SEDU 2026

Rotinas Pedagógicas Escolares

8º Ano

Primeiro Trimestre

Matemática

GOVERNO DO ESTADO DO ESPÍRITO SANTO

Secretaria da Educação

Gerência de Currículo da Educação Básica

GOVERNO DO ESTADO
DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

Governador
JOSÉ RENATO CASAGRANDE

Secretário de Estado da Educação
VITOR AMORIM DE ANGELO

Subsecretária da Educação Básica e Profissional
ANDRÉA GUZZO PEREIRA

Gerente de Currículo da Educação Básica
ALEIDE CRISTINA DE CAMARGO

Subgerente de Desenvolvimento Curricular da Educação Básica
MARCOS VALÉRIO GUIMARÃES

Subgerente de Educação Ambiental
ALDETE MARIA XAVIER

2026

Coordenador-geral das Rotinas Pedagógicas Escolares
MARCOS VALÉRIO GUIMARÃES

Coordenadores do componente curricular
GABRIEL LUIZ SANTOS KACHEL
LAIANA MENEGUELLI
RAYANE SALVIANO DE OLIVEIRA SILVA
WELLINGTON ROSA DE AZEVEDO
WILLIAM MANTOVANI

Validadores das Rotinas Pedagógicas Escolares
JÉSSICA MONTEIRO FALQUETTO
THIAGO CÉZAR DE PÁDUA ROSA
ORGANDI MONGIN ROVETTA
CARLOS EDUARDO MORAES PIRES

Professores bolsistas responsáveis pela elaboração das Rotinas Pedagógicas Escolares

5º ano EF
FRANCIELY GOMES FAVERO FERREIRA
PAULA AVAREZ CABANÊZ
SILVANA COCCO DALVI

6º ano EF
KARLA SOUTO DE AMORIM
MAYARA DOS SANTOS ZANARDI

7º ano EF
DAVI MARCIO BERMUDES LINO
HELIONARDO THOMAZ ALVES LOURENÇO

8º ano EF
NAFTALY CRISTAL FÉLIX
FABIANA BUENO

9º ano EF
AMECKSON DE SOUZA FERREIRA
LILIAN CRISTINA RODRIGUES SARMENTO

1ª série EM
ANATIELLI LEILIANE PEREIRA SANTANA
FABRÍCIO OLIVEIRA SOUZA

2ª série EM
HAROLDO CABRAL MAYA
SEBASTIÃO ALMEIDA MOTA

3ª série EM
HIGOR SOARES MAJONI
MAURÍCIO DE OLIVEIRA CELERI

Sumário

CAPÍTULO 1 - Números racionais e operações

CAPÍTULO 2 - Sequências, Expressões algébricas e Fatoração

Rotinas Pedagógicas Escolares

Matemática

GOVERNO DO ESTADO
DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

SEDU 2026

Gerência de Currículo
da Educação Básica

Capítulo 1: Números racionais e operações

Apresentação

Prezado(a) estudante,

Você já pensou sobre os números que usamos para representar partes de um todo, como metade de uma pizza, um desconto de 25% ou a temperatura de –3 °C? Todas essas situações envolvem os números racionais, que podem ser expressos por frações, decimais ou porcentagens e localizados na reta numérica.

Compreender os números racionais é essencial para realizar operações como somar, subtrair, multiplicar e dividir, interpretando seus resultados em diferentes contextos.

O que você vai estudar neste capítulo

Neste capítulo, você será convidado(a) a resolver problemas envolvendo números racionais, percebendo como eles estão presentes nas mais diversas situações do cotidiano, por exemplo, em receitas, finanças, medições e até nas previsões do tempo.

Expectativas de aprendizagem

Ao final dos estudos propostos por este capítulo, espera-se que você seja capaz de:

- Reconhecer as diferentes representações de um número racional;
- Representar números racionais na reta numérica;
- Efetuar adição de números racionais;
- Efetuar subtração de números racionais;
- Efetuar multiplicação de números racionais;
- Efetuar divisão de números racionais;
- Efetuar potenciação de base racional e expoente inteiro.

- Conhecer e aplicar propriedades da potenciação.
- Efetuar radiciação de número racional.
- Efetuar potenciação de base racional e expoente fracionário.
- Resolver problemas de adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação ou radiciação envolvendo números racionais.
- Elaborar problemas de adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação ou radiciação envolvendo números racionais.

Ao concluir este capítulo, você será convidado(a) a retomar essas expectativas e refletir sobre o que aprendeu. Essa autoavaliação ajudará você a perceber o quanto evoluiu e o que pode aprimorar.

CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS

Todo número que pode ser escrito na forma fracionária, com denominador (b) e numerador (a) inteiros e denominador (b) diferente de zero, pertence ao conjunto dos números racionais, que indicamos por Q.

$$Q = \left\{\frac{a}{b},\ sendo\ a\ e\ b\ números\ inteiros\ e\ b \neq 0\right\}$$

Exemplos de números racionais:

$A) -5 \qquad B) -0,75 \qquad C)\ 3,2$

$D)\ \frac{9}{2} \qquad E) -\frac{1}{3} \qquad F) -\frac{20}{5}$

$G) 1,333...$

Alguns desses números já estão representados por **frações**: $\frac{9}{2}$, $-\frac{1}{3}$ e $-\frac{20}{5}$

Também podemos escrever os demais na forma de fração:

$$-5 = -\frac{5}{1} \qquad -0,75 = -\frac{75}{100} \qquad 3,2 = \frac{32}{10}$$

No exemplo G), temos o número decimal 1,333..., que é um exemplo de uma **dízima periódica**.

Uma dízima periódica é um número decimal periódico, ou seja, apresenta um ou mais algarismos que se repetem na mesma ordem infinitamente. No caso de 1,333..., o algarismo 3 continua se repetindo para sempre. Esse número pode ser representado na forma de fração e, portanto, é um número racional:

$$\frac{4}{3} = 1,333...$$

Verifique se essa igualdade é verdadeira dividindo 4 por 3.

Existem métodos para determinar a fração que gera uma dízima periódica. Esses métodos serão abordados em outro momento do nosso estudo.

NÚMEROS RACIONAIS NA FORMA DECIMAL E NA FORMA FRACIONÁRIA

A forma decimal é uma das representações dos números racionais. Criada para facilitar os cálculos envolvendo frações, a forma decimal está relacionada com as frações decimais: frações que possuem como denominador uma potência de 10 (10, 100, 1000, ...).

Na forma decimal, uma vírgula separa a parte inteira da parte decimal.

Parte inteira | , | Parte decimal

2 , 5

Dois inteiros — Cinco décimos

Veja alguns exemplos da relação entre forma decimal e forma fracionária:

$$0,1 = \frac{1}{10}$$

Lê-se "um décimo".

$$0,01 = \frac{1}{100}$$

Lê-se "um centésimo".

$$0,001 = \frac{1}{1000}$$

Lê-se "um milésimo".

Para **converter um número decimal em uma fração**, podemos utilizar o seguinte método prático:

1. Transformar o decimal em um número inteiro. Para isso, passe a vírgula para a direita a quantidade de vezes que forem necessárias (garantindo que o algarismo da parte decimal seja zero). O número inteiro obtido será o numerador da fração.
2. O denominador terá que começar com o algarismo 1 (será uma potência de 10). A quantidade de zeros que seguirão esse algarismo 1 é a mesma quantidade de vezes que a vírgula foi movida para transformar o decimal em inteiro no primeiro passo do método.

Exemplo 1: $3,2 = \frac{3,2,0}{10} = \frac{32,0}{10} = \frac{32}{10}$

Deslocamos a vírgula uma casa para a direta e adicionamos 1 zero no denominador.

Exemplo 2: $5,19 = \frac{5,19,0}{100} = \frac{519,0}{10} = \frac{519}{100}$

Deslocamos a vírgula duas casas para a direta e adicionamos 2 zeros no denominador.

Exemplo 3: $-1,987 = -\frac{1,987,0}{1000} = -\frac{1987,0}{1000} = -\frac{1987}{1000}$

Deslocamos a vírgula três casas para a direta e adicionamos 3 zeros no denominador.

Para **transformar um número fracionário em decimal**, podemos determinar uma fração decimal equivalente. Observe alguns exemplos

Exemplo 1: $\dfrac{2}{5} \overset{\times 2}{\underset{\times 2}{=}} \dfrac{4}{10} = 0,4$

Exemplo 2: $\dfrac{28}{40} \overset{\div 4}{\underset{\div 4}{=}} \dfrac{7}{10} = 0,7$

Exemplo 3: $\dfrac{3}{4} \overset{\times 25}{\underset{\times 25}{=}} \dfrac{75}{100} = 0,75$

Exemplo 4: $\dfrac{5}{8} \overset{\times 125}{\underset{\times 125}{=}} \dfrac{625}{1000} = 0,625$

Outra possibilidade para transformar uma fração em um número decimal de mesmo valor é a divisão do numerador pelo denominador. Veja um exemplo:

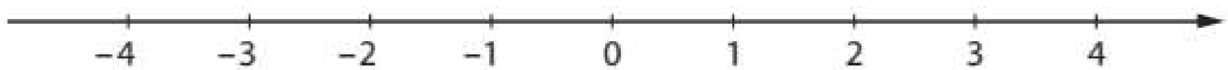
$$\frac{8}{5} = 8 \div 5$$

$$\begin{array}{rl} -\;8 & |\;\underline{\;5\;\;\;} \\ \underline{5} & |\;1,6 \\ -\;30 & | \\ \underline{30} & | \\ 0 & \end{array}$$

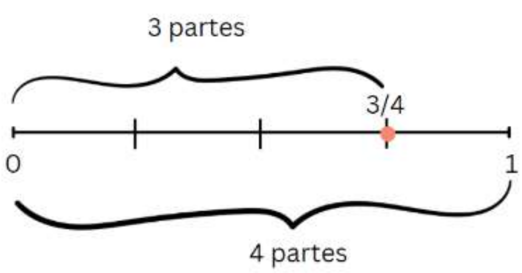
$$\frac{8}{5} = 1,6$$

REPRESENTAÇÃO DOS NÚMEROS RACIONAIS EM UMA RETA NUMÉRICA

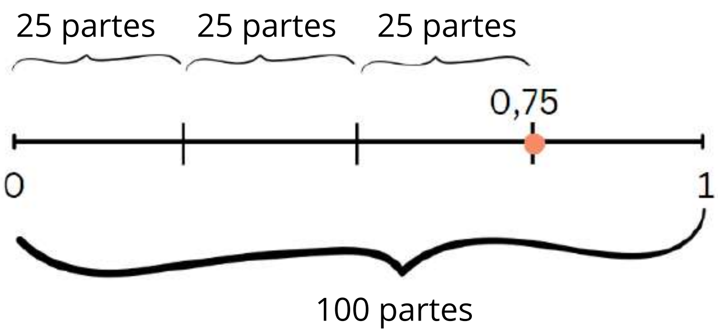
Marcados alguns números inteiros, podemos localizar na reta numérica os pontos correspondentes a alguns números racionais.



Considere a fração $\dfrac{3}{4}$. O numerador (3) representa a parte que estamos considerando, e o denominador (4) indica em quantas partes iguais a unidade foi dividida. Para localizar na reta numérica, dividimos o segmento entre 0 e 1 em quatro partes iguais e marcamos três dessas partes.



A representação decimal é outra forma comum de expressar números racionais. A fração $\frac{3}{4}$ pode ser escrita como 0,75 em sua forma decimal. O algarismo à esquerda da vírgula representa a parte inteira, e os algarismos à direita indicam a parte decimal. Na reta numérica, localizamos 0,75 entre 0 e 1, dividindo o segmento em cem partes e marcando 75 dessas partes.



Comparação de Números Racionais:

Exemplo 1

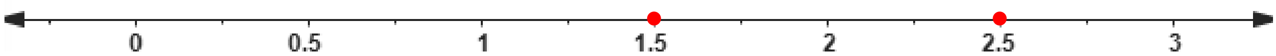
Qual número é maior: $\frac{10}{4}$ ou $\frac{12}{8}$?

Observe dois modos de comparar esses números.

1º modo: Escrevendo-os na forma decimal:

$$\frac{10}{4} = 10 \div 4 = 2,5 \ \ e \ \ \frac{12}{8} = 12 \div 8 = 1,5$$

Para verificar qual número é maior na reta numérica, basta observar sua posição: o número localizado **mais à direita é sempre maior**.



Como $2{,}5 > 1{,}5$, concluímos que $\frac{10}{4} > \frac{12}{8}$.

2º modo: Escrevendo-os na forma fracionária com o mesmo denominador.

$$\frac{10}{4} = \frac{20}{8} \quad (\times 2)$$

Como $\frac{20}{8} > \frac{12}{8}$, pois 20 > 12, concluímos que:

$$\frac{10}{4} > \frac{12}{8}$$

Frações equivalentes são aquelas que representam a mesma quantidade ou valor, mesmo tendo numeradores e denominadores diferentes.

Exemplo 2 : vamos comparar as frações: $\frac{2}{3}\ e\ \frac{3}{5}$

Para encontrar um denominador comum, vamos calcular o mmc entre 3 e 5 (denominadores).

$$mmc(3,5) = 15$$

Para a primeira fração, vamos multiplicar o denominador por 5 para transformar em 15. Com isso multiplicamos o numerador também. A segunda fração é multiplicada por 3, com o objetivo de obter denominador igual a 15.

$$\frac{2^{\times 5}}{3_{\times 5}} = \frac{10}{15}$$

Como $\frac{10}{15} > \frac{9}{15}$, então $\frac{2}{3} > \frac{3}{5}$

$$\frac{3^{\times 3}}{5_{\times 3}} = \frac{9}{15}$$

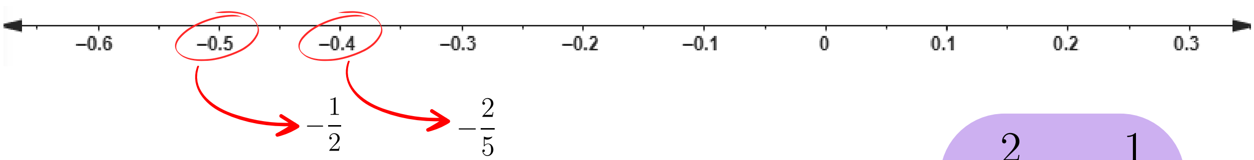
Um outro exemplo interessante é **comparar os números racionais negativos:**

$$-\frac{2}{5}\ e\ -\frac{1}{2}$$

Podemos escrevê-los na forma decimal.

$$-\frac{2}{5} = -0,4\ e\ -\frac{1}{2} = -0,5$$

Cuidado, -0,5 está a esquerda de -0,4 na reta numérica. Então: $-0,4 > -0,5$



Portanto: $-\frac{2}{5} > -\frac{1}{2}$

Exercicios Resolvidos

1) Transforme os números que estão na forma de fração para a forma decimal e aqueles que estão na forma decimal para a forma de fração.

A) $\frac{1}{10}$ B) $-\frac{4}{5}$ C) $0,2$ D) $0,75$

RESOLUÇÃO

A) $\frac{1}{10} = 0,1$

B) $-\frac{4}{5} = -\frac{8}{10} = -\ 0,8$

C) $0,2 = \frac{2}{10} \overset{\div 2}{=} \frac{1}{5}$

D) $0,75 = \frac{75}{100} \overset{\div 25}{=} \frac{3}{4}$

2) Usando os símbolos <, > ou =, compare os números abaixo.

A) $-0,5\ e\ -\frac{2}{3}$ B) $\frac{1}{3}\ e\ \frac{5}{4}$ C) $\frac{2}{5}$ e $0,25$

RESOLUÇÃO

A) Primeiramente, vamos transformar o $-0,5$ em fração: $-0,5 = -\frac{0,5}{1} \overset{\times 10}{=} -\frac{5}{10} \overset{\div 5}{=} -\frac{1}{2}$

Agora, vamos determinar o mmc entre os denominadores 2 e 3: $mmc(2,3) = 6$

Na fração abaixo vamos multiplicar o numerador e denominador por 3.

$$-\frac{1}{2} \overset{\times 3}{=} -\frac{3}{6}$$

Na próxima fração vamos multiplicar o numerador e denominador por 2.

$$-\frac{2}{3} \overset{\times 2}{=} -\frac{4}{6}$$

Como $-\frac{4}{6} < -\frac{3}{6}$ ⇢ $-\frac{4}{6}$ fica à esquerda de $-\frac{3}{6}$ ⇢ $\boxed{-\frac{2}{3} < -0,5}$

B) Para comparar as frações $\frac{1}{3}\ e\ \frac{5}{4}$, podemos escrevê-las em um denominador comum. Podemos determinar facilmente um denominador comum por meio do m.m.c. entre 3 e 4: $mmc\,(3,4) = 12$

Reescrevendo as frações como frações equivalentes de denominador 12:

$$\frac{1}{3} \overset{\times 4}{\underset{\times 4}{=}} \frac{4}{12} \qquad\qquad \frac{5}{4} \overset{\times 3}{\underset{\times 3}{=}} \frac{15}{12}$$

Como $\frac{15}{12} > \frac{4}{12}$, podemos concluir que $\frac{5}{4} > \frac{1}{3}$

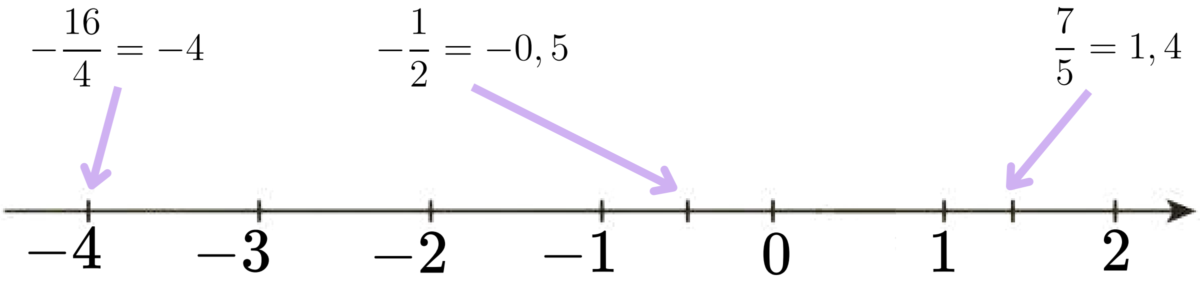
C) Transformando $\frac{2}{5}$ para forma decimal, temos: $\frac{2}{5} \overset{\times 2}{\underset{\times 2}{=}} \frac{4}{10} = 0,4$

$0,4 > 0,25\ \therefore\ \frac{2}{5} > 0,25$

3) Construa e localize os seguintes números na reta numérica.

$\frac{7}{5}$ $\quad$ $-\frac{16}{4}$ $\quad$ $-\frac{1}{2}$

RESOLUÇÃO



Atividades

ATIVIDADE 1

Represente os seguintes números na forma decimal.

A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{3}{10}$

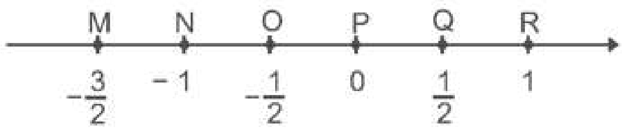
ATIVIDADE 2

Represente os seguintes números na forma fracionária.

A) 0,25
B) 0,4
C) 0,003
D) 2,5

ATIVIDADE 3

Observe abaixo os seis pontos marcados na reta numérica, dividida em segmentos de mesma medida.



O número $-\frac{2}{3}$ está localizado entre os pontos:

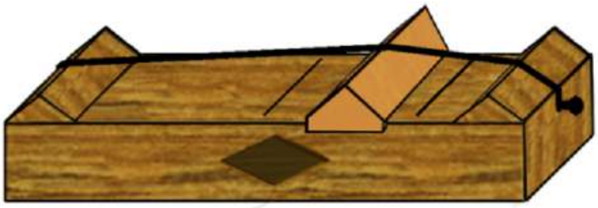
A) M e N.
B) N e O.
C) O e P.
D) Q e R.

ATIVIDADE 4

O monocórdio é um instrumento simples usado para estudar sons e frequências. Ele consiste em uma única corda tensionada sobre uma régua graduada, onde a corda pode ser dividida em diferentes partes para criar sons com frequências distintas.

Ao dividir a corda, diferentes frações do comprimento total da corda são utilizadas, gerando diferentes notas musicais. Por exemplo, dividir a corda em $\frac{1}{2}$ gera uma nota uma oitava acima da nota original.

Considere um monocórdio com 1 metro de comprimento. Complete a tabela abaixo:

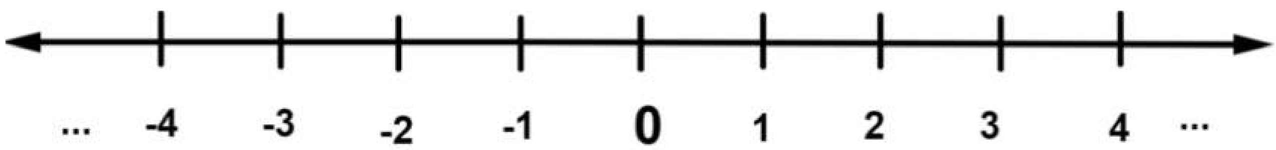


Fração do comprimento da corda	Representação Decimal	Comprimento (em centímetros)
$\frac{1}{2}$		
$\frac{3}{10}$		
		60

ATIVIDADE 5

Represente em uma reta numérica pontos associados aos seguintes números racionais.

$$0,9 \quad -\frac{3}{5} \quad \frac{7}{3} \quad -1,4 \quad 3 \quad -\frac{9}{4}$$



ATIVIDADE 6

Qual é maior, qual é menor ? Complete os espaços usando os sinais > ou < .

A) $-\dfrac{5}{2}$ ______ $0,22222...$

C) $-\dfrac{1}{4}$ ______ $-\dfrac{5}{6}$

B) $-0,125$ ______ $-0,5$

D) $-\dfrac{3}{8}$ ______ 0

E) $\dfrac{1}{2}$ ______ $\dfrac{1}{3}$

F) $0,5$ ______ $0,333...$

ATIVIDADE 7

Escreva cada um dos números a seguir na forma decimal.

A) Dez vírgula quarenta e cinco ______________________________

B) Setenta e cinco centésimos ______________________________

C) Dois inteiros e vinte e cinco milésimos ______________________

D) Sete décimos ____

E) Três milésimos ____

ATIVIDADE 8

(M090258G5) Observe a reta numérica abaixo. Ela está dividida em segmentos de mesma medida.

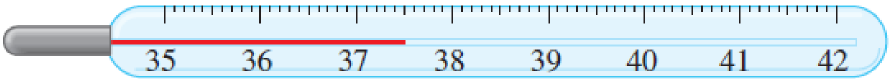
Qual é o ponto que melhor representa a localização do número $\frac{5}{4}$ nessa reta?

A) M.
B) L.
C) K.
D) J.

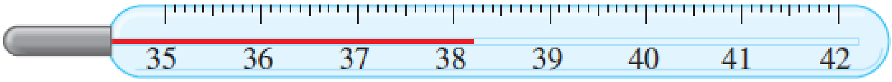
ATIVIDADE 9

Indique a temperatura registrada, em graus Celsius, pelo termômetro nos casos a seguir.

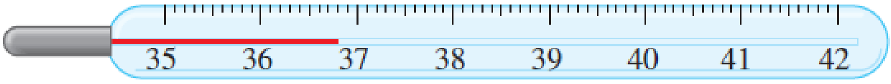
A)



B)



C)



Anders Celsius (1701-1744), astrônomo e físico sueco. Criador da escala Celsius.

ATIVIDADE 10

Considere estes cartões :

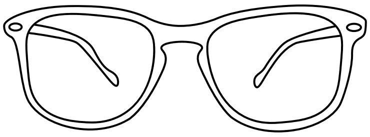
Usando sempre os três cartões acima, identifique todos os números racionais com representação decimal possíveis e os coloque em ordem crescente.

ATIVIDADE 11

(Enem 2015) Deseja-se comprar lentes para óculos. As lentes devem ter espessuras mais próximas possíveis da medida 3 mm. No estoque de uma loja, há lentes de espessuras: 3,021 mm; 2,96 mm; 2,099 mm e 3,07 mm.

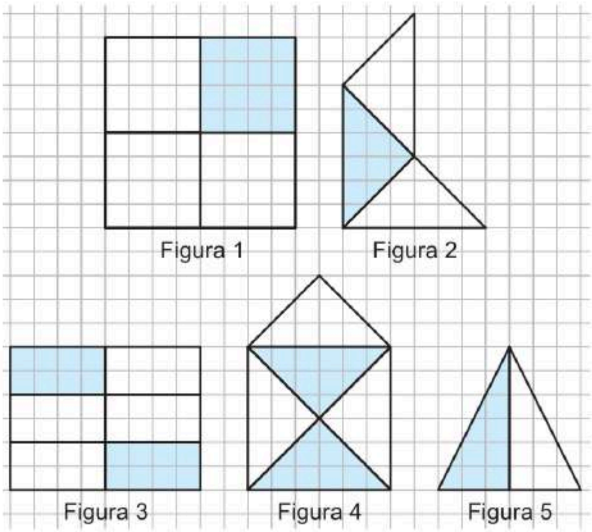
Se as lentes forem adquiridas nessa loja, a espessura escolhida será, em milímetros, de:

A) 2,099.
B) 2,96.
C) 3,021.
D) 3,07.



ATIVIDADE 12

(OBMEP - 2018) Na Figura 1 a área pintada corresponde a $\frac{1}{4}$ da área total. Em qual figura a fração correspondente à área pintada é a maior?



A) Figura 1
B) Figura 2
C) Figura 3
D) Figura 4
E) Figura 5

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO NÚMEROS RACIONAIS

Adição e subtração na forma decimal

Somar e subtrair números decimais é muito parecido com somar e subtrair números inteiros, mas com um cuidado especial: alinhar as casas decimais. Vamos aprender isso passo a passo.

Vamos aprender com um exemplo: qual o resultado da soma de 1,76 + 2,4?

1º Passo: escrever um número embaixo do outro alinhando as vírgulas.

$$\begin{array}{rlll} & 1, & 7 & 6 \\ + & 2, & 4 & \\ \hline \end{array}$$

2º Passo: completar com zeros (se necessário). Se os números tiverem diferentes quantidades de casas decimais, adicione zeros no final do número com a menor quantidade de casas decimais, de forma a igualar essas quantidades de casas dos dois números. Isso facilita a soma ou subtração. Veja que colocamos um zero embaixo do 6.

$$\begin{array}{rlll} & 1, & 7 & 6 \\ + & 2, & 4 & 0 \\ \hline \end{array}$$

3º Passo: fazer a operação. Realize a soma ou subtração como faria com números inteiros, começando pela casa decimal mais à direita.

$$\begin{array}{rlll} & 1, & 7 & 6 \\ + & 2, & 4 & 0 \\ \hline & 4 & 1 & 6 \end{array}$$

4º Passo: colocar a vírgula no resultado. A vírgula do resultado deve estar alinhada com as vírgulas dos números da operação.

$$\begin{array}{rlll} & 1, & 7 & 6 \\ + & 2, & 4 & 0 \\ \hline & 4, & 1 & 6 \end{array}$$

Esse passo a passo também funciona da mesma forma para a subtração. Agora, vamos encontrar o resultado de 8,08 - 3,82.

$$\begin{array}{r} 8,\ 0\ 8 \\ -\ 3,\ 8\ 2 \\ \hline 4,\ 2\ 6 \end{array} \qquad 8,08 - 3,82 = 4,26$$

Veremos a seguir alguns exemplos de adições e subtrações envolvendo números racionais, escritos na forma decimal, positivos ou negativos.

Exemplo 3: $\underbrace{5,4 + (-2,75)}$

A operação é equivalente a $5,4 - 2,75$.

$$\begin{array}{r} 5,40 \\ -2,75 \\ \hline 2,65 \end{array} \qquad 5,4 + (-2,75) = 2,65$$

Exemplo 4: $\underbrace{3,2 - (-4,15)}$

Subtrair um número negativo é o mesmo que somar o seu oposto.

$$\begin{array}{r} 3,20 \\ +4,15 \\ \hline 7,35 \end{array} \qquad 3,2 - (-4,15) = 7,35$$

Exemplo 5: $\underbrace{(-1,8) + (-2,35)}$

Na adição de dois números negativos, somamos os **valores absolutos** e mantemos o sinal negativo.

$$\begin{array}{r} 1,80 \\ +2,35 \\ \hline 4,15 \end{array} \qquad (-1,8) + (-2,35) = -4,15$$

Exemplo 6: $\underbrace{(-5,6) - (-3,25)} = -5,6 + 3,25$

Subtrair um número negativo é o mesmo que somar o seu oposto.

Como esses números têm sinais opostos, devemos calcular a diferença entre eles, mantendo no resultado o sinal daquele que possui maior valor absoluto.

Esse passo a passo também funciona da mesma forma para a subtração.

Agora vamos encontrar o resultado de 8,08 - 3,82.

$$\begin{array}{rccc} & 8, & 0 & 8 \\ - & 3, & 8 & 2 \\ \hline & 4, & 2 & 6 \end{array}$$

Concluimos então que o resultado de 8,08 - 3,82 = 4,26

Adição e subtração na forma de fração

Para realizarmos a **adição ou subtração de números racionais representados por frações** podemos reduzir as frações ao mesmo denominador positivo, adicionando ou subtraindo os numeradores e mantendo esse denominador. Quando as frações já possuem o mesmo denominador, basta somar ou subtrair os numeradores e manter o denominador. Vejamos alguns exemplos:

No primeiro exemplo, veja que para ambas as frações o denominador é o 5. Para adicionar essas frações, repetimos 5 (denominador) e adicionamos o 2 e 1 (numeradores).

Com o mesmo denominador:

$$\frac{2}{\color{red}5} + \frac{1}{\color{red}5} = \frac{2+1}{\color{red}5} = \frac{3}{5}$$

Outro exemplo:

$$\frac{4}{\color{red}7} - \frac{1}{\color{red}7} = \frac{4-1}{\color{red}7} = \frac{3}{7}$$

No próximo caso, como os denominadores são diferentes, vamos determinar o mmc (3,2) = 6. Agora, vamos multiplicar cada fração pelo número necessário para que o denominador resulte em 6.

Com denominadores diferentes:

$$\frac{2^{\color{red}\times 2}}{3_{\color{red}\times 2}} + \frac{1^{\color{red}\times 3}}{2_{\color{red}\times 3}} = \frac{4}{6} + \frac{3}{6} = \frac{7}{6}$$

<u>Outro exemplo:</u>

Neste caso, o mmc entre 2 e 5 é 10. Então multiplicaremos a primeira fração por 5 e a segunda por 2, para que ambos os denominador se igualem. Depois, é só realizar a subtração de frações com denominadores iguais.

$$\frac{1^{\times 5}}{2_{\times 5}} - \frac{2^{\times 2}}{5_{\times 2}} = \frac{5}{10} - \frac{4}{10} = \frac{1}{10}$$

<u>Outro exemplo:</u>

$$-\frac{2}{5} - \frac{1}{4} = -\frac{2^{\times 4}}{5_{\times 4}} - \frac{1^{\times 5}}{4_{\times 5}} = -\frac{8}{20} - \frac{5}{20} = \frac{-8-5}{20} = \frac{-13}{20} = -\frac{13}{20}$$

mmc(5,4)=20

Nesse exemplo, usamos as regras de adição/subtração de números negativos (no numerador da fração).

<u>Outro exemplo:</u>

$$\frac{2}{5} - 0 = \frac{2}{5}$$

<u>Outro exemplo:</u> neste caso, podemos verificar que se multiplicarmos apenas a segunda fração por 6, ambos os denominadores de igualam.

$$-\frac{3}{12} + \frac{1^{\times 6}}{2_{\times 6}} = -\frac{3}{12} + \frac{6}{12} = \frac{-3+6}{12} = \frac{3^{\div 3}}{12_{\div 3}} = \frac{1}{4}$$

mmc(12,2)=12

Lembre-se de simplificar o resultado.

Outro exemplo:

$$\frac{10}{3}+\left(-\frac{3}{5}\right)=\frac{50}{15}-\frac{9}{15}=\frac{41}{15} \quad \text{ou} \quad -\frac{3}{5}+\frac{10}{3}=-\frac{9}{15}+\frac{50}{15}=\frac{41}{15}$$

Numa adição de números racionais, a ordem das parcelas não altera o resultado (soma)

Outro exemplo: adição ou subtração com 3 ou mais parcelas. Primeiro, resolvemos os dois primeiros números, depois adicionamos ou subtraímos o resultado com o próximo número, e assim por diante. Vamos fazer um exemplo:

$$\underbrace{\frac{2}{3}+\frac{1}{4}}_{\frac{11}{12}}-\frac{1}{2}=\frac{11}{12}-\frac{1}{2}=\frac{11}{12}-\frac{6}{12}=\frac{5}{12}$$

$$\frac{2}{3}+\frac{1}{4}=\frac{8}{12}+\frac{3}{12}=\frac{11}{12}$$

Outro exemplo: lembre-se que para tranformar qualquer número inteiro em fração basta escrevê-lo com denominador 1.

