



# Rotinas Pedagógicas Escolares

3<sup>a</sup>  
Série

Primeiro  
Trimestre

Matemática

GOVERNO DO ESTADO  
DO ESPÍRITO SANTO  
Secretaria da Educação





**GOVERNO DO ESTADO  
DO ESPÍRITO SANTO**  
*Secretaria da Educação*

**Governador**

**JOSÉ RENATO CASAGRANDE**

**Secretário de Estado da Educação**

**VITOR AMORIM DE ANGELO**

**Subsecretária da Educação Básica e Profissional**

**ANDRÉA GUZZO PEREIRA**

**Gerente de Currículo da Educação Básica**

**ALEIDE CRISTINA DE CAMARGO**

**Subgerente de Desenvolvimento Curricular da Educação Básica**

**MARCOS VALÉRIO GUIMARÃES**

**Subgerente de Educação Ambiental**

**ALDETE MARIA XAVIER**

**2026**

## **Coordenador-geral das Rotinas Pedagógicas Escolares**

MARCOS VALÉRIO GUIMARÃES

## **Coordenadores do componente curricular**

GABRIEL LUIZ SANTOS KACHEL

LAIANA MENEGUELLI

RAYANE SALVIANO DE OLIVEIRA SILVA

WELLINGTON ROSA DE AZEVEDO

WILLIAM MANTOVANI

## **Validadores das Rotinas Pedagógicas Escolares**

JÉSSICA MONTEIRO FALQUETTO

THIAGO CÉZAR DE PÁDUA ROSA

ORGANDI MONGIN ROVETTA

CARLOS EDUARDO MORAES PIRES

## **Professores bolsistas responsáveis pela elaboração das Rotinas Pedagógicas Escolares**

### **5º ano EF**

FRANCIELY GOMES FAVERO FERREIRA

PAULA AVAREZ CABANÊZ

SILVANA COCCO DALVI

### **9º ano EF**

AMECKSON DE SOUZA FERREIRA

LILIAN CRISTINA RODRIGUES SARMENTO

### **6º ano EF**

KARLA SOUTO DE AMORIM

MAYARA DOS SANTOS ZANARDI

### **1ª série EM**

ANATIELLI LEILIANE PEREIRA SANTANA

FABRÍCIO OLIVEIRA SOUZA

### **7º ano EF**

DAVI MARCIO BERMUDES LINO

HELIONARDO THOMAZ ALVES LOURENÇO

### **2ª série EM**

HAROLDO CABRAL MAYA

SEBASTIÃO ALMEIDA MOTA

### **8º ano EF**

NAFTALY CRISTAL FÉLIX

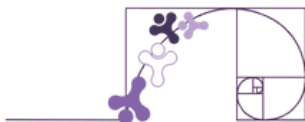
FABIANA BUENO

### **3ª série EM**

HIGOR SOARES MAJONI

MAURÍCIO DE OLIVEIRA CELERI

# Sumário



## Apresentação

Organização do Material .....	05
Avaliação de Monitoramento da Aprendizagem (AMA) .....	07

## CAPÍTULO 1 - Contagem e probabilidade

Material extra .....	09
Contagem, agrupamentos ordenáveis e não ordenáveis (Gabarito) .....	10
Conexão Enem (Gabarito) .....	17
Conceitos básicos de probabilidade (Gabarito) .....	19
Cálculo de probabilidade: União de dois eventos (Gabarito) .....	23
Cálculo de probabilidade: Probabilidade condicional (Gabarito) .....	30
Eventos independentes (Gabarito) .....	35
Conexão Enem (Gabarito) .....	42

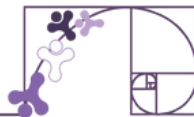
## CAPÍTULO 2 - Organização de dados, medidas de tendência central e de dispersão

Material extra .....	47
Tabelas, gráficos de frequência e infográficos (Gabarito) .....	48
Conexão Enem (Gabarito) .....	54
Dados agrupados em classe e medidas resumo de uma amostra (Gabarito) .....	55
Conexão Enem (Gabarito) .....	60
Investigando a variabilidade dos dados (Gabarito) .....	62
Conexão Enem (Gabarito) .....	68
A natureza estatística e conceitos básicos da estatística descritiva (Gabarito) .....	69
Conexão Enem (Gabarito) .....	72

## CAPÍTULO 3 - Semelhança de triângulos e relações métricas no triângulo retângulo

Material extra .....	75
Semelhança de triângulos e relações métricas no triângulo retângulo (Gabarito) ..	76
Conexão Enem (Gabarito) .....	80

# Apresentação



Prezado(a) professor(a), a presente apostila apoia o desenvolvimento do percurso curricular de Matemática do 1º trimestre de 2026, previsto para os(as) estudantes da 3ª série do Ensino Médio das escolas da rede estadual do Espírito Santo.

Este volume está dividido em **três capítulos**. As habilidades e respectivos descritores do PAEBES\* contemplados em cada capítulo estão expostos no quadro a seguir. Para um detalhamento deste percurso curricular, incluindo as expectativas de aprendizagem das habilidades, consulte o documento de Orientações Curriculares de Matemática do Ensino Médio, disponível em: <https://curriculo.sedu.es.gov.br/curriculo/>.

## Capítulo 1: Contagem e Probabilidade

Habilidade	Descritor(es) do PAEBES
(EM13MAT310) Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore.	D042_M Utilizar o princípio multiplicativo de contagem na resolução de problema.
(EM13MAT311) Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade.	D042_M Utilizar o princípio multiplicativo de contagem na resolução de problema. D065_M Resolver problema envolvendo noções de probabilidade.
(EM13MAT312) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos.	D065_M Resolver problema envolvendo noções de probabilidade.

\*Programa de Avaliação da Educação Básica (Paebes): Avalia o progresso dos(as) estudantes ao final de cada etapa de ensino (Ensino Fundamental – Anos Iniciais e Anos Finais, Ensino Médio). Por ser uma avaliação somativa, o Paebes é uma importante ferramenta para o planejamento de ações pedagógicas, fornecendo indicadores que orientam a implementação, reformulação e monitoramento de políticas educacionais voltadas à promoção da equidade e qualidade da educação no Espírito Santo.



## Capítulo 2: Organização de dados, medidas de tendência central e de dispersão

Habilidade	Descritor(es) do PAEBES
(EM13MAT406) Construir e interpretar tabelas e gráficos de frequências com base em dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas, incluindo ou não o uso de softwares que inter-relacionem estatística, geometria e álgebra.	D064_M Utilizar informações apresentadas em tabelas ou gráficos na resolução de problemas.
(EM13CO21)** Comunicar ideias complexas de forma clara por meio de objetos digitais como mapas conceituais, infográficos, hipertextos e outros.	Não é avaliado.
(EM13MAT316) Resolver e elaborar problemas, em diferentes contextos, que envolvem cálculo e interpretação das medidas de tendência central (média, moda, mediana) e das medidas de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão).	D066_M Utilizar medidas de tendência central na resolução de problemas.
(EM13MAT102) Analisar tabelas, gráficos e amostras de pesquisas estatísticas apresentadas em relatórios divulgados por diferentes meios de comunicação, identificando, quando for o caso, inadequações que possam induzir a erros de interpretação, como escalas e amostras não apropriadas.	D063_M Corresponder listas e/ou tabelas simples aos gráficos que as representam.  D064_M Utilizar informações apresentadas em tabelas ou gráficos na resolução de problemas.

\*\* As habilidades cujos códigos estão na estrutura EM13CO pertencem ao Currículo da Computação do Espírito Santo do Ensino Médio que será implementado em 2026 de forma transversal pelos componentes curriculares.

## Capítulo 3: Semelhança de triângulos e relações métricas

Habilidade	Descritor(es) do PAEBES
EM13MAT308 Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos.	D049_M Utilizar relações métricas em um triângulo retângulo na resolução de problemas.  D119_M Identificar triângulos semelhantes mediante o reconhecimento de relações de proporcionalidade.



## AVALIAÇÃO DE MONITORAMENTO DA APRENDIZAGEM (AMA)

Aplicada trimestralmente, essa avaliação permite o acompanhamento contínuo do desempenho dos(as) estudantes nos componentes de Língua Portuguesa e Matemática. A AMA subsidia a preparação para as avaliações externas, como o Saeb e o Paebes, além de contribuir para a identificação e recuperação das fragilidades de aprendizagem em cada trimestre letivo.

Os descritores abordados no Capítulo 1 da presente apostila **estão previstos** para compor a Matriz de Referência da 1ª edição da AMA de 2026.

Dessa forma, Professor(a), o planejamento das aulas e a gestão do tempo são imprescindíveis no sentido de que sejam oferecidas aos(às) estudantes oportunidades de desenvolvimento das habilidades constantes no Capítulo 1 antes do período de aplicação da avaliação.

# Rotinas Pedagógicas Escolares

## Matemática

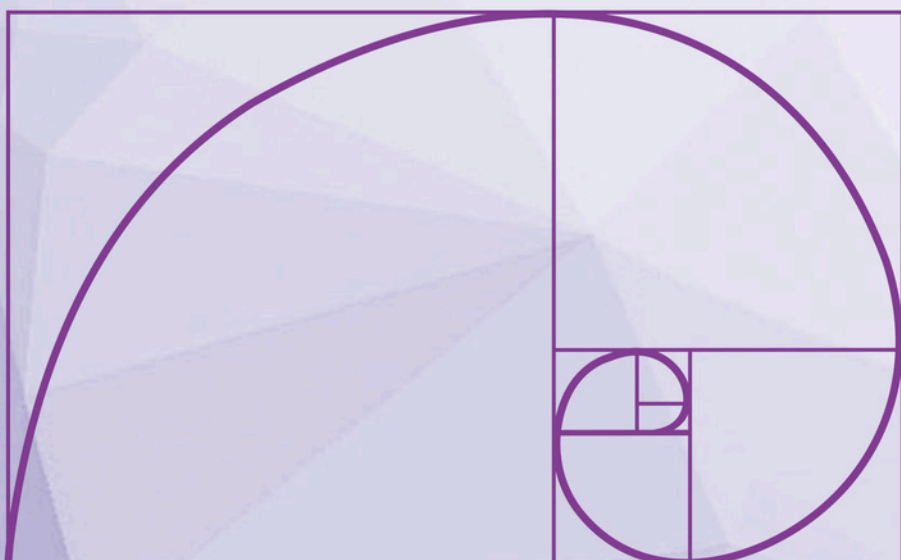


GOVERNO DO ESTADO  
DO ESPÍRITO SANTO  
Secretaria da Educação

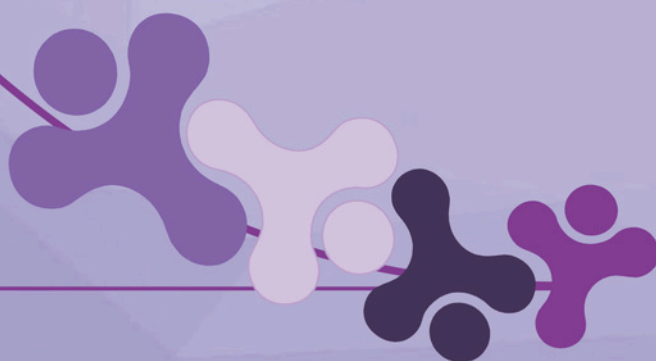
SEDU 2026

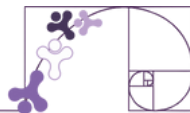


Gerência de Currículo  
da Educação Básica



## Capítulo 1: Contagem e Probabilidade





## SITE

### Portal da Matemática - OBMEP

A seção “O que é probabilidade?” e “Ferramentas básicas” traz vídeos sobre os conteúdos tratados neste material estruturado. Para ter acesso, basta [clique aqui](#) ou via QR-Code (ao lado).



### Portal da Matemática - OBMEP

A seção “Noções básicas” traz vídeos sobre os conteúdos tratados neste material estruturado. Para ter acesso, basta [clique aqui](#) ou via QR-Code (ao lado).



### Portal da Matemática - OBMEP

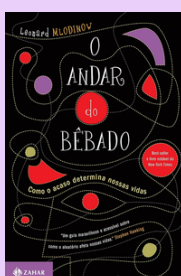
A seção “Probabilidade condicional” traz vídeos sobre os conteúdos tratados neste material estruturado. Para ter acesso, basta [clique aqui](#) ou via QR-Code (ao lado).



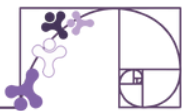
## LEITURAS

### Mais um papel da divisão na Análise Combinatória

Disponível no espaço “Sala de leitura”, o texto apresenta algumas discussões e problemas sobre conceitos de Análise Combinatória. Para ter acesso, basta [clique aqui](#) ou via QR-Code (ao lado).



Em “**O Andar do Bêbado**”, Leonard Mlodinow, apresenta um panorama interessante sobre a aleatoriedade da antiguidade aos dias atuais. Já em “**A Fascinante História da matemática**”, Mickal Launay, no capítulo 15, apresenta uma ideia geral do desenvolvimento da probabilidade.



## CONTAGEM, AGRUPAMENTOS ORDENÁVEIS E NÃO ORDENÁVEIS

### ATIVIDADE 1

a) Listando todos os números possíveis de dois dígitos distintos escolhidos usando os algarismos 1, 2, 3 e 4, onde a ordem importa:

- Algarismo da dezena 1 = 12, 13, 14
- Algarismo da dezena 2 = 21, 23, 24
- Algarismo da dezena 3 = 31, 32, 34
- Algarismo da dezena 4 = 41, 42, 43

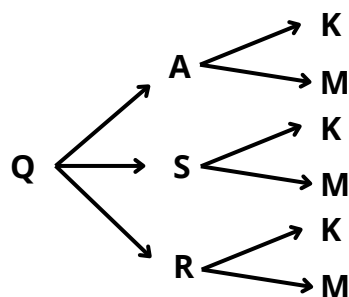
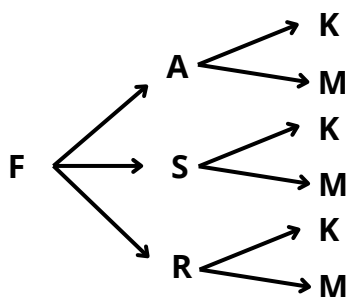
Lista completa (em ordem crescente): **12, 13, 14, 21, 23, 24, 31, 32, 34, 41, 42, 43**

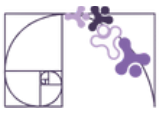
b) Total de agrupamentos possíveis: É possível formar 12 agrupamentos diferentes de dois algarismos distintos com os cartões dados.

### ATIVIDADE 2

a) Para a construção do diagrama, iremos utilizar a primeira letra de cada ingrediente, exemplo, F para frango. Assim teremos:

- Primeiro nível ( escolha do recheio (**4 opções**: frango, carne, queijo, palmito)
- Segundo nível: para cada recheio, escolha da bebida (**3 opções**: água, suco, refrigerante)
- Terceiro nível: para cada combinação de recheio e bebida, escolha do molho (**2 opções**: ketchup, maionese)





Assim, o diagrama se ramifica em  $4 \times 3 \times 2 = 24$  finais, cada um representando uma agrupamento possível.

**b) Lista de agrupamentos:** (FAK), (FAM), (FSK), (FSM), (FRK), (FRM), (CAK), (CAM), (CSK), (CSM), (CRK), (CRM), (QAK), (QAM), (QSK), (QSM), (QRK), (QRM), (PAK), (PAM), (PSK), (PSM), (PRK), (PRM).

c) Número total de agrupamentos: Multiplicamos o número de opções em cada categoria: 4 (recheios) . 3 (bebidas) . 2 (molhos) e chamaremos de princípio fundamental da contagem - P.F.C.

$$\text{P.F.C} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{possibilidades}}}{4} \cdot \underset{\substack{\uparrow \\ \text{possibilidades}}}{3} \cdot \underset{\substack{\uparrow \\ \text{possibilidades}}}{2} = 24 \text{ agrupamentos diferentes.}$$

## ATIVIDADE 3

a) O aluno pode escolher apenas uma atividade, que pode ser um esporte ou um jogo de tabuleiro.

- Número de modalidades esportivas: 4 (futsal, vôlei, basquete, tênis de mesa)
- Número de jogos de tabuleiro: 3 (xadrez, dama, dominó)

Total de escolhas possíveis =  $4 + 3 = 7$  maneiras diferentes

b) O aluno pode escolher uma modalidade esportiva e um jogo de tabuleiro.

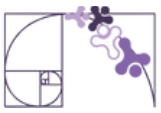
- Número de esportes: 4
- Número de jogos: 3

Total de escolhas possíveis =  $4 \cdot 3 = 12$  maneiras diferentes

**Justificativa:** Questão a: Princípio Aditivo: Quando temos escolhas alternativas e exclusivas (ou isso, ou aquilo), usamos o princípio aditivo.

Questão b: Princípio Multiplicativo. Quando temos escolhas combinadas e independentes (isso e aquilo), usamos o princípio multiplicativo.





c) anagramas da palavra: CASA

Letras: C, A, S, A → 4 letras, com A repetido

permutação com elementos repetidos:  $P_4^{2!} = \frac{4!}{2!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot \cancel{2!}}{\cancel{2!}} = 4 \cdot 3 = 12$

d) anagramas da palavra: SOCORRO

Letras: S, O, C, O, R, R, O → total de 7 letras

Repetições:

- O aparece 3 vezes
- R aparece 2 vezes

permutação com elementos repetidos:

$$P_7^{3! \cdot 2!} = \frac{7!}{3! \cdot 2!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot \cancel{3!}}{\cancel{3!} \cdot 2 \cdot 1} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot \cancel{4}^2}{\cancel{2}} = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 2 = 420$$

## ATIVIDADE 6

Palavra: BRASIL

- Número de letras: 6 (todas distintas)
- Vogais: A, I
- Consoantes: B, R, S, L

a) Qual é o número total de anagramas que podem ser formados com todas as letras da palavra BRASIL?

- Todas as letras são distintas ⇒ número total de anagramas é:

$6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1! = \mathbf{720 \text{ anagramas}}$ .

b) Quantos desses anagramas começam com a letra B?

- Fixamos a primeira letra como B, Sobraram 5 letras: R, A, S, I, L ⇒ podemos permutá-las:

$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1! = \mathbf{120 \text{ anagramas}}$  começam com B.

c) Quantos anagramas começam com uma vogal?

As vogais da palavra BRASIL são A e I. Temos dois casos:

- Começa com A ⇒ 5 letras restantes ⇒  $5! = 120$
- Começa com I ⇒ 5 letras restantes ⇒  $5! = 120$

Total =  $120 + 120 = \mathbf{240 \text{ anagramas}}$  começam com vogal.



c) Quantos anagramas começam com uma vogal?

