados, a igualdade permanece verdadeira, assim como ao retirar a mesma quantidade de carrinhos dos dois amigos.

Multiplicação - Se decidirmos dobrar a quantidade de carrinhos de cada amigo (multiplicar por 2), teremos:

$$3 = 3$$
$$3 \cdot 2 = 3 \cdot 2$$

O resultado será:



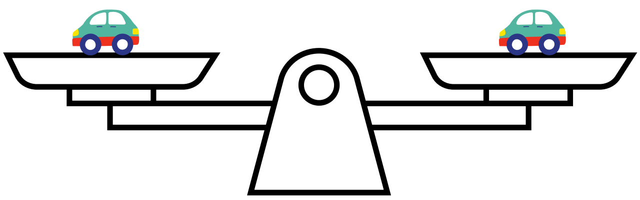
6 = 6

Isso mostra que, ao multiplicar ambos os lados pelo mesmo número, a igualdade permanece válida.

Divisão - Agora, se quisermos dividir a quantidade de carrinhos de cada amigo por 3, a nova quantidade será:

$$3 = 3$$
$$3 \div 3 = 3 \div 3$$

O resultado será:



1= 1

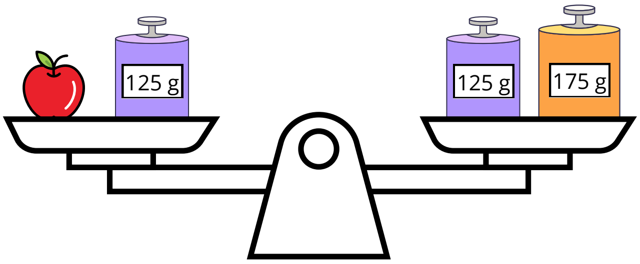
Isso demonstra que, ao dividir ambos os lados pelo mesmo número (exceto zero), a igualdade se mantém verdadeira.

Esses exemplos mostram que, independentemente da operação realizada, o equilíbrio de uma igualdade será mantido, desde que as mesmas alterações sejam aplicadas aos dois lados.

Propriedades da Igualdade

Adição e Subtração

Analise a balança de dois pratos mostrados a seguir.



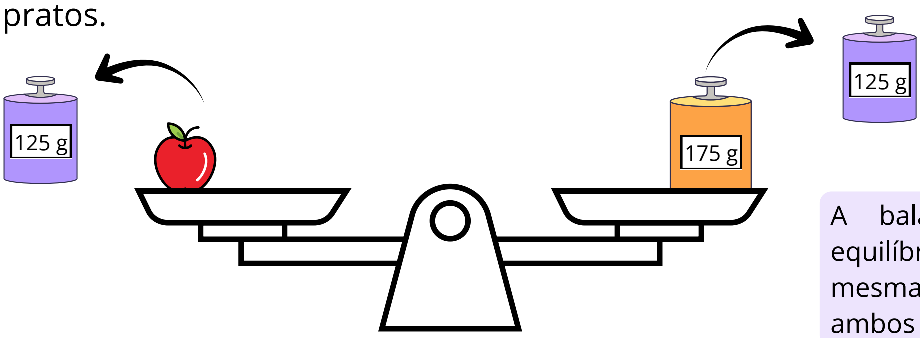
A balança está equilibrada, pois a medida da massa de um dos pratos é igual à do outro prato.

Usando a figura  para representar a massa da maçã, podemos expressar a igualdade das massas nos pratos da balança pela seguinte equação matemática:

 $\underbrace{+125}_{1^{\circ}\text{ membro}} = \underbrace{125 + 175}_{2^{\circ}\text{ membro}}$

Em uma igualdade, a expressão do lado **esquerdo** do sinal " = " é chamada **1º membro** e a do lado **direito** chamamos **2º membro**.

Para determinar a medida da massa da maçã, retiramos 125 g de cada um dos pratos.



A balança se mantém em equilíbrio porque **retiramos** a mesma medida de massa de ambos os pratos.

 $+125 - 125 = 125 + 175 - 125$

 $= 175$

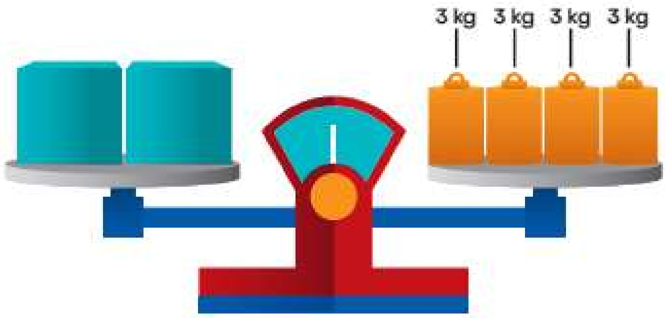
Portanto, a medida da massa da maçã é 175 g.

A relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar ou subtrair um mesmo número natural de seus dois membros.

Usamos essa propriedade para calcular valores desconhecidos em igualdades, sendo útil na resolução de problemas.

Multiplicação e divisão

Note que a balança a seguir está em equilíbrio. Nela, as caixas têm a mesma medida de massa (pesos).



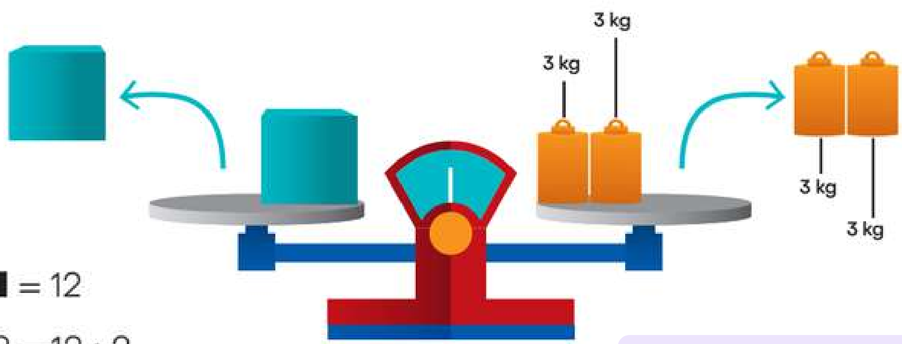
Utilizando a figura ■ para indicar a medida da massa de cada caixa azul, podemos representar a igualdade das medidas das massas dos pratos da balança da maneira indicada a seguir.

$$\blacksquare + \blacksquare = 3 + 3 + 3 + 3$$

$$2 \cdot \blacksquare = 12$$

Para determinar a medida da massa de uma caixa, retiramos do prato esquerdo uma dessas caixas, que corresponde à metade da medida da massa desse prato. Para manter a balança em equilíbrio, retiramos também metade da medida da massa do prato direito, ou seja, dois pesos de 3 kg.

Assim, mantemos a metade da medida da massa em cada um dos pratos, o que, na igualdade matemática, representa o mesmo que dividir ambos os membros por 2.



$$2 \cdot \blacksquare = 12$$

$$(2 \cdot \blacksquare) : 2 = 12 : 2$$

$$\blacksquare = 6$$

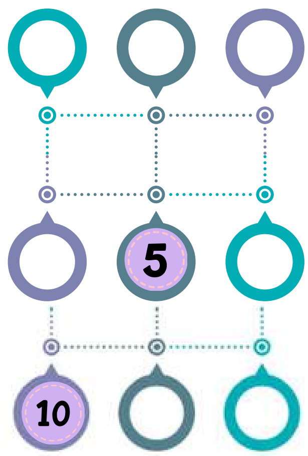
A balança se mantém em equilíbrio porque **retiramos** a mesma medida de massa de ambos os pratos.

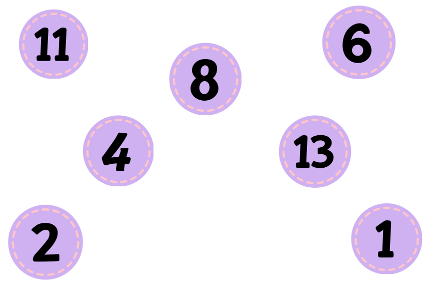
Portanto, a medida da massa de cada caixa é **6 kg.**

A relação de igualdade matemática não se altera ao multiplicar ou dividir os membros por um mesmo número natural (exceto dividir por zero).

Exercícios Resolvidos

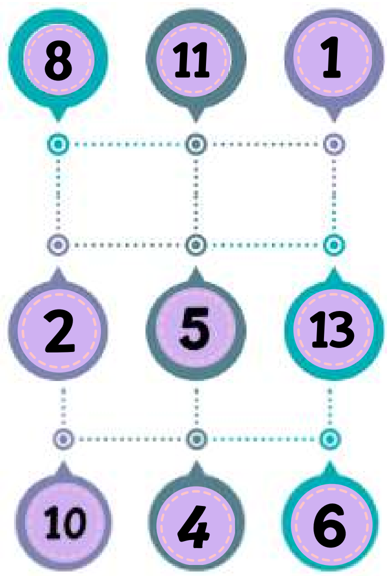
EXERCÍCIO 1. Isabela possui fichas com os números 1, 2, 4, 5, 6, 8, 10, 11 e 13 (observação: não há fichas repetidas). Ela começou a encaixar as fichas no esquema de forma que o resultado da adição dos números ligados pela mesma linha horizontal ou vertical fosse 20. Onde Isabela deverá encaixar as fichas restantes?





SOLUÇÃO.

A adição dos números da 1ª coluna e a adição dos números da 3ª linha possuem uma parcela em comum (10). Como cada uma das somas é igual a 20, os dois números a serem encaixados em cada uma dessas filas devem somar 10 (20 − 10).



Considerando os números fornecidos, temos: 8 + 2 = 10 e 4 + 6 = 10. Portanto, uma opção é 8 e 2 irem para a 1ª coluna e 4 e 6 irem para a 3ª linha, mas ainda não sabemos em qual ordem. A adição dos números da 2ª linha e a adição dos números da 2ª coluna têm em comum a parcela 5.

Então, os outros dois números de cada uma dessas filas devem somar 15 (20 − 5). Assim, dos números fornecidos, temos: 11 + 4 = 15 e 13 + 2 = 15.

Como os números que serão adicionados a 5 não podem ser 8 nem 6, concluímos que o 2 deve ir para a 2ª linha da 1ª coluna e o 4 deve ir para a 2ª coluna da 3ª linha, já que havíamos observado que uma opção seria 8 e 2 irem para a 1ª coluna e 4 e 6 irem para a 3ª linha. Assim, podemos completar o esquema com os números que somam 20 na 2ª linha e na 2ª coluna e preencher com o número 1 o espaço que sobrou.

EXERCÍCIO 2. Pensei em um número. A ele adicionei 55 e do resultado subtraí 66. Encontrei 33. Em que número pensei?

SOLUÇÃO. Se, ao adicionar 55 e depois subtrair 66, o resultado é 33, isso significa que o número inicial deve ser 33 + 66 - 55.

$$33 + 66 = 99$$

$$99 - 55 = 44$$

Portanto, o número em que você pensou é 44.

EXERCÍCIO 3. Em um dia de trabalho, um feirante vendeu 45 kg de laranja. No período da tarde, ele vendeu 7 kg a mais que no período da manhã.

a) Representando por Q a quantidade de laranjas, em quilogramas, vendida no período da manhã, qual igualdade representa esta situação?

b) A partir dessa igualdade, calcule quantos quilogramas de laranja ele vendeu no período da manhã.

SOLUÇÃO.
a) Vamos representar a quantidade de laranjas vendidas pela manhã como Q. Sabemos que o feirante vendeu 7 kg a mais à tarde do que pela manhã. Logo, a quantidade de laranjas vendidas à tarde será Q+7.

Sabemos também que, no total, ele vendeu 45 kg de laranja no dia inteiro. Então, a soma da quantidade vendida pela manhã (Q) com a quantidade vendida à tarde (Q+7) é igual a 45 kg. A igualdade que representa essa situação é: Q+(Q+7)=45.

b) Cálculo da quantidade de laranja vendida pela manhã.
Agora, vamos resolver a igualdade:

$$Q+(Q+7)=45$$

$$2\,Q+7=45$$

Subtraindo 7 de ambos os lados:

$$2Q+7-7 = 45-7$$

$$2Q = 38$$

Dividindo ambos os lados por 2:

$$\frac{2Q}{2} = \frac{38}{2}$$

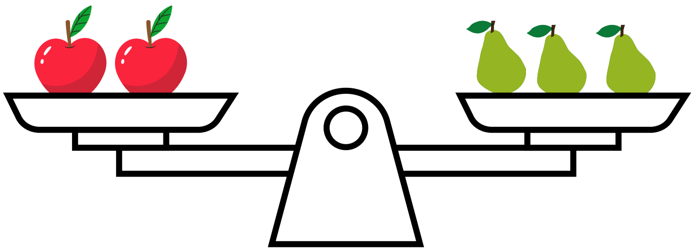
$$Q = 19$$

Portanto, o feirante vendeu 19 kg de laranja no período da manhã.

Atividades

ATIVIDADE 1

A balança a seguir está em equilíbrio.



Se a massa de uma maçã é 75 g, qual é a massa de uma pera?

ATIVIDADE 2

Considere a igualdade $3 + 4 = 16 - 9$.

a) Qual é a expressão matemática do primeiro membro da igualdade?

b) Qual é a expressão matemática do segundo membro?

c) A igualdade apresentada é verdadeira?

ATIVIDADE 3

Qual das igualdades é verdadeira?

A) $3 \cdot 4 = 8 + 3$
B) $38 \cdot 14 = 698 - 136$
C) $128 \div 4 = 4 \cdot 8$
D) $10 + 23 = 33 - 10$

ATIVIDADE 4

Em cada expressão, determine o número que está faltando para que a igualdade seja verdadeira.

a) $12 + 3 =$ ______ $- 23$

b) $24 \div 4 = 2 \cdot$ ______

c) $126 - 18 =$ ______ $\div 9$

ATIVIDADE 5

Observe a igualdade: $5 + 7 = 2 \cdot 6$.

a) O que acontece quando adicionamos 2 em cada membro da igualdade?

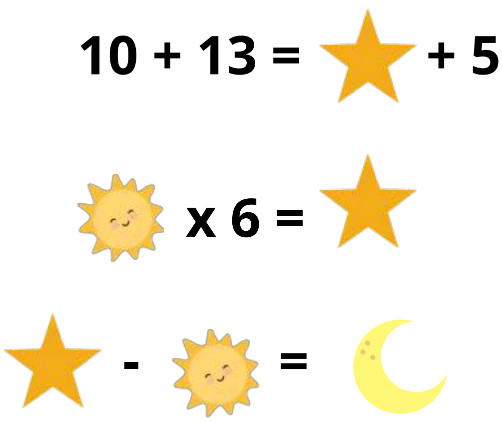
b) Se subtrairmos 4 do primeiro membro, o que deve ser feito no segundo para manter a igualdade?

c) O que acontece quando multiplicamos por 2 os dois membro da igualdade?

d) Se dividirmos por 2 o primeiro membro, o que deve ser feito no segundo para manter a igualdade?

ATIVIDADE 6

Na imagem a seguir, as figuras iguais têm o mesmo valor. Calcule o valor de cada uma delas.



ATIVIDADE 7

Maria pensou em um número, adicionou 65 e subtraiu 18. O resultado encontrado foi 52. Em que número Maria pensou?

ATIVIDADE 8

A quarta parte de um número é igual a 252. Qual é esse número?

ATIVIDADE 9

Mariana estava estudando para a prova de matemática e registrou o seguinte cálculo em seu caderno.

$$\blacktriangle \div 25 = 4 + 5$$
$$\blacktriangle \div 25 \cdot 25 = 4 + 5 \cdot 25$$
$$\blacktriangle = 4 + 125$$
$$= 129$$

A estratégia que ela utilizou está correta? Justifique sua resposta.