Nesta caso, transformamos o 3 em fração com denominador 1. Para igualarmos os denominadores multiplicamos a fração $\frac{3}{1}$ por 2. Assim, ambos os denominadores se igualam.

$$3+\frac{1}{2}=\frac{3}{1}+\frac{1}{2}=\frac{6}{2}+\frac{1}{2}=\frac{7}{2}$$

No próximo caso, transformamos o -5 em fração com denominador 1. Para igualarmos os denominadores multiplicamos a fração $-\frac{5}{1}$ por 5. Assim, ambos os denominadores se igualam.

$$-\frac{2}{5}-5=-\frac{2}{5}-\frac{5}{1}=-\frac{2}{5}-\frac{25}{5}=-\frac{27}{5}$$

Para **somar ou subtrair número decimal com fração**, precisamos transformar um dos dois números para que ambos fiquem no mesmo formato: ou tudo em fração ou tudo em decimal. Vamos ver alguns exemplos:

1. Decimal para fração: nesse exemplo vamos transformar o 2,5 para uma fração.

$$2,5 + \frac{1}{2} = \frac{25^{\div 5}}{10_{\div 5}} + \frac{1}{2} = \frac{5}{2} + \frac{1}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

Lembre-se:

$$2,5 = \frac{25}{10}$$

2. Fração para decimal: nesse exemplo vamos transformar a fração para decimal, dividindo o numerador pelo denominador.

$$\frac{4}{5} - 0,2 = 0,8 - 0,2 = 0,6$$

$$\begin{array}{r|l} 40 & 5 \\ \hline 0 & 0,8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0,\ 8 \\ -\ 0,\ 2 \\ \hline 0,\ 6 \end{array}$$

Exercicios Resolvidos

1) Em certo mês, uma cidade do sul do país teve registrada sua temperatura máxima de 14,5°C e temperatura mínima de -2,8 °C. Qual foi a diferença entre as temperaturas máxima e mínima registradas nesse mês?

RESOLUÇÃO

$$14,5 - (-2,8) = 14,5 + 2,8 = 17,3$$

A diferença entre máxima e mínima foi de 17,3ºC.

Cálculo auxiliar

$$\begin{array}{rrrr} & 1 & \overset{1}{4}, & 5 \\ + & & 2, & 8 \\ \hline & 1 & 7, & 3 \end{array}$$

2) Roberto reservou $\frac{1}{5}$ de seu salário para gastar com lazer e $\frac{1}{4}$ para comprar roupas. Qual a fração total do salário de Roberto foi reservada para gastar com lazer e roupas?

RESOLUÇÃO

Como o mmc(5,4) = 20 vamos multiplicar a primeira fração por 4 e a segunda por 5. Assim, ambos os denominador se igualam em 20.

$$\frac{1^{\times 4}}{5_{\times 4}} + \frac{1^{\times 5}}{4_{\times 5}} = \frac{4}{20} + \frac{5}{20} = \frac{9}{20}$$

A fração do salário de Roberto reservada para gastos com lazer e roupas é $\frac{9}{20}$.

3) Natália foi comprar 1,5 kg de feijão para sua mãe. O atendente pegou uma quantidade e a balança mediu 1,68 kg. Ele, então, retirou o suficiente para a balança medir 1,5 kg. Qual medida de massa, em quilograma, de feijão que o atendente retirou?

RESOLUÇÃO

$$1,68 - 1,5 = 0,18$$

O atendente retirou 0,18 kg de feijão.

Cálculo auxiliar

$$\begin{array}{rrrr} & 1, & 6 & 8 \\ - & 1, & 5 & 0 \\ \hline & 0, & 1 & 8 \end{array}$$

Atividades

ATIVIDADE 1

Efetue as operações envolvendo números racionais na forma fracionária.

A) $\frac{3}{7} + \frac{2}{7}$

B) $\frac{5}{9} - \frac{2}{9}$

C) $\frac{2}{3} + \frac{1}{6}$

D) $\frac{5}{8} - \frac{1}{4}$

E) $\frac{3}{5} + \frac{2}{3}$

F) $\frac{7}{10} - \frac{1}{2}$

G) $\frac{4}{9} + \frac{5}{6}$

H) $\frac{2}{7} - \frac{3}{14}$

I) $\frac{3}{8} + \frac{1}{2}$

J) $\frac{5}{12} - \frac{1}{3}$

K) $\frac{7}{15} + \frac{2}{5}$

L) $\frac{9}{10} - \frac{3}{5}$

ATIVIDADE 2

Efetue as operações envolvendo números racionais na forma fracionária.

A) $\left(-\frac{3}{4}\right)+\frac{1}{2}$

B) $\frac{5}{6}-\left(-\frac{1}{3}\right)$

C) $\left(-\frac{7}{8}\right)-\frac{1}{4}$

D) $\frac{2}{5}+\left(-\frac{3}{10}\right)$

E) $\left(-\frac{4}{9}\right)+\frac{7}{9}$

F) $\frac{3}{7}-\left(-\frac{2}{7}\right)$

G) $\frac{5}{6}-\left(-\frac{1}{2}\right)$

H) $\frac{2}{3}-\frac{5}{4}$

I) $\left(-\frac{1}{2}\right)-\left(-\frac{3}{5}\right)$

J) $\frac{7}{8}+\left(-\frac{5}{8}\right)$

K) $\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{4}{9}\right)$

L) $\left(-\frac{5}{12}\right)+\left(-\frac{1}{6}\right)$

ATIVIDADE 3

Observe o quadro, que mostra as medidas de temperatura máxima e mínima registradas em três localidades.

	Localidade A	Localidade B	Localidade C
Medida de temperatura máxima	12,4 °C	–5,1 °C	1 °C
Medida de temperatura mínima	–4,5 °C	–7,6 °C	–2,2 °C

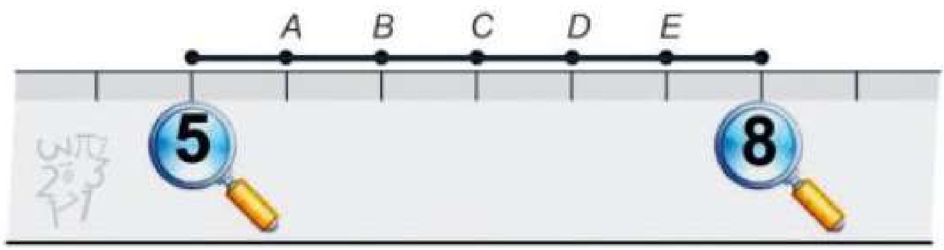
Agora, responda:

A) Qual é a diferença entre as medidas de temperatura máxima e mínima, nessa ordem, em cada localidade?

B) Em qual localidade a diferença de medida de temperatura foi maior?

ATIVIDADE 4

(Obmep) José dividiu um segmento de reta em seis partes iguais. Ele observou que os pontos das extremidades do segmento correspondem às marcas de 5 cm e 8 cm de sua régua. Qual dos pontos corresponde à marca de 6 cm da régua?



A) A

B) B

C) C

D) D

ATIVIDADE 5

Calcule o resultado de cada uma das operações envolvendo números decimais a seguir:

A) $5,25 + 3,1 =$

B) $14,8 - 6,3 =$

C) $8,1 + 2,452 =$

D) $15 - 3,12 =$

E) $2,5 - 1,125 =$

F) $-7,5 + 4,2 =$

G) $10,2 - 15,35 =$

H) $4,8 - (-2,1) =$

I) $-3,15 + (-2,5) =$

J) $-6,25 - 3,11 =$

K) $9,5 + (-1,345) =$

L) $-1,05 - (-0,750) =$

ATIVIDADE 6

Em 2023 foi realizada no Japão a Copa do Mundo de Voleibol Feminino. Descubra as três primeiras seleções classificadas nesse campeonato, calculando o valor das expressões e comparando os resultados com os números do quadro.

A) 1° lugar: $-0,48 - 0,52 + 3$

B) 2° lugar: $\frac{2}{5} + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{3}\right)$

C) 3° lugar: $\left(-\frac{2}{5} + \frac{3}{7}\right) - \frac{11}{4}$

Porto Rico	-2
Japão	$-\frac{381}{140}$
Turquia	2
Brasil	$\frac{22}{105}$

ATIVIDADE 7

Você lembra o que é um quadrado mágico? Nele, a soma dos números em cada linha, coluna ou diagonal é a mesma. Essa soma é a constante mágica.

0	**A**	$-\frac{8}{4}$
C	$\frac{3}{3}$	**D**
4	**B**	2

A) Qual a constante mágica do quadrado mágico acima ?

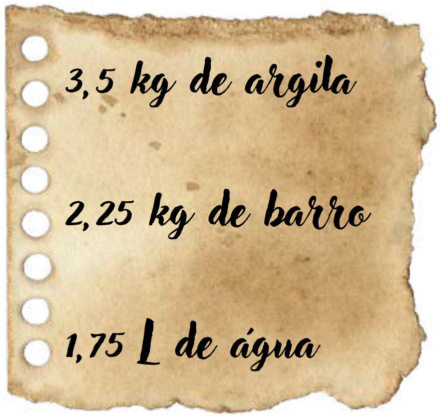
B) Calcule o valor de A + B + C + D ?

ATIVIDADE 8

As panelas de barro, ícones da cultura capixaba, são produzidas há mais de 400 anos pelas paneleiras de Goiabeiras em Vitória - ES. A técnica artesanal utilizada tem origem indígena, passada de geração em geração, e envolve a mistura de argila, barro e água em proporções precisas para garantir a qualidade das peças.

Dona Maria, uma paneleira experiente, está preparando uma nova leva de panelas. Para cada panela, ela utiliza os seguintes materiais:

Foto: IPHAN



Durante o dia, ela produziu 4 panelas, mas percebeu que usou 0,5 kg a mais de argila e 0,25 L a menos de água do que o planejado em cada panela.

A) Quantos quilos de argila e barro, e quantos litros de água, seriam necessários para produzir as 4 panelas, sem considerar as mudanças na receita original?

B) Considerando as mudanças na receita original, qual foi a quantidade total de argila e água utilizada?

ATIVIDADE 9

Qual é o valor de cada expressão ?

A) $-\frac{1}{4}-\frac{7}{5}-1,32+5$

B) $-\frac{9}{5}+\frac{11}{2}-2+0,71$

ATIVIDADE 10

(Obmep) Qual dos seguintes números está mais próximo de 1 ?

A) $1+\frac{1}{2}$

B) $1+\frac{1}{5}$

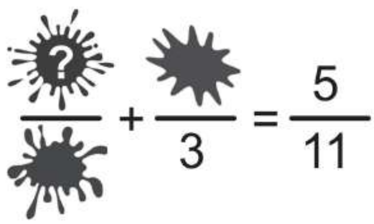
C) $1-\frac{1}{3}$

D) $1+\frac{1}{10}$

ATIVIDADE 11

(OBMEP - 2016) A figura mostra a fração $\frac{5}{11}$ como a soma de suas frações. As manchas encobrem números naturais. Uma das frações tem denominador 3. Qual é o menor numerador possível para a outra fração?

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5



MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS RACIONAIS

Forma fracionária

Para multiplicar números racionais na forma fracionária, devemos multiplicar numerador por numerador e denominador por denominador.

Exemplos:

a) $\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2 \cdot 1}{5 \cdot 3} = \frac{2}{15}$

b) $\frac{3}{7} \cdot \frac{4}{9} = \frac{3 \cdot 4}{7 \cdot 9} = \frac{12}{63} \underset{\div 3}{\overset{\div 3}{=}} \frac{4}{21}$

Note que no exemplo b, a simplificação foi realizada no final dos cálculos. Em algumas multiplicações entre frações, podemos fazer uma simplificação antes de multiplicar. O nome dessa técnica é cancelamento. Veja o exemplo b com a aplicação dessa técnica:

$$\frac{3}{7} \cdot \frac{4}{9} = \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{7} \cdot \frac{4}{\underset{3}{\cancel{9}}} = \frac{4}{21}$$

A multiplicação entre número inteiro e número racional na forma fracionária pode ser realizada seguindo a mesma regra para multiplicação entre frações. Veja o exemplo a seguir:

$$\frac{3}{4} \cdot 180 = \frac{3}{4} \cdot \frac{180}{1} = \frac{540}{4} = 135$$

Para multiplicar números racionais positivos ou negativos, devemos considerar a regra de sinais para essas operações:

Multiplicação:

$(+) \cdot (+) = (+)$

$(-) \cdot (-) = (+)$

$(+) \cdot (-) = (-)$

$(-) \cdot (+) = (-)$

Veja alguns exemplos:

- $\frac{4}{7} \cdot \left(-\frac{5}{2}\right) = -\frac{20}{14} \underset{\div 2}{\overset{\div 2}{=}} -\frac{10}{7}$
- $\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{5}{7}\right) = \frac{10}{21}$

Forma decimal

Para multiplicar dois números racionais na forma decimal, podemos seguir os seguintes passos:

- consideramos os sinais dos fatores e usando a regra determinamos o sinal do produto;
- multiplicamos os números decimais como se fossem números naturais;
- após obtermos o resultado, posicionamos a vírgula nele de modo que a quantidade de casas decimais seja igual à soma das quantidades de casas decimais dos fatores.

Veja um exemplo: $-3,4 \cdot (-0,91)$

Trata-se de uma multiplicação entre dois números negativos. Assim, o produto será positivo.

$$
\begin{array}{rrrrrl}
 & & & 3, & 4 & \leftarrow \text{Uma casa decimal}\\
 & \times & 0, & 9 & 1 & \leftarrow \text{Duas casas decimais}\\
\hline
 & & & 3 & 4 & \\
+ & 3 & 0 & 6 & & \\
 & 0 & 0 & & & \\
\hline
 & 3, & 0 & 9 & 4 & \leftarrow \text{Três casas decimais}
\end{array}
$$

Assim:

$$-3,4 \cdot (-0,91) = +3,094$$

Veja alguns exemplos de multiplicações envolvendo números racionais positivos e negativos:

$$(+6) \cdot \left(+\frac{1}{3}\right) = +\frac{6}{3} = 2$$

$$\left(-\frac{4}{9}\right) \cdot \left(-\frac{7}{8}\right) = +\frac{28}{72} = \frac{7}{18}$$

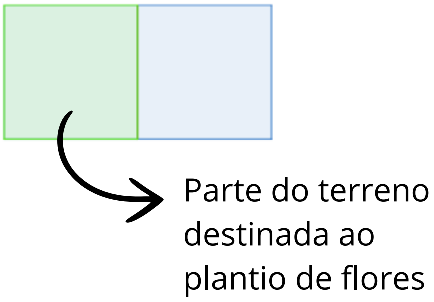
$$(+0,75) \cdot (-9) = -6,75$$

$$(-2,18) \cdot (-1,6) = +3,488$$

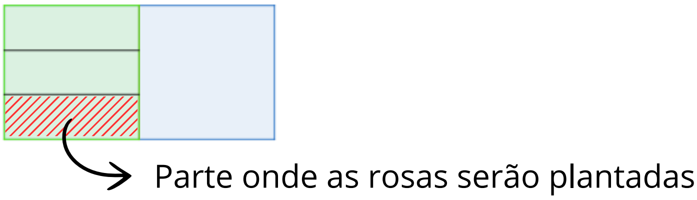
Exercicios Resolvidos

1) Uma pessoa possui, nos fundos de sua casa, um pequeno terreno. Ela decidiu que $\frac{1}{2}$ do terreno seria destinado ao plantio de flores, e dessa parte $\frac{1}{3}$ seria para o cultivo de rosas. Qual fração do terreno representa a parte reservada para o plantio de rosas?

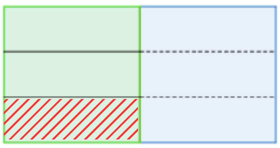
Resolução:



A parte onde ocorrerá o plantio das rosas é um terço da parte reservada para o plantio de flores.



Estendendo as divisões para o terreno todo, podemos perceber que a parte reservada para o plantio de rosas representa um sexto do terreno.



Na prática, para resolver esse problema precisamos determinar qual fração representa $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{2}$ do terreno. O cálculo de fração de uma fração pode ser realizado por meio da multiplicação de frações. Veja:

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 1}{3 \cdot 2} = \frac{1}{6}$$

A fração do terreno reservada para o plantio de rosas é um sexto.

2) Segundo dados do Censo 2022 realizado pelo IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística), o estado do Espírito Santo tinha, em número aproximado, 3,8 milhões de habitantes, dos quais 49% viviam na Região Metropolitana da Grande Vitória (RMGV). Com essa informação qual a população aproximada da Região Metropolitana da Grande Vitória?

VOCÊ SABIA?

Sete municípios compõem a RMGV: Cariacica, Fundão, Guarapari, Serra, Viana, Vila Velha e a capital Vitória.

Resolução:

Vamos calcular 49% de 3,8 milhões. Podemos fazer isso usando a forma decimal da porcentagem:

$$49\% \cdot 3,8 = 0,49 \cdot 3,8$$

Fazendo o cálculo:

$$\begin{array}{r} 0,49 \\ \times \quad 3,8 \\ \hline 392 \\ + \quad 147 \\ \hline 1,862 \end{array}$$

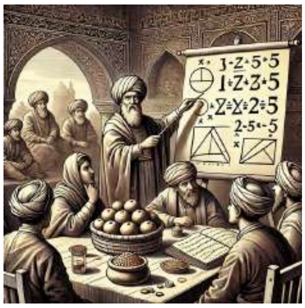
A população aproximada da RMGV será de aproximadamente 1,862 milhão.

Atividades

ATIVIDADE 1

Durante o século IX, o matemático persa Al-Khwarizmi escreveu sobre frações em seu livro “Al-Kitab al-Mukhtasar fi Hisab al-Jabr wal-Muqabala”, popularizando o uso de números racionais no mundo islâmico. Ele usava frações para representar partes de um inteiro, o que facilitava a resolução de problemas matemáticos do dia a dia.

Imagine que, para ensinar frações, Al-Khwarizmi propôs o seguinte problema aos seus alunos:



“Um comerciante tinha $\frac{5}{8}$ ***de um saco de especiarias.***

Ele decidiu vender $\frac{2}{3}$ ***dessa quantidade a um cliente.***

Que fração do saco de especiarias o cliente comprou?”

ATIVIDADE 2

Luciana pretende fazer uma lasanha para o almoço de domingo. Precisará comprar 0,400 kg de queijo e 0,300 kg de presunto. Quanto ela gastará com o recheio da lasanha, sabendo que o quilograma de queijo custa R$ 35,50 e o de presunto R$ 21,90?

ATIVIDADE 3

Efetue as operações envolvendo números racionais na forma fracionária.

a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} =$

b) $\frac{1}{7} \cdot \frac{3}{4} =$

c) $5 \cdot \frac{2}{9} =$

d) $\frac{3}{10} \cdot 7 =$

e) $-\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} =$

f) $\frac{4}{7} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) =$

g) $-6 \cdot \frac{2}{5} =$

h) $\frac{5}{9} \cdot (-4) =$

i) $-\frac{3}{8} \cdot \left(-\frac{5}{2}\right) =$

j) $-\frac{4}{5} \cdot \frac{10}{3} =$

k) $\frac{9}{14} \cdot \left(-\frac{7}{12}\right) =$

l) $-\frac{15}{16} \cdot \left(-\frac{8}{25}\right) =$

ATIVIDADE 4

Efetue as operações envolvendo números racionais na forma decimal.

a) $2,5 \cdot 0,4 =$

b) $6 \cdot (-1,5) =$

c) $-0,3 \cdot 1,2 =$

d) $-0,8 \cdot (-0,9) =$

e) $1,25 \cdot (-4) =$

f) $-2,1 \cdot 0,3 =$

g) $0,05 \cdot (-1,2) =$

h) $-3,5 \cdot (-2,5) =$

i) $-0,125 \cdot 8 =$

j) $-1,02 \cdot (-0,5) =$

ATIVIDADE 5

Uma moeda de 25 centavos tem 7,55 g de medida de massa. Determine a medida da massa de cada pilha a seguir, sabendo que elas são formadas apenas por moedas de 25 centavos.

a)

13 moedas

b)

10 moedas

c)

15 moedas

ATIVIDADE 6

Paulo e Alberto foram juntos ao posto para abastecer seus veículos. Paulo vai abastecer seu carro com 14,5 litros de gasolina, e Alberto vai abastecer sua caminhonete com 8 litros de diesel. Quanto cada um vai gastar sabendo que o preço do litro da gasolina é R$ 6,12 e o litro do diesel é R$ 6,03?

ATIVIDADE 7

(OBMEP - 2023) Em uma cidade, 1/4 da população tem pelo menos uma bicicleta. Dentre os que têm bicicleta, 1/3 tem mais do que uma. Qual fração da população tem apenas uma bicicleta?

A) 1/5.
B) 1/6.
C) 1/7.
D) 1/8.
E) 1/12.

ATIVIDADE 8

A seguir está parte de uma receita de bolo que rende 4 porções.

- 6 colheres (sopa) bem cheias de margarina (sem sal)
- 3/4 xícara (chá) achocolatado
- 1/2 xícara (chá) chocolate em pó
- 1 1/4 xícara (chá) farinha de trigo

Abaixo, preencha as quantidades desses ingredientes de forma que a receita renda 16 porções.

_____ colheres (sopa) bem cheias de margarina (sem sal)

_____ xícara (chá) achocolatado

_____ xícara (chá) chocolate em pó

_____ xícara (chá) farinha de trigo

DIVISÃO ENVOLVENDO NÚMEROS RACIONAIS

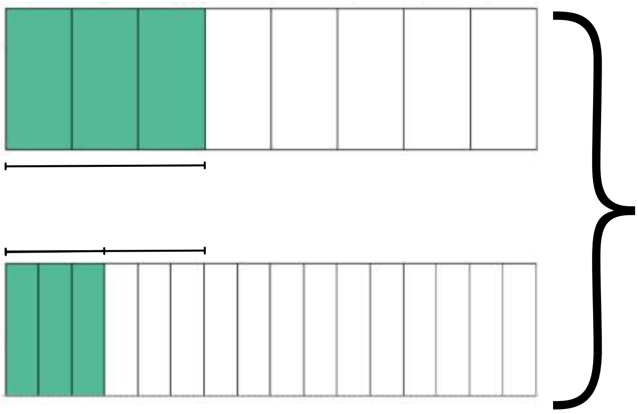
FORMA FRACIONÁRIA

Uma horta comunitária tem um terreno retangular dividido em 8 canteiros de mesmo tamanho. O Sr. José preparou a terra de 3 desses canteiros para o plantio (parte verde na primeira figura).

Na hora de plantar, ele decidiu usar apenas metade dessa terra preparada para plantar alface, deixando o resto para plantar rúcula depois. Que fração do terreno total da horta está ocupada com a plantação de alface?

Considere a representação do terreno retangular a seguir.

Queremos saber qual é a fração do terreno ocupada pela plantação de alface. Como ela é a metade da parte preparada, podemos responder à pergunta do problema dividindo $\frac{3}{8}$ por 2.



$$\frac{3}{8} \div 2 = \frac{3}{16}$$

Note que a metade de $\frac{3}{8}$ é equivalente a $\frac{3}{16}$. De forma prática, na divisão de uma fração por um número inteiro, basta multiplicar a fração pelo inverso desse inteiro.

$$\frac{3}{8} \div 2 = \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{16}$$

A mesma regra pode ser aplicada na divisão entre um inteiro e uma fração: repetimos o primeiro número (dividendo) e multiplicamos pelo inverso do segundo (divisor).

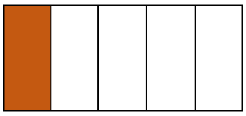
Quando nos deparamos com a divisão de uma fração por outra, devemos multiplicar a primeira fração (dividendo) pelo inverso da segunda fração (divisor). Por exemplo vamos dividir as frações $\frac{2}{3} \div \frac{1}{5}$

$$\frac{2}{3} \div \frac{1}{5} = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{1} = \frac{10}{3}$$

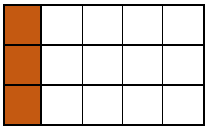
Obtemos a fração inversa fazendo o numerador e denominador trocarem de lugar entre si.

Vamos ilustrar essa operação.

1°) Devemos encontrar frações equivalentes com mesmo denominador.

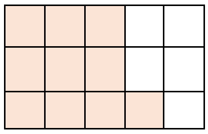


$\frac{1}{5}$



$\frac{3}{15}$

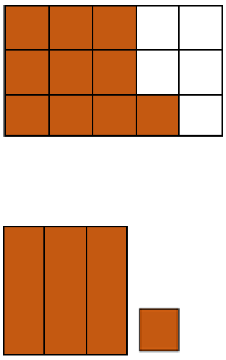
$\frac{2}{3}$



$\frac{10}{15}$

Cada quadradinho equivale a um terço de $\frac{1}{5}$.

2°) Agora, vamos distribuir os quadradinhos nos $\frac{2}{3}$.



Temos 3 colunas onde cada coluna representa a fração $\frac{1}{5}$.

O quadradinho representa um terço de $\frac{1}{5}$.

Em relação à fração $\frac{1}{5}$, temos, $3 + \frac{1}{3} = \frac{10}{3}$.

Aplicamos as mesmas regras ao dividir frações positivas ou negativas. Veja alguns exemplos:

- $\left(-\frac{1}{4}\right) \div \left(-\frac{2}{3}\right) = \left(-\frac{1}{4}\right) \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{3}{8}$
- $(-8) \div \frac{2}{5} = \left(-\frac{8}{1}\right) \cdot \left(\frac{5}{2}\right) = -\frac{40}{2} = -20$

O quociente entre dois números racionais também pode vir indicado no formato a seguir:

Repete-se a fração de cima e multiplica-se pelo inverso da fração de baixo.

$$\frac{\frac{2}{7}}{\frac{5}{8}} = \frac{2}{7} \cdot \frac{8}{5} = \frac{16}{35}$$

$$\frac{-\frac{2}{5}}{-\frac{1}{2}} = -\frac{2}{5} \cdot \left(-\frac{2}{1}\right) = \frac{4}{5}$$

FORMA DECIMAL

Para realizar a divisão envolvendo números racionais na forma decimal, podemos utilizar uma técnica na qual igualamos a quantidade de casas decimais do dividendo e do divisor. Veja os exemplos a seguir.

$$360,8 \div 8 \longrightarrow 360,8 \,\underline{|\; 8 \quad}$$

Vamos adicionar "**,0**" (vírgula e 0) ao divisor 8 para **igualarmos o número de casas decimais**.

$$3\ 6\ 0,\ 8 \,\underline{|\; 8,0 \quad}$$

Apagamos a vírgula e realizamos a divisão:

$$\begin{array}{r|l} 3608 & 80 \\ \hline 408 & 45,1 \\ 8 & \\ 0 & \end{array}$$

Assim, $360,8 \div 8 = 45,1$

$$2,12 \div 0,1 \longrightarrow 2,12 \,\underline{|\; 0,1 \quad}$$

Igualando as casas decimais e adicionando um zero à direita da última casa decimal do 0,1: $2,12 \,\underline{|\; 0,10 \quad}$

Retiramos as vírgulas: $212 \,\underline{|\; 10 \quad}$

$$\begin{array}{r|l} 212 & 10 \\ \hline 12 & 21,2 \\ 20 & \\ 0 & \end{array}$$

Para finalizar, vamos realizar a divisão de 212 por 10.

Então: $2,12 \div 0,1 = 21,2$

$-0,4 \div 1,25$

Neste caso, antes de realizarmos a divisão dos números, vamos fazer a divisão dos sinais. Lembre-se: em divisão entre números de sinais iguais, o quociente é **positivo.** Quando os números que serão divididos têm sinais diferentes, o quociente é **negativo**.

No nosso caso, temos 0,4 negativo dividido por 1,25 positivo. Logo temos sinais diferentes, então o resultado será negativo. Agora, vamos realizar a divisão dos números.

$$\begin{array}{r|l} 0,4 & 1,25 \\ \cline{2-2} \end{array}$$

Igualando as casas decimais, adicionando um zero ao 0,4:

$$\begin{array}{r|l} 0,40 & 1,25 \\ \cline{2-2} \end{array}$$

Podemos retirar as vírgulas e realizar a divisão do 40 por 125.

$$\begin{array}{r|l} 40 & 125 \\ \cline{2-2} \end{array}$$

O número 125 “não cabe” no número 40. Representamos isso registrando um zero no quociente. Na sequência, usamos a seguinte equivalência:
40 unidades = 400 décimos. Como vamos dividir décimos, devemos colocar uma vírgula no quociente, separando a parte inteira da decimal.

$$\begin{array}{r|l} 400 & 125 \\ \cline{2-2} & 0, \end{array}$$

Continuamos com nossa divisão:

$$\begin{array}{r|l} 400 & 125 \\ \cline{2-2} 250 & 0,32 \\ 0 & \end{array}$$

Não podemos nos esquecer que o resultado é negativo. Portanto:

$$-0,4 \div 1,25 = -0,32$$

Pode ocorrer também a **divisão de um número decimal por um número na forma de fração**. Vejamos um exemplo:

$$0,25 \div \frac{1}{2}$$

Podemos resolver de 2 formas: transformando o 0,25 em fração e realizando a divisão de frações ou transformando a fração em decimal e realizando a divisão de números decimais. Vamos ver as duas maneiras!

1ª Forma: vamos transformar o 0,25 em fração.

$$0,25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

Substituimos o 0,25 pela fração e realizamos a divisão de frações.

$$\frac{1}{4} \div \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,5$$

2ª Forma: vamos transformar a fração $\frac{1}{2}$ em número decimal.

$$\frac{1}{2} = 0,5$$

Substituimos esse valor na divisão:

$$0,25 \div 0,5$$

Igualando as casa decimais e retirando as vírgulas, temos:

$$\begin{array}{r|l} 250 & 50 \\ \hline 0 & 0,5 \end{array}$$

Por esse método, também encontramos que:

$$0,25 \div 0,5 = 0,5$$

1) Pedro fez 0,8 litro de suco para dividir entre seus amigos. Os copos descartáveis têm a capacidade de 0,2 litro. Quantos copos serão necessários?

Resolução:
Temos que efetuar a divisão entre a quantidade de suco e a capacidade dos copos.

$$0,8 \div 0,2 \rightarrow (0,8 \cdot 10) \div (0,2 \cdot 10) \rightarrow 8 \div 2 = 4$$

Portanto serão necessários 4 copos.

2) Uma jarra de leite tem capacidade para 1 litro e estava pela metade. Esse leite será distribuído em copos de $\frac{1}{8}$ litro. Qual a quantidade de copos de que serão preenchidos?

Resolução:
Como o leite será distribuído em copos, teremos que fazer uma divisão entre a quantidade de leite e a capacidade dos copos. Assim teremos:

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{8} = \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{1} = \frac{8}{2} = 4$$

Logo serão necessários 4 copos de leite.

Atividades

ATIVIDADE 1

Efetue as operações envolvendo números racionais na forma fracionária.

a) $\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} =$

b) $\frac{1}{3} \div \frac{1}{7} =$

c) $\frac{4}{7} \div \frac{2}{3} =$

d) $\frac{5}{9} \div \frac{5}{2} =$

e) $4 \div \frac{1}{2} =$

f) $\frac{2}{3} \div 5 =$

g) $-\frac{3}{8} \div \frac{2}{5} =$

h) $\frac{4}{11} \div \left(-\frac{1}{3}\right) =$

i) $-6 \div \frac{3}{4} =$

j) $\frac{7}{10} \div (-14) =$

k) $-\frac{5}{12} \div \left(-\frac{10}{3}\right) =$

l) $-\frac{9}{16} \div \left(-\frac{3}{8}\right) =$

ATIVIDADE 2

Uma jarra de suco com capacidade de $\frac{5}{2}$ litros será servida em copos com capacidade de $\frac{1}{4}$ de litro. Quantos copos serão preenchidos com suco?

ATIVIDADE 3

Efetue as operações envolvendo números racionais na forma decimal.

a) $12,4 \div 4 =$

b) $4,5 \div 0,5 =$

c) $-18,6 \div 3 =$

d) $7,2 \div (-0,9) =$

e) $-5 \div 0,25 =$

f) $-1,44 \div (-0,12) =$

ATIVIDADE 4

Cíntia está trocando parte da fiação elétrica de sua casa. Para isso, ela comprou 8 metros de fio e pagou R$ 23,20. Após uma semana, ela percebeu que precisava de mais 0,5 metro desse mesmo fio. Sabendo que o preço do fio não mudou, quanto Cíntia pagará por 0,5 metro de fio?

ATIVIDADE 5

Uma barra de chocolate estava pela metade e foi dividida entre os três filhos de David. Qual é a fração que representa a quantidade de chocolate consumida por cada um dos filhos de David em relação à barra de chocolate inteira ?

ATIVIDADE 6

Na semana passada, Gisele colocou 39,1 litros de gasolina em seu carro, pagando R$ 6,80 por litro. Nesta semana, houve um aumento, e o litro da gasolina passou a custar R$ 6,90 no mesmo posto.

A) Colocando a mesma quantidade de gasolina da semana passada, quanto Gisele gastará a mais nesta semana?

B) Se ela quiser gastar a mesma quantia que gastou na semana passada com gasolina, quantos litros poderá colocar em seu carro?

C) Se Gisele pedir ao frentista, nesta semana, que coloque gasolina em seu carro até inteirar o valor de R$ 124,00, quantos litros serão colocados?