As vogais da palavra BRASIL são A e I. Temos dois casos:

- Começa com A  $\Rightarrow$  5 letras restantes  $\Rightarrow 5! = 120$
- Começa com I  $\Rightarrow$  5 letras restantes  $\Rightarrow 5! = 120$

Total =  $120 + 120 =$  **240 anagramas** começam com vogal.

d) Quantos anagramas começam com as letras BR, juntas e nessa ordem?

Fixamos B na 1ª posição e R na 2ª posição. Sobraram 4 letras: A, S, I, L  $\Rightarrow$  permutação dessas 4 letras:

$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1! =$  **24 anagramas** começam com BR

e) Quantos anagramas começam com a letra B e terminam com a letra L?

Fixamos B na 1ª posição e L na última. Sobraram 4 letras para o meio: R, A, S, I

$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1! =$  **24 anagramas começam com B e terminam com L**

## ATIVIDADE 7

a) Como a ordem importa (medalhas diferentes), trata-se de um arranjo simples de 5 elementos tomados 3 a 3:

$$A_{5,3} = \frac{5!}{(5-3)!} \Rightarrow \frac{5!}{2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2!}{2!} = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$$

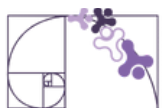
**Resposta:** 60 maneiras diferentes.

b) Como a ordem não importa (todos têm a mesma função), trata-se de uma combinação simples de 5 elementos tomados 3 a 3:

$$C_{5,3} = \frac{5!}{3! \cdot (5-3)!} = \frac{5!}{3! \cdot 2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3!}{3! \cdot 2 \cdot 1} = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} = \frac{20}{2} = 10$$

**Resposta:** 10 comissões diferentes.

c) O número de possibilidades é diferente porque, na Situação A, a ordem dos alunos altera o resultado (medalhas diferentes: ouro, prata e bronze). Já na Situação B, a ordem não altera a formação da comissão, pois todos os membros têm a mesma função. Por isso, usamos arranjos na primeira situação e combinações na segunda.



## ATIVIDADE 8

Como há 6 sabores no total e o de morango já está escolhido, restam 5 sabores para escolher os outros dois distintos. O número de maneiras de escolher 2 sabores distintos entre os 5 restantes é dado pela combinação de 5 elementos tomados de 2 em 2:

$$C_{5,2} = \frac{5!}{2! \cdot (5-2)!} = \frac{5!}{2! \cdot 3!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3!}{2 \cdot 1 \cdot 3!} = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} = \frac{20}{2} = 10$$

Portanto, existem **10 maneiras** distintas de escolher os outros dois sabores de suco, além do de morango.

## ATIVIDADE 9

João fará 3 trechos de ônibus, sem repetir linhas entre os trechos (o enunciado garante isso e as linhas são distintas), temos:

- Trecho 1: 1 linha disponível: 609
- Trecho 2: 11 linhas diferentes: 508, 503, 504, 506, 515, 559, 572, 800, 814, 834, 857
- Trecho 3: 15 linhas diferentes: 815, 816, 817, 818, 819, 821, 833, 849, 852, 854, 858, 881, 884, 885, 896.

Utilizando o princípio fundamental da contagem, teremos:  $1 \cdot 11 \cdot 15 = 165$ .

Portanto a resposta correta é a **letra D**.

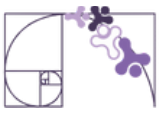
## ATIVIDADE 10

Os dígitos vão de 0 a 9, ou seja, temos 10 algarismos possíveis. Queremos formar senhas com 4 dígitos distintos, e a ordem dos dígitos importa, então estamos lidando com um arranjo simples de 10 elementos tomados 4 a 4.

A fórmula do arranjo é:

$$A_{10,4} = \frac{10!}{(10-4)!} \Rightarrow \frac{10!}{6!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6!}{6!} = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 5\,040$$

Portanto, há 5 040 maneiras diferentes de formar uma senha com quatro algarismos distintos.



**Prezada Professora, Prezado Professor,**

vale ressaltar que, por se tratar de um arranjo simples de 4 elementos distintos escolhidos entre 10, essa questão também pode ser resolvida com facilidade por meio do Princípio Fundamental da Contagem. Aplicando o P.F.C, temos:  $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 5\,040$  maneiras distintas.

## ATIVIDADE 11

Cardápio:

- Massa: 2 opções (comum, integral)
- Ingredientes: 6 opções (brócolis, ervilha, milho, ovo, palmito e presunto)
- Queijos: 3 opções (muçarela, parmesão e provolone)
- Carne: 4 opções (calabresa, carne seca, frango e pepperoni)

Regra: Sônia deve escolher 1 opção de cada grupo, incluindo a massa.

Quantidade total de possibilidades: 2 (massas) x 6 (ingredientes) x 3 (queijos) x 4 (carnes) = utilizando o princípio fundamental da contagem:  $2 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 4 = 144$ .

Portanto, a resposta correta é a **letra C**.

## ATIVIDADE 12

Dados do problema:

- Matemática: 7 questões disponíveis → escolher 2
- Português: 5 questões disponíveis → escolher 2
- Ciências: 4 questões disponíveis → escolher 1

Nas três situações apresentadas um agrupamentos de elementos distintos, que serão resolvidos por uma combinação:

- Escolher 2 de 7 questões de Matemática:

$$C_{7,2} = \frac{7!}{2! \cdot (7-2)!} = \frac{7!}{2! \cdot 5!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot \cancel{5!}}{2 \cdot 1 \cdot \cancel{5!}} = \frac{42}{2} = 21$$

- Escolher 2 de 5 questões de Português:

$$C_{5,2} = \frac{5!}{2! \cdot (5-2)!} = \frac{5!}{2! \cdot 3!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot \cancel{3!}}{2 \cdot 1 \cdot \cancel{3!}} = \frac{20}{2} = 10$$

- Escolher 1 de 4 questões de Ciências:

$$C_{4,1} = \frac{4!}{1! \cdot (4-1)!} = \frac{4!}{1! \cdot 3!} = \frac{4 \cdot \cancel{3!}}{1 \cdot \cancel{3!}} = \frac{4}{1} = 4$$

Agora, multiplicamos todas as possibilidades:  $C_{7,2} \cdot C_{5,2} \cdot C_{4,1} = 21 \cdot 10 \cdot 4 = 840$

Portanto, a resposta correta é a **letra E**.



### QUESTÃO 1

Vamos analisar o enunciado: O aparelho tem 4 chaves seletoras, e cada chave pode estar na posição 0 ou 1. Ou seja, cada chave tem 2 possibilidades.

Como as posições são combinadas simultaneamente (uma chave não interfere nas outras), usamos o princípio multiplicativo:

P.F.C:  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$  possibilidades

Portanto, a quantidade de frequências diferentes que esse aparelho pode transmitir é 16. Resposta correta é a **letra D**.

### QUESTÃO 2

A senha deve ser composta por 2 números diferentes (escolhidos entre 1, 2, 5, 7 e 0) e 3 letras diferentes (escolhidas das teclas que possuem letras, totalizando 10 opções).

- Teclas que possuem letra - 2: A, B C  
5: J, K, L  
7: P, Q, R, S  
Total de 10 letras.

Vamos resolver utilizando o Princípio Fundamental da Contagem.

Para os 2 números, temos:

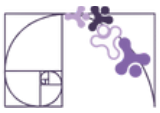
- 5 opções para o primeiro número.
- 4 opções para o segundo número (sem repetição).

Para as 3 letras, temos:

- 10 opções para a primeira letra.
- 9 opções para a segunda letra (sem repetição).
- 8 opções para a terceira letra.

Multiplicamos as possibilidades: PFC =  $5 \cdot 4 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 = 14\ 400$

Portanto, o número de possibilidades para a senha é 14 400, o que corresponde à alternativa B.



## QUESTÃO 3

**Etapa 1:** Dos 12 times inscritos, devem ser escolhidos 4 para formar o Grupo A. Como a ordem de escolha não importa, o que interessa é apenas o conjunto formado, trata-se de uma combinação de 12 elementos tomados 4 a 4.

**Etapa 2:** Entre os 4 times do Grupo A, são escolhidos 2 para disputar o jogo de abertura, sendo que o primeiro sorteado jogará em casa e o segundo será o visitante. Como a ordem importa, trata-se de um arranjo de 4 elementos tomados 2 a 2.

Alternativa correta: **Letra A**, onde temos uma combinação e um arranjo, respectivamente.

## QUESTÃO 4

Dados do problema: 7 cardiologistas e 6 neurologistas. A equipe deve ter 5 médicos, sendo pelo menos 3 cardiologistas.

Já que precisamos de pelo menos 3 cardiologistas, as composições possíveis para a equipe são:

- 3 cardiologistas e 2 neurologistas
- 4 cardiologistas e 1 neurologista
- 5 cardiologistas e 0 neurologistas

Vamos calcular o número de maneiras para cada caso, usando combinação

- Caso 1: 3 cardiologistas e 2 neurologistas

$$C_{7,3} \times C_{6,2} \Leftrightarrow \frac{7!}{3! \times 4!} \times \frac{6!}{2! \times 4!}$$

- Caso 2: 4 cardiologistas e 1 neurologista

$$C_{7,4} \times C_{6,1} \Leftrightarrow \frac{7!}{4! \times 3!} \times \frac{6!}{1! \times 5!}$$

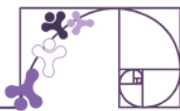
- Caso 3: 5 cardiologistas e 0 neurologistas

$$C_{7,5} \times C_{6,0} \Leftrightarrow \frac{7!}{5! \times 2!} \times \frac{6!}{0! \times 6!}$$

Sabendo que a formação da equipe pode ocorrer no caso 1, ou no caso 2, ou no caso 3, teremos a seguinte expressão numérica completa representada pela soma destas combinações:

$$\left( \frac{7!}{3! \times 4!} \times \frac{6!}{2! \times 4!} \right) + \left( \frac{7!}{4! \times 3!} \times \frac{6!}{1! \times 5!} \right) + \left( \frac{7!}{5! \times 2!} \times \frac{6!}{0! \times 6!} \right)$$

Portanto, a expressão numérica que representa o número máximo de maneiras distintas de formar essa equipe é a **letra E**.



## CONCEITOS BÁSICOS EM PROBABILIDADE

### ATIVIDADE 1

Para resolver a questão, devemos calcular o espaço amostral, que são todos os possíveis resultados do experimento.

- Lançamento do dado: O dado possui 6 faces, portanto, existem 6 resultados possíveis.
- Retirada da carta: O baralho possui 52 cartas, resultando em 52 possibilidades.

Para encontrar o espaço amostral utilizamos o princípio fundamental da contagem, multiplicando o número de possibilidades do **dado** pelo de possibilidades das **cartas**:

Espaço Amostral = Possibilidades do Dado  $\cdot$  Possibilidade das Cartas

$$\text{Espaço Amostral} = 6 \cdot 52$$

$$\text{Espaço Amostral} = 312$$

Assim, o espaço amostral para esse experimento é 312, **alternativa E**.

### ATIVIDADE 2

Como o evento é "escolher um indígena que reside em terras indígenas", vamos chamá-lo de evento A. Assim, temos que:

$$n(A): 4\ 663$$

O espaço amostral é definido por todos os indígenas residentes no Espírito Santo e vamos representar esse número por:

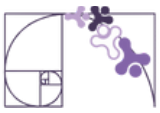
$$n(U): 14\ 411$$

A probabilidade de ocorrência do evento A, representada por  $P(A)$ , pode ser determinada pela fórmula:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)}$$

$$P(A) = \frac{4\ 663}{14\ 411} \cong 0,32$$

Logo, **alternativa B**.



## ATIVIDADE 3

A questão indica escolher duas frutas dentre as 10 disponíveis. Como é um problema em que a ordem das frutas escolhidas não fará diferença, temos uma combinação de 10 em 2 e o espaço amostral composto, portanto, por 45 possibilidades de escolha, conforme cálculo seguinte:

$$C_2^{10} = \frac{10!}{2!(10-2)!} = \frac{10!}{2!8!} = \frac{10 \cdot 9}{2 \cdot 1} = \frac{90}{2} = 45$$

Para determinar o número de elementos do evento “sair duas frutas que não estejam estragadas” vamos considerar apenas as 7 frutas que não estão estragadas e, dentre elas, escolher 2. Assim, temos uma combinação de 7 em 2, resultando em 21 possibilidades de escolha, conforme cálculo:

$$C_2^7 = \frac{7!}{2!(7-2)!} = \frac{7!}{2!5!} = \frac{7 \cdot 6}{2 \cdot 1} = \frac{42}{2} = 21$$

A probabilidade é, dessa forma:  $\frac{21}{45} = \frac{7}{15}$

### Alternativa A

## ATIVIDADE 4

Os Jogos Paralímpicos de Paris 2024 foram marcados por um desempenho impressionante de várias nações. Os 10 países que mais conquistaram medalhas foram (em ordem decrescente):

1. China - **220 medalhas** (94 ouros, 76 pratas, 50 bronzes)
2. Grã-Bretanha - **124 medalhas** (49 ouros, 44 pratas, 31 bronzes)
3. Estados Unidos - **105 medalhas** (36 ouros, 42 pratas, 27 bronzes)
4. Holanda - **56 medalhas** (27 ouros, 17 pratas, 12 bronzes)
5. Brasil - **89 medalhas** (25 ouros, 26 pratas, 38 bronzes)
6. Itália - **71 medalhas** (24 ouros, 15 pratas, 32 bronzes)
7. Ucrânia - **82 medalhas** (22 ouros, 28 pratas, 32 bronzes)
8. França - **75 medalhas** (19 ouros, 28 pratas, 28 bronzes)
9. Austrália - **63 medalhas** (18 ouros, 17 pratas, 28 bronzes)
10. Japão - **41 medalhas** (14 ouros, 10 pratas, 17 bronzes)

Disponível em: <https://olympics.com/en/paris-2024/paralympic-games/medals>. Acesso em: 28 dez. 2024.

No experimento aleatório de selecionar um país entre os dez que mais conquistaram medalhas nas Paralimpíadas de Paris 2024, qual dos seguintes eventos pode ser considerado um evento certo?



- A) Selecionar um país que conquistou menos de 10 medalhas de ouro.
- B) Selecionar um país que não conquistou medalhas de bronze.
- C) Selecionar um país que conquistou exatamente 60 medalhas.
- D) Selecionar um país que não participou das Paralimpíadas.
- E) Selecionar um país que conquistou mais de 10 medalhas de ouro.

## ATIVIDADE 5

Neste experimento, lançamos uma moeda duas vezes. Cada lançamento da moeda pode resultar em um dos dois resultados possíveis: cara ou coroa. Portanto, temos duas variáveis independentes, cada uma com duas opções. Analisando os resultados de cada lançamento:

- Primeiro lançamento: cara; segundo lançamento: cara
- Primeiro lançamento: cara; segundo lançamento: coroa
- Primeiro lançamento: coroa; segundo lançamento: cara
- Primeiro lançamento: coroa; segundo lançamento: coroa

### Alternativa C.

## ATIVIDADE 6

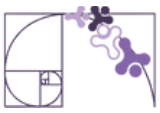
Analisando as alternativas:

A) O espaço amostral desse experimento é composto por 6 elementos. **VERDADEIRA**  
O espaço amostral é o conjunto de todos os resultados possíveis do experimento. Neste caso, temos 6 cartas. Portanto, o espaço amostral realmente contém 6 elementos.

B) Considerando o evento "sair uma carta de espadas" podemos dizer que ele contém 3 elementos. **FALSA**

No conjunto das cartas selecionadas, temos duas cartas de espadas: quatro de espadas e cinco de espadas. Assim, o evento "sair uma carta de espadas" contém 2 elementos, não 3.

C) A probabilidade de ser sorteada uma carta vermelha é de 50%. **VERDADEIRA**  
As cartas vermelhas no conjunto são: quatro de ouros, oito de ouros e seis de copas (totalizando 3 cartas vermelhas). A probabilidade é calculada pelo número de eventos favoráveis dividido pelo total de eventos no espaço amostral. Assim, a probabilidade é:



$$\text{Probabilidade} = \frac{\text{Evento}}{\text{Espaço Amostral}} = \frac{\text{Nº de cartas vermelhas}}{\text{Total de cartas selecionadas}}. \text{ Logo: } P = \frac{3}{6} = 0,5 \text{ ou } 50\%$$

D) A probabilidade de ser sorteada a carta 6 de copas é de aproximadamente 0,17.

## VERDADEIRA

A carta 6 de copas é uma única carta entre as 6 disponíveis. Portanto, a probabilidade dela ser sorteada é:

$$\text{Probabilidade} = \frac{\text{Evento}}{\text{Espaço Amostral}} = \frac{\text{Sair uma carta de copas}}{\text{Total de cartas selecionadas}}. \text{ Logo: } P = \frac{1}{6} \cong 0,17$$

E) A probabilidade de ser sorteada uma carta de ouros é de aproximadamente 0,33.

## VERDADEIRA

No conjunto temos duas cartas de ouros: quatro de ouros e oito de ouros. Assim, a probabilidade de sortear uma carta de ouros é:

$$\text{Probabilidade} = \frac{\text{Evento}}{\text{Espaço Amostral}} = \frac{\text{Sair uma carta de ouros}}{\text{Total de cartas selecionadas}}. \text{ Logo: } P = \frac{2}{6} \cong 0,33$$

## ATIVIDADE 7

O Espaço Amostral é o total de dias úteis na semana (5). Como os dias ausentes foram 2, os dias presentes foram 3, que é exatamente o evento. Dessa forma,

$$\text{Probabilidade} = \frac{\text{Evento}}{\text{Espaço Amostral}} = \frac{\text{Dias presentes}}{\text{Total de dias úteis}}. \text{ Logo: } P = \frac{3}{5} = 0,6$$

Transformando para porcentagem:  $0,6 \cdot 100 = 60\%$

## Alternativa C

## ATIVIDADE 8

Para calcular o espaço amostral das escolhas que o cliente pode fazer, utilizamos o princípio fundamental da contagem:

- Escolha de um lanche: Existem 5 opções (hambúrguer, crepe, misto quente, pizza e coxinha).
- Escolha de um suco: Existem 3 opções (laranja, morango e abacaxi).
- Escolha de um doce: Existem 2 opções (brigadeiro e cajuzinho).