ATIVIDADE 10

Luana, uma pesquisadora interessada na história do Império de Mali, estava lendo um livro sobre a influência econômica e cultural desse império, que se localizava no oeste da África. Durante a leitura, um pingo de tinta caiu sobre uma página importante, escondendo um número em uma igualdade utilizada para entender as proporções de comércio de ouro no período.
Qual número ficou escondido pela tinta?

$$\blacksquare - 34 = 124$$

Material Extra

PLATAFORMAS DIGITAIS

Clubes de Matemática da OBMEP

Explore conteúdos detalhados sobre o **sistema de numeração romano**, com explicações claras e exemplos práticos. Para ter acesso, basta clicar aqui ou via QR-Code (ao lado).

Portal da Matemática (YouTube)

Explore vídeo aulas sobre a **representação dos números naturais (sistema romano)**. Para ter acesso, basta clicar aqui ou via QR-Code (ao lado).

Portal da Matemática (YouTube)

Explore vídeo aulas sobre a **Sistema de numeração indo arábico**. Para ter acesso, basta clicar aqui ou via QR-Code (ao lado).

Portal da Matemática (OBMEP)

A seção "**Operações com números naturais**" traz vídeos sobre os conteúdos tratados neste material estruturado. Para ter acesso, basta clicar aqui ou via QR-Code (ao lado).

Khan Academy

Explore aulas interativas sobre **Números Naturais e Sistema de numeração**. Para ter acesso, basta clicar aqui ou via QR-Code (ao lado).

Khan Academy

Explore aulas interativas sobre **Estratégias de cálculo mental** que é um método que ajuda no desenvolvimento do raciocínio lógico matemático. Para ter acesso, basta clicar aqui ou via QR-Code (ao lado).

Khan Academy

Explore aulas interativas sobre **Multiplicação Básica**. Para ter acesso, basta clicar aqui ou via QR-Code (ao lado).

Material Extra

PLATAFORMAS DIGITAIS

Clubes de Matemática da OBMEP

Explore conteúdos sobre o **Princípio Fundamental da Contagem**, com explicações claras e exemplos práticos. Para ter acesso, basta clicar aqui ou via QR-Code (ao lado).

Portal da Matemática (OBMEP)

A seção "**Potenciação**" traz vídeos sobre os conteúdos tratados neste material estruturado. Para ter acesso, basta clicar aqui ou via QR-Code (ao lado).

PhET Colorado

A plataforma oferece o simulador "E**xplorador da Igualdade: Básico**", uma ferramenta interativa ideal para aprender o conceito de equilíbrio da igualdade de forma prática e visual Para ter acesso, basta clicar aqui ou via QR-Code (ao lado).

RETOMANDO O QUE APRENDEMOS

Chegou o momento de pensar sobre o que você aprendeu neste capítulo.

As Expectativas de Aprendizagem apresentadas no início indicavam os principais objetivos do estudo sobre a **História dos números**, o **Sistema de Numeração Decimal** e as **operações com números naturais**. Agora, vale a pena refletir: o quanto você avançou em relação a cada um deles?

Reflita sobre sua aprendizagem

- Consigo comparar o Sistema de Numeração Decimal com outros sistemas (como o egípcio ou romano) e identificar suas diferenças?
- Compreendo as propriedades do nosso sistema, sabendo compor e decompor números em unidades, dezenas e centenas?
- Sei ler, comparar e localizar números naturais na reta numérica?
- Consigo utilizar as operações de adição e subtração de números naturais na resolução de problemas, escolhendo a melhor estratégia (uso de algoritmos, cálculo mental e estimativas)?
- Consigo utilizar operação de multiplicação de números naturais na resolução de problemas, escolhendo a melhor estratégia (uso de algoritmos, cálculo mental e estimativas)?
- Consigo resolver problemas de contagem utilizando o princípio multiplicativo?
- Consigo utilizar operação de divisão de números naturais na resolução de problemas, escolhendo a melhor estratégia (uso de algoritmos, cálculo mental e estimativas)?
- Compreendo que uma potência de expoente natural é um produto de fatores iguais?
- Sei calcular potências de base e expoente natural?
- Entendo o conceito de raiz quadrada exata como o número que, multiplicado por ele mesmo, resulta no valor dentro da raiz?
- Sei calcular raízes quadradas exatas?
- Sou capaz de descrever o passo a passo (algoritmo) que utilizei para chegar à solução de um problema?

RETOMANDO O QUE APRENDEMOS

Autoavaliação

Marque a opção que melhor representa como você se sente em relação ao seu aprendizado neste capítulo:

Expectativa de Aprendizagem	Consegui compreender bem	Compreendi parcialmente	Preciso revisar
Sistemas de numeração (babilônicos, maia, egípcios e romanos).	◯	◯	◯
Identificação das propriedades da estrutura do Sistema de Numeração Decimal.	◯	◯	◯
Composição e decomposição de números naturais.	◯	◯	◯
Leitura, representação, comparação e ordenação de números naturais.	◯	◯	◯
Localização de números naturais na reta numérica.	◯	◯	◯
Adição com números naturais.	◯	◯	◯
Subtração com números naturais.	◯	◯	◯
Multiplicação com números natuais.	◯	◯	◯
Problemas de contagem utilizando o princípio multiplicativo.	◯	◯	◯
Potenciação com números naturais.	◯	◯	◯
Raiz quadrada	◯	◯	◯
Conceito de igualdade	◯	◯	◯

Dica: Revise os tópicos que você marcou como "**preciso revisar**" e converse com seu professor(a) sobre as dúvidas. Aprender Matemática é um processo que se fortalece com a prática e com o diálogo.

Referências

GAY, Mara Regina Garcia. Araribá Conecta Matemática: Matemática: 6º ano. Livro eletrônico. 1. ed. São Paulo: Moderna, 2022. Obra em 4 v. para alunos de 6º ao 9º ano. Bibliografia.

BIANCHINI, Edwaldo. Matemática Bianchini. 8. ed. São Paulo: Moderna, 2015. Obra em 4 v. para alunos de 6º ao 9º ano. Bibliografia.

BIANCHINI, Edwaldo. Matemática Bianchini: 6º ano. 1. ed. São Paulo: Moderna, 2022.

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy. A conquista matemática: 6º ano: ensino fundamental: anos finais. 1. ed. São Paulo: FTD, 2022.

ESPÍRITO SANTO. CURRÍCULO DO ESPÍRITO SANTO. Disponível em: https://curriculo.sedu.es.gov.br/curriculo/. Acesso em: 14 nov. 2024.

DANTE, Luiz Roberto; BURANALDI, José Luiz. A Conquista da Matemática: Ensino Fundamental – 6º ano. São Paulo: Ática, 2022.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. Teláris Essencial: Matemática – 6º ano. São Paulo: Ática, 2022.

G1. Queimadas aumentam no ES e destroem área equivalente a 85 Maracanãs em incêndios em 2024. Disponível em: https://g1.globo.com/es/espirito-santo/noticia/2024/07/05/queimadas-aumentam-no-es-e-destroem-area-equivalente-a-85-maracanas-em-incendios-em-2024.ghtm. Acesso em: 22 nov. 2024

GOV. INPI. INPI reconhece IG para o beiju de Sapê do Norte (ES). Disponível em: https://www.gov.br/inpi/pt-br/central-de-conteudo/noticias/inpi-reconhece-ig-para-o-beiju-de-sape-do-norte-es. Acesso em: 27 nov. 2024.

IBGE. Censo 2022: panorama. Disponível em: https://censo2022.ibge.gov.br/panorama/. Acesso em: 13 nov. 2024.

IBGE. Panorama do município da Serra (ES). Disponível em: https://cidades.ibge.gov.br/brasil/es/serra/panorama. Acesso em: 13 nov. 2024.

IEZZI, G.; DOLCE, O.; FRANCO, L. R. D. Teláris essencial de matemática: ensino fundamental – 6. ano. São Paulo: Atual, 2022.

IEZZI, G.; DOLCE, O.; MACHADO, A. Matemática e realidade: 6. ano. 10. ed. São Paulo: Saraiva Educação, 2022. HTML.

JORNADAS: novos caminhos: matemática: 6. ano. Obra coletiva; A. responsável: T. M. de Andrade. 1. ed. São Paulo: Saraiva Educação, 2022. p. 75–79.

KAPLAN, R. O nada que existe: uma história natural do zero. Rio de Janeiro: Rocco, 2001.

Referências

KHAN ACADEMY. O Khan Academy fornece educação para qualquer um, em qualquer lugar, com uma coleção gratuita de mais de 3.800 vídeos de matemática, física, química e biologia. Disponível em: https://pt.khanacademy.org/. Acesso em: 14 nov. 2024.

MATEMÁTICA NA REDE. Ferramentas disponíveis para estudantes e professores. Conteúdos online no site do Programa Matemática na Rede. Disponível em: https://matematicanarede.sedu.es.gov.br/conteudo-online. Acesso em: 14 nov. 2024.

LERNER, D.; SADOVSKY, P. O sistema de numeração: um problema didático. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

PENA, R. A. Monte Everest. Brasil Escola. Disponível em: http://brasilescola.uol.com.br/geografia/monte-everest.htm. Acesso em: 17 nov. 2024.

PORTAL DA MATEMÁTICA. Videoaulas de matemática para alunos e professores. Disponível em: https://portaldaobmep.impa.br/index.php/site/index?a=1. Acesso em: 14 nov. 2024.

SECULT. Biblioteca Pública do Espírito Santo. Disponível em: https://secult.es.gov.br/biblioteca-publica-do-espirito-santo-2. Acesso em: 9 dez. 2024.

SESA. Estado recebe a primeira remessa de doses de vacina contra dengue nesta quinta-feira (22). Disponível em: https://saude.es.gov.br/Not%C3%ADcia/estado-recebe-a-primeira-remessa-de-doses-de-vacina-contra-dengue-nesta-quinta-feira-22. Acesso em: 8 dez. 2024.

SILVEIRA, E. Desafios da matemática com Enio Silveira: 6º ano. São Paulo: Moderna, 2022.

TEIXEIRA, Martins Rodrigues. Contando com outros povos: sistemas de numeração. São Paulo: FTD, 1998.

ZALCMAN, Fernanda Lucki. Jogos Olímpicos Paris 2024. Disponível em: https://olympics.com/. Acesso em: 25 nov. 2024.

Rotinas Pedagógicas Escolares

Matemática

GOVERNO DO ESTADO
DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

SEDU 2026

Gerência de Currículo
da Educação Básica

Capítulo 2: Múltiplos e divisores de um número natural

Apresentação

Prezado(a) estudante,

Você já se perguntou como organizar uma coleção de figurinhas em montes iguais sem sobrar nenhuma? Ou como saber exatamente quando dois ônibus, que partem em horários diferentes, se encontrarão novamente no ponto de partida?

Se no capítulo anterior exploramos a história e a escrita dos números, agora vamos investigar como eles se relacionam entre si. A matemática não serve apenas para contar, mas também para descobrir padrões.

Neste capítulo, vamos mergulhar no universo da divisibilidade. Você descobrirá que alguns números funcionam como "blocos de construção" para todos os outros e aprenderá ferramentas essenciais para resolver problemas de organização, tempo e distribuição equitativa no seu dia a dia.

O que você vai estudar neste capítulo

Primeiro, vamos compreender a definição e a diferença entre múltiplos e divisores, estabelecendo as regras que determinam quando um número pode ser dividido por outro de forma exata.

Na sequência, exploraremos o conceito de números primos e compostos. Você entenderá por que os números primos são tão especiais e como eles formam a base da aritmética.

Para concluir, aprenderemos a calcular e aplicar o Mínimo Múltiplo Comum (MMC) e o Máximo Divisor Comum (MDC). Essas ferramentas serão utilizadas na resolução de situações problema, permitindo que você aplique a matemática para solucionar questões práticas de partilha e sincronização de eventos

Expectativas de aprendizagem

- Compreender a ideia de múltiplos e divisores de números naturais..
- Estabelecer critérios de divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 100 e 1000.
- Determinar múltiplos de um número natural.

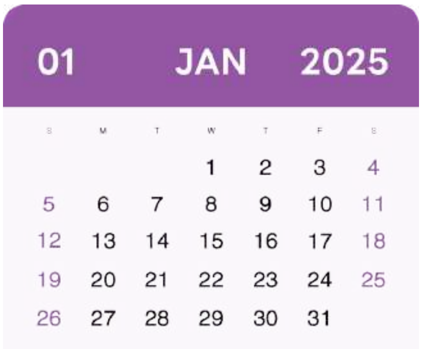
- Determinar divisores de um número natural.
- Classificar números naturais em primos e compostos.
- Construir fluxograma que indique a resolução de um problema simples.
- Apropriar-se de comandos básicos em linguagem de programação em blocos.
- Elaborar algoritmo usando uma linguagem de programação.
- Determinar o MMC e MDC de números naturais.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo MMC e MDC de números naturais.

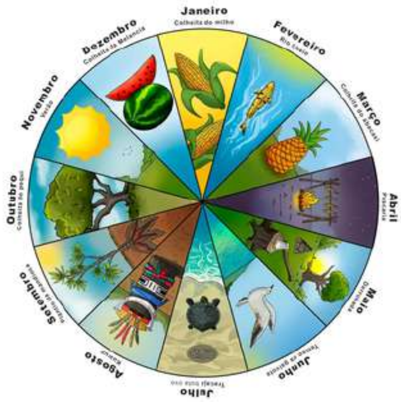
Ao concluir este capítulo, você será convidado(a) a retomar essas expectativas e refletir sobre o que aprendeu. Essa autoavaliação ajudará você a perceber o quanto evoluiu e o que pode aprimorar.

MÚLTIPLOS E DIVISORES DE UM NÚMERO NATURAL

Você sabia que os calendários antigos podem nos ajudar a entender conceitos matemáticos? Vamos explorar como os calendários maia, tupi-guarani e atual se relacionam com múltiplos e divisores.

Representação do Haab, calendário civil maia, desenvolvido por volta do século IV (quatro) a. C.





Representação calendário Tupi-guarani.

O calendário atual foi criado para ajustar o ano civil ao ano solar, que dura 365 dias, 5 horas, 48 minutos e 46 segundos. Para compensar a diferença, usamos anos bissextos, com a adição de um dia extra a cada quatro anos. Contudo, ainda resta uma pequena diferença, corrigida por regras específicas, como nos anos terminados em 00, que não sejam divisíveis por 400.

Os Tupi-Guaranis, por exemplo, marcavam o início do ano solar com o surgimento das Plêiades, em junho, e começavam os meses com a lua nova. Eles dividiam o ano em quatro estações, baseadas nos solstícios e equinócios, e usavam o calendário para atividades como caças e colheitas.

Os maias, por sua vez, desenvolviam um calendário complexo, como o Tzolkin, baseado no movimento de Vênus e na religiosidade maia e composto de 260 dias, sendo 13 períodos de 20 dias cada um. Outro calendário, chamado Haab, era composto de um Tun e um Wayeb. O Tun continha 18 períodos (winal) de 20 dias (dia = k'in), e o Wayeb era um período de 5 dias de sacrifício em preparação para o novo Haab.

O uso simultâneo dos calendários Tzolkin e Haab contabilizava um ciclo completo, de 52 anos.