ATIVIDADE 7

Leia com atenção a receita a seguir.

Cupcake de morango (rende 6 porções)

Massa
- 1/2 xícara(s) (chá) de manteiga
- 3/4 xícara(s) (chá) de açúcar
- 2 unidade(s) de ovo
- 1 1/2 xícara(s) (chá) de farinha de trigo
- 1/2 colher(es) (chá) de fermento químico em pó
- 1 colher(es) (chá) de raspas de limão
- 1 xícara(s) (chá) de morango picado(s)

Cobertura: Chantilly

a) Para fazer uma receita de Cupcake de Morango que renda 2 porções, qual será a quantidade de açúcar necessária?

b) Para fazer uma receita de Cupcake de Morango que renda 2 porções, qual será a quantidade de farinha de trigo necessária?

c) Para fazer uma receita de Cupcake de Morango que renda 3 porções, qual será a quantidade de manteiga necessária?

ATIVIDADE 8

(OBMEP -2024) Um grupo de amigos se reuniu para comer quatro pizzas. Cada um deles comeu dois terços de uma pizza e não sobrou nada. Quantos eram os amigos?

A) 16.
B) 4.
C) 12.
D) 6.
E) 8.

POTÊNCIA DE UMA FRAÇÃO

A potenciação é uma operação matemática que indica multiplicações sucessivas de fatores iguais.

expoente

$$2^3 = 8 \;\; pois \;\; \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_{\text{o expoente indica a quantidade de fatores}} = 8$$

base

No caso de **potência de uma fração** faremos a mesma operação, mas nossa base será uma fração. Teremos que elevar tanto o numerador quanto o denominador ao expoente. Isso é conhecido como *propriedade distributiva*. Veja o exemplo:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 3} = \frac{4}{9}$$

Você poderá resolver assim também:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right) = \frac{4}{9}$$

Mas e se a fração da base for negativa? Nesse caso faremos a potenciação obedecendo à seguinte regra:

- Se o expoente for um número **par**, o resultado será **positivo.**

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = +\frac{4}{9}$$

- Se o expotente for um número **ímpar**, o resultado será **negativo**.

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^3 = \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{8}{27}$$

Quando o expoente é par, podemos agrupar os fatores negativos em pares. Cada par de fatores negativos gera um produto positivo, e a multiplicação desses produtos positivos também será positiva. Já quando o expoente é ímpar, podemos organizar os fatores em pares (que resultarão em números positivos). No entanto, sempre sobrará um fator negativo, já que a quantidade total de fatores é ímpar. Assim, o produto final será o resultado de um número positivo multiplicado por um número negativo, o que dará um número negativo.

Exemplos:

$$\left(-\frac{1}{4}\right)^2 = \left(-\frac{1}{4}\right) \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) = +\frac{1}{16}$$

$$\left(-\frac{1}{4}\right)^3 = \left(-\frac{1}{4}\right) \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{64}$$

$$\left(-\frac{3}{5}\right)^2 = \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) = +\frac{9}{25}$$

$$\left(-\frac{3}{5}\right)^3 = \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{27}{125}$$

POTÊNCIA DE UM NÚMERO DECIMAL

Como podemos efetuar a potenciação de números decimais? Para facilitar, vamos mostrar um passo a passo para encontrar o resultado de $(0,5)^2$.

1° - Escreva os algarismos significativos da base.

$0,5 \rightarrow$ *algarismo significativo* = 5

2° - Calcule a potenciação do algarismo significativo.

$$5^2 = 25$$

3° - Coloque a vírgula no lugar.

Para posicionar a vírgula corretamente faça a multiplicação do expoente pela quantidade de algarismos que estão na **parte decimal**.

- expoente = 2
- algarismos na parte decimal = 1

$$2 \cdot 1 = 2$$

Use esse resultado para posicionar a vírgula completando com zeros quando não houver algarismo significativo.

$$25{,}0 \rightarrow 0{,}\underbrace{25}$$

2 casas à esquerda do 5

Você se lembra?

Algarismos significativos são responsáveis por dar exatidão a um número. São os dígitos que temos certeza que assumem esse valor.

$$0,1 \rightarrow \ algarismo\ significativo = 1$$
$$2,2 \rightarrow \ algarismos\ significativos = 22$$
$$0,03 \rightarrow \ algarismo\ significativo = 3$$

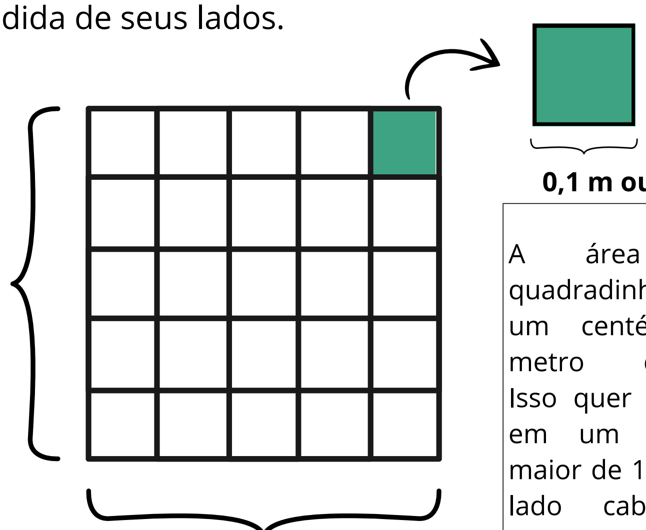
Neste exemplo o resultado foi de 25 centésimos. Vamos verificar isso calculando a área de um quadrado de 0,5 metro (ou 50 cm) de lado. Para calcular a área de um quadrado basta multiplicar a medida de seus lados.

$$A = l^2$$

$$(0,5)^2 = (0,5) \cdot (0,5)$$

$$\begin{array}{r} 0,5 \\ \times \;\; 0,5 \\ \hline 0,25 \end{array}$$

Lê-se "vinte e cinco centésimos"



A área desse quadradinho é de um centésimo de metro quadrado. Isso quer dizer que em um quadrado maior de 1 metro de lado cabem 100 desses quadradinhos!

Como resultado temos 0,25 metro quadrado de área ou seja 25 quadradinhos em que sua área mede um centésimo de metro quadrado.

Vamos aplicar o passo a passo nesse exemplo mais desafiador $(0,0009)^3$.

1° - Escreva os algarismos significativos da base:

$$0,0009 \rightarrow 9$$

2° - Calcule a potenciação do algarismo significativo:

$$9^3 = 729$$

3° - Coloque a vírgula no lugar.

- expoente = 3
- algarismos na parte decimal = 4

$$\left\{ \; 3 \cdot 4 = 12 \right.$$

$$729,0 \rightarrow 0,\underbrace{000000000729}$$

12 casas à esquerda do 9.

POTÊNCIAS COM EXPOENTES INTEIROS

Nos exemplos que vimos até agora utilizamos números inteiros positivos como expoentes. Mas podemos utilizar o zero e os números negativos. Como podemos calcular potências com expoente zero, ou mesmo com expoente negativo?

EXPOENTE ZERO

Observe as potências abaixo:

$$\begin{tikzcd} 2^3 \arrow[r] \arrow[d, bend left, "-1"] & 8 \arrow[d, bend left, "\div 2"] \\ 2^2 \arrow[r] \arrow[d, bend left, "-1"] & 4 \arrow[d, bend left, "\div 2"] \\ 2^1 \arrow[r] & 2 \end{tikzcd}$$

O que acontece com o resultado da potência quando o expoente diminui 1? O resultado da potência anterior é dividido por 2. Então podemos deduzir o resultado de 2^0, basta dividir 2^1 por 2.

$$\begin{tikzcd} 2^1 \arrow[r] \arrow[d, bend left, "-1"] & 2 \arrow[d, bend left, "\div 2"] \\ 2^0 \arrow[r] & 1 \end{tikzcd}$$

Pela análise dessa sequência de potências, podemos aplicar essa propriedade a todo número elevado ao expoente zero (não sendo o próprio zero).

Qualquer número diferente de zero elevado ao expoente 0 é igual a 1.

Por que tiramos o zero dessa regra? Não dá para determinar o resultado de 0^0. Tomemos ***n*** como um número natural e incluiremos o zero também. Vejas as regras abaixo:

$$I)\ 0^n = 0 \quad pois \quad \underbrace{0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \ldots \cdot 0}_{\textit{\textbf{n}} \text{ vezes}} = 0$$

$$II)\ n^0 = 1$$

Se **n** for zero, pela regra ***I)*** zero elevado a zero deveria ser 0, mas pela regra ***II)*** zero elevado a zero deveria ser 1. Essa confusão leva à uma indeterminação. Portanto, quando elevamos uma base ao expoente zero, essa base não pode ser zero.

EXPOENTE NEGATIVO

Para entender qual o resultado de uma potência com expoente negativo observe a continuação da sequência de expoentes abaixo:

$$\begin{tikzcd} 2^0 \arrow[r] \arrow[d, bend left, "-1"] & 1 \arrow[d, bend left, "\div 2"] \\ 2^{-1} \arrow[r] \arrow[d, bend left, "-1"] & \frac{1}{2} \arrow[d, bend left, "\div 2"] \\ 2^{-2} \arrow[r] & \frac{1}{4} \end{tikzcd}$$

O que acontece com o resultado da potência quando o expoente diminui 1? O resultado da potência anterior é dividido por 2.

Você ainda pode notar algo interessante. Veja novamente (a seguir) a sequência de potências.

$$2^0 \rightarrow 1$$

$$2^{-1} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2^1}$$

$$2^{-2} \rightarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{2^2}$$

O expoente negativo inverte a potência. Como consequência disso não podemos aplicar o expoente negativo à base zero. A operação de divisão por zero não tem resultado e é considerada impossível na matemática.

Pela análise da sequência de potências, podemos aplicar a seguinte propriedade a todo número elevado ao expoente negativo, com exceção do zero:

Em qualquer número diferente de zero elevado ao expoente negativo, devemos inverter a base e mudar o sinal do expoente para positivo.

E se a base for uma fração? Inverteremos a fração e o expoente ficará positivo. Observe o exemplo:

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} \rightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^{2} = \frac{16}{9}$$

$$\left(\frac{7}{8}\right)^{-1} \rightarrow \left(\frac{8}{7}\right)^{1} = \frac{8}{7}$$

$$\left(\frac{5}{6}\right)^{-3} \rightarrow \left(\frac{6}{5}\right)^{3} = \frac{216}{125}$$

Se a base for um número racional na forma decimal e o expoente for negativo, podemos reescrever a base como uma fração e proceder com os cálculos. Veja dois exemplos:

$$(0,25)^{-3} = \left(\frac{25}{100}\right)^{-3} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-3} = \left(\frac{4}{1}\right)^{3} = \frac{64}{1} = 64$$

$$(-0,3)^{-4} = \left(-\frac{3}{10}\right)^{-4} = \left(-\frac{10}{3}\right)^{4} = +\frac{10000}{81}$$

PROPRIEDADES DA POTENCIAÇÃO

As propriedades da potenciação estudadas para os números inteiros também são válidas para os números racionais. Vejamos:

Para determinar o produto de potências de mesma base, conservamos a base e **somamos** os expoentes.

$$\left(-\frac{3}{8}\right)^3 \cdot \left(-\frac{3}{8}\right)^2 = \left(-\frac{3}{8}\right)^5$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$(0,3)^5 \cdot (0,3)^{-6} = (0,3)^{5+(-6)} = (0,3)^{5-6} = (0,3)^{-1}$$

Para determinar o quociente de potências de mesma base, conservamos a base e **subtraímos** os expoentes.

$$\left(\frac{5}{6}\right)^6 \div \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \left(\frac{5}{6}\right)^4$$

$$a^m \div a^n \textbf{ ou } \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(5)^{-2} \div (5)^{-3} = (5)^{-2-(-3)} = (5)^{-2+3} = (5)^1 = 5$$

$$(-0,7)^{10} \div (-0,7)^7 = (-0,7)^{10-7} = (-0,7)^3$$

Para determinar a potência de uma potência, conservamos a base e **multiplicamos** os expoentes.

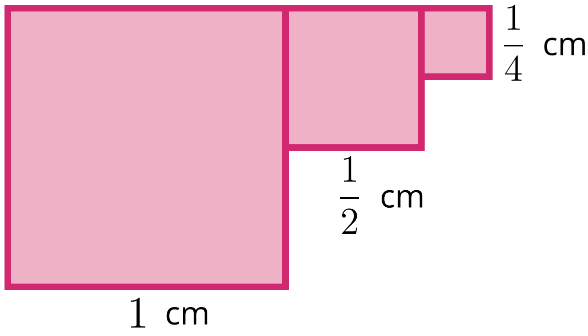
$$\left[(-0,3)^2\right]^5 = (-0,3)^{10}$$

$$(a^m)^n = a^{m \times n}$$

$$\left(\left(\frac{2}{3}\right)^3\right)^{-3} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-9}$$

Exercicios Resolvidos

1) A figura a seguir é formada por 3 quadrados cujas medidas estão indicadas. Calcule a área total da figura.



Resolução:
A área de um quadrado é dada pela medida de seu lado elevada ao quadrado. Vamos escrever a soma das áreas como soma dos quadrados dos lados:

$$1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2$$

$$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16}$$

Para realizar essa adição, encontramos frações equivalentes:

$$\frac{16}{16} + \frac{4}{16} + \frac{1}{16} = \frac{21}{16} \text{ cm}^2$$

A figura composta pelos três quadrados possui área de $\frac{21}{16}$ cm².

2) Determine o valor de cada uma das potências de fração abaixo.

$A)\quad \left(\frac{6}{5}\right)^2$

$B)\quad \left(-\frac{3}{10}\right)^3$

$C)\quad \left(-\frac{2}{3}\right)^4$

Resposta

$$A)\ \left(\frac{6}{5}\right)^2 \rightarrow \left(\frac{6^2}{5^2}\right) = \frac{36}{25}$$

$$B)\ \left(-\frac{3}{10}\right)^3 \rightarrow \left(-\frac{3}{10}\right) \cdot \left(-\frac{3}{10}\right) \cdot \left(-\frac{3}{10}\right) = \left(\frac{-27}{1000}\right)$$

Base negativa com expoente ímpar: resultado negativo.

$$C)\ \left(-\frac{2}{3}\right)^4 \rightarrow +\left(\frac{2^4}{3^4}\right) = +\frac{16}{81}$$

Base negativa com expoente par: resultado positivo.

3) Calcule o resultado das potências com números decimais:

$A)\ (0,3)^2$
$B)\ (0,07)^3$
$C)\ (1,2)^2$

Resposta:

$$\begin{aligned} A)\ (0,3)^2 &\rightarrow algarismo\ significativo\ = 3\\ &\rightarrow calcular\ a\ potência \rightarrow 3^2 = 9\\ &\rightarrow colocar\ a\ vírgula \rightarrow 1 \cdot 2 = 2\ casas\ na\ parte\ decimal\\ &\rightarrow 0,09 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B)\ (0,07)^3 &\rightarrow algarismo\ significativo\ = 7\\ &\rightarrow calcular\ a\ potência \rightarrow 7^3 = 343\\ &\rightarrow colocar\ a\ vírgula \rightarrow 2 \cdot 3 = 6\ casas\ na\ parte\ decimal\\ &\rightarrow 0,000343 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C)\ (1,2)^2 &\rightarrow algarismo\ significativo\ = 12\\ &\rightarrow calcular\ a\ potência \rightarrow 12^2 = 144\\ &\rightarrow colocar\ a\ vírgula \rightarrow 1 \cdot 2 = 2\ casas\ na\ parte\ decimal\\ &\rightarrow 1,44 \end{aligned}$$

4) Descubra o número que deve ser colocado no lugar do $\blacksquare$, com auxílio das propriedades da potenciação:

A) $6^4 \cdot 6^5 \div \left(6^3\right)^3 = 6^{\blacksquare}$

B) $\left((-2)^8\right)^{10} \div \left((-2)^8 \cdot (-2)^{10}\right) = (-2)^{\blacksquare}$

RESOLUÇÃO

A) $6^4 \cdot 6^5 \div \left(6^3\right)^3 =$

$$6^9 \quad \div \quad 6^9 \quad =$$

$$= 6^0$$

Portanto, $\blacksquare$ = 0.

RESOLUÇÃO

B) $\left((-2)^8\right)^{10} \div \left((-2)^8 \cdot (-2)^{10}\right) =$

$$(-2)^{80} \quad \div \quad (-2)^{18} \quad =$$

$$= (-2)^{62}$$

Portanto, $\blacksquare$ = 62.

Atividades

ATIVIDADE 1

O índice de massa corporal, mais conhecido pela sigla IMC, é um índice adotado pela OMS (Organização Mundial de Saúde), que é usado para o diagnóstico do sobrepeso e da obesidade. O IMC pode ser facilmente calculado a partir do peso, dado em kg, e da altura, dada em metros, pela fórmula: $\text{IMC} = \dfrac{\text{PESO}}{(\text{ALTURA})^2}$.

Calcule o IMC de uma pessoa que pesa 64 kg e mede 1,60 m.

ATIVIDADE 2

Efetue as operações envolvendo números racionais na forma fracionária.

a) $\left(\frac{3}{4}\right)^2 =$

b) $\left(\frac{7}{2}\right)^1 =$

c) $\left(\frac{5}{9}\right)^0 =$

d) $\left(-\frac{2}{5}\right)^2 =$

e) $\left(-\frac{1}{3}\right)^3 =$

f) $\left(-\frac{11}{4}\right)^0 =$

g) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2} =$

h) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-3} =$

i) $\left(-\frac{4}{7}\right)^{-1} =$

j) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} =$

k) $\left(-\frac{1}{4}\right)^{-3} =$

l) $\left(-\frac{3}{5}\right)^{-3} =$

ATIVIDADE 3

Efetue as operações envolvendo números racionais na forma decimal.

a) $(0,2)^2 =$

b) $(1,1)^2 =$

c) $(-0,5)^3 =$

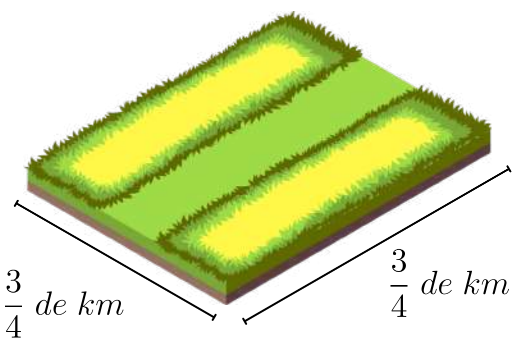
d) $(-2,5)^0 =$

e) $(-0,1)^{-2} =$

f) $(0,03)^2 =$

ATIVIDADE 4

A medida do lado de um terreno quadrado é $\frac{3}{4}$ de quilômetro. Qual fração representa a área desse terreno em km^2?



ATIVIDADE 5

Para deixar de ter vida sedentária, Gabriel decidiu fazer caminhada na pista de corrida de um parque. Com a ajuda de um profissional, ele montou um programa de condicionamento físico. Na primeira semana de treinamento, daria uma volta e meia na pista de corrida e a cada semana seguinte ele caminharia 1,5 vez o total caminhado na semana anterior.

Preencha a tabela abaixo representando o número de voltas a cada semana com potências e também na forma fracionária .

Semana de treinamento	1ª semana	2ª semana	3ª semana	4ª semana
Número de voltas	$1,5$ ou $\frac{3}{2}$			

ATIVIDADE 6

Aplicando as propriedades das potências, resolva as sentenças a seguir.

A) $\left(\frac{5}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^3 = \left(\frac{5}{2}\right)^{2+3} = \left(\frac{5}{2}\right)^5 =$

B) $(0,8)^5 \div (0,8)^3 =$

C) $\left[(3,2)^2\right]^2 =$

D) $\left(\frac{3}{10}\right)^7 \div \left(\frac{3}{10}\right)^2 =$

RADICIAÇÃO DE NÚMEROS RACIONAIS

REGRESSÃO DE JÚLIA

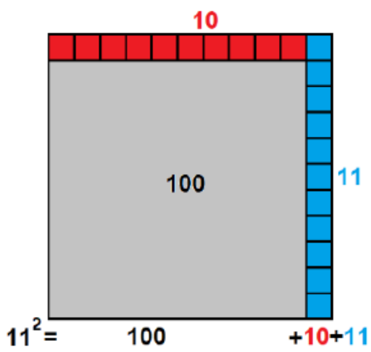
Júlia Pimenta Ferreira, uma estudante do ensino fundamental de 11 anos de idade, percebeu um jeito intessante de calcular a raiz quadrada de um número natural. Esse método ficou conhecido como "Regressão de Júlia". Mas como funciona a Regressão de Júlia? Vamos ver um exemplo para calcularmos a raiz quadrada do número 121.
Primeiro, vamos escolher um número natural, e em seguida multiplicar por ele mesmo. Por exemplo, 10.

$$10 \cdot 10 = 100$$

Daí concluímos que a raiz quadrada de 100 é igual a 10, pois 10 vezes 10 é 100.
Agora some o 100 ao 10, e em seguida ao sucessor de 10, ou seja 11.

$$100 + 10 + 11 = 121$$

Logo a raiz quadrada de 121 é 11, o número que somamos por último.
Isso pode ser ilustrado geometricamente.



Este método prático funciona para determinar raízes quadradas de números naturais que são *quadrados perfeitos.* Nesta seção, veremos métodos para determinar raízes bem como uma importante relação entre a radiciação e a potenciação.

Para saber mais:
Regressão de Júlia

Clique aqui

MÉTODOS PARA EXTRAIR A RAIZ DE UM NÚMERO

A radiciação é a operação matemática inversa à potenciação. Enquanto a potência é determinada por multiplicação de fatores iguais, a radiciação determina qual é o fator igual que foi multiplicado sucessivas vezes para resultar no radicando. Exemplo:

$$\sqrt[2]{100} = 10 \Leftrightarrow 10^2 = 100$$

O símbolo $\sqrt{\ }$ recebe o nome de radical.
O número 100 recebe o nome de radicando.
O 2 é o índice da raiz. Quando se trata de uma raiz quadrada ele é omitido.

Vamos apresentar alguns métodos para se extrair uma raiz quadrada de um número positivo. Esses podem ser aplicados a outros índices de raízes tais como a raiz cúbica ($\sqrt[3]{\ }$), raiz quarta ($\sqrt[4]{\ }$), etc.

- Utilize uma calculadora eletrônica: encontre a função raiz quadrada na calculadora e insira o número que se pretende encontrar a raiz quadrada.

Há calculadoras que têm a tecla $\boxed{\sqrt{\ }}$.

Para calcular, por exemplo, $\sqrt{171{,}61}$, digitamos 171,61 e a tecla $\boxed{\sqrt{\ }}$.

Aparece no visor 13,1, que é a raiz quadrada de 171,61.

$$13{,}1^2 = 171{,}61$$

- Utilize fatoração: faça a fatoração do radicando, e a seguir simplifique com o radical.

Exemplo:
Qual o resultado de $\sqrt[4]{16}$?

Fatoração do radicando

16	2
8	2
4	2
2	2
1	

$$\Rightarrow 16 = 2^4$$

Simplificação com o radical

$$\sqrt[4]{16} = \sqrt[\cancel{4}]{2^{\cancel{4}}} = 2$$

Essa simplificação é possível por causa de uma propriedade da radiciação:

$$\sqrt[n]{a^n} = a$$

Logo, o resultado é 2.

- Utilize tentativas de acerto e erro coordenado: consiste em determinar uma raiz como referência e multiplicar valores próximos até chegar no resultado da raiz desejada. Exemplo

$\sqrt{125} = ?$

$10^2 = 100$

$11^2 = 121$

$12^2 = 144$

Note que a raiz procurada será um número entre 11 e 12.

$11,1^2 = 123,21$

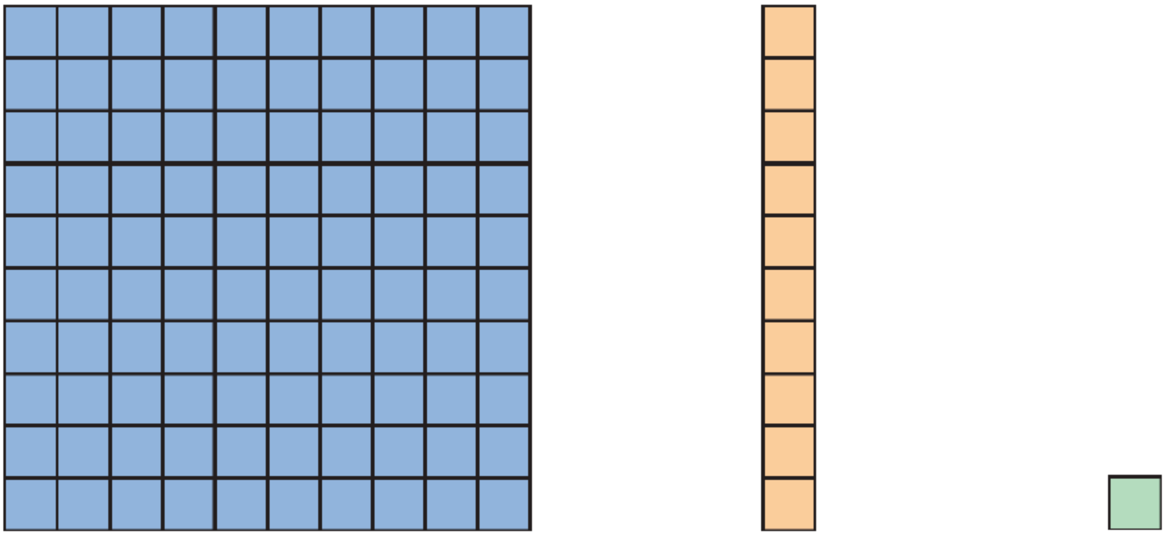
$11,2^2 = 125,44$

Logo temos que a raiz será próxima de 11,1.

Como 125 não é um número quadrado perfeito, então ele não possui raiz quadrada exata. No exemplo acima, foi mostrada uma aproximação com apenas uma casa decimal.

Interpretação geométrica da raiz quadrada

Acompanhe como podemos usar estas regiões planas para formar regiões quadradas e calcular o valor de raízes quadradas.

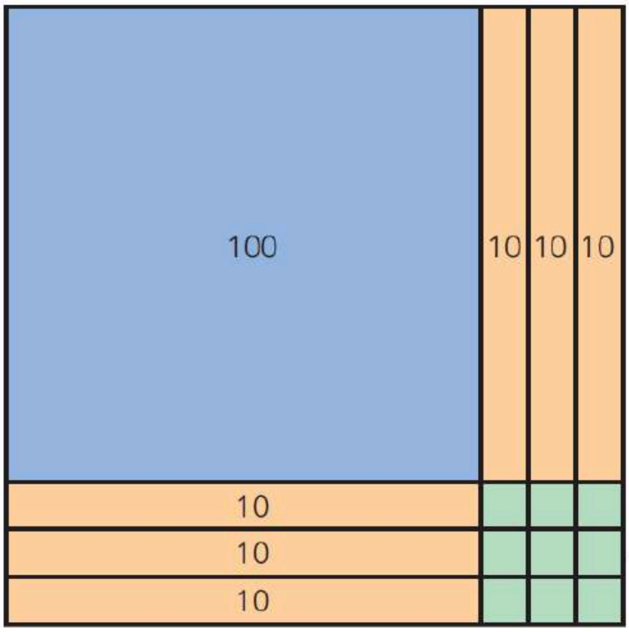


100 quadradinhos (10 por 10). 10 quadradinhos (1 por 10). 1 quadradinho (1 por 1).

Considere, por exemplo, a interpretação geométrica de $\sqrt{169}$.

Devemos obter uma região quadrada cuja medida de área é 169 quadradinhos. A medida de comprimento do lado dessa região vai determinar o valor de $\sqrt{169}$.

- Medida de área da região azul: 100 quadradinhos.
- Medida de área da região laranja: 60 quadradinhos (6 ·10 = 60).
- Medida de área da região verde: 9 quadradinhos ($3^2 = 9$).
- Medida de área da região quadrada toda: 169 quadradinhos (100 + 60 +9).



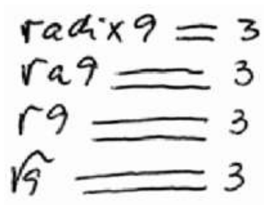
Dessa interpretação geométrica, concluímos que a medida de comprimento de cada lado dessa região quadrada é 13 (10 + 3 = 13). Logo, $\sqrt{169} = 13$.

De modo geral, podemos fazer a interpretação geométrica dessa maneira para qualquer número natural que tem raiz quadrada exata, como é o caso do 169.

Por isso, dizemos que esses números são *quadrados perfeitos*.

VOCÊ SABIA?

O símbolo matemático para raiz é uma criação do alemão Christoff Rudolff, em seu livro Die Coss, de 1525. Acredita-se que o símbolo seja inspirado na letra “r”, da palavra latina para raiz, radix, que representava a raiz.



E se o número racional estiver expresso na forma decimal? Como calcular uma raiz desse número? Podemos escrevê-lo na forma fracionária e aplicar uma propriedade da radiciação. Veja os exemplos:

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

$$\sqrt{0,81} = \sqrt{\frac{81}{100}} = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{100}} = \frac{9}{10} = 0,9$$

$$\sqrt[3]{0,343} = \sqrt[3]{\frac{343}{1000}} = \frac{\sqrt[3]{343}}{\sqrt[3]{1000}} = \frac{7}{10} = 0,7$$

$$\sqrt[4]{0,0625} = \sqrt[4]{\frac{625}{10000}} = \frac{\sqrt[4]{625}}{\sqrt[4]{10000}} = \frac{5}{10} = 0,5$$

POTÊNCIAS DE EXPOENTE FRACIONÁRIO

Uma potência com expoente fracionário é a que possui uma fração como expoente e um número real como base. A potência com base b e expoente $\frac{n}{d}$ é fracionária, pois seu expoente é uma fração.

De forma geral, podemos representar a potencia fracionária $b^{\frac{n}{d}}$ onde o expoente é um número racional, de numerador n e denominador d ($\mathbf{d} \neq 0$).

Para transformar uma potência com expoente fracionário em raiz, seguimos os passos:

- A base da potência se transforma na base do radicando (o número na raiz);
- O numerador da fração se transforma no expoente do radicando;
- O denominador se transforma no índice da raiz.

Exemplos de potências fracionárias transformadas em raízes:

A) $100^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{100^1} = 10$

B) $64^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{64^1} = 4$

C) $9^{\frac{2}{4}} = \sqrt[4]{9^2} \rightarrow \sqrt[4]{81} = 3$

Podemos verificar que essas expressões são equivalentes utilizando uma propriedade da potenciação de uma potência elevada a outra. Quando temos uma potência elevada a outra devemos conservar a base e multiplicar os expoentes. Observe como aplicamos isso em cada item anterior.

A) $100^{\frac{1}{2}} = \left(10^2\right)^{\frac{1}{2}} = 10^{\cancel{2}\cdot\frac{1}{\cancel{2}}} = 10^1$, por sua vez $\sqrt{100} = 10$

B) $64^{\frac{1}{3}} = \left(4^3\right)^{\frac{1}{3}} = 4^{\cancel{3}\cdot\frac{1}{\cancel{3}}} = 4^1$, por sua vez $\sqrt[3]{64} = 4$

C) $9^{\frac{2}{4}} = \left(3^2\right)^{\frac{2}{4}} = 3^{2\cdot\frac{2}{4}} = 3^{\frac{4}{4}} = 3^1$, por sua vez $\sqrt[4]{9^2} = \sqrt[4]{81} = 3$

Vamos resolver um problema.

Geraldo construiu um canteiro retangular cujas medidas do comprimento do lados são $\sqrt{3^7}$ m e $\sqrt[4]{9}$ m. Qual é a medida da área desse canteiro? Calculamos a área do retângulo efetuando a multiplicação das medidas de seus lados.

$$\sqrt{3^7}\cdot\sqrt[4]{9} \rightarrow 3^{\frac{7}{2}}\cdot 9^{\frac{1}{4}} \rightarrow 3^{\frac{7}{2}}\cdot(3^2)^{\frac{1}{4}} \rightarrow 3^{\frac{7}{2}}\cdot 3^{\cancel{2}\cdot\frac{1}{\cancel{4}}} \rightarrow 3^{\frac{7}{2}}\cdot 3^{\frac{1}{2}} \rightarrow 3^{\frac{7}{2}+\frac{1}{2}} \rightarrow 3^{\frac{8}{2}} \rightarrow 3^4 = 81$$

Portanto, a área do canteiro é de 81 m².

Exercicios Resolvidos

1) Qual é a medida do lado do quadrado azul ao lado?

Resposta:

Como a área do quadrado é dada pela medida do seu lado elevado ao quadrado, $A = l^2$ temos que encontrar a medida do *lado* desse quadrado, ou seja, sua *raiz quadrada.*

$$\begin{aligned} A &= l^2 \\ 25 &= l^2 \\ 5^2 &= l^2 \\ l &= 5 \end{aligned}$$

Logo, a medida do lado do quadrado é 5.

2) Calcule o valor das potências.