O número total de possibilidades diferentes que o cliente pode escolher é dado por:

$$\text{Espaço Amostral} = 5 \cdot 3 \cdot 2 = 30 \text{ combinações}$$



## CÁLCULO DE PROBABILIDADE: UNIÃO DE DOIS EVENTOS

### ATIVIDADE 1

Analisando as afirmações:

(V) O espaço amostral de um experimento que envolve a contagem do número de chamadas recebidas em um call center em um dia é discreto → *A contagem de chamadas é um número inteiro e, portanto, discreto.*

(F) O espaço amostral de um experimento que mede a temperatura em uma cidade ao longo de um dia é discreto → *A temperatura pode assumir qualquer valor dentro de um intervalo, tornando-a contínua.*

(V) O espaço amostral de um experimento que consiste em registrar os resultados de um jogo com 52 cartas é composto por um número finito de resultados → *Os resultados são limitados às 52 cartas, o que é um conjunto finito.*

(V) O espaço amostral da velocidade do vento em uma determinada região, medida em metros por segundo, é contínuo → *A velocidade do vento pode variar continuamente, assumindo qualquer valor dentro de um intervalo.*

(F) O espaço amostral da quantidade de pessoas que entram em uma loja em uma hora específica é contínuo → *A contagem de pessoas é um número inteiro e, portanto, discreto.*

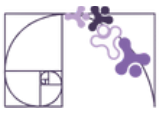
Logo, a sequência correta que representa as afirmações acima é **C) V, F, V, V, F**

### ATIVIDADE 2

Analisando as alternativas:

A)  $U = \{1, 2, 3, \dots, 30\}$ . **FALSA** → *Esta alternativa representa um espaço amostral discreto que inclui todos os valores inteiros de 1 a 30. No entanto, ela não considera o valor de 0, que é uma possibilidade válida (esperar nenhum minuto).*

B)  $U = \{0, 1, 2, \dots, 29\}$ . **FALSA** → *Esta alternativa representa um espaço amostral discreto que inclui todos os valores inteiros de 0 a 29. Embora inclua o valor de 0, ela não considera o valor máximo de 30 minutos.*



C)  $U = \{x \mid x \geq 0\}$ . **FALSA** → Esta alternativa define um conjunto que inclui todos os números reais não negativos. Embora inclua o valor de 0, ela não considera a restrição superior de que o tempo de espera deve ser no máximo 30 minutos.

D)  $U = \{x \mid x < 30\}$ . **FALSA** → Esta alternativa define um conjunto que inclui todos os números reais menores que 30. Embora inclua a maior parte dos tempos de espera possíveis, ela não considera o valor exato de 30 minutos.

E)  $U = [0, 30]$  **VERDADEIRA** → Esta alternativa representa um espaço amostral contínuo que inclui todos os valores reais entre 0 e 30 minutos, incluindo os extremos. Como o tempo de espera pode ser qualquer valor dentro desse intervalo (incluindo frações de minutos), esta opção é correta.

## ATIVIDADE 3

Calculando a probabilidade de cada evento:

Espaço amostral **U**: total de bolas →  $n(U) = 3 + 2 + 1 = 6$

Evento **A**: ser sorteada uma bola vermelha →  $n(A) = 3$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Evento **B**: ser sorteada uma bola azul →  $n(B) = 2$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(U)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Evento **C**: ser sorteada uma bola amarela →  $n(C) = 1$

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(U)} = \frac{1}{6}$$

Analisando as afirmativas:

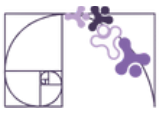
A) Os eventos A, B e C são equiprováveis, pois cada um tem a mesma probabilidade de ocorrer. **ERRADA** → Os eventos têm probabilidades diferentes.

B) Os eventos A e B são equiprováveis, mas o evento C não é. **ERRADA** → Os eventos têm probabilidades diferentes.

C) Os eventos A, B e C não são equiprováveis, pois têm diferentes probabilidades de ocorrência. **CORRETA** → Os eventos têm probabilidades diferentes.

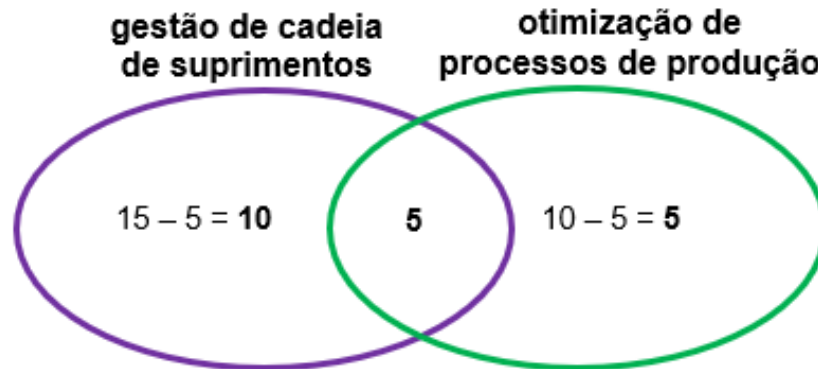
D) Os eventos A e C são equiprováveis, mas o evento B não é. **ERRADA** → Os eventos têm probabilidades diferentes.

E) Apenas os eventos B e C são equiprováveis. **ERRADA** → Os eventos têm probabilidades diferentes.



## ATIVIDADE 4

Usando o diagrama de Venn para esquematizar o problema:



Dessa forma, podemos observar que o espaço amostral **U** pode ser definido por:

$$n(U) = 10 + 5 + 5 = 20$$

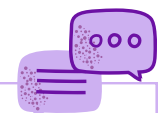
A probabilidade **p(A)** de de escolher um funcionário que esteja focado em gestão de cadeia de suprimentos ou otimização de processos é dada pela razão entre o número de funcionários que estão em pelo menos uma das áreas e o *total de funcionários*:

↗ **Apenas** gestão de cadeia de suprimentos  
↗ **Apenas** otimização de processos de produção  
↗ **Ambas**

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{10 + 5 + 5}{20} = \frac{20}{20} = 1$$

} No evento **A**, todos os funcionários participantes estão envolvidos em pelo menos uma das áreas mencionadas.

Logo, **alternativa E) 1,00.**



**Prezada Professora, Prezado Professor,**

ao abordar questões matemáticas em sala de aula, é fundamental não apenas focar nos cálculos, mas também incentivar os alunos a desenvolverem suas habilidades de observação e dedução. A questão sobre **a probabilidade de escolher um funcionário que esteja focado em gestão de cadeia de suprimentos ou otimização de processos** é uma excelente oportunidade para isso!

Incentive-os a deduzir que, mesmo sem fazer cálculos, podem perceber que todos os funcionários que estejam focados em **gestão de cadeia de suprimentos ou otimização de processos** fazem parte do **total de funcionários da empresa**. Da mesma forma, questione-os sobre a necessidade de calcular essa probabilidade e, caso considerem que seja necessário, sugira utilizar a abordagem dos resultados em forma de porcentagem, e lembre-os sobre **evento certo**.



## ATIVIDADE 5

Analise as afirmações a seguir sobre eventos equiprováveis e não equiprováveis.

**I - No experimento aleatório “lançamento de uma moeda honesta”, considere os eventos “Sair cara” e “Sair coroa”. Podemos dizer que são eventos equiprováveis, pois ambos os resultados têm a mesma probabilidade de ocorrer (50%). CORRETA** → *Em um lançamento de uma moeda honesta, existem dois resultados possíveis: cara ou coroa. Ambos têm a mesma probabilidade de ocorrer, que é de 50%. Portanto, os eventos "sair cara" e "sair coroa" são realmente equiprováveis.*

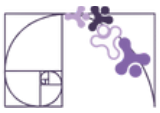
**II - No experimento “retirada de uma carta de um baralho padrão de 52 cartas”, os eventos “sair uma carta preta” e “sair uma carta vermelha” são considerados equiprováveis, já que, dentre as 52 cartas, há 26 cartas de cada uma dessas cores. CORRETA** → *Um baralho padrão contém 52 cartas, sendo 26 pretas (espadas e paus) e 26 vermelhas (ouros e copas). Como ambos os eventos têm a mesma quantidade de cartas (26), a probabilidade de retirar uma carta preta ou uma carta vermelha é igual ( $\frac{1}{2}$ ), tornando-os equiprováveis.*

**III - O evento “lançamento de um dado justo de seis faces” é não equiprovável, pois cada face tem a mesma probabilidade de aparecer, que é dada por  $\frac{1}{6}$ . FALSA** → *O enunciado é contraditório. No caso do lançamento de um dado justo, todos os resultados (faces) têm a mesma probabilidade de ocorrer ( $\frac{1}{6}$ ). Portanto, o evento é equiprovável, pois todos os resultados são igualmente prováveis.*

**IV - Os eventos A e B são equiprováveis se ambos têm quantidades diferentes de resultados possíveis em um experimento, independentemente de quantos resultados totais existem. FALSA** → *Para que dois eventos sejam considerados equiprováveis, não basta que tenham a mesma quantidade de resultados possíveis; eles também devem ter a mesma probabilidade de ocorrência. É possível que dois eventos tenham o mesmo número de resultados possíveis, mas suas probabilidades sejam diferentes devido ao número total de resultados no experimento.*

**V - Em um dado justo de seis faces, o evento de obter um número par (2, 4, 6) e o evento de obter um número ímpar (1, 3, 5) são equiprováveis, pois ambos têm a mesma probabilidade de ocorrência. CORRETA** → *Em um dado justo de seis faces, há três números pares (2, 4, 6) e três números ímpares (1, 3, 5). A probabilidade de obter um número par é de 50% e a probabilidade de obter um número ímpar também é de 50%. Portanto, esses eventos são equiprováveis.*

Logo, Alternativa **C) Somente as alternativas I, II e V estão corretas.**



## ATIVIDADE 6

Espaço amostral **U**: números de 1 a 30  $\rightarrow n(U) = 30$

Evento **A**: ser divisor de 15  $\rightarrow n(A) = 4$  ( que são 1, 3, 5, 15)

Evento **B**: ser divisor de 24  $\rightarrow n(B) = 8$  (que são 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24)

Divisores comuns de 15 e 24  $\rightarrow n(A \cap B) = 2$  (que são 1 e 3)

Assim, temos que:

$$P(A \cap B) = \frac{2}{30} = \frac{1}{15} \cong 0,0666$$

Que também podemos fazer 0,0666 multiplicado por 100, resultando em 6,7% (aproximadamente). **Logo, alternativa A.**

## ATIVIDADE 7

Espaço amostral (**U**): cartas do baralho  $\rightarrow n(U) = 52$

Evento (A): retirar uma carta vermelha (13 de copas e 13 de ouros)  $\rightarrow n(A) = 26$

Evento (B): retirar um rei (copas, ouros, espadas e paus)  $\rightarrow n(B) = 4$

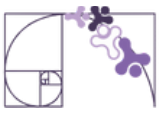
- Reis vermelhos:  $n(A \cap B) = 2$

Como o problema pede que seja uma carta vermelha ou um rei, precisamos definir  $n(A \cup B)$ . Dessa forma, temos que:

$$\begin{aligned}n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\n(A \cup B) &= 26 + 4 - 2 \\n(A \cup B) &= 28\end{aligned}$$

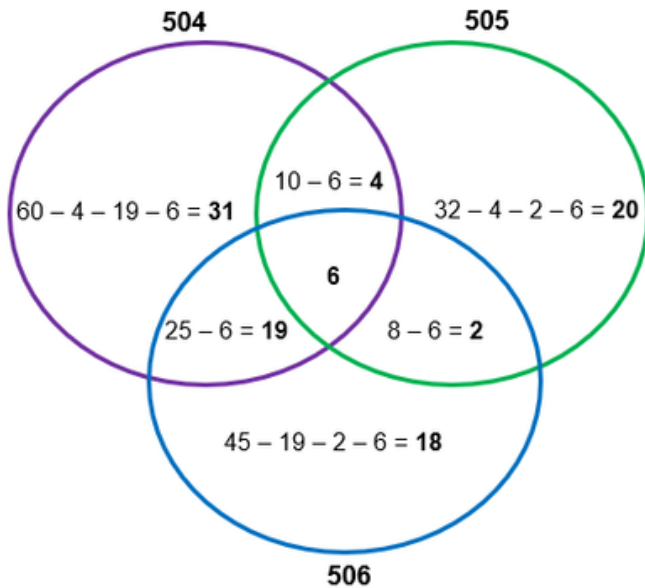
Calculando a probabilidade  $P(A \cup B)$ :

$$P(A \cup B) = \frac{n(A \cup B)}{n(U)} = \frac{28}{52} = \frac{14}{26} = \frac{7}{13} \cong 0,54 \text{ ou } 54\%$$

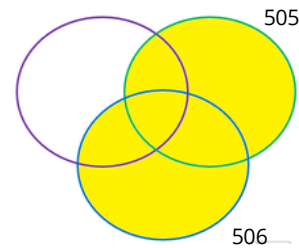


## ATIVIDADE 8

Utilizando o diagrama de Venn, podemos observar que:



Como o problema quer saber a probabilidade do estudante poder utilizar as linhas 505 ou 506, estaremos observando a parte destacada do diagrama:



Dessa forma:

- Espaço amostral (U): total de estudantes →  $n(U) = 100$
- Evento A: usar a linha 505
- Evento B: usar a linha 506
  - Utilizar as linhas 505 ou 506 →  $n(A \cup B) = 20 + 18 + 4 + 2 + 19 + 6 = 69$

Determinando a probabilidade:

$$P(A \cup B) = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{69}{100} = 0,69 \text{ ou } 69\%$$



**Prezada Professora, Prezado Professor,**

apesar da expectativa de aprendizagem tratar da união de dois eventos, esta atividade foi proposta para abordar a interpretação e as estratégias de resolução de problemas. Por isso, apresentamos três eventos e, na pergunta do problema, consideramos apenas dois deles.

## ATIVIDADE 9

A) Escolhendo uma criança aleatoriamente, determine a probabilidade (em porcentagem) dela ter cáries.

Espaço amostral **U**: total de crianças →  $n(U) = 85$

Evento **A**: ter cáries →  $n(A) = 45 + 6 = 51$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{51}{85} = 0,6 \rightarrow 60\%$$



B) Escolhendo uma criança aleatoriamente, determine a probabilidade (em porcentagem) dela não ter cáries.

Espaço amostral **U**: total de crianças  $\rightarrow n(U) = 85$

Evento **B**: não ter cáries  $\rightarrow n(B) = 14 + 20 = 34$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(U)} = \frac{34}{85} = 0,4 \rightarrow 40\%$$



### Prezada Professora, Prezado Professor,

estimule os estudantes a tentarem resolver a seguinte questão: "Se 60% das crianças têm cáries, qual poderia ser a porcentagem de crianças que não têm cáries?" Incentive-os a refletir sobre o conceito de totalidade.

**Questione:** "Se considerarmos que 100% representa todos as crianças, como podemos descobrir a porcentagem que não apresenta cáries?" Estimule-os a pensar sobre como as partes se relacionam com o todo, lembrando que a soma das porcentagens deve resultar em 100%. Isso não apenas os ajudará a entender a relação entre as frações e o total, mas também desenvolverá suas habilidades de raciocínio lógico e matemático.

## ATIVIDADE 10

Primeiro, vamos organizar identificar os grupos mencionados:

- Total de entrevistados (n): 150
- Utilizam a operadora A: 73
- Utilizam a operadora B: 64

**Professora, esse (tem, seção) tá se de um agrupamento de elementos distintos e ordenáveis, pode-se abordar o conceito de Arranjos. Ou seja, o problema também pode ser resolvido utilizando a fórmula de arranjos , onde temos 5 elementos disponíveis e agrupamos 3 de cada vez.**

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(A \cup B) = 73 + 64 - 46$$

$$n(A \cup B) = 91$$

Calculando a probabilidade  $P(A \cup B)$ :

$$P(A \cup B) = \frac{n(A \cup B)}{n(U)}$$

$$P(A \cup B) = \frac{91}{150} \quad \text{ou} \quad P(A \cup B) = 60,66\%$$

A probabilidade de o entrevistado ser cliente da operadora A, ou da B, ou de ambas é de 91/150 (aproximadamente 60,66%).



## CÁLCULO DE PROBABILIDADE: PROBABILIDADE CONDICIONAL



**Prezada Professora, prezado Professor,**

as resoluções apresentadas aqui serão estruturadas diretamente, pela consideração da probabilidade de B em relação ao espaço amostral reduzido A **e/ou** empregando a definição em que  $P(A|B)$  e  $P(A)$  são calculadas em relação ao espaço amostral original U.

### ATIVIDADE 1

Espaço amostral **U**: faces do dado  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \rightarrow n(U) = 6$

Evento **A**: o número observado é par  $\{2, 4, 6\} \rightarrow n(A) = 3$

Evento **B**: o número observado é o 4  $\rightarrow n(B) = 1$

- $A \cap B = \{4\} \rightarrow n(A \cap B) = 1$

**Queremos calcular a probabilidade condicional  $P(B|A)$ , que é a probabilidade de que o número observado seja o 4 (evento B), dado que já sabemos que ele é par (evento A).**

Calculando  **$P(A)$** :

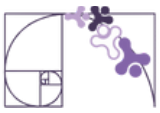
$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Calculando  **$P(A \cap B)$** :

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(U)} = \frac{1}{6}$$

Calculando  **$P(B|A)$** :

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{1} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \cong 0,33 \text{ ou } 33\%$$



## ATIVIDADE 2

Utilizando a ideia de espaço amostral reduzido:

Espaço amostral **U**: quantidade de pessoas que falam hindi →  $n(U) = 47 + 52 = 99$

Evento **A**: número de homens que falam hindi →  $n(A) = 47$

Calculando a probabilidade de escolher uma pessoa que fala hindi e que seja um homem:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{47}{99} \cong 0,48 \text{ ou } 48\%$$

## ATIVIDADE 3

Vamos apresentar duas resoluções distintas para essa tarefa:

### 1ª Forma: Utilizando a fórmula $P(A|B)$

Espaço amostral **U**: números inteiros compreendidos entre 1 e 100 →  $n(U) = 100$

Evento **A**: o número é par →  $n(A) = 50$

Evento **B**: o número é menor que 30 →  $n(B) = 29$

- $A \cap B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28\}$  →  $n(A \cap B) = 14$

**A probabilidade que queremos calcular é  $P(A|B)$ , que representa a probabilidade de que o número sorteado seja par (Evento A), dado que ele é menor do que 30 (Evento B).**

Calculando **P(B)**:

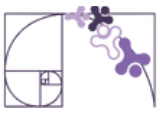
$$P(B) = \frac{n(B)}{n(U)} = \frac{29}{100}$$

Calculando **P(A ∩ B)**:

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(U)} = \frac{14}{100} = \frac{7}{50}$$

Calculando **P(A|B)**:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{7}{50}}{\frac{29}{100}} = \frac{7}{50} \cdot \frac{100}{29} = \frac{700}{1450} = \frac{70}{145} = \frac{14}{29} \cong 0,48 \text{ ou } 48\%$$



## 2ª Forma: utilizando a ideia de espaço amostral reduzido

Espaço amostral **U**: total de números menores que 30 →  $n(U) = 29$

Evento **A**: números menores que 30 e que são pares →  $n(A) = 14$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{14}{29} \cong 0,48 \text{ ou } 48\%$$

### ATIVIDADE 4

Utilizando a ideia do espaço amostral reduzido:

Espaço amostral **U**: total de tartarugas que desovaram na praia →  $n(U) = 8$

Evento **A**: Tartarugas-de-couro que desovaram na praia →  $n(A) = 2$

A probabilidade de que seja escolhida uma tartaruga-de-couro, dado que ela desovou na praia de Regências é:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 0,25 \text{ ou } 25\%$$

### ATIVIDADE 5

Espaço amostral **U**: 17 ODS →  $n(U) = 17$

Evento **A**: a ODS escolhida recebeu mais de 10 bilhões de investimento →  $n(A) = 8$

Evento **B**: a ODS escolhida é a ODS 13 →  $n(B) = 1$

- $A \cap B = \{\text{ODS } 13\} \rightarrow n(A \cap B) = 1$

A probabilidade que queremos calcular é  $P(B|A)$ , que é a probabilidade de que a ODS escolhida seja a ODS 13 (Ação Climática), dado que ela recebeu mais de 10 bilhões de reais em investimento.