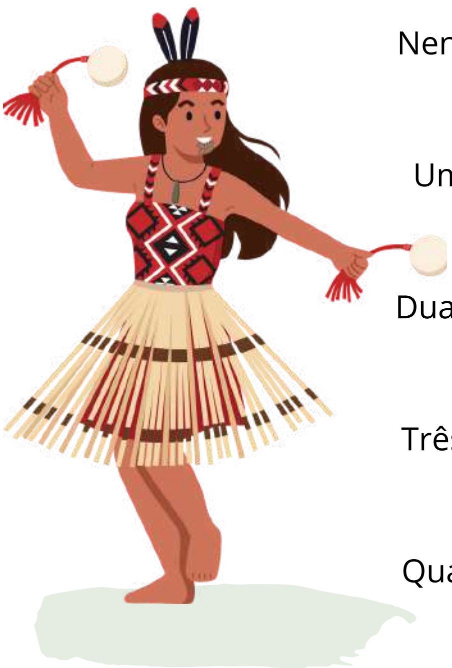
- Quando um dia do ciclo Tzolkin (260 dias), um ciclo lunar tupi-guarani (364 dias) e um ano gregoriano (365 dias) coincidirão novamente?

Para encontrar quando os ciclos Tzolkin (260 dias), lunar Tupi-Guarani (364 dias) e o ano gregoriano (365 dias) irão coincidir, precisamos encontrar o número de dias que seja múltiplo de todos esses ciclos. Ao testar múltiplos de 365 e verificar a divisibilidade por 260 e 364, encontramos que a coincidência ocorrerá após 133 060 dias. Convertendo isso para anos, temos aproximadamente 364,5 anos. Portanto, os ciclos se alinham novamente após esse período.

Múltiplos de um número natural

Na aldeia Tekoá Mirim, localizada no distrito de Santa Cruz, para confeccionar uma vestimenta tradicional, são necessários 3 metros de fibra de tucum. Para fazer duas vestimentas, são necessários 6 metros de fibra de tucum, e assim por diante.

Assim, para confeccionar:



Assim, para confeccionar:
Nenhuma vestimenta tradicional, ela não vai utilizar fibra de tucum alguma, pois $0 \cdot 3 = 0$;

Uma vestimenta tradicional, ela vai utilizar 3 m de fibra de tucum, pois $1 \cdot 3 = 3$;

Duas vestimentas tradicionais, ela vai utilizar 6 m de fibra de tucum, pois $2 \cdot 3 = 6$;

Três vestimentas tradicionais, ela vai utilizar 9 m de fibra de tucum, pois $3 \cdot 3 = 9$;

Quatro vestimentas tradicionais, ela vai utilizar 12 m de fibra de tucum, pois $4 \cdot 3 = 12$;

Cinco vestimentas tradicionais, ela vai utilizar 15 m de fibra de tucum, pois $5 \cdot 3 = 15$

Note que os números 0, 3, 6, 9, 12 e 15 podem ser representados por uma multiplicação de um número natural por 3. Assim, dizemos que esses números são múltiplos de 3.

Um número é considerado divisível por outro quando a divisão entre eles resulta em um número inteiro, ou seja, sem deixar restos.

Essa propriedade é fundamental para compreender o conceito de múltiplos. Por exemplo, no caso do número 18, podemos observar que 18 ÷ 3 = 6. Como o resultado da divisão é um número inteiro, dizemos que 18 é divisível por 3.

Agora, observe que 18 também pode ser escrito como $6 \cdot 3$, ou seja, como um produto que envolve o número 3. Isso nos leva ao seguinte entendimento: **um número é múltiplo de outro quando ele pode ser expresso como o produto desse número por um número natural.**

Portanto, os múltiplos de 3, como 0, 3, 6, 9, 12, 15 e 18, podem ser escritos como $0 \cdot 3$, $1 \cdot 3$, $2 \cdot 3$, $3 \cdot 3$, $4 \cdot 3$ $5 \cdot 3$ e $6 \cdot 3$, respectivamente. Além disso, todos esses números são divisíveis por 3, pois o resultado da divisão entre cada múltiplo e 3 é sempre um número inteiro.

Dessa forma, todo múltiplo de um número é, por definição, divisível por esse número. Essa relação é uma característica intrínseca dos múltiplos. Por exemplo:

- 6 ÷ 3 = 2, número inteiro, portanto 6 é múltiplo de 3.
- 9 ÷ 3 = 3, número inteiro, portanto 9 é múltiplo de 3.
- 15 ÷ 3 = 5, número inteiro, portanto 15 é múltiplo de 3.

Outros exemplos:

$$\begin{array}{r|l} 42 & 6 \\ \cline{2-2} 0 & 7 \end{array}$$

*Uma divisão é **exata** quando o resto é igual a zero.*

Portanto, 42 é múltiplo de 6 e de 7, pois a divisão é exata.

$$\begin{array}{r|l} 50 & 6 \\ \cline{2-2} 2 & 8 \end{array}$$

Logo, 50 não é múltiplo de 6 nem de 8, pois a divisão é não exata.

O zero é múltiplo de qualquer número natural.Qualquer número natural é múltiplo do número 1.

Para saber se um número **natural é múltiplo** de outro número natural, basta **efetuar uma divisão** entre eles. Acompanhe alguns exemplos.

$$\begin{array}{rcc|l} & 1 & 8 & 3 \\ \cline{4-4} - & 1 & 8 & 6 \\ \hline & 0 & 0 & \end{array}$$

18 é múltiplo de 3 porque $18 \div 3$ é uma divisão exata (resto 0)

$$\begin{array}{rcc|l} & 2 & 5 & 3 \\ \cline{4-4} - & 2 & 4 & 8 \\ \hline & 0 & 1 & \end{array}$$

25 não é múltiplo de 3 porque a divisão $25 \div 3$ não é exata (resto 1)

Em uma divisão exata de números naturais (resto 0), temos que o dividendo é múltiplo do divisor e é múltiplo do quociente.

Acompanhe mais alguns exemplos.

$$\begin{array}{rccc|l} & 3 & 4 & 3 & 7 \\ \cline{5-5} - & 2 & 8 & & 49 \\ \cline{1-3} & 0 & 6 & 3 & \\ & - & 6 & 3 & \\ \cline{2-4} & & 0 & 0 & \end{array}$$

343 é múltiplo de 7 e é múltiplo de 41 (divisão exata, com resto 0)

$$\begin{array}{rccc|l} & 3 & 6 & 2 & 7 \\ \cline{5-5} - & 3 & 5 & & 51 \\ \cline{1-3} & 0 & 1 & 2 & \\ & & - & 7 & \\ \cline{2-4} & & 0 & 5 & \end{array}$$

362 não é múltiplo de 7 e não é múltiplo de 51 (divisão não exata, com resto 5)

Observações: *A sequência dos múltiplos de um número natural diferente de 0 não tem fim, é infinita. Esse fato é indicado pelas reticências no final da sequência. O primeiro termo da sequência dos múltiplos de um número natural é sempre o 0 (zero).*

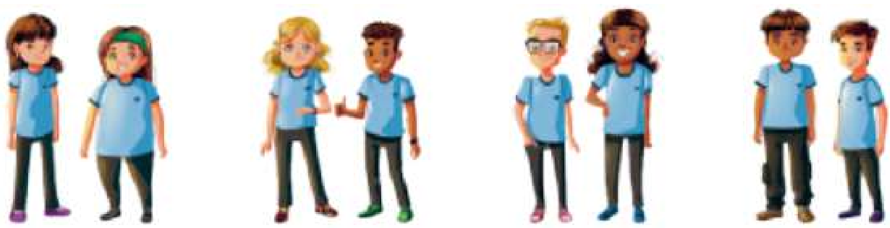
Divisores de um número natural

Um professor vai organizar 8 estudantes de uma turma, podendo colocá-los individualmente ou agrupá-los, desde que cada grupo tenha o mesmo número de estudantes. Analise as possibilidades que o professor tem.

Individualmente

$$8 \div 1 = 8$$

2 grupos com 4 estudantes cada



$$8 \div 2 = 4$$

2 grupos com 4 estudantes cada

$$8 \div 4 = 2$$

1 grupo com 8 estudantes

$$8 \div 8 = 1$$

Note que o professor pode organizar os estudantes individualmente ou em grupos com 2, 4 ou 8 estudantes sem ficar estudante algum sem grupo. Como a divisão de 8 por 1, 2, 4 e 8 é exata, dizemos que 8 é divisível por esses números.

Analise a divisão de 524 por 9.

$$\begin{array}{r|l} 524 & 9 \\ \cline{2-2} 74 & 58 \\ 2 & \end{array} \qquad 524 = 9 \cdot 58 + \underbrace{2}_{\text{resto}}$$

Como a divisão é não exata, podemos afirmar que não existe um número natural que multiplicado por 9 resulte em 524. Assim, podemos dizer que 524 não é múltiplo de 9, isto é, 524 não é divisível por 9.

Note que, se subtrairmos 2 unidades de 524, obtemos o número 522, que é múltiplo de 9 e de 58, ou seja, é divisível por 9 e por 58.

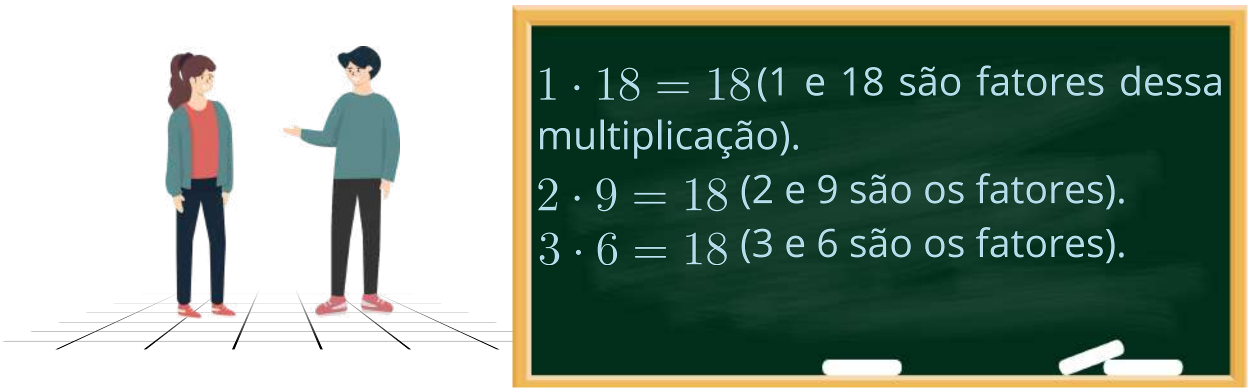
Observações:

- *A sequência dos divisores de um número natural diferente de 0 (zero) é finita.*
- *O primeiro termo da sequência dos divisores de um número natural é sempre o 1.*
- *O número 1 é divisor de qualquer número natural.*

Divisores ou fatores

Acompanhe agora esta situação:

Márcia e Flávio obtiveram os divisores de 18. Para isso, Márcia escreveu todas as multiplicações de 2 números naturais com produto 18. Flávio percebeu que os números que aparecem nos fatores dessas multiplicações são os divisores de 18. Escritos em ordem crescente, ficam assim: D(18) = 1, 2, 3, 6, 9, 18. Assim, podemos dizer que 1, 2, 3, 6, 9 e 18 são os divisores de 18 ou são os fatores de 18.



Critérios de divisibilidade

Divisibilidade por 2

Um número natural é divisível por 2 quando esse número for par, ou seja, quando o algarismo das unidades for 0, 2, 4, 6 ou 8.

Veja a divisão de alguns números pares e ímpares por 2.

```
2 4 |2_      1 8 |2_      1 5 |2_      5 6 |2_      2 1 |2_
0 4  1 2       0  9         1  7       1 6  2 8     0 1  1 0
  0                                      0
```

Divisibilidade por 3

Um número natural é divisível por 3 quando a soma dos valores absolutos dos seus algarismos for múltiplo de 3.

Acompanhe a divisão de alguns números por 3.

```
A  2 3 1 |3__     B  3 1 3 |3____     C  1 0 2 |3__     D  5 4 2 |3____
     2 1  7 7        0 1 3  1 0 4          1 2  3 4        2 4    1 8 0
       0                 1                   0               0 2
```

As divisões **A** e **C** são exatas, e as somas dos valores absolutos dos algarismos de 231 (2 + 3 + 1 = 6) e de 102 (1 + 0 + 2 = 3) são múltiplos de 3.

Já em **B** e **D**, as divisões não são exatas, e as somas dos valores absolutos dos algarismos de 313 (3 + 1 + 3 = 7) e de 542 (5 + 4 + 2 = 11) não são múltiplos de 3.

Divisibilidade por 4

Um número natural é divisível por 4 quando e o número formado pelos seus dois últimos algarismos for divisível por 4 ou se terminar em 00.

Acompanhe a divisão de alguns números por 4.

```
A  7 1 6 |4____     B  4 2 1 |4____
   3 1    1 7 9        0 2 1  1 0 5
     3 6                   1
       0
```

A divisão **A** é exata, e os dois últimos algarismos do número 716, na ordem em que aparecem, formam o número 16, que é múltiplo de 4. Já em **B** a divisão é não exata, e os dois últimos algarismos do número 421, na ordem em que aparecem, formam o número 21, que não é múltiplo de 4.

Divisibilidade por 5

Um número natural é divisível por 5 somente quando termina em zero ou em 5.

Considere as divisões.

$$\begin{array}{r|l} 130 & 5 \\ \cline{2-2} 30 & 26 \\ 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 75 & 5 \\ \cline{2-2} 25 & 15 \\ 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 560 & 5 \\ \cline{2-2} 06 & 112 \\ 10 & \\ 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 134 & 5 \\ \cline{2-2} 34 & 26 \\ 4 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 4\,015 & 5 \\ \cline{2-2} 01 & 803 \\ 15 & \\ 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 5\,104 & 5 \\ \cline{2-2} 01 & 1.020 \\ 10 & \\ 04 & \\ 4 & \end{array}$$

Observe que 130, 75, 560 e 4 015 são divisíveis por 5, mas 134 e 5 104, não. Note ainda que esses números divisíveis por 5 terminam em 5 ou em zero, enquanto na divisão não exata isso não ocorre. Apresentamos apenas alguns exemplos, mas isso acontece sempre. Veja mais exemplos.

- 210 é divisível por 5, pois 210 termina em zero.
- 1 345 é divisível por 5, pois 1 345 termina em 5.
- 148 não é divisível por 5, pois 148 não termina em zero nem em 5.

Divisibilidade por 6

Se um número natural é divisível por 2 e por 3 ao mesmo tempo, então ele é divisível por 6. E, reciprocamente, se um número natural é divisível por 6, então ele é divisível por 2 e por 3 ao mesmo tempo.

Considere os exemplos.

- O número 246 é divisível por 6, pois é divisível por 2 (é par) e é divisível por 3 (2 + 4 + 6 = 12).
- O número 4 712 não é divisível por 6, pois, embora seja divisível por 2 (é par), ele não é divisível por 3 (4 + 7 + 1 + 2 = 14).

Divisibilidade por 8

Para entender a divisibilidade por 8, é importante analisar algumas regularidades nos números naturais. Observe:

$$
\begin{aligned}
1\,000 &= 8 \cdot 125 \\
2\,000 &= 16 \cdot 125 = 2 \cdot 8 \cdot 125 \\
3\,000 &= 24 \cdot 125 = 3 \cdot 8 \cdot 125 \\
4\,000 &= 32 \cdot 125 = 4 \cdot 8 \cdot 125 \\
&\vdots \\
10\,000 &= 80 \cdot 125 = 10 \cdot 8 \cdot 125 \\
&\vdots \\
100\,000 &= 800 \cdot 125 = 100 \cdot 8 \cdot 125
\end{aligned}
$$

Essas decomposições mostram que os números naturais terminados em três ou mais zeros (como 1 000, 2 000, 10 000, 100 000, etc.) são múltiplos de 8 ou divisíveis por 8.

