SEDU 2026

Matemática

1ª Série

Segundo Trimestre

Gerência de Currículo da Educação Básica

Rotinas Pedagógicas Escolares

Material do(a) Professor(a)

GOVERNO DO ESTADO DO ESPÍRITO SANTO

Secretaria da Educação

GOVERNO DO ESTADO
DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

Governador
RICARDO DE REZENDE FERRAÇO

Secretária de Estado da Educação
ANDRÉA GUZZO PEREIRA

Subsecretário da Educação Básica e Profissional
ANDRÉ MELOTTI ROCHA

Gerente de Currículo da Educação Básica
JOCILENE GADIOLI DE OLIVEIRA

Subgerente de Desenvolvimento Curricular da Educação Básica
KAYODÊ DAVID DE MELO SOUZA

Subgerente de Educação Ambiental
JÉSSICA AFLÁVIO DOS SANTOS

2026

GOVERNO DO ESTADO
DO ESPÍRITO SANTO

Secretaria da Educação

Coordenadores do Componente Curricular

GABRIEL LUIZ SANTOS KACHEL
LAIANA MENEGUELLI
LEOVEGILDO IZIDORO PEREIRA NETO
LILIAN CRISTINA RODRIGUES SARMENTO
RAYANE SALVIANO DE OLIVEIRA SILVA
WELLINGTON ROSA DE AZEVEDO
WILLIAM MANTOVANI

Professores Colaboradores

ADOLFO RIOS MIDON JUNIOR
ANATIELLI LEILIANE PEREIRA SANTANA
CARLOS EDUARDO MORAES PIRES
GILBERTO DE PAIVA
HAROLDO CABRAL MAYA
ISABELA BELLO GILLES
NAFTALY CRISTAL FÉLIX
NATHALIA DA COSTA DIAS
NÚBIA QUENUPE CAMPOS
MAURÍCIO DE OLIVEIRA CELERI
ORGANDI MONGIN ROVETTA

Importante

A Rotina Pedagógica Escolar 2026 é uma ação integrante da **Portaria nº 093/2025** que dispõe sobre as diretrizes pedagógicas para o Programa Estadual de **Recomposição das Aprendizagens** no âmbito da Rede Pública Estadual do Estado do Espírito Santo.

Esse é um conjunto estruturado de atividades pedagógicas voltado ao componente curricular de Matemática, com o objetivo de otimizar o processo de ensino e aprendizagem, **considerando os Padrões de Desempenho Estudantil** em avaliações externas.

Desse modo, o trabalho do(a) professor(a) com a RPE 2026 no Ensino Médio, a partir do 2º trimestre, deve observar os seguintes aspectos:

- O currículo do Estado do Espírito Santo **é o documento de maior referência para o planejamento pedagógico**, portanto o presente material não o substitui;

- O referido material configura-se em um desdobramento que irá **subsidiar ações do trabalho com os descritores priorizados**, buscando oferecer soluções para enfrentamento do problema das aprendizagens não consolidadas dos(as) estudantes e, desse modo, **não contempla todos os conteúdos** das Orientações Curriculares;

- O trabalho com **a RPE 2026 não configura um isolamento e nem um único recurso didático em sala de aula** e deve ser realizado em consonância com as normas do Currículo do Espírito Santo e a BNCC. Além disso, as habilidades não contempladas neste material deverão ser ofertadas aos(às) estudantes, ao longo das aulas do componente, bem como em colaboração com as demais áreas de conhecimento em projetos interdisciplinares;

- Com esse novo material de apoio, voltado à professores(as), **espera-se que o trabalho esteja pautado na autonomia docente** para definir métodos e conteúdos, a fim de apoiar estudantes em suas necessidades educacionais e estabelecer melhores caminhos para as garantias do direito à aprendizagem.

Sumário

Apresentação

RECOMPOSIÇÃO DAS APRENDIZAGENS

Oferecer educação de qualidade para todos é um desafio que se intensificou com a crise sanitária da Covid-19. Outras situações, muitas delas de cunho social, agravam a defasagem das aprendizagens e reforçam a necessidade de políticas estratégicas.

Diante desse cenário e, visando apoiar estados, municípios e o Distrito Federal na recomposição das aprendizagens de estudantes da educação básica que apresentam defasagens, o Ministério da Educação (MEC) tem a iniciativa de estruturar o **Pacto Nacional pela Recomposição das Aprendizagens**.

Construída de modo colaborativo com o Conselho Nacional de Secretários de Educação (Consed) e a União Nacional dos Dirigentes Municipais de Educação (Undime), a política do Pacto Nacional pela Recomposição das Aprendizagens objetiva estruturar ações que visam garantir aos estudantes a recomposição de conhecimentos e habilidades, oportunizando progressão e aprendizado em sua trajetória escolar, reduzindo desigualdades e fortalecendo a equidade no ensino. Desse modo, mediante esse objetivo, os estados, os municípios e o Distrito Federal estruturaram algumas ações.

No estado do Espírito Santo, a **Recomposição das aprendizagens** implica um conjunto de ações sistematicamente organizadas, dentre elas:

- Busca ativa para reintegrar os(as) estudantes ao ambiente escolar;
- Prevenção da evasão escolar;
- Redução da reprovação;
- Priorização dos componentes curriculares de Língua Portuguesa e Matemática;
- Utilização de material didático próprio;
- Aplicação de avaliações diagnósticas e formativas;
- Adoção de práticas pedagógicas adequadas;
- Formação dos(as) educadores(as).

Para recomposição das aprendizagens dos(as) estudantes, o uso do material estruturado das RPE (Rotinas Pedagógicas Escolares), disponibilizado no início de cada trimestre, deve fazer parte do planejamento pedagógico. Orientamos o(a) professor(a) a trabalhar com este material, de forma intencional, assegurando oportunidades de retomada, aprofundamento e consolidação das habilidades e dos descritores prioritários, que serão aferidos na Avaliação de Monitoramento da Aprendizagem (AMA), de modo a promover avanços consistentes no percurso formativo dos(as) estudantes.

A presente proposta foi pensada considerando os resultados de avaliações de larga escala como a AMA, o Programa de Avaliação da Educação Básica do Espírito Santo (Paebes) e o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (Saeb).

Para subsidiar o planejamento e o aprofundamento teórico, disponibilizamos os *links* basilares para a construção da Rotina Pedagógica Escolar de 2026:

- Para melhor entendimento sobre a relação entre as habilidade(s) e os pré-requisitos delas, bem como sobre a progressão das habilidades, sugere-se o estudo do **Mapa de Progressão da Aprendizagem**, disponível no site do Currículo do Espírito Santo. https://curriculo.sedu.es.gov.br/curriculo/progressao/

- **Matrizes de Referência do Paebes e da Avaliação Diagnóstica:** https://avaliacaoemonitoramentoespiritosanto.caeddigital.net/#!/sistema

- **Matrizes de Referência da AMA:** https://sedu.es.gov.br/avaliacao-de-monitoramento-da-aprendizagem-ama

- **Matrizes de Referência do SAEB:** https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/saeb/matrizes-e-escalas

- **Currículo de Matemática - Ensino Médio:** https://drive.google.com/file/d/1WXt8O7971HKbbf_NH0hFYGaf59qYo5Z0/view

- **Orientações Curriculares de Matemática - Ensino Médio:** https://curriculo.sedu.es.gov.br/curriculo/orientacoescurriculares/

- **Matriz curricular priorizada para recomposição das aprendizagens, elaborada pelo MEC** https://www.gov.br/mec/pt-br/recomposicao-aprendizagens/MatrizCurricularPriorizadaparaRecomposi.pdf

Os Relatórios das Avaliações Externas podem ser acessados por meio dos painéis da Gerência de Avaliação, disponíveis em *link* na página inicial do Sistema Estadual de Gestão Escolar (SEGES).

Esperamos que este material seja um aliado valioso em seu fazer cotidiano, enriquecendo as práticas e planejamentos, e fortalecendo o desenvolvimento integral de nossos(as) estudantes. Esperamos, ainda, que a sua autonomia como professor(a) prevaleça, orientando as escolhas pedagógicas de acordo com a realidade das turmas, alinhadas às necessidades dos(as) estudantes e às particularidades do contexto escolar.

Desejamos a todos(as) um excelente trabalho!

Equipe da Rotina Pedagógica Escolar 2026
Gerência de Currículo da Educação Básica (Geceb/Sedu)

COMPETÊNCIAS, HABILIDADES E EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM NO PLANEJAMENTO PEDAGÓGICO

Para embasar o planejamento pedagógico de aulas para o desenvolvimento de habilidades é de suma importância que o(a) docente conheça alguns aspectos do Currículo de Matemática do Espírito Santo. Esse documento, na etapa do Ensino Médio, destaca as cinco Competências Específicas (CE) da área de Matemática e suas Tecnologias, articuladas e sustentadas nas 10 competências gerais da Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Cada uma dessas competências específicas pressupõe o desenvolvimento de um conjunto de habilidades. Embora cada habilidade esteja diretamente associada a uma determinada CE, isso não significa que ela não contribua para o desenvolvimento das outras: elas se entrelaçam, se superpõem e se apoiam para contribuir com a construção do conhecimento integral dos(as) estudantes. A tabela a seguir apresenta essas cinco competências específicas.

Competência Específica	Descrição da Competência
CE01	Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.
CE02	Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.
CE03	Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
CE04	Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.
CE05	Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

Habilidades

Conforme exposto, para cada CE há um conjunto de habilidades. Cada habilidade, por sua vez, é identificada por um código alfanumérico. O exemplo a seguir mostra como é realizada a composição desse código.

EM13MAT510

- **EM**: Etapa da Educação Básica (Ensino Médio)
- **13**: Série(s) correspondente(s) dessa etapa da Educação Básica (1ª à 3ª série)
- **MAT**: Área de Conhecimento ou Componente Curricular
- **5**: Numeração da Competência Específica
- **10**: Numeração sequencial da habilidade

As Habilidades expressam as aprendizagens essenciais que devem ser asseguradas aos(às) estudantes nos diferentes contextos escolares. Para tanto, elas são descritas de acordo com uma determinada estrutura, que busca explicitar o que deve ser aprendido pelo(a) estudante, em qual profundidade e em qual contexto. O exemplo a seguir mostra a habilidade EM13MAT302:

Verbo		Complemento		Modificador
Construir	+	modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus,	+	para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
Verbo(s) que explicita(m) o(s) processo(s) cognitivo(s) envolvido(s) na habilidade.		Complemento do(s) verbo(s), que explicita o(s) objeto(s) de conhecimento mobilizado(s) na habilidade.		Modificador do(s) verbo(s) ou do complemento do(s) verbo(s), que explicitam o contexto e/ou uma maior especificação da aprendizagem esperada.

Considerando essas três partes que compõem a estrutura de uma habilidade, é possível abordar o conceito de **progressão das habilidades**. Essa progressão, que se explicita na comparação das habilidades em cada ano, ou de um ano para o outro, acontece das seguintes formas:

Processos cognitivos	quando os verbos indicam processos cada vez mais ativos ou exigentes.
Objetos de conhecimento	quando apresentam crescente sofisticação ou complexidade na temática abordada.
Modificadores	quando, por exemplo, fazem referência a contextos mais familiares aos estudantes e, aos poucos, expandem-se para contextos mais amplos.

Essa progressão das aprendizagens essenciais pode se dar tanto de forma horizontal, ao longo de um ano do Ensino Médio, quanto de forma vertical, de um ano para outro, com diferentes abordagens de um mesmo objeto de conhecimento em diferentes habilidades e graus de complexidade.

Para ilustrar essa progressão das habilidades, organizamos o exemplo a seguir com base nos principais processos cognitivos.

EF09MA06 **Compreender** as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.

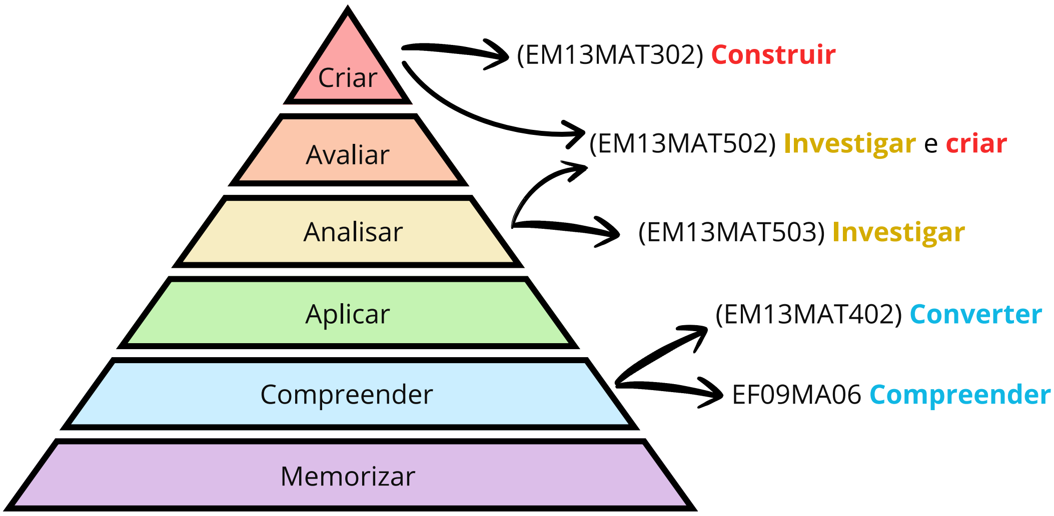
(EM13MAT402) **Converter** representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais.

(EM13MAT503) **Investigar** pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT502) **Investigar** relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e **criando** conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$.

(EM13MAT302) **Construir** modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

Note que os verbos das habilidades remetem a processos cognitivos cada vez mais exigentes. É possível analisar essa progressão de processos cognitivos por meio da Taxonomia de Bloom Revisada. Veja uma organização de hierarquia dos verbos relativos a processos cognitivos:



Para melhor entendimento, os principais verbos cognitivos das habilidades do exemplo foram alinhados às categorias de cognição correspondentes.

A habilidade EF09MA06 foi alinhada à categoria Compreender, pois o(a) estudante precisa dar significado ao objeto matemático função antes de aplicá-lo. O verbo compreender, nesse contexto, mobiliza processos cognitivos de interpretação e tradução, exigindo que o(a) aluno(a) transite com fluência entre diferentes formas de representação (numérica, algébrica e gráfica) e identifique a natureza da dependência unívoca entre variáveis. Trata-se, portanto, de um nível de abstração voltado à apropriação conceitual, essencial para sustentar operações e análises mais complexas em etapas posteriores.

A habilidade EM13MAT402 também foi alinhada à categoria Compreender, pois o verbo converter, nesse contexto, corresponde ao processo cognitivo de tradução ou interpretação entre diferentes linguagens (algébrica e geométrica). Ao transpor a função da sua lei de formação para o plano cartesiano, o estudante não apenas executa um traçado, mas constrói significado sobre como os coeficientes algébricos determinam o comportamento gráfico. Adicionalmente, a ação de distinguir casos de proporcionalidade quadrática reforça o aspecto de classificação, consolidando o entendimento conceitual das variações da função polinomial de 2º grau.

A habilidade EM13MAT503 foi classificada na categoria Analisar, pois para desenvolvê-la o(a) estudante deve examinar a estrutura de problemas contextualizados para identificar suas partes constituintes e relações. O verbo investigar, neste cenário, transcende a simples aplicação de fórmulas, demandando que o estudante decomponha situações complexas (como otimização de lucro ou trajetórias físicas) para diferenciar variáveis e compreender como os parâmetros da função determinam os pontos críticos (máximos ou mínimos).

O suporte tecnológico atua como facilitador desse processo, permitindo que o foco se desloque do cálculo operacional para a análise do comportamento da função e a interpretação de seus resultados.

A habilidade EM13MAT502 foi alinhada às categorias Analisar e Criar, refletindo os dois processos cognitivos presentes nela. Inicialmente, o verbo investigar mobiliza a Análise, exigindo a organização e comparação de dados numéricos em tabelas para a identificação de padrões e regularidades. Contudo, o objetivo final transcende a análise ao demandar a ação de criar conjecturas para generalizar. Nesse estágio, o estudante deve operar no nível de Criar, pois é incentivado a formular uma expressão algébrica original ($y = ax^2$) a partir das observações, construindo um modelo matemático que não estava explicitamente dado.

Por fim, a habilidade EM13MAT302 foi alinhada à categoria Criar, visto que a ação de construir modelos constitui um processo cognitivo de síntese e produção. Na modelagem matemática, o(a) estudante não se limita a aplicar um procedimento padrão; ele deve articular variáveis, fórmular hipóteses sobre as relações observadas e organizar dados de um contexto real para estruturar uma representação matemática (a função) que solucione o problema. Essa demanda exige o planejamento e a geração de uma estrutura lógica nova para aquela situação específica, situando-se no topo da hierarquia cognitiva por envolver a elaboração de um produto original (o modelo) a partir de dados não estruturados.

Esse exemplo foi organizado para explicitar a progressão de habilidades por meio de processos cognitivos cada vez mais complexos e exigentes. Nesse sentido, foi organizada na página a seguir uma tabela com alinhamento de verbos cognitivos a essas categorias principais, com o objetivo de facilitar o entendimento do papel da Taxonomia de Bloom Revisada na análise das habilidades do Currículo do Espírito Santo.

Embora as habilidades EM13MAT502 e EM13MAT503 utilizem o verbo Investigar, elas ocupam posições distintas na hierarquia da Taxonomia de Bloom Revisada devido à natureza do raciocínio mobilizado:

- A Habilidade (EM13MAT502) situa-se em um nível de maior complexidade cognitiva (Criar), pois opera fundamentalmente através do Raciocínio Indutivo. O(a) estudante parte de dados particulares (o concreto) para construir uma abstração ou lei geral (o abstrato). A exigência de produzir uma generalização algébrica coloca o(a) aluno(a) na posição de construtor do modelo matemático.

- A Habilidade (EM13MAT503), classificada em Analisar, opera predominantemente por meio do Raciocínio Dedutivo e Analítico. Neste caso, o modelo matemático (a função quadrática) já é conhecido ou dado. O esforço cognitivo concentra-se na interpretação e no exame das propriedades desse modelo (pontos de máximo ou mínimo) dentro de um contexto específico.

Verbos Cognitivos - Taxonomia de Bloom Revisada

Memorizar	Compreender	Aplicar	Analisar	Avaliar	Criar
Descrever	Esquematizar	Utilizar	Resolver	Averiguar	Elaborar
Identificar	Relacionar	Implementar	Categorizar	Escolher	Desenhar
Reconhecer	Explicar	Modificar	Diferenciar	Comparar	Produzir
Listar	Demonstrar	Experimentar	Comparar	Concluir	Prototipar
Relembrar	Parafrasear	Calcular	Explicar	Constatar	Traçar
Localizar	Associar	Demonstrar	Integrar	Criticar	Idear
Citar	Converter	Classificar	Investigar	Defender	Inventar

A progressão das habilidades também pode se dar por meio de objetos de conhecimento cada vez mais complexos. Veja a progressão das habilidades do exemplo, sob a ótica dos objetos de conhecimento:

EF09MA06
- Funções: representações numérica, algébrica e gráfica.
- Função afim
- Função quadrática

EM13MAT402
- Funções polinomiais de 2º grau.
- Gráficos de funções a partir de transformações no plano.
- Estudo do comportamento da função quadrática (intervalos de crescimento/decrescimento, ponto de máximo/mínimo e variação da função).

EM13MAT503
- Funções polinomiais do 2º grau (função quadrática).
- Gráficos de funções.
- Pontos críticos de uma Função Quadrática: concavidade, pontos de máximo ou de mínimo.

EM13MAT502
- Funções polinomiais do 2º grau.
- (Função Quadrática): gráfico, raízes, pontos de máximo/mínimo, crescimento/decrescimento, concavidade.
- Gráficos de funções.

EM13MAT302
Função polinomial do 1° grau.
Função polinomial do 2° grau.

De maneira geral, ao longo do desenvolvimento dessas habilidades, espera-se que os(as) estudantes se apropriem de mais ferramentas matemáticas, com complexidade crescente. É importante destacar que na habilidade EM13MAT302 os(as) estudantes são convidados a realizar modelagem matemática com as funções polinomiais do 1º grau e do 2º grau.

Com relação aos modificadores dessas habilidades, nota-se a progressão das habilidades na forma de registro que transita da escrita em caderno/quadro para o uso de softwares de geometria dinâmica, bem como a aplicação em contextos específicos, como superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática que transita para Modelagem Matemática em contextos reais.

Essa progressão das aprendizagens (que se expressa nos verbos cognitivos, objetos de conhecimento e modificadores) é um dos pilares para a elaboração do currículo priorizado no contexto da recomposição das aprendizagens. Em vários momentos, ao longo do percurso curricular, habilidades que são pré-requisitos são mobilizadas para que os(as) estudantes tenham plenas condições de desenvolver as habilidades previstas para o Ensino Médio.

Além disso, a recomposição das aprendizagens também ocorre em algumas habilidades do Ensino Médio por meio das Expectativas de Aprendizagem. A seção a seguir traz mais detalhes sobre elas.

Expectativas de aprendizagem

As Expectativas de Aprendizagem foram inseridas nas Orientações Curriculares para apoiar a implementação curricular. Elas referem-se a objetivos que precisam ser alcançados para assegurar as aprendizagens essenciais aos estudantes e apresentam **intencionalidades no trabalho com cada habilidade**, fornecendo uma base para o desenvolvimento de planos de aula, atividades e avaliações.

A retomada de habilidades (tanto do Ensino Fundamental quanto do Ensino Médio) e as expectativas de aprendizagem que voltam a processos cognitivos anteriores expressam a recomposição das aprendizagens no percurso curricular prescrito de Matemática.

Para que haja a implementação dessas intencionalidades é fundamental que o(a) professor(a) identifique as habilidades que foram desenvolvidas e aquelas que ainda precisam ser trabalhadas, tomando também como base as apostilas das RPEs e desenvolvendo um planejamento pedagógico que parta do ponto no qual o(a) estudante se encontra.

AVALIAÇÕES EXTERNAS E PLANEJAMENTO PEDAGÓGICO

As avaliações externas são instrumentos aplicados em larga escala por instituições externas à escola, com o propósito de acompanhar o desempenho educacional e oferecer subsídios para a reflexão sobre as práticas pedagógicas. No Espírito Santo, destacam-se a Avaliação de Monitoramento da Aprendizagem (AMA) e o Programa de Avaliação da Educação Básica (Paebes), que contribuem para a análise de resultados e apoiam o planejamento de ações pela Secretaria de Estado da Educação do Espírito Santo (Sedu), em diálogo com as escolas.

Programa de Avaliação da Educação Básica (Paebes)

O Paebes é um sistema de avaliação educacional criado pelo governo do estado do Espírito Santo com o objetivo de medir e acompanhar a qualidade do ensino nas escolas públicas. Por meio de provas padronizadas aplicadas aos(às) estudantes do ensino fundamental e médio, o programa analisa principalmente o desempenho em Língua Portuguesa e Matemática. Os resultados obtidos permitem identificar dificuldades de aprendizagem, orientar políticas educacionais e apoiar escolas e professores na melhoria do processo de ensino e aprendizagem. Dessa forma, o Paebes contribui para o monitoramento da educação no estado e para o desenvolvimento de estratégias que busquem elevar a qualidade da educação básica.

A matriz de referência contendo descritores e habilidades presentes no Paebes 2026 está disponível no link: https://sedu.es.gov.br/paebes-paebes-alfa.

Avaliação de Monitoramento da Aprendizagem (AMA)

Aplicada trimestralmente, essa avaliação permite o acompanhamento contínuo do desempenho dos(as) estudantes nos componentes de Língua Portuguesa e Matemática. A AMA subsidia a preparação para as avaliações externas, como o Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) e o Paebes, além de contribuir para a identificação e recuperação das fragilidades de aprendizagem em cada trimestre letivo.

A matriz de referência da avaliação será disponibilizada no site oficial da Sedu (https://sedu.es.gov.br/avaliacao-de-monitoramento-da-aprendizagem-ama) a partir do dia 01/06/2026, com o objetivo de orientar as unidades escolares quanto às habilidades e aos descritores que serão contemplados na 2ª edição da Avaliação de Monitoramento da Aprendizagem (AMA).

É importante que o(a) professor(a), de posse da matriz, organize o trabalho pedagógico de forma intencional, priorizando as habilidades a serem contempladas na avaliação, de modo a assegurar que todos(as) os(as) estudantes avancem em seu percurso formativo.

NÍVEIS DE PROFICIÊNCIA

Para subsidiar as intervenções pedagógicas em sala é essencial conhecer e saber mais **sobre a escala de proficiência,** que é uma **representação contínua do desenvolvimento de uma competência ao longo de diferentes níveis de desempenho.**

Reunimos aqui, uma síntese do que são os padrões de desempenho e a escala de proficiência. Conhecendo esses conceitos, o(a) professor(a) poderá planejar estratégias de ensino com uma compreensão qualitativa e quantitativa da aprendizagem.

O que é uma escala de proficiência?

A Escala de Proficiência é uma espécie de régua em que os valores de proficiência alcançados são distribuídos de forma ordenada e organizados em intervalos (níveis) que descrevem o grau de desenvolvimento das habilidades.

Para que o valor de proficiência tenha um sentido pedagógico, ou seja, para compreender pedagogicamente o que significa obter determinada proficiência, as avaliações em larga escala como o PAEBES contam, para cada componente curricular avaliado, com uma Escala de Proficiência cujo objetivo é traduzir as medidas em diagnósticos qualitativos do desempenho escolar.

O que é o padrão de desempenho?

Os Padrões de Desempenho são categorias definidas a partir dos intervalos que compõem uma escala de proficiência com base nas metas educacionais estabelecidas pela rede. De acordo com a proficiência alcançada no teste, o(a) estudante apresenta um perfil que permite alocá-lo(a) em um dos seguintes padrões:

Abaixo do básico: padrão de desempenho muito abaixo do mínimo esperado para o componente curricular e o ano de escolaridade avaliados. Os estudantes que se encontram neste padrão revelam uma grande carência de aprendizagem. Faz-se necessário, portanto, acompanhá-los individualmente, promovendo ações pedagógicas de recuperação das aprendizagens.

Básico: padrão de desempenho considerado básico para o componente curricular e o ano de escolaridade avaliados. Os estudantes situados neste padrão caracterizam-se por um processo inicial de desenvolvimento de competências e habilidades correspondentes ao ano de escolaridade em que estão matriculados, demandando estratégias de reforço das aprendizagens.

Proficiente: padrão de desempenho considerado adequado para o componente curricular e o ano de escolaridade avaliados. Os estudantes que alcançaram este padrão demonstram ter desenvolvido as habilidades essenciais esperadas para o ano de escolaridade em que se encontram. Dessa forma, é preciso incentivá-los mediante ações de aprofundamento das aprendizagens.

Avançado: padrão de desempenho desejável para o componente curricular e o ano de escolaridade avaliados. Os estudantes alocados neste padrão apresentam o desempenho ideal para o ano de escolaridade em que estão situados, necessitando de desafios para continuar avançando no processo de aprendizagem.

Texto adaptado de: Centro de Políticas Públicas e Avaliação da Educação (CAEd). **PAEBES 2025: Revista da Escola – Matemática**. CAEd/UFJF, 2025.
Disponível em: https://prototipos.caeddigital.net/arquivos/es/colecoes/2025/PAEBES_2025_RE_MT.pdf. Acesso em: 07 abr. 2026.

VISÃO GERAL DO PERCURSO CURRICULAR DO 2º TRIMESTRE

Prezado(a) professor(a), apresentamos a seguir um quadro resumo do percurso curricular previsto para o 2º trimestre. Esse percurso é composto pelas habilidades do currículo priorizado, bem como os alinhamentos com os descritores do Paebes.

Cabe destacar que a presente apostila apoia a prática pedagógica para o desenvolvimento das **habilidades destacadas na tabela a seguir**, por meio do detalhamento dos descritores alinhados, atividades, análise e trabalho com itens.

As demais habilidades previstas devem ser oportunizadas aos(às) estudantes no 2º trimestre, mesmo que não sejam contempladas de maneira direta por este material.

Para um detalhamento do percurso curricular, incluindo as expectativas de aprendizagem, consulte o documento de Orientações Curriculares de Matemática do Ensino Médio, disponível em:
https://curriculo.sedu.es.gov.br/curriculo/orientacoescurriculares/.

Habilidade	Descritor(es) do PAEBES	Orientações pedagógicas
EM13MAT501	D132_M	Consulte o capítulo 4, página 23 da presente apostila para apoiar o seu planejamento pedagógico.
EM13MAT401	D043_M	Consulte o capítulo 4, página 40 da presente apostila para apoiar o seu planejamento pedagógico.
	D145_M	Consulte o capítulo 4, página 65 da presente apostila para apoiar o seu planejamento pedagógico.
EM13MAT507	D096_M	Consulte o capítulo 5, página 87 da presente apostila para apoiar o seu planejamento pedagógico.
EF09MA26/ES	D087_M	Consulte o capítulo 6, página 120 da presente apostila para apoiar o seu planejamento pedagógico.
	D076_M	Consulte o capítulo 6, página 138 da presente apostila para apoiar o seu planejamento pedagógico.
EM13CO01	Não há descritor alinhado.	Não se aplica.
EM13MAT502	Não há descritor alinhado.	Não se aplica.
EM13MAT402	D071_M	Consulte o capítulo 7, página 164 da presente apostila para apoiar o seu planejamento pedagógico.
EM13MAT503	D133_M	Consulte o capítulo 7, página 194 da presente apostila para apoiar o seu planejamento pedagógico.
EM13MAT404	D082_M	Consulte o capítulo 7, página 216 da presente apostila para apoiar o seu planejamento pedagógico.
EM13MAT302	Não há descritor alinhado.	Não se aplica.
EM13CO01	Não há descritor alinhado.	Não se aplica.

ORGANIZAÇÃO DAS HABILIDADES E DESCRITORES EM CAPÍTULOS

Capítulo 4

No Capítulo 4, o arranjo proposto integra a investigação, a representação gráfica e a aplicação técnica das funções polinomiais de 1º grau.