Calculando  $P(A)$ :

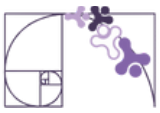
$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{8}{17}$$

Calculando  $P(A \cap B)$ :

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(U)} = \frac{1}{17}$$

Calculando  $P(B|A)$ :

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{17}}{\frac{8}{17}} = \frac{1}{17} \cdot \frac{17}{8} = \frac{17}{136} = \frac{1}{8} = 0,125 \text{ ou } 12,5\%$$



## ATIVIDADE 6

Vamos apresentar duas resoluções distintas para essa tarefa:

### 1ª Resolução: Utilizando a fórmula $P(B|A)$

Espaço amostral **U**: total de crianças  $\rightarrow n(U) = 85$

Evento **A**: a criança não consome doces  $\rightarrow n(A) = 26$

Evento **B**: a criança tem cáries  $\rightarrow n(B) = 51$

- $A \cap B$ : crianças que tem cáries e não consomem doces  $\rightarrow n(A \cap B) = 6$

**Precisamos calcular a probabilidade  $P(B|A)$  que representa a probabilidade de uma criança ter cáries (Evento B), dado que ela não consome doces (Evento A).**

Calculando  $P(A)$ :

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{26}{85}$$

Calculando  $P(A \cap B)$ :

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(U)} = \frac{6}{85}$$

Calculando  $P(B|A)$ :

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{6}{85}}{\frac{26}{85}} = \frac{6}{85} \cdot \frac{85}{26} = \frac{3}{13} \cong 0,23$$

Logo, **alternativa B**.

### 2ª Resolução: Espaço amostral reduzido

Espaço amostral **U**: a criança não consome doces  $\rightarrow n(U) = 26$

Evento **A**: a criança tem cáries  $\rightarrow n(A) = 6$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{6}{26} = \frac{3}{13} \cong 0,23$$

## ATIVIDADE 7

Definindo o quantitativo de árvores em extinção:

- Nativas:  $700 \cdot 0,40 = 280$
- Exóticas:  $300 \cdot 0,1 = 30$

Espaço amostral **U**: todas as árvores da reserva  $\rightarrow n(U) = 1\ 000$

Evento **A**: a árvore é nativa  $\rightarrow n(A) = 700$

Evento **B**: a árvore está em risco de extinção  $\rightarrow n(B) = 280 + 30 = 310$

- $A \cap B$ : árvores nativas em risco de extinção  $\rightarrow n(A \cap B) = 280$



A probabilidade que queremos calcular é  $P(A|B)$ , que é a probabilidade de uma árvore ser nativa (evento A), dado que ela está em risco de extinção (evento B).

Calculando  $P(B)$ :

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(U)} = \frac{310}{1\,000} = \frac{31}{100}$$

Calculando  $P(A \cap B)$ :

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(U)} = \frac{280}{1\,000} = \frac{28}{100} = \frac{7}{25}$$

## ATIVIDADE 8

Espaço amostral **U**: total de visitantes  $\rightarrow n(U) = 500$

Evento **A**: ter opinado  $\rightarrow n(A) = 395$

Evento **B**: assinalou "chato"  $\rightarrow n(B) = 60$

- **$A \cap B$** : pessoas que opinaram assinalando "chato"  $\rightarrow n(A \cap B) = 60$

A probabilidade que queremos é a de ser sorteada uma pessoa que assinalou chato (evento B), dentre as que as que opinaram (evento A), ou seja  $P(B|A)$ .

Calculando  $P(A)$ :

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{395}{500} = \frac{79}{100}$$

Calculando  $P(A \cap B)$ :

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(U)} = \frac{60}{500} = \frac{6}{50} = \frac{3}{25}$$

Calculando  $P(B|A)$ :

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{25}}{\frac{79}{100}} = \frac{3}{25} \cdot \frac{100}{79} = \frac{300}{1\,975} = \frac{60}{395} = \frac{12}{79} \cong 0,15 \text{ ou } 15\%$$

Logo, **alternativa D**.



**Prezada Professora, prezado Professor,**

no início desta parte do material, explicamos que as resoluções seriam abordados a partir de duas perspectivas e, na maior parte delas, optamos por trazer uma resolução sistematizada pelo processo  $P(A|B)$ . Gostaríamos de pontuar sobre a importância de mostrar diferentes caminhos e que, dependendo do problema, um deles poderá ser mais adequado. Além desses processos resolutivos que apresentamos, explore outros que considerar importantes e incentive que o alunos busquem e compartilhem processos diferentes de resolução, quando assim fizerem.



## EVENTOS INDEPENDENTES

### ATIVIDADE 1

Espaço amostral **U**: frutas da cesta  $\rightarrow n(\mathbf{U}) = 5 + 3 + 2 = 10$

**Primeira escolha:**

Evento **A**: escolher uma maçã  $\rightarrow n(\mathbf{A}) = 5$

Calculando  $P(\mathbf{A})$ :  $P(\mathbf{A}) = \frac{n(\mathbf{A})}{n(\mathbf{U})} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} = 0,5$

**Segunda escolha:**

Evento **B**: escolher uma banana  $\rightarrow n(\mathbf{B}) = 3$

Calculando  $P(\mathbf{B})$ :  $P(\mathbf{B}) = \frac{n(\mathbf{B})}{n(\mathbf{U})} = \frac{3}{10} = 0,3$

Calculando  $P(\mathbf{A} \cap \mathbf{B})$ :  $P(\mathbf{A} \cap \mathbf{B}) = P(\mathbf{A}) \cdot P(\mathbf{B}) = 0,5 \cdot 0,3 = 0,15$

Logo, **alternativa B**.

### ATIVIDADE 2

Como as moedas são iguais, a probabilidade de sair cara no primeiro lançamento é a mesma no segundo lançamento e assim sucessivamente, pois o evento "lançar a moeda e obter cara" será independente. Dessa forma, basta calcular apenas o primeiro lançamento.

**Primeiro lançamento:**

Espaço amostral **U**: faces da moeda (cara - coroa)  $\rightarrow n(\mathbf{U}) = 2$

Evento **A**: sair cara  $\rightarrow n(\mathbf{A}) = 1$

$$P(\mathbf{A}) = \frac{n(\mathbf{A})}{n(\mathbf{U})} = \frac{1}{2}$$

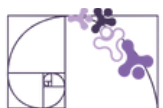
**Todos os lançamentos:**

$$P(\text{total}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{1024} \cong 0,001 \text{ ou } 0,1\%$$

OU

$$P(\text{total}) = \left(\frac{1}{2}\right)^{10} = \frac{1^{10}}{2^{10}} = \frac{1}{1024} \cong 0,001 \text{ ou } 0,1\%$$

**SEDU** Logo, **alternativa A**.



## ATIVIDADE 3

Analisando as afirmações:

**(F)** Pegar uma carta de um baralho e, em seguida, pegar outra carta do mesmo baralho sem reposição são eventos independentes → *A primeira carta retirada altera a composição do baralho, afetando a probabilidade da segunda retirada.*

**(V)** A probabilidade de tirar uma carta de copas em um baralho e a probabilidade de jogar um dado e obter um número par são eventos independentes → *A escolha da carta não afeta o resultado do dado.*

**(F)** Tirar uma bola vermelha de uma caixa e depois tirar uma bola azul da mesma caixa, sem reposição, são eventos independentes → *A primeira ação afeta a composição da caixa, alterando a probabilidade da segunda ação.*

**(V)** Tirar uma carta de um baralho e, em seguida, tirar outra carta do mesmo baralho, com reposição, são eventos independentes → *A reposição da carta mantém a probabilidade constante para a segunda retirada.*

**(V)** Lançar duas moedas ao mesmo tempo é um exemplo de eventos independentes → *O resultado de uma moeda não afeta o resultado da outra.*

Logo, a sequência correta que representa as afirmações acima é **D) F, V, F, V, V.**

## ATIVIDADE 4

Numa siderúrgica, três máquinas independentes apresentam um plano de manutenção preventiva de acordo com o quadro de probabilidades de defeito de cada uma.

$$P(X \cap Y \cap Z) = P(X) \cdot P(Y) \cdot P(Z) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{24}$$

Logo, **alternativa A.**

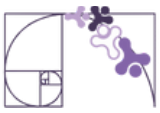
## ATIVIDADE 5

Espaço amostral  $U$ : 12 faces do dado →  $n(U) = 12$

**Primeiro lançamento:**

Evento **A**: sair um número par →  $n(A) = 6$

Calculando  $P(A)$ :  $P(A) = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$



## Segundo lançamento:

Evento **B**: sair um número maior que 8  $\rightarrow n(\mathbf{B}) = 4$

Calculando  $P(\mathbf{B})$ :  $P(\mathbf{B}) = \frac{n(\mathbf{B})}{n(\mathbf{U})} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

Calculando  $P(\mathbf{A} \cap \mathbf{B})$ :

$$P(\mathbf{A} \cap \mathbf{B}) = P(\mathbf{A}) \cdot P(\mathbf{B}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \cong 0,167 \text{ ou } 16,7\%$$

Logo, **alternativa E**.

## ATIVIDADE 6

Para provar que o evento de uma mosca pousar em um homem (evento **A**) e o evento de a mosca pousar em uma mulher (evento **B**) não são independentes, precisamos verificar se a relação de independência  $P(\mathbf{A} \cap \mathbf{B}) = P(\mathbf{A}) \cdot P(\mathbf{B})$  é verdadeira. Se não for, então os eventos são **dependentes**.

Espaço amostral **U**: total de pessoas numa sala  $\rightarrow n(\mathbf{U}) = 4 + 6 = 10$

Evento **A**: pousar em um homem  $\rightarrow n(\mathbf{A}) = 4$

Calculando  $P(\mathbf{A})$ :  $P(\mathbf{A}) = \frac{n(\mathbf{A})}{n(\mathbf{U})} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

Evento **B**: pousar em uma mulher  $\rightarrow n(\mathbf{B}) = 6$

Calculando  $P(\mathbf{B})$ :  $P(\mathbf{B}) = \frac{n(\mathbf{B})}{n(\mathbf{U})} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

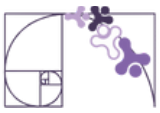
Determinando  $n(\mathbf{A} \cap \mathbf{B})$ : Os eventos **A** e **B** não podem ocorrer simultaneamente, pois a mosca não pode pousar em uma pessoa que é ao mesmo tempo homem e mulher. Portanto, temos:  $\mathbf{A} \cap \mathbf{B} = \emptyset$

Logo,  $P(\mathbf{A} \cap \mathbf{B}) = 0$

Para que os eventos sejam independentes,  $P(\mathbf{A} \cap \mathbf{B}) = P(\mathbf{A}) \cdot P(\mathbf{B})$ . Substituindo os valores encontrados, temos que:

$$\begin{aligned} P(\mathbf{A} \cap \mathbf{B}) &= P(\mathbf{A}) \cdot P(\mathbf{B}) \\ 0 &= \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5} \\ 0 &\neq \frac{6}{25} \end{aligned}$$

Como  $P(\mathbf{A} \cap \mathbf{B}) \neq P(\mathbf{A}) \cdot P(\mathbf{B})$ , podemos concluir que os eventos não são independentes.



## ATIVIDADE 7

Espaço amostral **U**: cartas de um baralho → **n(U) = 52**

Evento **A**: sair uma carta de copas → **n(A) = 13**

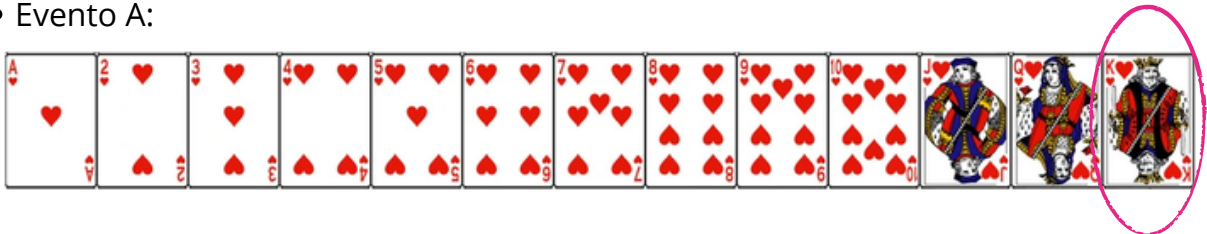
$$\text{Calculando } P(A): P(A) = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$$

Evento **B**: sair um rei → **n(B) = 4**

$$\text{Calculando } P(B): P(B) = \frac{n(B)}{n(U)} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

Determinando  $n(A \cap B)$ :

- Evento A:



- Evento B:



- $n(A \cap B) = 1$

$$\text{Calculando } P(A \cap B): P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(U)} = \frac{1}{52}$$

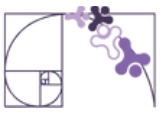
Para que os eventos sejam independentes,  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ . Substituindo os valores encontrados, temos que:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$\frac{1}{52} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{13}$$

$$\frac{1}{52} = \frac{1}{52}$$

Sendo assim, os eventos sair uma carta de copas e sair um rei são independentes.



## ATIVIDADE 8

Espaço amostral  $U$ : números nas faces do dado  $\rightarrow n(U) = 6$

Evento **A**: obter um número par no primeiro lançamento  $\{2, 4, 6\} \rightarrow n(A) = 3$

Evento **B**: Obter um número par no segundo lançamento  $\{2, 4, 6\} \rightarrow n(B) = 3$

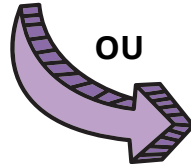
Evento **C**: Obter um número par no terceiro lançamento  $\{2, 4, 6\} \rightarrow n(C) = 3$

A probabilidade de obter um número par no lançamento de um dado é:

$$P(\text{número par}) = \frac{\text{número par}}{\text{total}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Os lançamentos do dado são eventos independentes. Assim, a probabilidade de todos os eventos ocorrerem (número par no primeiro, segundo e terceiro lançamentos) é dada pelo produto das probabilidades individuais:

$$P(\text{total}) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8} = 0,125 \text{ ou } 12,5\%$$



$$P(\text{total}) = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1^3}{2^3} = \frac{1}{8} = 0,125 \text{ ou } 12,5\%$$

## ATIVIDADE 9

Como a tarefa já fornece a probabilidade de uma lâmpada não apresentar defeito (90%), não precisaremos calcular nem definir o espaço amostral. A única coisa que devemos fazer inicialmente é definir a probabilidade de uma lâmpada apresentar defeito, que é de 10%.

A) Evento A: três lâmpadas funcionando.

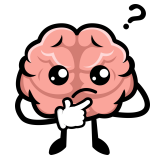
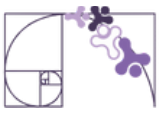
$$\text{Calculando } P(A): P(A) = 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,9 = 0,729 \text{ ou } 72,9\%$$

B) Evento B: três lâmpadas não funcionando.

$$\text{Calculando } P(B): P(B) = 0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,1 = 0,001 \text{ ou } 0,1\%$$

C) Evento C: duas lâmpadas funcionando e uma não funcionando.

Sejam as lâmpadas X, Y e Z:



- X e Y funcionando, Z não funcionando

$$P(XYZ') = P(X) \cdot P(Y) \cdot P(Z') = 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,1 = 0,081$$

- X e Z funcionando, Y não funcionando

$$P(XY'Z) = P(X) \cdot P(Y') \cdot P(Z) = 0,9 \cdot 0,1 \cdot 0,9 = 0,081$$

- Y e Z funcionando, X não funcionando

$$P(X'YZ) = P(X') \cdot P(Y) \cdot P(Z) = 0,1 \cdot 0,9 \cdot 0,9 = 0,081$$

Calculando P(C):

$$P(C) = 0,081 + 0,081 + 0,081 = 0,243 \text{ ou } 24,3\%$$



$P(Z')$  → probabilidade da lâmpada Z não funcionar

$P(Y')$  → probabilidade da lâmpada Y não funcionar

$P(X')$  → probabilidade da lâmpada X não funcionar

## ATIVIDADE 10

Vamos resolver o problema da probabilidade de ganhar uma cartinha virando-a exatamente duas vezes usando a abordagem de eventos sucessivos onde cada batida na cartinha pode resultar em dois resultados:

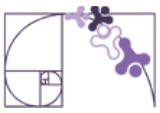
- Sucesso (S): a cartinha vira (desenho para cima).
  - Fracasso (F): a cartinha não vira (desenho para baixo).
- } espaço amostral →  $n(U) = 2$

Para que a cartinha vire exatamente duas vezes em três batidas, precisamos considerar as diferentes sequências possíveis de eventos. As sequências em que isso pode ocorrer são:

- SSF (sucesso, sucesso, fracasso)
- SFS (sucesso, fracasso, sucesso)
- FSS (fracasso, sucesso, sucesso)

Para cada uma dessas sequências, a probabilidade de ocorrer é calculada multiplicando as probabilidades dos eventos individuais.