Agora, veja um exemplo com um número maior, como 12 128. Esse número pode ser decomposto da seguinte forma:

$$12\,128 = \underbrace{12\,000}_{\substack{\text{É divisível por 8 pois} \\ 10\,000 \text{ e } 2\,000 \text{ são} \\ \text{divisíveis por 8.}}} + \underbrace{128}_{\substack{\text{Basta verificar se este} \\ \text{número é ou não} \\ \text{múltiplo de 8.}}}$$

Se os algarismos das centenas, das dezenas e das unidades de um número natural formam um número divisível por 8, então o número todo é divisível por 8. E, reciprocamente, se um número natural é divisível por 8, então os algarismos das centenas, das dezenas e das unidades dele formam um número divisível por 8.

Como 128 é divisível por 8 , temos que o número 12 128 é divisível por 8. Podemos fazer essa decomposição com qualquer número natural. Então, chegamos ao critério de divisibilidade por 8, veja alguns exemplos:

- O número 15 000 é divisível por 8, pois os três últimos algarismos (000) indicam que o número é divisível por 8.
- O número 13 280 é divisível por 8, pois os algarismos das centenas, das dezenas e das unidades formam o número 280, que é divisível por 8.
- O número 11 354 não é divisível por 8, pois 354 não é divisível por 8.
- O número 13 100 não é divisível por 8, pois 100 não é divisível por 8.

Divisibilidade por 9

Vamos verificar se 28 314 é divisível por 9?

Note que o algoritmo da divisão nos mostra que 28 314 é divisível por 9.

$$\begin{array}{r|l} 28\,314 & 9 \\ \cline{2-2} 13 & 3\,146 \\ 41 & \\ 54 & \\ 0 & \end{array}$$

Outra forma de verificar isso é adicionar os algarismos do número 28 314 e, em seguida, efetuar a divisão dessa soma por 9.

$$2 + 8 + 3 + 1 + 4 = 18 \qquad \begin{array}{r|l} 18 & 9 \\ \cline{2-2} 0 & 2 \end{array}$$

Um número natural será divisível por 9 quando a soma dos seus algarismos for um número divisível por 9.

- 6 408 é divisível por 9, pois 6 + 4 + 0 + 8 = 18, e 18 é divisível por 9.
- 27 319 não é divisível por 9, pois 2 + 7 + 3 + 1 + 9 = 22, e 22 não é divisível por 9.

Divisibilidade por 10

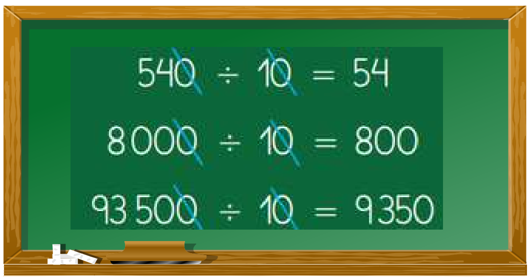
Observando os números naturais divisíveis por 10 (0, 10, 20, 30, 40, 50, ...), dizemos que:

Um número natural será divisível por 10 quando terminar em 0.

Isso acontece porque quando multiplicamos o número 10 por outro número inteiro, o resultado sempre terá um zero no final. Por exemplo, 10 × 3 = 30 e 10 × 7 = 70. Assim, se um número termina em "0", ele pode ser dividido por 10 sem deixar resto.

- 1 500 é divisível por 10.
- 4 203 não é divisível por 10.

Em uma divisão exata de um número natural por 10, podemos determinar o resultado sem efetuar a divisão: basta eliminar o algarismo 0 das unidades. Isso corresponde a dividir o dividendo e o divisor por 10.



Divisibilidade por 100

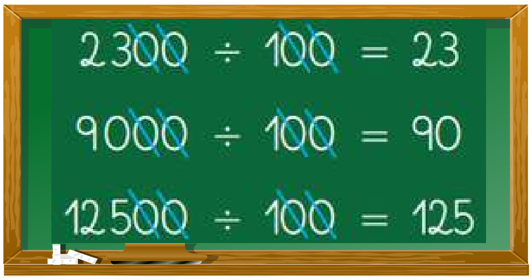
Observando os números naturais divisíveis por 100 (0, 100, 200, 300, 400, ...), dizemos que:

Um número natural será divisível por 100 quando terminar em 00.

Isso acontece porque a multiplicação por 100 sempre adiciona dois zeros no final do outro fator inteiro. Por exemplo, 100 × 3 = 300 e 100 × 7 = 700. Se um número termina com dois zeros, podemos dizer que ele é um múltiplo de 100 e pode ser dividido por 100 sem deixar resto.

- 31 700 é divisível por 100.
- 5 430 não é divisível por 100.
- 789 não é divisível por 100.

Em uma divisão exata, de um número natural por 100 (quando o número é divisível por 100), também podemos determinar o resultado sem efetuar a divisão: basta eliminar os algarismos 0 das unidades e das dezenas. Isso corresponde a dividir o dividendo e o divisor por 100.



Divisibilidade por 1000

Observando os números naturais divisíveis por 1 000 (0, 1 000, 2 000, 3 000, 4 000, 5 000, ...), dizemos que:

Um número natural será divisível por 1 000 quando terminar em 000.

Isso acontece porque a multiplicação por 1000 sempre adiciona três zeros no final do outro fator inteiro. Por exemplo, 1 000 × 2 = 2 000 e 1 000 × 5 = 5 000. Se um número termina em "000", significa que ele pode ser dividido exatamente por 1 000 sem deixar nenhum resto.

- 25 000 é divisível por 1 000.
- 8 300 não é divisível por 1 000.
- 6 341 não é divisível por 1 000.

HABILIDADE DA COMPUTAÇÃO

EF06CO06 Elaborar algoritmos que envolvam instruções sequenciais, de repetição e de seleção usando uma linguagem de programação.

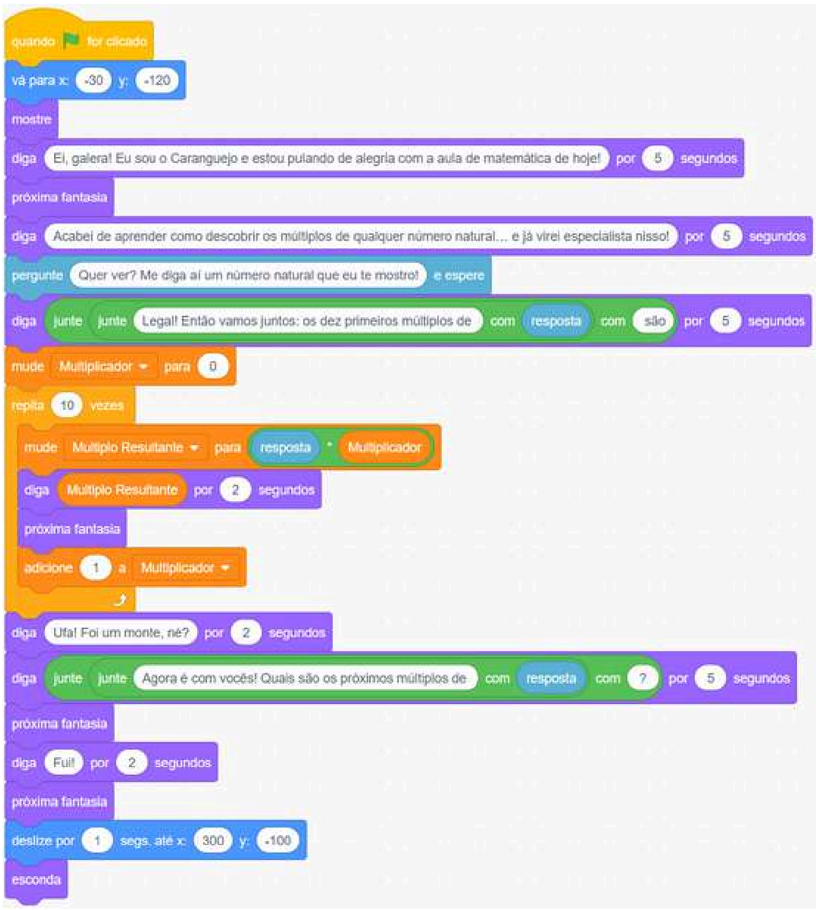
Construir e explorar sequências recursivas no Scratch

Agora que já conhecemos o ambiente do *Scratch* e suas principais áreas, podemos colocar em prática a ideia de divisibilidade, que estudamos no início deste material, criando projetos em que uma mesma ação se repete várias vezes, formando **padrões de movimento e comportamento**.

Para visualizar melhor essas ideias, serão apresentadas duas pequenas histórias com o nosso caranguejo como personagem principal. Na primeira, ele aparece todo empolgado por ter aprendido a identificar os múltiplos de um número natural. Na segunda, acompanhamos uma personagem que sobe a montanha mais alta do mundo em busca do famoso Guru da Razão, mas a conversa não acontece exatamente como ela esperava.

Exemplo 1 – múltiplos do especialista

Neste primeiro projeto, o objetivo é fazer com que o caranguejo apresente os dez primeiros múltiplos de um número natural informado pelo usuário. Para isso, foi desenvolvido o seguinte código em blocos:

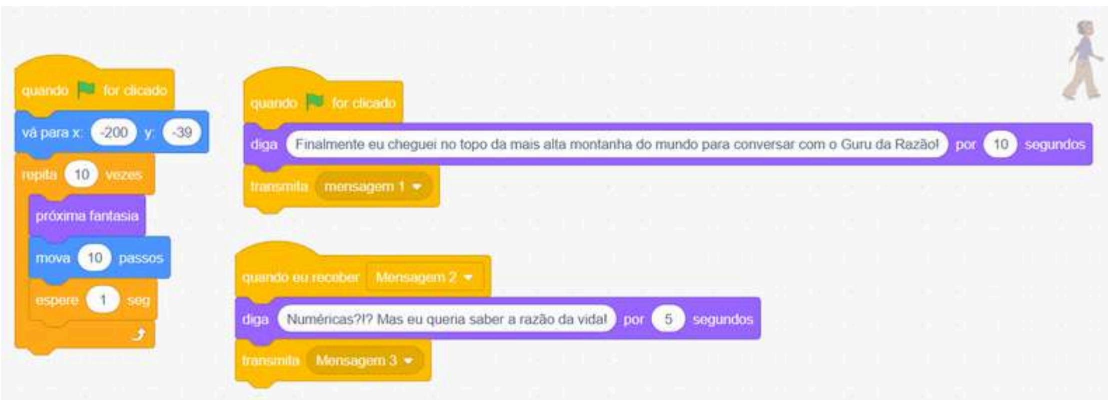


O resultado aparece em dez etapas visuais:

Depois de receber o valor informado pelo usuário (seleção), o algoritmo inicia uma sequência de ações organizada em um laço de repetição. Em cada passagem pelo laço, o programa calcula e anuncia o próximo múltiplo do número de entrada, construindo a sequência passo a passo. Assim, a lógica dos múltiplos é apresentada de forma estruturada e totalmente baseada no funcionamento do algoritmo.

Exemplo 2 – os divisores na montanha

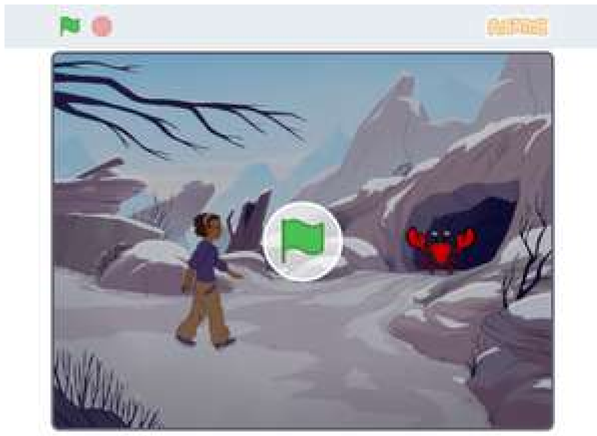
Neste projeto, a personagem chega ao topo de uma montanha para conversar com o “Guru da Razão”, que na verdade trabalha apenas com razões numéricas. A partir dessa interação, o programa solicita ao usuário um número natural e o caranguejo apresenta seus divisores. Para isso, utilizamos os seguintes códigos em blocos:



A execução produz uma sequência organizada de etapas:

Após receber o número informado pelo usuário, o algoritmo inicia uma rotina de verificação em que testa, um a um, os valores candidatos a divisor. Em cada passo, o programa decide se o número atual divide ou não o valor de entrada e, quando a condição é satisfeita, o divisor é anunciado. Esse processo, repetido de forma sistemática, constrói a lista completa de divisores com base no funcionamento do algoritmo.

Caso tenha se interessado, abaixo estão os links e QR-Codes dos dois exemplos apresentados. Divirtam-se!



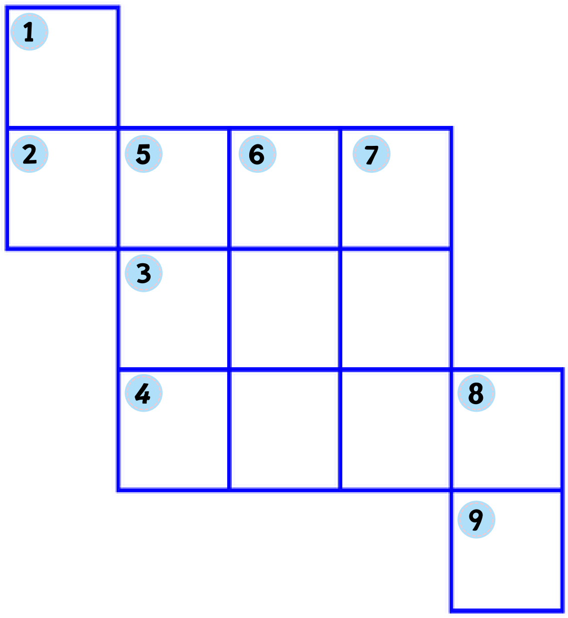
Agora é a sua vez: tente também! Crie, modifique, invente, erre e descubra novas formas de fazer o Scratch ganhar vida. Apresente suas obras aos colegas e professores — compartilhar o que você cria é uma das partes mais divertidas (e desafiadoras) de aprender.

Exercícios Resolvidos

EXERCÍCIO 1. Complete com os números através das dicas.

Horizontais

1. Múltiplo de 2 e de 3, menor que 10.
3. Três centos mais dois.
4. Múltiplo de 11 e de 2, no qual o algarismo das dezenas é igual ao das centenas e o primeiro algarismo é igual ao último, sucessor do 1º número ímpar.
9. Ele é múltiplo de todos os números.



Verticais

2. Considerando os múltiplos de 5, na ordem crescente, ele é o segundo múltiplo.
5. Número em que o algarismo das unidades é o dobro do algarismo das centenas, o 1º número ímpar.
6. Primeiro múltiplo de 5 maior que 400.
7. Múltiplo de 11, maior que 800 e menor que 900.
8. Considerando os múltiplos de 5, na ordem crescente, ele é o quinto múltiplo.

SOLUÇÃO.

Horizontais

1. O menor múltiplo de 2 e 3, menor que 10, é 6 (pois 6 é divisível por 2 e por 3).

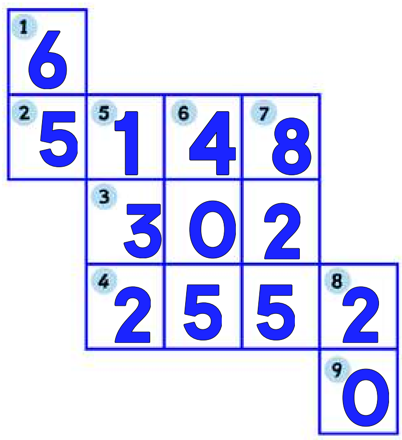
3. Três centos mais dois é igual a 302.