A) $8^{\frac{1}{3}}$ B) $9^{\frac{1}{2}}$ C) $\left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{1}{3}}$

Respostas:

A) $8^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8^1} = 2$

B) $9^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9^1} = 3$

C) $\left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{2}{3}$

3) João está estudando as propriedades das raízes e potências com expoente fracionário. Ele encontrou a seguinte expressão e quer simplificar: $\sqrt[3]{16} \cdot 16^{\frac{1}{3}}$.

Ele sabe que $\sqrt[3]{16}$ pode ser reescrito como $16^{\frac{1}{3}}$ e deseja aplicar as propriedades das potências para simplificar a expressão. Ajude João a simplificar a expressão e encontrar o valor final.

Resposta:

Reescreva as raízes e potências com expoente fracionário: $\sqrt[3]{16} = 16^{\frac{1}{3}}$

Logo, a expressão se torna: $16^{\frac{1}{3}} \cdot 16^{\frac{2}{3}}$

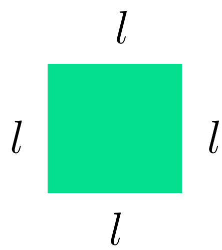
Utilize a propriedade das potências que diz que $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.

$$16^{\frac{1}{3}} \cdot 16^{\frac{2}{3}} = 16^{\frac{1}{3}+\frac{2}{3}}$$

Como $16^1 = 16$, o valor final da expressão é 16.

Logo, João descobriu que o valor simplificado da expressão é 16.

4) O Convento da Penha, localizado em Vila Velha, é um dos pontos turísticos mais famosos do Espírito Santo. Ele fica situado em uma colina a 154 metros acima do nível do mar, sendo um local muito visitado por turistas e fiéis. Um dos pilares quadrados do Convento da Penha tem uma base com área total de 64 m². Determine o comprimento l do lado da base do pilar.



RESOLUÇÃO

Sabendo que a área de um quadrado é dada pela fórmula $A = l^2$, onde l é a medida do lado desse quadrado.

Sabemos que a área da base é 64 m². Logo, podemos escrever

$$64 = l^2$$

Para encontrar l, precisamos calcular a raiz quadrada de 64.

$$l = \sqrt{64} = 64^{\frac{1}{2}}$$

Para facilitar o cálculo, fazemos a fatoração de 64

$$64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6$$

Substituindo 64 por 2^6, temos

$$l = 64^{\frac{1}{2}}$$

$$l = (2^6)^{\frac{1}{2}}$$

Aplicando a propriedade $(a^m)^n = a^{m \times n}$, temos

$$l = (2^6)^{\frac{1}{2}}$$

$$l = 2^{6 \times \frac{1}{2}}$$

$$l = 2^{\frac{6}{2}}$$

$$l = 2^3$$

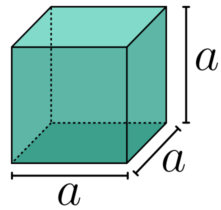
$$l = 8$$

Então, a medida do comprimento l do lado da base é 8 metros.

5) Durante uma aula sobre cultura africana, os alunos discutiram os tambores usados em celebrações e como suas dimensões influenciam o som. O professor trouxe um tambor com um volume aproximado de 729 cm³ e pediu aos alunos que determinassem o valor da aresta "a" de um cubo que tivesse o mesmo volume que o tambor. Qual o valor de a encontrado pelos alunos?

RESOLUÇÃO

O volume de um cubo é dado pela fórmula $V = a^3$, onde a é o comprimento da aresta.



Sabemos que o volume do tambor é 729 cm³, então:

$$a^3 = 729$$

Para encontrar o comprimento da aresta a, precisamos calcular a raiz cúbica de 729.

$$a = \sqrt[3]{729}$$

Fatorando 729, temos que $729 = 9 \times 9 \times 9 = 9^3$. Portanto

$$a = \sqrt[3]{9^3}$$

$$a = 9^{\frac{3}{3}}$$

$$a = 9^1$$

$$a = 9$$

Logo, o comprimento da aresta do cubo é 9 cm.

PRÁTICAS EXPERIMENTAIS DE *Matemática* PARA O ENSINO FUNDAMENTAL

No ano de 2026, o ensino fundamental anos finais apresenta uma importante novidade para o componente curricular Matemática: as Práticas Experimentais de Matemática, que visam fomentar o processo de ensino e aprendizagem favorecendo o desenvolvimento e a consolidação de habilidades, o pensamento crítico e a compreensão e a aplicação da lógica matemática. Intenciona-se, também, combater o estigma de que a matemática é difícil e inacessível, engajando os estudantes em práticas lúdicas e exequíveis.

Desse modo, as práticas foram elaboradas a partir das habilidades estruturantes de cada ano, por trimestre. No período em que constar o caderno de Práticas Experimentais, o(a) professor(a) deverá destinar **algumas aulas** para a prática proposta no material.

Desejamos um ano letivo de sucesso!

Prática experimental de Matemática
8º ano

Clique aqui

Atividades

ATIVIDADE 1

Determine o valor de $\sqrt{529}$, por meio do Método de regressão da Júlia.

ATIVIDADE 2

Determine o valor das raízes a seguir.

$a)\ \sqrt{81} =$

$b)\ \sqrt[3]{27} =$

$c)\ \sqrt[3]{64} =$

$d)\ \sqrt{144} =$

$e)\ \sqrt{121} =$

$f)\ \sqrt[4]{16} =$

$g)\ \sqrt[3]{125} =$

$h)\ \sqrt{196} =$

$i)\ \sqrt[4]{81} =$

$j)\ \sqrt{225} =$

ATIVIDADE 3

Determine o valor aproximado das raízes quadradas a seguir, com uma casa decimal, como no exemplo.

$\sqrt{10} \approx$ O símbolo significa aproximadamente	Considerando que $3^2 = 9$ $4^2 = 16$ O número procurado está entre 3 e 4.	O número procurado está mais próximo do 3. Com algumas tentativas: $3,1^2 = 9,61$ $3,2^2 = 10,24$	O quadrado de 3,2 é mais próximo que o quadrado de 3,1. Assim, concluímos: $\sqrt{10} \approx 3,2$

$a)\ \sqrt{2} \approx$

$b)\ \sqrt{3} \approx$

$c)\ \sqrt{5} \approx$

$d)\ \sqrt{6} \approx$

$e)\ \sqrt{8} \approx$

$f)\ \sqrt{15} \approx$

ATIVIDADE 4

Calcule o valor aproximado das sentenças matemáticas seguir, com uma casa decimal.

$a)\sqrt{2} + \sqrt{3} \approx$

$b)10 - \sqrt{2} \approx$

$c)\ 2\sqrt{5} \approx$

ATIVIDADE 5

Determine o valor das raízes a seguir.

$\mathrm{a)}\sqrt{0,25} =$

$\mathrm{b)}\sqrt{1,44} =$

$\mathrm{c)}\sqrt[3]{0,008} =$

$\mathrm{d)}\sqrt{0,04} =$

$\mathrm{e)}\sqrt{0,0009} =$

$\mathrm{f)}\sqrt[3]{0,125} =$

ATIVIDADE 6

Escreva as potências a seguir na forma de radical.

A) $6^{\frac{3}{4}}$

C) $4^{\frac{3}{2}}$

B) $1,5^{\frac{1}{4}}$

D) $2^{\frac{2}{5}}$

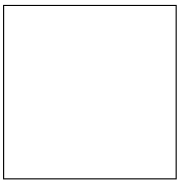
ATIVIDADE 7

Geraldo construiu um canteiro quadrado cuja área mede $\sqrt{3^8}$ metros quadrados. Determine o valor dessa raiz quadrada usando a relação entre raiz e potência de expoente fracionário.

ATIVIDADE 8

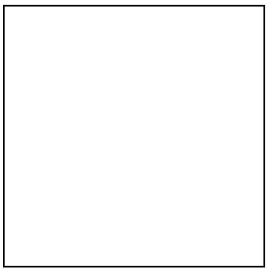
Determine a medida de área de cada região plana quadrada utilizando as medidas de comprimento dos lados **na forma de potência**.

A)



$\sqrt[6]{64}$ cm

B)

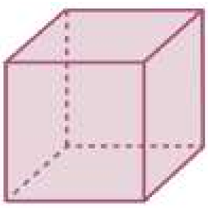


$\sqrt[4]{100}$ cm

ATIVIDADE 9

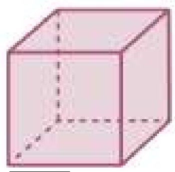
Calcule a medida de volume de cada cubo utilizando as medidas de comprimento das arestas deles **na forma de potência**.

A)



$\sqrt[3]{100}$ cm

B)



$\sqrt[6]{6\ 561}$ cm

Lembre-se:

$V = a^3$

Volume do cubo

Aresta

ATIVIDADE 10

Uma cidade está renovando uma praça central que homenageia diferentes culturas afro-brasileiras. Durante a construção, foi necessário calcular o espaço em que cada pavilhão de cultura ficará, e a área de cada pavilhão segue um modelo quadrado. O arquiteto projetou que a área de cada pavilhão será de 81 metros quadrados. O desafio da equipe de construção é calcular o comprimento de um lado de cada pavilhão, para saber a quantidade exata de material necessário. Qual o comprimento de um lado de cada pavilhão?

ATIVIDADE 11

Represente na forma de potência com expoente fracionário.

A) $\sqrt[3]{2^2}$

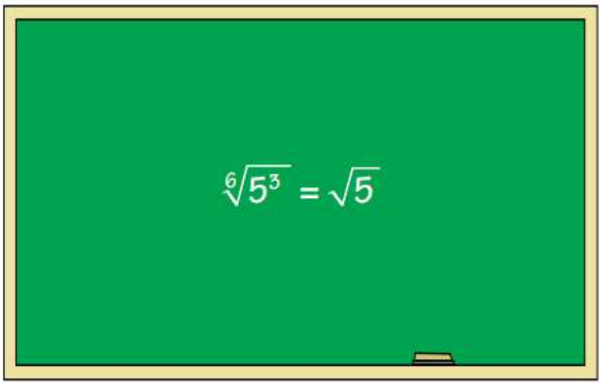
B) $\sqrt{5}$

C) $\sqrt[3]{10}$

D) $\sqrt[4]{5^3}$

ATIVIDADE 12

Veja o que o professor escreveu na lousa:



Justifique essa afirmação do professor.

DESVENDANDO E CRIANDO DESAFIOS!

Parabéns, desbravador da Matemática! Chegamos ao final de um capítulo recheado de descobertas sobre os números racionais. Você realizou operações envolvendo frações e decimais e resolveu problemas matemáticos com esses números!

Resolver problemas é uma parte superimportante do aprendizado. É onde aplicamos tudo o que vimos e percebemos a utilidade da Matemática no dia a dia. Mas existe uma etapa ainda mais poderosa para consolidar o que você aprendeu: criar os próprios problemas!

Quando você elabora um problema, precisa pensar:

- Qual operação será utilizada? (Adição? Divisão? Potenciação?)
- Que tipo de números racionais estarão envolvidos? (Frações? Decimais? Positivos? Negativos?)
- Como vou contextualizar isso? (Será sobre dinheiro, receitas, distâncias, tempo?)
- Qual será a pergunta do problema?

Esse processo de pensar, planejar e criar um desafio para um colega ou para si mesmo é uma das melhores formas de sistematizar tudo que você viu até agora. É a prova de que você não apenas sabe "fazer a conta", mas realmente entende o que está fazendo e como usar esses números no mundo real.

Então, que tal se desafiar? Pense em uma situação do seu cotidiano ou algo que você goste (esportes, jogos, culinária) e crie um problema que precise de uma ou mais operações com números racionais para ser resolvido.

Você tem o poder de transformar o conhecimento em novos desafios! Continue explorando e criando! Escreva a versão final do problema que você criou no quadro abaixo.

RETOMANDO O QUE APRENDEMOS

Chegou o momento de pensar sobre o que você aprendeu neste capítulo.

As Expectativas de Aprendizagem apresentadas no início indicavam os principais objetivos do estudo desse capítulo. Agora, vale a pena refletir: o quanto você avançou em relação a cada um deles?

Reflita sobre sua aprendizagem

- Consigo reconhecer as diferentes formas de representar um número racional, como fração, decimal e porcentagem?
- Sou capaz de localizar e representar números racionais na reta numérica, identificando sua posição em relação aos inteiros?
- Consigo efetuar corretamente a adição de números racionais, interpretando o resultado em diferentes contextos?
- Sou capaz de efetuar a subtração de números racionais, inclusive quando envolvem sinais diferentes?
- Consigo realizar multiplicações com números racionais, reconhecendo e aplicando as propriedades envolvidas?
- Sou capaz de efetuar divisões de números racionais, compreendendo o significado do resultado obtido?
- Consigo calcular potências com base racional e expoente inteiro, aplicando corretamente as propriedades da potenciação?
- Sou capaz de reconhecer e aplicar as propriedades da potenciação em diferentes situações?
- Consigo efetuar a radiciação de números racionais, compreendendo o significado do radical e da raiz?
- Consigo efetuar potenciações com base racional e expoente fracionário?
- Sou capaz de resolver problemas que envolvem adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação ou radiciação com números racionais?
- Consigo elaborar meus próprios problemas envolvendo números racionais e suas operações, aplicando o que aprendi de forma criativa?

Autoavaliação

Marque a opção que melhor representa como você se sente em relação ao seu aprendizado neste capítulo:

Expectativa de Aprendizagem	Consegui compreender bem	Compreendi parcialmente	Preciso revisar
Reconhecer as diferentes representações de um número racional.	◯	◯	◯
Representar números racionais na reta numérica.	◯	◯	◯
Efetuar adição de números racionais.	◯	◯	◯
Efetuar subtração de números racionais;	◯	◯	◯
Efetuar multiplicação de números racionais;	◯	◯	◯
Efetuar divisão de números racionais;	◯	◯	◯
Efetuar potenciação de base racional e expoente inteiro.	◯	◯	◯
Conhecer e aplicar propriedades da potenciação.	◯	◯	◯
Efetuar radiciação de número racional	◯	◯	◯
Efetuar potenciação de base racional e expoente fracionário ou decimal.	◯	◯	◯
Resolver problemas de adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação ou radiciação envolvendo números racionais.	◯	◯	◯
Elaborar problemas de adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação ou radiciação envolvendo números racionais.	◯	◯	◯

Dica: Revise os tópicos que você marcou como "**preciso revisar**" e converse com seu professor(a) sobre as dúvidas. Aprender Matemática é um processo que se fortalece com a prática e com o diálogo.

Referências

Andrini, Álvaro; Vasconcellos, Maria José. Praticando Matemática 6. 4. ed. renovada. São Paulo: Editora do Brasil, 2015.

Andrini, Álvaro; Vasconcellos, Maria José. Praticando Matemática 7. 4. ed. renovada. São Paulo: Editora do Brasil, 2015.

Bianchini, Edwaldo. Matemática Bianchini: Matemática. 8. ed. São Paulo: Editora Moderna, 2015.

Bianchini, Edwaldo. Matemática Bianchini: 7º ano: manual do professor. 10. ed. São Paulo: Moderna, 2022.

CONGO. Museu Vivo da Barra do Jucu, 2016. Disponível em: https://museuvivodabarradojucu.com.br/project/congo/. Acesso em: 28 dez. 2024.

Dante, Luiz Roberto. Teláris Essencial: Matemática 7º ano. 1. ed. São Paulo: Ática, 2022.

Dante, Luiz Roberto. Tudo é Matemática, 7º ano. 3. ed. São Paulo: Ática, 2009.

EDITORA MODERNA. Araribá Conecta Matemática: 7º ano. São Paulo, 2024.

Giovanni Junior, José Ruy; Castrucci, Benedicto. A Conquista da Matemática, 8º ano. Ed. renovada. São Paulo: FTD, 2009.

Giovanni Junior, José Ruy. A Conquista Matemática: 7º ano. 1. ed. São Paulo: FTD, 2022.

Iezzi, Gelson. Matemática e Realidade 7º ano. 9. ed. São Paulo: Atual Editora, 2018.

Iezzi, Gelson; Dolce, Osvaldo; Machado, Antonio. Matemática e Realidade. São Paulo: Saraiva Educação S.A., 2022.

IMPA. Portal da OBMEP: Matemática. Disponível em: https://portaldaobmep.impa.br/. Acesso em: 26 nov. 2024.

Referências

Machado, Fábio. A Moqueca Capixaba: Uma Delícia com História e Tradição. es365, 2024. Disponível em: https://es365.com.br/a-moqueca-capixaba-uma-delicia-com-historia-e-tradicao/. Acesso em: 26 dez. 2024.

REGINA GARCIA GAY, Mara. Araribá Plus Matemática 7. 4. ed. São Paulo: Editora Moderna, 2014.

RUY GIOVANI JUNIOR, José. A Conquista da Matemática. 1. ed. São Paulo: Editora FTD, 2022.

Santos, José Elias Rosa dos. Congos e Bandas de Congos no ES. Morro do Moreno, 2000. Disponível em: https://www.morrodomoreno.com.br/materias/congos-e-bandas-de-congos-no-es-por-jose-elias-rosa-dos-santos.html. Acesso em: 28 dez. 2024.

Teixeira, Lilian Aparecida. SuperAÇÃO!: Matemática. 1. ed. São Paulo: Editora Moderna, 2022.

Viera, Munik. A História da Moqueca Capixaba. esbrasil, 2021. Disponível em: https://esbrasil.com.br/a-historia-da-moqueca-capixaba/. Acesso em: 26 dez. 2024.

Rotinas Pedagógicas Escolares

Matemática

GOVERNO DO ESTADO
DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

SEDU 2026

Gerência de Currículo
da Educação Básica

Capítulo 2: Sequências, Expressões algébricas e Fatoração.

Apresentação

Prezado(a) estudante,

Você já parou para observar como os padrões estão presentes em quase tudo ao nosso redor? Seja nas espirais de um girassol, na decoração de ladrilhos ou na lógica que define o próximo vídeo que aparece na sua rede social favorita, existe uma "regra" por trás dessas sequências.

Neste capítulo, vamos investigar como a Matemática nos ajuda a descobrir essas regras e a prever o que vem a seguir. Além disso, você vai mergulhar no mundo da Álgebra, aprendendo a usar letras e símbolos para generalizar situações e resolver problemas complexos de forma estruturada.

O que você vai estudar neste capítulo

Neste capítulo, você será convidado(a) a desvendar segredos de sequências numéricas e figurais, criando algoritmos e fluxogramas para representá-las. Também avançará no estudo das expressões algébricas, aprendendo a operar com monômios e polinômios, ferramentas essenciais para modelar e resolver desafios de diversos contextos.

Expectativas de aprendizagem

Ao final dos estudos propostos por este capítulo, espera-se que você seja capaz de:

- Identificar a regularidade de sequências numéricas ou figurais (recursivas e não recursivas);
- Escrever algoritmos em linguagem natural e construir fluxogramas para indicar os próximos termos de uma sequência;
- Identificar e representar algebricamente o padrão de uma sequência de números racionais;
- Construir sequências numéricas utilizando a técnica de recursão;
- Conhecer uma linguagem de programação em blocos;
- Identificar monômios e polinômios, efetuando suas operações e reconhecendo fatores comuns;

- Utilizar a fatoração para reescrever polinômios;
- Calcular o valor numérico de expressões algébricas;
- Resolver e elaborar problemas que possam ser modelados por expressões algébricas.

Ao concluir este capítulo, você será convidado(a) a retomar essas expectativas e refletir sobre o que aprendeu. Essa autoavaliação ajudará você a perceber o quanto evoluiu e o que pode aprimorar.

SEQUÊNCIAS E ALGORITMOS

Imagem gerada por IA.

As sequências estão por toda parte. Elas aparecem na ordem dos números naturais, nos passos sincronizados de uma centopeia, nos dias que se repetem em cada mês e até nos padrões que definem os anos bissextos. Em todos esses casos há uma regularidade, uma regra de formação que organiza os elementos e permite prever o que vem a seguir.

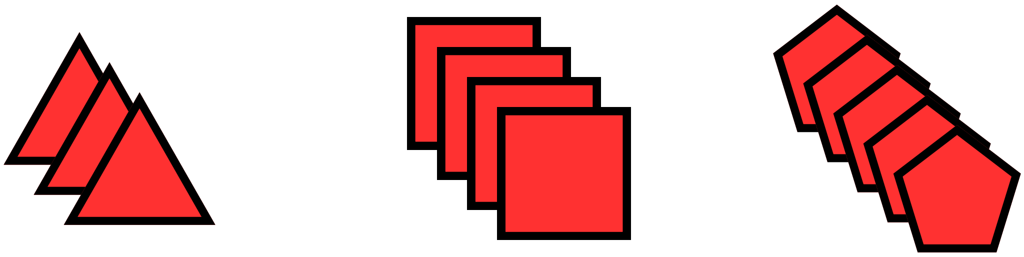
Quando identificamos essas regularidades, podemos descrevê-las e até recriá-las. É nesse ponto que entram os algoritmos, conjuntos de instruções organizadas passo a passo que indicam o próximo termo de uma sequência, estendem um padrão já iniciado ou geram novas sequências a partir de uma regra inicial.

Neste capítulo, vamos tratar de reconhecer padrões, descrever suas regras e representá-las de diferentes formas (com palavras, diagramas ou expressões algébricas). Assim, o estudo das sequências deixa de ser apenas uma questão de "adivinhar o próximo número" e passa a ser um exercício de raciocínio lógico e criativo, o primeiro passo para pensar como quem programa.

RECONHECER PADRÕES EM SEQUÊNCIAS

Reconhecer um padrão é perceber **o que se repete** e **como se repete**. Em uma sequência numérica ou figurativa, essa regularidade pode estar em diferentes aspectos: no valor, na forma, nas cores, nas posições ou até nas distâncias entre os elementos.

Quando observamos uma sequência de números como 2, 4, 6, 8, 10, percebemos que **cada termo aumenta duas unidades em relação ao anterior**. Essa é a **regra de formação**: "somar 2". O mesmo raciocínio pode ser aplicado a figuras — por exemplo, em uma sequência de **três triângulos**, **quatro quadrados** e **cinco pentágonos**, conseguimos supor que a próxima sequência será de **seis hexágonos**.



Identificar padrões é uma habilidade essencial tanto na Matemática quanto na programação. Ela nos ajuda a antecipar resultados, criar estratégias e reconhecer relações ocultas entre os elementos. Quando entendemos a regra que forma uma sequência, deixamos de apenas olhar para os números e passamos a enxergar **a lógica que os conecta**.

Em situações mais complexas, pode haver mais de uma regularidade ao mesmo tempo (como alternar cores, repetir formas e aumentar tamanhos). Nesses casos, o segredo é observar **o que muda** e o que **permanece igual**.

Reconhecer padrões é, portanto, o primeiro passo para compreender e construir algoritmos, pois toda programação começa com uma ideia simples: "**o que deve acontecer a cada repetição?**"

No presente capítulo, estudaremos sequências recursivas e não recursivas, seus padrões, representações algébricas e algoritmos que as gerem. Para tanto, iniciaremos nossos estudos retomando alguns conceitos elementares e necessários.

RETOMANDO ALGUNS CONCEITOS ELEMENTARES

SEQUÊNCIAS

Todo grupo de elementos dispostos em determinada ordem é uma sequência. Os elementos, ou termos, de uma sequência podem ser, por exemplo, números, expressões algébricas, ou figuras.

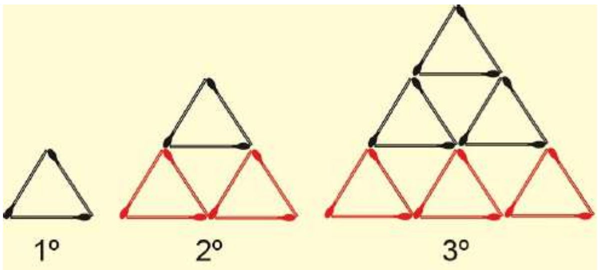
- números: $5, \stackrel{+4}{\rightarrow} 9, \stackrel{+4}{\rightarrow} 13, \stackrel{+4}{\rightarrow} 17$

Sabe qual é o próximo número?

- expressões algébricas: $n, \quad n+2, \quad n+4, \quad n+6, \quad n+8, \quad \ldots$

Esta é uma sequência interessante. Se você começar com $n = 0$, obterá todos os números pares. Mas se começar com $n = 1$, obterá todos os números ímpares.

- figuras:



Quantos triângulos teremos na próxima figura?

LINGUAGEM ALGÉBRICA

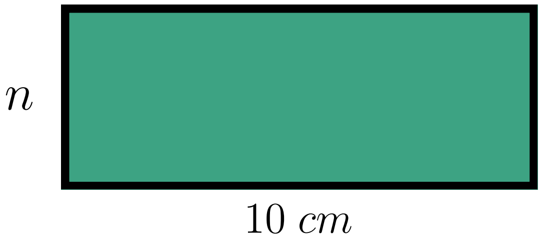
A linguagem algébrica é uma forma de expressar ideias matemáticas utilizando símbolos e letras. Essa linguagem nos permite criar modelos para resolver problemas do dia a dia, como calcular custos, prever resultados ou entender padrões. Exemplo: O cálculo do custo total de produtos pode ser representado pela fórmula , onde p é o preço do produto e q é a quantidade.

$$p = 6000 + 14q$$

VARIÁVEL E INCÓGNITA: DEFINIÇÕES E EXEMPLOS

Variável é uma letra ou símbolo que representa valores que podem mudar.

Exemplo: Um retângulo possui as seguntes dimensões: 10 cm de comprimento e n de largura, onde n, é uma variável



Observe na tabela abaixo como o valor da área *varia* conforme o valor de n.

largura n(cm)	**Área (cm^2)**
1	10
2	20
3	30
4	40
⋮	⋮

Você se lembra?

A área de um retângulo pode ser calculada multiplicando a base b (comprimento) pela altura h (largura).

$$A = b \cdot h$$

Incógnita é um valor desconhecido que precisamos descobrir.

Exemplo: Seja perímetro do retângulo do exemplo anterior igual a $30\ cm$. Qual a medida de seu lado? Bem como já sabemos, dois de seus lados medem $10\ cm$ cada, portanto já *conhecemos* $20\ cm$. Como ainda restam $10\ cm$ logo cada lado mede $5\ cm$.

Você se lembra?

O perímetro de um retângulo pode ser calculado pela soma de todos os seus lados. Em um retângulo os lados paralelos têm a mesma medida.

$$P = 2b + 2h$$

Por enquanto utilizaremos as **variáveis**. Mas futuramente quando estudarmos as equações voltaremos a falar de incógnitas.

SEQUÊNCIAS RECURSIVAS

Sequência recursiva é uma sequência numérica ou algébrica na qual cada termo é definido em função de um ou mais termos anteriores da mesma sequência. Por exemplo:

- na sequência **(5,9,13,17...)**, definido o primeiro termo como 5, cada termo pode ser obtido somando 4 ao termo anterior. Veja a representação algébrica e recursiva dessa sequência numérica:

Termo de posição 1 (primeiro termo)

$$a_1 = 5$$

$$a_n = a_{n-1} + 4 \text{ , para } n > 1$$

Termo de posição n

Antecessor do termo de posição n

A letra n representa a posição do termo e, portanto, é um número natural. Observe que podemos gerar os termos da sequência a partir dessa regra recursiva.
Para $n = 1$ o valor está definido (cinco). Para os demais valores de n, precisamos tomar o antecessor e adicionar 4. Nos exemplos a seguir, determinamos o segundo e o terceiro termo da sequência:

$$\begin{aligned} a_2 &= a_{2-1} + 4 \\ a_2 &= a_1 + 4 \\ a_2 &= 5 + 4 \\ a_2 &= 9 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} a_3 &= a_{3-1} + 4 \\ a_3 &= a_2 + 4 \\ a_3 &= 9 + 4 \\ a_3 &= 13 \end{aligned}$$

Outros exemplos de sequências organizadas de forma recursiva:

- na sequência **(2, 4, 6, 8, ...)**, definido o primeiro termo como 2, cada termo, a partir do 2° termo, pode ser determinado ao adicionar 2 ao termo anterior.

$$a_1 = 2$$

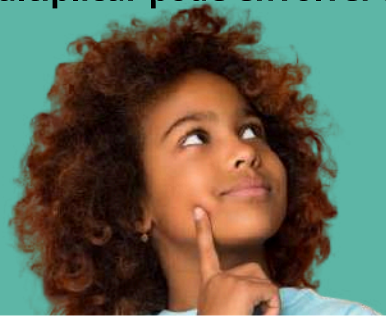
$$a_n = a_{n-1} + 2 \text{ , para } n > 1$$

- na sequência **(0, 5, 10, 15, 20, 25, ...)** temos os múltiplos de 5, que são gerados a partir da soma de 5 ao múltiplo anterior (sendo o primeiro termo 0).

$$a_1 = 0$$

$$a_n = a_{n-1} + 5 \text{ , para } n > 1$$

Você sabia que a construção de uma tabuada de multiplicar pode envolver sequências recursivas?



A famosa **sequência de Fibonacci** pode ser representada por uma fórmula recursiva:

$$a_1 = 1$$
$$a_2 = 1$$
$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2} \text{ , para } n > 2$$

Antecessor do termo de posição n

Antecessor do antecessor do termo de posição n

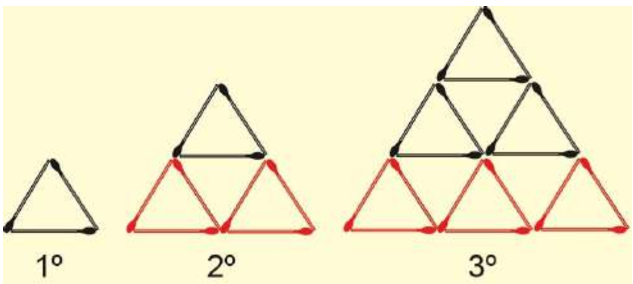
Você consegue determinar os 10 primeiros termos da sequência de Fibonacci a partir dessa fórmula recursiva?

SEQUÊNCIAS NÃO RECURSIVAS

Algumas sequências numéricas podem ser escritas por uma fórmula em que a determinação de um termo não depende de termos anteriores. Ou seja, é possível determinar o valor de um elemento da sequência apenas pela sua posição e uma fórmula. Chamamos essa escrita de **não recursiva**. Por exemplo:

- a sequência dos quadrados perfeitos não nulos, que é $(1, 4, 9, 16, ...)$, pode ser dada pela fórmula do termo geral $a_n = n^2$, com $n = 1, 2, 3, 4, ...$

- sequências de figuras podem ser não recursivas. Retomando o exemplo da página 3, dos triângulos formados por palitos, vemos que a quantidade de triângulo pequenos que compõem a figura maior, também será uma sequência $(1, 4, 9, 16, ...)$.



Você se lembra?

Um quadrado perfeito é um número natural que se extrairmos a raiz quadrada, possui como resultado outro número natural.

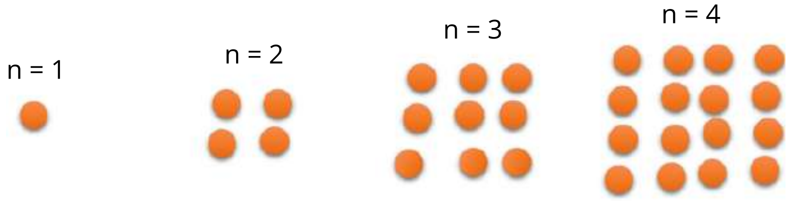
$\sqrt{1} = 1$

$\sqrt{4} = 2$

$\sqrt{9} = 3$

$\sqrt{16} = 4$

A sequência figural a seguir também pode ser representada pela fórmula não recursiva $a_n = n^2$:



$1^2 = 1$ $\quad 2^2 = 4$ $\quad 3^2 = 9$ $\quad 4^2 = 16$

A sequência formada pela quantidade de bolinhas é (1, 4, 9, 16). Para representá-la usamos uma fórmula não recursiva. Nessa fórmula, o número de bolinhas é sempre igual ao número da posição da figura na sequência elevado ao quadrado.

Outro exemplo de sequência com fórmula não recursiva: (1, 8, 27, 256, ...)

$$a_n = n^3$$
$$a_1 = 1^3 = 1$$
$$a_2 = 2^3 = 8$$
$$a_3 = 3^3 = 27$$
$$a_4 = 4^3 = 256$$

Algumas sequências podem ser representadas tanto por fórmula recursiva quanto por fórmula não recursiva. A sequência dos múltiplos de 5 (0, 5, 10, 15, 20, ...) pode ser representada por dois formatos:

Fórmula recursiva

$a_1 = 0$

$a_n = a_{n-1} + 5$, para $n > 1$

Fórmula não recursiva

$a_n = 5 \cdot (n-1)$, para $n \geqslant 1$

Nesse caso, podemos afirmar que essa sequência pode ser recursiva ou não recursiva.

Existem sequências cuja observação nos leva rapidamente à uma lei de formação. Entretanto, em outras essa tarefa não é tão fácil. Isso se dá porque a lei de formação pode ser mais complexa, envolvendo, por exemplo, duas ou mais operações matemáticas distintas.