Enquanto a habilidade EM13MAT501 foca na construção do modelo a partir de padrões observados, o descritor D132_M avalia a capacidade de utilizar esse modelo construído para intervir em contextos práticos.

A habilidade EM13MAT401 é o eixo central da conversão de registros, focando em converter representações algébricas de funções de 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano. Para que essa conversão ocorra com precisão, dois descritores atuam de forma complementar:

- O D043_M exige ação necessária para o desenvolvimento da habilidade. Para converter uma função em gráfico, o estudante deve, obrigatoriamente, saber identificar a localização de pontos no plano cartesiano e compreender a leitura de pares ordenados (x,y);

- O D145_M avalia um nível mais elevado de abstração ao exigir que o(a) estudante reconheça o gráfico de uma função polinomial de 1º grau por meio de seus coeficientes.

Esse arranjo garante que o(a) estudante não apenas "marque pontos", mas compreenda a estrutura da função. O alinhamento permite que o(a) professor(a) trabalhe como o coeficiente angular determina a inclinação (crescimento/decrescimento) e como o coeficiente linear indica o ponto de intersecção com o eixo das ordenadas, promovendo a flexibilidade entre os registros algébrico e geométrico prevista na habilidade.

Capítulo 5

No Capítulo 5, o arranjo proposto integra a percepção de padrões à resolução de problemas por meio do alinhamento entre o descritor D096_M e a habilidade EM13MAT507.

O objetivo central da habilidade EM13MAT507 é que o(a) estudante compreenda que uma PA é, essencialmente, uma função de 1º grau onde o domínio é restrito ao conjunto dos números naturais, permitindo a análise de propriedades e a dedução de fórmulas de forma intuitiva e investigativa. O descritor D096_M, por sua vez, avalia essa aprendizagem ao exigir que o(a) estudante utilize as propriedades de progressões aritméticas na resolução de problemas.

Assim, o alinhamento prevê que o(a) estudante realize tarefas, como determinar um termo da progressão ou a soma de seus termos a partir de sua forma geral. Além disso, o(a) estudante deve ser capaz de descobrir o número de termos de uma sequência em situações-problema, dados o primeiro termo, o último e a razão.

Capítulo 6

O capítulo 6 foi estruturado para retomar o estudo das equações polinomiais de 2º grau, integrando a aplicação de técnicas de resolução dessas equações às aplicações na resolução de problemas.

A partir da habilidade EF09MA26/ES, espera-se que o(a) estudante seja capaz de resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações do tipo $ax^2 + bx + c = 0$, com ou sem o apoio de tecnologias. Essa habilidade é necessária para que o(a) estudante compreenda a utilidade dessas equações quadráticas em situações de modelagem de alguns fenômenos (apoiando, por exemplo, a aprendizagem das funções quadráticas).

O descritor D087_M atua como o balizador de desempenho para essa habilidade, ao avaliá-la. Para que o(a) estudante tenha sucesso nas tarefas propostas por esse descritor, é necessário que ele(a) domine pré-requisitos como a leitura e interpretação de expressões algébricas e o conhecimento de produtos notáveis.

Para aprofundar esse estudo, o descritor D076_M é alinhado à mesma habilidade, focando na identificação das raízes a partir da estrutura da equação. Esse descritor avalia se o estudante consegue realizar tarefas, como determinar a maior raiz de um polinômio de 2º grau ou corresponder um polinômio na forma fatorada às suas respectivas raízes. Essas ações cognitivas podem apoiar, por exemplo, a determinação de zeros de funções polinomiais.

Além disso, esse alinhamento reforça a necessidade de o(a) estudante saber fatorar uma expressão algébrica, um conhecimento prévio importante.

Capítulo 7

O Capítulo 7 foi organizado com objetivo de que o(a) estudante desenvolva habilidades relacionadas à análise do crescimento/decrescimento de funções, bem como seus zeros. O percurso foca na transição entre a linguagem natural, a álgebra e a representação geométrica.

A habilidade EM13MAT402 propõe que o estudante converta a representação algébrica de uma função do 2º grau em sua representação geométrica no plano cartesiano, enquanto o descritor D071_M atua como uma ferramenta de validação dessa construção. Nesse caso, destaca-se a tarefa de determinar os zeros de uma função quadrática a partir de sua lei de formação. Ou seja, esse alinhamento pede que o(a) estudante utilize a álgebra para prever o comportamento geométrico da parábola.

A habilidade EM13MAT503 orienta o(a) estudante a investigar pontos de máximo ou de mínimo em contextos práticos, como superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática. O descritor D133_M, por sua vez, consolida essa investigação ao exigir a capacidade de resolver problemas que envolvam esses pontos críticos.

Por fim, temos o alinhamento da habilidade EM13MAT404 (que trata de funções definidas por partes) com o descritor D082_M (associação de textos a modelos representativos). Esse alinhamento exige que o(a) estudante compreenda as "sentenças" do texto (ou intervalos do domínio) e reconheça sua representação visual correspondente. Entre os pré-requisitos para o sucesso nessa etapa, estão a distinção entre variáveis dependentes e independentes e a percepção de intervalos de crescimento e decrescimento.

ESTRUTURA DAS SEÇÕES DOS CAPÍTULOS DA RPE DE MATEMÁTICA

Detalhando o descritor	Discute os conceitos matemáticos, trazendo definições e exemplos, orientados pelas tarefas ancoradas aos níveis de desempenho do descritor.
Análise pedagógica do item	Apresenta um item de tarefa ancorada a um nível de desempenho do descritor. A partir desse item, há uma análise da estrutura (enunciado, suporte, comando, gabarito e distratores) e padrão de desempenho avaliado.
Atividades	Questões de resposta construída elaboradas para contribuir com a sistematização dos conceitos estudados.
De olho no Paebes	Conjunto de itens do(s) descritor(es) da seção, organizados por padrão de desempenho avaliado.
Conexão ENEM	Seleção de questões do ENEM que tenham relação com o descritor trabalhado.
Material Extra	Indica alguns materiais complementares (textos, vídeos, jogos, atividades, sites) que podem ser agregados ao conteúdo do capítulo em diferentes momentos.
Referências	Fontes consultadas para a elaboração do material.

Rotinas Pedagógicas Escolares

Matemática

GOVERNO DO ESTADO
DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

SEDU 2026

Gerência de Currículo
da Educação Básica

Capítulo 4: Função Afim

Detalhando o descritor

D132_M *Resolver problema envolvendo uma função do 1º grau.*

FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1° GRAU

Um fotógrafo realiza ensaios fotográficos para seus clientes. Cada ensaio tem o custo de R$350,00 e inclui 20 fotos. Caso o cliente deseje fotos adicionais, será cobrado o valor de R$15,00 por cada foto excedente.

Observe, na tabela a seguir, o valor total pago pelos clientes de acordo com a quantidade de fotos extras solicitadas:

Fonte: Canva Images.

FOTOS EXTRAS	CÁLCULO DO VALOR TOTAL	VALOR TOTAL DO ENSAIO
0	$350 + 15 \cdot 0$	$R\$ \ 350,00$
1	$350 + 15 \cdot 1$	$R\$ \ 365,00$
2	$350 + 15 \cdot 2$	$R\$ \ 380,00$
3	$350 + 15 \cdot 3$	$R\$ \ 395,00$
4	$350 + 15 \cdot 4$	$R\$ \ 410,00$
5	$350 + 15 \cdot 5$	$R\$ \ 425,00$
x	$350 + 15x$	$350 + 15x$

Como a cada foto extra a pessoa paga $R\$ \ 15,00$ a mais, então com x fotos extras o valor total do ensaio será $f(x) = 350 + 15x$.

Por ser representada por um polinômio do 1° grau, essa função é chamada de função polinomial do 1° grau.

DEFINIÇÃO

Toda função **y** de **x**, cuja lei de associação é do tipo **y = f(x) = ax + b**, com **a** e **b** sendo números reais é denominada **função afim**.

Especificamente, na função afim:

Se $a \neq 0$, a lei $f(x) = ax + b$ é denominada **função polinomial do 1º grau.**
Se $a = 0$, temos $f(x) = 0 \cdot x + b \rightarrow f(x) = b$ e é chamada de **função constante.**

Funções polinomiais do 1° grau são utilizadas em diversas situações do cotidiano. Veja outro exemplo a seguir:

Uma gráfica cobra uma taxa fixa de R$ 15,00 para abertura de pedido, que inclui até 25 páginas impressas. Para páginas adicionais, cobra-se R$ 0,50 por unidade.

Para determinar o valor total V em função da quantidade x de páginas adicionais impressas, é necessário considerar a soma de duas parcelas: a taxa fixa de R$ 15,00 e o valor correspondente às impressões excedentes.

Vamos calcular o valor pago pelo cliente de acordo com a quantidade de páginas impressas:

PÁGINAS IMPRESSAS	PÁGINAS ADICIONAIS	CÁLCULO DO VALOR TOTAL	VALOR TOTAL DA IMPRESSÃO
0 a 25	0	$15 + 0 \cdot 0,50$	R$ 15,00
26	1	$15 + 1 \cdot 0,50$	R$ 15,50
27	2	$15 + 2 \cdot 0,50$	R$ 16,00
28	3	$15 + 3 \cdot 0,50$	R$ 16,50
29	4	$15 + 4 \cdot 0,50$	R$ 17,00
30	5	$15 + 5 \cdot 0,50$	R$ 17,50
25 + **x**	**x**	$15 + x \cdot 0,50$	$15 + x \cdot 0,50$

Como cada página adicional custa R$ 0,50, o valor pago por essa parte variável depende diretamente da quantidade x , sendo dado por 0,50x.

Assim, o valor total pode ser expresso pela seguinte relação:

$$V(x) = 0,5x + 15$$

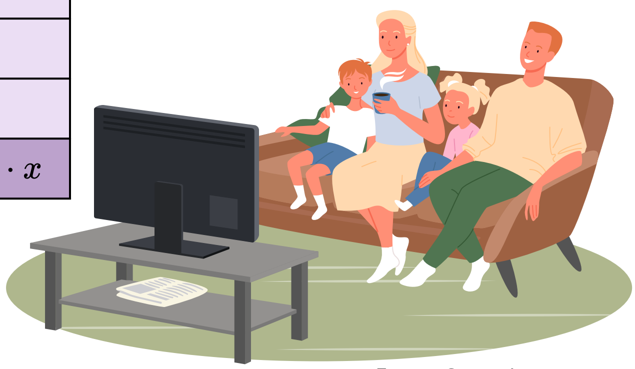
Um canal de streaming tem um plano mensal básico de 39,90 com alguns filmes e séries. Esse canal também oferece aluguel de filmes por 9,90 cada.

a) Considere x a quantidade de filmes que uma pessoa alugou em um mês e V o valor total pago por essa pessoa nesse período. Qual é a lei de formação da função que associa x e V?

O valor V pago pela pessoa é composto de uma parte fixa de R$ 39,90 adicionado de uma parte variável, que depende da quantidade de filmes alugados em cada mês.

Para sabermos a lei de formação da função que representa essa situação, podemos verificar o que acontece com o valor dadas algumas quantidades de filmes alugados. Veja a tabela a seguir:

FILMES ALUGADOS	CÁLCULO DO VALOR TOTAL	VALOR TOTAL
0	$39,90 + 9,90 \cdot 0$	R$ 39,90
1	$39,90 + 9,90 \cdot 1$	R$ 49,80
2	$39,90 + 9,90 \cdot 2$	R$ 59,70
3	$39,90 + 9,90 \cdot 3$	R$ 69,60
4	$39,90 + 9,90 \cdot 4$	R$ 79,50
x	$39,90 + 9,90 \cdot x$	$39,90 + 9,90 \cdot x$



Fonte: Canva Images.

Ou seja, o valor V pago ao alugar x filmes pode ser dado pela sentença a seguir:

$$V(x) = 39,90 + 9,90 \cdot x$$

B) Se em um determinado mês a pessoa pagou R$ 99,30 de mensalidade, quantos filmes ela alugou nesse período?

Na sentença anterior, V representa o valor total pago. Portanto, devemos substituir R$ 99,30 em V e resolver a equação para determinar o valor de x. Ao encontrar x, estaremos identificando a quantidade de filmes alugados durante esse mês.

$$V(x) = 39,90 + 9,90 \cdot x$$
$$99,30 = 39,90 + 9,90 \cdot x$$
$$99,30 - 39,90 = 9,90 \cdot x$$
$$59,40 = 9,90 \cdot x$$
$$\frac{59,40}{9,90} = x$$
$$6 = x$$

Ou seja, podemos concluir que 6 filmes foram alugados nesse mês.

Análise Pedagógica de um Item

Enunciado

(AMA 2025) Uma lâmpada teve seu consumo analisado, de maneira ininterrupta, por uma equipe de estudantes. O consumo total estimado dessa lâmpada foi descrito segundo uma função com lei de formação h(x)=0,12x+1,2. Nessa função, h(x) representa o consumo total da lâmpada, em watt-minuto (Wmin), e x, o tempo em minutos, a partir do início da análise, com x > 0.

De acordo com essas informações, qual foi o consumo total dessa lâmpada, em watt-minuto, para um período de 120 minutos? ← Comando

Alternativas

A) 990,00 Wmin.
B) 158,40 Wmin.
C) 144,12 Wmin.
D) 15,60 Wmin. ← Gabarito
E) 14,40 Wmin.

Distratores

- **Enunciado:** apresenta as informações necessárias à resolução do item. Engloba o suporte e o comando.

- **Suporte:** texto, imagem e/ou outros recursos que servem como base para a resolução do item. Nos itens de Língua Portuguesa, é obrigatória a presença de suporte.

- **Comando:** indica, de forma objetiva, a tarefa a ser realizada. Está diretamente relacionado à habilidade que o item deseja avaliar.

- **Gabarito:** alternativa correta.

- **Distratores:** alternativas incorretas, mas plausíveis. Os distratores devem corresponder a raciocínios possíveis.

Fonte: Revista da Escola - Equipe Pedagógica Matemática: PAEBES 2025 (CAEd UFJF)

O presente item propõe uma tarefa relacionada ao nível de desempenho **básico**. Mais especificamente, ele busca verificar se o(a) estudante é capaz de ”Resolver problema que envolva função do 1° grau”.

A tarefa avaliada por esse item demanda que o(a) estudante compreenda que a variável x representa o tempo de funcionamento da lâmpada, em minutos, e que h(x) corresponde ao consumo de energia nesse tempo. Como buscamos o valor do consumo quando o tempo foi de 120 minutos, é esperado que o(a) estudante saiba que o correto a ser feito é substituir x por 120.

Ao fazer a devida substituição o cálculo será o seguinte:

$$h(x) = 0,12x + 1,2$$
$$h(120) = 0,12 \cdot 120 + 1,2$$
$$h(120) = 14,4 + 1,2$$
$$h(120) = 15,6$$

Ou seja, o gabarito é a alternativa D) 15,60 Wmin.

O distrator A revela uma inversão na interpretação das variáveis, em que o(a) estudante passa a tratar o valor 120 como resultado da função, e não como sua entrada. A partir dessa compreensão equivocada, realiza procedimentos incompatíveis com a situação proposta, como se estivesse buscando o valor da variável em vez de calcular o consumo correspondente ao tempo dado.

O distrator B pode indicar que o(a) estudante não interpretou adequadamente a lei de formação da função. Nesse caso, é possível que tenha somado os coeficientes e, e, em seguida, multiplicado esse resultado por 120, evidenciando uma leitura incorreta da expressão algébrica.

Já o distrator E sugere um raciocínio incompleto, no qual o(a) estudante considera apenas parte da expressão, deixando de somar o termo constante 1,2.

Por fim, a escolha do distrator C pode indicar erro na multiplicação de 0,12 por 120, evidenciando dificuldades em operações com números decimais.

Caso o(a) estudante tenha marcado um dos distratores, sugerimos como possibilidades de intervenção pedagógica:

- Retomar o cálculo de operações básicas com números decimais;
- Reforçar a importância de interpretar o significado de cada variável na função;
- Esclarecer a ideia de associar uma variável a um valor determinado (entrada) e compreender o resultado como saída.

Atividades

A seção de atividades apresenta diversas questões relacionadas aos descritores e habilidades estudados, sem limitar-se à estrutura de item utilizada em avaliações externas. Para mais atividades, acesse o **Portal de questões da SEDU**.

Este caderno de atividades está disponível para impressão **neste link** ou pelo QR Code ao lado.

ATIVIDADE 1

Uma residência paga pela energia elétrica de acordo com a função C(x)=0,95x+38, em que x representa o consumo em kWh e C(x) o valor em reais. Com o objetivo de incentivar o consumo consciente, foi proposta uma nova política: reduzir a taxa fixa para R$ 25,00 e aumentar o valor por kWh para R$ 1,05.

a) Determine a nova função custo.

b) Se uma família consumir mensalmente 65 kWh, a nova proposta é mais vantajosa?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 1

a) A nova proposta conta com um valor fixo de R$25,00 mais um valor de R$1,05 por kWh. Se x é a quantidade de kWh consumido pela família e P(x) é o valor pago pelo consumo, temos que a nova função P(x) é da seguinte forma: P(x)=1,05x+25.

b) Para descobrir, precisamos substituir x=65 em ambas as funções e fazer o comparativo. Vejamos:

$$C(x) = 0,95x + 38$$
$$C(65) = 0,95 \cdot 65 + 38$$
$$C(65) = 61,75 + 38$$
$$C(65) = 99,75$$

$$P(x) = 1,05x + 25$$
$$P(65) = 1,05 \cdot 65 + 25$$
$$P(65) = 68,25 + 25$$
$$P(65) = 93,25$$

Para o consumo de 65 kWh, no modelo vigente a família pagaria R$99,75, enquanto que na nova proposta pagaria R$93,25, ou seja, a nova proposta é mais vantajosa nesse caso.

ATIVIDADE 2

Duas operadoras oferecem planos mensais:

Plano A: 40GB por R$ 70,00 fixos + R$ 1,20 por GB excedente;
Plano B: 35 GB por R$ 55,00 fixos + R$ 2,00 por GB excedente;

a) Escreva as leis de formação das funções que representam o custo mensal de cada plano.

b) Se uma pessoa consumir em média 65 GB por mês, qual plano é mais vantajoso?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 2

a) Chamando de x a quantidade de GB excedentes, temos que ambos os planos contam com um valor fixo somado a uma taxa que varia de acordo com a quantidade x de GB excedentes. Consideraremos A(x) a função que representa o plano A e B(x) a função que representa o plano B. Temos então que:

Valor fixo — Valor por GB excedente

$$A(x) = 70 + 1,20x$$

PLANO A

Valor fixo — Valor por GB excedente

$$B(x) = 55 + 2x$$

PLANO B

b) Precisamos calcular o valor que essa pessoa pagaria em cada um dos planos para realizarmos um comparativo.

PLANO A: No plano A, estão inclusos 40 GB no valor fixo. Se a pessoa consumiu 65 GB de internet, então temos 65 - 40 = 25 GB excedentes. Ou seja, x = 25. Para saber o valor total precisamos calcular A(25).

$$A(x) = 70 + 1,20x$$
$$A(25) = 70 + 1,20 \cdot 25$$
$$A(25) = 70 + 30$$
$$A(25) = 100$$

Ou seja, pelo plano A a pessoa pagaria R$100,00.

PLANO B: No plano B, estão inclusos 35 GB no valor fixo. Se a pessoa consumiu 65 GB de internet, então temos 65 - 35 = 30 GB excedentes. Ou seja, x=30. Para saber o valor total precisamos calcular B(30).

$$B(x) = 55 + 2x$$
$$B(30) = 55 + 2 \cdot 30$$
$$B(30) = 55 + 60$$
$$B(30) = 115$$

Ou seja, pelo plano B a pessoa pagaria R$115,00.

Concluímos que o plano A é mais vantajoso para esse consumo.

ATIVIDADE 3

Um garçom recebe mensalmente um salário fixo de R$ 2.500,00, mais R$ 50,00 por hora extra trabalhada.

a) Escreva a lei de formação da função que descreve o salário deste garçom.

b) Qual foi o salário deste garçom no mês em que fez 12 horas extras?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 3

a) O salário do garçom é composto de uma parcela fixa somada com uma parcela que depende da quantidade x de horas extras trabalhadas. Se ele trabalhar x horas extras, por esse trabalho ele receberá 50x. Vamos chamar de S a função salário. Daí concluímos que:

$$S(x) = 2500 + 50x$$

b) Se o garçom fez 12 horas extras em um mês, isso significa que x = 12. Para sabermos seu salário basta substituirmos x =12 na função do item a.

$$S(x) = 2500 + 50x$$
$$S(12) = 2500 + 50 \cdot 12$$
$$S(12) = 2500 + 600$$
$$S(12) = 3100$$

Ou seja, o salário do garçom foi de R$ 3100,00.

ATIVIDADE 4

Uma lanchonete da cidade passou a oferecer serviço de entrega em domicílio para facilitar o atendimento aos clientes. Para calcular o valor da entrega, o estabelecimento adotou o seguinte critério: é cobrada uma taxa fixa de R$ 2,00 referente ao serviço, acrescida de R$ 0,40 por quilômetro percorrido entre a lanchonete e o endereço do cliente.

Considere que a distância é medida em quilômetros e que o trajeto é sempre feito pelo caminho mais curto.

a) Represente, por meio de uma função do 1º grau, a relação entre o valor **V** pago pela entrega e a distância **x** percorrida.

b) Em um determinado pedido, um cliente pagou R$ 5,40 pela entrega. Com base nessas informações, determine qual é a distância, em quilômetros, entre a casa do cliente e a lanchonete.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 4

A) O valor da entrega é composto de uma taxa fixa de R$2,00 mais uma parte variável que depende da quantidade **x** de quilômetros de distância entre a casa do cliente e a lanchonete. Na tabela a seguir podemos observar alguns valores de entrega:

DISTÂNCIA (em km)	CÁLCULO DO VALOR TOTAL	VALOR TOTAL
1	$2 + 0,40 \cdot 1$	R$ 2,40
2	$2 + 0,40 \cdot 2$	R$ 2,80
3	$2 + 0,40 \cdot 3$	R$ 3,20
4	$2 + 0,40 \cdot 4$	R$ 3,60
x	$2 + 0,40 \cdot x$	$2 + 0,40 \cdot x$

Ou seja, a função que representa essa situação pode ser escrita da seguinte forma:

$$V(x) = 2 + 0,4 \cdot x$$

B) A partir da lei de formação do item anterior, podemos descobrir a distância ao substituir o valor total de R$5,40 em V. Ao descobrirmos o valor de x, descobrimos a distância percorrida nessa entrega. Vejamos:

$$5,40 = 2 + 0,4 \cdot x$$
$$5,40 - 2 = 0,4 \cdot x$$
$$3,40 = 0,4 \cdot x$$
$$\frac{3,40}{0,4} = x$$
$$8,5 = x$$

Ou seja, a distância é de 8,5 quilômetros.

ATIVIDADE 5

Duas empresas de transporte, chamadas W e Y, oferecem serviços para uma viagem turística com ônibus de 50 lugares. Cada empresa adota um modelo diferente de cobrança: A empresa W cobra uma taxa fixa de R$ 400,00, além de R$ 25,00 por passageiro. Já a empresa Y cobra uma taxa fixa de R$ 250,00, além de R$ 29,00 por passageiro.

Considerando essas condições, determine o menor número de passageiros necessário para que o custo total do serviço da empresa W seja inferior ao da empresa Y.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 5

Seja x o número de passageiros. Primeiramente vamos escrever as leis de formação das funções de cada empresa.

EMPRESA W: na empresa W a taxa fixa é R$400,00 mais R$25,00 por passageiro. Consideremos C o custo do serviço. Portanto:

$$C(x) = 400 + 25x$$

EMPRESA Y: na empresa Y a taxa fixa é R$250,00 mais R$29,00 por passageiro. Consideremos V o custo do serviço. Portanto:

$$V(x) = 250 + 29x$$

Precisamos saber a quantidade mínima de passageiros para que o custo na empresa W seja menor. Ou seja, precisamos que:

$$C(x) < V(x)$$

Comparando as duas expressões, temos que:

$$C(x) < V(x)$$
$$400 + 25x < 250 + 29x$$
$$150 + 25x < 29x$$
$$150 < 4x$$
$$\frac{150}{4} < x$$
$$37,5 < x$$

Ou seja, a quantidade de passageiros precisa ser superior a 37,5. Como precisamos considerar números naturais, obtemos 38 como resultado.

Substituindo x=38 nas funções podemos verificar que:

$$C(x) = 400 + 25x \qquad V(x) = 250 + 29x$$
$$C(38) = 400 + 25 \cdot 38 \qquad V(38) = 250 + 29 \cdot 38$$
$$C(38) = 400 + 950 \qquad V(38) = 250 + 1102$$
$$C(38) = 1350 \qquad V(38) = 1352$$

Ou seja, o custo na empresa W é menor para quantidades de passageiros igual ou superior à 38 pessoas.

De olho no Paebes

Esta seção tem como objetivo exemplificar algumas variações possíveis entre itens referentes a um mesmo descritor em sua escala de proficiência. Portanto, ela não deve ser tratada como material preparatório único e suficiente para o Paebes, mas sim como um auxiliar ao trabalho pedagógico em sala de aula. Para mais itens, acesse o **Portal de questões da SEDU.**

O "De olho no Paebes" também está disponível em uma versão para impressão **neste link** ou no QR Code ao lado.

D132_M *Resolver problema envolvendo uma função do 1° grau.*

ITEM 1 - Básico

(AMA - 2025) Roberta faz chinelos personalizados por encomenda. O valor que ela cobra varia em função da quantidade de pares de chinelos encomendados, sendo uma quantia fixa de R$ 50,00 mais o valor de R$ 12,00 por par de chinelo encomendado. Na última semana, um lojista encomendou à Roberta 206 pares de chinelos personalizados.

Qual é o valor que Roberta cobrou por essa encomenda?

A) R$ 13,00.
B) R$ 72,00.
C) R$ 2 422,00.
D) R$ 2 472,00.
E) R$ 2 522,00.

Prezado(a) Professor(a), os itens referentes a este descritor buscam verificar se o(a) estudante é capaz de "resolver problemas que envolvam função do 1° grau".

Gabarito: E

ITEM 2 - Básico

(AMA - 2025) Júlio é guia turístico e faz pacotes de passeios para algumas regiões de seu estado. Para definir o preço total por grupo para um determinado passeio, ele utiliza a função $f(x) = 150 + 25x$, em que $f(x)$ é o preço total pago pelo grupo, e x é a quantidade de pessoas no grupo. Júlio guiou um grupo nesse passeio e cobrou R$350,00.

Quantas pessoas estavam no grupo guiado por Júlio nesse passeio?

A) 8.
B) 14.
C) 20.
D) 175.
E) 8 900.

Prezado(a) Professor(a), os itens referentes a este descritor buscam verificar se o(a) estudante é capaz de "resolver problemas que envolvam função do 1° grau".

Gabarito: A

ITEM 3 - Básico

(AMA - 2025) No dia 25 de maio, é celebrado o Dia da África. Essa data marca a criação da Organização da Unidade Africana, na cidade de Adis Abeba, capital da Etiópia. Marcos contratou um pacote de viagem para essa cidade com o objetivo de ir a um evento que celebra essa data. Ele foi a uma agência de viagens em que a atendente utilizou uma função afim para calcular o preço total do pacote em função da quantidade de dias de hospedagem. Nessa função, o preço da passagem de R$14 000,00 foi considerado como um valor fixo. Marcos comprou um pacote para ficar hospedado 16 dias e pagou R$ 22 000,00 no total.

Quantos reais Marcos pagou por dia pela hospedagem nesse pacote?

A) R$ 500,00.
B) R$ 875,00.
C) R$ 1 375,00.
D) R$ 2 250,00.
E) R$ 8 000,00.

Prezado(a) Professor(a), os itens referentes a este descritor buscam verificar se o(a) estudante é capaz de “resolver problemas que envolvam função do 1° grau”.

Gabarito: A

ITEM 4 - Básico

(AMA - 2025) André faz entregas para um restaurante e seu pagamento é diário. A lei de formação $f(x) = 30 + 12x$, com $x > 1$, permite calcular a quantia referente ao pagamento de André. Nessa expressão, $f(x)$ é a quantia, em real, que ele recebe ao fazer x entregas. Em um determinado dia, André fez 6 entregas.

Qual é a quantia que André recebeu nesse dia?

A) R$ 48,00.
B) R$ 72,00.
C) R$ 102,00.
D) R$ 192,00.
E) R$ 252,00.

Prezado(a) Professor(a), os itens referentes a este descritor buscam verificar se o(a) estudante é capaz de “resolver problemas que envolvam função do 1° grau”.

Gabarito: C

ITEM 5 - Básico

(AMA - 2025) Uma academia de ginástica cobra uma mensalidade de R$ 90,00 que dá direito à prática de qualquer atividade oferecida. Além dessa mensalidade, em caso de atraso no pagamento, é cobrado um valor de R$2,50 por dia de atraso no pagamento. Juliana malha nessa academia e, no último mês, atrasou em 13 dias o pagamento da mensalidade.

Qual foi o valor total, em reais, que Juliana pagou nesse último mês nessa academia?

A) R$ 90,00.
B) R$ 92,50.
C) R$ 103,00.
D) R$ 122,50.
E) R$ 257,50.

Prezado(a) Professor(a), os itens referentes a este descritor buscam verificar se o(a) estudante é capaz de "resolver problemas que envolvam função do 1° grau".

Gabarito: D

Conexão ENEM

Aqui você terá questões de edições recentes do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) relacionadas ao conteúdo do capítulo. Devido aos objetivos específicos dessa avaliação, é possível que as questões apresentem especificidades não contempladas no material, assim como este, por sua vez, não objetiva ser preparatório para o ENEM. Para mais questões, visite o repositório de provas e gabaritos de edições anteriores clicando **aqui**.

Acesse o "Conexão ENEM" para impressão **neste link** ou pelo QR Code ao lado.