- A probabilidade de sucesso (virar) em uma batida é



$$P(\text{sucesso}) = \frac{n(S)}{n(U)} = \frac{1}{2}$$

- A probabilidade de fracasso (não virar) em uma batida é:

$$P(\text{fracasso}) = \frac{n(F)}{n(U)} = \frac{1}{2}$$

Calculando a probabilidade para cada sequência:

- **$P(\text{sucesso, sucesso, fracasso}) = P(S) \cdot P(S) \cdot P(F)$**

$$P(\text{sucesso, sucesso, fracasso}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

- **$P(\text{sucesso, fracasso, sucesso}) = P(S) \cdot P(F) \cdot P(S)$**

$$P(\text{sucesso, fracasso, sucesso}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

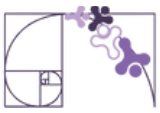
- **$P(\text{fracasso, sucesso, sucesso}) = P(F) \cdot P(S) \cdot P(S)$**

$$P(\text{fracasso, sucesso, fracasso}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

Agora somamos as probabilidades das três sequências favoráveis:

$$P(\text{favorável}) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8} = 0,375 \text{ ou } 37,5\%$$

A probabilidade de ganhar uma cartinha virando-a exatamente duas vezes é 37,5%.



## QUESTÃO 1

O espaço amostral é formado por todos os números de 1 a 100, logo, é composto por 100 elementos. O evento “sair um número de 1 a 20” é constituído por 20 elementos. Dessa forma, a probabilidade será representada por  $\frac{20}{100}$

**Alternativa C.**

## QUESTÃO 2

O espaço amostral é formado por todos os funcionários que possuem filhos. Logo, os funcionários que participarão do sorteio (o nosso espaço amostral) são todos os funcionários, menos aqueles que não têm filhos:  $425 - 68 = 357$ .

Enquanto isso, o evento serão todos os funcionários que possuem dois filhos, pois o comando quer que a bicicleta seja sorteada a quem possua **exatamente** dois filhos, sendo o evento 119.

Ou seja, a probabilidade de que isso ocorra é  $\frac{119}{357}$ .

**A alternativa D.**

## QUESTÃO 3

Para encontrar a probabilidade, primeiro somamos a quantidade de tickets de todos os anos: 200 do primeiro, 300 do segundo e 300 do terceiro. Isso resulta em um espaço amostral de 800 tickets. Desses, 300 pertencem ao terceiro ano. Portanto, a probabilidade é de  $P = \frac{300}{800} = \frac{3}{8}$ .



## QUESTÃO 4

Analisando a situação descrita:

Fãs do programa: 80%

- Taxa de aprovação: 90%

Não são fãs do programa: 20%

- Taxa de aprovação: 15%

Calculando a probabilidade de um fã ser sorteado:

Espaço amostral **U**: porcentagem dos seguidores  $\rightarrow n(U) = 0,8 \cdot 0,9 + 0,2 \cdot 0,15 = 0,75$

Evento **A**: um fã seja sorteado  $\rightarrow n(A) = 0,8 \cdot 0,9 = 0,72$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{0,72}{0,75} = \frac{72}{75} = 0,96$$

Calculando a probabilidade de um não fã ser sorteado:

Espaço amostral **U**: porcentagem dos seguidores  $\rightarrow n(U) = 0,8 \cdot 0,9 + 0,2 \cdot 0,15 = 0,75$

Evento **B**: não é fã seja sorteado  $\rightarrow n(B) = 0,2 \cdot 0,15 = 0,03$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(U)} = \frac{0,03}{0,75} = \frac{3}{75} = 0,04$$

A razão entre a probabilidade de que um fã seja sorteado e a probabilidade de que o sorteado seja alguém que não é fã do programa pode ser escrita como:

$$Razão = \frac{0,96}{0,04} = \frac{96}{4} = 24$$



### Sugestões de formas para abordar a resolução da tarefa 10:

1. Caso seja necessário, determine com os seus estudantes a quantidade total de seguidores como sendo de 1.000.000 e, a partir daí, determine os valores absolutos em relação as porcentagens.

Espaço amostral **U**: total de seguidores  $\rightarrow n(U) = 1\ 000\ 000$

Fãs: 80% de 1 000 000 = 800 000

Evento **A**: um fã seja sorteado (90% de 800 000 = 720 000  $\rightarrow n(A) = 720\ 000$ )

Não fãs: 20% de 1 000 000 = 200 000

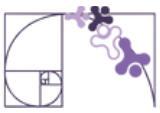
Evento **B**: não é fã seja sorteado (15% de 200 000 = 30 000  $\rightarrow n(B) = 30\ 000$ )

$$Razão = \frac{720\ 000}{30\ 000} = 24$$

2. Como a tarefa questiona a razão entre duas probabilidades, lembre com seus estudantes o que é uma razão e oriente a resolução a partir daí:

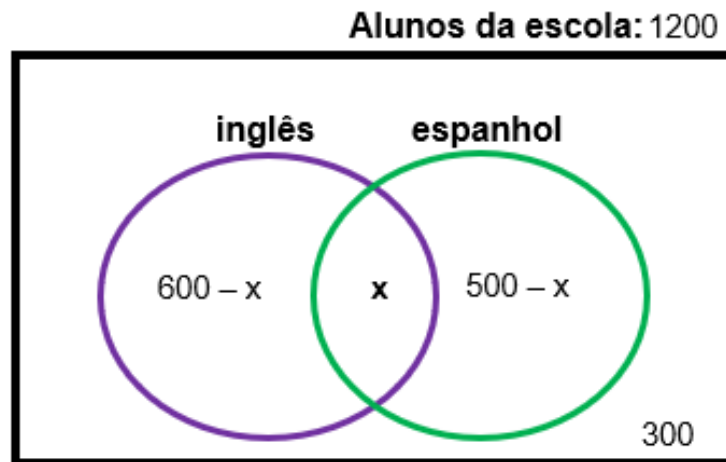
$$Razão = \frac{\frac{n(A)}{n(U)}}{\frac{n(B)}{n(U)}} = \frac{\frac{0,72}{0,75}}{\frac{0,03}{0,75}} = \frac{\frac{72}{75}}{\frac{3}{75}} = \frac{72}{75} \cdot \frac{75}{3} = \frac{72}{3} = 24$$

\*Utilize a mesma ideia da resolução do material para a definição do espaço amostral e dos eventos, ou utilize a ideia desenvolvida na primeira sugestão.



## QUESTÃO 5

Optando por resolver a tarefa utilizando o diagrama de Venn, observa-se que é necessário descobrir quantos alunos falam inglês e espanhol, prestando atenção ao número de alunos que não falam nenhum dos dois idiomas.



Para descobrir a quantidade de alunos que falam os dois idiomas:

$$\begin{aligned}(600 - x) + (500 - x) + x + 300 &= 1\ 200 \\ -x - x + x + 600 + 500 + 300 &= 1\ 200 \\ -x + 1\ 400 &= 1\ 200 \\ -x &= 1\ 200 - 1\ 400 \\ -x &= -200 \\ x &= 200\end{aligned}$$

- Falar inglês:  $600 - 200 = 400$
- Falar espanhol:  $500 - 200 = 300$
- Falar inglês e espanhol: 200
- Não falar nenhum dos dois idiomas: 300

Utilizando a forma do espaço amostral reduzido:

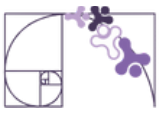
Espaço amostral **U**: não falar inglês  $\rightarrow n(\mathbf{U}) = 300 + 300 = 600$

Evento **A**: falar espanhol  $\rightarrow n(\mathbf{A}) = 300$

Calculando  $P(\mathbf{A})$ :

$$P(\mathbf{A}) = \frac{n(\mathbf{A})}{n(\mathbf{U})} = \frac{300}{600} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Logo, **alternativa A**.



## QUESTÃO 6

Espaço amostral **U**: combinação dos resultados dos dois dados →  $n(U) = 36$

$$U = \left\{ \begin{array}{l} (1, 1) (2, 1) (3, 1) (4, 1) (5, 1) (6, 1) \\ (1, 2) (2, 2) (3, 2) (4, 2) (5, 2) (6, 2) \\ (1, 3) (2, 3) (3, 3) (4, 3) (5, 3) (6, 3) \\ (1, 4) (2, 4) (3, 4) (4, 4) (5, 4) (6, 4) \\ (1, 5) (2, 5) (3, 5) (4, 5) (5, 5) (6, 5) \\ (1, 6) (2, 6) (3, 6) (4, 6) (5, 6) (6, 6) \end{array} \right\} \rightarrow \left( \begin{array}{cc} \text{Resultado} & \text{Resultado} \\ 1^\circ \text{ dado} & , 2^\circ \text{ dado} \end{array} \right)$$

Evento **A**: O primeiro dado mostra o resultado igual a 2 →  $n(A) = 6$

(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5) e (2, 6)

Evento **B**: A soma dos pontos nos dois dados é igual a 6 →  $n(B) = 5$

(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2) e (5, 1)

- $A \cap B$ : obter 2 no 1º dado cuja a soma com o resultado do 2º dado resulta em 6 →  $n(A \cap B) = 1$ .

Calculando  $P(B)$ :

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(U)} = \frac{5}{36}$$

Calculando  $P(A \cap B)$ :

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(U)} = \frac{1}{36}$$

Calculando  $P(B|A)$ :

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{36}}{\frac{5}{36}} = \frac{1}{36} \cdot \frac{36}{5} = \frac{36}{180} = \frac{1}{5} = 0,20 \text{ ou } 20\%$$

Logo, **alternativa D**.

# Rotinas Pedagógicas Escolares

## Matemática

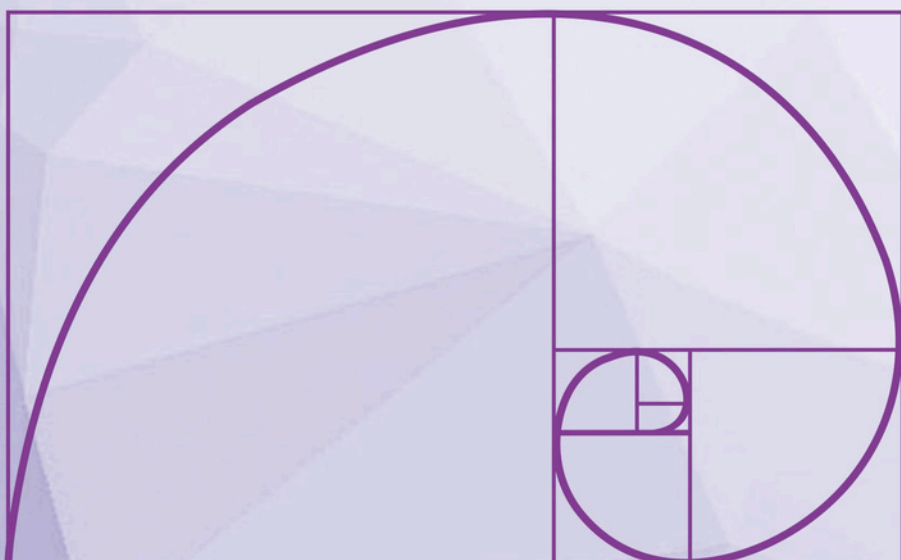


GOVERNO DO ESTADO  
DO ESPÍRITO SANTO  
Secretaria da Educação

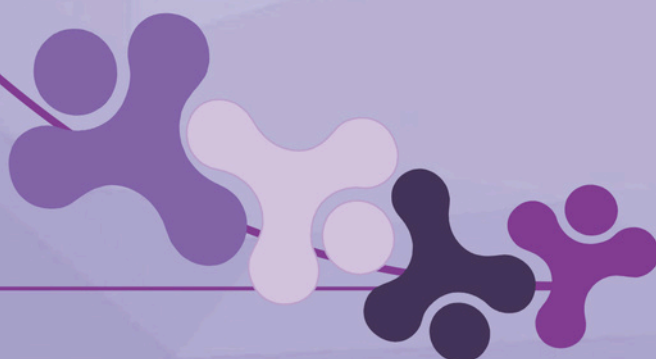
SEDU 2026



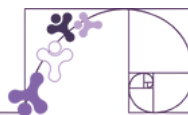
Gerência de Currículo  
da Educação Básica



### Capítulo 2: Organização de dados, medidas de tendência central e de dispersão



# Material Extra



## SITE

A seção **“Medidas de Posição”** traz vídeos sobre os conteúdos tratados neste material estruturado. Além dos vídeos, é possível acessar o material teórico que apresenta alguns exemplos extras. Para ter acesso, basta [clique aqui](#) ou via QR-Code (ao lado).



A seção **“Medidas de Dispersão”** traz vídeos sobre os conteúdos tratados neste material estruturado. Além dos vídeos, é possível acessar o material teórico que apresenta alguns exemplos extras. Para ter acesso, basta [clique aqui](#) ou via QR-Code (ao lado).



## SUGESTÃO DE LEITURA

O artigo **“Problemas identificados em gráficos estatísticos publicados nos meios de comunicação”** é um estudo que oferece diversas análises de gráficos com erros de confecção publicados na mídia. Para ter acesso, basta [clique aqui](#) ou via QR-Code (ao lado).



“Quando foi publicado pela primeira vez, em 1954, o livro de Darrell Huff foi saudado como pioneiro em conjugar linguagem simples e ilustrações para tratar de um tema polêmico e controverso: o mau uso da estatística para maquiagem dados e abalar opiniões.”



Apesar de alguns exemplos não serem tão atuais, a linguagem do livro se destaca como um de seus principais pontos fortes. O capítulo 2, “Uma média bem escolhida”, apresenta uma discussão instigante sobre o uso das medidas de tendência central. Já o capítulo 5, “Os gráficos malucos”, explora de forma crítica o (mau) uso dos gráficos, contribuindo para uma reflexão importante sobre a interpretação de dados.

## TABELAS, GRÁFICOS DE FREQUÊNCIA E INFOGRÁFICOS

### ATIVIDADE 1

**Série Histórica (2017 - 2023): Casos de Femicídio**

Ano	Frequência absoluta	Frequência relativa	
		Forma decimal	Forma percentual
2017	42	$\frac{42}{245} = 0,171$	$0,171 \cdot 100 = 17,1$
2018	34	$\frac{34}{245} = 0,139$	$0,139 \cdot 100 = 13,9$
2019	34	$\frac{34}{245} = 0,139$	$0,139 \cdot 100 = 13,9$
2020	26	$\frac{26}{245} = 0,106$	$0,106 \cdot 100 = 10,6$
2021	39	$\frac{39}{245} = 0,159$	$0,159 \cdot 100 = 15,9$
2022	35	$\frac{35}{245} = 0,143$	$0,143 \cdot 100 = 14,3$
2023	35	$\frac{35}{245} = 0,143$	$0,143 \cdot 100 = 14,3$
<b>Total</b>	245	1	100



## ATIVIDADE 2

A quantidade de vítimas fatais apresentadas na tabela são os valores da frequência absoluta. Dessa forma

Ano	Frequência absoluta	Frequência relativa	
		Forma decimal	Forma percentual
JAN	84	$\frac{84}{817} = 0,1028$	$0,1028 \cdot 100 = 10,28$
FEV	55	$\frac{55}{817} = 0,0673$	$0,0673 \cdot 100 = 6,73$
MAR	87	$\frac{87}{817} = 0,1065$	$0,1065 \cdot 100 = 10,65$
ABR	55	$\frac{55}{817} = 0,0673$	$0,0673 \cdot 100 = 6,73$
MAI	58	$\frac{58}{817} = 0,0710$	$0,0710 \cdot 100 = 7,10$
JUN	64	$\frac{64}{817} = 0,0783$	$0,0783 \cdot 100 = 7,83$
JUL	78	$\frac{78}{817} = 0,0955$	$0,0955 \cdot 100 = 9,55$
AGO	66	$\frac{66}{817} = 0,0808$	$0,0808 \cdot 100 = 8,08$
SET	71	$\frac{71}{817} = 0,0869$	$0,0869 \cdot 100 = 8,69$
OUT	58	$\frac{58}{817} = 0,0710$	$0,0710 \cdot 100 = 7,10$
NOV	63	$\frac{63}{817} = 0,0771$	$0,0771 \cdot 100 = 7,71$
DEZ	78	$\frac{78}{817} = 0,0955$	$0,0955 \cdot 100 = 9,55$
<b>TOTAL</b>	<b>817</b>	1	100



## ATIVIDADE 3

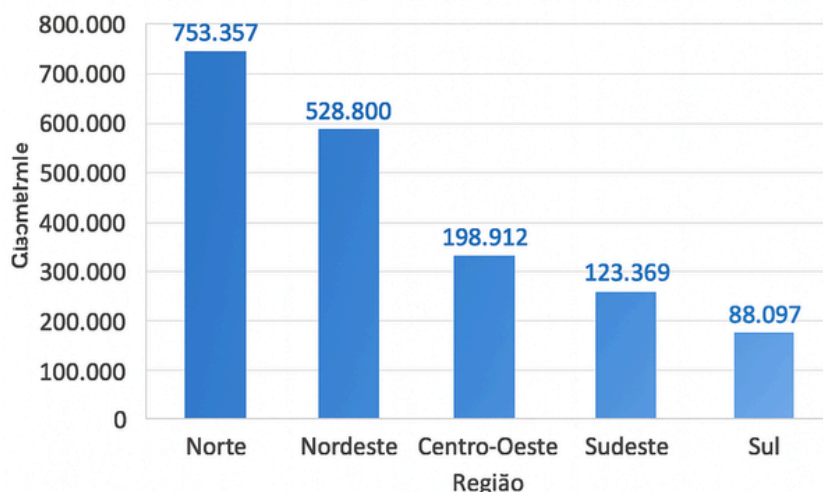
### Matriz Elétrica Brasileira

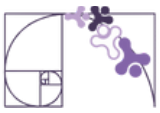
Fonte	Frequência absoluta	Frequência relativa	
		Forma decimal	Forma percentual
Hídrica	110	$\frac{110}{200} = 0,55$	$0,55 \cdot 100 = 55$
Eólica	$0,15 \cdot 200 = 30$	0,15	$0,15 \cdot 100 = 15$
Biomassa	16	0,08	8
Gás Natural	$0,09 \cdot 200 = 18$	$\frac{9}{100} = 0,09$	9
Petróleo	16	$\frac{16}{200} = 0,08$	$0,08 \cdot 100 = 8$
Carvão Mineral	4	0,02	2
Nuclear	$0,01 \cdot 200 = 2$	0,01	$0,01 \cdot 100 = 1$
Outros	$200 - 110 - 30 - 16 - 18 - 16 - 4 - 2 = 4$	$\frac{4}{200} = 0,02$	$0,02 \cdot 100 = 2$
<b>Total</b>	<b>200</b>	<b>1</b>	<b>100</b>

## ATIVIDADE 4

Para a construção do gráfico de colunas, primeiro deverá ser levado em consideração os valores observados na coluna de quantidade. Pode-se estabelecer o crescimento do eixo y do gráfico de 100 000 em 100 000 e, para facilitar a leitura, no topo de cada coluna pode ser orientado colocar o valor de referência.