Veja um exemplo de sequência na qual a fórmula não recursiva envolve mais de uma operação. Considere as quantidades de bolinhas na sequência figural a seguir:

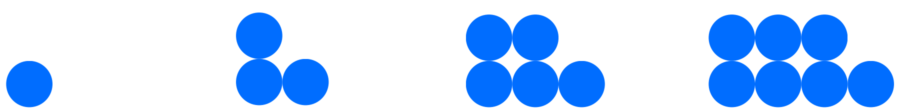


Figura 1 $\quad$ Figura 2 $\quad$ Figura 3 $\quad$ Figura 4

Ao analisar essa sequência figural, podemos montar uma tabela relacionando o número da posição da figura e a quantidade correspondente de bolinhas:

Valor de n	**Quantidade de bolinhas**
1	1
2	3
3	5
4	7

Observe que a quantidade de bolinhas é sempre o dobro do número da posição menos 1.

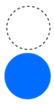


Figura 1

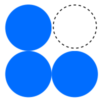


Figura 2

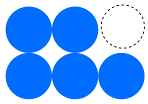


Figura 3

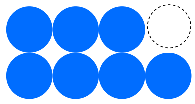


Figura 4

Podemos pensar que há duas linhas de n elementos e 1 bolinha é retirada. Assim, uma possibilidade para a fórmula não recursiva é: $a_n = 2n - 1$, para $n \geqslant 1$

A escrita de fórmula recursiva pode ser obtida definindo o primeiro termo como 1 e os outros termos, a partir do primeiro, como a soma do antecessor e 2.

Quando encontramos os passos para determinar a regularidade de uma sequência, estamos estabelecendo um **algoritmo**.

Algoritmo é uma sequência de regras, raciocínios ou operações que permite solucionar um conjunto de problemas ou exercícios semelhantes. É muito comum utilizarmos algoritmos na resolução de problemas matemáticos e em lógica de programação.

Na seção a seguir, veremos formas de representar um algoritmo.

DESCREVER ALGORITMOS EM LINGUAGEM NATURAL

Depois de identificar o padrão que orienta uma sequência, o próximo passo é **descrever como ela se forma**, isto é, **explicar o processo passo a passo**. Essa descrição é o que chamamos de **algoritmo em linguagem natural**, pois utiliza palavras comuns, em vez de símbolos ou códigos de programação.

Um algoritmo deve ser **claro**, **organizado** e **preciso**, permitindo que qualquer pessoa consiga seguir as instruções e chegar ao mesmo resultado.

Por exemplo, para a sequência numérica $4 \quad 2 \quad 1 \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{4} \quad \cdots$, o algoritmo pode ser descrito assim:

1. *Comece com o número 4.*
2. *O próximo número é igual ao seu anterior dividido por 2.*
3. *Repita a soma quantas vezes quiser para continuar a sequência.*

O mesmo raciocínio vale para sequências figurativas.
Se tivermos três triângulos, quatro quadrados e cinco pentágonos, o algoritmo poderia ser descrito assim:

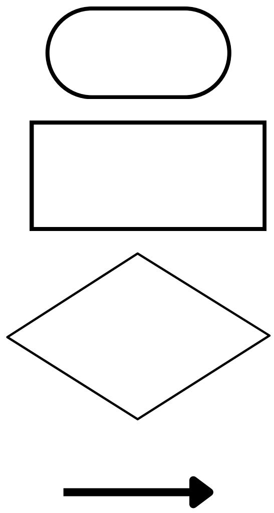
1. *Comece desenhando 3 triângulos.*
2. *Em seguida, desenhe 4 quadrados.*
3. *Depois, desenhe 5 pentágonos.*
4. *Para continuar a sequência, desenhe 6 hexágonos, em seguida 7 heptágonos, e assim por diante, aumentando em 1 o número de lados da figura e também em 1 a quantidade de figuras a cada etapa.*

Quando escrevemos um algoritmo em linguagem natural, estamos **organizando o raciocínio lógico** que sustenta o padrão.

Mais adiante, esse mesmo passo a passo poderá ser **convertido em fluxogramas**, tornando-se uma ponte entre a linguagem comum e a linguagem computacional.

FLUXOGRAMA E A REGULARIDADE DE UMA SEQUÊNCIA

Existe uma forma mais visual de criarmos um algoritmo. Essa forma se chama **fluxograma**. Nos fluxogramas desenhamos os símbolos e inserimos dentro deles a ação que será executada. Os símbolos são ligados por uma seta que indica o sentido da execução das ações e, assim como nos algoritmos, os fluxogramas devem ter um início e um fim. Vamos conhecer os principais símbolos de Fluxograma:



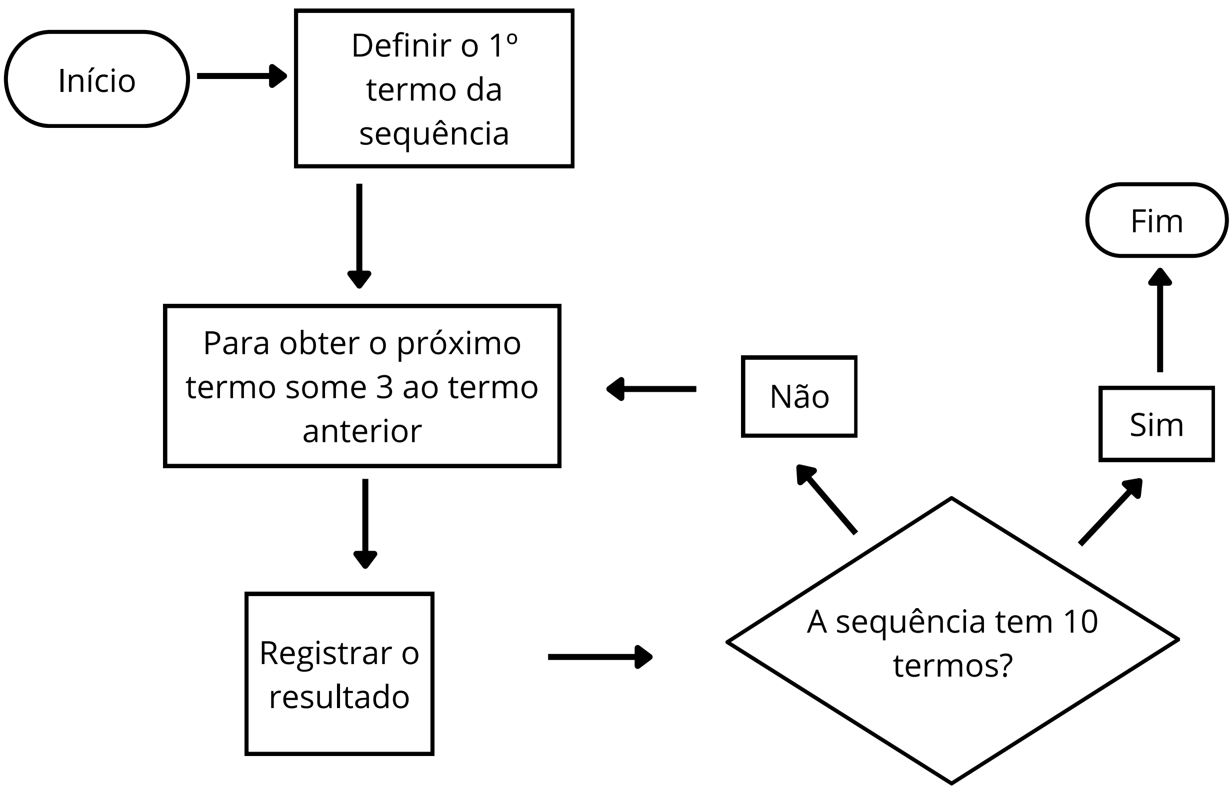
Indica o início ou fim do processo.

Indica cada atividade que precisa ser executada.

Indica um ponto de tomada de decisão.

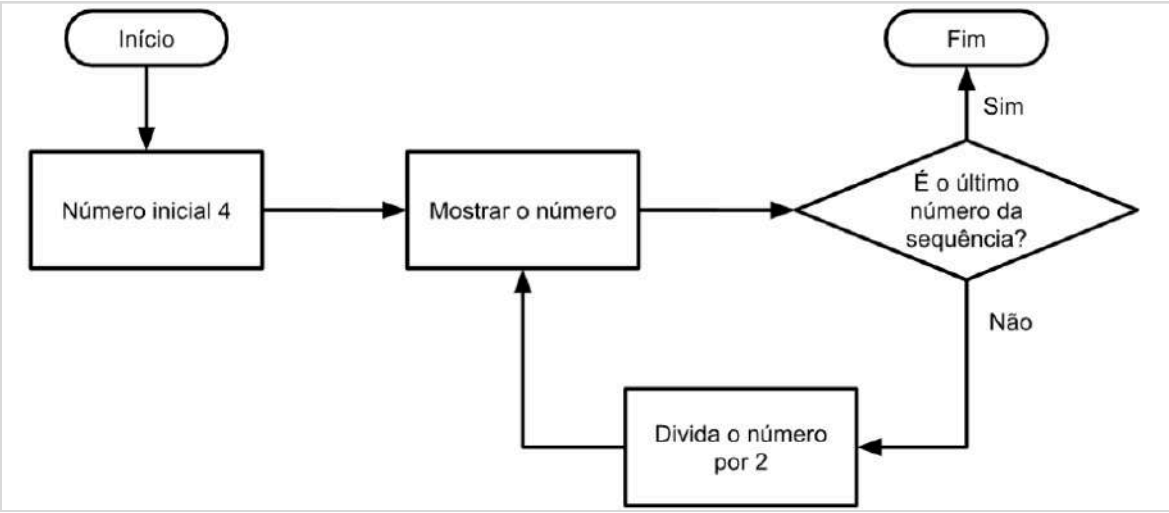
Indica a direção do fluxo.

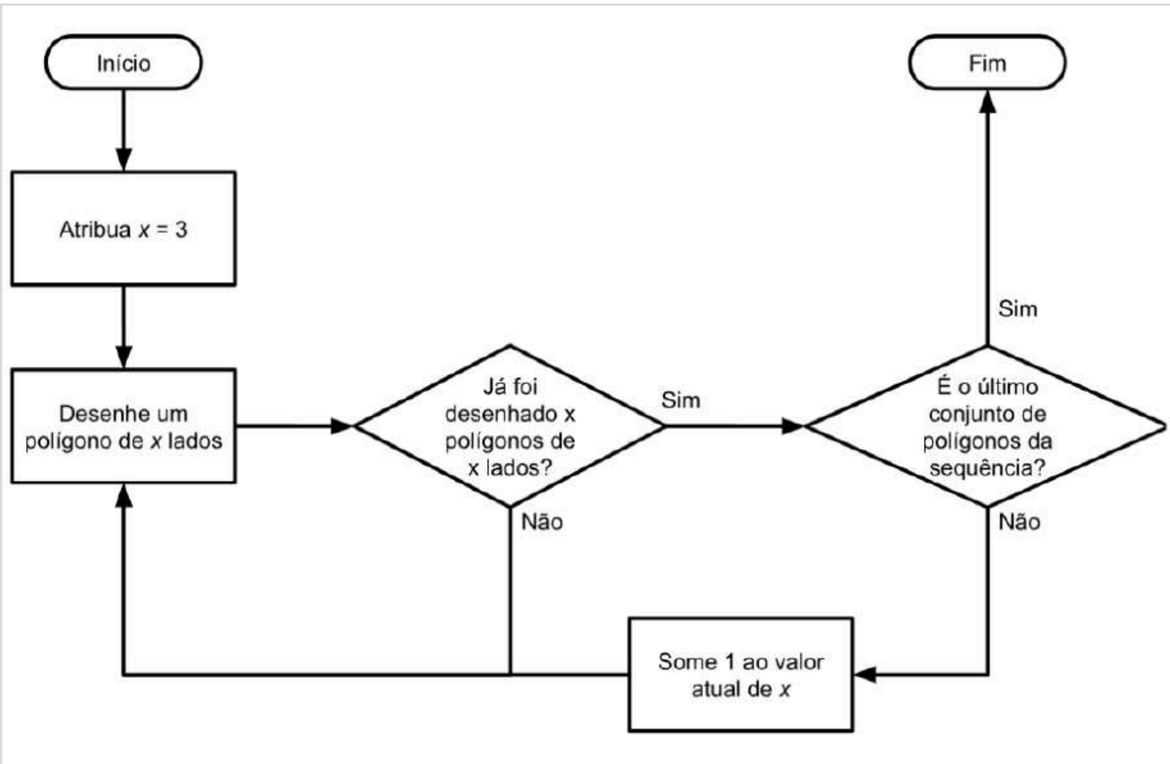
Vamos utilizar o fluxograma para definir 10 termos da sequência (3, 6, 9, 12, 15, ...). Observe que o termo seguinte será sempre a soma do termo anterior ao número 3.



As atividades com fluxograma nos ajudam a desenvolver a habilidade de raciocinar, isto é, de pensar e refletir sobre problemas com o objetivo de encontrar um padrão ou solução.

A seguir, temos dois exemplos de fluxogramas que representam os algoritmos descritos anteriormente em linguagem natural: o primeiro mostra o processo de formação da sequência numérica $4 \quad 2 \quad 1 \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{4} \quad \cdots$; o segundo, a sequência figurativa com triângulos, quadrados, pentágonos e hexágonos.





REVISANDO O QUE VOCÊ APRENDEU!

- **Sequência recursiva :** sequência (numérica, algébrica ou figural) representada por fórmula na qual cada termo é definido em função de um ou mais termos anteriores da mesma sequência.
- **Sequência não recursiva:** sequência (numérica, algébrica ou figural) representada por fórmula na qual a determinação do termo não depende de termos anteriores. Pode-se determinar o valor de um termo da sequência apenas pela sua posição e uma fórmula.
- **Fluxograma:** uma representação gráfica que descreve etapas de um determinado processo, deixando mais clara a visualização deste.

Exercícios Resolvidos

1) Identifique se as sequências a seguir podem ser escritas de forma recursiva ou não recursiva. Justifique sua resposta em cada um dos itens:
A) (5, 10, 15, 20, 25, 30...)
B) (20, 24, 28, 32, 36, 40...)
C) (1, 8, 27, 64...)
D) (32, 34, 36, 38, 40...)

Resposta:
A) Recursiva. O primeiro termo é 5 e para definir um termo (a partir do segundo) basta adicionar 5 ao termo anterior.
Não recursiva. Cada termo pode ser definido pela fórmula $a_n = 5n$, para $n \geqslant 1$.

B) Recursiva. Escrevendo a fórmula com notação algébrica:

$$a_1 = 20$$
$$a_n = a_{n-1} + 4 \text{ , para } n > 1$$

Não recursiva. Escrevendo a fórmula com notação algébrica:

$$a_n = 4 \cdot (n + 4) \text{ , para } n \geqslant 1$$

C) Não recursiva. Observe que cada termo é determinado elevando-se a posição do número na sequência ao cubo (expoente 3).

$$a_1 = 1^3 = 1$$
$$a_2 = 2^3 = 8$$
$$a_3 = 3^3 = 27$$
$$a_4 = 4^3 = 64$$

D) Recursiva. Escrevendo a fórmula com notação algébrica:

$$a_1 = 32$$
$$a_n = a_{n-1} + 2 \text{ , para } n > 1$$

Não recursiva. Escrevendo a fórmula com notação algébrica:

$$a_n = 2 \cdot (n + 15) \text{ , para } n \geqslant 1$$

2) Considere a seguinte sequência representada de forma não recursiva: $a_n = n^2 + 1$.

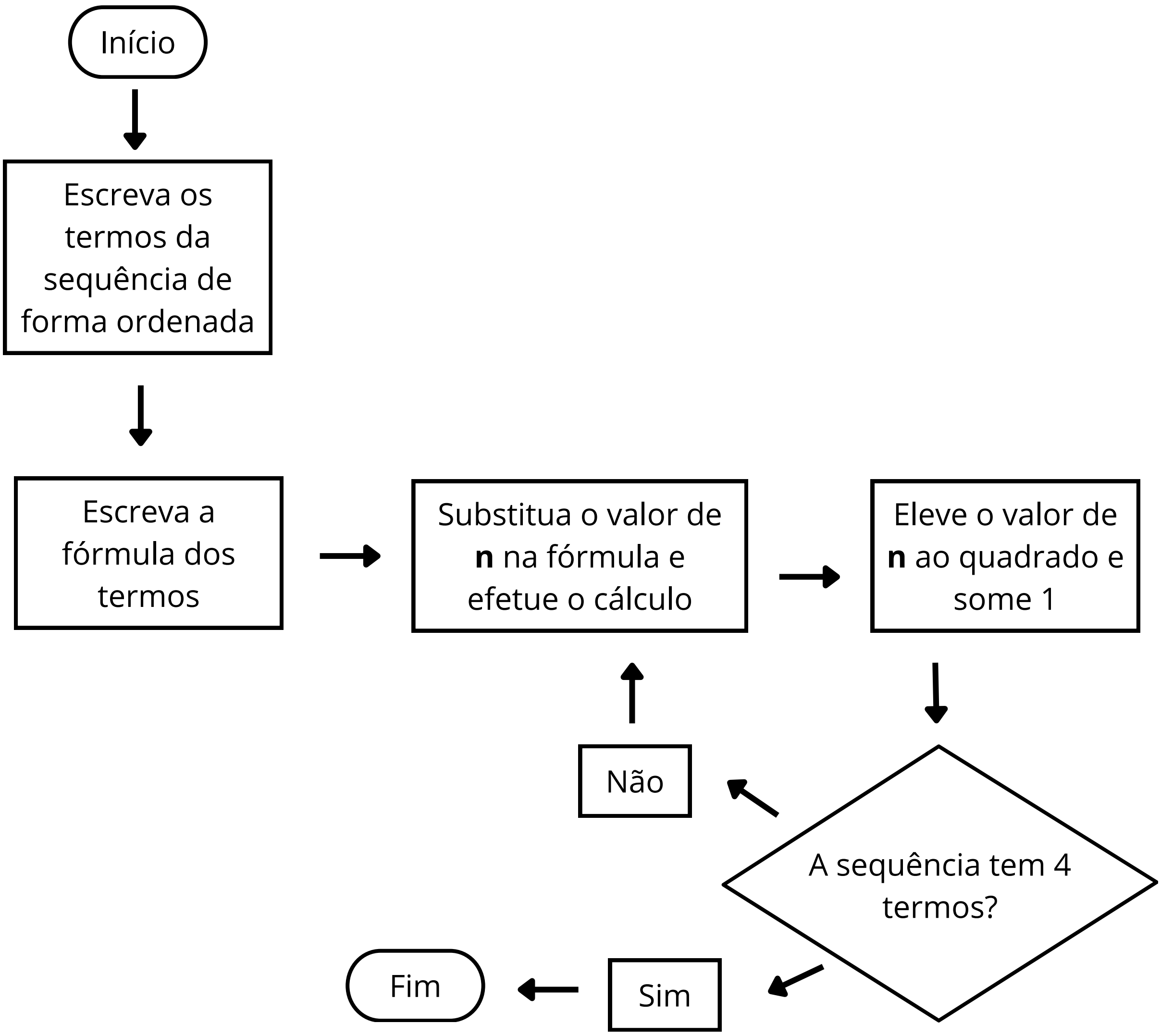
A) Encontre os 4 primeiros termos dessa sequência.
B) Construa um fluxograma desse processo.

Resposta:
A) Nossa sequência pode ser representada por (a_1, a_2, a_3, a_4).
Vamos usar a fórmula para encontrar cada termo.

$a_n = n^2 + 1$	$a_n = n^2 + 1$	$a_n = n^2 + 1$	$a_n = n^2 + 1$
$a_1 = 1^2 + 1$	$a_2 = 2^2 + 1$	$a_3 = 3^2 + 1$	$a_4 = 4^2 + 1$
$a_1 = 1 + 1$	$a_2 = 4 + 1$	$a_3 = 9 + 1$	$a_4 = 16 + 1$
$a_1 = 2$	$a_2 = 5$	$a_3 = 10$	$a_4 = 17$

Os quatro primeiros termos da sequência serão: $(2, 5, 10, 17)$.

B) Para construir o fluxograma basta usar os símbolos correspondentes de cada processo.



3) Considere a sequência 5, 25, 125, 625, ...

A) Represente essa sequência por meio de uma fórmula recursiva;
B) Represente essa sequência por meio de uma fórmula não recursiva.

A) **Resposta:**

$$a_1 = 5$$
$$a_n = 5 \cdot (a_{n-1})$$, para $n > 1$

B) **Resposta:**

$$a_n = 5^n$$, para $n \geqslant 1$

4) Considere a sequência 729, 243, 81, 27, ...

A) Represente essa sequência por meio de uma fórmula recursiva;
B) Represente essa sequência por meio de uma fórmula não recursiva.

A) **Resposta:**

$$a_1 = 729$$
$$a_n = a_{n-1} \div 3$$, para $n > 1$

ou

$$a_1 = 729$$
$$a_n = \frac{1}{3} \cdot (a_{n-1})$$, para $n > 1$

Dividir um número por três e multiplicar esse mesmo número por um terço são operações que têm o mesmo resultado.

B) **Resposta:**

$$a_n = \left(\frac{1}{3}\right)^{n-7}$$, para $n \geqslant 1$

PRÁTICAS EXPERIMENTAIS DE *Matemática* PARA O ENSINO FUNDAMENTAL

No ano de 2026, o ensino fundamental anos finais apresenta uma importante novidade para o componente curricular Matemática: as Práticas Experimentais de Matemática, que visam fomentar o processo de ensino e aprendizagem favorecendo o desenvolvimento e a consolidação de habilidades, o pensamento crítico e a compreensão e a aplicação da lógica matemática. Intenciona-se, também, combater o estigma de que a matemática é difícil e inacessível, engajando os estudantes em práticas lúdicas e exequíveis.

Desse modo, as práticas foram elaboradas a partir das habilidades estruturantes de cada ano, por trimestre. No período em que constar o caderno de Práticas Experimentais, o(a) professor(a) deverá destinar **algumas aulas** para a prática proposta no material.

Desejamos um ano letivo de sucesso!

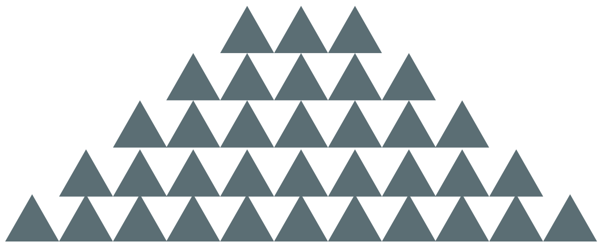
Prática experimental de Matemática
8º ano

Clique aqui

Atividades

ATIVIDADE 1

Observe o desenho a seguir feito com triângulos e responda:



A) Essa sequência formada segue um padrão?

B) Podemos dizer que é uma sequência recursiva?

C) Qual o padrão observado nessa sequência?

ATIVIDADE 2

Analise cada sequência numérica a seguir e verifique se ela pode ser escrita como recursiva ou não recursiva (algumas podem ser escritas nos dois formatos).

A) (4, 8, 12, 16, 20, 24, ...)

B) (1, 8, 27, 64, 125, 216, ...)

C) (1, 6, 36, 216, 1 296, ...)

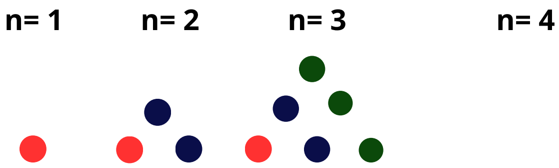
D) (1, 4, 9, 16, 25 ...)

ATIVIDADE 3

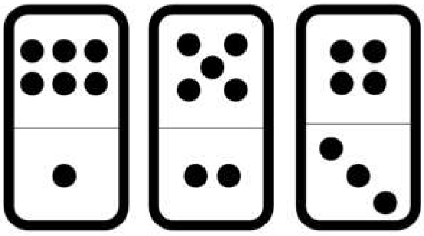
Observe as sequências figurais a seguir e desenhe o próximo termo.

A)

B)



C)



D)

ATIVIDADE 4

Observe as sequências a seguir. Represente cada uma por meio de uma fórmula **não recursiva.**

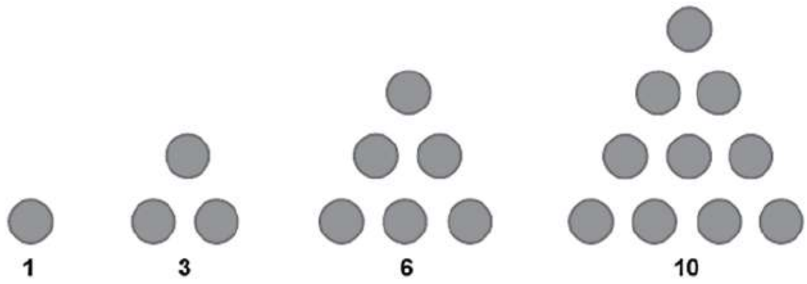
A) $0, 2, 4, 6, 8, 10, \ldots$

B) $1, 5, 9, 13, 17, \ldots$

C) $2, 4, 8, 16, 32, \ldots$

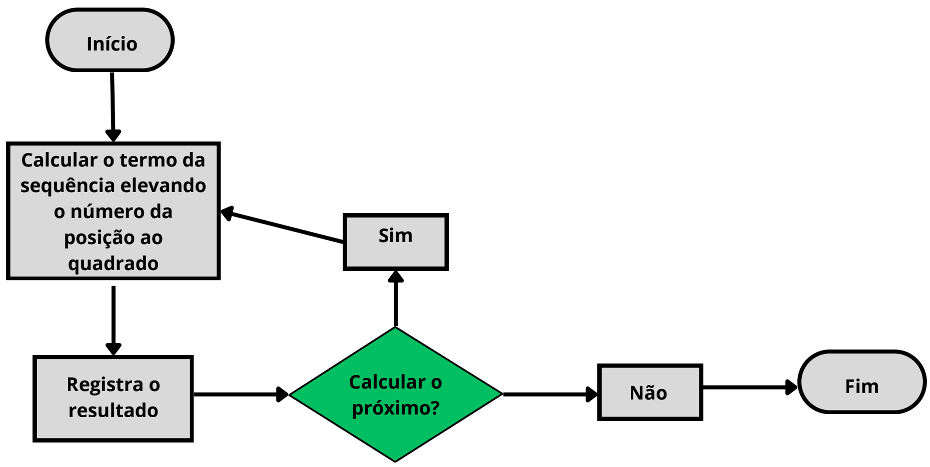
ATIVIDADE 5

Defina quais os dois próximos números triangulares da sequência figural e escreva em língua materna um padrão recursivo para determinar um termo.



ATIVIDADE 6

De acordo com o fluxograma abaixo, escreva os 5 primeiros termos da sequência numérica e classifique em recursiva ou não recursiva.



ATIVIDADE 7

Observe as sequências a seguir. Represente cada uma por meio de uma fórmula recursiva.

A) $1, 2, 4, 8, 16, 32, \ldots$

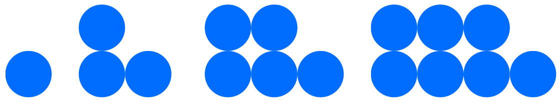
B) $3, 6, 9, 12, 15, 18, \ldots$

C) $128, 64, 32, 16, 8, \ldots$

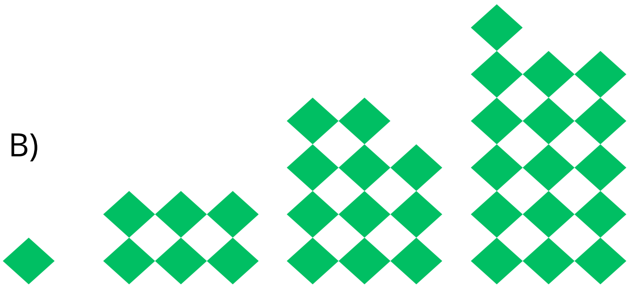
ATIVIDADE 8

Uma sequência figural é um conjunto de figuras geométricas que seguem um padrão de mudança. Esse padrão pode ser de quantidade, forma, tamanho ou posição. Nas sequências figurais a seguir, escreva uma fórmula que permita determinar as quantidades de elementos dos próximos termos.

A)

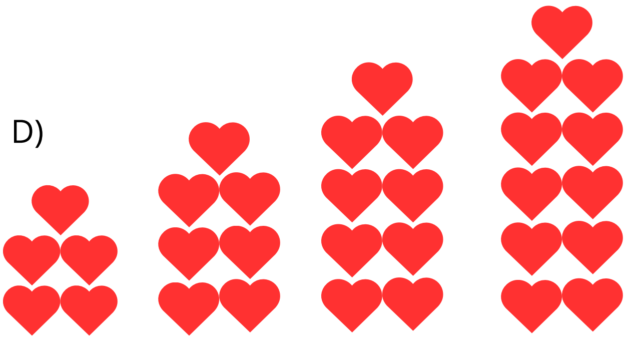


B)



C)

D)



ATIVIDADE 9

Observe as sequências numéricas e figurais a seguir. Escreva uma lei de formação para cada uma dessas sequências em língua materna e classifique essa lei de formação como recursiva ou não recursiva.

A) **1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...**

LEI DE FORMAÇÃO: ____

____

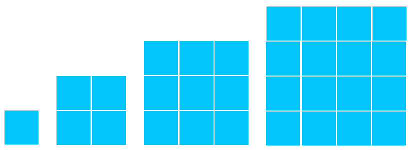
CLASSIFICAÇÃO: ____

B) **10, 20, 30, 40, 50, ...**

LEI DE FORMAÇÃO: ____

____

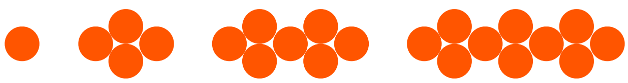
CLASSIFICAÇÃO: ____

C) 

LEI DE FORMAÇÃO: ____

____

CLASSIFICAÇÃO: ____

D) 

LEI DE FORMAÇÃO: ____

____

CLASSIFICAÇÃO: ____

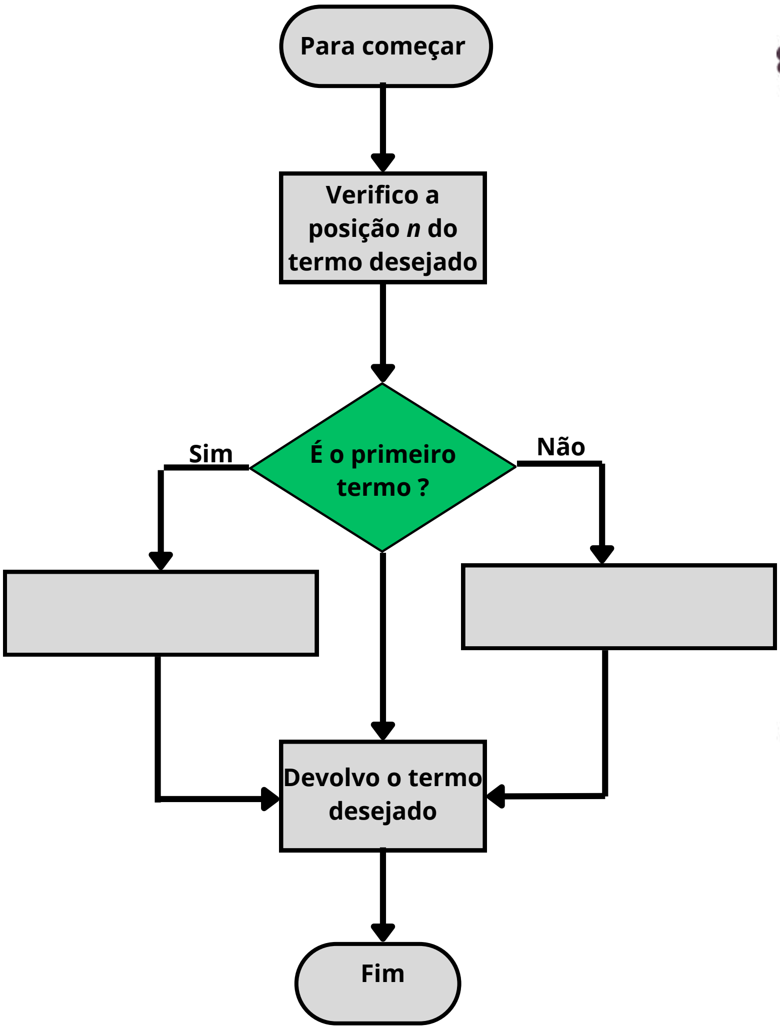
ATIVIDADE 10

Analise a sequência a seguir:

$$(1\ 024, 512, 256, 128, 64, ...)$$

A) A partir do segundo termo, como podemos expressar um termo qualquer dessa sequência com base no(s) termo(s) anterior(es)?

B) Complete as linhas do esquema a seguir de forma que ele nos permita descrever visualmente como obter o enésimo termo (a_n) da sequência.