Material Extra

Khan Academy

Prezado(a) Professor(a),
ao lado temos uma sugestão de atividade na plataforma Khan Academy sobre resolução de problemas envolvendo função do 1° grau.
Também disponível em: Atividade Khan Academy

Referências

BONJORNO, Giovanni Jr.; CÂMARA, Paulo. Prisma: matemática – conjuntos e funções . São Paulo: FTD, 2020.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) 2010: Prova de Ciências da Natureza e suas Tecnologias e de Matemática e suas Tecnologias: reaplicação: PPL: caderno 7: azul: 2º dia. Brasília, DF: Inep, 2010. Disponível em: chrome-https://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2010/2010_PV_reaplicacao_PPL_D2_CD7.pdf. Acesso em: 26 abr. 2026.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) 2017: Prova de Ciências da Natureza e suas Tecnologias e de Matemática e suas Tecnologias: reaplicação: PPL: caderno 7: azul: 2º dia. Brasília, DF: Inep, 2017. Disponível em: https://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2017/2017_PV_reaplicacao_PPL_D2_CD7.pdf . Acesso em: 28 abr. 2026.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) 2019: Prova de Ciências da Natureza e suas Tecnologias e de Matemática e suas Tecnologias: caderno 7: azul: 2º dia. Brasília, DF: Inep, 2019. Disponível em: https://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2019/2019_PV_impresso_D2_CD7.pdf. Acesso em: 28 abr. 2026.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) 2020: Prova de Ciências da Natureza e suas Tecnologias e de Matemática e suas Tecnologias: caderno 7: azul: 2º dia. Brasília, DF: Inep, 2020. Disponível em: https://download.inep.gov.br/enem/provas_e_gabaritos/2020_PV_digital_D2_CD7.pdf . Acesso em: 28 abr. 2026.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. Matemática em contextos . Volume 1. São Paulo: Ática, 2020.

DANTE, Luiz Roberto. Telaris – Matemática: 9º ano . 3.ed. São Paulo: Editora Ática, 2018.

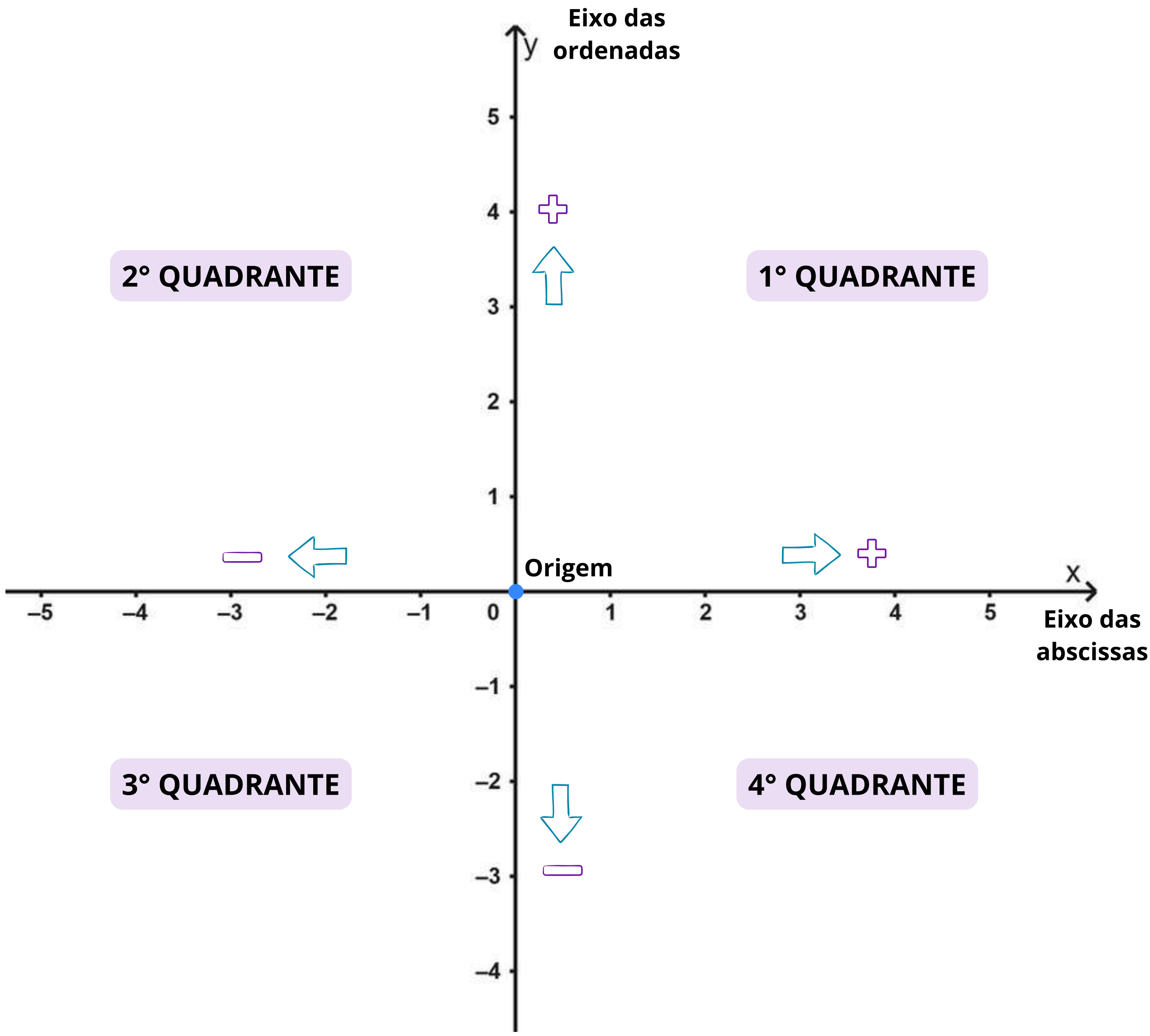
Detalhandо o descritor

D043_M *Identificar a localização de pontos no plano cartesiano.*

PLANO CARTESIANO

O **plano cartesiano** é um sistema de coordenadas que permite estabelecer a localização de pontos. Ele é composto por duas retas numeradas e perpendiculares. A reta horizontal é o **eixo das abscissas** (eixo x), a reta vertical é o **eixo das ordenadas** (eixo y) e o ponto em que elas se cruzam é a **origem** (0,0).

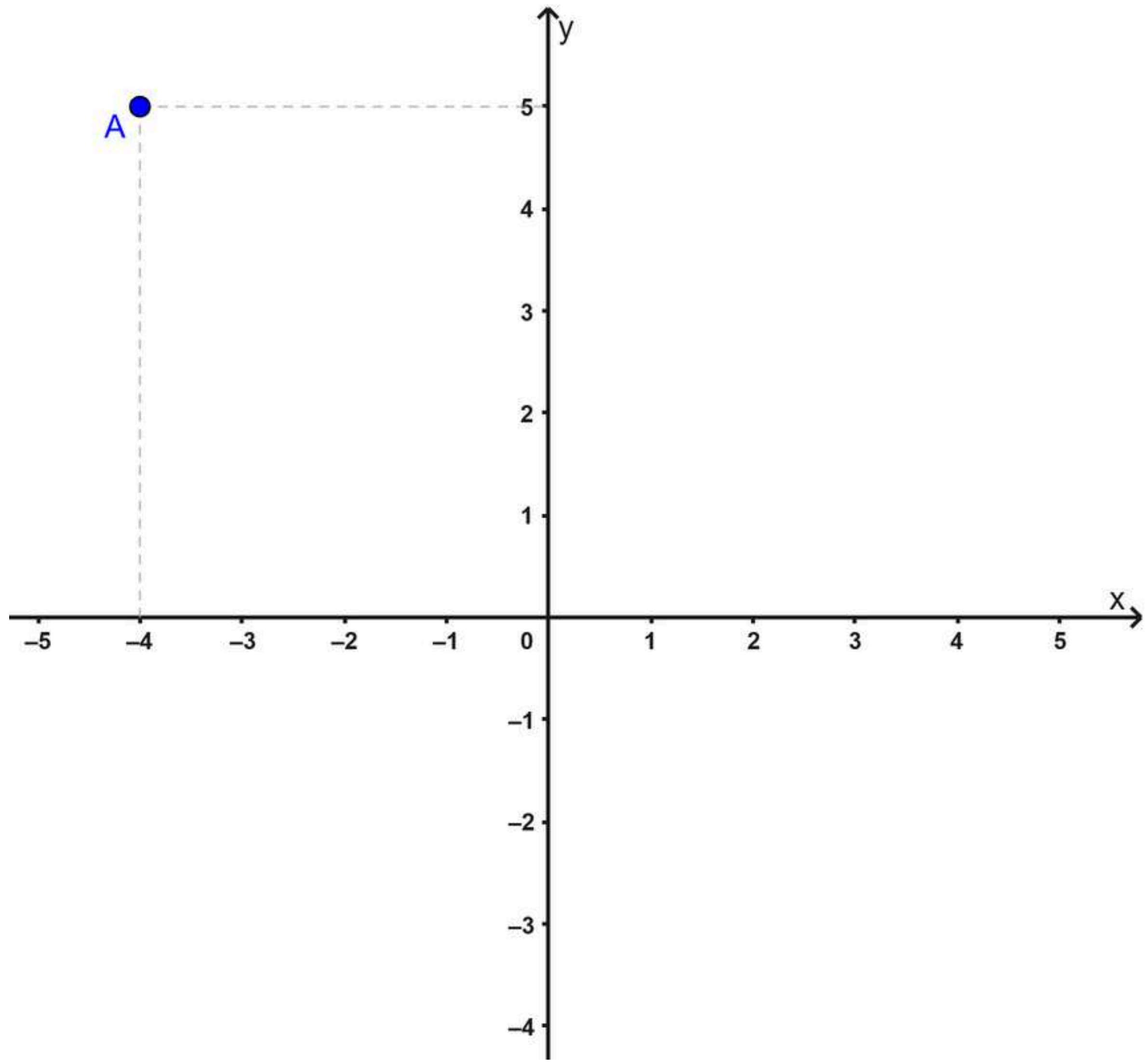
Além disso, esses eixos dividem o plano em quatro regiões distintas, denominadas **quadrantes**, que são contados em sentido anti-horário a partir do eixo positivo das abscissas. Cada ponto do plano pertence a um desses quadrantes ou está localizado sobre um dos eixos.



COORDENADAS CARTESIANAS

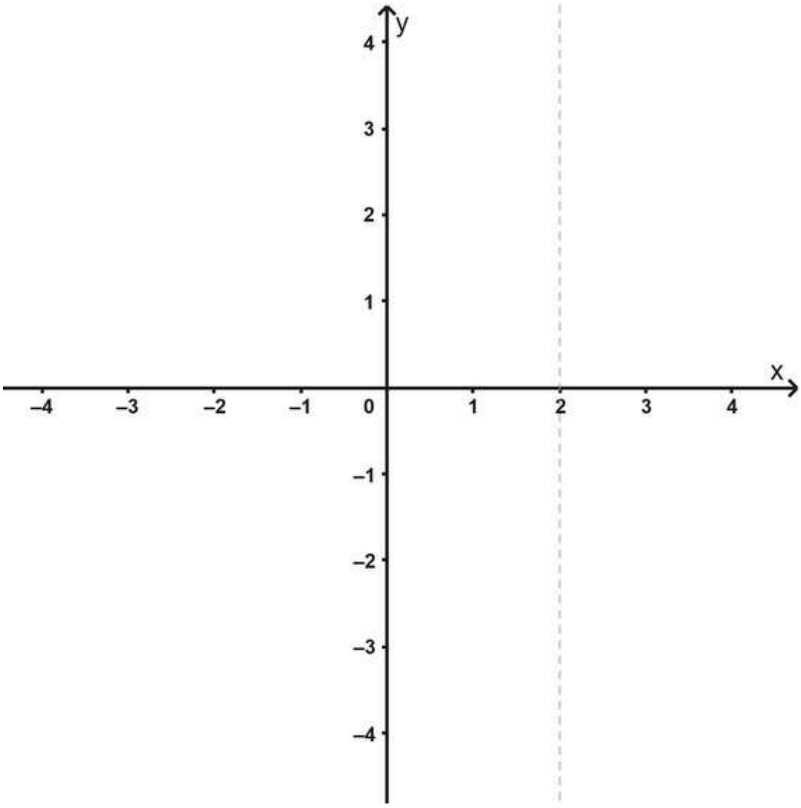
Indicamos a localização de um ponto no plano cartesiano por meio de **coordenadas cartesianas**, representadas por um **par ordenado** na forma (x, y). Nesse sistema, o primeiro elemento (x) representa a abscissa, indicando a posição do ponto em relação ao eixo horizontal. Já o segundo elemento (y) representa a ordenada, determinando sua posição em relação ao eixo vertical.

No plano cartesiano abaixo, o ponto A tem coordenadas $(-4, 5)$ e pode ser indicado por $A(-4, 5)$. O número -4 indica a posição de A em relação ao eixo das abscissas (eixo x), e o número 5 indica a posição de A em relação ao eixo das ordenadas (eixo y).



Todo ponto escolhido no plano cartesiano possui um único par de números que o representa. Vejamos como podemos representar o ponto $B(2, -4)$ no plano cartesiano.

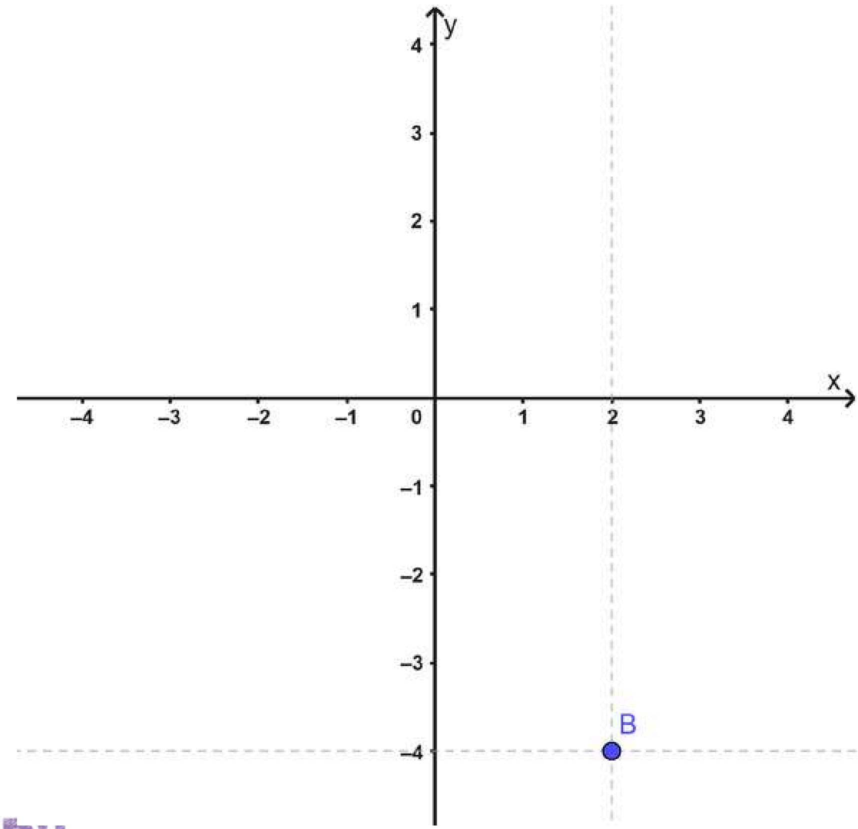
Primeiro, representamos o ponto $B(2,-4)$ contando 2 unidades no eixo x, a partir da origem, no sentido positivo, e traçamos uma reta tracejada paralela ao eixo y.



Prezado(a) Professor(a),

destaque o papel da origem (0,0) como ponto de referência central e discuta o significado dos valores positivos e negativos em cada eixo.

Agora, contamos 4 unidades no eixo y, a partir da origem, no sentido negativo, e traçamos uma reta tracejada paralela ao eixo x. No encontro das duas retas marcamos o ponto B.

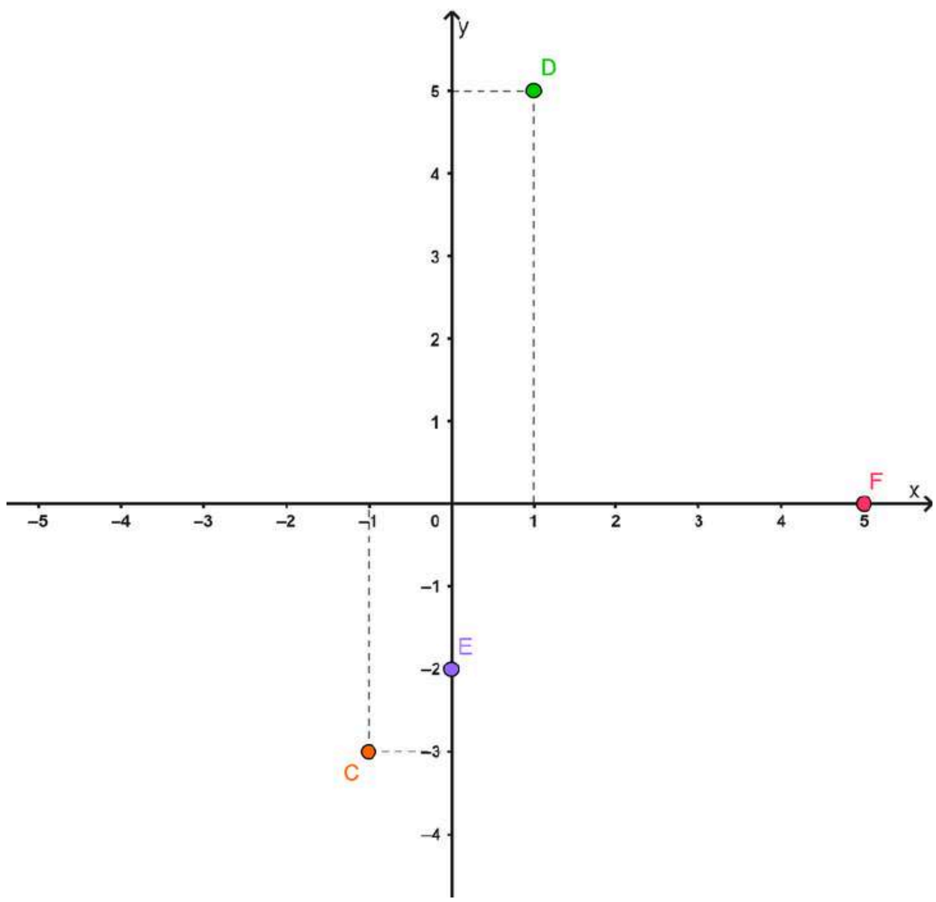


Prezado(a) Professor(a),

os(as) estudantes frequentemente invertem a ordem das coordenadas; por isso, é fundamental propor situações que enfatizem a leitura correta do par ordenado, destacando o papel de cada eixo na localização dos pontos.

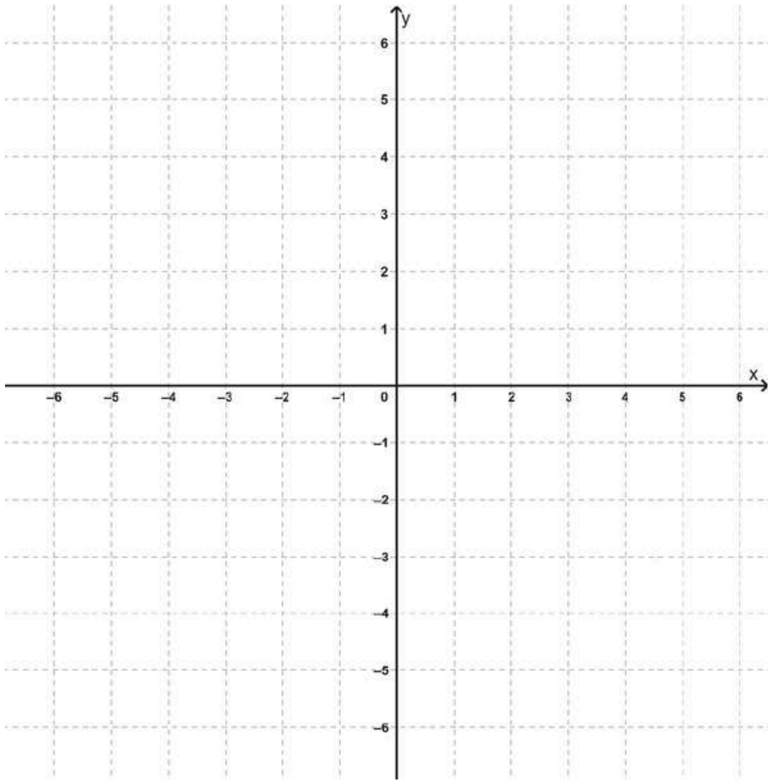
Vejamos a localização dos pontos $C(-1,-3)$, $D(1,5)$, $E(0,-2)$ e $F(5,0)$ no plano cartesiano abaixo.

- $C(-1,-3)$: contamos 1 unidade no eixo x, a partir da origem, no sentido negativo, e traçamos uma reta tracejada paralela ao eixo y. Agora, contamos 3 unidades no eixo y, a partir da origem, no sentido negativo, e traçamos uma reta tracejada paralela ao eixo x. No encontro das duas retas marcamos o ponto C.
- $D(1,5)$: contamos 1 unidade no eixo x, a partir da origem, no sentido positivo, e traçamos uma reta tracejada paralela ao eixo y. Agora, contamos 5 unidades no eixo y, a partir da origem, no sentido positivo, e traçamos uma reta tracejada paralela ao eixo x. No encontro das duas retas marcamos o ponto D.
- $E(0,-2)$: como a abscissa é zero, o ponto situa-se sobre o eixo y. Partindo da origem, contamos 2 unidades no sentido negativo do eixo y para marcar o ponto E.
- $F(5,0)$: como a ordenada é zero, o ponto situa-se sobre o eixo x. Partindo da origem, contamos 5 unidades no sentido positivo do eixo x para marcar o ponto F.



Note que, quando uma das coordenadas de um ponto é nula, este não se localiza em nenhum dos quadrantes, mas sim sobre um dos eixos coordenados. Os pontos $E(0,-2)$ e $F(5,0)$ exemplificam essa condição, situando-se, respectivamente, nos eixos y e x.

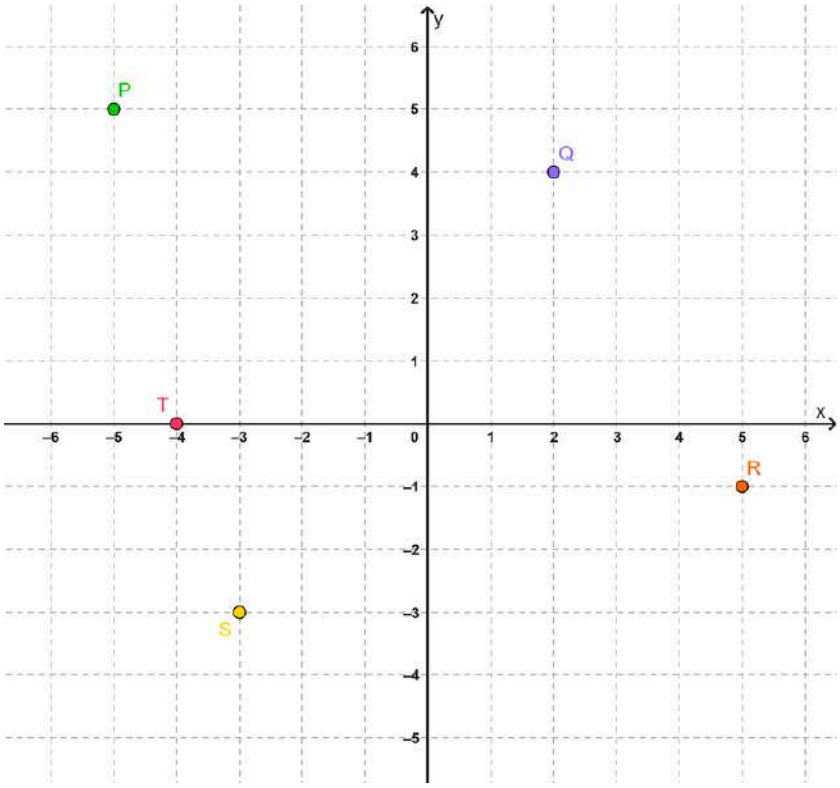
Ainda, de forma a simplificar a localização no plano cartesiano podemos representá-lo como uma malha quadriculada, conforme a figura abaixo.



Prezado(a) Professor(a),

sugerimos o uso de recursos digitais que favoreçam a exploração e a visualização, como o *GeoGebra*. Essa ferramenta permite tornar a aula mais dinâmica e investigativa.

Agora observe no plano cartesiano abaixo os 4 pontos marcados: P, Q, R, S e T. Vamos determinar suas coordenadas.



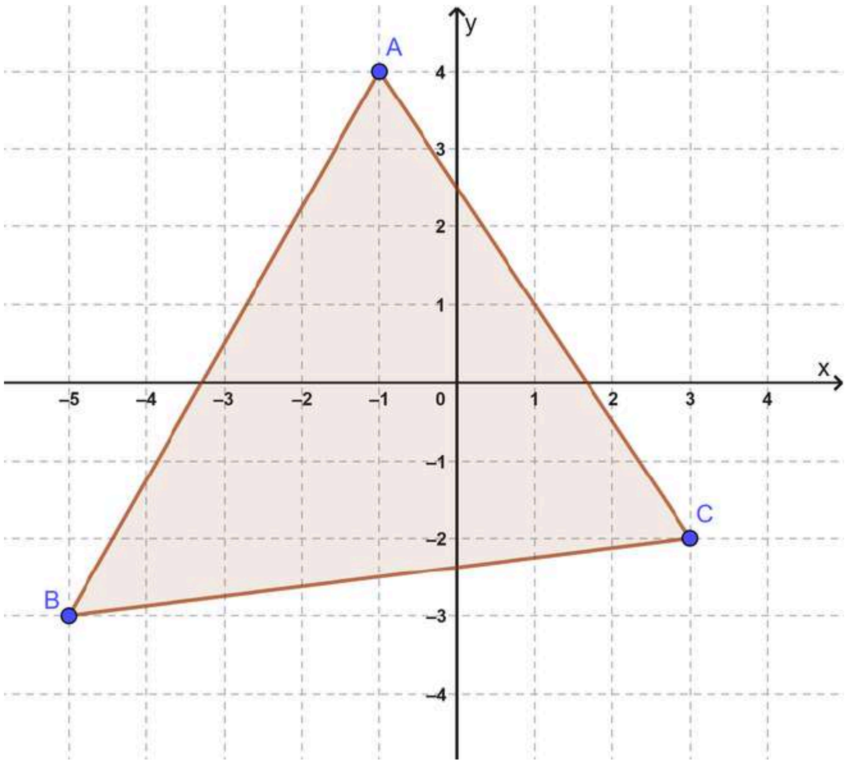
Iniciando pelo ponto P, vemos que o valor correspondente a ele no eixo horizontal é -5 e no eixo vertical é 5, portanto $P(-5,5)$. Seguindo o mesmo raciocínio, temos: que $Q(2,4)$, $R(5,-1)$, $S(-3,-3)$ e $T(-4,0)$.

FIGURAS PLANAS FORMADAS POR COORDENADAS CARTESIANAS

Seguindo a definição de plano, tem-se que 3 pontos não colineares (não alinhados), definem um plano. Ou seja, se existir três ou mais coordenadas cartesianas não alinhadas, (que não estão em uma reta), pode-se delimitar vértices de um polígono, tendo este, uma representação no plano cartesiano.

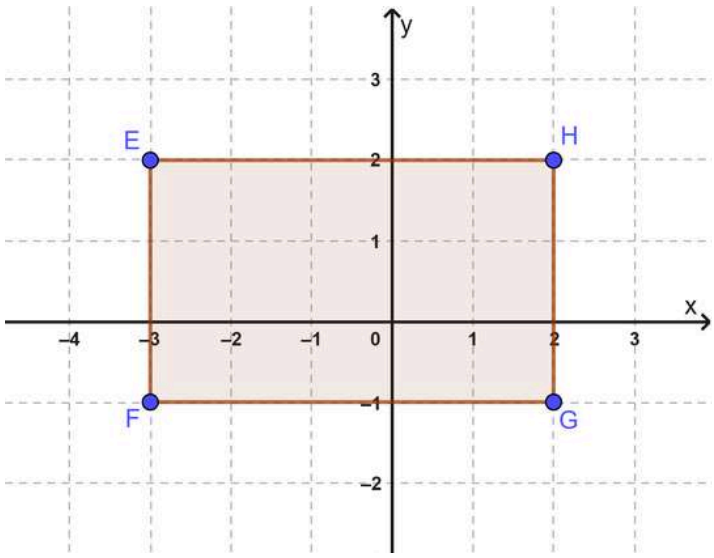
Por exemplo, no triângulo representado a seguir, os vértices podem ser indicados pelos pontos:

- $A(-1, 4)$
- $B(-5, -3)$
- $C(3, -2)$



De forma similar, podemos representar um quadrilátero no plano cartesiano a partir das suas coordenadas cartesianas.

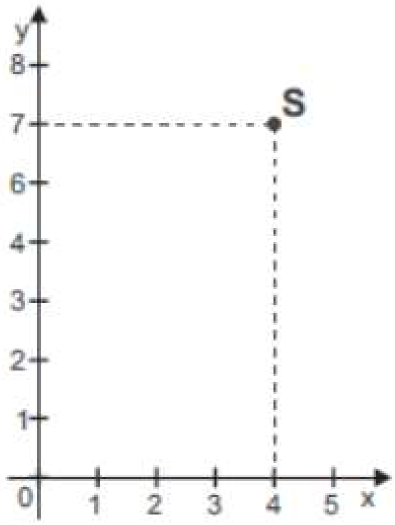
- $E(-3, 2)$
- $F(-3, -1)$
- $G(2, -1)$
- $H(2, 2)$



Análise Pedagógica de um Item

Enunciado

(AMA - 2023 - 2ª ed. - Adaptada) Observe o ponto **S** apresentado no plano cartesiano abaixo.