### População Indígena por região (2022)



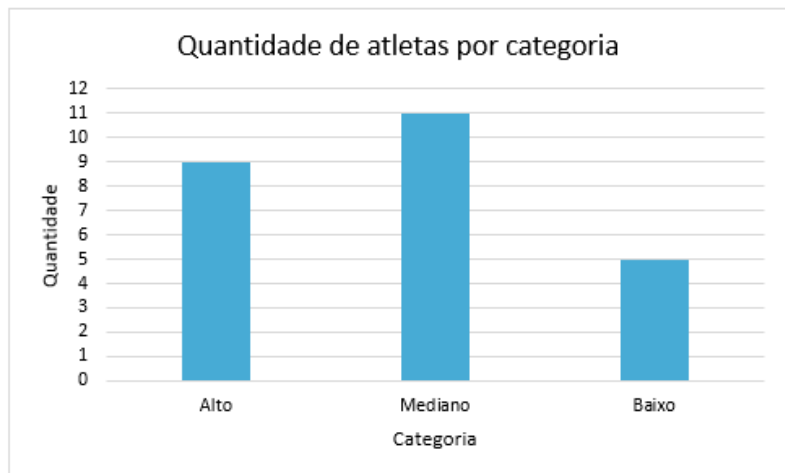


**Prezada Professora, Prezado Professor,**

para a construção do gráfico você poderá recorrer ao uso de ferramentas tecnológicas. Dessa forma, os estudantes poderão visualizar e manipular dados de maneira mais interativa, o que não apenas tornará o aprendizado mais envolvente, mas também permitirá que desenvolvam habilidades essenciais para a análise de informações.

## ATIVIDADE 5

Categoria	Quantidade de atletas
Alto	9
Mediano	11
Baixo	5
<b>Total</b>	<b>25</b>



Fonte: Pesquisa realizada com alunos de uma escola estadual do Espírito Santo

## ATIVIDADE 6

Julgando os itens:

A) A quantidade de vistos concedidos ao total de cubanos é maior do que a quantidade concedidas a homens iranianos.

Total de vistos cubanos: 3 725

Total de vistos de homens iranianos: 3 225

} Não é inferior, é superior.

**FALSO**

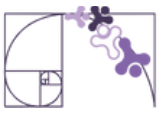
B) O número de vistos concedidos à mulheres angolanas é superior ao total de vistos concedidos a cidadãos cubanos.

Total de vistos de mulheres angolanas: 4 981

Total de vistos cubanos: 3 725

} É superior.

**VERDADEIRO**



C) O número de vistos concedidos aos homens haitianos é igual ao número concedidos às mulheres haitianas.

Total de vistos de homens haitianos: 1 669  
Total de vistos de mulheres haitianas: 1 546 } O número de homens é superior.

**FALSO**

D) O total de vistos concedidos às mulheres de outros países é inferior ao total de vistos concedidos aos cidadãos angolanos.

Total de vistos de mulheres de outros países: 13 547  
Total de vistos angolanos: 10 618 } É superior.

**FALSO**

E) Metade dos vistos concedidos aos homens foram emitidos em outros países.

A metade dos vistos concedidos aos homens é de  $\frac{62\,313}{2} = 31\,156,5$ .

Total de vistos de homens de outros países: 30 673.

**FALSO**

## ATIVIDADE 7

Analisando as alternativas:

A) No município de Évare I residem 5 999 indígenas a mais do que em Raposa Serra do Sol.

Évare I: 20 177  
Raposa Serra do Sol: 26 176 } É ao contrário. A população residente da Raposa Serra do Sol é maior do que a de Évare I:  
 $26\,176 - 20\,177 = 5\,999$

**FALSO**

B) A diferença de indígenas e não indígenas residentes em Potiguara é de 738 pessoas.

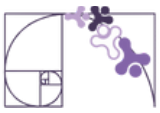
Indígenas em Potiguara: 10 960  
Não Indígenas em Potiguara:  $11\,698 - 10\,960 = 738$  } A diferença será:  
 $10\,960 - 738 = 10\,222$

**FALSO**

C) No município de Andirá-Marau, residem 148 pessoas não indígenas.

Não Indígenas em Andirá-Marau:  $14\,455 - 14\,307 = 148$

**VERDADEIRO**



D) A população residente no município Yanomami é exatamente o dobro da população residente em Dourados.

$$\left. \begin{array}{l} \text{População em Yanomami: } 27\ 202 \\ \text{População em Dourados: } 13\ 673 \end{array} \right\} \frac{27\ 202}{2} = 13\ 601$$

**FALSO**

E) O total de pessoas indígenas nessas terras é de 172 139.

$$27\ 152 + 26\ 176 + 20\ 177 + 18\ 042 + 14\ 307 + 13\ 473 + 10\ 960 + 10\ 662 + 10\ 328 + 10\ 158 = 161\ 435$$

**FALSO**

## ATIVIDADE 8

Medalhas	Quantitativo	Frequência Relativa
Ouro	3	$\frac{3}{20} = 0,15$
Prata	7	$\frac{7}{20} = 0,35$
Bronze	10	$\frac{10}{20} = 0,50$
Total	20	$\frac{20}{20} = 1$

Logo, tem-se 0,15, 0,35 e 0,5

**ALTERNATIVA D.**



### QUESTÃO 1

Analisando a tabela, os estudantes passam 5 horas por dia estudando em cada um dos 5 dias da semana:  **$5 \times 5 = 25$  horas.**

Além disso, eles estudam 1 hora para cada dia do fim de semana:  **$1 \times 2 = 2$  horas.**

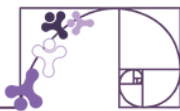
Somando às horas:  **$25 + 2 = 27$  horas por semana.**

**Alternativa E**

### QUESTÃO 2

Para solucionar a questão, precisamos analisar o comportamento da linha no gráfico, lembrando que o eixo vertical representa o valor monetário das vendas e o eixo horizontal representa os meses do ano. O enunciado solicita que identifiquemos, respectivamente, o mês da maior venda e o mês da menor venda absoluta.

Ao observarmos a trajetória da linha, nota-se que o pico mais alto, ou seja, o valor máximo alcançado durante o ano, ocorre claramente no mês de junho. Por outro lado, ao buscarmos o ponto mais baixo do gráfico (o "vale" da linha), que indica o menor volume de vendas, identificamos que ele se encontra no mês de agosto. Portanto, a sequência correta é junho e agosto, o que corresponde à **alternativa E**.



## DADOS AGRUPADOS EM CLASSE E MEDIDAS RESUMO DE UMA AMOSTRA

### ATIVIDADE 1

O objetivo é traçar a média referente a 3 faixas etárias: 20 a 29 anos (227 637), 30 a 39 anos (196 661) e 40 a 49 anos (159 202):

$$\text{média} = \frac{227.637 + 196.661 + 159.202}{3} = \frac{583.500}{3} = 194.500$$

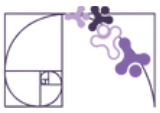
A média dos relatos feitos por pessoas na faixa etária de 20 a 49 anos é de 194 500 registros.

### ATIVIDADE 2

Definindo os intervalos de frequência:  $1,98 - 1,58 = 0,4$

Como serão 5 intervalos, cada intervalo terá amplitude de 0,08 (0,4 dividido por 5)

Alturas	Frequência absoluta	Frequência relativa (forma decimal)
1,58 ┆ 1,66	2	$\frac{2}{25} = 0,08$
1,66 ┆ 1,74	6	$\frac{6}{25} = 0,24$
1,74 ┆ 1,82	9	$\frac{9}{25} = 0,36$
1,82 ┆ 1,90	3	$\frac{3}{25} = 0,12$
1,90 ┆ 1,98	5	$\frac{5}{25} = 0,2$
<b>Total</b>	25	1



## ATIVIDADE 3

A média de matrículas será a soma de todas as matrículas concentradas entre 2007 e 2023, que é 14.401.049. Como de 2007 à 2023 temos 17 valores, a média será:

$$\text{média} = \frac{14.401.049}{17} = 847.120,529$$

Dessa forma, o número médio de matrículas será de aproximadamente 847 121.

## ATIVIDADE 4

$$\text{média} = \frac{29,1 + 16,37 + 14,14 + 14,03 + 10,54 + 7,9 + 7,41 + 7,1 + 6,94 + 6,93}{10} = \frac{120,46}{10} = 12,046$$

Observe o cálculo da mediana:

$$6,93 - 6,94 - 7,1 - 7,41 - 7,9 - 10,54 - 14,03 - 14,14 - 16,37 - 29,1$$

Como a quantidade de dados é par, faz-se necessário calcular a média:

$$\text{média} = \frac{7,9 + 10,54}{2} = \frac{18,44}{2} = 9,22$$

Dessa forma, o valor da mediana é 9,22.

Para a situação descrita, o valor mais adequado para a análise dos dados seria a mediana, por estar mais próximo da maior quantidade de valores.

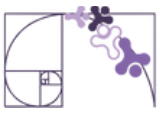
## ATIVIDADE 5

Se a média antes dos 3 novos funcionários entrarem era de R\$ 4 535,00, a somatória dos 80 salários pode ser calculada da seguinte forma:  $4\ 535,00 \times 80 = 362\ 800$ .

Não se faz necessário aqui, saber o valor de quanto cada funcionário ganha, e sim o somatório, pois com a chegada de 3 novos funcionários com salários de R\$ 2 430,00, R\$ 3 425,00 e R\$ 1 800,00, pode-se calcular uma nova média:

$$\text{média} = \frac{362.800 + 2.430 + 3.425 + 1.800}{80 + 3} = \frac{370.455}{83} = 4.463,31325$$

Logo, a nova média salarial será de, aproximadamente, R\$ 4 463,31.



## ATIVIDADE 6

Definindo os pontos médios para os intervalos de frequência, a partir da média do limite inferior e superior, o tempo médio de utilização será:

$$\text{média} = \frac{2,5 \cdot 15 + 5,5 \cdot 10 + 8,5 \cdot 24 + 11,5 \cdot 20 + 14,5 \cdot 28 + 17,5 \cdot 3}{100}$$

$$\text{média} = \frac{37,5 + 55 + 204 + 230 + 406 + 52,5}{100}$$

$$\text{média} = \frac{985}{100}$$

$$\text{média} = 9,85$$

## Alternativa C

## ATIVIDADE 7

Como foram atendidas 5 crianças, e três delas apresentam idades iguais a 2 anos, pode-se inferir que a moda é 2.

O valor da mediana também será 2, pois, imagine as seguintes situações:

- se as duas outras crianças atendidas tiverem idade menor ou igual a 2:

$$x - y - 2 - 2 - 2$$

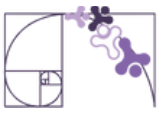
- se as duas outras crianças atendidas tiverem idade maior ou igual a 2:

$$2 - 2 - 2 - x - y$$

- Se as duas outras crianças atendidas tiverem idade maior ou igual a 2 e menor ou igual a 2:

$$x - 2 - 2 - 2 - y$$

## Alternativa C



## ATIVIDADE 8

Analisando as afirmativas:

A) A média da quantidade de casos registrados é de 3.440.

$$\text{média} = \frac{3\ 257 + 3\ 783 + 3\ 520 + 2\ 399 + 2\ 880 + 3\ 800 + 4\ 474}{7} = \frac{24\ 113}{7} = 3\ 444,71429$$

**Falso**

B) A mediana da quantidade de casos registrados é de 3 783.

$$2\ 399 - 2\ 880 - 3\ 257 - 3\ 520 - 3\ 783 - 3\ 800 - 4\ 474$$

**Falso**

C) Em 2023, a quantidade de casos registrados supera a média em 1 029 casos.

Como a média calculada foi de aproximadamente 3 445 casos:

$$4\ 474 - 3\ 445 = 1\ 029$$

**Verdadeiro**

D) A média dos casos registrados supera a mediana em aproximadamente 75 casos.

Como a média calculada foi de aproximadamente 3 445 casos e a mediana observada foi de 3 520 casos, a mediana é maior.

**Falso**

E) A mediana dos casos registrados supera a média em aproximadamente 70 casos.

Como a média calculada foi de aproximadamente 3 445 casos e a mediana observada foi de 3 520:

$$3\ 520 - 3\ 445 = 75$$

**Falso**

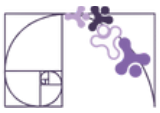
## ATIVIDADE 9

Para encontrar o percentual médio da região Sudeste, somamos os valores dos 5 anos e dividimos pelo total de edições:

$$\text{Média} = \frac{55 + 61 + 58 + 66 + 60}{5} = \frac{300}{5} = 60\%$$

Logo, o percentual médio de medalhistas de ouro da região sudeste é 60%.

**Alternativa D.**



## ATIVIDADE 10

Candidato A:

$$\text{média}(A) = \frac{5 \cdot 3 + 1 \cdot 5 + 2 \cdot 2 + 5 \cdot 1}{3 + 5 + 2 + 1} = \frac{15 + 5 + 4 + 5}{11} = \frac{29}{11} \cong 2,636363 \dots$$

Candidato B:

$$\text{média}(B) = \frac{1 \cdot 3 + 4 \cdot 5 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 1}{3 + 5 + 2 + 1} = \frac{3 + 20 + 4 + 2}{11} = \frac{29}{11} \cong 2,636363 \dots$$

Candidato C:

$$\text{média}(C) = \frac{3 \cdot 3 + 3 \cdot 5 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 1}{3 + 5 + 2 + 1} = \frac{9 + 15 + 6 + 4}{11} = \frac{45}{11} \cong 4,090909 \dots$$

Candidato D:

$$\text{média}(D) = \frac{3 \cdot 3 + 3 \cdot 5 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 1}{3 + 5 + 2 + 1} = \frac{9 + 5 + 6 + 4}{11} = \frac{34}{11} \cong 3,090909 \dots$$

Candidato E:

$$\text{média}(E) = \frac{4 \cdot 3 + 2 \cdot 5 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 1}{3 + 5 + 2 + 1} = \frac{12 + 10 + 8 + 5}{11} = \frac{35}{11} \cong 3,181818 \dots$$

O candidato C obteve a maior média.

**Alternativa C**



### QUESTÃO 1

Seja  $M$  o valor da média, o cálculo correto deveria ser:

$$M = \frac{SOMA}{4}$$

Como o estudante dividiu o valor da soma por 5, a média obtida foi 1 unidade menor do que deveria ser:

$$M - 1 = \frac{SOMA}{5}$$

Como o objetivo é encontrar o valor da média  $M$ , deve-se isolar a SOMA na primeira equação para poder substituir na segunda equação:

$$M \cdot 4 = SOMA \quad \longrightarrow \quad 4M = SOMA$$

Substituindo e resolvendo:

$$\begin{aligned} M - 1 &= \frac{4M}{5} & \longrightarrow & (M - 1) \cdot 5 = 4M \\ & & & 5M - 5 = 4M \\ & & & 5M - 4M = 5 \\ & & & M = 5 \end{aligned}$$

**Alternativa B.**

### QUESTÃO 2

Para determinar a mediana da umidade relativa do ar apresentada na questão, o primeiro passo é organizar os valores da tabela em ordem crescente. A sequência ordenada fica: 46, 54, 60, 64, 64 e 66.

Como temos uma quantidade par de dados (seis meses), a mediana é calculada pela média aritmética dos dois termos centrais. Observando a lista organizada, os valores do meio são 60 e 64. Somando esses dois números, obtemos 124, e dividindo o resultado por 2, chegamos ao valor final de 62. Portanto, a resposta correta é a **alternativa E**.



### QUESTÃO 3

Para calcular a mediana de uma sequência de números, o passo mais importante é ordenar os valores (seja de forma crescente ou decrescente).

Como temos 4 notas (um número par de elementos), a mediana será a média aritmética dos dois valores centrais.

#### Estudante I

- Notas: 85, 45, 90, 45
- Ordem crescente: 45, **45, 85**, 90
- Cálculo da Mediana:  $\frac{45 + 85}{2} = \frac{130}{2} = 65$
- Valor informado pelo aluno: 77
- Resultado: Errou.

#### Estudante II

- Notas: 80, 70, 70, 75
- Ordem crescente: 70, **70, 75**, 80
- Cálculo da Mediana:  $\frac{70 + 75}{2} = \frac{145}{2} = 72,5$
- Valor informado pelo aluno: 70
- Resultado: Errou.

#### Estudante III

- Notas: 75, 75, 75, 55
- Ordem crescente: 55, 75, 75, 75
- Cálculo da Mediana:  $\frac{75 + 75}{2} = 75$
- Valor informado pelo aluno: 70
- Resultado: Errou.

#### Estudante IV

- Notas: 85, 35, 35, 90
- Ordem crescente: 35, 35, 85, 90
- Cálculo da Mediana:  $\frac{35 + 85}{2} = \frac{120}{2} = 60$
- Valor informado pelo aluno: 60
- Resultado: Acertou.

#### Estudante V

- Notas: 60, 70, 70, 75
- Ordem crescente: 60, 70, 70, 75
- Cálculo da Mediana:  $\frac{70 + 70}{2} = 70$
- Valor informado pelo aluno: 70
- Resultado: Acertou.

Portanto, os estudantes que calcularam corretamente suas notas finais foram o IV e o V. A alternativa correta é a E) IV e V.