4. O número que atende a essas condições é 2552 (é múltiplo de 11 e 2, as dezenas e as centenas são iguais e o primeiro algarismo é igual ao último).

9. O zero (0), já que qualquer número multiplicado por zero resulta em zero.

Verticais

2. O 2º múltiplo de 5 é **5.**
5. O número que atende a essa condição é **132** (o algarismo das unidades, 2, é o dobro do algarismo das centenas, 1).
6. O primeiro múltiplo de 5 maior que 400 é **405**.
7. O múltiplo de 11 que atende a essas condições é **825**.
8. Os múltiplos de 5 em ordem crescente são:0, 5, 10, 15, 20. e o quinto múltiplo é **20.**



EXERCÍCIO 2. É fácil saber se um ano é bissexto (quando fevereiro tem 29 dias). Basta verificar duas condições: o ano deve ser divisível por 4. No caso de anos terminados em 00 (anos de século), é necessário que também sejam divisíveis por 400. Confira, por exemplo, o calendário abaixo.

a) Escreva quais dos anos a seguir são bissextos.

2001 **2008** **2020** **2050** **2034** **3000**

b) A década de 1990 (de 1990 a 1999) teve quantos anos bissextos?

Fevereiro 2020

Domingo	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira	Sábado
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29

SOLUÇÃO. De acordo com o calendário gregoriano, no ano bissexto é incluído um dia extra no mês de fevereiro, que passa a ter 29 dias. Isso ocorre a cada quatro anos, mas há algumas exceções para essa regra, por exemplo: anos múltiplos de 100 não são bissextos, exceto se forem múltiplos de 400. Por exemplo, 1900 não é bissexto, mas 2000 é.

a) Os anos que são divisíveis por 4 são: 2008, 2020 e 3000; mas, para o ano ser bissexto, os múltiplos de 4 terminados em 00 devem ser divisíveis por 400. 3000 não é divisível por 400. Então os anos bissextos são: 2008 e 2020.

b) De 1990 a 1999 os divisíveis por 4 são 1992 e 1996, então a década de 90 teve 2 anos bissextos.

EXERCÍCIO 3. Qual é o menor múltiplo de 13 maior que 100?

SOLUÇÃO.
Passo 1: Divida 100 por 13. Primeiro, precisamos dividir 100 por 13 para ver qual é o maior múltiplo de 13 que é menor ou igual a 100.

$$100 \div 13 \approx 7,69$$

O maior número inteiro que, ao ser multiplicado por 13, resulta em um valor menor ou igual a 100 é 7.

Passo 2: Multiplique 13 pelo maior número inteiro. Agora, multiplicamos 13 por 7 para encontrar o múltiplo de 13 mais próximo de 100.

$$13 \cdot 7 = 91$$

Ou seja, 91 é o maior múltiplo de 13 menor ou igual a 100.

Passo 3: Encontre o próximo múltiplo de 13. Agora, precisamos encontrar o próximo múltiplo de 13, que será maior que 100. Para isso, multiplicamos 13 por 8.

$$13 \cdot 8 = 104$$

Portanto, o menor múltiplo de 13 maior que 100 é 104.
Outra forma:

$$100 \div 13 = 7, resto\ 9.$$
$$13 \cdot 7 = 91$$
$$91 + 13 = 104$$

EXERCÍCIO 4. Determine os divisores de:
a) 14 que não são divisores de 35.
b) 35 que não são divisores de 14.
c) 14 que são, também, divisores de 35.

SOLUÇÃO. Divisores de 14: {1, 2, 7, 14}; divisores de 35: {1, 5, 7, 35}.
a) Identificar os divisores de 14 que não são divisores de 35 Agora, vamos observar os divisores de 14 e ver quais deles não são divisores de 35. Comparando:

- O divisor 1 é comum a ambos.
- O divisor 7 é comum a ambos.
- O divisor 2 não é divisor de 35.
- O divisor 14 não é divisor de 35.

Logo, os divisores de 14 que não são divisores de 35 são: 2 e 14.

b) Identificar os divisores de 35 que não são divisores de 14 Comparando os divisores:

- O divisor 1 é comum a ambos.
- O divisor 7 é comum a ambos.
- O divisor 5 não é divisor de 14.
- O divisor 35 não é divisor de 14.

Logo, os divisores de 35 que não são divisores de 14 são: 5 e 35.

c) Identificar os divisores de 14 que são também divisores de 35 Comparando os divisores:

- O divisor 1 é comum a ambos.
- O divisor 7 é comum a ambos.

Logo, os divisores de 14 que são também divisores de 35 são: 1 e 7.

Atividades

ATIVIDADE 1

Determine:

a) Os cinco primeiros múltiplos de 5 =

b) Os cinco primeiros múltiplos de 17 =

c) Os divisores de 10 =

d) Os divisores de 48 =

ATIVIDADE 2

Classifique as alternativas como verdadeiras (V) ou falsas (F).

(   ) 105 é múltiplo de 7.
(   ) 530 é múltiplo de 12.
(   ) 8 é divisor de 46.
(   ) 45 é divisor de 270.
(   ) 189 é divisível por 9.

ATIVIDADE 3

Murilo e seus amigos foram brincar com um jogo de tabuleiro. A primeira coisa que fizeram foi ler as regras. O jogo possui 60 cartas, e uma das regras estabelece que o número mínimo de participantes é 5 e o número máximo é 15. Além disso, as cartas devem ser distribuídas igualmente entre os jogadores, sem sobrar nenhuma. Quais são as quantidades possíveis de participantes para que o jogo atenda às regras?

ATIVIDADE 4

No Espírito Santo, as comunidades quilombolas preservam tradições como o Congo, uma manifestação cultural que celebra a história e resistência afro-brasileira. Durante uma festa cultural, duas bandas de Congos se inscreveram para apresentar: uma com 36 integrantes e outra com 48 integrantes.

a) Escreva todos os divisores desses dois números, representando as possíveis formas de organizar os integrantes de cada banda em grupos.

b) Quais números são divisores de 36 e 48 ao mesmo tempo, ou seja, quais tamanhos de grupos são iguais para as duas bandas?

c) Qual é o maior tamanho de grupo em comum entre as duas bandas?

ATIVIDADE 5

Complete a tabela abaixo utilizando apenas as regras de divisibilidade, sem realizar divisões completas.

Número	**É divisível por 2?**	**É divisível por 3?**	**É divisível por 4?**	**É divisível por 5?**
18				
624				
2 920				
3 565				

ATIVIDADE 6

No Espírito Santo, ocorre anualmente a Festa da Polenta em Venda Nova do Imigrante, um importante evento cultural que atrai muitos visitantes. Em um determinado dia, a organização decidiu distribuir pratos de polenta durante o evento. Esses pratos serão servidos em intervalos regulares de 25 minutos ao longo do dia, sendo o primeiro servido no momento em que começa a festa. O evento começa às 10h00 e termina às 14h00. Quais serão todos os horários ao longo do evento em que os pratos de polenta serão servidos?

ATIVIDADE 7

Complete os números, com apenas um algarismo, para que sejam divisíveis por 9.

a) 23▢ b) 9▢4 c) ▢08 d) 1▢957

ATIVIDADE 8

O número 13**Y** é formado por três algarismos. Por qual algarismo deve-se trocar o "**Y**" para que o número seja divisível:

a) por 6:

b) por 8:

c) por 10:

ATIVIDADE 9

Qual é o maior número natural de 3 algarismos divisível por 5?

ATIVIDADE 10

Qual algarismo substitui a letra x no número 32 00x para que ele seja divisível por 100 e 1 000 ao mesmo tempo?

NÚMEROS PRIMOS E CRIPTOGRAFIA

Na cibernética, a criptografia é essencial para proteger informações confidenciais. E os números primos são a base de diversos algoritmos de criptografia, como o RSA (Rivest-Shamir-Adleman).

O algoritmo RSA utiliza a multiplicação de dois números primos muito grandes para gerar chaves de criptografia. Essas chaves são usadas para codificar e decodificar mensagens, tornando-as extremamente difíceis de serem quebradas por qualquer pessoa que não possua a chave correta.

O processo de fatorar um número grande em seus fatores primos é surpreendente e consome muito tempo, mesmo para supercomputadores (máquinas com desempenho extremamente alto). E essa complexidade torna a criptografia segura.

Os números primos podem parecer simples à primeira vista, mas sua importância na matemática e na tecnologia é vasta e profunda. Além de serem um tema recorrente em exames como o ENEM, eles são a espinha dorsal de sistemas de segurança digital que protegem nossas informações mais sensíveis.

Portanto, ao estudá-los, além de compreender um conceito matemático fundamental, você também está adentrando em um mundo onde a complexidade desses números desempenha um papel importante na proteção de nossa comunicação digital.

NÚMEROS PRIMOS E NÚMEROS COMPOSTOS

Vamos considerar o conjunto dos números naturais N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ...}.

Podemos verificar que:

- 0 é divisível por qualquer número diferente de zero;
- 1 é divisível apenas por 1;
- 2 é divisível por 1 e 2;
- 3 é divisível por 1 e 3;
- 4 é divisível por 1, 2 e 4;

- 5 é divisível por 1 e 5;
- 6 é divisível por 1, 2, 3 e 6;
- 7 é divisível por 1 e 7;
- 8 é divisível por 1, 2, 4 e 8;
- 9 é divisível por 1, 3 e 9.

Podemos observar que:

- 1 é divisor de qualquer número, ou seja, qualquer número é divisível por 1;
- alguns números, como 2, 3, 5 e 7, têm exatamente dois divisores naturais: o número 1 e o próprio número; eles são chamados de números primos.

Números primos são os números naturais que têm apenas 2 divisores naturais, o número 1 e o próprio número.

Números compostos são os números naturais maiores do que 1 que têm mais de 2 divisores, diferente de zero.

A palavra "primo" vem do latim e significa primeiro. Os números primos são os primeiros, na medida em que geram todos os demais números naturais pela multiplicação. Assim, todo número composto pode ser escrito como o produto de números primos. Analise alguns exemplos:

$$6 = 2 \cdot 3 \quad 36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \quad 105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$$

Propriedades da Igualdade

Para verificar se um número é primo ou composto, devemos primeiro dividir o número dado pelos números primos menores do que ele, até obtermos um quociente menor ou igual ao divisor. Depois, devemos analisar:

Se nenhuma das divisões efetuadas for exata, o número será primo;
Se qualquer uma das divisões for exata, o número será composto.

- Vamos verificar se o número 71 é primo.

Observe as divisões de 71 por alguns números primos menores do que ele.

$$\begin{array}{rr|l} 7 & 1 & 2 \\ \cline{3-3} 1 & 1 & 35 \\ & 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{rr|l} 7 & 1 & 3 \\ \cline{3-3} 1 & 1 & 23 \\ & 2 & \end{array} \qquad \begin{array}{rr|l} 7 & 1 & 5 \\ \cline{3-3} 2 & 1 & 14 \\ & 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{rr|l} 7 & 1 & 7 \\ \cline{3-3} 0 & 1 & 10 \\ & 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{rr|l} 7 & 1 & 11 \\ \cline{3-3} & 5 & 6 \end{array}$$

*Percebemos que, na divisão por 11, o quociente 6 é menor que o divisor e a divisão não é exata. Podemos, então, afirmar que **o número 71 é primo**.*

- Vamos verificar se o número 667 é primo.

Note que, pelos critérios de divisibilidade, 667 não é divisível por 2, nem por 3, nem por 5. Vamos dividir o número 667 pelos próximos números primos menores do que ele. Verifique:

$$\begin{array}{rrr|l} 6 & 6 & 7 & 7 \\ \cline{4-4} & 3 & 7 & 95 \\ & & 2 & \end{array} \qquad \begin{array}{rrr|l} 6 & 6 & 7 & 11 \\ \cline{4-4} & 0 & 7 & 60 \\ & & 7 & \end{array} \qquad \begin{array}{rrr|l} 6 & 6 & 7 & 13 \\ \cline{4-4} & 1 & 7 & 51 \\ & & 4 & \end{array}$$

$$\begin{array}{rrr|l} 6 & 6 & 7 & 17 \\ \cline{4-4} 1 & 5 & 7 & 39 \\ & & 4 & \end{array} \qquad \begin{array}{rrr|l} 6 & 6 & 7 & 19 \\ \cline{4-4} 0 & 9 & 7 & 35 \\ & 2 & 1 & \\ & & 2 & \end{array} \qquad \begin{array}{rrr|l} 6 & 6 & 7 & 23 \\ \cline{4-4} 2 & 0 & 7 & 29 \\ & & 0 & \end{array}$$

Divisão exata

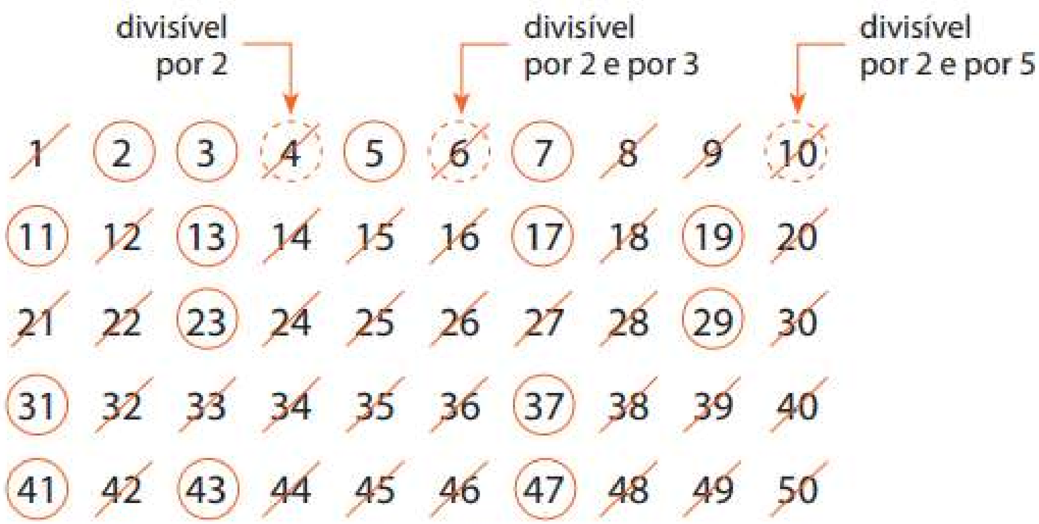
*Como a divisão por 23 é exata, podemos parar de dividir 667 por números primos e afirmar que **o número 667 não é primo**.*

Crivo de Eratóstenes

O método consiste na disposição ordenada dos números naturais em linhas e em colunas. Com base nisso, ele eliminou os números compostos e, utilizando uma estratégia, identificou os números primos. Analise a seguir.

Vamos obter os números primos compreendidos entre 1 e 50 pelo Crivo de Eratóstenes:

- Eliminamos o número 1, pois já sabemos que ele não é primo.
- Circulamos o 2 e riscamos seus múltiplos, que são números compostos.
- Circulamos o 3 e riscamos seus múltiplos.
- Continuamos esse processo com os números que ainda não foram riscados até que não haja mais números a serem riscados ou circulados.



Os números 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43 e 47 são números primos.