HABILIDADE DA COMPUTAÇÃO

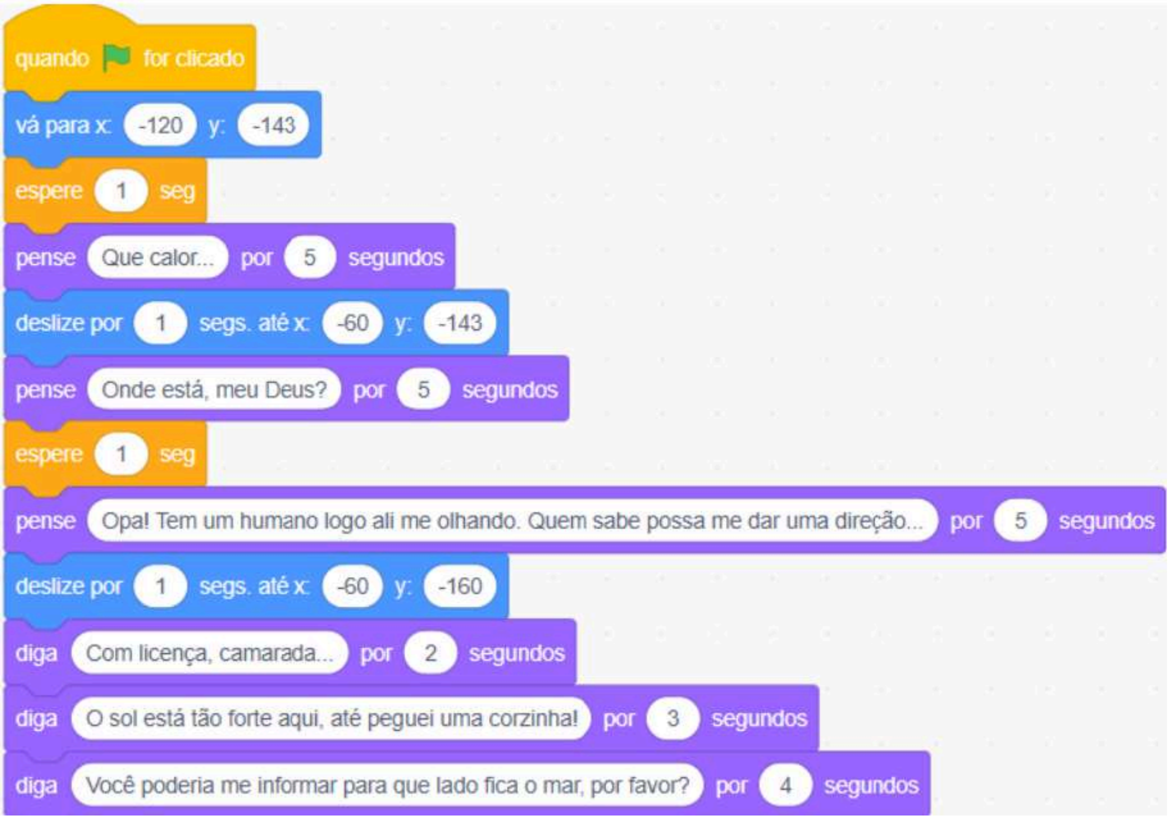
(EF08CO01) Construir soluções de problemas usando a técnica de recursão e automatizar tais soluções usando uma linguagem de programação.

PROGRAMAÇÃO EM BLOCOS COM SCRATCH

O Scratch (https://scratch.mit.edu/) é uma plataforma de programação visual que funciona como um jogo de montar. Em vez de digitar códigos complexos, você simplesmente arrasta e conecta blocos coloridos, onde cada bloco representa uma ação, um movimento ou uma decisão do programa.

No Scratch, podemos inserir **personagens animados**, chamados de atores. Eles podem ser pessoas, animais ou objetos variados, que interagem dentro de **cenários** escolhidos pelo programador: uma praia, uma floresta, uma escola ou até o espaço sideral. Essa combinação de blocos, atores e cenários torna a programação mais visual e intuitiva, permitindo criar histórias, jogos e animações de maneira criativa.

Essa pequena cena mostra como é possível **dar vida a uma história** no Scratch apenas conectando blocos, sem precisar digitar código. Cada comando se encaixa no próximo, formando um grande bloco contínuo, fácil de ler e interpretar. O código em blocos utilizado para criar essa cena é o seguinte:



Cada linha do código em blocos representa um comando, e cada comando pode ter **parâmetros** que precisam ser preenchidos. Por exemplo, no comando “diga”, você deve informar o que o personagem vai falar e por quanto tempo a mensagem ficará visível antes de passar para o próximo comando.

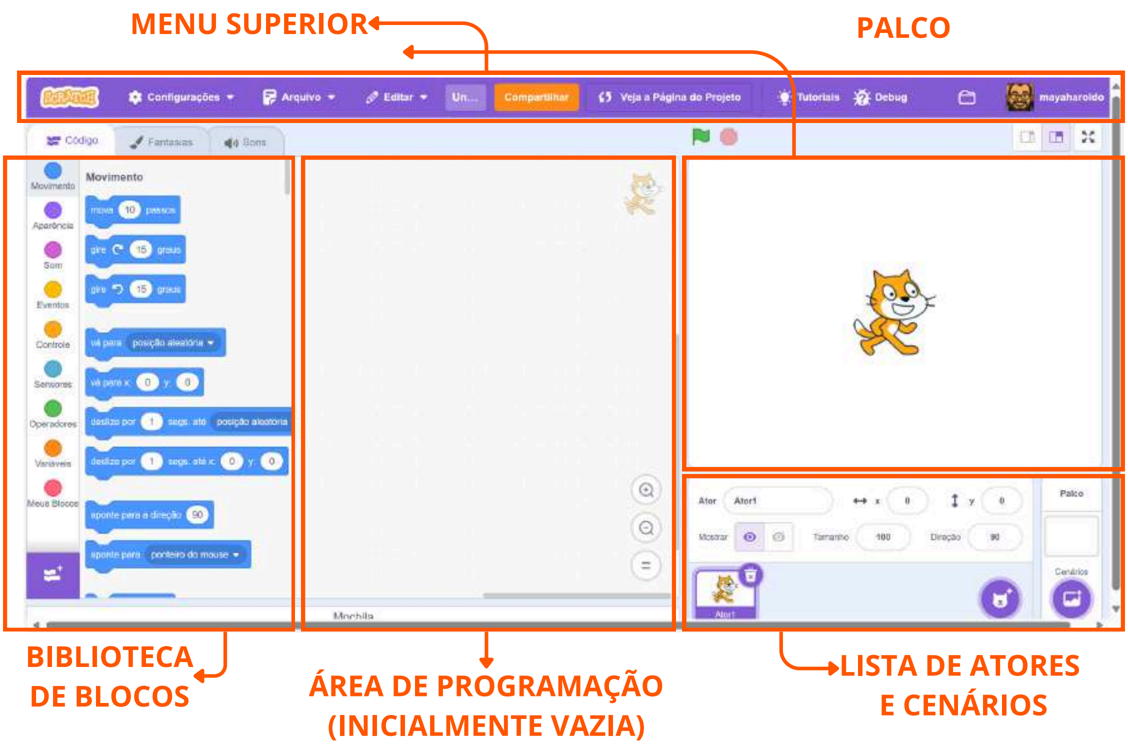
Existem muitos outros comandos no Scratch, cada um com sua função e parâmetros específicos, permitindo criar movimentos, animações, efeitos sonoros, interações e até jogos completos.

VOCÊ SABIA?

O Scratch foi criado em 2007 pelo MIT Media Lab, e hoje é utilizado em mais de 150 países para ensinar programação de forma criativa e divertida.

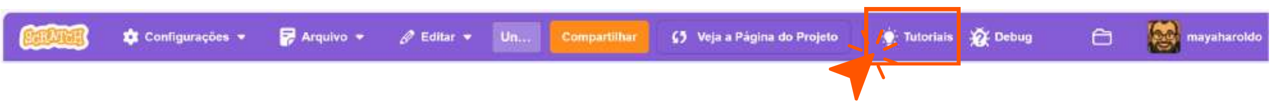
CONHECENDO O AMBIENTE SCRATCH

Ao abrir o Scratch pela primeira vez, você encontra uma tela organizada em diferentes partes. A imagem abaixo divide a interface de desenvolvimento de projetos em **cinco áreas principais: menu superior; palco; área de programação; biblioteca de blocos; lista de atores e cenários.**

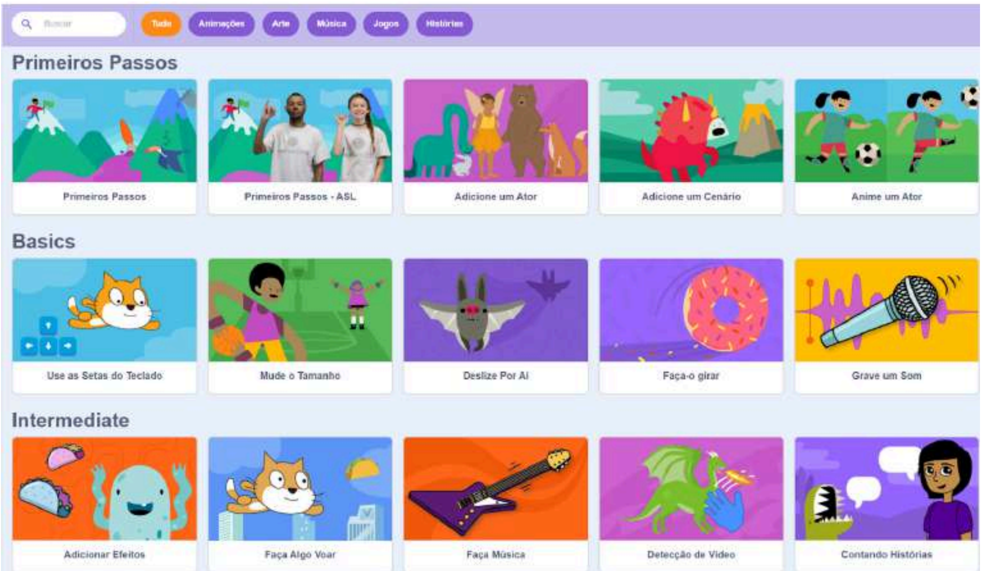


Menu superior

O **menu superior** é a área responsável pelas principais funções de controle do projeto. Ele fica localizado no alto da tela e concentra ferramentas essenciais, como **criar um novo projeto, salvar, abrir trabalhos anteriores e acessar as configurações**. É também nele que encontramos o **menu de tutoriais**, um recurso muito útil para quem está começando ou deseja explorar novos recursos do Scratch.



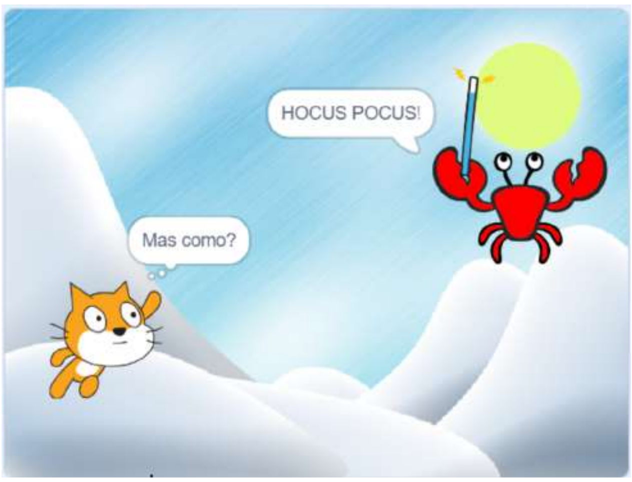
O botão “ 💡 **Tutoriais**” abre uma galeria de exemplos organizados por temas: animações, jogos, música, histórias e muito mais. Cada tutorial apresenta instruções visuais passo a passo, com blocos prontos para serem arrastados, facilitando o aprendizado de novas funções.



Além dos tutoriais, o menu superior permite **gerenciar arquivos**: é possível salvar o projeto na nuvem (caso o usuário esteja conectado a uma conta do Scratch) ou no próprio computador, garantindo que o trabalho não seja perdido. Também há opções para **renomear o projeto** e **compartilhá-lo online** com a comunidade Scratch, o que possibilita que outras pessoas possam visualizar, comentar e até remixar a criação.

Palco

O **palco** é a área onde o projeto ganha vida. É nele que vemos os atores em ação, dentro do cenário escolhido, executando as instruções que foram programadas. Sempre que um bloco ou sequência de blocos é acionada, o resultado aparece imediatamente no palco, permitindo acompanhar o comportamento dos personagens em tempo real.

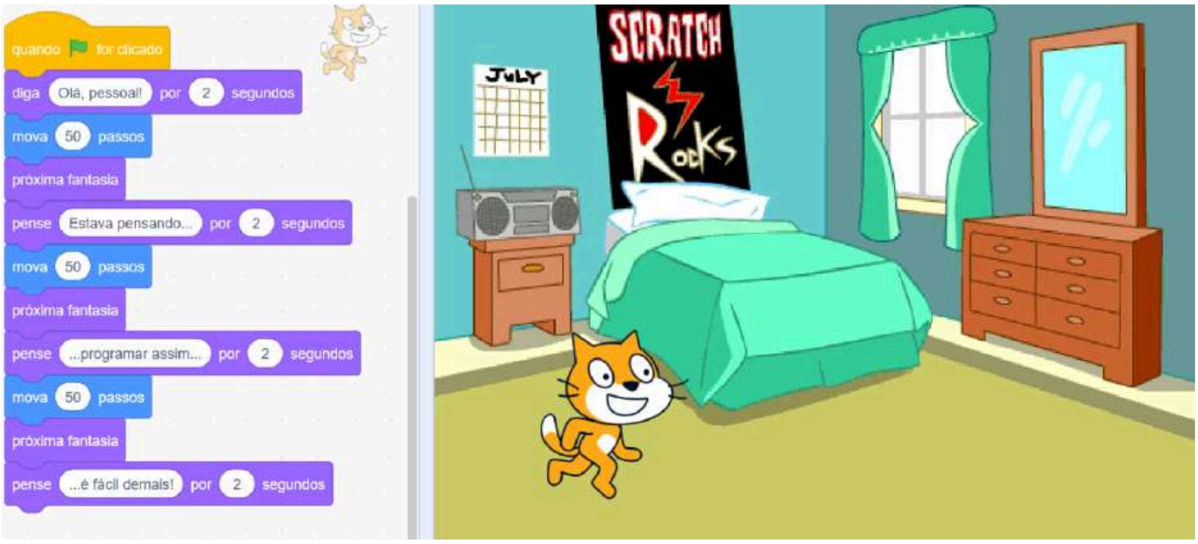


O palco não é apenas uma tela de exibição: ele também é **interativo**. Podemos clicar diretamente nos atores para selecioná-los, mudar sua posição ou até os redimensionar.

Cada projeto pode ter um ou mais cenários, que funcionam como os "planos de fundo" da história. É possível trocar de cenário durante a execução, criando diferentes ambientes em uma mesma animação. Da mesma forma, cada ator pode aparecer, desaparecer ou mudar de lugar conforme os blocos programados. Existem ainda muitas outras possibilidades de manipulação de cenários e atores no palco, e **para aprender mais sobre esses recursos recomenda-se consultar os tutoriais disponíveis no próprio Scratch**.

Área de Programação

A **área de programação** é onde construímos o conjunto de instruções que um ator deve seguir. Os blocos são arrastados da biblioteca e encaixados nessa área, formando sequências que representam o algoritmo visual do projeto.



Vejamos as 4 cenas geradas por esse código a seguir.

Cada sequência de blocos é **específica para o ator selecionado**. Isso significa que, se houver mais de um ator no palco, cada um terá o seu **próprio conjunto de blocos**. Dessa forma, é possível programar interações entre diferentes personagens em um mesmo cenário.

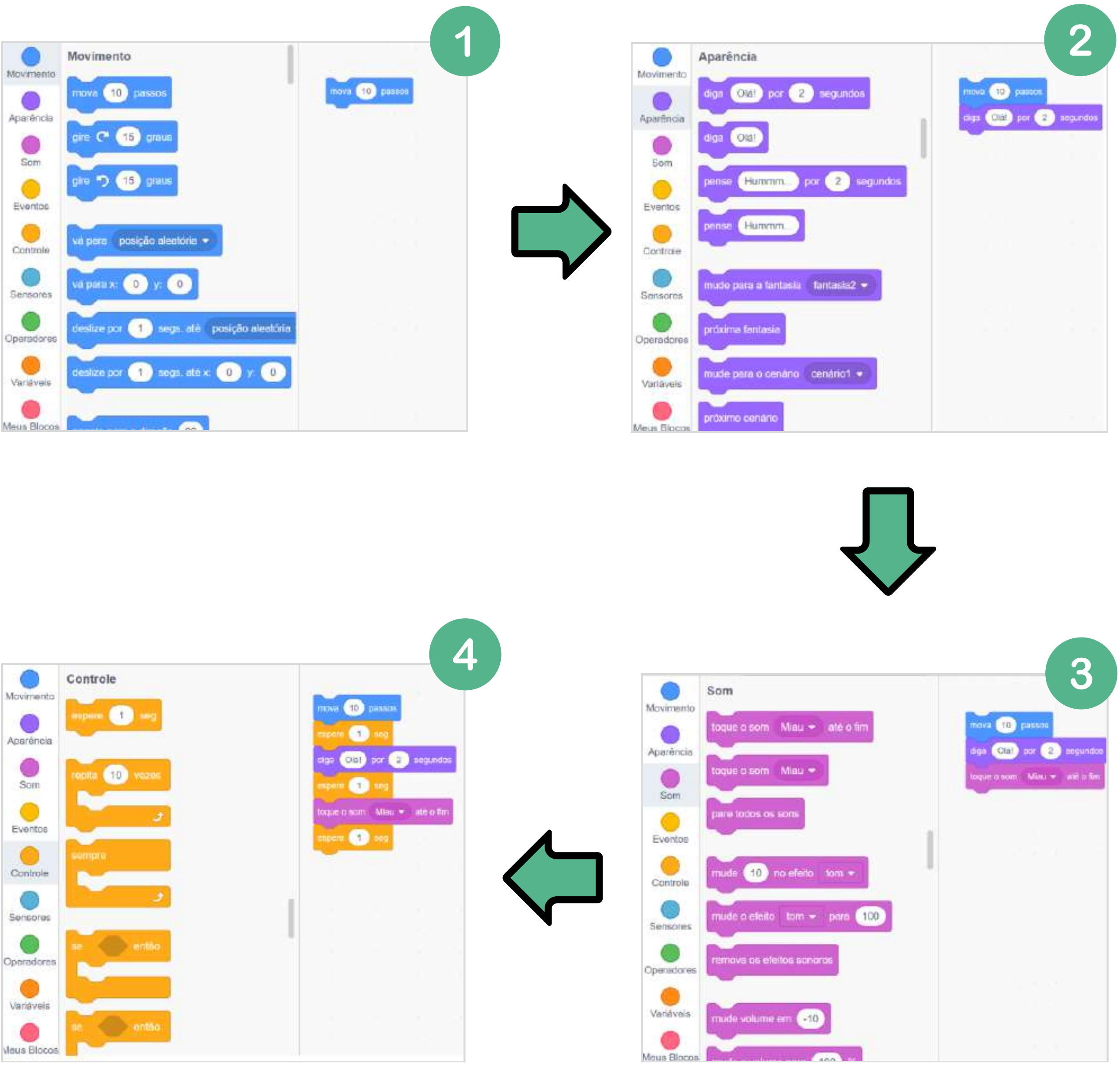
Além disso, podemos **testar imediatamente** uma sequência: basta clicar sobre o bloco inicial, e todos os blocos conectados a ele serão destacados com um contorno. Nesse momento, o ator executa os passos programados, permitindo visualizar o resultado no palco em tempo real.

Biblioteca de Blocos

A biblioteca de blocos reúne todos os comandos que podem ser usados no Scratch, organizados por categorias e identificados por cores. Vejamos alguns exemplos a seguir.

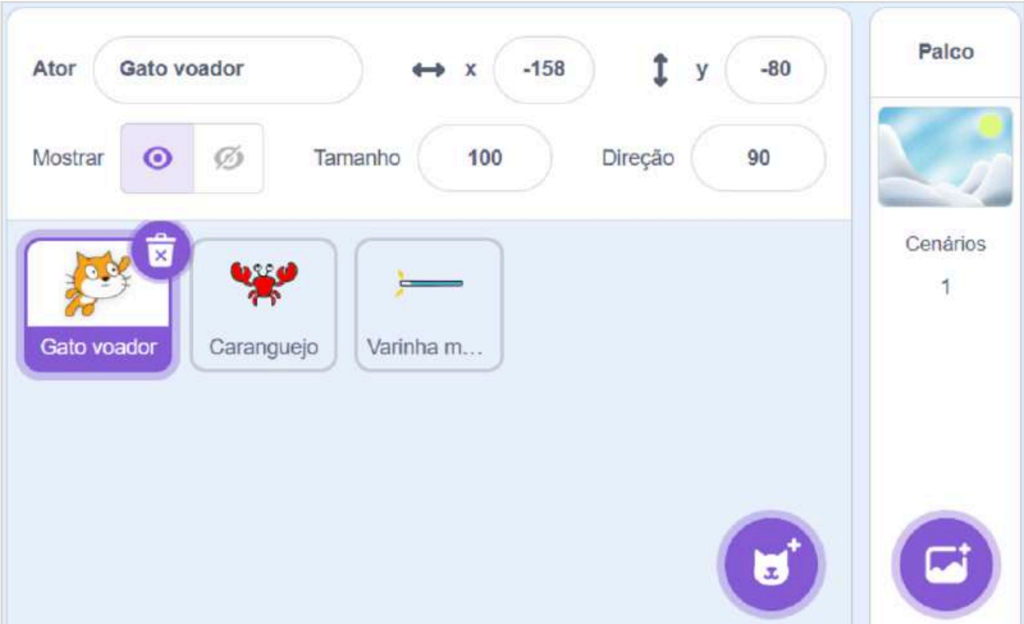
- azul: movimento (andar, girar, deslizar etc.);
- roxo: aparência (falar, mudar de fantasia, desaparecer etc.);
- laranja: controle (esperar, repetir, verificar condições etc.);
- entre outras, como eventos, som, operadores e variáveis.

Essa organização ajuda a encontrar rapidamente o tipo de instrução que desejamos aplicar. A partir dela, basta **arrastar o bloco escolhido para a área de programação** e encaixá-lo com os demais para construir o algoritmo do ator, como no exemplo a seguir.



Lista de Atores e Cenários

A **lista de atores e cenários** é o painel onde você gerencia os elementos visuais do seu projeto: quem participa da história (os atores) e onde ela acontece (os cenários). Nessa área, é possível **adicionar, excluir, duplicar, renomear e selecionar atores e cenários** de forma simples.



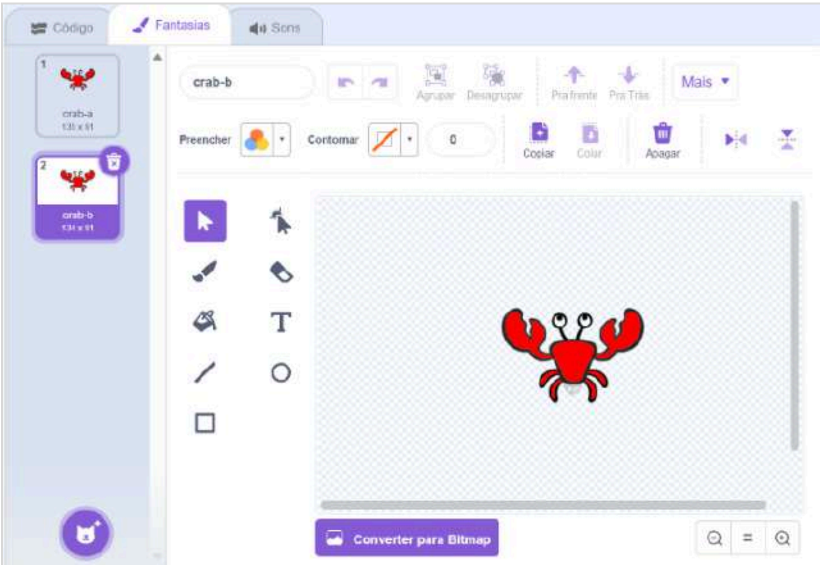
Nos **atores**, é possível mudar a **posição**, o **tamanho**, a **direção**, o **nome** e até a **aparência**, trocando suas **fantasias** (diferentes versões do mesmo personagem que permitem criar expressões e movimentos). Já os **cenários** funcionam como os planos de fundo da cena e podem ser trocados ou alterados conforme o andamento do projeto, dando dinamismo à história.

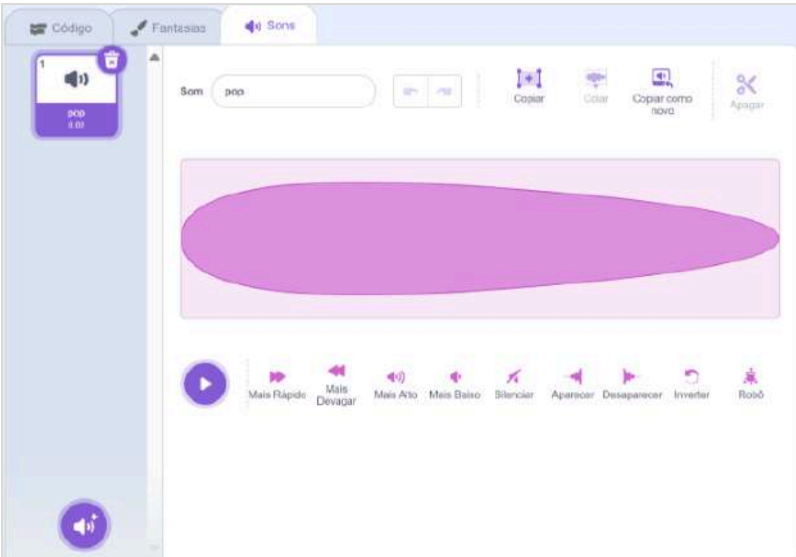
Todas essas modificações podem ser feitas de forma direta, clicando e ajustando na própria interface do Scratch. Há também blocos específicos que permitem **controlar essas mudanças por meio da programação**, como mover um ator, alterar seu tamanho ou trocar o cenário durante a execução.

Como há muitas possibilidades de personalização, especialmente na edição de fantasias, sons e nos efeitos de cenário, recomenda-se explorar os **tutoriais do Scratch** para aprender gradualmente cada recurso e experimentar novas formas de criar e animar seus projetos.

Outros Recursos

Além das áreas principais, o Scratch oferece uma série de recursos complementares que ampliam as possibilidades de criação. Entre eles, estão a **aba Fantasias**, que permite alterar ou desenhar novas aparências para os atores, e a **aba Sons**, usada para adicionar efeitos sonoros, narrações ou trilhas que deixem o projeto mais envolvente.





Como há muitos recursos disponíveis, não abordaremos todos neste primeiro contato. No entanto, cada um deles pode ser explorado de forma simples e guiada nos **tutoriais do próprio Scratch** — sim, aqueles mesmos tutoriais que nós já mencionamos algumas (**várias**) vezes! Mas, convenhamos, a insistência é justa: eles realmente são o melhor caminho para descobrir tudo o que o Scratch pode fazer.

CONSTRUIR E EXPLORAR SEQUÊNCIAS RECURSIVAS NO SCRATCH

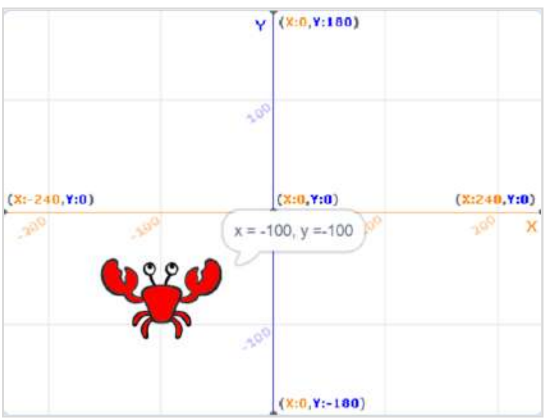
Agora que já conhecemos o ambiente do Scratch e suas principais áreas, podemos colocar em prática a ideia de **recursão**, criando projetos em que uma mesma ação se repete várias vezes, formando **padrões de movimento e comportamento**.

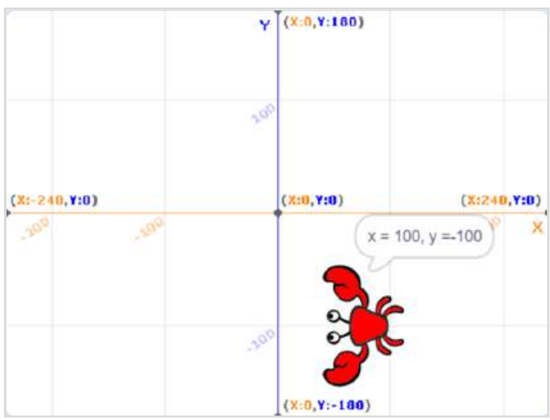
Para entender melhor como isso funciona, veremos dois exemplos com o mesmo personagem: **o caranguejo**. No primeiro caso, ele segue uma sequência bem organizada e previsível, que forma um **padrão geométrico** no palco. Já no segundo, o caranguejo mostra seu lado brincalhão e interativo, reagindo de forma diferente a cada ação do jogador — um tipo de recursão mais dinâmica e imprevisível.

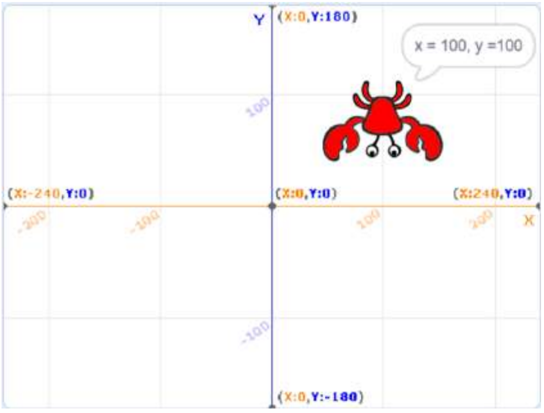
Exemplo 1 – o passeio cartesiano

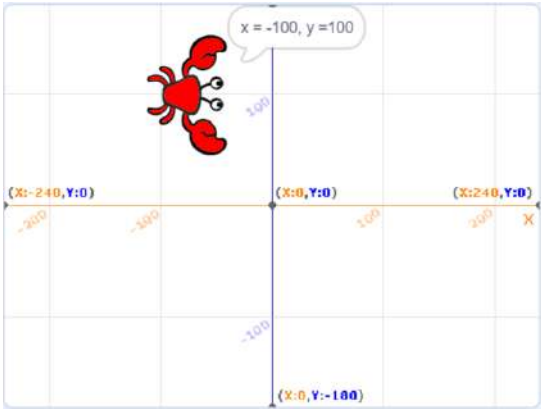
Pretendemos fazer com que o caranguejo percorra um quadrado no plano cartesiano. Para tanto, desenvolvemos o seguinte código em blocos.

Assim, obtemos o seguinte resultado em 4 etapas.









Neste primeiro exemplo, o caranguejo foi programado para **iniciar na posição (-100, -100)** e repetir quatro vezes uma sequência de ações:

1. dizer suas coordenadas atuais;
2. mudar para a próxima fantasia (perceba as garras abrindo e fechando);
3. mover-se 200 passos; e
4. e girar 90° no sentido anti-horário.

Ao final da quarta repetição, ele retorna exatamente ao ponto de partida, desenhando um percurso em forma de quadrado — **uma sequência recursiva visual, em que cada etapa depende da posição anterior**.

Vale lembrar que a **posição do ator** no Scratch é determinada por suas **coordenadas no palco**: o ponto central da tela corresponde a (0, 0), e cada movimento é medido em *pixels*, tanto no eixo **x** (horizontal) quanto **y** (vertical). Assim, quando o caranguejo muda de posição, ele está literalmente caminhando sobre o sistema de coordenadas de pixels do cenário.

Exemplo 2 – clique-me se for capaz!

No segundo exemplo, o projeto “Caranguejo Houdini” leva a recursão a um nível mais divertido e imprevisível.

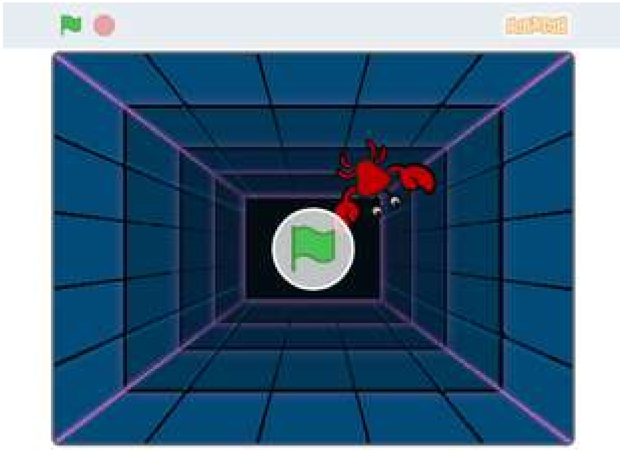
Ao clicar na bandeira verde, o caranguejo surge no centro do cenário *Neon Tunnel* e se apresenta:

Cada vez que o ponteiro do mouse encosta nele, o caranguejo **desliza para um ponto aleatório, reduz 80% do seu tamanho atual** e **fala "OLÉ!"** repetindo essa sequência várias vezes. Na sexta vez, antes de desaparecer, ele alterna rapidamente suas cores 10 vezes (cada ciclo com 0,1 s) — um efeito visual que anuncia a saída — e, em seguida, anuncia:

Em seguida, desaparece fazendo um som de “pop”.