## INVESTIGANDO A VARIABILIDADE DOS DADOS

### ATIVIDADE 1

Para calcular a amplitude basta selecionarmos o valor máximo e o valor mínimo do conjunto de dados e efetuar a subtração;

**Valor máximo:** R\$ 731,83

**Valor mínimo:** R\$ 684,21

$$\text{Amplitude} = 731,83 - 684,21 = 47,62$$

Logo, a amplitude dos preços da cesta básica é de R\$ 47,62

### ATIVIDADE 2

Determinando a média dos salários:

$$\text{média} = \frac{25\ 154,48 + 23\ 495,64 + 23\ 100 + 23\ 000 + 22\ 939,33}{5}$$

$$\text{média} = \frac{117\ 689,45}{5}$$

$$\text{média} = 23\ 537,89$$

Determinando a variância ( $\sigma^2$ ):

$$\sigma^2 = \frac{(25\ 154,48 - 23\ 537,89)^2 + (23\ 495,64 - 23\ 537,89)^2 + (23\ 100 - 23\ 537,89)^2 + (23\ 000 - 23\ 537,89)^2 + (22\ 939,33 - 23\ 537,89)^2}{5}$$

$$\sigma^2 = \frac{(1\ 616,59)^2 + (-42,25)^2 + (-437,89)^2 + (-537,89)^2 + (-598,56)^2}{5}$$

$$\sigma^2 = \frac{+2\ 613\ 363,2281 + 1\ 785,0625 + 191\ 747,6521 + 289\ 325,6521 + 358\ 274,0736}{5}$$

$$\sigma^2 = \frac{3\ 454\ 495,6684}{5}$$

$$\sigma^2 = 690\ 899,133680$$

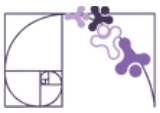
Determinando o desvio-padrão ( $\sigma$ ):  $\sigma = \sqrt[2]{690\ 899,133680}$

$$\sigma = 831,203425$$

$$\sigma \cong 831,20$$

A variância é igual a 690 899,133680 e o desvio-padrão é aproximadamente R\$ 831,20.

**Professor(a)**, a questão sugere a utilização de calculadora ou planilhas eletrônicas.



## ATIVIDADE 3

Como todos candidatos obtiveram uma média igual ou superior a 14 pontos, o desempate ficaria a cargo da pontuação mais regular, ou seja, homogênea. Dessa forma, bastava observar todos os candidatos com média 15 (maior média) e escolher o candidato com o desvio-padrão mais próximo de zero (homogeneidade).

Marcos: desvio-padrão = 0,8165

Sendo assim, Marcos foi o candidato aprovado.

**Observação:** a candidata Zilma obteve um desvio-padrão de suas notas igual a zero, porém sua média aritmética foi menor do que 15 pontos.

## ATIVIDADE 4

Determinando a média:

$$\begin{aligned} \text{média} &= \frac{61 + 59 + 48 + 42 + 41 + 41 + 38 + 38 + 37 + 37 + 37 + 37 + 36 + 36 + 35 + 35 + 34 + 31 + 30 + 29 + 29 + 28 + 27 + 26 + 26 + 6}{26} \\ \text{média} &= \frac{924}{26} \\ \text{média} &\cong 35,54 \end{aligned}$$

Determinando a moda: 37 (4 vezes)

Determinando a mediana:

Como os dados já estão em ordem decrescente, basta encontrar as idades correspondentes a 13ª e 14ª posições e calcular sua média.

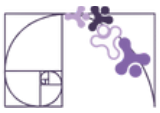
$$\begin{aligned} \text{média} &= \frac{36 + 36}{2} \\ \text{média} &= \frac{72}{2} \\ \text{média} &= 36 \end{aligned}$$

Determinando a amplitude:

Valor máximo: 61

Valor mínimo: 6

$$\text{Amplitude} = 61 - 6 = 55$$



## ATIVIDADE 5

Determinando a média:

$$m\acute{e}dia = \frac{1\ 412 + 1\ 320 + 1\ 212 + 1\ 100 + 1\ 045}{5}$$

$$m\acute{e}dia = \frac{6\ 089}{5}$$

$$m\acute{e}dia = 1\ 217,80$$

Determinando a variância ( $\sigma^2$ ):

$$\sigma^2 = \frac{(1\ 412 - 1\ 217,80)^2 + (1\ 320 - 1\ 217,80)^2 + (1\ 212 - 1\ 217,80)^2 + (1\ 100 - 1\ 217,80)^2 + (1\ 045 - 1\ 217,80)^2}{5}$$

$$\sigma^2 = \frac{(194,20)^2 + (102,20)^2 + (-5,80)^2 + (-117,80)^2 + (-172,80)^2}{5}$$

$$\sigma^2 = \frac{91\ 928,80}{5}$$

$$\sigma^2 = 18\ 385,76$$

Determinando o desvio-padrão ( $\sigma$ ):  $\sigma = \sqrt[3]{18\ 385,76}$

$$\sigma = 135,5941$$

## ATIVIDADE 6

### Resolução utilizando uma planilha eletrônica

- Determinando a média:

	A	B	C	D
1		Variável		
2	1930	8		
3	1934	5		
4	1938	7		
5	1950	9		
6	1954	11		
7	1958	13		
8	1962	4		
9	1966	9		
10	1970	10		
11	1974	7		
12	1978	6		
13	1982	6		
14	1986	5		
15	1990	6		
16	1994	6		
17	1998	6		
18	2002	8		
19	2006	5		
20	2010	5		
21	2014	6		
22	2018	6		
23	2022	8		
24	Soma	156	Média	7,090909091

**Média:** utilizar o comando (função) MÉDIA.



- Determinando a variância e o desvio-padrão:

	A	B	C	D	E
1		Variável	Média	Variável - Média	(Variável - Média) <sup>2</sup>
2	1930	8	7,09091	0,909090909	0,826446281
3	1934	5	7,09091	-2,090909091	4,371900827
4	1938	7	7,09091	-0,090909091	0,008264463
5	1950	9	7,09091	1,909090909	3,644628099
6	1954	11	7,09091	3,909090909	15,28099173
7	1958	13	7,09091	5,909090909	34,91735537
8	1962	4	7,09091	-3,090909091	9,553719009
9	1966	9	7,09091	1,909090909	3,644628099
10	1970	10	7,09091	2,909090909	8,462809917
11	1974	7	7,09091	-0,090909091	0,008264463
12	1978	6	7,09091	-1,090909091	1,190082645
13	1982	6	7,09091	-1,090909091	1,190082645
14	1986	5	7,09091	-2,090909091	4,371900827
15	1990	6	7,09091	-1,090909091	1,190082645
16	1994	6	7,09091	-1,090909091	1,190082645
17	1998	6	7,09091	-1,090909091	1,190082645
18	2002	8	7,09091	0,909090909	0,826446281
19	2006	5	7,09091	-2,090909091	4,371900827
20	2010	5	7,09091	-2,090909091	4,371900827
21	2014	6	7,09091	-1,090909091	1,190082645
22	2018	6	7,09091	-1,090909091	1,190082645
23	2022	8	7,09091	0,909090909	0,826446281
24				Soma	103,8181818
25				Variância	4,719008264
26				Desvio- Padrão	2,172327845

**Variância:** utilizar o comando (função) VAR.P

**Desvio-padrão** utilizar o comando (função) DESVPAD.P

Como o desvio-padrão é de aproximadamente 2,17, pode-se afirmar que os dados estão mais dispersos, ou seja, são mais heterogêneos.

## ATIVIDADE 7

Como não teve nenhuma nota igual a zero, e a variância é igual a zero.

(A) a média aritmética simples desse conjunto de dados também valerá zero.

**FALSO**, pois para a média ser igual a zero, as notas precisariam também serem iguais a zero.

(B) a média aritmética ponderada desse conjunto de dados também valerá zero.

**FALSO**, pois para a média ser igual a zero, as notas precisariam também serem iguais a zero.

(C) a moda desse conjunto de dados também valerá zero.

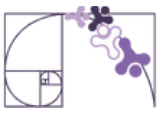
**FALSO**, pois para a moda ser zero, deveria haver alguma frequência de notas zero.

(D) a mediana desse conjunto de dados também valerá zero.

**FALSO**, pois para a mediana ser zero, deveriam haver apenas notas zero.

(E) o desvio-padrão desse conjunto de dados também valerá zero.

**VERDADEIRO**, pois o desvio-padrão é a raiz quadrada da variância. Como ela vale zero, o desvio também valerá.



## ATIVIDADE 8

O conjunto que possui os dados mais heterogêneos é aquele que possui o maior desvio-padrão, ou seja, o conjunto E.

### Alternativa E

## ATIVIDADE 9

Determinando a média:

$$\text{média} = \frac{33 + 34 + 33 + 34 + 34 + 35 + 35}{7}$$

$$\text{média} = \frac{238}{7}$$

$$\text{média} = 34$$

Determinando a variância ( $\sigma^2$ ):

$$\sigma^2 = \frac{(33 - 34)^2 + (34 - 34)^2 + (33 - 34)^2 + (34 - 34)^2 + (34 - 34)^2 + (35 - 34)^2 + (35 - 34)^2}{7}$$

$$\sigma^2 = \frac{(-1)^2 + (0)^2 + (-1)^2 + (0)^2 + (0)^2 + (1)^2 + (1)^2}{7}$$

$$\sigma^2 = \frac{+1 + 0 + 1 + 0 + 0 + 1 + 1}{7}$$

$$\sigma^2 = \frac{4}{7}$$

$$\sigma^2 = 0,571428571428571$$

$$\sigma^2 \cong 0,57$$

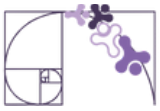
Determinando o desvio-padrão ( $\sigma$ ):

$$\sigma = \sqrt[2]{0,57}$$

$$\sigma \cong 0,75$$

Logo, 0,75 se enquadra em extremamente baixo.

### Alternativa A



## ATIVIDADE 10

Determinando a média:

$$\text{média} = \frac{1,7 + 2,5 + 3,2 + 3,3}{4}$$

$$\text{média} = \frac{10,7}{4}$$

$$\text{média} = 2,675$$

Determinando a variância ( $\sigma^2$ ):

$$\sigma^2 = \frac{(1,7 - 2,675)^2 + (2,5 - 2,675)^2 + (3,2 - 2,675)^2 + (3,3 - 2,675)^2}{4}$$

$$\sigma^2 = \frac{(-0,975)^2 + (0,175)^2 + (0,525)^2 + (0,625)^2}{4}$$

$$\sigma^2 = \frac{+0,950625 + 0,030625 + 0,275625 + 0,390625}{4}$$

$$\sigma^2 = \frac{1,6475}{4}$$

$$\sigma^2 = 0,411875$$

$$\sigma^2 \cong 0,41$$

Determinando o desvio-padrão ( $\sigma$ ):  $\sigma = \sqrt[3]{0,41}$

$$\sigma \cong 0,64$$

Logo, a média é de aproximadamente 2,68 e o desvio-padrão de 0,64.

**Alternativa C.**



## QUESTÃO 1

A amplitude (ou amplitude total) de um conjunto de dados é simplesmente a diferença entre o maior valor e o menor valor desse conjunto.

$$\textit{Amplitude} = \textit{Valor}_{\textit{máximo}} - \textit{Valor}_{\textit{mínimo}}$$

O problema pede para identificar o lote com a maior amplitude para que ele seja descartado. Portanto, vamos calcular a amplitude de cada lote:

**Lote I:**

Maior: 10,30

Menor: 9,80

Amplitude:  $10,30 - 9,80 = 0,50$

**Lote II:**

Maior: 10,60

Menor: 10,55

Amplitude:  $10,60 - 10,55 = 0,05$

**Lote III:**

Maior: 10,20

Menor: 9,80

Amplitude:  $10,20 - 9,80 = 0,40$

**Lote IV:**

Maior: 10,20

Menor: 9,90

Amplitude:  $10,20 - 9,90 = 0,30$

**Lote V:**

Maior: 9,50

Menor: 9,30

Amplitude:  $9,50 - 9,30 = 0,20$

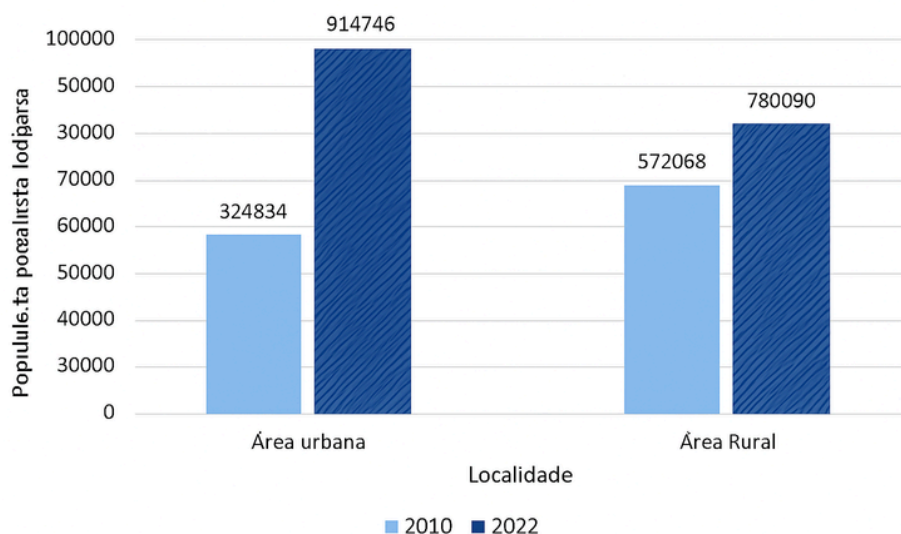
Comparando os resultados, a maior amplitude é a do Lote I (0,50). Portanto, este é o lote que deve ser descartado.

**Alternativa A.**

## A NATUREZA DA ESTATÍSTICA E CONCEITOS BASICOS DE ESTATÍSTICA DESCRITIVA

### ATIVIDADE 1

Uma possível representação gráfica das informações contidas na reportagem pode ser:



Fonte: IBGE (2024)

### ATIVIDADE 2

Professor(a), para realização da atividade 2 é importante que os alunos entendam que organizar uma pesquisa estatística requer algumas fases. Na página 6 deste material abordamos essas fases e orientamos retomá-las com a turma. Sugerimos a elaboração de um questionário com 5 itens mas, caso não seja possível (em decorrência do tempo), pode ser apenas um item. Ressaltamos que o mais importante desta atividade é que os alunos vivenciem o planejamento e a realização de uma pesquisa estatística, passando pelas fases que são importantes.

### ATIVIDADE 3

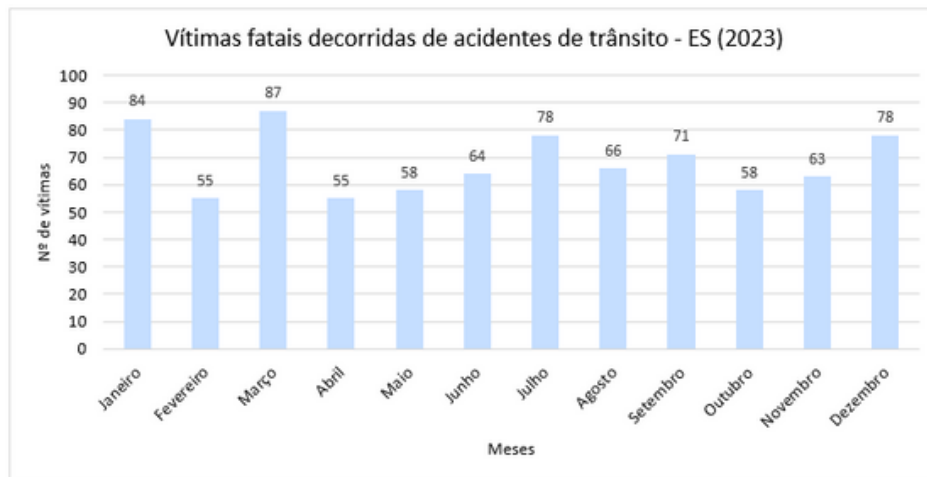
A) O uso de um gráfico de linhas para representar essa situação pode não ser o mais adequado. Isso se deve ao fato de que gráficos de linhas são mais apropriados para mostrar tendências ao longo do tempo ou mudanças contínuas em dados, como variações em um mesmo conjunto de dados ao longo de períodos específicos de tempo.



B) Um gráfico de linhas sugere uma continuidade nos dados que não existe, já que as escolhas por times de futebol do Espírito Santo ou de fora do estado são categorias discretas. Isso pode levar à conclusão equivocada de que há uma relação ou tendência entre as categorias, quando, na verdade, elas são independentes.

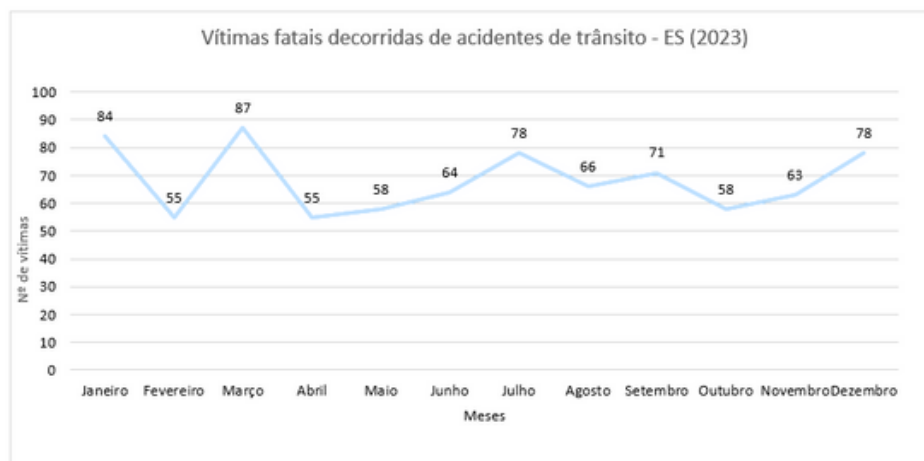
## ATIVIDADE 4

### Gráfico de barras:



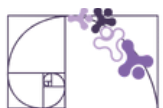
Fonte: Detran-ES (2024)

### Gráfico de linhas:



Fonte: Detran-ES (2024)

A) Para verificar os meses com o maior número de acidentes com vítimas fatais, um gráfico de barras apresentaria uma melhor visualização dessa situação em comparação a um gráfico de segmentos/linhas. O gráfico de barras é ideal para comparar quantidades entre diferentes categorias (neste caso, os meses do ano). As barras permitem visualizar rapidamente qual mês teve mais ou menos vítimas fatais, facilitando a comparação direta entre os dados. Ademais, como os dados referem-se a números absolutos de vítimas em meses específicos, um gráfico de barras oferece uma representação clara e imediata, sem sugerir uma continuidade que não existe entre os meses.



B) Para observar as variações no número de acidentes com vítimas fatais ao longo do ano, um gráfico de linhas seria a melhor opção. O gráfico de linhas é ideal para mostrar como os dados mudam ao longo do tempo. Ele permite que o observador identifique facilmente picos e quedas nas vítimas fatais mês a mês, facilitando a análise das tendências e variações nos dados. Ao conectar os pontos que representam o número de vítimas em cada mês, o gráfico de linhas ajuda a visualizar a continuidade dos dados, permitindo que se perceba como um mês se relaciona com o próximo. Isso é particularmente útil para entender se há períodos de aumento ou diminuição significativa nas vítimas fatais.