Suporte

O par ordenado (x,y) que representa a localização do ponto S nesse plano é

Comando

Alternativas

A) (4, 4).
B) (4, 7).
C) (7, 4).
D) (7, 7).
E) (-4, 4).

Gabarito

Distratores

- **Enunciado:** apresenta as informações necessárias à resolução do item. Engloba o suporte e o comando.
- **Suporte:** texto, imagem e/ou outros recursos que servem como base para a resolução do item. Nos itens de Língua Portuguesa, é obrigatória a presença de suporte.
- **Comando:** indica, de forma objetiva, a tarefa a ser realizada. Está diretamente relacionado à habilidade que o item deseja avaliar.
- **Gabarito:** alternativa correta.
- **Distratores:** alternativas incorretas, mas plausíveis. Os distratores devem corresponder a raciocínios possíveis.

Fonte: Revista da Escola - Equipe Pedagógica Matemática: PAEBES 2025 (CAEd UFJF)

O presente item propõe uma tarefa ancorada ao nível de desempenho **abaixo do básico**. Mais especificamente, ele busca verificar se o(a) estudante é capaz de ”Reconhecer as coordenadas de pontos representados em um plano cartesiano localizados no primeiro ou segundo quadrante”.

A tarefa avaliada por esse item demanda que o(a) estudante compreenda que a localização de um ponto no plano cartesiano é dada por um par ordenado (x, y), em que o primeiro valor corresponde à abscissa (eixo x) e o segundo à ordenada (eixo y). Desta forma, espera-se que ele(a) analise as linhas de projeção que partem do ponto S em direção aos eixos e identifique, respectivamente, a abscissa e a ordenada que compõem suas coordenadas.

A leitura correta dessas coordenadas resulta no par ordenado (4,7) (gabarito B). Os distratores deste item evidenciam possíveis dificuldades conceituais dos(as) estudantes relacionadas à leitura e interpretação de coordenadas no plano cartesiano. Os distratores A e D apontam para falhas na observação das projeções ou leitura incompleta dos eixos, o distrator C demonstra a clássica confusão na ordem do par ordenado (inversão entre x e y). Por fim, a escolha do distrator E sinaliza dificuldades na compreensão dos quadrantes ou dos sinais das coordenadas, desconsiderando que o ponto está no primeiro quadrante, onde ambas as coordenadas são positivas.

Caso o(a) estudante tenha marcado um distrator, sugerimos como possibilidades de intervenção pedagógica:

- Retomar o conceito de plano cartesiano, enfatizando o significado das coordenadas (x,y) e a importância da ordem das coordenadas;
- Desenvolver atividades de localização de pontos que isolem, inicialmente, o deslocamento horizontal (abscissa) para, em seguida, integrá-lo ao vertical (ordenada).
- Utilizar malhas quadriculadas como suporte para exercícios de leitura, localização e plotagem de coordenadas;
- Propor atividades que explorem a identificação dos quadrantes, associando a posição dos pontos à variação dos sinais das coordenadas.

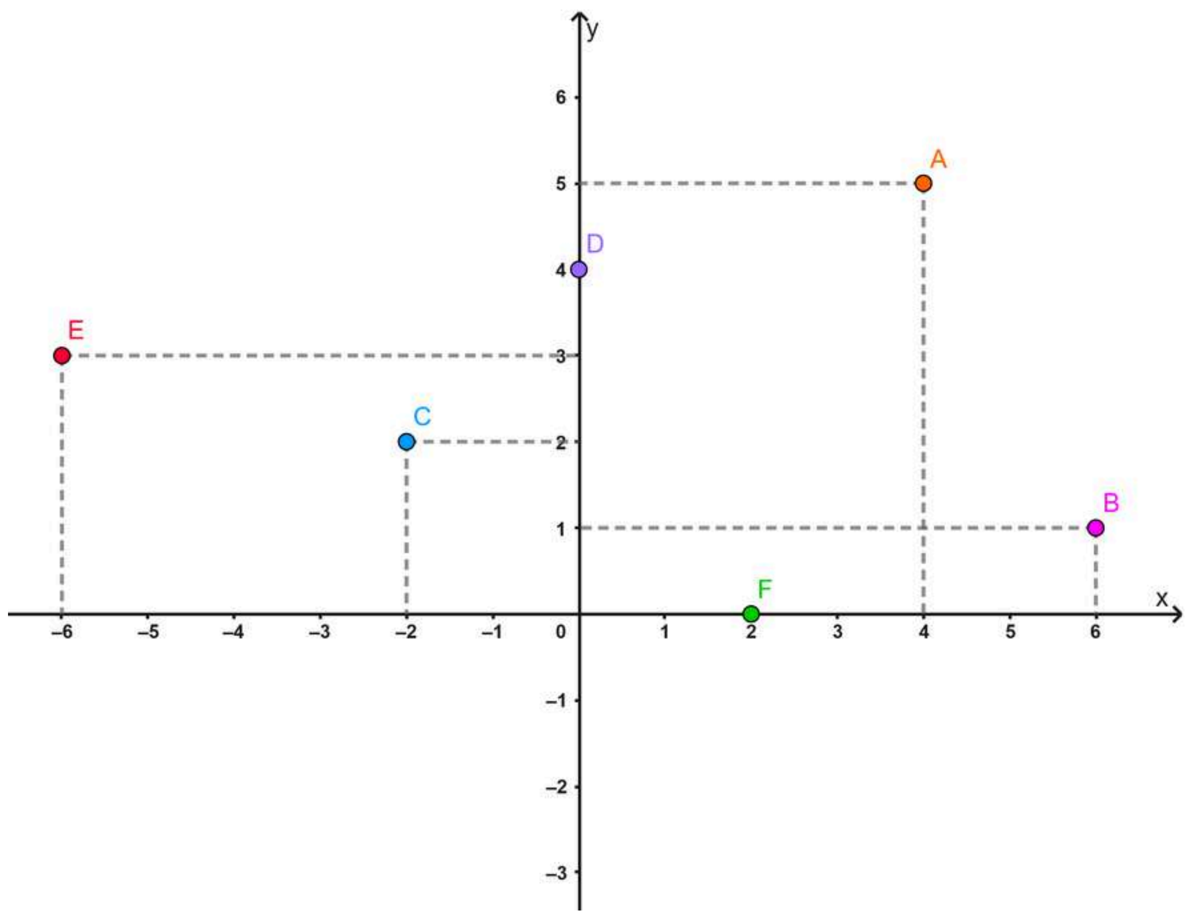
Atividades

A seção de atividades apresenta diversas questões relacionadas aos descritores e habilidades estudados, sem limitar-se à estrutura de item utilizada em avaliações externas. Para mais atividades, acesse o **Portal de questões da SEDU**.

Este caderno de atividades está disponível para impressão **neste link** ou pelo QR Code ao lado.

ATIVIDADE 1

Analise o plano cartesiano a seguir, no qual os pontos A, B, C, D, E e F estão destacados. Com base na posição de cada um, identifique a abscissa (x) e a ordenada (y) de cada ponto e registre-as na forma de par ordenado (x, y).



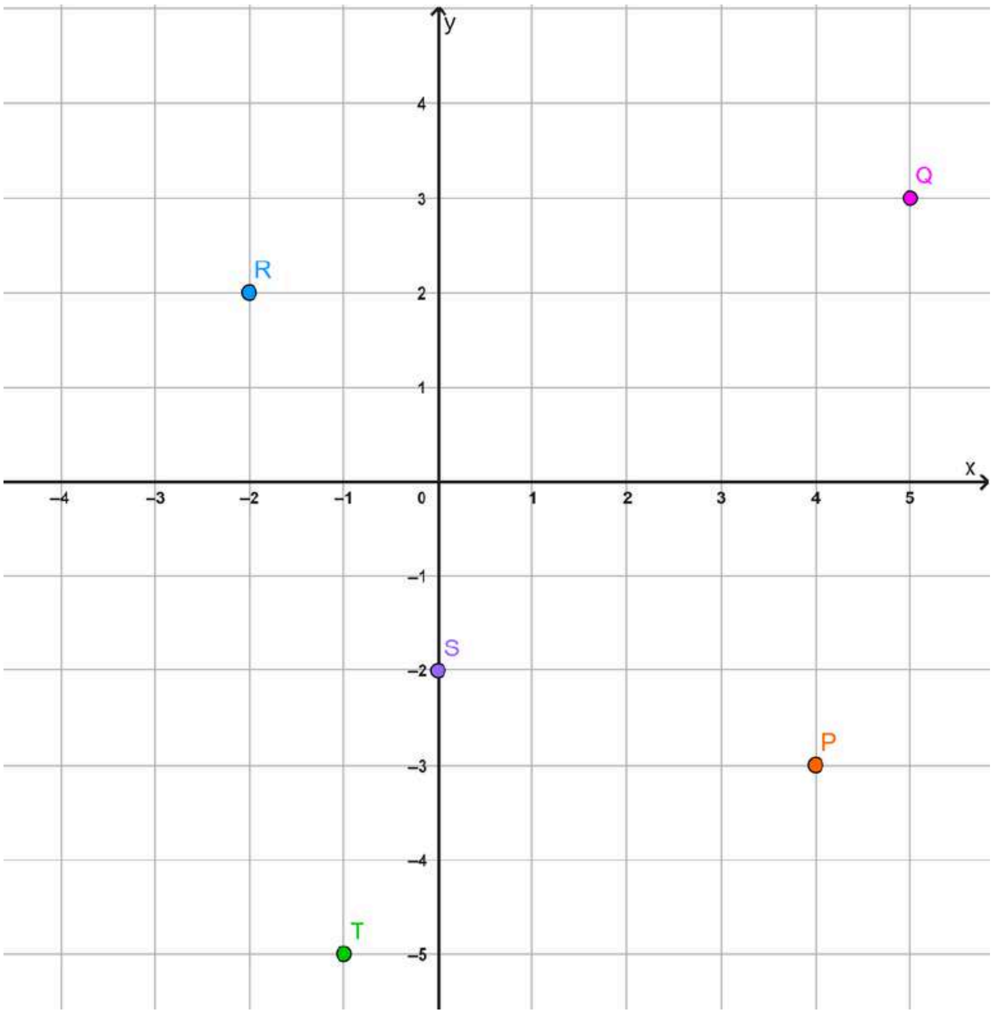
RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 1

Para determinar o par ordenado (x, y) de cada ponto, realizamos a leitura da projeção do ponto sobre o eixo das abscissas (horizontal) para obter o valor de x, e sobre o eixo das ordenadas (vertical) para obter o valor de y.

- Ponto A: A (4,5). Observe que esse ponto está localizado no 1° quadrante e suas projeções estão em x=4 e y=5.
- Ponto B: B (6,1). Observe que esse ponto está localizado no 1° quadrante e suas projeções estão em x=6 e y=1.
- Ponto C: C (-2, 2). Observe que esse ponto está localizado no 2° quadrante e suas projeções estão em x= -2 e y=2.
- Ponto D: D(0,4). Note que esse ponto está localizado sobre o eixo y em y=4, ou seja, não há deslocamento horizontal (x = 0).
- Ponto E: E (-6, 3). Observe que esse ponto está localizado no 2° quadrante e suas projeções estão em x= -6 e y=3.
- Ponto F: F(2, 0) Note que esse ponto está localizado sobre o eixo x em x =2, ou seja, não há deslocamento vertical (y = 0).

ATIVIDADE 2

Observe o plano cartesiano abaixo, com os pontos P, Q, R, S, e T destacados.



Determine os pares ordenados (x, y) que indicam a localização dos pontos P, Q, R, S e T, nesse plano cartesiano.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 2

Para determinar a localização de qualquer ponto no plano cartesiano, devemos observar a projeção de cada ponto nos dois eixos: primeiro no eixo das abscissas (x) e depois no eixo das ordenadas (y).

- Ponto P: P (4, -3)
- Ponto Q: Q (5, 3)
- Ponto R: R (-2, 2)
- Ponto S: S (0, -2)
- Ponto T: T (-1,-5)

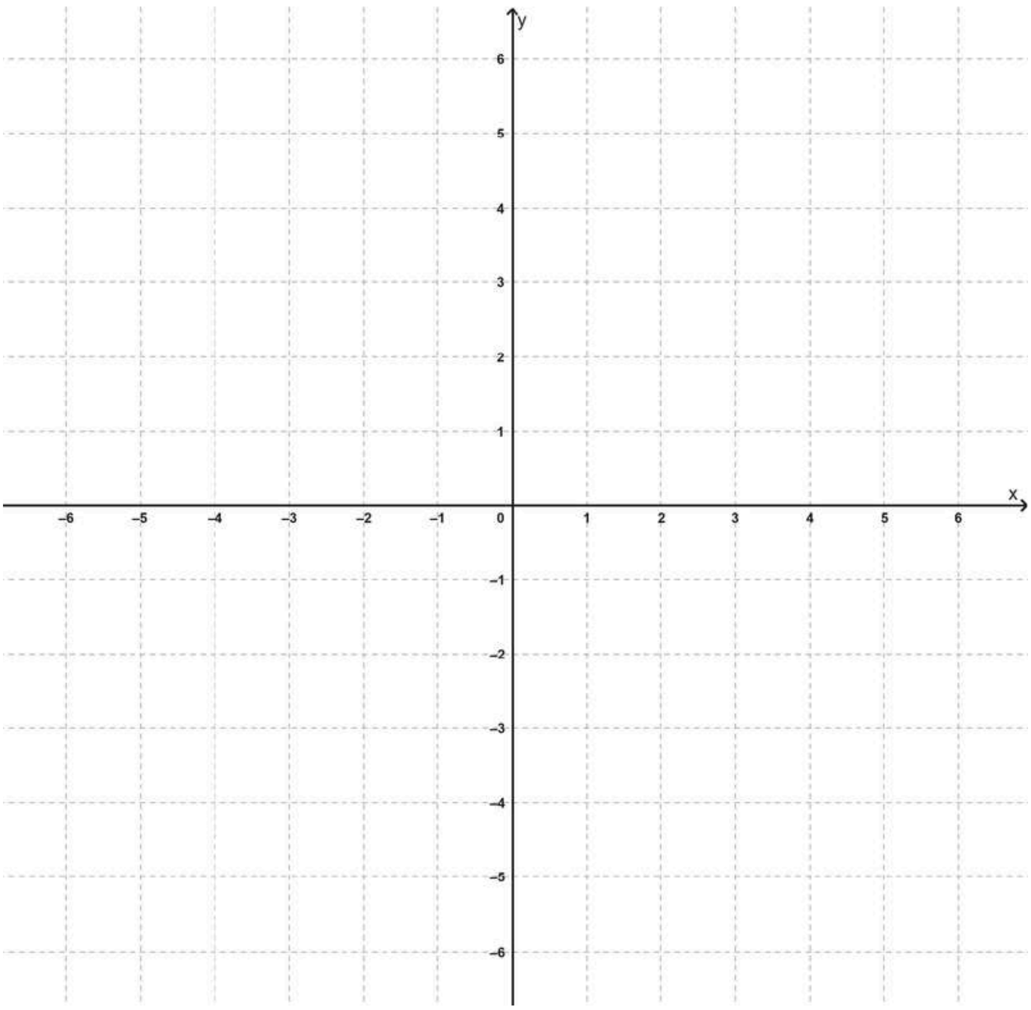
Prezado(a) Professor(a),

reforce com os (as) estudantes que o ponto S está localizado sobre o eixo y. Como ele pertence ao eixo das ordenadas (y), sua abscissca (x) é nula. Sempre que um ponto não sofre deslocamento horizontal em relação a origem, o x é zero.

ATIVIDADE 3

Localize os pontos abaixo no plano cartesiano.

- A (2, 5)
- B (1, 4)
- C (-3, 4)
- D (5, -2)
- E (-6, 2)
- F (-4, -3)
- G (-1, -5)
- H (0, 3)
- I (-5, 0)
- J (0,-4)



RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 3

Para localizar o ponto **A(2, 5)**, contamos 2 unidades no eixo x, a partir da origem, no sentido positivo, e traçamos uma reta tracejada paralela ao eixo y. Agora, contamos 5 unidades no eixo y, a partir da origem, no sentido positivo, e traçamos uma reta tracejada paralela ao eixo x. No encontro das duas retas marcamos o ponto A.

Para localizar os pontos B, C, D, E, F e G basta seguir o mesmo procedimento:

- **B (1, 4)**: contamos 1 unidade no eixo x, a partir da origem, no sentido positivo, e traçamos uma reta tracejada paralela ao eixo y. Agora, contamos 4 unidades no eixo y, a partir da origem, no sentido positivo, e traçamos uma reta tracejada paralela ao eixo x. No encontro das duas retas marcamos o ponto B.
- **C (-3, 4):** contamos 3 unidades no eixo x, a partir da origem, no sentido negativo, e traçamos uma reta tracejada paralela ao eixo y. Agora, contamos 4 unidades no eixo y, a partir da origem, no sentido positivo, e traçamos uma reta tracejada paralela ao eixo x. No encontro das duas retas marcamos o ponto C.
- **D (5, -2):** contamos 5 unidades no eixo x, a partir da origem, no sentido positivo, e traçamos uma reta tracejada paralela ao eixo y. Agora, contamos 2 unidades no eixo y, a partir da origem, no sentido negativo, e traçamos uma reta tracejada paralela ao eixo x. No encontro das duas retas marcamos o ponto D.
- **E (-6, 2):** contamos 6 unidades no eixo x, a partir da origem, no sentido negativo, e traçamos uma reta tracejada paralela ao eixo y. Agora, contamos 2 unidades no eixo y, a partir da origem, no sentido positivo, e traçamos uma reta tracejada paralela ao eixo x. No encontro das duas retas marcamos o ponto E.
- **F (-6, 2):** contamos 6 unidades no eixo x, a partir da origem, no sentido negativo, e traçamos uma reta tracejada paralela ao eixo y. Agora, contamos 2 unidades no eixo y, a partir da origem, no sentido positivo, e traçamos uma reta tracejada paralela ao eixo x. No encontro das duas retas marcamos o ponto F.
- **G (-1, -5):** contamos 1 unidade no eixo x, a partir da origem, no sentido negativo, e traçamos uma reta tracejada paralela ao eixo y. Agora, contamos 5 unidades no eixo y, a partir da origem, no sentido negativo, e traçamos uma reta tracejada paralela ao eixo x. No encontro das duas retas marcamos o ponto G.

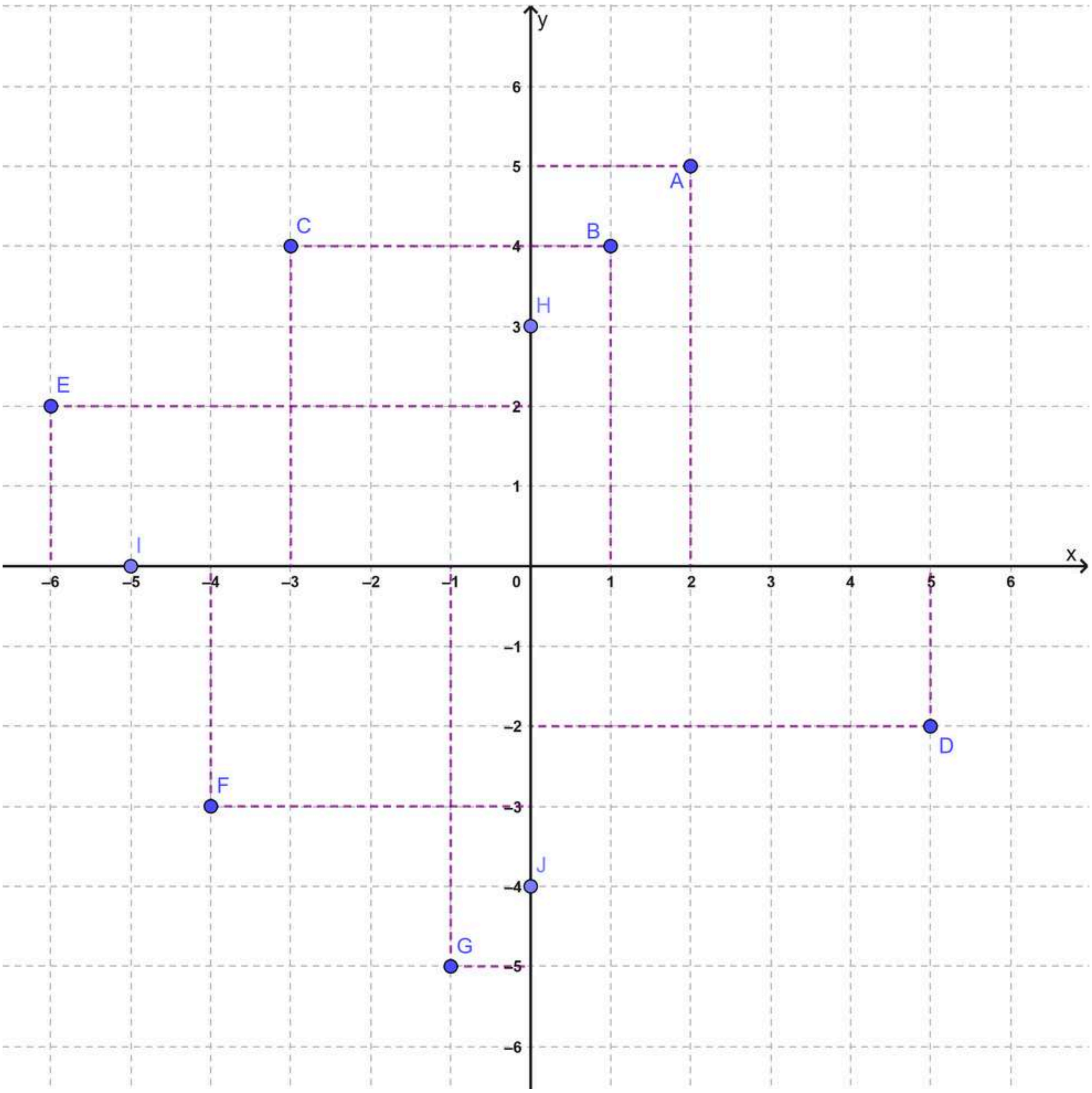
Para os casos dos pontos H, I e J, note que uma das coordenadas é zero, o que significa que uma das retas de projeção coincide com um dos eixos do plano. Logo, para localizar esses pontos de forma simples, basta marcar o valor diretamente sobre a coordenada que não é zero:

- **H (0, 3):** como a abscissa é zero, o ponto situa-se sobre o eixo y. Partindo da origem, contamos 3 unidades no sentido positivo do eixo y para marcar o ponto H.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 3

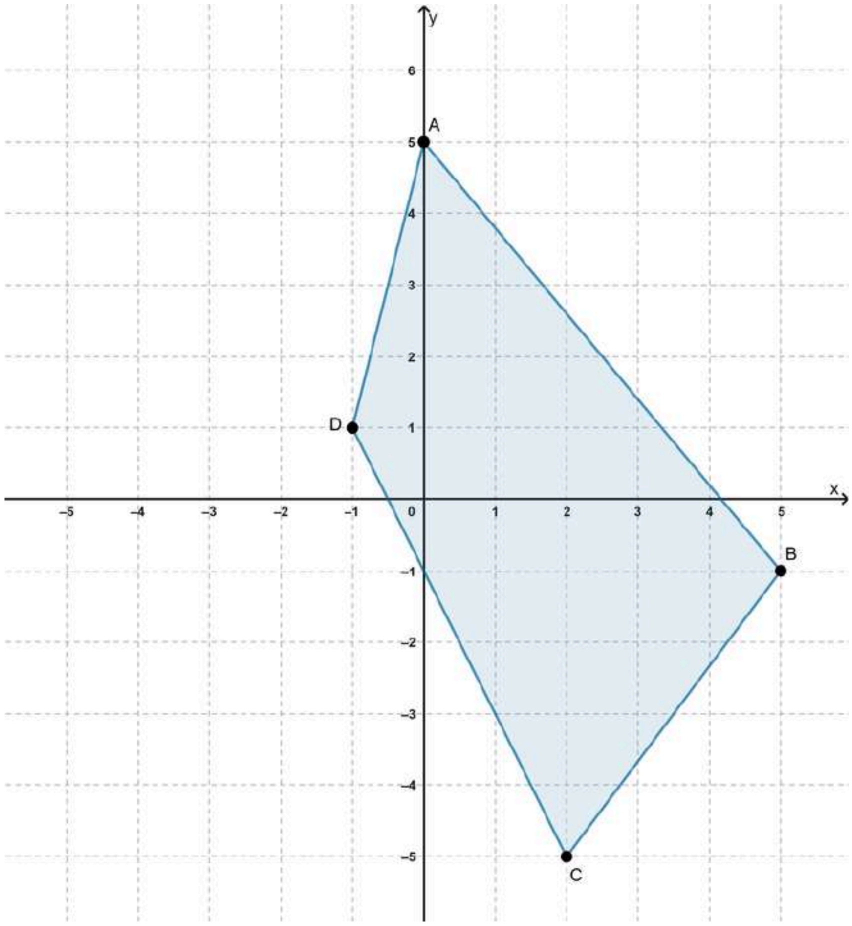
- **I (-5, 0):** como a ordenada é zero, o ponto situa-se sobre o eixo x. Partindo da origem, contamos 5 unidades no sentido negativo do eixo x para marcar o ponto I.
- **J (0, -4):** como a abscissa é zero, o ponto situa-se sobre o eixo y. Partindo da origem, contamos 4 unidades no sentido negativo do eixo y para marcar o ponto I.

A seguir, apresentamos a representação gráfica no plano cartesiano, com todos os pontos plotados de acordo com as coordenadas e os procedimentos de traçado descritos anteriormente.



ATIVIDADE 4

Observe o quadrilátero ABCD representado no plano cartesiano.



Quais as coordenadas dos vértices desse quadrilátero?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 4

Para determinar os pares ordenados (x, y) de um polígono no plano cartesiano, devemos observar a projeção de cada ponto nos dois eixos: primeiro no eixo das abscissas (x) e depois no eixo das ordenadas (y).

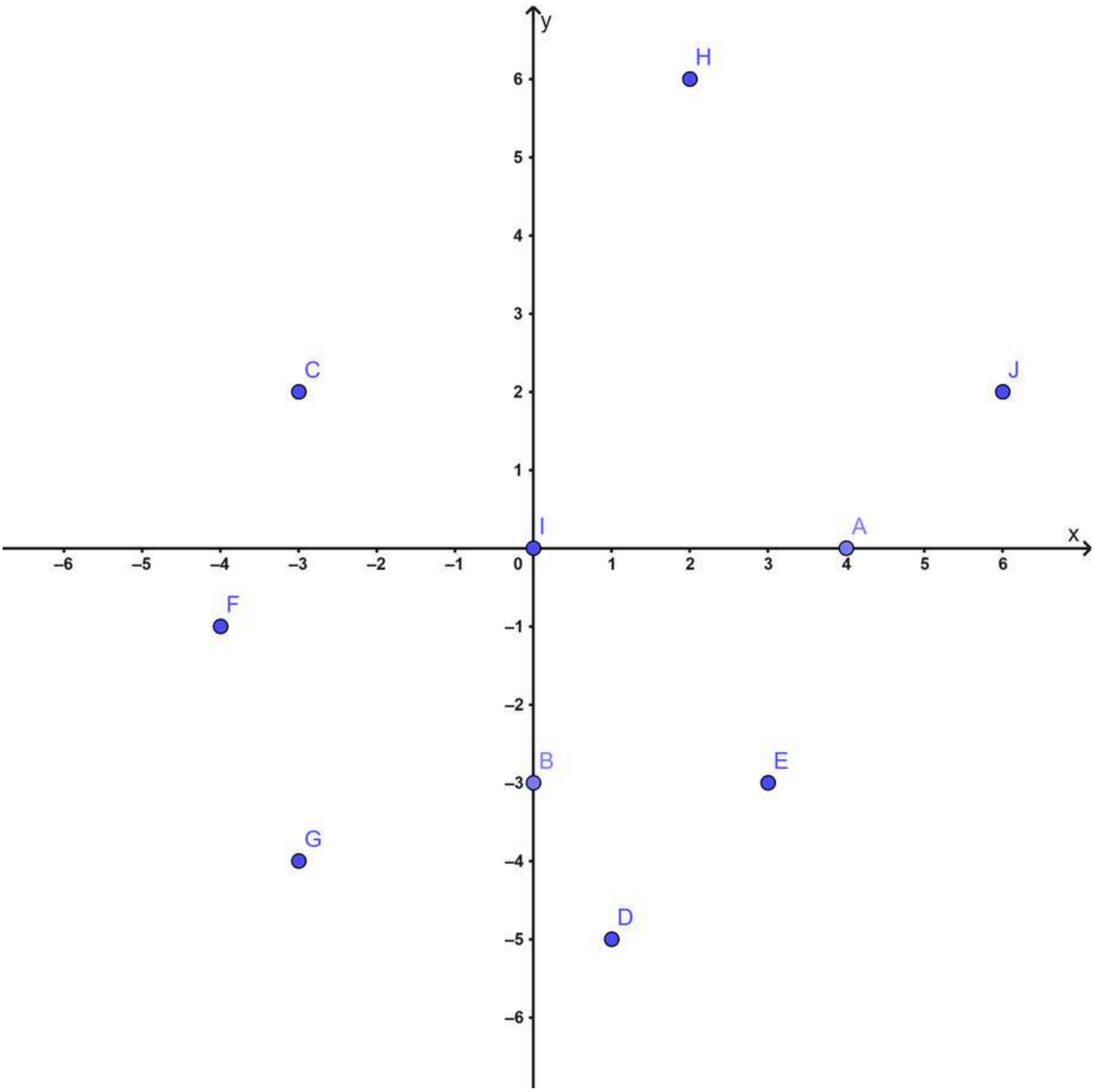
- O ponto A está exatamente sobre o eixo y. Logo, como a abscissa é zero, o ponto situa-se no eixo y. Partindo da origem, contamos 5 unidades no sentido positivo do eixo y. Assim, A (0, 5).
- O ponto B está à direita do eixo y e abaixo do eixo x. Partindo da origem, contamos 5 unidades no sentido positivo do eixo x e, em seguida, 1 unidade no sentido negativo do eixo y. Logo, B (5, -1).
- O ponto C também está à direita do eixo y e abaixo do eixo x. Partindo da origem, contamos 2 unidades no sentido positivo do eixo x e 5 unidades no sentido negativo do eixo y. Portanto, C (2, -5).