Decomposição de números em fatores primos

Vimos que todo número composto pode ser escrito como o produto de números primos. Verifique as maneiras de decompor o número 24 em fatores primos.

$$24 = 2 \cdot \underbrace{12}_{2 \cdot 2 \cdot 3} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \qquad 24 = \underbrace{8}_{2 \cdot 2 \cdot 2} \cdot 3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$24 = \underbrace{4}_{2 \cdot 2} \cdot \underbrace{6}_{2 \cdot 3} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$$

Note que nas três decomposições os fatores primos são os mesmos. Desse modo, $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$ é a decomposição em fatores primos do número 24.

A decomposição de um número composto em fatores primos é única, diferenciando-se apenas pela ordem dos fatores.

Utilizando um algoritmo, podemos decompor o número 24 em fatores primos da seguinte maneira.

- Inicialmente, dividimos 24 por um de seus divisores primos. Em geral, começamos pelo menor divisor, neste caso, o número 2.

$$\begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & \end{array} \qquad 24 \div 2 = 6$$

O quociente da divisão é colocado abaixo do 24.

- Em seguida, dividimos o quociente obtido por um de seus divisores primos e repetimos esse processo até obtermos o quociente 1.

$$\begin{array}{c|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r} 12 \div 2 = 6 \\ 6 \div 2 = 3 \\ 3 \div 3 = 1 \end{array}$$

Desse modo, o número 24 pode ser escrito como o produto de fatores primos.

$$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$$

Todo número natural composto pode ser decomposto em um produto de dois ou mais fatores diferentes de 1. Observe, por exemplo, algumas decomposições do número 36:

$$\underbrace{36}_{2 \cdot 18} \quad \text{ou} \quad \underbrace{36}_{4 \cdot 9} \quad \text{ou} \quad \underbrace{36}_{6 \cdot 6}$$

Vamos prosseguir, decompondo os fatores que são números compostos também em um produto de dois fatores, até que fiquem somente fatores primos:

$$\begin{array}{c} 36 \\ 2 \cdot 18 \\ 2 \cdot \overbrace{2 \cdot 9} \\ \underbrace{2 \cdot 2} \cdot \underbrace{3 \cdot 3} \\ 2^2 \cdot 3^2 \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{c} 36 \\ 4 \cdot 9 \\ \underbrace{2 \cdot 2} \cdot \underbrace{3 \cdot 3} \\ 2^2 \cdot 3^2 \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{c} 36 \\ 6 \cdot 9 \\ 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \\ 2^2 \cdot 3^2 \end{array}$$

Quando um número está decomposto em um produto em que todos os fatores são números primos, dizemos que esse número está decomposto em fatores primos.

Portanto, o produto $2^2 \cdot 3^2$ é a decomposição em fatores primos do número 36.

Observe que pode haver diferentes maneiras de decompor um número natural em um produto de dois ou mais fatores, mas a decomposição em fatores primos é única.

Para efetuar a decomposição, pode-se dividir o número dado pelo seu menor divisor primo. Depois, procede-se da mesma maneira com o quociente obtido, até encontrar o quociente 1.

Acompanhe alguns exemplos de como decompor o número 60 em fatores primos:

60	2	O menor divisor primo de 60 é 2; divide-se 60 por 2.
30	2	O menor divisor primo de 30 é 2; divide-se 30 por 2.
15	3	O menor divisor primo de 15 é 3; divide-se 15 por 3.
5	5	O menor divisor primo de 5 é 5; divide-se 5 por 5.
1		Encontramos o quociente 1.

Podemos escrever: $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \; ou \; 60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$.

Observe que, na decomposição do número 60, optamos por usar os números primos em ordem crescente. No entanto, isso não é uma regra: você pode organizá-los em qualquer ordem, como mostram os exemplos a seguir:

$$\begin{array}{r|l} 60 & 3 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 60 & 5 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 3 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Fluxograma

Um algoritmo também pode ser representado por meio de um esquema gráfico denominado fluxograma.

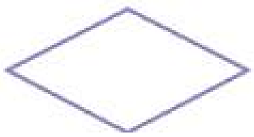
> *Um algoritmo é um conjunto ordenado de operações (passos, procedimentos ou ações) que permite solucionar um problema.* ***Fluxograma*** *é uma representação gráfica que apresenta a sequência de operações de um algoritmo; também é chamado de diagrama de fluxo.*

Para construir um fluxograma, utilizamos as figuras indicadas a seguir. Essas figuras são interligadas por setas que indicam o fluxo a ser seguido.

- Para indicar o início e o fim: 

- Para indicar um procedimento: 

- Para indicar uma tomada de decisão (responder a uma pergunta que deve admitir uma resposta “sim” ou “não”):

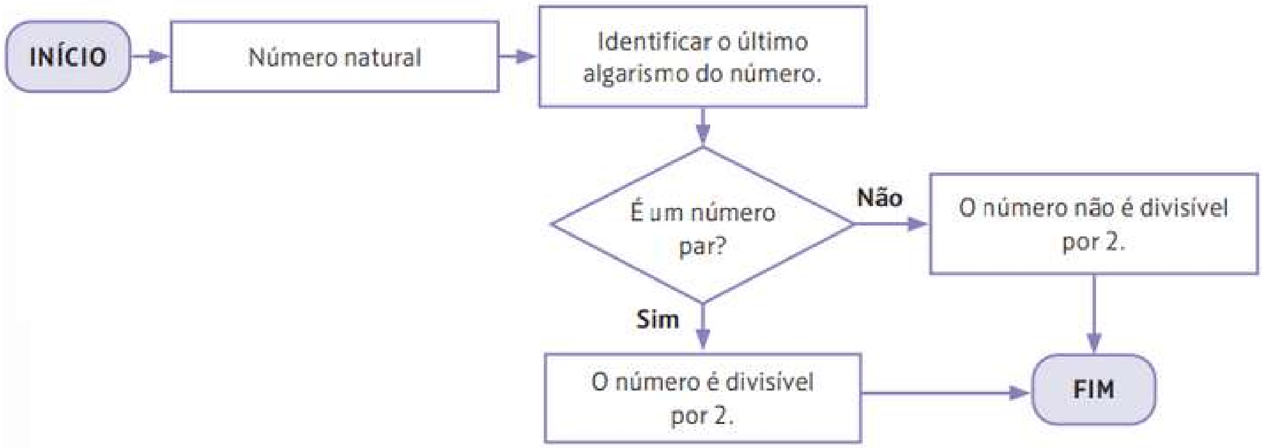


- Indica o sentido da sequência de etapas: 

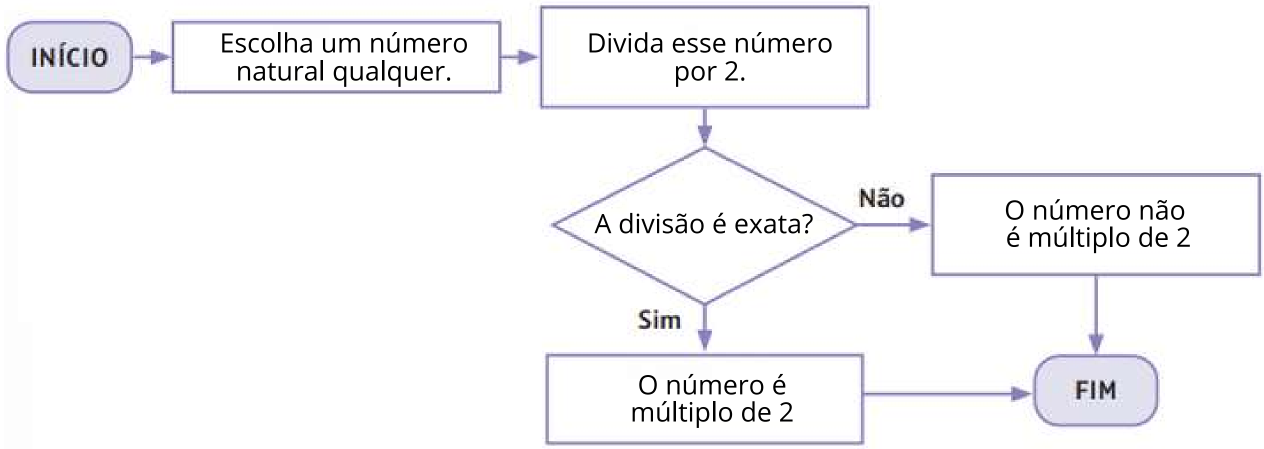
O algoritmo para saber se um número é **divisível** por 2 pode ser descrito assim:

- Verificar com qual algarismo termina o número.
- Decidir se o número é ou não é par.
- Concluir se o número é ou não é divisível por 2.

Esse algoritmo pode ser representado por meio do fluxograma a seguir.



Para verificar se um número é **múltiplo** de 2, por exemplo, podemos elaborar um esquema conforme o apresentado abaixo.

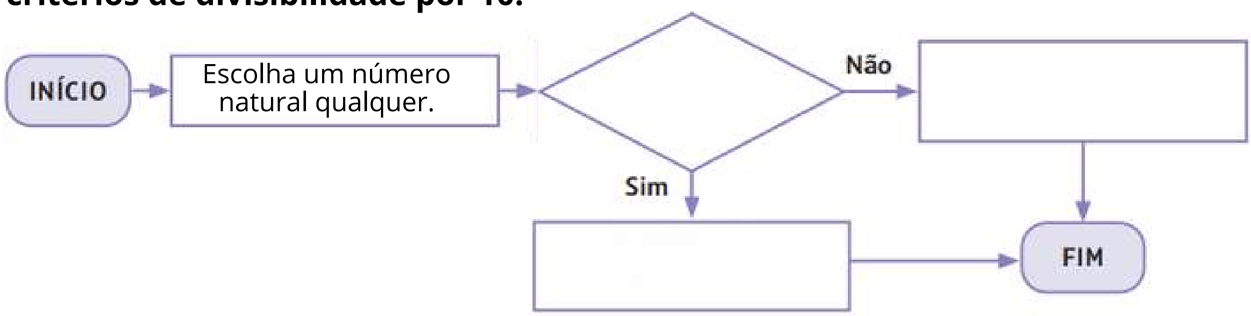


Exercícios Resolvidos

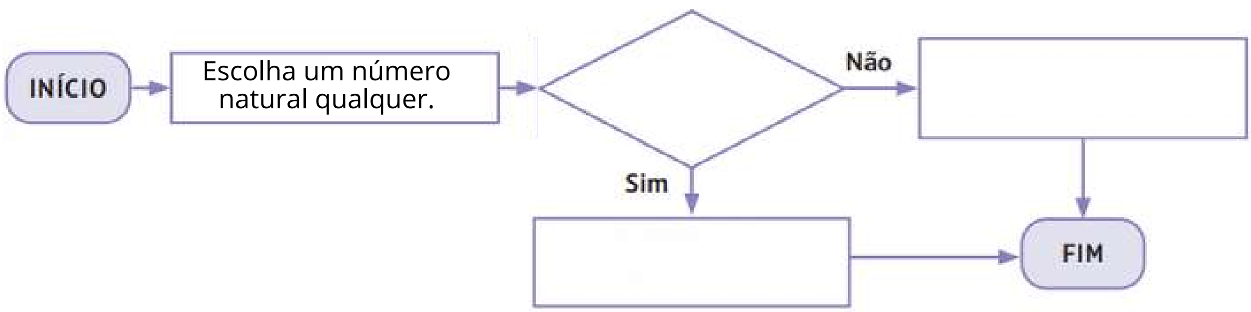
EXERCÍCIO 1. Complete os fluxogramas a seguir com os critérios de divisibilidade por 10, 100 e 1 000, usando as sentenças.

Esse número termina em 0?	Esse número termina em 00?	Esse número termina em 000?
O número é divisível por 100.	O número é divisível por 10.	O número é divisível por 1 000.
O número não é múltiplo de 10.	O número não é múltiplo de 100.	O número não é múltiplo de 1 000.

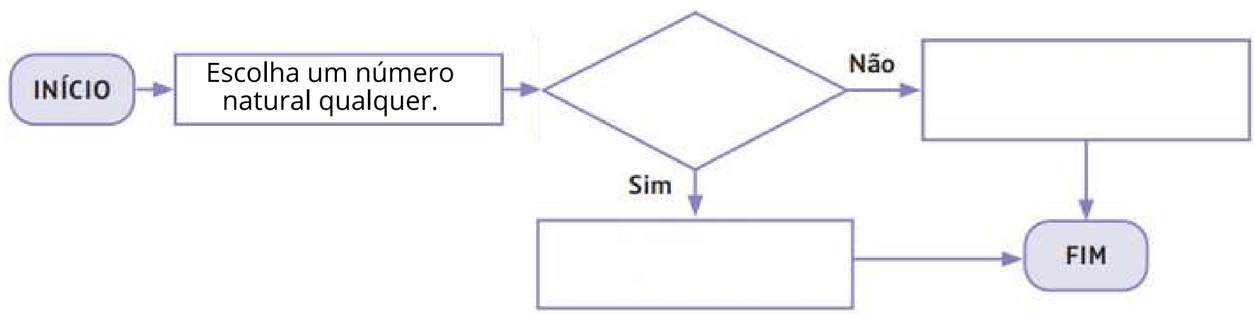
critérios de divisibilidade por 10:



critérios de divisibilidade por 100:

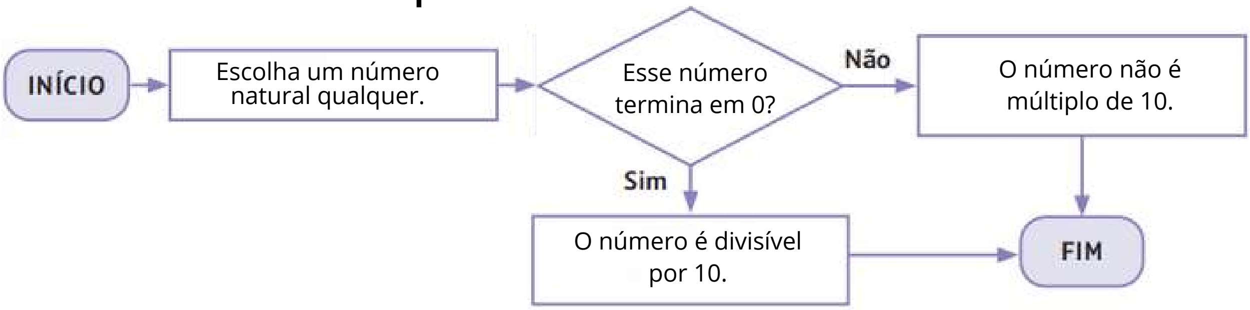


critérios de divisibilidade por 1 000:

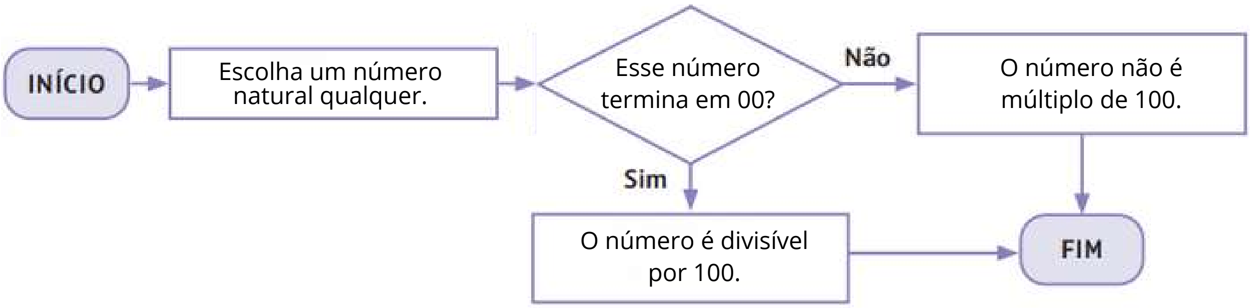


SOLUÇÃO.