## ATIVIDADE 5

O gráfico elaborado pelo estagiário B pode dar a impressão de que as vendas são menos estáveis do que realmente são, já que as variações entre os meses são mais evidentes devido ao início em 200, no eixo vertical. Dessa forma, um funcionário, por exemplo, poderia concluir que houve pouca mudança nas vendas ao longo dos meses, quando na verdade as variações são mais significativas do que aparentam. Por exemplo: compare os números de parafusos nos meses de fevereiro e março, usando o gráfico feito pelo estagiário A; agora, faça o mesmo comparativo usando o gráfico feito pelo funcionário B. A diferença entre os dois meses parece ser maior no segundo gráfico.

## ATIVIDADE 6

Analisando o gráfico de setores (pizza) é possível afirmar que, o total não corresponde a 100%:

$$10,9 + 4,6 + 0,6 + 1,7 + 15,4 + 12,5 + 1,2 + 9 + 7 + 2,3 + 37,5 = 102,7\%$$

Observando o setor referente a "Outras não renováveis" (0,6%), ele é maior do que o setor referente ao "Urânio" (1,7%), por exemplo. Da mesma forma, o setor referente a "Eólica" (2,3%) é menor do que os setores "Outras não renováveis" (0,6%) e "Solar" (1,2%).



### QUESTÃO 1

Para interpretar corretamente o conceito de "exposição" no contexto de uma campanha de vacinação, deve-se compreender que estar mais exposto significa estar menos protegido. Ou seja, a categoria mais vulnerável é aquela que possui a menor cobertura vacinal. Ao analisarmos o gráfico, notamos diferentes níveis de imunização indicados pelo comprimento das barras: os trabalhadores da saúde atingem o máximo (100%), seguidos pelas crianças (aprox. 85-90%), indígenas (60-70%), doentes crônicos (55-60%) e gestantes (50-55%).

Contudo, observa-se visualmente que a barra correspondente aos "Adultos entre 20 e 29 anos" é a menor de todas, indicando apenas cerca de 40% a 45% de imunização. Conclui-se, portanto, que este grupo apresenta o menor percentual de pessoas vacinadas e, conseqüentemente, a maior parcela da população suscetível ao vírus. Sendo assim, a categoria mais exposta é a de adultos entre 20 e 29 anos, o que torna a **alternativa D** a correta.

### QUESTÃO 2

Primeiramente identificamos no gráfico as duas regiões com as maiores fatias de participação na safra, que são a região Centro-Oeste (38,3%) e a região Sul (37,2%). Ao somarmos essas duas porcentagens, descobrimos que elas representam, juntas, 75,5% de toda a produção nacional.

O enunciado informa que, em valores absolutos, essa porcentagem corresponde a 119,8 milhões de toneladas. Assim, para determinar a produção estimada da Região Sudeste em 2012, basta aplicar uma regra de três simples:

$$\begin{array}{l} 75,5\% \longrightarrow 119,8 \text{ milhões} \\ 11,4\% \longrightarrow x \end{array}$$



$$x = \frac{119,8 \cdot 11,4}{75,5}$$

$$x = \frac{1365,72}{75,5} \approx 18,1$$

A produção estimada da Região Sudeste é de aproximadamente 18,1 milhões de toneladas. **Alternativa D.**



## QUESTÃO 3

Para resolver essa questão, o foco deve estar na interpretação direta dos dados apresentados no gráfico de barras. O objetivo da empresa é atingir o maior número possível de consumidores em cada grupo social. Logo, precisamos identificar qual categoria possui a maior porcentagem de adesão.

Ao analisarmos o grupo das classes A e B, observamos que a barra mais alta corresponde à categoria "Internet", com 40% de participação. Já ao olharmos para o grupo das classes C e D, a barra que se destaca é a dos "Correios", atingindo 33%. Dessa forma, a combinação que garante o maior alcance para ambos os públicos, respectivamente, é internet e Correios, conforme indicado na **alternativa B**.

# Rotinas Pedagógicas Escolares

## Matemática

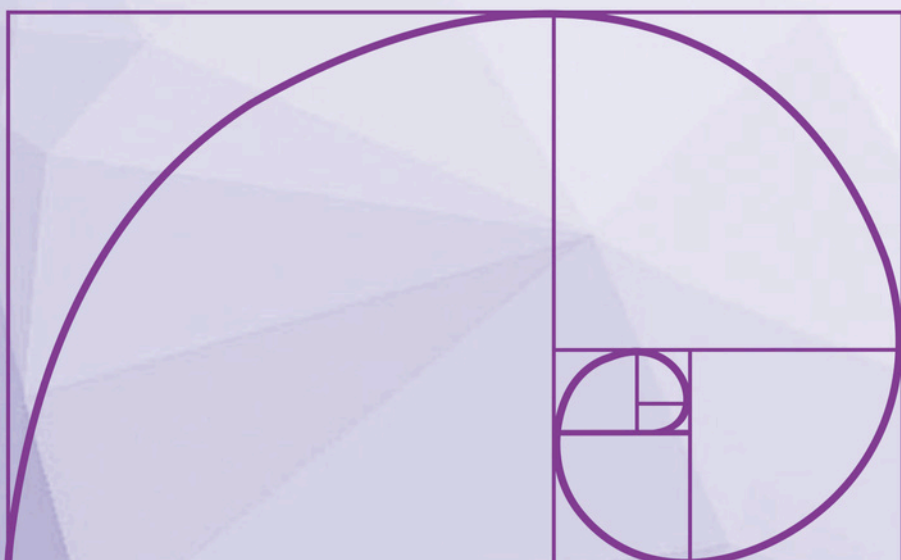


GOVERNO DO ESTADO  
DO ESPÍRITO SANTO  
Secretaria da Educação

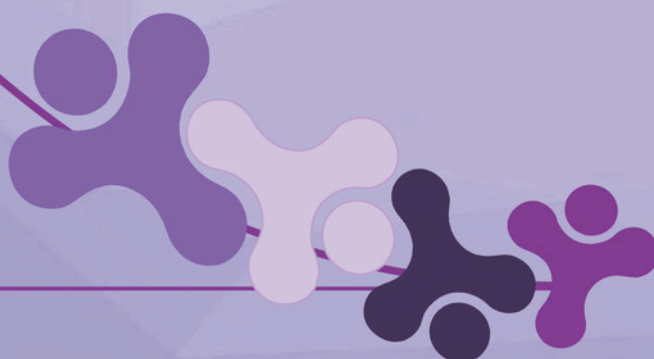
SEDU 2026



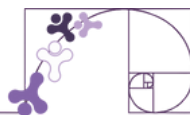
Gerência de Currículo  
da Educação Básica



### Capítulo 3: Semelhança de triângulos e relações métricas no triângulo retângulo



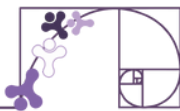
# Material Extra



## SITE

A seção “Semelhança entre Figuras e Polígonos” apresenta vídeos sobre semelhança de triângulos e pode ser utilizada para aprofundamento do tema.. Para ter acesso, basta [clique aqui](#) ou via QR-Code (ao lado).





## SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS E RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

### ATIVIDADE 1

Para resolver essa questão, utilizamos o Teorema de Pitágoras, onde:

- 2,5 m é o comprimento da rampa (hipotenusa a);
- 1,5 m é a altura da rampa (cateto c);
- x é a distância entre o caminhão e o ponto de apoio da rampa no solo (cateto b);

Teorema de Pitágoras

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$(2,5)^2 = x^2 + (1,5)^2$$

$$6,25 = x^2 + 2,25 \Leftrightarrow x^2 = 6,25 - 2,25 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \sqrt{4} = 2 \text{ m}$$

Portanto, a distância entre caminhão e o ponto de apoio da rampa no solo é de 2 m.

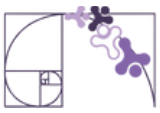
Logo, **alternativa B**.

### ATIVIDADE 2

Para que o cercado seja um retângulo, o valor da diagonal deverá representar a hipotenusa de um triângulo retângulo, e para descobrir esse valor, basta fazermos:

$$\begin{aligned}h^2 &= c^2 + c^2 \\h^2 &= 12^2 + 16^2 \\h^2 &= 144 + 256 \\h^2 &= 400 \\h &= \sqrt{400} \\h &= 20 \text{ m}\end{aligned}$$

Logo, **alternativa B**.



## ATIVIDADE 3

Analisando as alternativas:

A) Triângulos com ângulos correspondentes iguais são sempre congruentes.

**Incorreta** → *Triângulos com ângulos correspondentes de medidas iguais são semelhantes, mas não necessariamente congruentes. Para serem congruentes, além dos ângulos iguais, os lados correspondentes também precisam ter o mesmo comprimento.*

B) A semelhança de triângulos pode ser estabelecida apenas pela comparação de dois lados.

**Incorreta** → *A semelhança de triângulos não pode ser determinada apenas pela comparação de dois lados. É necessário verificar a proporcionalidade dos três lados ou usar critérios como AA (dois ângulos iguais), LAL (dois lados proporcionais e o ângulo entre eles igual) ou LLL (três lados proporcionais).*

C) Dois triângulos são semelhantes se os comprimentos de seus lados são iguais, independente dos seus ângulos correspondentes serem congruentes.

**Incorreta** → *A semelhança exige tanto ângulos congruentes quanto lados proporcionais, não apenas a igualdade dos lados, que por si só leva à congruência.*

D) Dois triângulos são semelhantes se têm lados correspondentes proporcionais e ângulos correspondentes de medidas iguais.

**Correta** → *Essa é a definição de semelhança de triângulos: dois triângulos são semelhantes quando seus ângulos correspondentes são iguais e os lados correspondentes estão em proporção.*

E) A semelhança de triângulos não pode ser determinada por meio da razão entre os lados.

**Incorreta** → *A semelhança pode sim ser determinada pela razão entre os lados, desde que a proporcionalidade seja verificada para todos os três pares de lados correspondentes.*

## ATIVIDADE 4

Os triângulos formados pela altura do bastão e sua sombra e pela altura da árvore e sua sombra são semelhantes devido à condição AA (ângulos correspondentes iguais). Assim, podemos estabelecer a seguinte proporção:

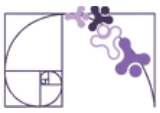
$$\frac{\text{Altura do bastão}}{\text{Comprimento da sombra do bastão}} = \frac{\text{Altura da árvore}}{\text{Comprimento da sombra da árvore}}$$

$$\frac{2}{1} = \frac{x}{5}$$

$$2 \cdot 5 = 1 \cdot x$$

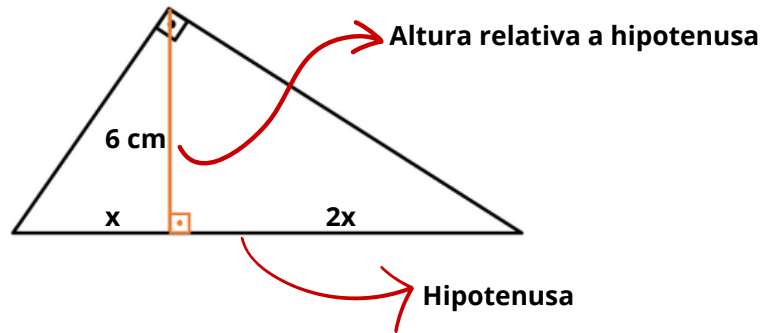
$$10 = x$$

Logo, a altura da árvore é de 10 metros. Portanto, **alternativa C**.

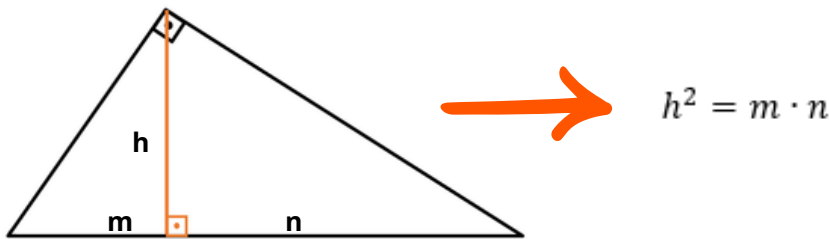


## ATIVIDADE 5

Esboçando o triângulo retângulo conforme a situação apresentada:



Para resolver esse problema, podemos usar as relações métricas no triângulo retângulo. Especificamente, usaremos a seguinte relação:



Dessa forma:

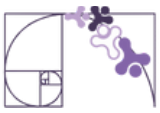
$$\begin{aligned}
 h^2 &= m \cdot n \\
 6^2 &= x \cdot 2x \\
 36 &= 2x^2 \\
 \frac{36}{2} &= x^2 \\
 18 &= x^2 \\
 \sqrt[2]{18} &= x \\
 3\sqrt{2} &= x
 \end{aligned}$$

Se a menor projeção é  $x$  e igual a  $3\sqrt{2}$ , a maior projeção  $2x$  será igual a:

$$2 \cdot 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

Como a hipotenusa é a soma das duas projeções  $m$  e  $n$ , temos que:

$$\begin{aligned}
 \text{hipotenusa} &= 3\sqrt{2} + 6\sqrt{2} \\
 \text{hipotenusa} &= (3 + 6)\sqrt{2} \\
 \text{hipotenusa} &= 9\sqrt{2} \text{ cm}
 \end{aligned}$$



## ATIVIDADE 6

Para resolver essa questão, utilizamos o Teorema de Pitágoras, onde:

- AB é o comprimento da rampa (hipotenusa) = 5 m
- AC é a altura da rampa (cateto) = 3 m
- BC é a base da rampa (cateto), que queremos encontrar

$$hip^2 = cat^2 + cat^2$$

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$$5^2 = 3^2 + BC^2$$

$$25 = 9 + BC^2$$

$$25 - 9 = BC^2$$

$$16 = BC^2$$

$$\sqrt[2]{16} = BC$$

$$4 = BC$$

## ATIVIDADE 7

### Motoboy 1 (em direção ao leste)

Velocidade: 60 km/h

Tempo: 30 minutos (0,5 horas)

Distância =  $60 \cdot 0,5 = 30$  km

### Motoboy 2 (em direção ao norte)

Velocidade: 80 km/h

Tempo: 30 minutos (0,5 horas)

Distância =  $80 \cdot 0,5 = 40$  km

Como as direções Norte e Leste formam um ângulo de  $90^\circ$ , podemos afirmar que a distância (d) entre os motoboys é a hipotenusa de um triângulo retângulo cujos catetos medem 30 e 40. Dessa forma, temos que:

$$hip^2 = cat^2 + cat^2$$

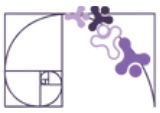
$$d^2 = 30^2 + 40^2$$

$$d^2 = 900 + 1600$$

$$d^2 = 2500$$

$$d = \sqrt[2]{2500}$$

$$d = 50 \text{ km}$$



## ATIVIDADE 8

Como os ternos encontrados no tablete *Plimpton 322* eram utilizados para a construção de ângulos retos, ao aplicar o teorema de Pitágoras no terno 97 - 65 - 72, consideramos o maior lado como a hipotenusa e verificamos que “o quadrado da medida da hipotenusa corresponde a soma das medidas dos quadrados dos catetos”. Assim, fazemos:

$$\begin{aligned} \text{hip}^2 &= \text{cat}^2 + \text{cat}^2 \\ 97^2 &= 65^2 + 72^2 \\ 9\,409 &= 4\,225 + 5\,184 \\ 9\,409 &= 9\,409 \end{aligned}$$

Dessa forma, o terno 97 - 65 - 72 pode representar as medidas dos lados de um triângulo retângulo.



## QUESTÃO 1

Estabelecendo a razão de semelhança de AEF e ADB:

$$\frac{EF}{6} = \frac{AF}{AB}$$

Estabelecendo a razão de semelhança de BEF e BCA:

$$\frac{EF}{4} = \frac{FB}{AB}$$

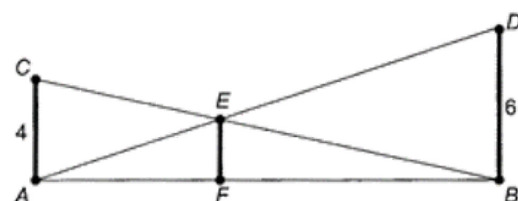
Somando as igualdades das duas razões de semelhança, temos:

$$\frac{EF}{6} + \frac{EF}{4} = \frac{AF}{AB} + \frac{FB}{AB}$$

$$\frac{EF}{6} + \frac{EF}{4} = 1$$

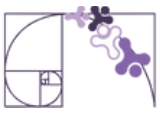
$$\frac{4EF}{24} + \frac{6EF}{24} = \frac{24}{24}$$

$$4EF + 6EF = 24$$



Observe que  $AF + FB = AB$ .

Então, o segundo membro da equação pode ser escrito como uma fração onde numerador e denominador são  $AB$ , o que resulta em 1.



## QUESTÃO 2

Aplicando o teorema de Pitágoras, podemos afirmar que

$$AE^2 = AD^2 + DE^2$$

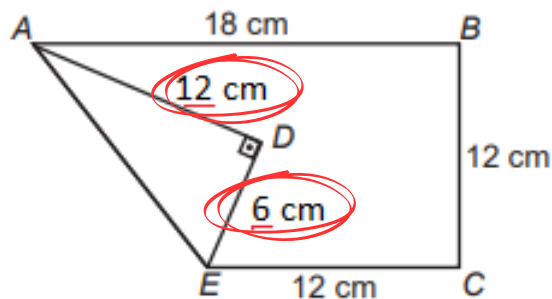
$$AE^2 = 12^2 + 6^2$$

$$AE^2 = 144 + 36$$

$$AE^2 = 180$$

$$AE = \sqrt[2]{180}$$

$$AE = 6\sqrt{5} \text{ cm}$$



## QUESTÃO 3

Analisando cada um dos cinco mosaico, podemos afirmar que:

- **Mosaico 1:** Temos que os dois triângulos retângulos não são congruentes pois percebemos que as medidas dos catetos do triângulo de baixo são menores do que as do de cima.
- **Mosaico 2:** Temos dois triângulos retângulos congruentes e um isósceles.
- **Mosaico 3:** O terceiro triângulo não é isósceles.
- **Mosaico 4:** A terceira figura não é um triângulo isósceles.
- **Mosaico 5:** Não possui triângulo retângulo.

Logo o mosaico que se adequa é o 2.