O ponto D está à esquerda do eixo y e acima do eixo x. Partindo da origem, contamos 1 unidade no sentido negativo do eixo x e 1 unidade no sentido positivo do eixo y. Assim, D (-1, 1).

Portanto, as coordenadas dos vértices do quadrilátero são: A (0, 5), B (5, -1), C (2, -5) e D (-1, 1).

ATIVIDADE 5

Analise o plano cartesiano abaixo, que contém diversos pontos identificados por letras maiúsculas, e responda aos itens a seguir:



a) Determine as coordenadas cartesianas dos pontos A, B, C, D, E, F, G, H, I e J.

b) Quais pontos estão localizados sobre os eixo x? E sobre o eixo y?

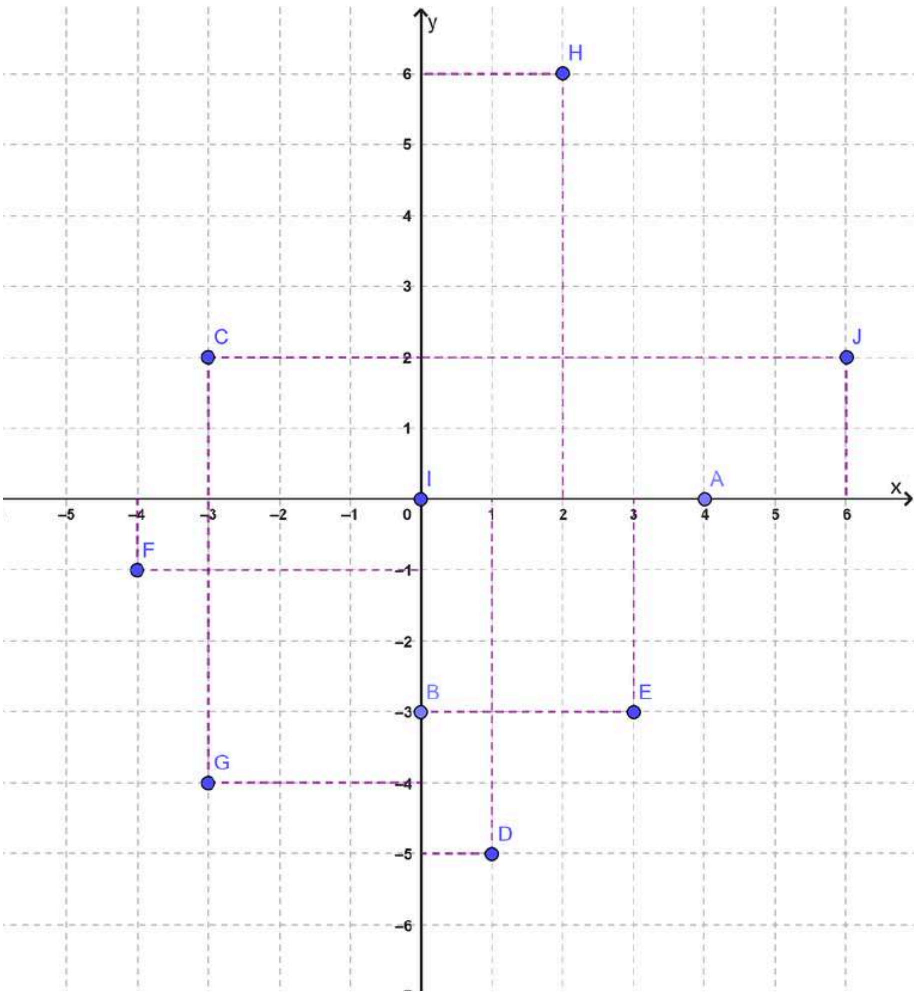
c) Quais pontos pertencem ao 3° quadrante? E quais pertencem ao 4° quadrante?

d) Se partirmos do ponto I e nos deslocarmos 6 unidades para a direita e 2 unidades para cima, em qual ponto nomeado no gráfico chegaremos?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 5

a) Para encontrar as coordenadas (x, y), observamos primeiro o valor no eixo horizontal (x) e depois no eixo vertical (y).

- A: (4, 0)
- B: (0, -3)
- C: (-3, 2)
- D: (1, -5)
- E: (3, -3)
- F: (-4, -1)
- G: (-3, -4)
- H: (2, 6)
- I: (0, 0)
- J: (6, 2)

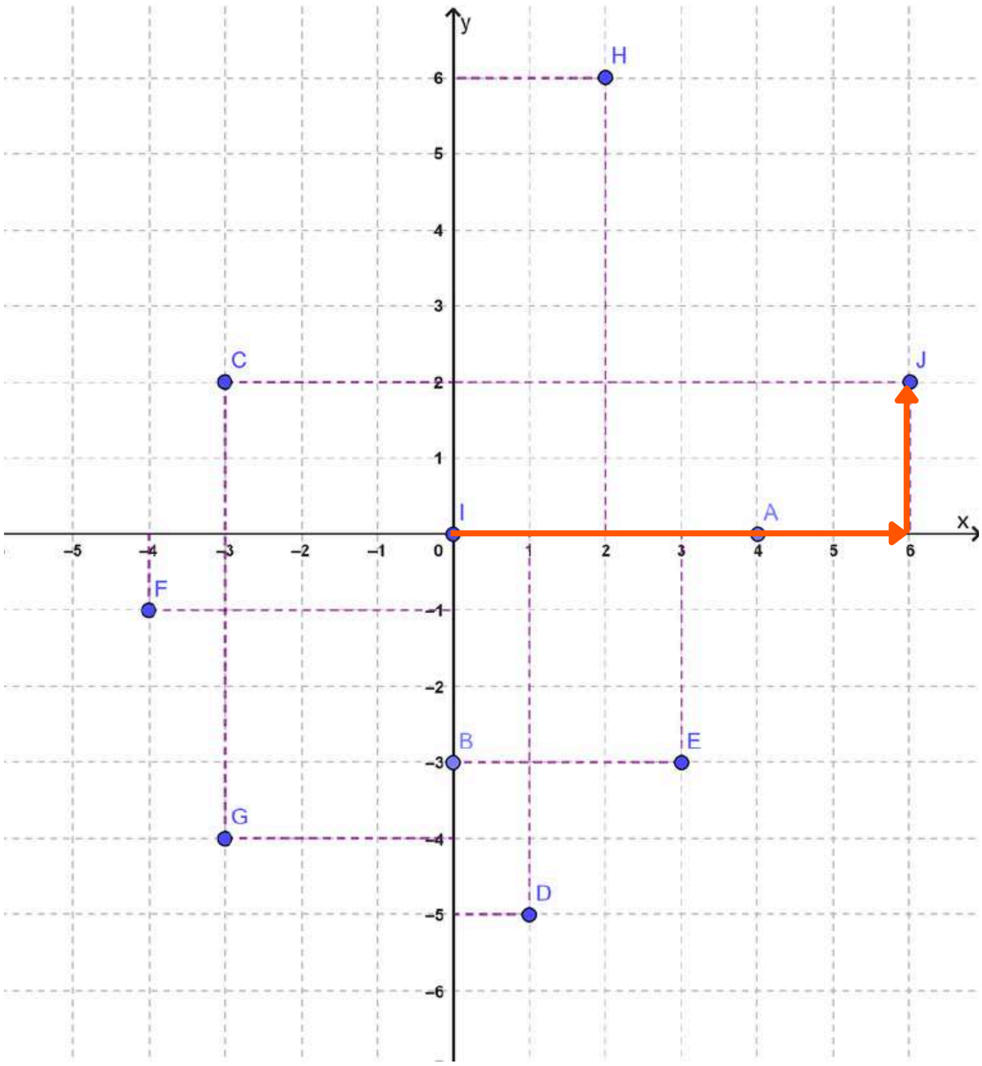


b) Um ponto está sobre o eixo quando uma de suas coordenadas é zero.

- No eixo das abscissas (x): pontos A (4, 0) e I (0, 0).
- No eixo das ordenadas (y): pontos B (0, -3) e I (0, 0).

c) Os pontos localizados no 3º quadrante possuem valor x negativo e valor y negativo. Logo, pertencem a este quadrante os pontos F (-4, -1) e G (-3, -4).
Já os pontos localizados no 4° quadrante possuem valor x positivo e valor y negativo. Portanto, pertencem a este quadrante os pontos E (3, -3) e D (1, -5).

d) Chegaremos no ponto J.



De olho no Paebes

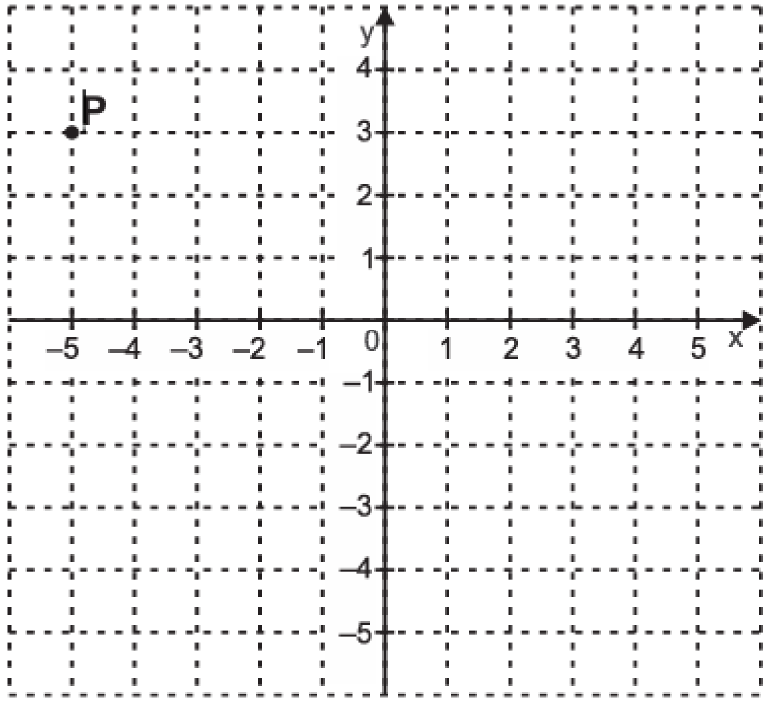
Esta seção tem como objetivo exemplificar algumas variações possíveis entre itens referentes a um mesmo descritor em sua escala de proficiência. Portanto, ela não deve ser tratada como material preparatório único e suficiente para o Paebes, mas sim como um auxiliar ao trabalho pedagógico em sala de aula. Para mais itens, acesse o **Portal de questões da SEDU.**

O "De olho no Paebes" também está disponível em uma versão para impressão **neste link** ou no QR Code ao lado.

D043_M *Identificar a localização de pontos no plano cartesiano.*

ITEM 1 - Abaixo do básico

(AMA - 2025 - 3ª ed.) Observe o ponto P destacado no plano cartesiano abaixo.



Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Reconhecer as coordenadas de pontos representados em um plano cartesiano localizados no primeiro ou segundo quadrante".

As coordenadas (x, y) do ponto P representado nesse plano cartesiano são

A) (–5, –3)

B) (–5, 3)

C) (3, –5)

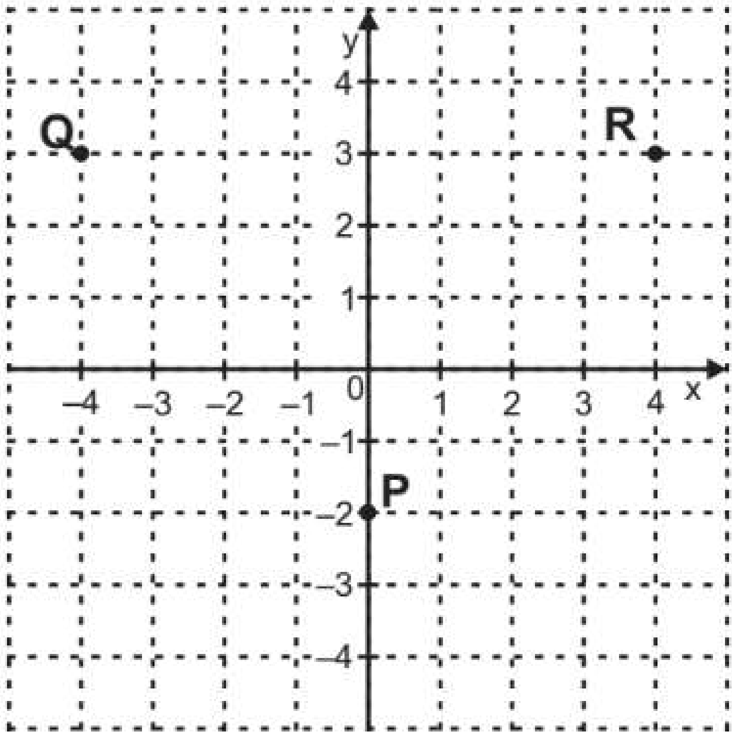
D) (5, –3)

E) (5, 3)

Gabarito: B.

ITEM 2 - Básico

(AMA - 2023) Observe os pontos P, Q e R representados no plano cartesiano abaixo.



Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Reconhecer as coordenadas de um ponto dado em um plano cartesiano com apoio de malha quadriculada".

Os pares ordenados (x, y) que representam as localizações dos pontos P, Q e R são

A) P = (–2, –2), Q = (–4, 3), R = (4, 3)

B) P = (–2, 0), Q = (3, –4), R = (3, 4)

C) P = (0, –2), Q = (–4, –3), R = (4, 3)

D) P = (0, –2), Q = (–4, 3), R = (4, 3)

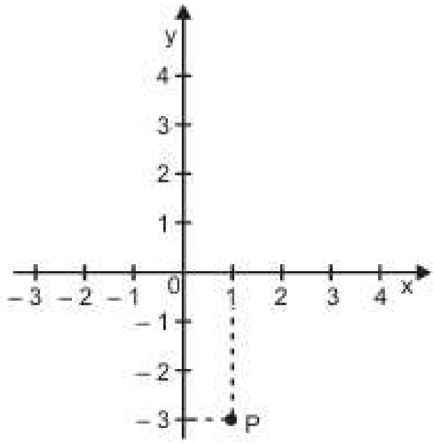
E) P = (0, 2), Q = (4, 3), R = (4, 3)

Gabarito: D.

ITEM 3 - Básico

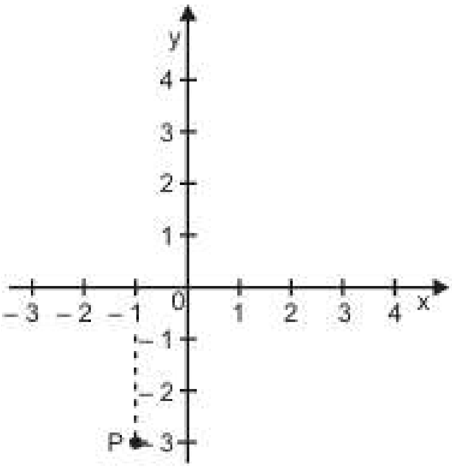
(AMA - 2025 - 3ª ed.) Considere o ponto P que tem abscissa igual a 1 e ordenada igual a – 3. Esse ponto P está representado em

A)

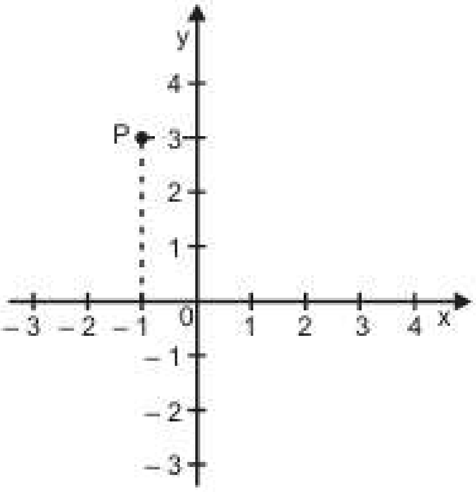


Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Localizar pontos em um sistema de coordenadas cartesianas".

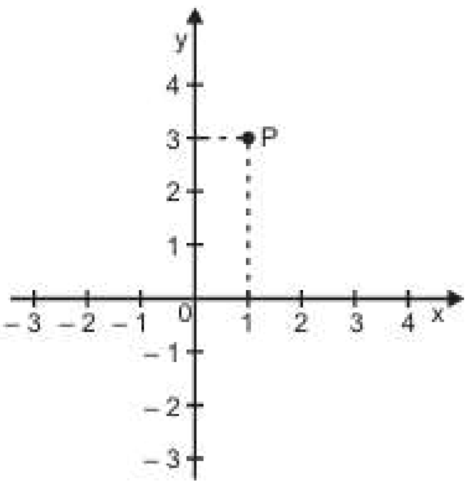
B)



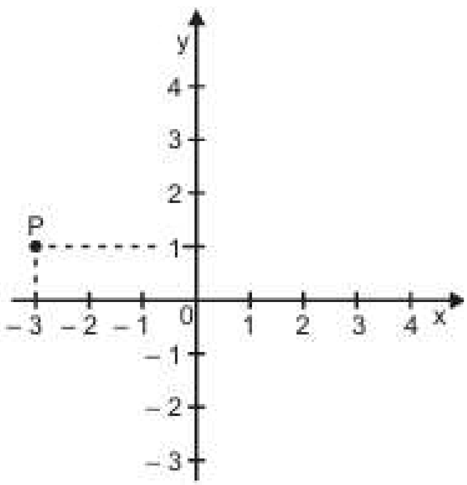
C)



D)



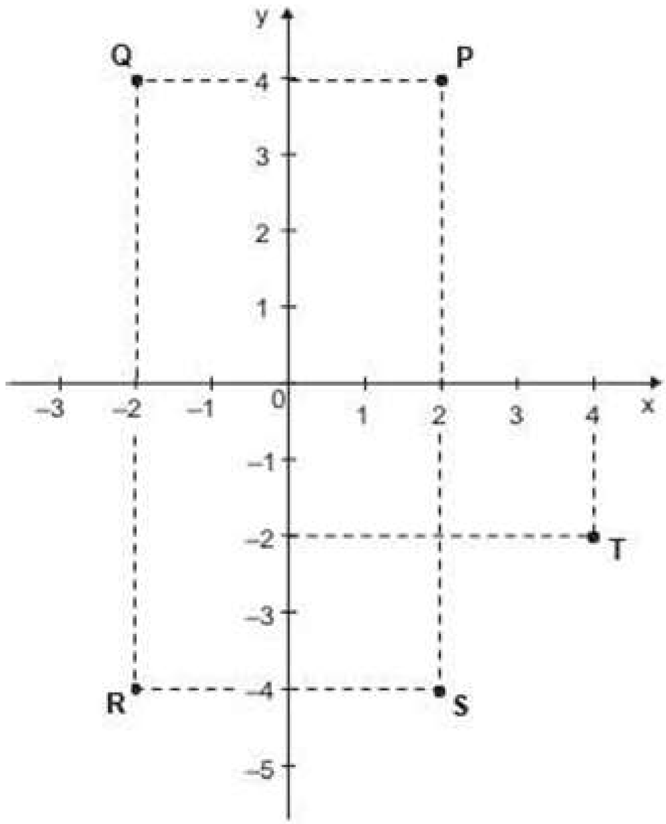
E)



Gabarito: A.

ITEM 4 - Proficiente

(PAEBES - 2023 - adapatada) Considere os pontos P, Q, R, S e T destacados no plano cartesiano abaixo.



Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Reconhecer as coordenadas de pontos representados em plano cartesiano localizados no terceiro ou quarto quadrante".

Qual dos pontos destacados nesse plano tem abscissa igual a 4 e ordenada igual a –2?

A) P

B) Q

C) R

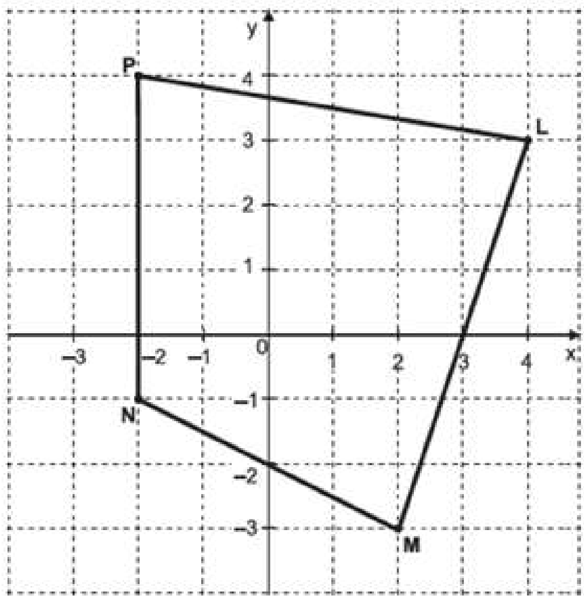
D) S

E) T

Gabarito: E

ITEM 5 - Proficiente

(SAEPE - 2023) Ana desenhou o polígono de vértices L, M, N e P no plano cartesiano abaixo.



Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Associar os pontos que representam os vértices de um quadrilátero representado em cada um dos quadrantes do plano cartesiano às suas respectivas coordenadas".

Os pares ordenados que representam os pontos L, M, N e P, nessa ordem, são

A) (3, 4), (– 3, 2), (– 1, – 2) e (4, – 2)

B) (3, 4), (– 3, 2), (– 1, – 2) e (– 2, 4)

C) (4, 3), (2, – 3), (– 1, – 2) e (4, – 2)

D) (4, 3), (3, – 2), (– 2, – 1) e (– 2, 4)

E) (4, 3), (2, – 3), (– 2, – 1) e (– 2, 4)

Gabarito: E

Conexão ENEM

Aqui você terá questões de edições recentes do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) relacionadas ao conteúdo do capítulo. Devido aos objetivos específicos dessa avaliação, é possível que as questões apresentem especificidades não contempladas no material, assim como este, por sua vez, não objetiva ser preparatório para o ENEM. Para mais questões, visite o repositório de provas e gabaritos de edições anteriores clicando aqui.

Acesse o "Conexão ENEM" para impressão neste link ou pelo QR Code ao lado.

Material Extra

Khan Academy

A Unidade ***Plano Cartesiano*** conta com vídeos explicativos que aprofundam os conteúdos apresentados neste material, como a localização de pontos, leitura de coordenadas e identificação de figuras no plano.Para ter acesso, basta clicar aqui ou via QR-Code (ao lado).

Geogebra

O arquivo interativo ***Pontos no Plano Cartesiano***, disponível no GeoGebra, apresenta uma construção dinâmica que complementa os conteúdos abordados nesta unidade. Nele, é possível explorar a localização de pontos e a identificação de coordenadas. Para ter acesso, basta clicar aqui ou via QR-Code (ao lado).

Referências

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) 2014: Prova de Ciências da Natureza e suas Tecnologias e de Matemática e suas Tecnologias: PPL: caderno 6: cinza: 2º dia. Brasília, DF: Inep, 2014. Disponível em: https://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2014/2014_PPL_PV_D2_CD6.pdf. Acesso em: 19 mar. 2026.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) 2015: Prova de Ciências da Natureza e suas Tecnologias e de Matemática e suas Tecnologias: caderno 7: azul: 2º dia. Brasília, DF: Inep, 2015. Disponível em: https://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2015/2015_PV_impresso_D2_CD7.pdf. Acesso em: 19 mar. 2026.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) 2021: Prova de Ciências da Natureza e suas Tecnologias e de Matemática e suas Tecnologias: reaplicação: PPL: caderno 5: amarelo: 2º dia. Brasília, DF: Inep, 2021. Disponível em: https://download.inep.gov.br/enem/provas_e_gabaritos/2021_PV_reaplicacao_PPL_D2_CD5.pdf. Acesso em: 19 mar. 2026.

ENEM – Prof. Cassiano Pimho. [s.d.]. Disponível em: https://sites.google.com/view/profcassianopimho/enem?authuser=0. Acesso em: 09 abr. 2026.

ESPÍRITO SANTO. Secretaria de Estado da Educação. PAEBES 2025: Revista da Escola - Equipe Pedagógica: Matemática. v. 1. Juiz de Fora: Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Educação, CAEd, 2025. Disponível em: https://prototipos.caeddigital.net/arquivos/es/colecoes/2025/PAEBES_2025_RE_MT.pdf. Acesso em: 13 mar. 2026.

INSTITUTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA (IMPA). Portal da OBMEP: Módulo 49. Disponível em: https://portaldaobmep.impa.br/index.php/modulo/ver?modulo=49&tipo=1. Acesso em: 09 abr. 2026.

Detalhando o descritor

D145_M *Reconhecer o gráfico de uma função polinomial de primeiro grau por meio de seus coeficientes.*

OS COEFICIENTES DA FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU E SEUS EFEITOS NO GRÁFICO

A função afim é definida pela lei de formação $f(x) = ax + b$.
Para dominar o descritor **D145_M**, é fundamental compreender como os valores de a e b determinam a posição e a orientação da reta no plano cartesiano.
A análise desses coeficientes permite identificar a representação gráfica de uma função de forma imediata, relacionando a expressão algébrica à sua forma geométrica.

O COEFICIENTE LINEAR (*b*)

O **coeficiente linear**, também chamado de termo constante, indica a ordenada do ponto em que a reta intercepta o eixo y. Matematicamente, esse valor é obtido quando definimos x = 0, resultando no par ordenado (0, b).

- Intersecção acima da origem: Ocorre quando $b > 0$.
- Intersecção na origem: Ocorre quando $b = 0$. Neste caso específico, a função é classificada como **função linear**.
- Intersecção abaixo da origem: Ocorre quando $b < 0$.

O COEFICIENTE ANGULAR (*a*)

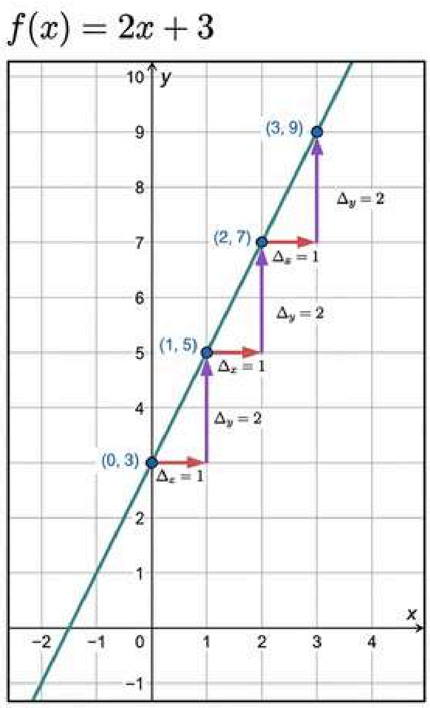
O **coeficiente angular** é o valor que multiplica a variável x e determina a inclinação da reta. Ele é a representação geométrica da **taxa de variação da função**.

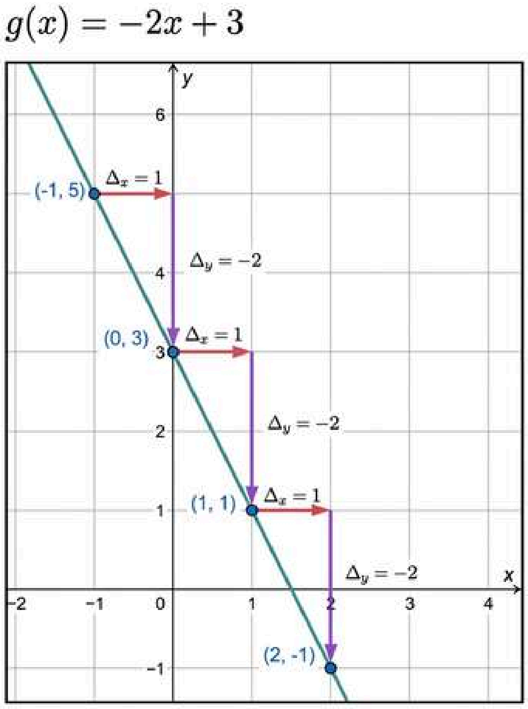
- Se $a \neq 0$: A reta possui uma inclinação, definindo se a função é crescente ou decrescente.
- Se $a = 0$: A variável x é anulada no cálculo da função, resultando em $f(x) = b$. O gráfico é uma reta horizontal e a função é classificada como **constante.**

Prezada Professora, Prezado Professor,
Acesse o QR Code ou clique no *link* https://www.geogebra.org/m/gc37kqtd para explorar, no GeoGebra, o gráfico da função afim. Utilize os botões deslizantes para alterar os coeficientes e observe como essas mudanças influenciam a inclinação da reta e seu ponto de interceptação no eixo y.

TAXA DE VARIAÇÃO

Observe os gráficos das duas funções abaixo:





Note que, em ambos os gráficos, existem marcações que se assemelham a "escadinhas". Elas não estão ali por acaso; essas marcações demonstram o comportamento da função à medida que avançamos pelo eixo x.

Na função $f(x) = 2x + 3$: Cada vez que avançamos 1 unidade para a direita (seta vermelha), precisamos **subir** 2 unidades (seta roxa) para encontrar a reta novamente.
Na função $g(x) = -2x + 3$: Cada vez que avançamos 1 unidade para a direita (seta vermelha), precisamos **descer** 2 unidades (seta roxa) para retornar à reta.

Perceba que, em uma função afim, o tamanho do degrau é constante. Não importa em qual ponto da reta você esteja, para cada unidade deslocada horizontalmente, **a variação vertical (para cima ou para baixo) será sempre a mesma.**

Cada degrau da nossa "escadinha" é formado por dois movimentos:

- **O passo horizontal** (Δ_x): É quanto você caminha para o lado. Nos gráficos acima, padronizamos esse passo como 1 unidade.
- **O passo vertical** (Δ_y): Indica quanto o valor da função aumenta ou diminui para que você permaneça sobre a reta.