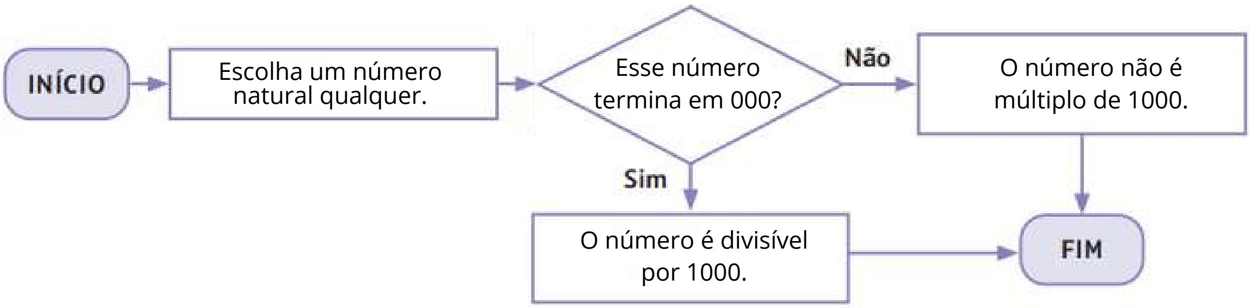
critérios de divisibilidade por 10:



critérios de divisibilidade por 100:



critérios de divisibilidade por 1 000:



EXERCÍCIO 2. A idade atual de meu avô é um número entre 70 e 80. Descubra a idade dele, sabendo que ela pode ser representada pelo produto de 2 números primos consecutivos.

SOLUÇÃO. Para resolver esse problema, devemos identificar dois números primos consecutivos tais que a multiplicação resulte em um número entre 70 e 80. Os 6 primeiros números primos são 2, 3, 5, 7, 11 e 13. Efetuando a multiplicação entre dois números consecutivos, temos:

- $2 \cdot 3 = 6$
- $3 \cdot 5 = 15$
- $5 \cdot 7 = 35$
- $7 \cdot 11 = 77$
- $11 \cdot 13 = 143$

A idade atual do avô é 77 anos, pois o único produto obtido entre 70 e 80 resulta da multiplicação dos números 7 e 11, ou seja, $7 \cdot 11$

EXERCÍCIO 3. A senha do cartão de crédito de Adriano é o produto do maior número primo de dois algarismos pelo menor número primo de três algarismos. Qual é a senha do cartão de crédito de Adriano?

SOLUÇÃO. A ideia é resolver o problema passo a passo.

Passo 1: Encontrar o maior número primo de dois algarismos

- *O que são números primos de dois algarismos?* Números primos de dois algarismos são números que têm dois dígitos, ou seja, números entre 10 e 99, e são divisíveis apenas por 1 e por si mesmos.
- *Como identificar o maior número primo de dois algarismos?* Primeiro, o estudante precisa listar todos os números entre 10 e 99. Em seguida, ele precisa verificar quais desses números não podem ser divididos por nenhum número além de 1 e ele mesmo. Ou seja, ele precisa encontrar os números primos dentro dessa faixa.

Os números primos de dois algarismos são:

11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97

O maior número primo de dois algarismos é o número 97.

Passo 2: Encontrar o menor número primo de três algarismos

- *O que são números primos de três algarismos?* Números primos de três algarismos são números que têm três dígitos, ou seja, números entre 100 e 999, e que são divisíveis apenas por 1 e por si mesmos.

- *Como identificar o menor número primo de três algarismos?* O estudante deve verificar a partir de 100 quais deles são primos. O menor número primo de três algarismo é 0 101.

Passo 3: Calcular o Produto (A Senha)

Agora, multiplicamos os dois números encontrados para descobrir a senha:

$$97 \cdot 101 = ?$$

$$97 \cdot 101 = 9797$$

Portanto, a senha do cartão de crédito de Adriano é 9 797.

Atividades

ATIVIDADE 1

Verifique se cada um dos números é primo ou composto.

a) 5
b) 17
c) 35
d) 121
e) 659
f) 100 521

ATIVIDADE 2

Responda às perguntas apresentando a justificativa.

a) O número um é primo?

a) O número zero é primo?

c) Existe algum número par que é primo?

ATIVIDADE 3

Um clube de xadrez deseja formar equipes para um torneio. A quantidade de equipes deve ser um número divisível apenas por 1 e por ele mesmo. Ao todo, 36 pessoas estão inscritas para participar. Com base nesse critério, quantas equipes podem ser formadas, garantindo que todas tenham a mesma quantidade de integrantes? Justifique sua resposta.

ATIVIDADE 4

Decomponha os números em fatores primos.

a) 15   b) 48   c) 245   d) 351   e) 2 450

ATIVIDADE 5

Determine os números que estão expressos em sua forma fatorada.

a) $2^2 \cdot 3^2$

b) $7^2 \cdot 13$

c) $2^3 \cdot 5 \cdot 17^2$

d) $5^3 \cdot 23$

ATIVIDADE 6

Um número N é igual à soma de dois números primos consecutivos. Entre as alternativas abaixo, qual é o valor de N?

A) 3.
B) 14.
C) 24.
D) 28.

ATIVIDADE 7

A fatoração do número 900 é $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^x$. Qual é o valor de x?

A) 1.
B) 2.
C) 3.
D) 4.

ATIVIDADE 8

Dois números são primos entre si quando o único divisor comum entre eles é o número 1. Quais números entre as opções abaixo são primos entre si?

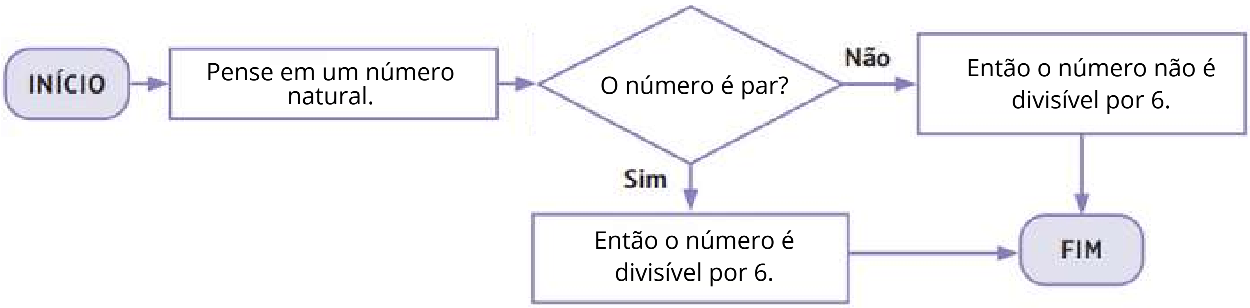
A) 12 e 30.
B) 22 e 66.
C) 25 e 36.
D) 49 e 56.

ATIVIDADE 9

Construa um fluxograma para saber se um número é divisível por 3.

ATIVIDADE 10

Júlia fez um fluxograma para determinar se um número é divisível por 6.



a) O fluxograma elaborado por Julia está incorreto. Refaça o fluxograma corrigindo o erro.

b) Utilizando o fluxograma correto, verifique se os números 18, 26 e 123 são divisíveis por 6.

ATIVIDADE 11

Um número será divisível por 4 quando os dois últimos algarismos, ou seja, os algarismos da unidade e da dezena formam um número múltiplo de 4.

Exemplo: 3**16** tem 16 como dois últimos algarismos e 16 é múltiplo de 4, Portanto, o número 316 é múltiplo de 4.

Organize as etapas do fluxograma que podemos usar para identificar se um número natural é divisível por 4 indicando o sentido do fluxo e as respostas da pergunta.

Carlos E M Pires, Matematicarlos

ATIVIDADE 12

Elabore um fluxograma para identificar se um número é divisível por 9.

MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM E MÁXIMO DVISOR COMUM

Os povos indígenas tiveram participação expressiva nas Eleições Municipais de 2024. Foram 9 prefeitos eleitos. Em 2020, foram 8 indígenas conduzidos ao cargo de chefe do Poder Executivo Municipal; nas eleições de 2016, foram 6. Para o cargo de vereador, foram eleitos 241 indígenas nas cinco regiões do país. Em 2020, foram 181 e nas eleições de 2016 foram 168. Os dados são do Tribunal Superior Eleitoral (TSE).

Neste ano, as candidaturas aos cargos de prefeito, vereador e vice-prefeito de pessoas que se declararam indígenas somaram 2,5 mil - 332 a mais do que nas Eleições Municipais de 2020, de acordo com levantamento da Articulação dos Povos Indígenas do Brasil (Apib).

Essa participação evidencia a vontade e necessidade de os povos indígenas estarem em processo de cidadania exercendo seus direitos civis e políticos e, também, de terem oportunidade de incluir a pauta indígena tanto no Poder Executivo quanto no Legislativo”, avalia a presidenta da Funai, Joenia Wapichana.

Dos 9 prefeitos indígenas eleitos, quatro foram no Nordeste (uma na Paraíba, dois em Pernambuco e um em Alagoas), três no Norte (um no Amazonas e dois em Roraima) e dois no Sudeste (Minas Gerais), sendo uma mulher e oito homens.

Dos 241 vereadores que se declararam indígenas, 86 são do Nordeste, 77 do Norte, 30 do Sul, 28 do Centro-Oeste e 20 do Sudeste. Foram 202 homens e 39 mulheres indígenas eleitos à vereança para um mandato de quatro anos.

Assessoria de Comunicação/Funai. Comunicações e Transparência Pública.

Clique aqui

O Máximo Divisor Comum (MDC) está relacionado ao maior número que divide dois ou mais números sem deixar resto. No contexto do texto, podemos utilizar o MDC para encontrar o maior divisor comum entre as quantidades de prefeitos e vereadores eleitos em diferentes anos ou regiões.

- Prefeitos eleitos em 2020 e 2024: Em 2020, foram eleitos 8 prefeitos indígenas. Em 2024, foram eleitos 9 prefeitos indígenas. O MDC entre 8 e 9 é 1, pois o maior número que divide ambos é 1. Isso indica que não existe um divisor comum maior entre esses dois números de prefeitos eleitos.

- Vereadores eleitos em 2016, 2020 e 2024: Em 2016, foram eleitos 168 vereadores. Em 2020, foram eleitos 181 vereadores. Em 2024, foram eleitos 241 vereadores. O MDC entre 168, 181 e 241 também é 1. Isso significa que não há um divisor comum significativo entre essas quantidades de vereadores eleitos nesses três anos.

O Mínimo Múltiplo Comum (MMC) é o menor número que é múltiplo comum de dois ou mais números. Esse conceito pode ser utilizado para encontrar o primeiro número que é múltiplo comum das quantidades de prefeitos ou vereadores eleitos em diferentes anos.

- Prefeitos eleitos em 2020 e 2024: O MMC entre 8 e 9 é 72, pois 72 é o menor número que pode ser dividido tanto por 8 quanto por 9.

- Vereadores eleitos em 2016, 2020 e 2024: O MMC entre 168, 181 e 241 é 48.288, pois esse é o menor número que pode ser dividido por 168, 181 e 241 sem deixar resto.

Esses cálculos nos ajudam a entender como as diferentes quantidades de eleitos podem se relacionar numericamente, utilizando os conceitos de MDC e MMC para analisar essas interações e identificar padrões entre os dados.

Mínimo Múltiplo Comum (MMC)

Dados dois ou mais números naturais não nulos, denomina-se mínimo múltiplo comum desses números o menor de seus múltiplos comuns que seja diferente de zero.

Acompanhe a situação a seguir.

- Um número natural N, diferente de zero, é o menor múltiplo de 12, 15 e 20 ao mesmo tempo. Qual é o número N?

Para resolver esse problema, inicialmente escrevemos os múltiplos de 12, 15 e 20:

- M (12) ⟶ 0, 12, 24, 36, 48, **60**, 72, 84, 96, 108, ...
- M (15) ⟶ 0, 15, 30, 45, **60,** 75, 90, 105, ...
- M (20) ⟶ 0, 20, 40, **60**, 80, 100, 120, ...

Observando esses múltiplos, verificamos que o menor número natural, diferente de zero, múltiplo simultaneamente de 12, 15 e 20 é **60**.

O número **60** é chamado de **mínimo múltiplo comum** (MMC) de **12**, **15** e **20**.
Indicamos: MMC (12, 15, 20) = 60.

Logo, o número N procurado é 60

Outra forma de encontrar o mínimo múltiplo comum é fazer a decomposição simultânea e considerar todos os fatores primos usados nas divisões dos três números dados. Veja:

Divisores primos

Quocientes

$$
\begin{array}{ccc|c}
12, & 15, & 20 & 2 \\
6, & 15, & 10 & 2 \\
3, & 15, & 5 & 3 \\
1, & 5, & 5 & 5 \\
1, & 1, & 1 &
\end{array}
$$

MMC (12, 15, 20) = $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$

- Duas canoas, pertencentes aos povos indígenas Yanomami e Ashaninka, fazem viagens entre dois portos no Rio Amazonas: a primeira canoa, do povo Yanomami, viaja a cada 24 dias, e a segunda, do povo Ashaninka, a cada 30 dias. Se essas canoas, em determinado dia, partirem juntas, depois de quantos dias voltarão a sair juntas?

Para resolver esse problema, é necessário encontrar o número que representa o menor múltiplo comum dos números dados, ou seja, o MMC (24, 30).

$$\begin{array}{rr|l} 24\ , & 30 & 2 \\ 12\ , & 15 & 2 \\ 6\ , & 15 & 2 \\ 3\ , & 5 & 3 \\ 1\ , & 5 & 5 \\ 1\ , & 1 & \end{array}$$

MMC (24, 30) = $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 120$

As duas canoas voltarão a sair juntas depois de 120 dias.

O **mínimo múltiplo comum** de dois ou mais números, escritos na forma fatorada completa, é o produto dos fatores comuns e não comuns desses números. Os fatores comuns são considerados com o maior expoente.

Os múltiplos comuns de dois ou mais números podem ser calculados de várias maneiras. Podemos, identificar os múltiplos de cada número e identificar o menor em comum:

- M(8): 8, 16, 24, 32, 40, 48, ...
- M(12): 12, 24, 36, 48, ...

Também podemos utilizar a fatoração completa desses números é uma delas. Observe:

$8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \mapsto 8 = 2^3$

$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \mapsto 12 = 2^2 \cdot 3$

- 24 é múltiplo comum de 8 e de 12. → $24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$ → 24 tem todos os fatores de 8 e de 12.
  12
  8
- 72 é múltiplo comum de 8 e de 12. → $72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$ → 72 tem todos os fatores de 8 e de 12.
  12
  8
- 0 é múltiplo comum de 8 e de 12. → $0 = 0 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$ → 0 tem todos os fatores de 8 e de 12.
  12
  8

- 36 **não** é múltiplo comum de 8 e de 12. $\longrightarrow$ $36 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 3}_{12} \cdot 3$ $\longrightarrow$ 36 **não** tem todos os fatores de 8.

Note que **24** é o menor múltiplo comum de 8 e 12, **diferente de zero**. Portanto, **24** é o **mínimo múltiplo comum** de **8** e **12**. Indicamos: MMC **(8, 12) = 24**.

Máximo Divisor Comum (MDC)

Divisor comum de dois ou mais números é aquele que é divisor de cada um desses números simultaneamente. Por exemplo: 7 é divisor comum de 21 e de 70, porque 7 é divisor de 21 e também de 70.

Acompanhe a situação a seguir.