O resultado é uma animação interativa que combina **condições**, **repetição** e **variação progressiva**, mostrando como o Scratch pode ser usado para representar comportamentos que se transformam a cada ciclo — a essência das sequências recursivas.

O código em blocos desenvolvido para este exemplo está apresentado abaixo, junto com o QR Code que permite acessá-lo e testá-lo diretamente no Scratch.



Agora é a sua vez: tente também! Crie, modifique, invente, erre e descubra novas formas de fazer o Scratch ganhar vida. Apresente suas obras aos colegas e professores — compartilhar o que você cria é uma das partes mais divertidas (e desafiadoras) de aprender.

Atividades

ATIVIDADE 1

Observe a sequência:

3, 6, 12, 24, 48, ...

e responda aos itens a seguir.

a) Qual o padrão de formação dessa sequência?

b) Descreva um algoritmo em linguagem natural para esta sequência.

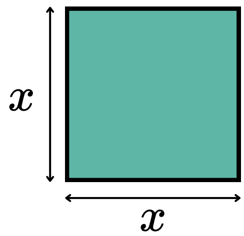
c) Desenvolva um fluxograma para esta sequência.

ATIVIDADE EXTRA

Se possível, construa um algoritmo no Scratch em que o ator declara os números da sequência.

O VALOR NUMÉRICO DE UMA EXPRESSÃO ALGÉBRICA

Observe o quadrado ao lado. A medida de perímetro deste quadrado é representada pela expressão algébrica $x + x + x + x \ \ ou \ \ 4x.$



- Se x = 2 cm, então a medida do perímetro é

$$4 \cdot 2 = 8 \ cm.$$

- Se x = 3,5 cm, então a medida do perímetro é

$$4 \cdot 3,5 = 14 \ cm.$$

Você se lembra?

O perímetro é a medida do contorno de uma figura geométrica plana e pode ser obtido pela soma dos lados de um polígono ou, no caso dos círculos, por meio de uma fórmula.

Importante!!!

O valor numérico de uma expressão algébrica é o valor que ela assume quando substituímos cada letra pelo número correspondente e efetuamos as operações indicadas.

Basicamente, após a substituição de um **valor numérico** no lugar da(s) variável(is), uma expressão algébrica se torna uma expressão numérica. E sendo uma expressão numérica passamos a resolver conforme as regras e propriedades das operações.

Você se lembra?

As regras para resolver expressões numéricas são:
- Resolver primeiro as operações dentro dos parênteses.
- Resolver depois as operações dentro dos colchetes.
- Resolver por fim as operações dentro das chaves.

E também:
- Resolver as operações de expoentes e raízes
- Resolver as operações de multiplicação e divisão
- Resolver as operações de adição e subtração
- Resolver as operações da esquerda para a direita, quando forem do mesmo nível.

Veja o exemplo:

$$\left\{\left[(3+5)^2 - \sqrt{16}\right] \div 4 + 12\right\} =$$
$$= \left\{\left[(8)^2 - 4\right] \div 4 + 12\right\} =$$
$$= \{[64 - 4] \div 4 + 12\} =$$
$$= \{60 \div 4 + 12\} =$$
$$= \{15 + 12\} =$$
$$= 27$$

Acompanhe mais um exemplo. Vamos escrever as expressões algébricas que correspondem às sentenças a seguir. Em seguida, vamos calcular o valor numérico de cada uma para $x = 5$.

A diferença entre 11 e um número

$$11 \ \ menos \ \ x =$$
$$11 - x =$$
$$11 - 5 =$$
$$6$$

A soma do dobro de um número e um

$$2x \ \ mais \ \ 1$$
$$2x + 1 =$$
$$2 \cdot 5 + 1 =$$
$$10 + 1 =$$
$$11$$

O quociente entre o décimo de um número e três sétimos

$$\frac{x}{10} \ \ dividido \ \ por \ \ \frac{3}{7} =$$
$$\frac{x}{10} \div \frac{3}{7} =$$
$$\frac{5}{10} \div \frac{3}{7} =$$
$$\frac{5}{10} \cdot \frac{7}{3} =$$
$$\frac{35}{30} \xrightarrow[\div 5]{\div 5} = \frac{7}{6}$$

Podemos também utilizar as expressões algébricas para solucionar problemas, conforme o exemplo a seguir:

Ângela, Sandra e Solange sempre vão juntas ao cinema. Se cada entrada para o cinema custa x reais, qual a expressão algébrica que representa o gasto delas com as entradas? Supondo que no domingo cada entrada custe **23** reais, quanto custarão as entradas no total?

A expressão algébrica que represnta o gasto com entradas será de $3x$.

Se o valor das entradas for **23** reais, elas deverão pagar:

$$3x \rightarrow 3 \cdot 23 = 69 \ reais.$$

Consideração importante!

Quando temos expressões algébricas fracionárias, nem sempre é possível obter seu valor numérico. Isso acontece quando esses valores anulam o denominador da expressão, pois não existe em matemática divisão por zero.

Veja esses exemplos:

I) A expressão $\frac{3}{x}$ não tem valor numérico quando $x = 0$.

II) A expressão $\frac{x+2}{x-1}$ não tem valor numérico quando $x = 1$, pois se substituir x por 1 vai dar zero no denominador.

Você se lembra?

O número zero é um elemento de anulação na multiplicação. Isso quer dizer que qualquer número multiplicado por zero sempre resultará em zero

$$0 \cdot 0 = 0$$
$$0 \cdot 1 = 0$$
$$0 \cdot 2 = 0$$
$$\vdots$$
$$0 \cdot x = 0$$

Veja esse exemplo: Se $3 \div 0 = n$, então $n \cdot 0 = 3$.

Impossível, pois zero multiplicado por qualquer número sempre será zero!

ESTRUTURA DE UMA EXPRESSÃO ALGÉBRICA

MONÔMIOS

Uma expressão algébrica é conhecida como monômio quando ela possui números, variáveis ou produto entre números e variáveis. As variáveis apresentam expoente natural. O número é conhecido como ***coeficiente,*** e as letras (variáveis) e seus expoentes são conhecidos como ***parte literal***.
Exemplos:

$$2x^2 \rightarrow \overbrace{2}^{coeficiente} \quad \underbrace{x^2}_{parte\ literal}$$

$$xy^2 \rightarrow \overbrace{1}^{coeficiente} \quad \underbrace{xy^2}_{parte\ \ literal}$$

Nesse exemplo o coeficiente não apareceu. Quando isso acontece seu valor é 1.

$$5ax \rightarrow \overbrace{5}^{coeficiente} \quad \underbrace{ax}_{parte\ literal}$$

Nesse exemplo os expoentes das variáveis não aparecem. Quando isso acontece o expoente será 1, ou seja, $5a^1x^1$

$$-b^3yz^2 \rightarrow \overbrace{-1}^{coeficiente} \quad \underbrace{b^3yz^2}_{parte\ literal}$$

Nesse exemplo o coeficiente não apareceu, apenas o sinal negativo. Quando isso acontece seu valor é -1.

GRAU DE UM MONÔMIO

O grau de um monômio pode ser determinado pela soma dos expoentes da parte literal. Exemplos:

$$2x^2 \xrightarrow{soma\ dos\ expoentes\ da\ parte\ literal\ =\ 2} monômio\ do\ 2^\circ\ grau.$$

Nesse exemplo a parte literal possui apenas uma variável.

$$5ax \xrightarrow{soma\ dos\ expoentes\ da\ parte\ literal\ =\ 2 \rightarrow (1+1)} monômio\ do\ 2^\circ\ grau.$$

Observe que na parte literal temos expoente 1 de a e expoente 1 de x. Como a soma é 2, o monômio é do 2° grau.

$$xy^2 \xrightarrow{soma\ dos\ expoentes\ da\ parte\ literal\ =\ 3\ (1+2)} monômio\ do\ 3^\circ.$$

Na parte literal temos exponte 1 de x e expoente 2 de y.

$$-b^3yz^2 \xrightarrow{soma\ dos\ expoentes\ da\ parte\ literal\ =\ 6 \rightarrow (3+1+2)} monômio\ do\ 6^\circ\ grau.$$

Nesse caso, o grau será determinado pela soma de 3 + 1 +2 = 6. Logo se trata de um monômio do 6° grau.

MONÔMIOS SEMELHANTES

Observe os monômios a seguir:

$\frac{1}{3}ab$ $2ab$ $-2,5ab$

Esses monômios possuem exatamente a mesma parte literal. Quando monômios possuem exatamente a mesma parte literal, dizemos que eles são **monômios semelhantes**. Veja mais exemplos abaixo:

- Os monômios $3ax^2$ e $-7ax^2$ **são semelhantes**. Note que as partes literais são iguais.

- Os monômios $3x^2y$ e $4xy^2$ **não são semelhantes**. Note que as partes literais são diferentes:

$$x^2y = x \cdot x \cdot y$$
$$xy^2 = x \cdot y \cdot y$$

$$x^2y \neq xy^2$$

ADIÇÕES E SUBTRAÇÕES DE MONÔMIOS

Quando dois monômios são semelhantes, podemos adicioná-los ou subtraí-los da seguinte forma:

- Adicionamos ou subtraímos os coeficientes de acordo com a operação indicada;
- Repetimos a parte literal.

Veja exemplos a seguir:

$$-8h^3 + 6h^3 = (-8+6)\,h^3 = -2h^3$$

$$6,4by - 4,5by = (6,4-4,5)\,by = 1,9by$$

$$\frac{1}{4}x^2 + \frac{5}{6}x^2 = \left(\frac{1}{4}+\frac{5}{6}\right)x^2 = \left(\frac{3}{12}+\frac{10}{12}\right)x^2 = \frac{13}{12}x^2$$

Quando as partes literais são diferentes, **apenas deixamos a adição ou subtração indicadas** com o símbolo da operação. A adição entre os monômios $5a^2$ e $8a$ está indicada a seguir.

$$5a^2 + 8a$$

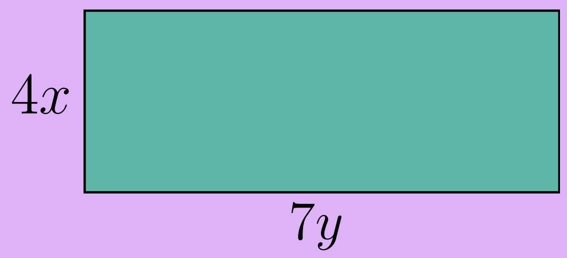
MULTIPLICAÇÃO DE MONÔMIOS

Podemos multiplicar dois monômios, semelhantes ou não, usando o seguinte procedimento:

- Multiplicamos o coeficiente de um monômio pelo coeficiente do outro;
- Multiplicamos as partes literais dos dois monômios. O produto de duas letras diferentes é indicado com a escrita dessas letras próximas uma da outra. No caso de produto de letras iguais, devemos representar esses fatores iguais por meio da potenciação.

Para melhor entendimento, veja a situação a seguir.

As medidas dos lados de um retângulo estão indicadas por monômios na figura abaixo.



A) Represente a área desse retângulo utilizando uma sentença algébrica.

A área de um retângulo pode ser determinada pelo produto entre a medida do comprimento e a medida da largura desse polígono. Assim:

$$4x \cdot 7y = (4 \cdot 7)\, x \cdot y = 28xy$$

B) Calcule o valor dessa área para os valores $x = 5$ cm e $y = 10$ cm.

$$28xy = 28 \cdot 5 \cdot 10 = 1400\ cm^2$$

Veja mais exemplos a seguir:

$$7a \cdot 8b = (7 \cdot 8)\, a \cdot b = 56ab$$

$$6a \cdot 9a = (6 \cdot 9)\, a \cdot a = 54a^2$$

$$4xy \cdot -2x = [4 \cdot (-2)]\, xy \cdot x = -8x^2y$$

$$0,25abc \cdot 6b^2c = (0,25 \cdot 6)\, abc \cdot b^2c = 1,5ab^3c^2$$

$$-\frac{2}{5}x \cdot \left(-\frac{3}{4}y\right) \left[-\frac{2}{5} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)\right] x \cdot y = \frac{6}{20}xy = \frac{3}{10}xy$$

DIVISÃO DE MONÔMIOS

Podemos dividir dois monômios quando o segundo deles representa **um número diferente de zero** (lembre que não podemos dividir por zero). Quando as partes literais forem iguais, dividimos coeficiente por coeficiente e aplicamos propriedade da potenciação na divisão da parte literal. Veja exemplos a seguir:

$$\frac{15x^4}{3x} = \frac{15}{3} \cdot \frac{x^4}{x^1} = 5x^{4-1} = 5x^3$$

$$8xy^2 \div 4xy = \frac{8}{4} \cdot \frac{x^1}{x^1} \cdot \frac{y^2}{y^1} = 2 \cdot x^{1-1} \cdot y^{2-1} = 2x^0 \cdot y^1 = 2y$$

$$\frac{14x^2}{7x^5} = \frac{14}{7} \cdot \frac{x^2}{x^5} = 2x^{2-5} = 2x^{-3} = 2 \cdot \frac{1}{x^3} = \frac{2}{x^3} \quad \text{com } x \neq 0$$

Note no último exemplo que $\frac{2}{x^3}$ não é um monômio. Ou seja, nem toda divisão entre monômios resulta em um monômio. A expressão $\frac{2}{x^3}$ é uma fração algébrica.

POLINÔMIOS

Um *polinômio* nada mais é que a soma algébrica de monômios, ou seja, são mais monômios separados por adição ou subtração entre si.
Exemplos:

$5c^3d - 4ab + 3c^2$ $\quad ax^2 + by + 3$ $\quad -2ab + b - 2xa$ $\quad x^4 - x^3 + x^2 - x + 1$

GRAU DE UM POLINÔMIO

O grau do polinômio é dado pelo monômio de maior grau. Polinômios podem ser formados por uma única variável ou por muitas variáveis. Vamos analisar o grau de um polinômio em cada caso.

Polinômios de única variável

Exemplo: $2x^2 - 3x + 5x - 4$ → note que a variável é x, e o maior expoente que ela tem é 2, então, esse é um polinômio de grau 2.

Polinômios de várias variáveis

Exemplo: $2xy + 4x^2y^3 - 5y^4$
Analisando a parte literal de cada termo, temos que:

$$\begin{aligned} x^1y^1 &\rightarrow grau\ \ 2\ \ (1+1) \\ x^2y^3 &\rightarrow grau\ \ 5\ \ (2+3) \\ y^4 &\rightarrow grau\ \ 4\ \ (4) \end{aligned}$$

Note que o maior termo tem grau 5, então esse é um polinômio de grau 5.

ADIÇÕES E SUBTRAÇÕES DE POLINÔMIOS

Para realizar a adição ou subtração de polinômios, é essencial agrupar termos semelhantes, ou seja, aqueles que possuem a mesma parte literal (mesmas variáveis com os mesmos expoentes).

A adição ou subtração de polinômios consiste em somar ou subtrair os coeficientes dos termos semelhantes, mantendo a parte literal inalterada.

Exemplo 1:
Observe os polinômios $3x^2 + 5x$ e $2x^2 - 3x$. Os termos semelhantes são

$3x^2$ e $2x^2$ $\quad\quad$ $5x$ e $-3x$

Fazendo a soma desses dois polinômios, temos:

$$(3+2)x^2 + (5-3)x$$

$$5x^2 + 2x$$

Exemplo 2:
Some os polinômios $4x^2 + 3x - 5 \quad \text{e} \quad 2x^2 - x + 7$

$$(4x^2 + 3x - 5) + (2x^2 - x + 7)$$

$$4x^2 + 3x - 5 + 2x^2 - x + 7$$

Identificando os termos semelhantes:

$4x^2 \quad \text{e} \quad 2x^2$ $\quad\quad$ $3x \quad \text{e} \quad -x$ $\quad\quad$ $-5 \quad \text{e} \quad +7$

Somando os coeficientes:

$$(4+2)x^2 + (3-1)x + (-5+7)$$

$$6x^2 + 2x + 2$$

Exemplo 3:
Subtraia os polinômios $5x^3 - 4x^2 + 6x - 1 \quad \text{e} \quad 3x^3 + 2x^2 - 4x + 5$

$$5x^3 - 4x^2 + 6x - 1 - (3x^3 + 2x^2 - 4x + 5)$$

$$5x^3 - 4x^2 + 6x - 1 - 3x^3 - 2x^2 + 4x - 5$$

Identificando os termos semelhantes:

$5x^3 \quad \text{e} \quad -3x^3$ $\quad\quad$ $-4x^2 \quad \text{e} \quad -2x^2$ $\quad\quad$ $6x \quad \text{e} \quad 4x$ $\quad\quad$ $-1 \quad \text{e} \quad -5$

Somando os coeficientes:

$$(5-3)\,x^3 + (-4-2)\,x^2 + (6+4)\,x + (-1-5)$$

$$2x^3 + -6x^2 + 10x - 6$$

MULTIPLICAÇÃO DE MONÔMIO POR POLINÔMIO

A multiplicação de um monômio por um polinômio é realizada aplicando a propriedade distributiva da multiplicação sobre a adição. Ou seja, o monômio é multiplicado por cada termo do polinômio, respeitando as propriedades de multiplicação de números e potências.

Multiplicar um monômio por um polinômio significa distribuir o monômio para cada termo do polinômio.

Multiplique os coeficientes e depois some os expoentes das variáveis com a mesma base.

Exemplo 1:

$$x^{2} \cdot x^{3} = x^{2+3} = x^{5}$$

Exemplo 2:

Multiplique o monômio $2x$ pelo polinômio $3x^2 + 4x - 5$:

Distribua o monômio $2x$ para cada termo do polinômio:

$$(2x \cdot 3x^2) + (2x \cdot 4x) + (2x \cdot (-5))$$

Multiplique os coeficientes e some os expoentes das variáveis iguais:

$$2x \cdot 3x^2 = 2x^{1} \cdot 3x^{2} = 6x^{1+2} = 6x^3$$

$$2x \cdot 4x = 2x^{1} \cdot 4x^{1} = 8x^{1+1} = 8x^2$$

$$2x \cdot (-5) = -10x$$

Resultado: $2x \cdot (3x^2 + 4x - 5) = 6x^3 + 8x^2 - 10x$

Exemplo 3:

Multiplique o monômio $-3x^2$ pelo polinômio $5x^3 - 2x + 7$:

$$-3x^2 \cdot (5x^3 - 2x + 7)$$

Distribua o monômio para cada termo do polinômio:

$$(-3x^2 \cdot 5x^3) + (-3x^2 \cdot (-2x)) + (-3x^2 \cdot 7)$$

Multiplique os coeficientes e some os expoentes das variáveis:

$$(-3x^{2} \cdot 5x^{3}) = -15x^{2+3} = -15x^5$$

$$-3x^2 \cdot (-2x) = -3x^{2} \cdot (-2x^{1}) = 6x^{2+1} = 6x^3$$

$$(-3x^2 \cdot 7) = -21x^2$$

Resultado: $-3x^2 \cdot (5x^3 - 2x + 7) = -15x^5 + 6x^3 - 21x^2$

MULTIPLICAÇÃO DE DOIS POLINÔMIOS

A multiplicação de dois polinômios é feita aplicando a propriedade distributiva de forma consecutiva. Isso significa que cada termo de um polinômio deve ser multiplicado por todos os termos do outro polinômio. Após a multiplicação, os resultados são somados ou subtraídos, e os termos semelhantes são agrupados.

Multiplicar dois polinômios consiste em realizar a multiplicação termo a termo, somando os expoentes das variáveis quando as bases forem iguais, e agrupando os termos semelhantes no final.

Escolha um termo do primeiro polinômio. Multiplique-o por todos os termos do segundo polinômio. Repita o processo para todos os termos do primeiro polinômio. Some os termos semelhantes (mesmas variáveis com os mesmos expoentes). Organize os termos em ordem decrescente dos expoentes, se necessário.

Exemplo 1:

Multiplique os polinômios: $(x+2) \quad \text{e} \quad (x-3)$

$$(x+2)\cdot(x-3)$$

Aplique a distributiva

$$(x+2)\cdot(x-3) = x\cdot(x-3) + 2\cdot(x-3)$$

Realize as multiplicações

$x \cdot x = x^2$ $\quad$ $x\cdot(-3) = -3x$ $\quad$ $2\cdot x = 2x$ $\quad$ $2\cdot(-3) = -6$

Some os termos semelhantes:

$$x^2 \overbrace{-\,3x + 2x} - 6 = x^2 - x - 6$$

Resultado: $(x+2)(x-3) = x^2 - x - 6$

Exemplo 2:

Multiplique os polinômios $(2x+3) \quad \text{e} \quad (x^2 - x + 1)$

$$(2x+3)\cdot(x^2-x+1)$$

Aplique a distributiva

$$(2x+3)\cdot(x^2-x+1) = 2x\cdot(x^2-x+1) + 3\cdot(x^2-x+1)$$

Multiplique termo a termo

$2x\cdot x^2 = 2x^3$ $\quad$ $2x\cdot(-x) = -2x^2$ $\quad$ $2x\cdot 1 = 2x$

$3\cdot x^2 = 3x^2$ $\quad$ $3\cdot(-x) = -3x$ $\quad$ $3\cdot 1 = 3$

Some os termos semelhantes:

$$2x^3 \overbrace{-\,2x^2 + 3x^2} \underbrace{+\,2x - 3x} + 3 = 2x^3 + x^2 - x + 3$$

Resultado: $(2x+3)(x^2-x+1) = 2x^3 + x^2 - x + 3$

DIVISÃO DE POLINÔMIO POR MONÔMIO

A divisão de um polinômio por um monômio é realizada dividindo cada termo do polinômio pelo monômio separadamente. Para isso, aplicamos as regras de divisão de números e as propriedades das potências.

Dividir um polinômio por um monômio significa dividir cada termo do polinômio pelo monômio. Essa divisão é feita individualmente para cada termo.

Divida os coeficientes de cada termo do polinômio pelo coeficiente do monômio. Subtraia os expoentes das variáveis que forem iguais.

$$\frac{mx^a}{nx^b} = \frac{m}{n} \cdot x^{a-b}$$

Exemplo 1:

Divida o polinômio $6x^3 - 9x^2 + 12x$ pelo monômio $3x$:

$$\frac{6x^3 - 9x^2 + 12x}{3x}$$

Divida cada termo do polinômio pelo monômio:

$$\frac{6x^3}{3x} - \frac{9x^2}{3x} + \frac{12x}{3x}$$

Simplifique cada termo:

$$\frac{6x^3}{3x} = \frac{6}{3} \cdot \frac{x^3}{x} = 2x^{3-1} = 2x^2$$

$$\frac{-9x^2}{3x} = \frac{-9}{3} \cdot \frac{x^2}{x} = -3x^{2-1} = -3x$$

$$\frac{12x}{3x} = \frac{12}{3} \cdot \frac{x}{x} = 4 \cdot x^{1-1} = 4 \cdot x^0 = 4 \cdot 1 = 4$$

Resultado: $\frac{6x^3 - 9x^2 + 12x}{3x} = 2x^2 - 3x + 4$

Exemplo 2:

Divida o polinômio $8x^4 - 4x^3 + 2x^2$ pelo monômio $2x^2$

$$\frac{8x^4 - 4x^3 + 2x^2}{2x^2}$$

Divida cada termo do polinômio pelo monômio

$$\frac{8x^4}{2x^2} - \frac{4x^3}{2x^2} + \frac{2x^2}{2x^2}$$

Simplifique cada termo

$$\frac{8x^4}{2x^2} = \frac{8}{2} \cdot \frac{x^4}{x^2} = 4x^{4-2} = 4x^2$$

$$\frac{-4x^3}{2x^2} = \frac{-4}{2} \cdot \frac{x^3}{x^2} = -2x^{3-2} = -2x$$

$$\frac{2x^2}{2x^2} = \frac{2}{2} \cdot \frac{x^2}{x^2} = 1 \cdot x^{2-2} = 1 \cdot x^0 = 1 \cdot 1 = 1$$

Resultado: $\frac{8x^4 - 4x^3 + 2x^2}{2x^2} = 4x^2 - 2x + 1$

RESOLVENDO PROBLEMAS MODELADOS COM EXPRESSÕES ALGÉBRICAS

Resolver problemas modelados por expressões algébricas envolve traduzir uma situação real em uma equação ou expressão, e, em seguida, aplicar técnicas algébricas para encontrar a solução. Vamos dividir isso em etapas práticas:

Entenda o problema e defina as variáveis.
- Leia o enunciado cuidadosamente.
- Identifique as variáveis envolvidas e o que está sendo pedido

Modele o problema.
- Traduza as informações do problema para expressões algébricas.
- Use símbolos para representar as variáveis e relacione-as com os dados fornecidos.

Resolva a expressão algébrica.
- Simplifique a expressão, se necessário.
- Caso seja necessário, substitua valores numéricos fornecidos nas variáveis da expressão algébrica.

Verifique se o resultado obtido é mesmo a solução.

Vamos ver isso na prática com um problema: Daqui a 5 anos, Ana terá o dobro da idade de Bruno. Chamando a idade de Bruno de x , escreva uma expressão algébrica para a idade de Ana. Em seguida, determine a idade de atual de Ana caso Bruno tenha idade atual de 8 anos.

Solução:

Definir as variáveis
idade de Bruno atual : x

→

Modelar o problema
Daqui a 5 anos, Ana terá o dobro da idade de Bruno. Assim a idade de Ana será:

$$2 \cdot (x + 5)$$

→

Resolver a expressão algébrica

$$2 \cdot (x + 5)$$

Para $x = 8$, temos:

$$2 \cdot (8 + 5) =$$
$$= 2 \cdot (13) =$$
$$= 26$$

→

Verificar
O resultado da expressão algébrica é a idade de Ana daqui a 5 anos. Como o problema pediu a idade atual dela, devemos subtrair 5 anos. Dessa forma, a solução é **21 anos**.

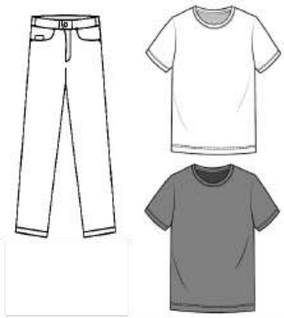
REVISANDO O QUE VOCÊ APRENDEU!

- O valor numérico de uma expressão algébrica é o valor que ela assume quando substituímos cada letra pelo número correspondente e efetuamos as operações indicadas.

- Monômios e polinômios são expressões algébricas que são compostas por números e letras, também conhecidas como variáveis. Os monômios são expressões com um único termo, enquanto os polinômios são expressões com dois ou mais termos.
- Podemos resolver problemas matemáticos com o uso de expressões algébricas. Para isso lembre-se dos seguintes passos:

    1. defina as variáveis;
    2. modele as informações do problema para expressões algébricas;
    3. resolva a expressão algébrica; e
    4. verifique se o resultado está correto e responde à pergunta do problema.

1) Pedro comprou 1 calça de R$ 150,00 e 2 camisas de mesmo valor.
A) Escreva no caderno uma expressão algébrica
que represente o valor total a pagar nessa situação. Use a letra x para representar o valor de uma camisa.



Resposta: $150 + x + x \quad \rightarrow \quad 150 + 2x$

B) Se o preço de 1 camisa é R$ 80,00, então quanto ele gastou?

Resposta:

$$150 + 2 \cdot 80 = 150 + 160 = 310.$$

Logo, o valor gasto foi de R$ 310,00.

2) Determine os valores das variáveis para os quais as expressões algébricas a seguir **não têm valor numérico**.

A) $\dfrac{x-5}{x-4}$ B) $\dfrac{a+b}{1-3a}$ C) $\dfrac{2x}{2+5x}$ D) $\dfrac{a-b}{2-2b}$

Respostas

A) $x - 4 = 0 \rightarrow x = 4$

B) $1 - 3a = 0 \quad \rightarrow \quad -3a = -1 \quad \rightarrow \quad a = \dfrac{-1}{-3} \quad \rightarrow \quad a = \dfrac{1}{3}$

C) $2 + 5x = 0 \rightarrow 5x = -2 \rightarrow x = -\dfrac{2}{5}$

D) $2 - 2b = 0 \rightarrow -2b = -2 \rightarrow b = \dfrac{-2}{-2} \rightarrow b = 1$

Atividades

ATIVIDADE 1

Analise estes monômios: $4lm^2$ l^2

Parte Literal
Coeficiente
Grau: 3

Parte Literal
Coeficiente:1
Grau: 2

Determine o coeficiente, o grau e a parte literal de cada monômio.

A) xy

B) $\frac{2}{3}t^3$

C) $-c^2d^3$

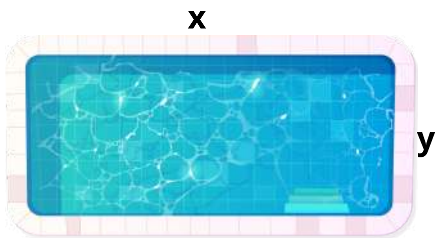
D) $-10a^2$

E) x^3

F) $-20ab$

ATIVIDADE 2

Observe a imagem de uma piscina retangular.



A) Qual é a expressão que representa o perímetro de sua borda?

B) Qual seria o perímetro da borda da piscina para x= 5m e y=3m?

ATIVIDADE 3

Júlia pensou em um número e adicionou 8 a ele. Em seguida, ela multiplicou o resultado por 3 e somou o próprio número. Se chamarmos o número pensado por Júlia de x, podemos representar essa situação com um polinômio. Represente esse polinômio.

ATIVIDADE 4

Paulo escreveu o seguinte polinômio para o cálculo do perímetro de um terreno que ele possui: P = 4x + 6y.

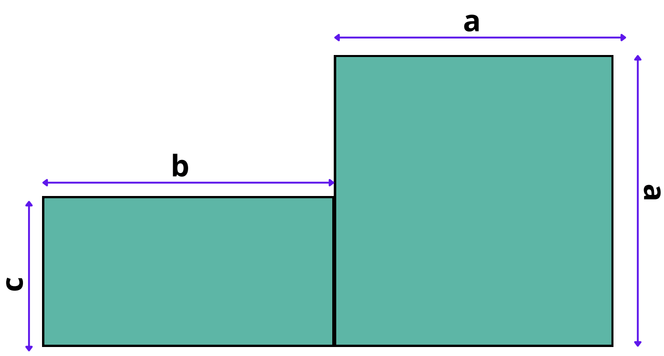
A esposa de Paulo pretende murar o terreno e, para comprar o material, precisa saber a medida do perímetro. Paulo informou a ela que o comprimento (x) e a largura (y) medem, respectivamente, 30 m e 15 m. Utilizando o polinômio acima, qual é o valor do perímetro que a esposa de Paulo encontrou?

ATIVIDADE 5

O formato e as medidas de um terreno estão representados na figura a seguir.

A) A área desse terreno é dada por qual expressão algébrica?

B) Determine a área desse terreno se $a = 12m, b = 15m \ e \ c = 18m.$



ATIVIDADE 6

Considere as expressões algébricas. Cada uma delas indica como deve ser feito o pagamento, em reais, de uma compra, sendo ***E*** o valor da entrada e ***P*** o valor de cada prestação.

LOJA A

$E + 6 \cdot P$

LOJA B

$E + 10 \cdot P$

Na loja **A**, uma geladeira está sendo vendida com entrada de R$ 850,00 e cada uma das prestações no valor de R$ 400,00. Na Loja **B**, a mesma geladeira está sendo vendida com ***E*** = R$ 550,00 e ***P*** = R$ 250,00. Em qual loja a geladeira está mais barata? De quanto é a diferença no valor da geladeira, comparando as ofertas das lojas A e B?

ATIVIDADE 7

Analise os polinômios abaixo:

$$P = 4xy + 3x^2 + 2x - 10$$
$$Q = 2xy - 5x^2 + 2x - 7$$

Efetuando-se corretamente a subtração **P – Q**, temos como resultado:

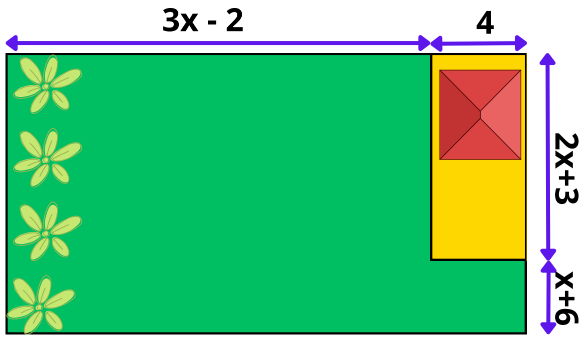
A) $2x^2 + 2xy + x + 3$.
B) $-2x^2 + 2xy + 4x - 3$.
C) $8x^2 + 2xy + 3$.
D) $8x^2 + 2xy - 3$.

ATIVIDADE 8

Na figura a seguir, está representado um terreno onde se construiu uma casa retangular e um jardim.

A) Escreva o polinômio que representa a área do jardim.

B) Atribua 4 para o valor de x e descubra a área do Jardim em, m².