A taxa de variação (coeficiente *a*) é o resultado da divisão da variação vertical pela variação horizontal:

$$a = \frac{\Delta_y}{\Delta_x}$$

CRESCIMENTO E DECRESCIMENTO DA FUNÇÃO DO 1º GRAU

Investigação 1: A Dinâmica do Preço Variável

Um motorista de aplicativo cobra uma taxa fixa de R$ 5,00 (pelo simples fato de iniciar a corrida) e um adicional de R$ 2,00 por cada quilômetro percorrido.
A regra (lei de formação) que define o preço a pagar (y) em função da distância (x) é expressa por: $y = f(x) = 2x + 5.$

Vamos investigar como o valor total se comporta à medida que a viagem se alonga:

Distância (x)	Aplicação da regra: $f(x) = 2x + 5$	Preço Final (y)	Observação
0 km	2·0 + 5 = 0 + 5	**R$ 5,00**	Valor inicial (taxa fixa).
1 km	2·1 + 5 = 2 + 5	**R$ 7,00**	Quando x **aumenta**, y **também aumenta.**
3 km	2·3 + 5 = 6 + 5	**R$ 11,00**	Quando x **aumenta**, y **também aumenta.**

Note que o coeficiente que acompanha x é positivo ($a = 2 > 0$). Isso significa que, quando o valor de x (distância) aumenta, o valor de y (preço) também aumenta. **Por isso, essa é uma Função Crescente.**

Prezada Professora, Prezado Professor,
Aponte a câmera do seu celular para o QR Code ou clique no link **https://www.geogebra.org/m/c2y36cja** e acesse a simulação no GeoGebra. Nela, você poderá movimentar o controle deslizante e observar como o valor da corrida varia de acordo com a distância percorrida.

Investigação 2: A Dinâmica da Depreciação

Um smartphone é adquirido por R$ 4 000,00. Devido ao lançamento de novos modelos, ele perde R$ 800,00 de seu valor de mercado a cada ano de uso.
A Lei de Formação (regra da função) que define o valor de revenda (y) em função do tempo (x) é: $y = g(x) = -800x + 4000.$

Tempo (x)	Aplicação da regra: $g(x) = -800x + 4000$	Valor de revenda (y)	Observação
0 ano	- 800·0 + 4 000 = 4 000	**R$ 4 000,00**	Valor inicial.
1 ano	- 800·1 + 4 000 = - 800 + 4 000	**R$ 3 200,00**	Quando x aumenta, y **diminui.**
3 anos	- 800·3 + 4 000 = - 2 400 + 4 000	**R$ 1 600,00**	Quando x **aumenta,** y **diminui.**

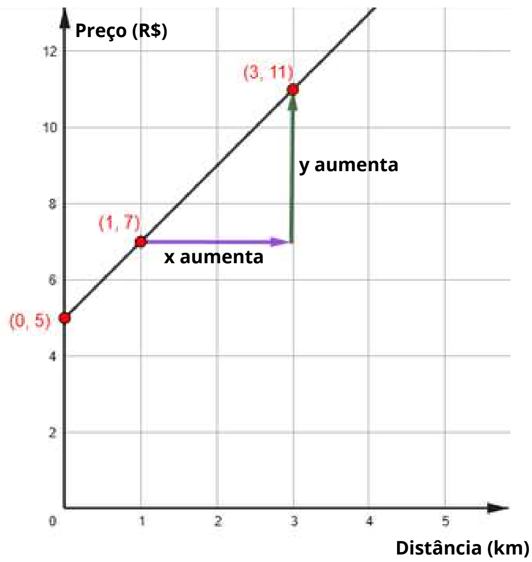
Observe que o coeficiente que acompanha x é negativo ($a = -800 < 0$). Isso indica que, quando o valor de x (tempo) aumenta, o valor de y (preço do smartphone) diminui. **Por isso, essa é uma Função Decrescente.**

SÍNTESE COMPARATIVA

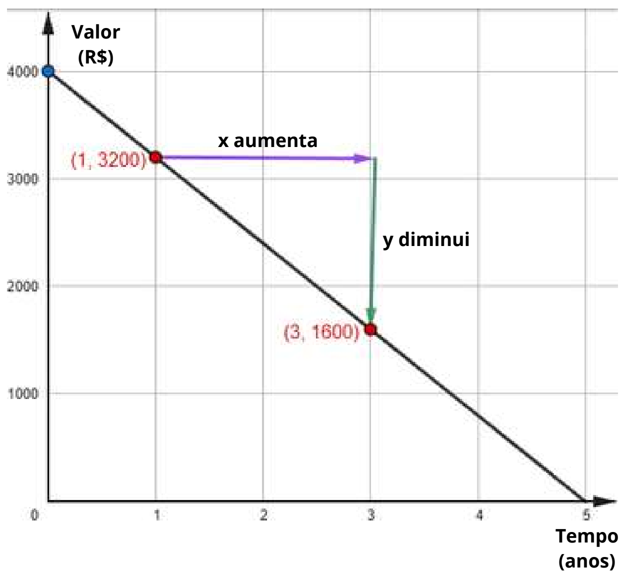
Característica	Investigação 1: Função Crescente	Investigação 2: Função Decrescente
Lei de Formação (regra da função)	$f(x) = 2x + 5$	$g(x) = -800x + 4000$
Coeficiente a	**Positivo** (a = 2 > 0)	**Negativo** (a = -800 < 0)
Classificação	**Crescente**	**Decrescente**
Como o gráfico se comporta	A reta **SOBE** da esquerda para a direita.	A reta **DESCE** da esquerda para a direita.
Relação entre x e y	Quando o valor de x **aumenta**, o valor de y **também aumenta.**	Quando o valor de x **aumenta**, o valor de y **diminui.**

Veja abaixo os gráficos de cada situação. Observe que a inclinação da reta (se ela sobe ou desce da esquerda para a direita) confirma os dados das tabelas.

$f(x) = 2x + 5$



$g(x) = -800x + 4000$



RECONHECIMENTO GRÁFICO

Uma forma eficiente de identificar o gráfico de uma função polinomial de 1º grau é analisar estas três características fundamentais:

1 - A inclinação da reta (coeficiente *a*)

- O coeficiente angular $a \neq 0$ determina a "subida" ou "descida" e a intensidade da inclinação. Lembre-se: quanto maior o valor absoluto de *a*, mais inclinada (vertical) é a reta. Quanto menor, mais próxima da horizontal ela estará.

2 - O ponto de corte no eixo y

- Localize o ponto (0, b). O coeficiente linear b indica onde a reta intercepta o eixo vertical. Para encontrar o valor de b, calcule f(0) na função dada.

3 - O ponto de corte no eixo x

- É o valor de x que zera a função (f(x) = 0).
- No gráfico, localize o ponto onde a reta intercepta o eixo horizontal. Para encontrar a abscissa desse ponto, resolva:

$$f(x) = 0 \to ax + b = 0 \to x = -\frac{b}{a}$$

EXEMPLO 1

Vamos identificar as características gráficas da função $f(x) = 3x - 2$ diretamente pelos coeficientes, sem precisar montar uma tabela completa de pontos.

Passo 1: Identificar o coeficiente angular:

- O coeficiente angular é a = 3. Como a > 0, a função é crescente: a reta sobe da esquerda para a direita.

Passo 2: Identificar o coeficiente linear:

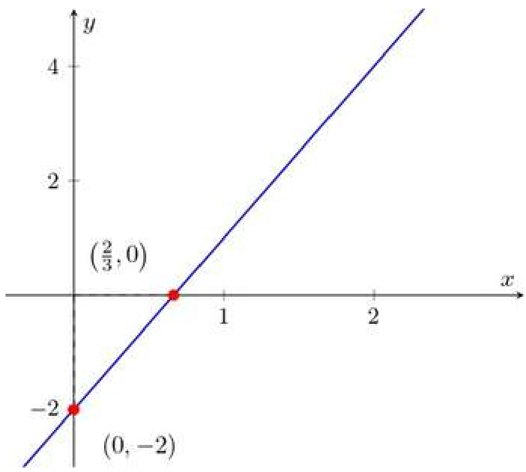
- O coeficiente linear é b = −2. A reta intercepta o eixo y no ponto (0, −2), ou seja, abaixo da origem.

Passo 3: Determinar o zero da função:

O zero (interseção com o eixo x) é obtido fazendo $f(x) = 0$:

$f(x) = 0 \to 3x - 2 = 0 \to x = \dfrac{2}{3}$.

Conclusão: O gráfico de $f(x) = 3x - 2$ é uma reta crescente ($a = 3 > 0$), que intercepta o eixo y em (0, −2) e o eixo x em $\left(\dfrac{2}{3}, 0\right)$.



EXEMPLO 2

Vamos traçar o gráfico da função $f(x) = -x + 4$, seguindo os mesmos passos do exemplo anterior.

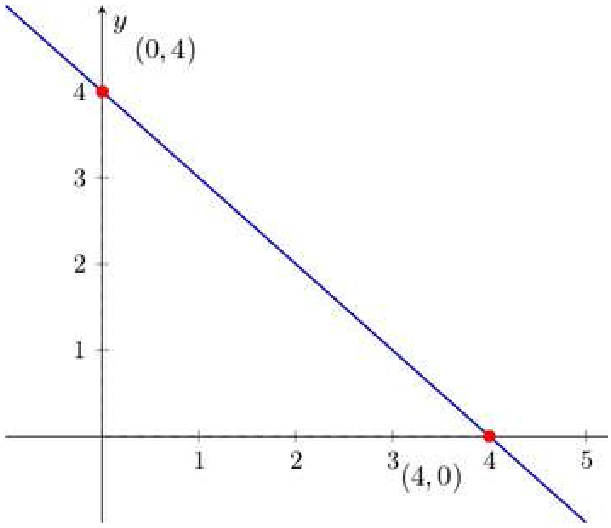
Passo 1: $a = -1$. Como $a < 0$, a reta é decrescente.

Passo 2: b = 4. A reta intercepta o eixo y em (0, 4), acima da origem.

Passo 3: Zero da função:

$$f(x) = 0 \rightarrow -x + 4 = 0 \rightarrow x = 4$$

A reta cruza o eixo x em (4, 0).



Conclusão:

O gráfico de $f(x) = -x + 4$ é uma reta decrescente ($a = -1 < 0$), que intercepta o eixo y em (0, 4) e o eixo x em (4, 0).

Análise Pedagógica de um Item

Enunciado

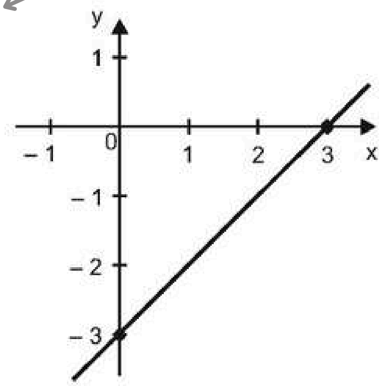
(M100058EX) Os coeficientes angular e linear de uma função polinomial de 1º grau são, respectivamente, 1 e -3.

O gráfico que representa essa função é: **Comando**

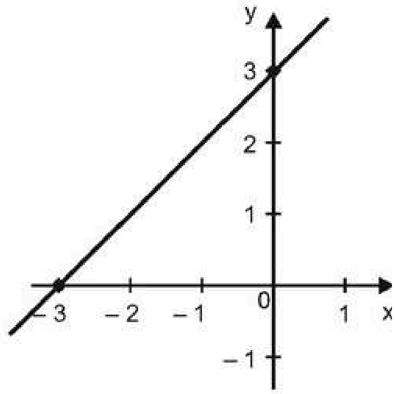
Gabarito

Alternativas

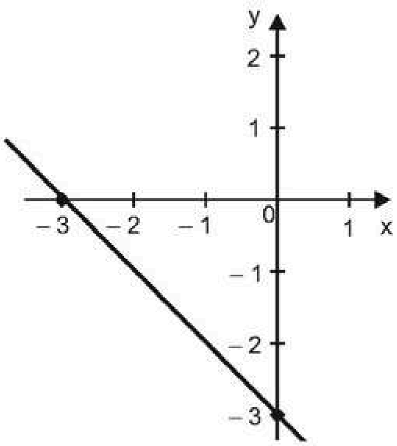
A)



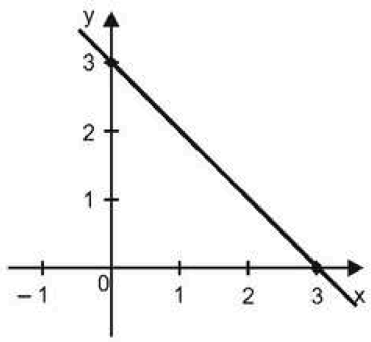
B)



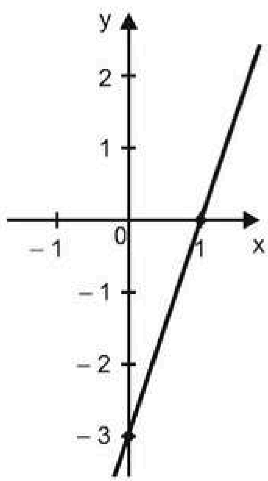
C)



D)



E)



Alternativas

A) ← **Gabarito**
B)
C)
D)
E)

Distratores

- **Enunciado:** apresenta as informações necessárias à resolução do item. Engloba o suporte e o comando.

- **Suporte:** texto, imagem e/ou outros recursos que servem como base para a resolução do item. O item acima não possui suporte.

- **Comando:** indica, de forma objetiva, a tarefa a ser realizada. Está diretamente relacionado à habilidade que o item deseja avaliar.

- **Gabarito:** alternativa correta.

- **Distratores:** alternativas incorretas, mas plausíveis. Os distratores devem corresponder a raciocínios possíveis.

Fonte: Revista da Escola - Equipe Pedagógica Matemática: PAEBES 2025 (CAEd UFJF)

O item situa-se em um nível de desempenho Avançado.

A tarefa avaliada por esse item demanda que o(a) estudante reconheça o gráfico de uma função polinomial de primeiro grau por meio de seus coeficientes. Ela exige que o(a) estudante:

- reconheça o significado dos coeficientes angular e linear;
- associe o sinal do coeficiente angular ao crescimento/decrescimento da reta;
- identifique o ponto de interceptação da reta no eixo y.

A alternativa “A” é correta, pois é a única que respeita, ao mesmo tempo, todos os critérios:

- O coeficiente angular é positivo (a = 1), então a reta é crescente;
- O gráfico intercepta o eixo y em (0, −3);
- A reta cresce com taxa de variação igual a 1, ou seja, ao avançar:
    - de 0 para 1 em x, sobe de −3 para −2 em y;
    - de 1 para 2 em x, sobe de -2 para −1 em y;
    - de 2 para 3 em x, sobe de -1 para 0 em y.

Os distratores representam erros frequentes:

- **B**: O gráfico intercepta o eixo y em (0, 3), o que pode indicar que o(a) estudante considerou o coeficiente linear com sinal positivo, tomando b = 3 em vez de b = −3. Embora a reta seja crescente (coerente com *a* = 1), o erro sugere dificuldade em relacionar corretamente o coeficiente linear com o ponto de interseção no eixo y.
- **C**: O gráfico intercepta corretamente o eixo y em (0, −3), mas apresenta uma reta decrescente. Isso pode indicar que o(a) estudante interpretou o coeficiente angular como negativo. Também pode indicar dificuldade em associar que *a* = 1 representa uma função crescente.

- **D**: O gráfico mostra uma reta decrescente que intercepta o eixo y em (0, 3). Nesse caso, o(a) estudante pode ter cometido dois equívocos: o coeficiente linear com sinal positivo (b = 3) e o coeficiente angular como negativo. Esse erro sugere que o(a) estudante pode estar invertendo as regras de sinais ou interpretando os coeficientes de forma aleatória.
- **E**: O gráfico intercepta corretamente o eixo y em (0, −3) e é crescente, porém a inclinação da reta é mais acentuada do que a correspondente a *a* = 1. Isso sugere que o(a) estudante pode ter reconhecido corretamente o coeficiente linear e o sentido da reta, mas pode ter dificuldade em compreender o valor do coeficiente angular como taxa de variação, isto é, que *a* = 1 indica variação de 1 unidade em y para cada 1 unidade em x.

Caso o(a) estudante tenha marcado um distrator, sugerimos como possibilidades de intervenção pedagógica:

- Propor atividades de comparação entre gráficos de retas crescentes e decrescentes, explorando explicitamente o papel do sinal do coeficiente angular.

- Utilizar recursos visuais (como o GeoGebra) para que os estudantes manipulem dinamicamente os valores de *a* e b, observando como a reta se desloca (variação de b) e como sua inclinação se altera (variação de a).

- Propor atividades em que os(as) estudantes associem diferentes expressões algébricas do tipo $y = ax + b$ a seus respectivos gráficos, justificando suas escolhas com base nos coeficientes.

- Explorar a ideia de taxa de variação, relacionando o coeficiente angular a situações como “anda 1 unidade no eixo x e sobe/desce *a* unidades no eixo y. Exemplo: Se *a* = 1, para cada 1 unidade que ando no eixo x, subo 1 no eixo y. Se o coeficiente *a* fosse 2, seria "anda 1, sobe 2". Isso ajuda o(a) estudante a não decorar apenas o caso de a = 1, mas entender a relação $a = \frac{\Delta_y}{\Delta_x}$.

- Trabalhar a identificação do ponto de interseção da reta com o eixo y, reforçando que esse ponto é dado por (0, b).

- Explorar a relação “se x = 0 então y = b”, com atividades que peçam ao estudante para localizar esse ponto no gráfico antes mesmo de traçar a reta.

- Ensinar o(a) estudante a encontrar o ponto onde a reta cruza o eixo x fazendo y = 0 (cálculo do zero da função).

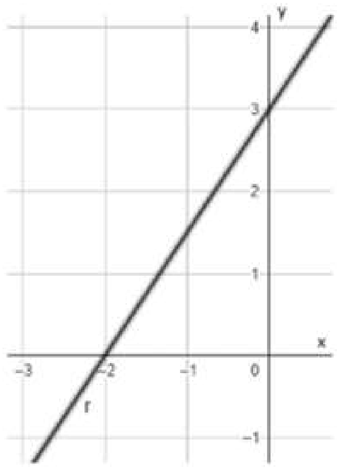
Atividades

A seção de atividades apresenta diversas questões relacionadas aos descritores e habilidades estudados, sem limitar-se à estrutura de item utilizada em avaliações externas. Para mais atividades, acesse o **Portal de questões da SEDU**.

Este caderno de atividades está disponível para impressão **neste link** ou pelo QR Code ao lado.

ATIVIDADE 1

No plano cartesiano a seguir, está representada a reta r, gráfico de uma função afim de formato $y = ax + b$:



Com base na análise do gráfico:

a) Identifique os sinais dos coeficientes angular linear. Justifique sua resposta explicando como o gráfico permite chegar a essa conclusão.

b) Determine o coeficiente angular.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 1

a) Para resolver o item a, precisamos analisar o comportamento da reta no gráfico:

- Coeficiente angular (*a*): Ele determina a inclinação da reta. Como a reta é crescente (sobe da esquerda para a direita), o valor de *a* deve ser positivo. Portanto: $a > 0$.
- Coeficiente linear (b): Ele representa a ordenada do ponto onde a reta cruza o eixo y (eixo vertical). Olhando para o gráfico, a reta intercepta o eixo y no valor 3. Como 3 é um número positivo, temos: $b > 0$.

Logo, $a > 0$ e $b > 0$.

b) Para encontrar o coeficiente angular, observe quanto o valor de y aumenta quando x aumenta.

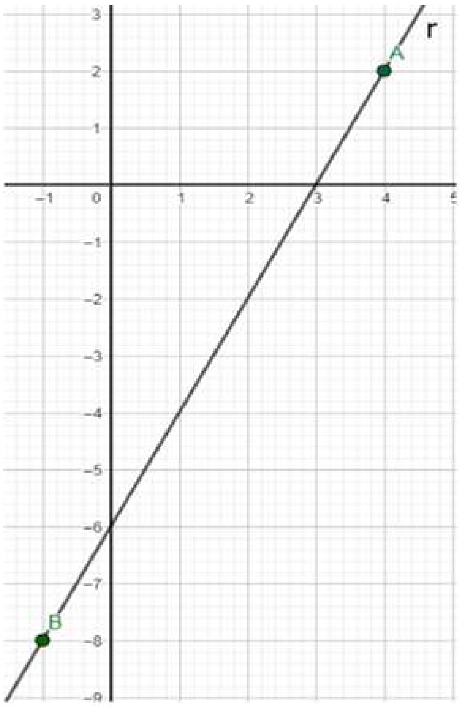
No gráfico, quando x passa de −2 para 0, o valor de y passa de 0 para 3. Isso significa que:

- x aumentou 2 unidades
- y aumentou 3 unidades

O coeficiente angular é a razão entre essas variações: $a = \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{3}{2}$

ATIVIDADE 2

No plano cartesiano a seguir, está representada a reta r, gráfico de uma função afim de formato $y = ax + b$:



Quais são valores dos coeficientes a e b na reta r?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 2

Para resolver essa questão da função afim $y = ax + b$, analisamos os pontos onde a reta intercepta os eixos:

- Olhando para o eixo vertical (y), vemos que a reta o intercepta no valor -6. Portanto, já sabemos que b = -6. A equação parcial da função é: $y = ax - 6$
- Como o ponto (3, 0) pertence à reta, ele deve satisfazer a equação. Substituímos x = 3 e y = 0:

$$y = ax - 6$$
$$0 = a \cdot 3 - 6$$
$$0 = 3a - 6$$
$$6 = 3a$$
$$2 = a$$

Logo, *a* = 2 e b = -6.

ATIVIDADE 3

Considere a função polinomial de primeiro grau $f(x) = 2x - 3.$

a) A partir da lei de formação da função, indique se a reta é crescente ou decrescente e explique como você chegou a essa conclusão.
b) Determine os pontos em que o gráfico corta o eixo y e o eixo x.
c) Construa o gráfico dessa função no plano cartesiano.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 3

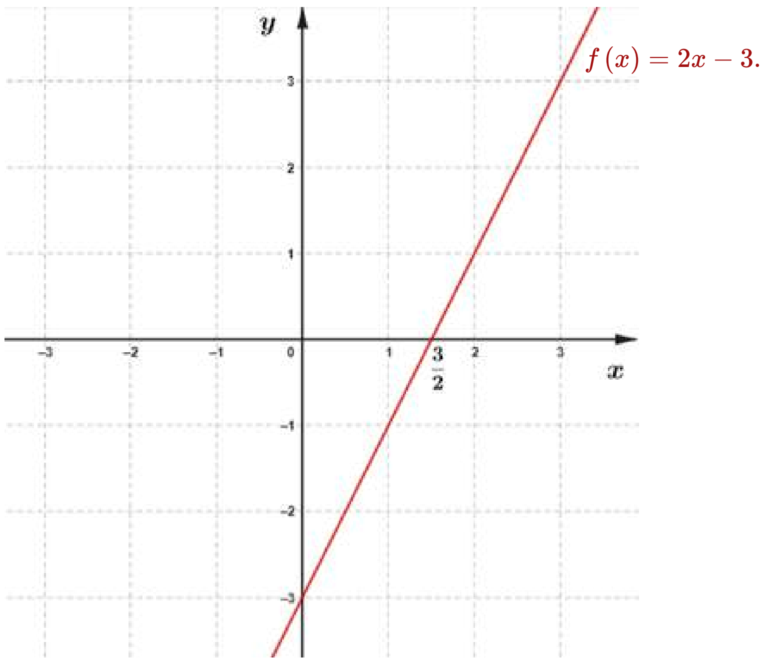
a) A reta é crescente, porque o coeficiente angular é igual a 2, que é positivo. Quando o coeficiente angular é positivo, a reta cresce da esquerda para a direita.

b) Para encontrar o ponto onde a reta corta o eixo y, basta olhar o valor de b na função: b = -3. Então, a reta corta o eixo y no ponto (0, −3).
Para encontrar o ponto onde a reta corta o eixo x, fazemos $f(x) = 0$:

$$f(x) = 0 \Rightarrow 2x - 3 = 0 \Rightarrow 2x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

Logo, a reta corta o eixo x no ponto $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$.

C)



ATIVIDADE 4

Uma academia cobra uma taxa fixa mensal de R$ 30,00, além de R$ 6,00 por cada aula frequentada no mês. O valor total pago por um aluno pode ser representado pela função $f(x) = 6x + 30$, em que x é o número de aulas.

a) Construa, no plano cartesiano, o gráfico da função $f(x) = 6x + 30.$
b) Sabendo que o número de aulas e o respectivo valor pago não são números negativos, destaque de vermelho o gráfico que representa esta situação.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 4

a) Para encontrar o ponto onde a reta corta o eixo y, basta olhar o valor de b na função: b = 30. Portanto, a reta corta o eixo y no ponto (0, 30).
Para encontrar o ponto onde a reta corta o eixo x, fazemos $f(x) = 0$:

$$f(x) = 0 \Rightarrow 6x + 30 = 0 \Rightarrow 6x = -30 \Rightarrow x = -\frac{30}{6} \Rightarrow x = -5$$

Logo, a reta corta o eixo x no ponto $(-5, 0)$.
Desta forma, o gráfico da função $f(x) = 6x + 30$ é uma reta que passa pelos pontos (0, 30) e (-5, 0) **(Figura 1)**.

b) Como o número de aulas não pode ser negativo (x≥0), considera-se apenas a parte da reta correspondente a x≥0, como mostrado na **Figura 2**.

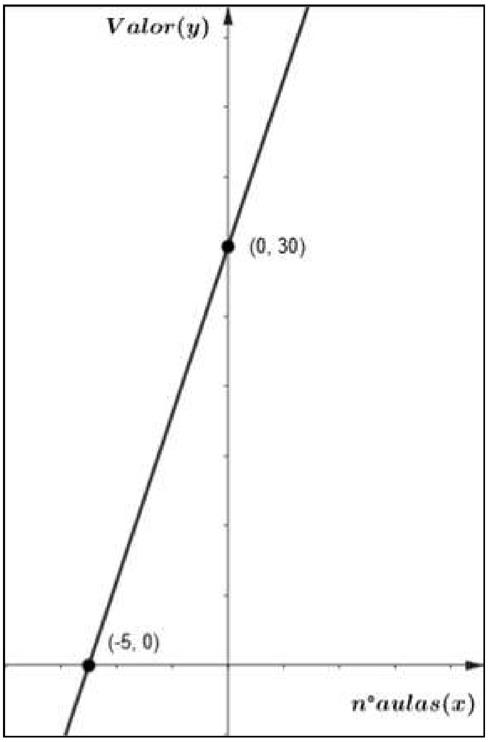


Figura 1.

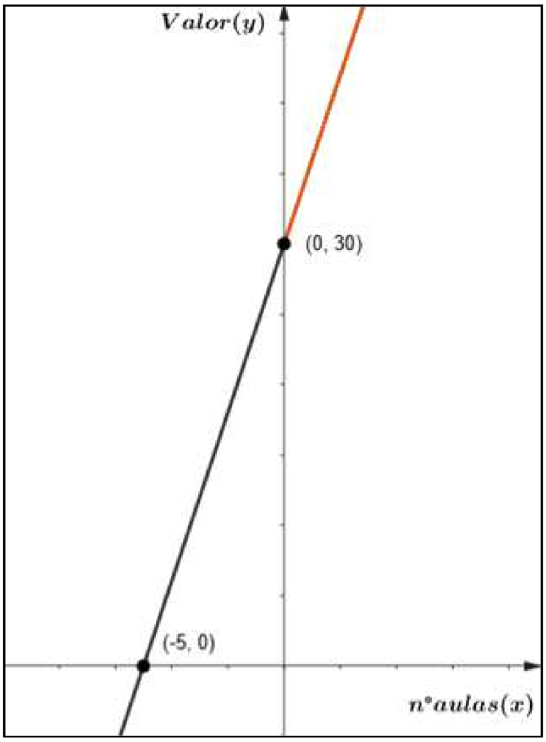


Figura 2.

ATIVIDADE 5

Considere uma função polinomial de 1º grau com coeficiente angular igual a $-\frac{3}{2}$ e coeficiente linear igual a 6.
Qual é a representação gráfica dessa função no plano cartesiano?