Preciso saber quais são os divisores comuns dos números naturais 40 e 60 e, dentre esses, qual é o maior. Veja como podemos fazer:

Primeiro, determinamos os divisores de 40 e os divisores de 60:

- D (40) 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40
- D (60) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60

Observando esses divisores, percebemos que os divisores comuns de 40 e 60 são: 1, 2, 4, 5, 10 e 20. O maior dos divisores em comum é **20**. Então, 20 é o **máximo divisor comum** de **40** e **60**. Indicamos: MDC (40, 60) = 20.

> Dados dois ou mais números naturais, não simultaneamente nulos, denomina-se **máximo divisor comum** desses números o maior dos seus divisores comuns.

Outra forma de encontrar o máximo divisor comum (M.D.C.) é fazer a decomposição em fatores primos dos números e considerar apenas os fatores primos comuns de 40 e 60. Veja:

$$
\begin{array}{cc|l}
40\ , & 60 & 2 \\
20\ , & 30 & 2 \\
10\ , & 15 & 2 \\
5\ , & 15 & 3 \\
5\ , & 5 & 5 \\
1\ , & 1 &
\end{array}
$$

- 2 ········> fator comum
- 2 ········> fator comum
- 2 ········> não é fator comum porque não divide o 15
- 3 ········> não é fator comum porque não divide o 5
- 5 ········> fator comum

O produto desses fatores comuns será o MDC de 40 e 60:

MDC (40, 60) = $2 \cdot 2 \cdot 5 = 20$

- Em uma escolinha de futebol, há 48 alunos na turma dos meninos e 42 alunas na turma das meninas. O professor de Educação Física quer organizar os treinos com todos os alunos dessas duas turmas, mas ele está com um problema. Ele quer formar grupos com o mesmo número de alunos e colocar o maior número possível de alunos em cada grupo, mas ele não pode misturar uma turma com a outra. Quantos alunos ele deve colocar em cada grupo?

Para saber quantos serão os alunos em cada grupo, o professor precisa determinar o MDC (48, 42). Assim:

- D(42) 1, 2, 3, **6**, 7, 14, 21, 42
- D(48) 1, 2, 3, 4, **6**, 8, 12, 16, 24, 48

Observando os divisores, percebemos que o maior divisor comum de 42 e 48 é 6, ou seja: MDC (48, 42) = 6. Logo, o professor deve colocar 6 alunos em cada grupo. Assim, serão formados 8 grupos com os meninos e 7 grupos com as meninas.

Podemos também calcular o máximo divisor comum de dois ou mais números utilizando a decomposição desses números em fatores primos. Acompanhe o cálculo do MDC entre 36 e 54.

$$36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$$
$$54 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

2, 3 e 3 são os fatores primos comuns.

$$2 \cdot \quad 3 \cdot 3 = 18$$

MDC (36, 54) = 18

O M.D.C. (36, 54) é o produto dos fatores primos comuns a 36 e 54. Ou, de modo abreviado:

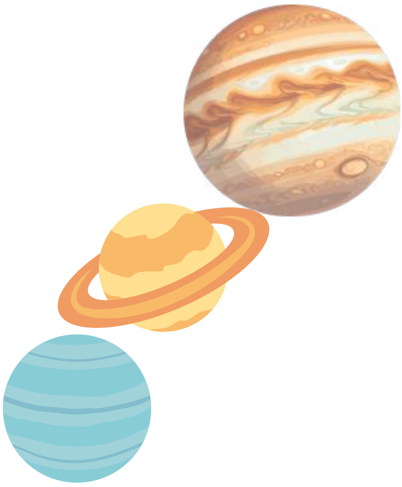
$$36 = 2^2 \cdot 3^2$$
$$54 = 2 \cdot 3^3$$
$$2 \cdot 3^2 = 18$$

MDC (36, 54) = 18

O **máximo divisor comum** de dois ou mais números, na forma fatorada completa, é o produto dos **fatores primos comuns** desses números. Os fatores primos comuns são considerados com o **menor expoente**.

Exercícios Resolvidos

EXERCÍCIO 1. A tabela apresenta a duração aproximada do ano (uma órbita completa ao redor do Sol) de alguns planetas do sistema solar, em comparação com o ano terrestre.



Planeta	Duração do ano
Júpiter	12 anos terrestres
Saturno	30 anos terrestes
Urano	84 anos terrestes

Se, em uma noite, os planetas Júpiter, Saturno e Urano forem observados alinhados de um determinado ponto na Terra, determine quantos anos terrestres se passarão até que o próximo alinhamento desses planetas possa ser observado do mesmo local.

SOLUÇÃO. Para resolver esse problema, devemos calcular o mínimo múltiplo comum (MMC) das durações dos anos dos planetas Júpiter, Saturno e Urano em relação ao ano terrestre. Vamos calcular o MMC de 12, 30 e 84.

$$\begin{array}{ccc|c} 12\,, & 30\,, & 84 & 2 \\ 6\,, & 15\,, & 42 & 2 \\ 3\,, & 15\,, & 21 & 3 \\ 1\,, & 5\,, & 7 & 5 \\ 1\,, & 1\,, & 7 & 7 \\ 1\,, & 1\,, & 1 & \end{array}$$

MMC (12, 30, 84) = $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 420$

Passarão 420 anos terrestres até que o próximo alinhamento desses planeta possa ser observado do mesmo local.

EXERCÍCIO 2. No primeiro dia de aula, a professora de Matemática Ana reuniu todos os alunos do 6° ao 9° ano no pátio. Com a ajuda dos outros professores, Ana contabilizou 532 meninas e 456 meninos. Para uma dinâmica, a professora pediu aos alunos que se dividissem na maior quantidade possível de grupos. Os grupos deveriam ter o mesmo número de pessoas, com a mesma quantidade de meninos e meninas em cada um. Qual é o total de alunos em cada grupo?

SOLUÇÃO. Para resolver esse problema, precisamos encontrar o máximo divisor comum (MDC) entre o número de meninas (532) e o número de meninos (456). Esse será o número de alunos que poderá haver em cada grupo, com a mesma quantidade de meninas e meninos.

- 532:

$$\begin{array}{r|l} 532 & 2 \\ 266 & 2 \\ 133 & 7 \\ 19 & 19 \\ 1 & \end{array}$$

$532 \div 2 = 266$
$266 \div 2 = 133$
$133 \div 7 = 19$ (19 é primo)

Logo, a decomposição em fatores primos de 532 é: $532 = 2^2 \cdot 7 \cdot 19$.

- 456:

$$\begin{array}{r|l} 456 & 2 \\ 228 & 2 \\ 114 & 2 \\ 57 & 3 \\ 19 & 19 \\ 1 & \end{array}$$

$456 \div 2 = 228$
$228 \div 2 = 114$
$114 \div 2 = 57$
$57 \div 3 = 19$ (19 é primo)

Logo, a decomposição em fatores primos de 456 é: $456 = 2^2 \cdot 3 \cdot 19$.

Note que, os fatores comuns entre 532 e 456 são o fator 2^2 (o menor expoente de 2 entre as duas decomposições) e o fator 19. Para calcular o MDC multiplicamos os fatores comuns com os menores expoentes:

$$M.D.C = 2^2 \cdot 19 = 4 \cdot 19 = 76$$

Portanto, o total de alunos em cada grupo é 76. Cada grupo terá 76 alunos, com a mesma quantidade de meninas e meninos.

PRÁTICAS EXPERIMENTAIS DE Matemática PARA O ENSINO FUNDAMENTAL

No ano de 2026, o ensino fundamental anos finais apresenta uma importante novidade para o componente curricular Matemática: as Práticas Experimentais de Matemática, que visam fomentar o processo de ensino e aprendizagem favorecendo o desenvolvimento e a consolidação de habilidades, o pensamento crítico e a compreensão e a aplicação da lógica matemática. Intenciona-se, também, combater o estigma de que a matemática é difícil e inacessível, engajando os estudantes em práticas lúdicas e exequíveis.

Desse modo, as práticas foram elaboradas a partir das habilidades estruturantes de cada ano, por trimestre. No período em que constar o caderno de Práticas Experimentais, o(a) professor(a) deverá destinar **duas aulas** para cada prática proposta no material.

Desejamos um ano letivo de sucesso!

Prática experimental de Matemática 6º ano

Clique aqui

Atividades

ATIVIDADE 1

Determine o MMC dos números a seguir.

a) 6 e 18

b) 30 e 40

c) 50 e 154

d) 2, 4 e 8

e) 15, 20 e 45

ATIVIDADE 2

Determine o MDC dos números a seguir.

a) 12 e 60

b) 40 e 90

c) 66 e 143

d) 96, 108 e 132

e) 35, 105 e 210

ATIVIDADE 3

Sendo $M = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$ e $N = 2 \cdot 5^2 \cdot 7$ calcule o MDC (M, N) e o MMC (M, N).

ATIVIDADE 4

Um marceneiro tem duas tábuas de madeira, uma com 120 cm de comprimento e outra com 180 cm de comprimento. Ele deseja cortar as tábuas em pedaços de mesmo tamanho, sem deixar sobras. Qual é o maior comprimento possível de cada pedaço de madeira?

ATIVIDADE 5

Uma árvore de Natal possui lâmpadas coloridas que piscam em intervalos diferentes. A lâmpada vermelha pisca a cada 4 segundos, a verde a cada 5 segundos e a azul a cada 6 segundos. Em certo instante, as luzes piscam simultaneamente, após quantos segundos, no mínimo, elas piscarão juntas novamente?

ATIVIDADE 6

Uma professora separou 220 folhas de papel sulfite e 60 folhas de papel milimetrado em pastas. Cada uma com o mesma quantidade de folhas de um só tipo, sendo esse número o maior possível. A quantidade de pastas é

A) 10.
B) 11.
C) 14.
D) 20.

ATIVIDADE 7

A Pedra Azul, com 1 822 metros de altitude, junto com a Pedra das Flores e a Pedra do Lagarto, formam um belíssimo conjunto rochoso granítico, que além de ser um dos cartões postais do Espírito Santo é também considerado um patrimônio geológico brasileiro e fazem parte do Parque Estadual da Pedra Azul. Um grupo de amigos formado por 45 adultos, 25 adolescentes e 15 crianças organizaram um passeio para conhecer o parque. O guia do parque preferiu dividir os participantes em grupos, de tal maneira que todos os grupos tenham a mesma quantia de adolescentes, adultos e crianças. Além disso, essa quantidade deve ser a máxima possível. Quantas pessoas terá em cada grupo?

ATIVIDADE 8

Em um ponto de ônibus, três linhas passam em intervalos diferentes: a linha A passa a cada 20 minutos, a linha B passa a cada 30 minutos e a linha C passa a cada 40 minutos. Todas as linhas passaram simultaneamente ás 13:00h. Qual o próximo horário em que esses ônibus sairão juntos novamente?

ATIVIDADE 9

O Espírito Santo é o 3º maior produtor brasileiro de cacau, com expressiva produção em 45 municípios capixabas. Dentro do Estado, Linhares é o maior produtor e concentra 70,7% da produção estadual.

Fonte: SEAG. Disponível em: <https://seag.es.gov.br/Not%C3%ADcia/espirito-santo-esta-entre-os-tres-maiores-produtores-de-cacau-do-brasil>

Uma fábrica de chocolate recebeu dois tipos de cacau para produção. O cacau tipo A com 72 kg e o cacau tipo B com 96 kg. Um funcionário pretende embalar o cacau em sacos de peso igual, garantindo que cada saco contenha apenas um tipo de cacau e que não sobre nenhum grão. Qual é o maior peso que pode ter cada saco?

ATIVIDADE 10

Joana é bibliotecária e decidiu organizar alguns livros em estantes. Ao separar os livros em grupos de 4, 8 e 10, ela percebeu que sempre sobravam 5 livros. O total de livros está entre 40 e 70. Qual é a quantidade total de livros?

Material Extra

PLATAFORMAS DIGITAIS

Khan Academy

Explore **fluxograma de números** através de vídeo e problemas. Para ter acesso, basta clicar aqui ou via QR-Code (ao lado).

Clubes de Matemática (OBMEP)

Explore o jogo **caça primos** para exercitar o conceito de números primos. Para ter acesso, basta clicar aqui ou via QR-Code (ao lado).

RETOMANDO O QUE APRENDEMOS

Chegou o momento de pensar sobre o que você aprendeu neste capítulo.

As Expectativas de Aprendizagem apresentadas no início indicavam os principais objetivos do estudo sobre **Múltiplos e Divisores**, **Números Primos e Compostos**, **Mínimo Múltiplo comum (MMC)** e **Máximo Divisor Comum (MDC)**. Agora, vale a pena refletir: o quanto você avançou em relação a cada um deles?

Reflita sobre sua aprendizagem

- Compreendo a diferença entre múltiplo (resultado da tabuada) e divisor (aquele que divide sem deixar resto)?
- Consigo utilizar os critérios de divisibilidade (regras do 2, 3, 5, etc.) para saber se um número é divisível por outro sem precisar armar a conta?
- Sei classificar um número natural como primo ou composto?
- Consigo calcular o Mínimo Múltiplo Comum (MMC) entre números naturais?
- Consigo calcular o Máximo Múltiplo Comum (MMC) entre números naturais?
- Ao ler um problema, sei identificar se devo usar MMC ou MDC ?
- Sou capaz de criar um fluxograma ou algoritmo para resolver um problema passo a passo?
- Entendo como traduzir uma solução lógica para uma linguagem de programação em blocos (comandos básicos)?

Autoavaliação

Marque a opção que melhor representa como você se sente em relação ao seu aprendizado neste capítulo:

Expectativa de Aprendizagem	Consegui compreender bem	Compreendi parcialmente	Preciso revisar
Múltiplos de números naturais.			
Divisores de números naturais.			
Critérios de divisibilidade (por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 100 e 1000).			

RETOMANDO O QUE APRENDEMOS

Expectativa de Aprendizagem	Consegui compreender bem	Compreendi parcialmente	Preciso revisar
Números primos e compostos.	◯	◯	◯
Mínimo Múltiplo Comum (MMC) de números naturais.	◯	◯	◯
Máximo Divisor Comum (MDC) de números naturais.	◯	◯	◯
Resolução de problemas envolvendo MMC e MDC de números naturais.	◯	◯	◯

Dica: Revise os tópicos que você marcou como "**preciso revisar**" e converse com seu professor(a) sobre as dúvidas. Aprender Matemática é um processo que se fortalece com a prática e com o diálogo.

Referências

ANDRADE, Thais Marcelle de (org.). Jornadas: Novos Caminhos: Matemática, 6. ano. Obra coletiva. 1. ed. São Paulo: Saraiva Educação S.A., 2022.

BIANCHINI, E. Matemática Bianchini: 6º ano. Manual digital interativo do professor. 10. ed. São Paulo: Moderna, 2022.

DANTE, L. R.; VIANA, F. Teláris Essencial: Matemática, 6º ano. 1. ed. São Paulo: Ática, 2022. p. 116-120.

ESPÍRITO SANTO. Currículo do Espírito Santo: documento curricular elaborado em parceria com os municípios e baseado na Base Nacional Comum Curricular. Disponível em: https://curriculo.sedu.es.gov.br/curriculo/.

ESPÍRITO SANTO. SEAG. Espírito Santo está entre os três maiores produtores de cacau do Brasil. Disponível em: https://seag.es.gov.br/Notícia/espirito-santo-esta-entre-os-tres-maiores-produtores-de-cacau-do-brasil. Acesso em: 29 dez. 2024.

GIOVANNI JÚNIOR, J. R. A Conquista Matemática: 6º ano, ensino fundamental – anos finais. 1. ed. São Paulo: FTD, 2022.

SILVEIRA, Ê. Desafios da Matemática com Ênio Silveira: 6º ano, manual digital interativo do professor. 1. ed. São Paulo: Moderna, 2022. p. 111-116.