ATIVIDADE 9

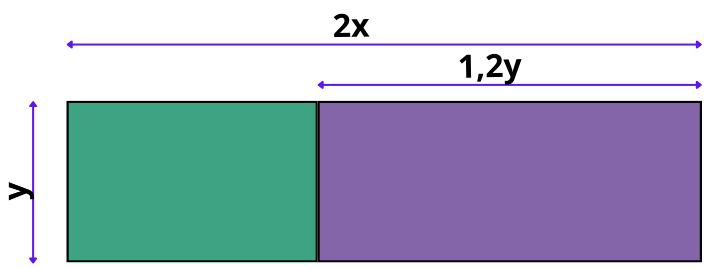
Uma empresa de aluguel de automóveis cobra uma taxa de R$ 60,00 por dia de aluguel mais R$ 3,00 por quilômetro rodado.

A) Que polinômio vai expressar o valor a ser pago por uma pessoa que aluga um automóvel dessa empresa por y dias e percorre x quilômetros?

B) Uma pessoa que alugou um veículo por 6 dias e rodou 150 km, pagará que valor a essa empresa?

ATIVIDADE 10

Escreva o polinômio que representa a área da região verde da figura.



FATORAÇÃO

Fatorar é escrever na forma de produto (multiplicação). A fatoração é um assunto muito útil no trabalho com a Álgebra. É como "quebrar" algo grande em partes menores que, quando multiplicadas, voltam a formar o original. Veja essas duas situações:

1°) Observe como representamos o número 36:

$$36 = 4 \cdot 9$$

Como $4 = 2^2$ e $9 = 3^2$, podemos escrever:

$$36 = 2^2 \cdot 3^2$$

36 foi escrito como ***produto de fatores primos***.
$2^2 \cdot 3^2$ é a forma fatorada prima de 36.

Se escolhêssemos outra decomposição para 36:

$$36 = 12 \cdot 3 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 3}_{12} \cdot 3 = 2^2 \cdot 3^2$$

a fatoração completa seria a mesma.

2°) Observe a expressão numérica:

$$5 \cdot 3 + 5 \cdot 7$$

Ela não está escrita na forma de produto, pois há uma adição de parcelas.
No entanto, como o número 5 multiplica as duas parcelas, podemos usar a propriedade distributiva obtendo:

$$5 \cdot 3 + 5 \cdot 7 = 5 \cdot (3 + 7)$$

Escrevemos a expressão como produto de dois fatores: 5 e $(3+7)$, ou seja, fatoramos a expressão.

Você se lembra?

Os Números Primos são números naturais maiores do que 1 que possuem somente dois divisores, ou seja, são divisíveis por 1 e por eles mesmos. Exemplo:

$$\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, \ldots\}$$

Você se lembra?

A propriedade distributiva estabelece que multiplicar um número pela soma ou pela subtração de dois ou mais termos é equivalente a multiplicar esse número por cada termo individualmente. Exemplo:

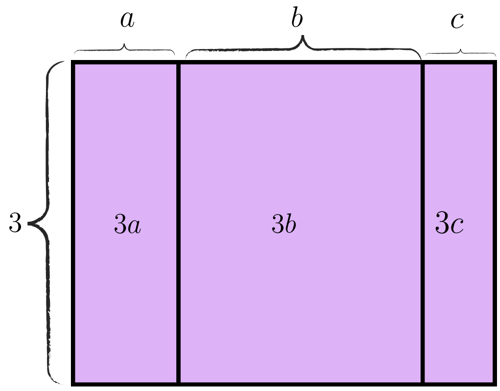
$$2 \cdot (3 + 5) = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 5$$

$$2 \cdot 8 = 6 + 10$$

$$16 = 16$$

E o que tudo isso tem a ver com a Álgebra? Muitos polinômios podem ser fatorados: podemos escrevê-los como produto de outros polinômios, o que frequentemente permite simplificar expressões. Como? Acompanhe os casos a seguir.

IDENTIFICANDO O FATOR COMUM



A área desse retângulo é:

$$3a + 3b + 3c$$

(soma das áreas das figuras que o compõem) ou;

$$3(a + b + c)$$

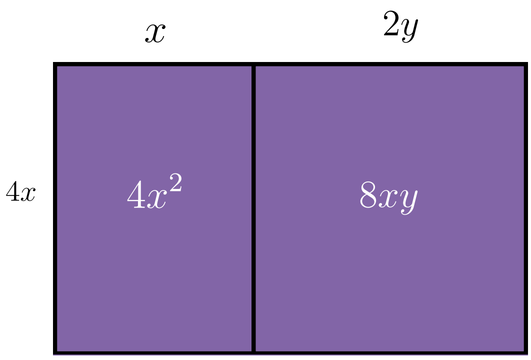
(produto da largura pelo comprimento)

Então,

$$\underbrace{3a + 3b + 3c}_{\text{Polinômio}} = \underbrace{3(a + b + c)}_{\text{Forma fatorada do polinômio}}$$

Observe ainda que, nesse exemplo, *3* é fator comum a todos os termos do polinômio $3a + 3b + 3c$. Na forma fatorada, *3* aparece com destaque. Dizemos que o ***fator comum*** 3 foi colocado em ***evidência***.

Nos próximos exemplos vamos identificar o fator comum e colocá-lo em evidência.



O polinômio que representa sua área é:

$$4x^2 + 8xy$$

$$4x^2 = 4x \cdot x \qquad 8xy = 4x \cdot 2y$$

Nesse caso, o ***fator comum*** a todos os termos do polinômio é $4x$. Colocando $4x$ em ***evidência***, obtemos a forma fatorada do polinômio:

$$4x^2 + 8xy = 4x(x + 2y) \qquad \begin{cases} 4x^2 \div 4x = x \\ 8xy \div 4x = 2y \end{cases}$$

A partir de agora vamos fazer a fatoração, e em seguida conferir reescrevendo o polinômio.

$A)\ 6a^2 + 8a$

$$6a^2 + 8a$$

$$2 \cdot 3 \cdot a \cdot a \qquad 4 \cdot 2 \cdot a$$

Colocamos o fator comum $2a$ em evidência

$$6a^2 \div 2a = 3a$$
$$8a \div 2a = 4$$

$$6a^2 + 8a \rightarrow 2a(3a + 4)$$

Para conferir se a fatoração está correta, use a propriedade distributiva:

$$2a(3a+4) = 2a \cdot 3a + 2a \cdot 4 = 6a^2 + 8a$$

Voltamos ao polinômio original!

$B)\ 3x^2y + 6xy^2 - 2xy$

Colocamos o fator comum xy em evidência

$$3x^2y \quad + \quad 6xy^2 \quad - \quad 2xy$$

$$3 \cdot x \cdot x \cdot y \qquad 6 \cdot x \cdot y \cdot y \qquad 2 \cdot x \cdot y$$

$$3x^2y \div xy = 3x$$
$$6xy^2 \div xy = 6y$$
$$-2xy \div xy = -2$$

$$3x^2y + 6xy^2 - 2xy \quad \rightarrow \quad xy(3x + 6y - 2)$$

Para conferir se a fatoração está correta, use a propriedade distributiva:

$$xy(3x+6y-2) = (xy \cdot 3x) + (xy \cdot 6y) - (xy \cdot 2) = 3x^2y + 6xy^2 - 2xy$$

Voltamos ao polinômio original!

$C)\ 10p^3 + 15p^2$

Colocamos o fator comum $5p^2$ em evidência

$$10p^3 \quad + \quad 15p^2$$

$$2 \cdot 5 \cdot p \cdot p \cdot p \qquad 3 \cdot 5 \cdot p \cdot p$$

$$10p^3 \div 5p^2 = 2p$$
$$15p^2 \div 5p^2 = 3$$

$$10p^3 + 15p^2 \quad \rightarrow \quad 5p^2(2p+3)$$

Para conferir se a fatoração está correta, use a propriedade distributiva:

$$5p^2(2p+3) = (5p^2 \cdot 2p) + (5p^2 \cdot 3) = 10p^3 + 15p^2$$

Voltamos ao polinômio original!

AGRUPAMENTO

Observe o polinômio $ax + ay + bx + by$. Não há fator comum a todos os termos. No entanto podemos encontrar dois grupos onde existe fator comum.

$$\underbrace{ax + ay}_{fator\ \ comum\ \ a} + \underbrace{bx + by}_{fator\ \ comum\ \ b}$$

Agora faremos a fatoração em cada grupo.

$$a(x+y)+b(x+y)$$

Observe que agora temos $(x+y)$ como fator comum. Assim, procedemos novamente com a fatoração. $a(x+y)+b(x+y)$

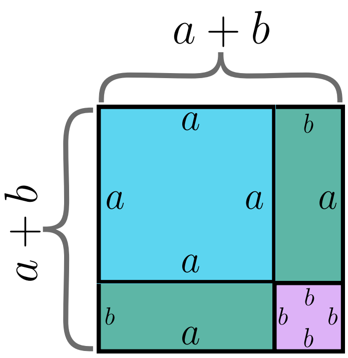
$$a(x+y)+b(x+y) \quad \rightarrow \quad (x+y)\cdot(a+b)$$

PRODUTOS NOTÁVEIS

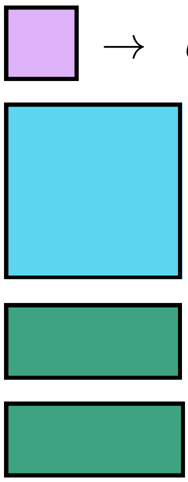
Produtos notáveis são multiplicações de polinômios que aparecem com frequência em problemas de álgebra. Uma maneira interessante para compreender os produtos notáveis é por meio da geometria. Os produtos notáveis são: o ***quadrado da soma***, o ***quadrado da diferença*** e o ***produto da soma pela diferença*** de dois termos.

Quadrado da Soma

Observe o quadrado abaixo:



Vamos obsevar as áreas dos dois quadrados e dos dois retângulos.



$\rightarrow \quad b \cdot b = b^2$

$\rightarrow \quad a \cdot a = a^2$

$\rightarrow \quad a \cdot b = ab$

$\rightarrow \quad a \cdot b = ab$

Somando todas as áreas chegamos ao polinômio que representa a área do quadrado maior de lado $a+b$.

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Fazendo o produto algébrico também chegamos a esse resultado.

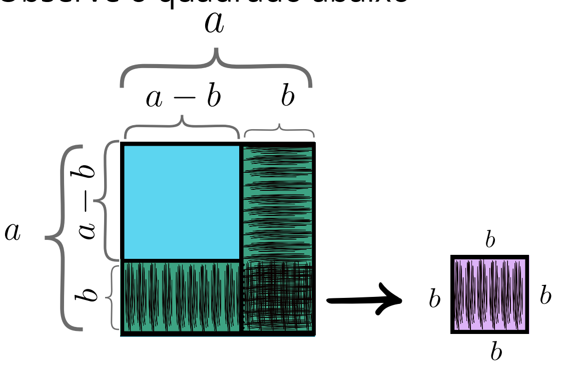
$$= (a+b)^2 =$$
$$= (a+b)\cdot(a+b) =$$
$$= a\cdot(a+b) + b\cdot(a+b) =$$
$$= a^2 + ab + ba + b^2 =$$
$$= a^2 + 2ab + b^2$$

Qual seria a área desse quadrado maior (formado pelas 4 figuras) se os valores de ***a*** e ***b*** fossem, respectivamente, ***4*** cm e ***2*** cm?
Para descobrir basta fazer a substituição das variáveis e calcular o valor numérico.

$$a^2 + 2ab + b^2 =$$
$$4^2 + 2\cdot 4\cdot 2 + 2^2 =$$
$$16 + 16 + 4 =$$
$$36 \ cm^2$$

Quadrado da Diferença

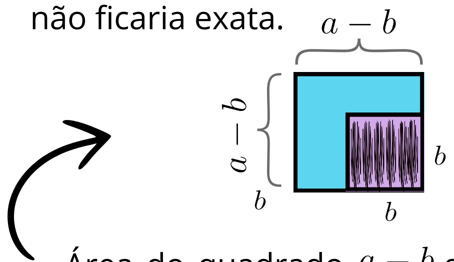
Observe o quadrado abaixo



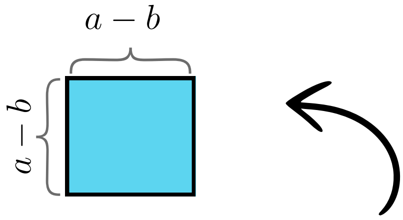
Ao subrair os dois retângulos de área ***ab,*** acabamos retirando um quadradinho de lado **b** a mais.
Repondo esse quadradinho de lado ***b*** temos a seguinte expressão:

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Se não repormos esse quadradinho de lado **b**, a área do quadrado $a-b$ não ficaria exata.



Área do quadrado $a-b$ sem a reposição do quadradinho de lado ***b***.



Área do quadrado $a-b$ com a reposição do quadradinho de lado **b**.

Fazendo o produto algébrico também chegamos a esse resultado.

$$(a-b)^2 =$$

$$(a-b)\cdot(a-b) =$$

$$a(a-b) - b(a-b) =$$

$$a^2 - ab - ba + b^2 =$$

$$a^2 - 2ab + b^2$$

Qual seria a área desse quadrado se os valores de ***a*** e ***b*** fossem, respectivamente, ***5*** cm e ***3*** cm?
Para descobrir basta fazer a substituição das variáveis e calcular o valor numérico.

$$a^2 - 2ab + b^2 =$$

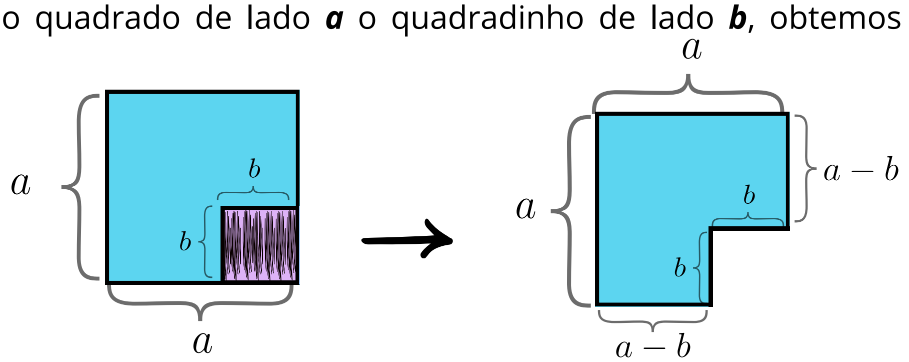
$$5^2 - 2\cdot 5\cdot 3 + 3^2 =$$

$$25 - 30 + 9 =$$

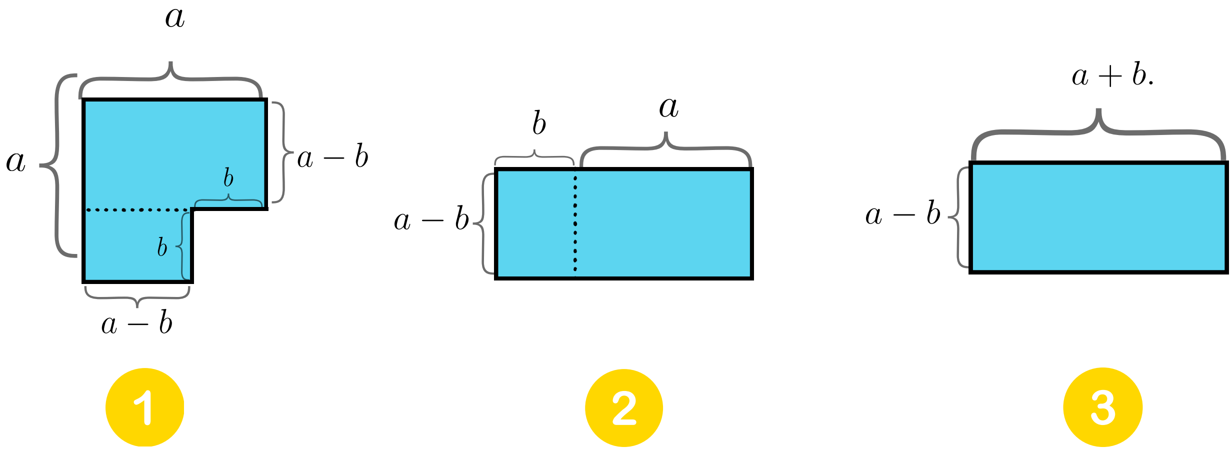
$$4\ cm^2$$

Produto da soma pela diferença de dois termos

Ao subrair do quadrado de lado ***a*** o quadradinho de lado ***b***, obtemos o polígono abaixo.



Podemos reagrupar esse polígono em um retângulo de lados $a - b$ e $a + b$.
Veja a sequência de figuras (ordem 1, 2 e 3) para entender melhor:



Fazendo o produto algébrico também chegamos a uma diferença de quadados.

$$(a + b) \cdot (a - b) =$$

$$= a \cdot (a - b) + b \cdot (a - b) =$$

$$= \ a^2 - ab + ab - b^2 =$$

$$= \boxed{a^2 - b^2}$$

Qual seria a área desse retângulo se os valores de ***a*** e ***b*** fossem, respectivamente, **9** cm e ***6*** cm?
Para descobrir basta fazer a substituição das variáveis e calcular o valor numérico.

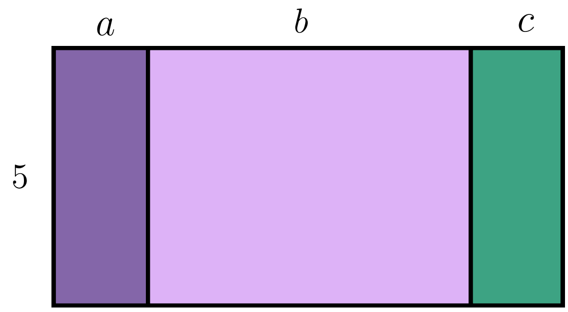
$$\begin{aligned}(a + b) \cdot (a - b) &= a^2 - b^2\\ &= 9^2 - 6^2\\ &= 81 - 36\\ &= 45 \ cm^2\end{aligned}$$

REVISANDO O QUE VOCÊ APRENDEU!

- **Fatoração algébrica:** é transformar uma soma ou uma subtração em um produto. A fatoração algébrica é o processo pelo qual polinômios podem ser fatorados, sendo escritos como produto de outros polinômios.
- **Produtos notáveis:** Produtos notáveis são multiplicações de polinômios que aparecem com frequência em problemas de álgebra.
- **Quadrado da soma de dois termos**: o quadrado do primeiro termo, mais duas vezes o primeiro vezes o segundo termo, e o quadrado do segundo termo.
$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
- **Quadrado da diferença de dois termos**: o quadrado do primeiro termo menos duas vezes o primeiro vezes o segundo termo, e o quadrado do segundo termo.
$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
- **Produto da soma pela diferença de dois termos**: o quadrado do primeiro menos o quadrado do segundo termo.
$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

Exercicios Resolvidos

1) Observe a figura:



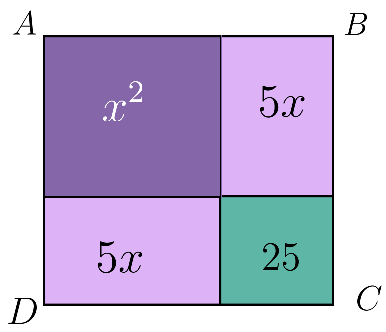
A área total do retângulo é $5a + 5b + 5c$. Qual é a forma fatorada dessa expressão?
Resposta:
Observe que o fator comum nos três termos é o 5. Logo colocaremos o 5 em evidência. Vamos dividir cada termo da expressão algébrica por 5. O resultado dessa divisão será colocado entre parêntesis.

$$5a \div 5 = a$$
$$5b \div 5 = b$$
$$5c \div 5 = c$$

$$\boxed{5a + 5b + 5c \quad \rightarrow \quad 5(a + b + c)}$$

Portanto a forma fatorada será: $5(a + b + c)$.

2) Na figura abaixo temos um quadrado grande (ABCD) formado por quatro polígonos: dois retângulos e dois quadrados menores.



A) Qual é a área do quadrado ABCD?
Resposta: Basta somar as áreas das quatro partes indicadas.

$$x^2 + 5x + 5x + 25 = x^2 + 10x + 25$$

B) Qual é a área desse quadrado quando $x = 3cm$?

Resposta: Faremos a substituição da variável x por 3 .

$$x^2 + 10x + 25 =$$
$$3^2 + 10 \cdot 3 + 25 =$$
$$9 + 30 + 35 =$$
$$74\ cm^2$$

3) Pedro usou a fatoração da diferença de quadrados para calcular facilmente $2001^2 - 1999^2$. Qual a resposta correta encontrada por Pedro?

Resposta: observe que temos nessa expressão uma diferença de quadrados. Portanto basta aplicar o produto notável da soma pela diferença de dois termos.

$$2001^2 - 1999^2 = (2001 + 1999) \cdot (2001 - 1999) = 4000 \cdot 2 = 8000.$$

4) Um contador em uma empresa foi questionado sobre o número de relatórios que ele revisou em determinado dia. Ele respondeu:

"O número de relatórios que revisei é igual a $(14,5)^2 - (9,5)^2$ *".*

Qual foi total de relatórios revisados?

Resposta: Para resolver a questão usando o produto da soma pela diferença, aplicamos a fórmula geral:

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

O contador afirmou que o número de relatórios revisados foi igual a $(14,5)^2 - (9,5)^2$. Podemos aplicar a fórmula com $a = 14,5\ e\ b = 9,5.$ Substituindo na fórmula e calculando os valores:

$$(14,5 + 9,5) \cdot (14,5 - 9,5) =$$
$$= 24 \cdot 5 =$$
$$= 120$$

Foram revisados 120 relatórios.

5) No Espírito Santo, a produção de rapadura é uma tradição muito valorizada, especialmente em comunidades rurais. Em uma fazenda, os produtores estão organizando a distribuição de rapaduras em dois tipos de caixas: caixas grandes e caixas pequenas. Um produtor percebeu que a diferença de quantidades de rapadura armazenada nas duas caixas pode ser calculada pela seguinte expressão:

$$(3y - 4)(3y + 4) - (3y - 4)^2$$

A) Simplifique essa expressão utilizando os conceitos de produtos notáveis para encontrar o polinômio que representa a diferença de quantidades de rapadura armazenada entre os dois tipos de caixas.

Resposta: Calcularemos o valor da expressão algébrica: $(3y - 4)(3y + 4) - (3y - 4)^2$

Sabemos que o primeiro produto é o produto da soma pela diferença, então temos que:

$$(3y)^2 - 4^2 - (3y - 4)^2 \Rightarrow 9y^2 - 16 - (3y - 4)^2$$

O termo $-(3y - 4)^2$ é o simétrico de um produto notável conhecido como quadrado da diferença. Desenvolvendo o termo, temos que:

$$9y^2 - 16 - (9y^2 - 2 \cdot 3y \cdot 4 + 16) =$$
$$= 9y^2 - 16 - 9y^2 + 24y - 16 =$$
$$= 24y - 32$$

O polinômio que representa a diferença de quantidades de rapadura armazenada entre os dois tipos de caixas é $24y - 32$.

B) Calcule o valor numérico da diferença de quantidades de rapadura entre as caixas quando $y = 5$.

Resposta: Substituindo o valor de y no polinômio $24y - 32$, temos:

$$24 \cdot 5 - 32 =$$
$$= 120 - 32 =$$
$$= 88$$

O valor numérico é 88.

Atividades

ATIVIDADE 1

Identifique o fator comum dos polinômios a seguir.

A) $2a + 2b$

B) $10ab + 5b$

C) $18x^3y^2 - 12x^2y$

D) $ax + bx + cx + dx$

E) $3bm - 3bx - 3bn$

F) $2x^2y + 8xy - 4xyz$

ATIVIDADE 2

Observe os polinômios abaixo. Identifique o fator comum e coloque-o em evidência.

A) $6m + 6n$

B) $5r + 10s$

C) $3w + 6y + 9z$

D) $c^2 + c^3 + c^4 + c^5$

E) $-2q^2 - 4q^3 - 6q^4 - 8q^5$

F) $-15p^5 - 35p^2y + 25p^3$

ATIVIDADE 3

Fatore os seguintes polinômios usando a fatoração por agrupamento.

A) $x^2 - 2x + yx - 2y$

B) $a^2 + 3a - 2a - 6$

C) $xb - 3x + yb - 3y$

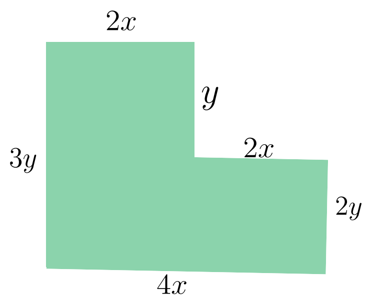
D) $xy - 2x + y - 2$

E) $2x + 2 + 3bx + 3b$

F) $x^2 - 3x + yx - 3y$

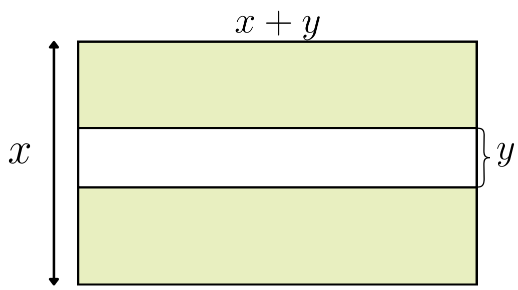
ATIVIDADE 4

A figura a seguir representa um canteiro, com as medidas de seus lados indicadas. Determine o polimônio que represente o perímetro desse canteiro.



ATIVIDADE 5

A figura é formada por retângulos. Escreva uma expressão simplificada para a área da parte colorida da figura.



ATIVIDADE 6

Escreva os polinômios abaixo de forma fatorada.

A) $y^2 - 49$ B) $x^2 - 64$ C) $y^2 - 16$ D) $25x^2 - 100$

E) $16z^2 - 9$ F) $4a^2 - 25$ G) $m^4 - 36$ H) $4 - 49w^2$

ATIVIDADE 7

Alessandra efetuou a multiplicação $(x+1)\cdot(x-3)$ no caderno.

$$(x+1)\cdot(x-3) = x^3 + 3$$

A resposta dada por Alessandra está correta? Faça você mesmo a resolução e verifique se a resposta dada por ela está correta.

ATIVIDADE 8

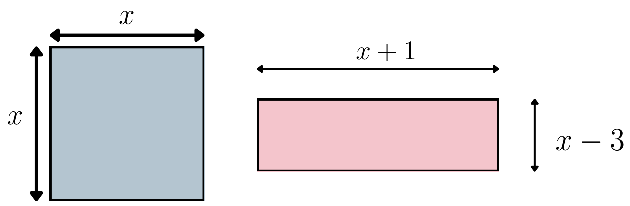
Desenvolva os produtos notáveis abaixo.

A) $(x+y)^2$ B) $(2a+b)^2$ C) $(x-5y)^2$ D) $(3-a^3)^2$

E) $(f-3)^2$ F) $(-2g-5)^2$ G) $(-yz-10)^2$ H) $(-4h-3j)^2$

ATIVIDADE 9

A área do quadrado excede a área do retângulo em $13\ cm^2$.



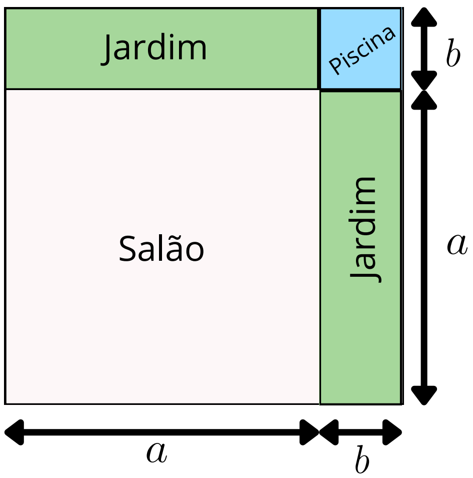
A) Qual é a medida do lado do quadrado?

B) Qual é o perímetro do quadrado?

C) Qual é o perímetro do retângulo?

ATIVIDADE 10

O desenho representa a planta de um clube construído sobre um terreno quadrado.



Indique os locais que representam as expressões:

A) a^2

C) $2ab$

B) b^2

D) $(a+b)^2$

RETOMANDO O QUE APRENDEMOS

Chegou o momento de pensar sobre o que você aprendeu nesse capítulo.

As Expectativas de Aprendizagem apresentadas no início indicavam os principais objetivos do estudo. Agora, vale a pena refletir: o quanto você avançou em relação a cada um deles?

Reflita sobre sua aprendizagem

- Consigo identificar a regularidade em sequências numéricas ou figurais, diferenciando as representações recursivas das não recursivas?
- Sou capaz de escrever um algoritmo passo a passo (em linguagem natural) que permita encontrar os próximos termos de uma sequência?
- Consigo construir fluxogramas que representem a lógica de formação de uma sequência de números ou figuras?
- Consigo traduzir padrões observados em sequências de números racionais para uma representação algébrica?
- Compreendo o conceito de recursão e consigo aplicá-lo para construir sequências numéricas?
- Conheço e compreendo o funcionamento básico de uma linguagem de programação em blocos?
- Consigo calcular corretamente o valor numérico de expressões algébricas, respeitando as propriedades das operações?
- Sou capaz de identificar monômios e polinômios, bem como efetuar operações de adição, subtração, multiplicação e divisão com eles?
- Consigo identificar o fator comum em um polinômio e utilizar a fatoração para reescrevê-lo de forma simplificada?
- Sou capaz de resolver e elaborar problemas de diferentes contextos utilizando expressões algébricas e suas propriedades?

Autoavaliação

Marque a opção que melhor representa como você se sente em relação ao seu aprendizado neste capítulo:

Expectativa de Aprendizagem	Consegui compreender bem	Compreendi parcialmente	Preciso revisar
Identificar a regularidade de sequências numéricas ou figurais (recursivas e não recursivas).	○	○	○
Escrever algoritmos e construir fluxogramas para indicar termos de uma sequência.	○	○	○
Representar algebricamente o padrão de uma sequência de números racionais.	○	○	○
Construir sequências numéricas utilizando a técnica de recursão.	○	○	○
Conhecer uma linguagem de programação em blocos.	○	○	○
Calcular o valor numérico de expressões algébricas.	○	○	○
Identificar e operar com monômios e polinômios (adição, subtração, multiplicação e divisão).	○	○	○
Utilizar a fatoração para reescrever polinômios.	○	○	○
Resolver problemas que envolvam o cálculo de expressões algébricas.	○	○	○
Elaborar problemas que envolvam o cálculo de expressões algébricas.	○	○	○

Dica: Revise os tópicos que você marcou como "**preciso revisar**" e converse com seu(sua) professor(a) sobre as dúvidas. Aprender Matemática é um processo que se fortalece com a prática e com o diálogo.

Referências

Andrini, Álvaro; Vasconcellos, Maria José. Praticando Matemática 7. 4. ed. renovada. São Paulo: Editora do Brasil, 2015. (v. 7)

Andrini, Álvaro; Vasconcellos, Maria José. Praticando Matemática 7. 4. ed. renovada. São Paulo: Editora do Brasil, 2015. (v. 8)

Brasil Escola. Produtos Notáveis. Disponível em: https://brasilescola.uol.com.br/matematica/produtos-notaveis.htm

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. Matemática em contextos: Análise combinatória, Probabilidade e computação. 1. ed. São Paulo: Ática, 2020.

DANTE, Luiz Roberto. Tudo é Matemática, 7º ano. 3. ed. São Paulo: Ática, 2009. Plataforma Compartilha.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. Teláris Essencial: Matemática 7º ano. 1. ed. São Paulo: Ática, 2022.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. Teláris Essencial: Matemática 8º ano. 1. ed. São Paulo: Ática, 2022.

GIOVANNIJUNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. A Conquista da Matemática, 8º ano. Ed. renovada. São Paulo: FTD, 2009.

IMPA. Na Folha de S. Paulo: Marcelo Viana fala da Plimpton 322. Disponível em: https://impa.br/noticias/na-folha-de-s-paulo-marcelo-viana-fala-da-plimpton-322/

IMPA. Portal da OBMEP: Matemática. Disponível em: https://portaldaobmep.impa.br/. Acesso em: 26 nov. 2024.

Moderna Compartilha. Disponível em: https://lms30.santillanacompartir.com/cmscomp-content/COMP-autoexec/UNO_CMS/Pais/Brasil/Compartilha/2021/EF2_2021/Moderna_Compartilha_Matematica/8ANO/001_056_PDF_M7_C_M02_LD_M20. Acesso em: 8 dez. 2024.

Referências

PEREIRA, Ricardo Reis; SOUZA, Jerffeson Teixeira de; BEZERRA, Jeandro de Mesquita. Algoritmos e Programação. 3. ed. Fortaleza: [s.n.], 2013. Disponível em: https://www.uece.br/cct/wp-content/uploads/sites/28/2021/07/Algoritimos.pdf. Acesso em: 17 ago. 2025.

SCRATCH. Getting Started. Disponível em: https://scratch.mit.edu/projects/editor/?tutorial=getStarted. Acesso em: 05 out. 2025.

SOUZA, Joamir Roberto de. Matemática: Realidade & Tecnologia, 9º ano. 1. ed. São Paulo: FTD, 2018.

STEINMETZ, Ernesto Henrique Radis; FONTES, Roberto Duarte. Cartilha: Lógica de Programação. Brasília, DF: IFB, 2012.