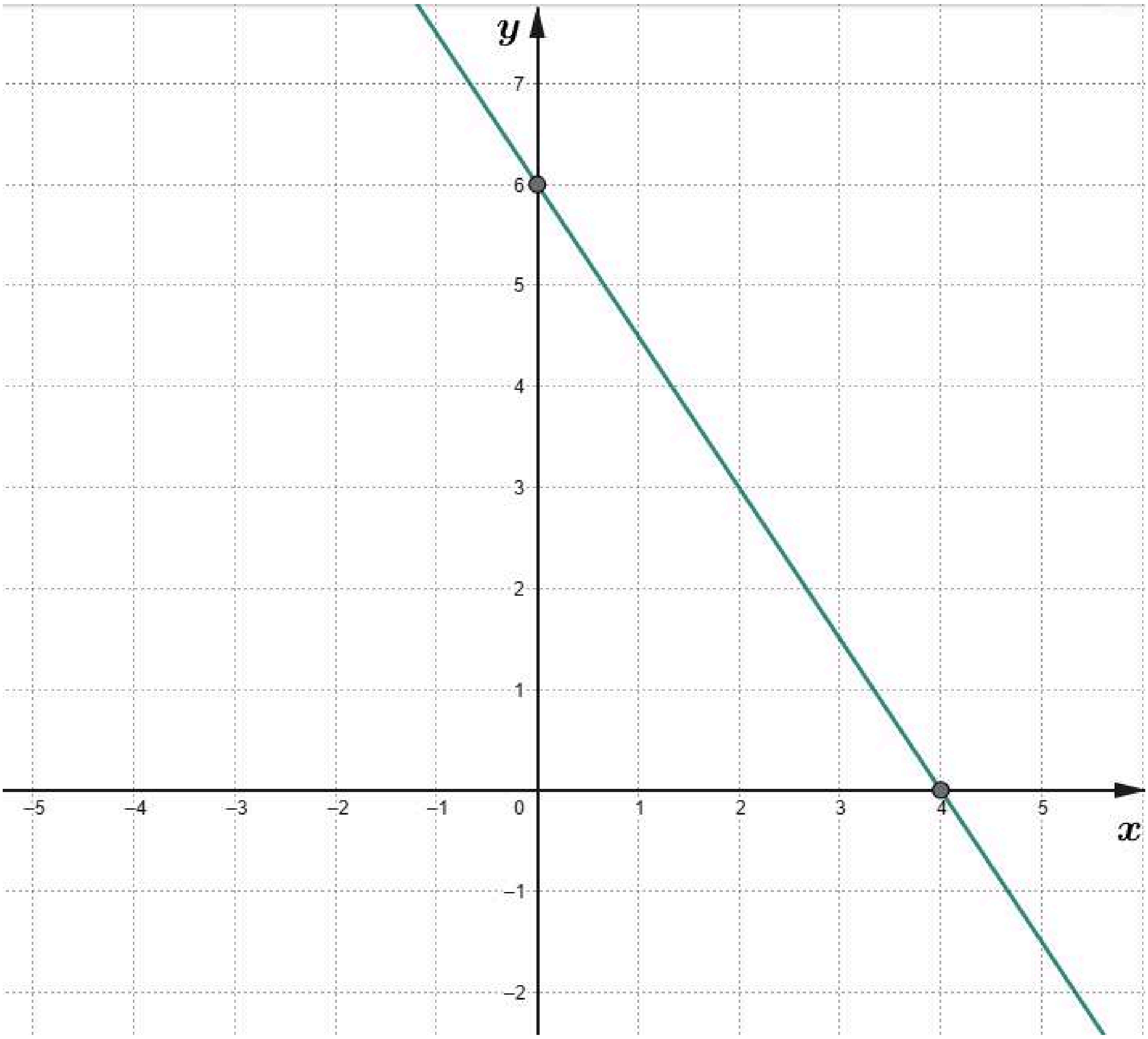
RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 5

Trata-se de uma reta decrescente (pois o coeficiente angular é negativo) que:

- corta o eixo y no ponto (0, 6);
- corta o eixo x quando $f(x) = 0$:

$f(x) = 0 \Rightarrow -\frac{3}{2}x + 6 = 0 \Rightarrow x = 4$,ou seja, no ponto (4, 0).

Assim, o gráfico é a reta que passa pelos pontos (0, 6) e (4, 0), descendo da esquerda para a direita:

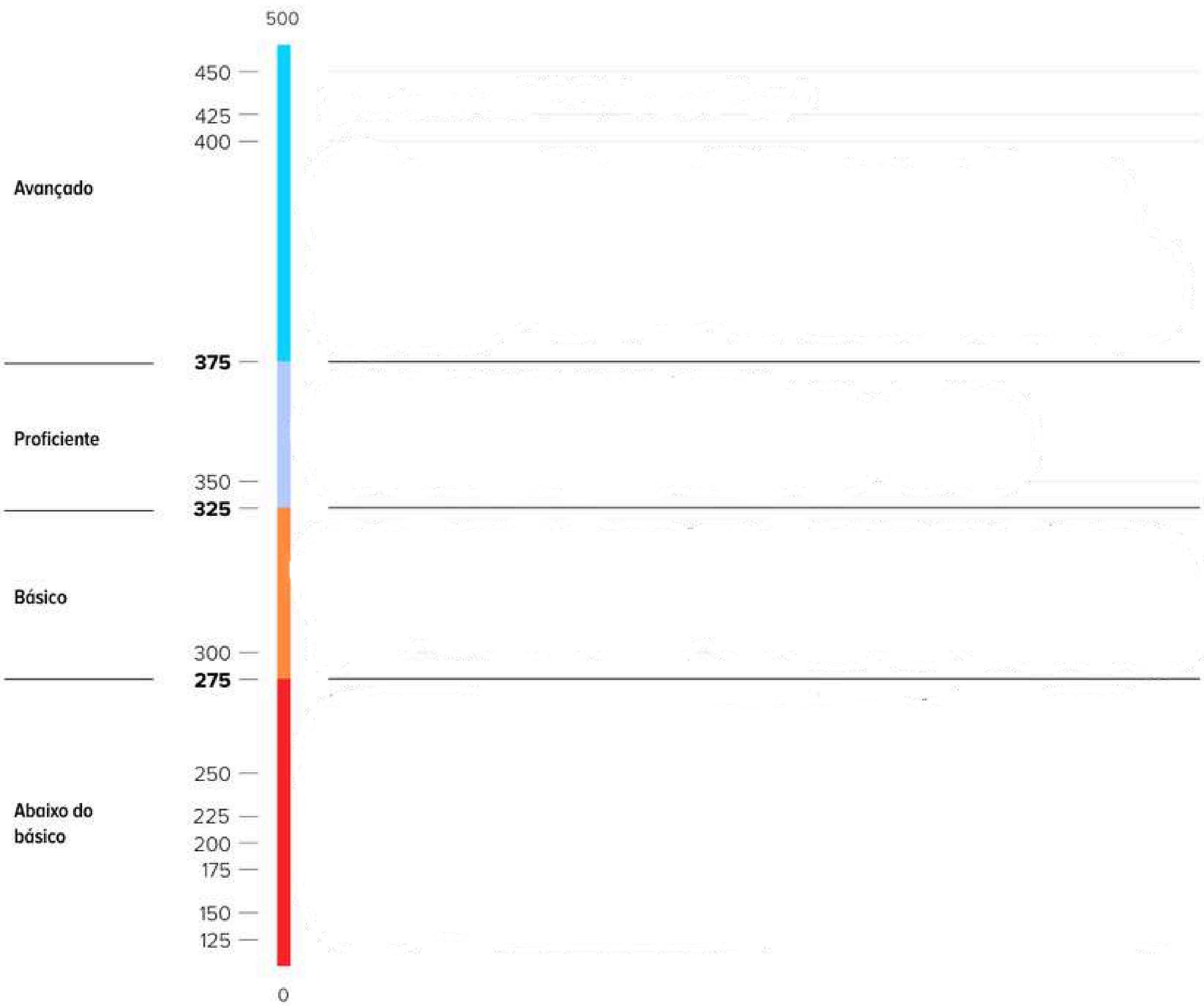


De olho no Paebes

Esta seção tem como objetivo exemplificar algumas variações possíveis entre itens referentes a um mesmo descritor em sua escala de proficiência. Portanto, ela não deve ser tratada como material preparatório único e suficiente para o Paebes, mas sim como um auxiliar ao trabalho pedagógico em sala de aula. Para mais itens, acesse o **Portal de questões da SEDU.**

O "De olho no Paebes" também está disponível em uma versão para impressão **neste link** ou no QR Code ao lado.

D145_M *Reconhecer o gráfico de uma função polinomial de primeiro grau por meio de seus coeficientes*



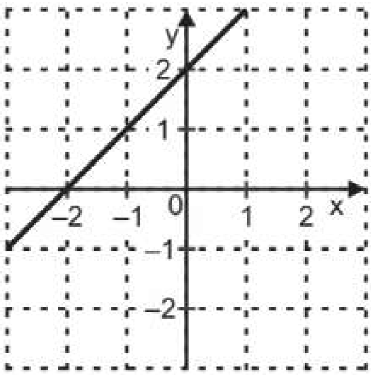
ITEM 1 - AVANÇADO

(AMA - 2024 - 1ª ed. - M00058605) Considere uma função polinomial de 1º grau que tem coeficiente angular 1 e coeficiente linear 2.

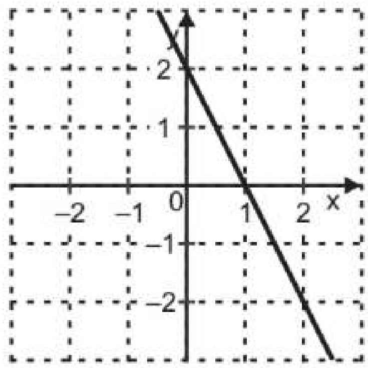
Qual é a representação gráfica dessa função no plano cartesiano?

Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de Identificar a representação gráfica de uma reta a partir dos coeficientes de sua equação reduzida.

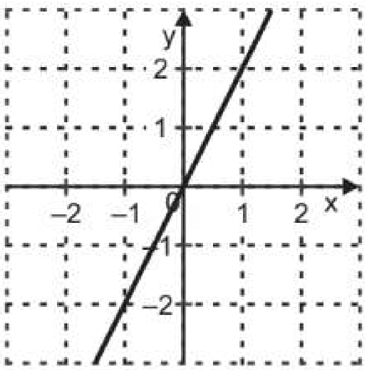
A)



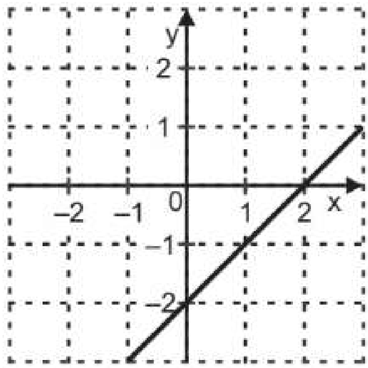
B)



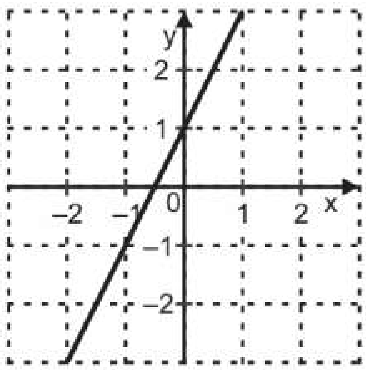
C)



D)



E)



Gabarito: A

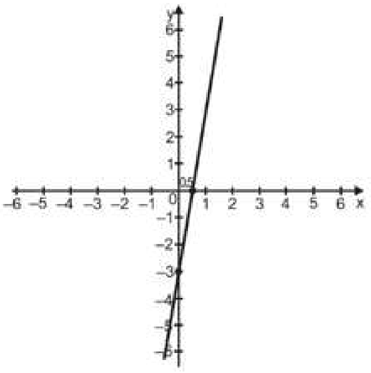
ITEM 2 - AVANÇADO

(AMA - 2024 - 2ª ed. - M00074727) Considere uma função polinomial de 1º grau com coeficiente angular igual a 6 e coeficiente linear igual a –3.

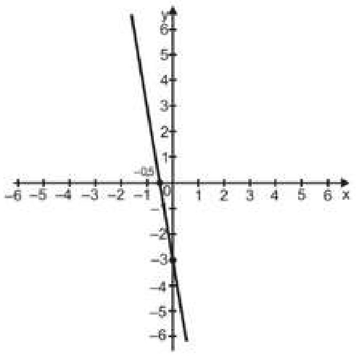
O gráfico dessa função está representado em

Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de Identificar a representação gráfica de uma reta a partir dos coeficientes de sua equação reduzida.

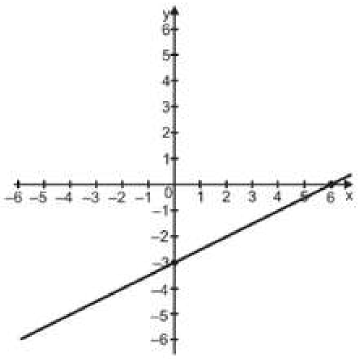
A)



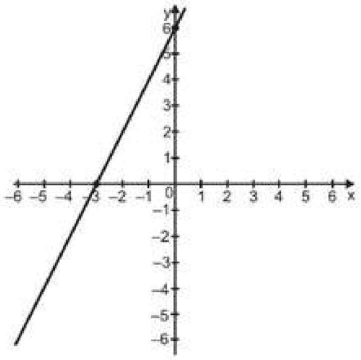
B)



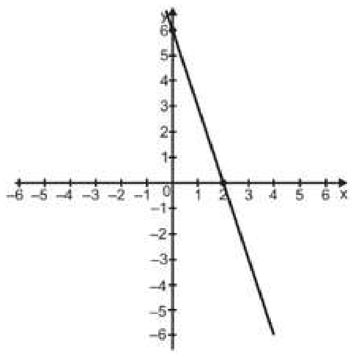
C)



D)



E)



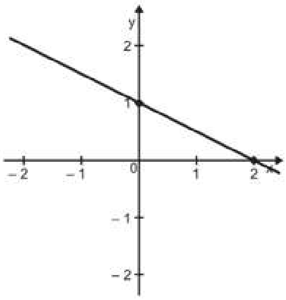
Gabarito: A

ITEM 3 - AVANÇADO

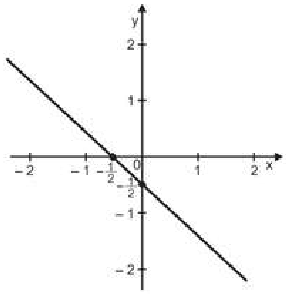
(AMA - 2024 - 1ª ed. - M11034317) Considere uma função polinomial do 1º grau $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ que tem coeficiente linear igual a – 1 e coeficiente angular igual a $-\dfrac{1}{2}$.
O gráfico dessa função f está representado em

Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de Identificar a representação gráfica de uma reta a partir dos coeficientes de sua equação reduzida.

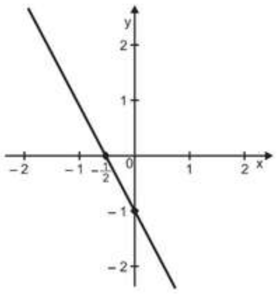
A)



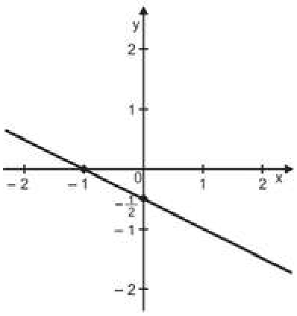
B)



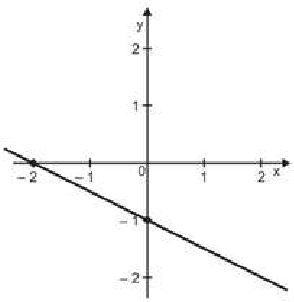
C)



D)



E)

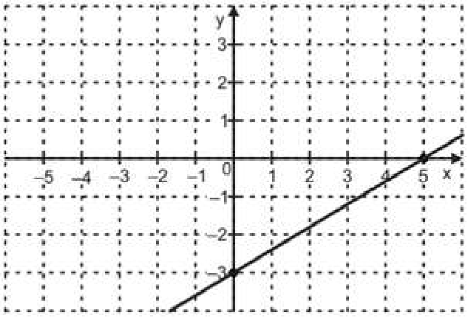


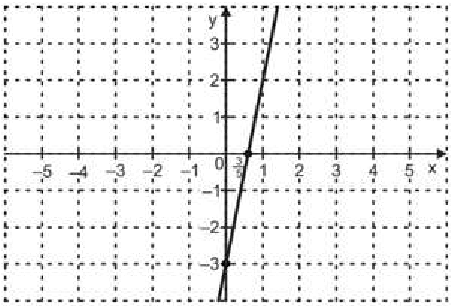
Gabarito: E

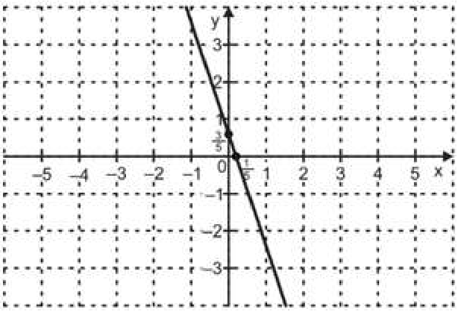
ITEM 4 - AVANÇADO

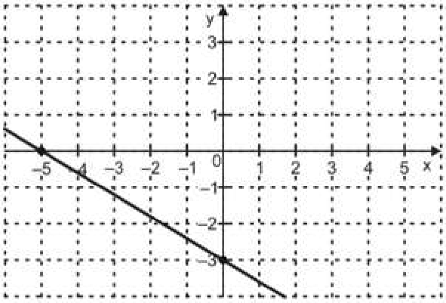
(AMA - 2024 - 1ª ed. - M121562H6) Considere uma função polinomial do 1º grau, em que o coeficiente angular é igual a $\frac{3}{5}$ e o coeficiente linear é igual a –3.

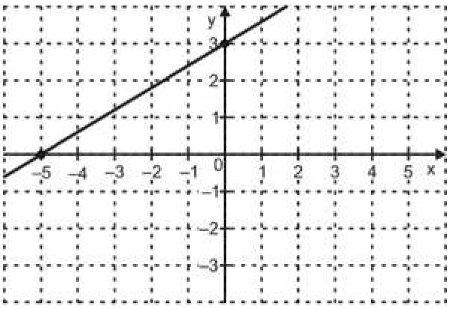
Em qual plano cartesiano está representado o gráfico dessa função?

A) 

B) 

C) 

D) 

E) 

Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de Identificar a representação gráfica de uma reta a partir dos coeficientes de sua equação reduzida.

Gabarito: A

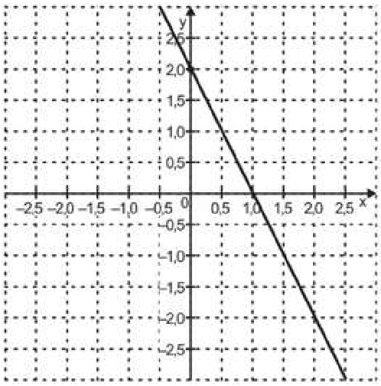
ITEM 5 - AVANÇADO

(AMA - 2024 - 2ª ed. - M00075246) Considere uma função polinomial de primeiro grau, f, que tem coeficiente linear igual a 1 e coeficiente angular igual –0,5.

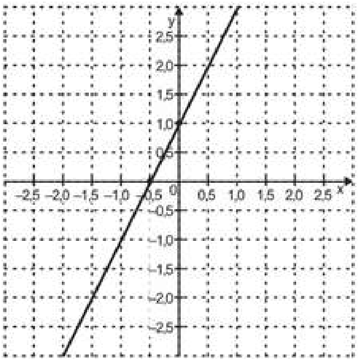
Qual é o gráfico dessa função f?

Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de Identificar a representação gráfica de uma reta a partir dos coeficientes de sua equação reduzida.

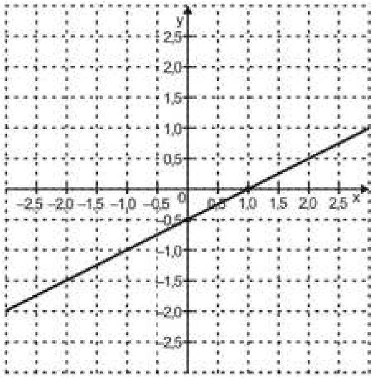
A)



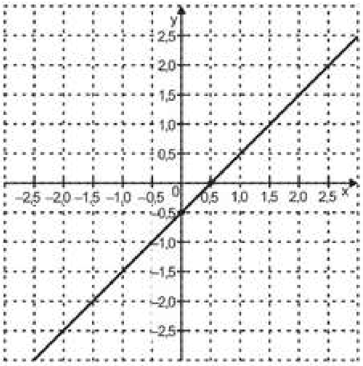
B)



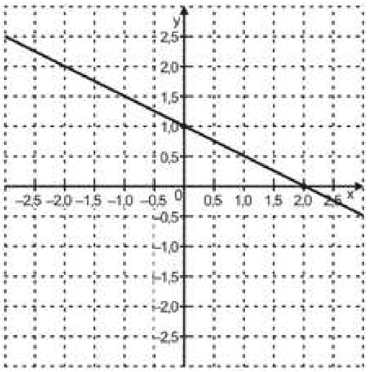
C)



D)



E)



Gabarito: E

Conexão ENEM

Aqui você terá questões de edições recentes do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) relacionadas ao conteúdo do capítulo. Devido aos objetivos específicos dessa avaliação, é possível que as questões apresentem especificidades não contempladas no material, assim como este, por sua vez, não objetiva ser preparatório para o ENEM. Para mais questões, visite o repositório de provas e gabaritos de edições anteriores clicando [aqui].

Acesse o "Conexão ENEM" para impressão [neste link] ou pelo QR Code ao lado.

Material Extra

Simulações Interativas PhET para Ciência e Matemática

O PhET cria simulações interativas gratuitas de matemática e ciências e envolve os(as) estudantes por meio de um ambiente intuitivo e lúdico, no qual aprendem por exploração e descoberta. Acesse o QR Code ou **clique aqui** para analisar como o gráfico se comporta à medida que os coeficientes angular e linear variam.

Atividades interativas no portal da OBMEP

Acesse o QR Code ou **clique aqui** e resolva os dois problemas interativos sobre função afim no portal da OBMEP. Durante a atividade, observe o que representam os valores de (a) e (b) em cada situação, como o valor varia à medida que (x) aumenta e qual é o valor inicial em cada problema. Use suas respostas para compreender melhor a função (f(x)=ax+b).

Referências

QCONCURSOS. Função de 1º grau ou função afim: problemas com equação e inequações. Disponível em: https://www.qconcursos.com/questoes-do-enem/disciplinas/matematica-matematica/funcao-de-1-grau-ou-funcao-afim-problemas-com-equacao-e-inequacoes/questoes. Acesso em: 28 abr. 2026.

PHET INTERACTIVE SIMULATIONS. Simulações interativas de ciências e matemática. Universidade do Colorado Boulder. Disponível em: https://phet.colorado.edu/pt_BR/. Acesso em: 29 abr. 2026.

IMPA. Portal da OBMEP: módulo de estudo. Disponível em: https://portaldaobmep.impa.br/index.php/modulo/ver?modulo=35&tipo=5. Acesso em: 29 abr. 2026.

ESPÍRITO SANTO. Secretaria de Estado da Educação. PAEBES 2025: Revista da Escola - Equipe Pedagógica: Matemática. v. 1. Juiz de Fora: Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Educação, CAEd, 2025. Disponível em: https://prototipos.caeddigital.net/arquivos/es/colecoes/2025/PAEBES_2025_RE_MT.pdf. Acesso em: 29 abr. 2026.

Rotinas Pedagógicas Escolares

Matemática

GOVERNO DO ESTADO
DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

SEDU 2026

Gerência de Currículo
da Educação Básica

Capítulo 5: Progressão Aritmética

Detalhando o descritor

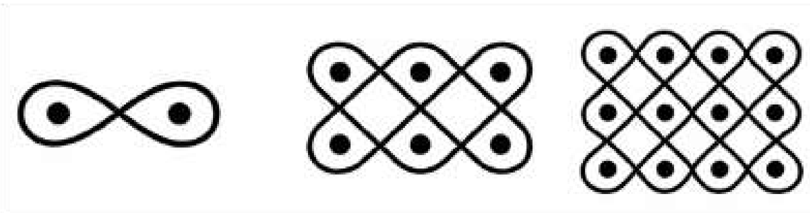
D096_M *Utilizar propriedades de progressões aritméticas na resolução de problemas.*

SEQUÊNCIAS

IDENTIFICANDO PADRÕES

Produzidos tradicionalmente por líderes e homens do povo *Tchokwe*, na África, os *sona* são traçados na areia que funcionam como veículos de memória e cultura, usados para ilustrar desde cenas de caça e objetos comuns até figuras da mitologia local. A técnica consiste em marcar uma grade de pontos equidistantes que servem de guia para uma linha contínua, traçada sem tocar os pontos e seguindo determinadas regras.

Os desenhos *sona* abaixo, por exemplo, seguem um padrão sequencial definido por uma regra única. Note que o total de pontos em cada matriz depende diretamente da posição que o desenho ocupa na série.



Fonte: imagem gerada por IA.

Assim, o 1º desenho possui uma fileira com dois pontos; no 2º desenho há duas fileiras com três pontos em cada uma; e assim por diante até que, por exemplo, a sétima figura terá sete fileiras com oito pontos em cada uma.

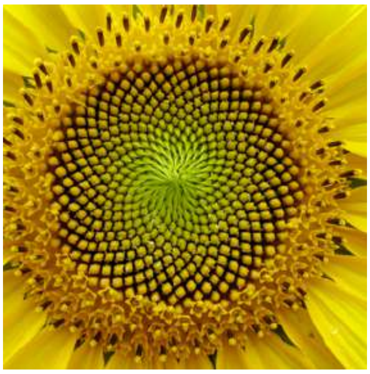
Prezado(a) Professor(a),

no vídeo "Geometria Sona: técnicas matemáticos do continente africano | Mwana Afrika Oficina Cultural", é possível encontrar mais informações sobre o assunto clicando AQUI ou fazendo a leitura do *QR Code* ao lado.

A estrutura de padrões observada nos *sona* demonstra como sequências lógicas podem ser utilizadas para organizar informações e narrativas. Esse princípio de ordenação vai além das criações culturais e encontra um paralelo direto na Sequência de Fibonacci. Enquanto o povo *Tchokwe* articula pontos e linhas para registrar sua memória, diversos elementos da natureza utilizam uma sucessão numérica para orientar o seu crescimento, a Sequência de Fibonacci.

Cada novo termo da Sequência de Fibonacci é gerado pela soma dos dois números anteriores (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...), estabelecendo um ritmo de expansão que se manifesta na curvatura de conchas marinhas, na distribuição das pétalas de uma flor ou na organização das sementes de um girassol, dentre outros.





Disponível em: https://museum.cornell.edu/nature-and-math-the-fibonacci-sequence/. Acesso em: 30 mar. 2026.

Seja no traçado sobre a areia ou no desenvolvimento de uma planta, o que se observa é a aplicação de sequências como um recurso prático para estabelecer equilíbrio e eficiência em diferentes contextos.

Intuitivamente, uma sequência nada mais é do que uma lista de elementos (números, objetos, nomes ou figuras) organizados em uma ordem específica que segue uma lógica ou regra. Diferente de um "conjunto" (onde a ordem não importa), na sequência, a posição de cada termo é fundamental. Se você muda a ordem, você muda a sequência ou perde o sentido da informação.

Prezado(a) Professor(a),

para mais informações sobre a sequência de Fibonacci, assista ao vídeo "O que é a sequência de Fibonacci e por que é chamada de código secreto da natureza'", clicando AQUI ou fazendo a leitura do *QR Code* ao lado.

SEQUÊNCIA NUMÉRICA

Uma sequência numérica (a_n) é entendida como uma função que associa cada número natural positivo n (que representa a posição) a um número real a_n (o valor do termo em si). Por exemplo, na sequência de Fibonacci (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...), temos que:

a_1 = 1 é o primeiro termo;
a_2 = 1 é o segundo termo;
a_3 = 2 é o terceiro termo;
a_4 = 3 é o quarto termo, e assim por diante.

Uma sequência é representada genericamente da seguinte maneira:

$$(a_1, a_2, a_3, a_4, \cdots, a_{n-1}, a_n, a_{n+1}, \cdots)$$

Sequência Finita:
É aquela que possui um número limitado de termos. É uma função cujo domínio é um conjunto definido por {1, 2, 3, ..., n}, em que n é um número natural não nulo. Exemplo: a sequência dos cinco primeiros números quadrados perfeitos positivos (1, 4, 9, 16, 25).

Sequência Infinita:
É aquela cujos termos se estendem indefinidamente. Seu domínio é o conjunto dos números naturais não nulos ($\mathbb{N}$*). É representada com reticências ao final. Exemplo: a sequência dos números pares positivos (2, 4, 6, 8, ...).

Prezado(a) Professor(a),

neste momento, é importante retomar os conceitos de noções de função, como, por exemplo, a definição de função, de domínio e de imagem. Para isso, o material referente à habilidade EF09MA06 pode ser consultado clicando AQUI ou fazendo a leitura do *QR Code* ao lado.

DETERMINAÇÃO DOS TERMOS DE UMA SEQUÊNCIA

A seguir, são apresentadas duas maneiras de se determinar os elementos de uma sequência numérica: por recorrência e pelo termo geral.

Recorrência

Dizemos que uma sequência é recursiva, ou seja, é estabelecida por recorrência, quando a regra para encontrar um novo elemento depende diretamente dos valores que o antecedem, sendo necessário conhecer previamente o primeiro termo (ou um grupo inicial de termos) para dar continuidade à lista. Na sequência de Fibonacci, por exemplo, temos que:

$$\begin{cases} a_1 = a_2 = 1 \\ a_n = a_{n-1} + a_{n-2} \end{cases}$$

em que n é um número natural maior do que ou igual a 3.

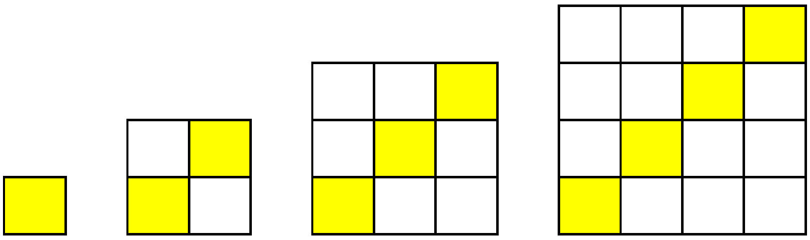
Para descobrir a regra de uma sequência definida por recorrência a partir de seus termos, é preciso analisar a relação aritmética ou lógica entre um elemento (a_n) e os seus antecessores ($a_{n-1}, a_{n-2}, \cdots$).

Termo geral

Dizemos que uma sequência possui uma definição não recursiva quando é possível calcular o valor de qualquer elemento diretamente, por meio de sua lei de formação, ou termo geral, bastando saber sua posição (n), sem que o resultado dependa de termos anteriores. Por exemplo, na sequência (1, 4, 9, 16, 25, ...), a função que estabelece uma correspondência entre todo número inteiro positivo e o seu próprio valor elevado à segunda potência é $f(n) = n^2$.

Para se obter a lei de formação, ou o termo geral, de uma sequência, é necessário identificar o padrão ou a regularidade matemática que relaciona a posição de cada termo (n) ao seu respectivo valor (a_n).

Exemplo:
Analise a sequência de figuras apresentada a seguir.



Agora,
a) determine a quantidade de quadradinhos brancos da 7ª figura da sequência.,

b) elabore uma expressão matemática que possibilite determinar o número de quadradinhos brancos em função da posição *n* da figura na sequência.

Resolução:
a) Note que a quantidade de quadradinhos brancos é dada pela diferença entre a quantidade total de quadradinhos e o número de quadradinhos amarelos (diagonal). Além disso, a posição da figura indica a medida do lado do quadrado maior em função do lado do quadradinho menor. Assim, a figura 7 será composta por $7^2 = 49$ quadradinhos ao todo, sendo 7 deles amarelos. Logo, o número de quadradinhos brancos da 7ª figura será $49 - 7 = 42$.

b) Representando por n a posição da figura e Q_n a quantidade de quadradinhos brancos, temos:

$$Q_n = n^2 - n \quad \text{ou} \quad Q_n = n \cdot (n-1)$$

PROGRESSÃO ARITMÉTICA

INTRODUÇÃO

A matemática do cotidiano muitas vezes se manifesta por meio de intervalos constantes. Quando observamos fenômenos que se repetem ou evoluem mantendo sempre a mesma "distância" ou o mesmo intervalo de tempo entre um evento e outro, estamos diante de uma progressão aritmética.

Um exemplo visual clássico é a técnica de *stop-motion*. O *stop-motion* ("movimento parado") cria a ilusão de fluidez ao sequenciar fotografias de objetos com leves alterações de posição. Por ser uma técnica minuciosa, exige um volume imenso de capturas. Para compor os 101 minutos de exibição da produção britânico-americana *"A Fuga das Galinhas: A Ameaça dos Nuggets"*, de 2023, o filme manteve o padrão de 24 capturas fotográficas para cada segundo de animação. Assim, a sequência (24, 48, 72, ...) indica o número de fotografias a_n utilizadas para produzirem n segundos de animação.

No esporte, as sequências também marcam o tempo. A Copa do Mundo de Futebol, por exemplo, ocorre tradicionalmente a cada 4 anos. Exceto por interrupções históricas, os anos das edições (1930, 1934, 1938...) formam uma sequência onde o intervalo fixo é de 4 anos.

Já na astronomia, o Cometa *Halley* nos visita em intervalos de aproximadamente 75 a 76 anos. Embora a gravidade dos planetas possa causar pequenas variações, ele é um dos exemplos mais famosos de um evento cíclico que se comporta como uma sequência previsível ao longo dos séculos. Registrada pela última vez em fevereiro de 1986, a próxima passagem visível do cometa deve ocorrer em 2061, permitindo que novas gerações observem o célebre astro a olho nu.

Em todos esses casos, em que há acréscimos ou decréscimos constantes, ou ainda quando os valores se mantêm invariáveis, temos progressões aritméticas. A seguir, exploraremos como essa regularidade de acréscimos/decréscimos ou de manutenção de valor define o comportamento desse tipo de sequência. Identificaremos o padrão que conecta cada termo de uma progressão aritmética e utilizaremos ferramentas matemáticas para prever valores futuros desse tipo de sequência sem precisar listar termo por termo.

DEFINIÇÃO

Uma **Progressão Aritmética** (P.A.) caracteriza-se como uma sequência numérica em que a diferença entre qualquer termo (exceto o primeiro) e o seu antecessor permanece invariável. Essa diferença fixa, que determina o ritmo de crescimento ou de decréscimo da sequência, é denominada razão e costuma ser identificada pela letra r. A seguir, temos a representação genérica:

$$(a_1 \overset{+r}{\curvearrowright} a_2 \overset{+r}{\curvearrowright} a_3 \overset{+r}{\curvearrowright} a_4 \overset{+r}{\curvearrowright} a_5 \overset{+r}{\curvearrowright} a_6, \dots, a_n, \dots)$$

Exemplos:

a) $(-16, -11, -6, -1, 4, 9)$ é uma PA de razão $r = 5$.

b) $(7,1; 7,8; 8,5; 9,2; \dots)$ é uma PA de razão $r = 0,7$.

c) $(4, 4, 4, 4, 4, \dots)$ é uma PA de razão $r = 0$.

d) $(2, \frac{3}{2}, 1, \frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}, -1, \dots)$ é uma PA de razão $r = -\frac{1}{2}$.

Para encontrar o valor da razão, escolha um termo da sequência (a partir do segundo) e subtraia dele o termo que vem logo antes. Assim,

$$r = a_n - a_{n-1}$$

Se conhecemos dois termos quaisquer da sequência, chamados de a_p e a_k , a razão é a variação total dividida pela distância entre suas posições:

$$r = \frac{a_p - a_k}{p - k}$$

Exemplos:

e) Conhecendo-se o segundo e o quinto termos de uma progressão aritmética (__, 7, __, __, 19, ...), por exemplo, podemos calcular a razão da seguinte maneira:

$$r = \frac{a_5 - a_2}{5 - 2} = \frac{19 - 7}{5 - 2} = \frac{12}{3} = 4$$

Assim, temos a seguinte progressão aritmética:

$$(3 \overset{+4}{\curvearrowright} 7 \overset{+4}{\curvearrowright} 11 \overset{+4}{\curvearrowright} 15 \overset{+4}{\curvearrowright} 19 \overset{+4}{\curvearrowright} 23, \dots)$$

f) Determine o valor de x de modo que a sequência $(x+2, 2x+1, 12)$ seja uma progressão aritmética. Em seguida, escreva os termos dessa sequência.

Resolução:
Para que a sequência $(x+2, 2x+1, 12)$ seja uma P.A., devemos ter:

$$a_3 - a_2 = a_2 - a_1$$

$$12 - (2x+1) = (2x+1) - (x+2)$$

$$12 - 2x - 1 = 2x + 1 - x - 2$$

$$11 - 2x = x - 1$$

$$x = 4$$

Logo, os termos dessa progressão aritmética são (6, 9, 12).

No exemplo a seguir, vale notar que o desenvolvimento da solução passa pela resolução de uma equação polinomial do segundo grau.

g) Determine os possíveis valores de $x \in \mathbb{R}$, de modo que a sequência

$$(x+1, 3x-1, x^2+1)$$

forme, nesta ordem, uma Progressão Aritmética. Após encontrar os valores de x, escreva as sequências numéricas correspondentes.

Resolução:
Considerando que a diferença entre dois termos consecutivos de uma P.A. é sempre constante, temos:

$$a_3 - a_2 = a_2 - a_1$$

$$(x^2+1) - (3x-1) = (3x-1) - (x+1)$$

$$x^2 + 1 - 3x + 1 = 3x - 1 - x - 1$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

As raízes da equação polinomial do segundo grau acima são 1 e 4. Logo, para $x = 1$, temos a progressão aritmética constante (2, 2, 2), e, para $x = 4$, temos a progressão aritmética crescente (5, 11, 17).

CLASSIFICAÇÃO DE UMA PROGRESSÃO ARITMÉTICA

Dependendo do valor da razão r, toda progressão aritmética pode ser enquadrada em uma destas três classificações:

Classificação de uma P.A.	**Condição**	**Exemplo**
CRESCENTE	$r > 0$	$(7, 11, 15, \dots)$
DECRESCENTE	$r < 0$	$(3, \frac{8}{3}, \frac{7}{3}, 2, \dots)$
CONSTANTE	$r = 0$	$(5, 5, 5, 5, \dots)$

TERMO GERAL DE UMA PROGRESSÃO ARITMÉTICA

Considere a seguinte progressão aritmética de razão r.

$$(a_1 \overset{+r}{\curvearrowright} a_2 \overset{+r}{\curvearrowright} a_3 \overset{+r}{\curvearrowright} a_4 \overset{+r}{\curvearrowright} a_5 \overset{+r}{\curvearrowright} a_6, \dots)$$

Note que:

$$a_4 = a_1 + 3r$$
$$a_5 = a_3 + 2r$$
$$a_6 = a_2 + 4r$$
$$a_{10} = a_4 + 6r$$

De maneira geral, dados n e k naturais positivos tais que $n \geq k$, a relação entre dois termos quaisquer a_n e a_k de uma P.A. é dada por:

$$a_n = a_k + (n - k) \cdot r$$

Tomando $k = 1$, temos a expressão conhecida como fórmula do termo geral da P.A. é dada por:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

Exemplos:

a) Uma empresa de reflorestamento planeja plantar mudas de Ipê em uma avenida de 5 km de extensão. No primeiro dia de trabalho, a equipe planta 12 mudas. Devido ao ganho de experiência, o grupo estabelece a meta de plantar, a cada dia subsequente, 4 mudas a mais do que no dia anterior. Determine quantas mudas serão plantadas especificamente no 25º dia de trabalho.

Resolução:
Identificando os dados, temos:

$$a_1 = 12$$
$$r = 4$$
$$a_{25} = ?$$
$$n = 25$$

Substituindo os dados na fórmula do termo geral, obtemos:

$$a_n = a_1 + (n - 1)r$$
$$a_{25} = 12 + (25 - 1) \cdot 4$$
$$a_{25} = 12 + 24 \cdot 4$$
$$a_{25} = 12 + 96$$
$$a_{25} = 108$$

Portanto, no 25º dia, serão plantadas 108 mudas.

b) Em um programa de treinamento de corrida, um atleta registra as suas distâncias semanais seguindo uma progressão aritmética. Sabe-se que na 5ª semana ele correu 18 km e na 12ª semana ele atingiu a marca de 39 km. Determine qual será a distância percorrida por esse atleta na 20ª semana de treino.

Resolução:
Note que foram dados o 5º e o 12º termos da P.A., cujos termos representam as distâncias percorridas a cada semana. Assim,

$$a_5 = 18$$
$$a_{12} = 39$$

Para determinarmos a distância percorrida pelo atleta na 20ª semana de treino, podemos usar a seguinte expressão, considerando $k = 5$ e $n = 12$.

$$a_n = a_k + (n - k)r$$

$$a_{12} = a_5 + (12 - 5) \cdot r$$

$$39 = 18 + 7 \cdot r$$

$$39 - 18 = 7 \cdot r$$

$$21 = 7 \cdot r$$

$$3 = r$$

Agora, uma forma de finalizar a resolução da questão é usar novamente a expressão acima, considerando $n = 20$ e $k = 12$.

$$a_n = a_k + (n - k)r$$

$$a_{20} = a_{12} + (20 - 12) \cdot r$$

$$a_{20} = 39 + 8 \cdot 3$$

$$a_{20} = 39 + 24$$

$$a_{20} = 63$$

Portanto, o atleta percorreu 63 km na 20ª semana de treino.

c) Durante a fase de afastamento da Terra, a espaçonave *Orion* da Missão *Artemis* II realizou uma série de transmissões de telemetria, tecnologia que permite a medição, coleta e envio automático de dados de sensores, máquinas ou dispositivos remotos para uma central de monitoramento em tempo real.

Disponível em: https://www.nasa.gov/gallery/lunar-flyby/. Acesso em: 09 abr. 2026.

Suponha que a primeira transmissão foi feita com uma potência de 120 kW e que, seguindo o protocolo de teste, a potência de cada transmissão aumenta em exatos 15 kW em relação à anterior. Considerando que a última transmissão deste protocolo atingiu a potência de 405 kW, determine quantas transmissões de telemetria foram realizadas ao todo.

Resolução:
Como o acréscimo da potência de cada transmissão é sempre constante, temos a seguinte progressão aritmética, cujos termos são a potência de cada transmissão:

$$(120, 135, 150, \ldots, 405)$$

Precisamos encontrar o número total de transmissões de telemetria, isto é, o número de elementos da progressão aritmética acima. Identificando os dados, temos:

$$a_1 = 120$$
$$r = 15$$
$$a_n = 405$$
$$n = ?$$

Substituindo os valores na fórmula do termo geral, temos:

$$a_n = a_1 + (n-1)r$$
$$405 = 120 + (n-1) \cdot 15$$
$$405 - 120 = (n-1) \cdot 15$$
$$285 = (n-1) \cdot 15$$
$$\frac{285}{15} = n - 1$$
$$19 = n - 1$$
$$19 + 1 = n$$
$$20 = n$$

Logo, foram realizadas 20 transmissões de telemetria ao todo.

Prezado(a) Professor(a),

destaque aos(às) estudantes que o uso da fórmula não é o único caminho. Em muitos casos, especialmente quando o número de termos é pequeno, listar os elementos da sequência também é uma estratégia legítima.

d) Um reservatório de água está perdendo volume devido a uma forte seca. No 1º dia de uma medição técnica, o volume de água era de 1.200 m³. Mantendo-se uma queda constante por dia, no 21º dia o volume registrado foi de apenas 800 m³. Determine quanto o volume diminuiu a cada dia.

Resolução:
Como a queda do volume de água é constante, a sequência de medições diárias de água é uma progressão aritmética (1200, ..., 800). Essa P.A. possui 21 termos e, assim, temos:

$$a_1 = 1200$$

$$a_{21} = 800$$

$$n = 21$$

$$r = ?$$

Substituindo os valores na fórmula do termo geral, temos:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$

$$a_{21} = a_1 + (21-1) \cdot r$$

$$800 = 1200 + 20 \cdot r$$

$$800 - 1200 = 20 \cdot r$$

$$-400 = 20 \cdot r$$

$$-\frac{400}{20} = r$$

$$-20 = r$$

Portanto, o volume de água no reservatório diminuiu 20 m³ a cada dia.

PROPRIEDADES DAS PROGRESSÕES ARITMÉTICAS

1. Em qualquer progressão aritmética finita, a soma do primeiro com o último termo resulta no mesmo valor que a soma de qualquer par de termos que esteja à mesma distância dos extremos.

Exemplo:
a) Considere a progressão aritmética (2, 8, 14, 20, 26, 32, 38).

Note que a soma dos extremos é igual a 40, assim como a soma dos termos equidistantes dos extremos.

2. Uma sequência com três elementos é uma progressão aritmética se, e somente se, o valor central for exatamente a média aritmética dos seus dois vizinhos. Na prática, isso significa que, em uma sequência (a, b, c), o termo do meio (b) deve ser o resultado da soma dos extremos dividida por dois:

$$b = \frac{a+c}{2}$$

Exemplo:
b) Na P.A. (5, 12, 19), temos que o termo central é igual a $\frac{5+19}{2} = \frac{24}{2} = 12$.

Uma consequência dessas propriedades é que, em qualquer progressão aritmética que possua uma quantidade ímpar de elementos, o termo central equivale exatamente à média aritmética entre o primeiro e o último termo da sequência.

INTERPOLAÇÃO DE MEIOS ARITMÉTICOS

Interpolar meios aritméticos consiste em inserir uma quantidade específica de valores reais entre dois números extremos já conhecidos, de modo que a sequência completa se torne uma progressão aritmética. O objetivo desse processo é preencher o intervalo entre eles de tal forma que o conjunto completo de números obedeça à lógica de uma progressão aritmética, mantendo sempre a mesma razão.

Exemplo:
Interpole cinco meios aritméticos entre -18 e 24.

Resolução:
Ao inserir cinco meios aritméticos entre -18 e 24, teremos, então, uma progressão aritmética de sete termos (-18, ___, ___, ___, ___, ___, 24). Assim,

$$a_1 = -18$$
$$a_7 = 24$$
$$n = 7$$

Agora, basta encontrarmos a razão dessa P.A. por meio da fórmula do termo geral:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$
$$a_7 = a_1 + (7-1) \cdot r$$
$$24 = -18 + 6 \cdot r$$
$$24 + 18 = 6 \cdot r$$
$$42 = 6 \cdot r$$
$$\frac{42}{6} = r$$
$$7 = r$$

Logo, temos a seguinte progressão aritmética (-18, -11, -4, 3, 10, 17, 24).

REPRESENTAÇÕES CONVENIENTES DE UMA PROGRESSÃO ARITMÉTICA

Para otimizar a resolução de problemas de progressão aritmética, especialmente aqueles que fornecem a soma de termos consecutivos desconhecidos, podemos utilizar modelos de escrita que simplificam a álgebra, utilizando representações simétricas. A estratégia consiste em posicionar os termos de modo que a razão se anule ao somá-los, simplificando a equação resultante.

Para um número ímpar de termos, como em uma sequência de três ou cinco elementos, definimos o termo central como x e subtraímos ou somamos a razão (r) conforme nos afastamos do centro. Assim, três termos podem ser escritos como $(x-r, x, x+r)$ e cinco termos como $(x-2r, x-r, x, x+r, x+2r)$. Nesses casos, a soma resulta diretamente em $3x$ ou $5x$, permitindo encontrar o valor médio instantaneamente.

Já para um número par de termos, como em uma sequência de quatro elementos, a simetria exige um ajuste na razão para que o cancelamento ocorra. Utilizamos, então, a sequência $(x-3r, x-r, x+r, x+3r)$ onde a diferença entre os termos passa a ser $2r$. Ao somar esses quatro valores, obtemos $4x$, agilizando a descoberta das incógnitas de forma similar ao modelo anterior.

Exemplo:
Encontre uma P.A. crescente composta por três termos, sabendo que a soma desses três elementos resulta em 15 e o produto entre eles é igual a 80.

Resolução:
Podemos representar esses termos como $(x-r, x, x+r)$, em que r é a razão dessa progressão aritmética. Como a soma desses termos resulta em 15, temos que:

$$(x-r)+x+(x+r)=15$$

$$3x=15$$

$$x=5$$

Assim, os termos podem ser escritos como $(5-r, 5, 5+r)$. A outra informação é a de que o produto desses termos é igual a 80. Então,

$$(5-r)\cdot 5\cdot(5+r)=80$$

$$(5-r)\cdot(5+r)=16$$

$$25-r^2=16$$

$$9=r^2$$

$$\pm 3=r$$

Portanto, como a P.A. é crescente, temos que $r=3$. Logo, os termos são (2, 5, 8).

A PROGRESSÃO ARITMÉTICA E A FUNÇÃO AFIM

Até agora, abordamos a Progressão Aritmética (P.A.) como uma sucessão numérica cujo comportamento é definido por uma taxa de variação constante, seja ela de crescimento, de decréscimo ou, no caso de uma progressão aritmética constante, de manutenção de valor. Mas, se observarmos atentamente a estrutura do seu termo geral, perceberemos uma semelhança notável com um conceito já conhecido: a Função Afim.

Ao aplicarmos a propriedade distributiva e reorganizarmos os termos da fórmula do termo geral de uma P.A., temos:

$$a_n = a_1 + (n-1)\cdot r$$

$$a_n = a_1 + n\cdot r - r$$

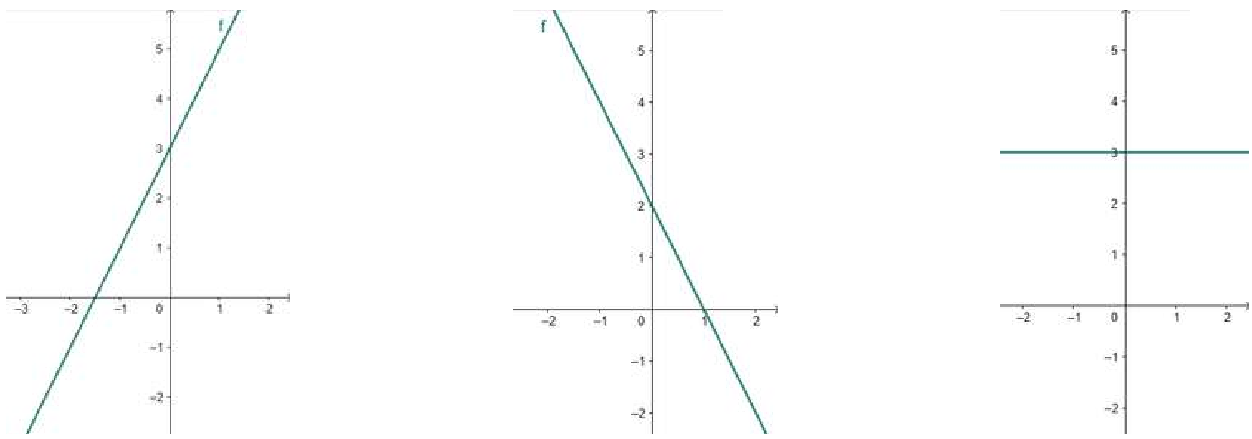
$$a_n = n\cdot r + a_1 - r$$

$$a_n = r\cdot n + (a_1 - r)$$

Comparando essa estrutura com a lei de formação $f(x) = ax + b$ de uma função afim, notamos que a razão (r) da P.A. desempenha exatamente o mesmo papel que a taxa de variação (a) da função: ela determina a inclinação e o ritmo de crescimento da sequência.

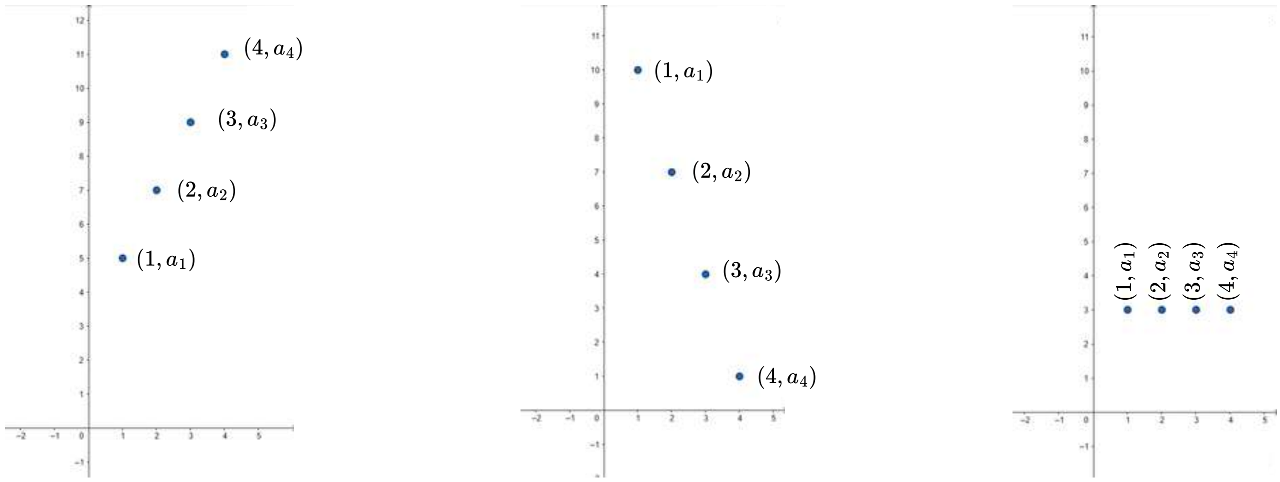
Embora a P.A. e a Função Afim possuam estruturas algébricas equivalentes, existe uma diferença fundamental no gráfico que todo estudante deve dominar:

Função Afim ($f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$): Seu domínio é o conjunto dos números reais. Por isso, seu gráfico é uma linha reta contínua.



Fonte: https://www.geogebra.org/calculator

Progressão Aritmética ($f : \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{R}$): O domínio é restrito aos números naturais positivos (1, 2, 3...), que representam as posições dos termos. Por isso, o gráfico de uma P.A. é composto por pontos isolados (n, a_n).



Fonte: https://www.geogebra.org/calculator

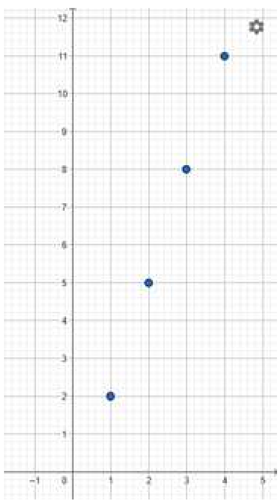
Em ambos os casos, a imagem de cada ponto corresponde ao respectivo termo na progressão aritmética.

Prezado(a) Professor(a),

destaque aos(às) estudantes que, embora os pontos do gráfico de uma função associada a uma P.A. não sejam ligados por uma linha, eles são obrigatoriamente colineares. Mostre que, se colocassem uma régua sobre pontos, todos estariam perfeitamente alinhados sobre a trajetória de uma reta.

Exemplo:

A progressão aritmética formada pelas ordenadas (y) dos pontos assinalados no plano cartesiano a seguir possui razão (r) e primeiro termo (a_1) iguais a 3 e 2, respectivamente.



Fonte: https://www.geogebra.org/calculator

SOMA DOS N PRIMEIROS TERMOS DE UMA PROGRESSÃO ARITMÉTICA

Frequentemente, a Matemática nos apresenta desafios que parecem exigir um esforço braçal exaustivo, mas que podem ser resolvidos com elegância por meio da observação de padrões. Um dos episódios mais célebres da história da ciência ilustra perfeitamente essa transição do "cálculo bruto" para o "raciocínio lógico".

Conta-se que, em 1785, em uma escola na Alemanha, um professor desejava manter sua turma ocupada e solicitou que os(as) estudantes somassem todos os números inteiros de 1 a 100. Para a surpresa do mestre, um jovem de apenas 10 anos chamado Carl Friedrich Gauss (1777–1855) apresentou o resultado correto (5.050) em poucos minutos.

Disponível em: Wikimedia Commons. Acesso em: 10 abr. 2026.

Gauss percebeu uma propriedade na sequência (1, 2, 3, ..., 98, 99, 100). Ao somar os pares das extremidades (o primeiro com o último, o segundo com o penúltimo, e assim por diante), ele notou que o resultado era sempre o mesmo: 101.

(1 , 2 , 3 , 4 , ... , 97 , 98 , 99 , 100)

Como a sequência de 1 a 100 possui exatamente 50 desses pares, Gauss simplesmente multiplicou 50 por 101, chegando instantaneamente ao valor de 5.050.

Para calcularmos a soma de todos os n termos de uma P.A. sem precisar somá-los um a um, podemos escrever a soma total (S_n) de duas formas: a original e a invertida.

$$S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1} + a_n$$

$$S_n = a_n + a_{n-1} + \cdots + a_2 + a_1$$

Ao somarmos as duas equações membro a membro, teremos:

$$2 \cdot S_n = (a_1 + a_n) + (a_2 + a_{n-1}) + \cdots + (a_{n-1} + a_2) + (a_n + a_1)$$

Como cada par entre parênteses resulta no mesmo valor $(a_1 + a_n)$ e, além disso, existem n termos na sequência, temos:

$$2 \cdot S_n = (a_1 + a_n) \cdot n$$

Isolando S_n, chegamos à fórmula que permite calcular a soma dos n primeiros termos de qualquer P.A.:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

Exemplo:
Um estudante decidiu guardar dinheiro para uma viagem de formatura. No primeiro mês, ele poupou R$ 50,00. A cada mês seguinte, ele conseguiu aumentar o valor poupado em R$ 10,00 em relação ao mês anterior. Ao final de 12 meses de economia, qual será o valor total acumulado por esse estudante exclusivamente com esses valores poupados?

<u>Resolução</u>:
A sequência formada pelos valores depositados a cada mês (50, 60, 70, ..., a_{12}) é uma progressão aritmética. Para encontrarmos o valor total economizado por esse estudante, precisamos somar todos os doze termos dessa progressão aritmética. Antes, utilizando a fórmula do termo geral, encontraremos o valor do último (12º) valor poupado neste ano.

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$
$$a_{12} = 50 + (12-1) \cdot 10$$
$$a_{12} = 50 + 11 \cdot 10$$
$$a_{12} = 50 + 110$$
$$a_{12} = 160$$

Assim, no 12º mês, ele poupou R$ 160,00. Calculando a soma dos doze termos da progressão aritmética, temos:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$
$$S_{12} = \frac{(50 + 160) \cdot 12}{2}$$
$$S_{12} = \frac{210 \cdot 12}{2}$$
$$S_{12} = 210 \cdot 6$$
$$S_{12} = 1260$$

Portanto, o estudante guardou ao todo R$ 1260,00.

Análise Pedagógica de um Item

Enunciado

(Paebes 2023) Analisando os 12 primeiros meses da produção de cacau na sua fazenda, Joaquim observou que, no primeiro mês, foram produzidas 3 toneladas de cacau, no segundo, 4,5 toneladas e, no terceiro, 6 toneladas. Ele observou, ainda, que esse padrão de crescimento de sua produção se manteve durante todos os 12 meses analisados.

$$\boxed{\begin{array}{c} Dado: \\ a_n = a_1 + (n-1) \cdot r \end{array}}$$

← Suporte

A produção total de cacau dessa fazenda ao final desses 12 meses, em toneladas, foi

Alternativas

A) 19,45.
B) 34,5.
C) 135,0.
D) 144,0.
E) 202,5.

Distratores

Gabarito

- **Enunciado:** apresenta as informações necessárias à resolução do item. Engloba o suporte e o comando.

- **Suporte:** texto, imagem e/ou outros recursos que servem como base para a resolução do item. Nos itens de Língua Portuguesa, é obrigatória a presença de suporte.

- **Comando:** indica, de forma objetiva, a tarefa a ser realizada. Está diretamente relacionado à habilidade que o item deseja avaliar.

- **Gabarito:** alternativa correta.

- **Distratores:** alternativas incorretas, mas plausíveis. Os distratores devem corresponder a raciocínios possíveis.

Fonte: Revista da Escola - Equipe Pedagógica Matemática: PAEBES 2025 (CAEd UFJF)

O item em questão apresenta uma proposta de atividade estruturada com base no nível **básico** de proficiência/desempenho. De forma mais precisa, pretende-se avaliar se o(a) estudante demonstra capacidade para “Determinar a soma de uma progressão aritmética, dada sua forma geral”.

O presente item pressupõe que o(a) estudante identifique que a produção mensal segue uma sequência lógica de crescimento constante. Dessa forma, é esperado que ele(a) reconheça a razão da progressão aritmética (r = 1,5) e compreenda que a "produção total" não se refere apenas ao último mês, mas à soma de todas as produções mensais ao longo do período de 12 meses.

A execução correta do cálculo envolve descobrir que, no 12º mês, a produção atingiu 19,5 toneladas. Ao somar a produção de todos os 12 meses, chega-se ao resultado de 135,0 toneladas (gabarito C).

Em especial, destacamos o distrator A, que apresenta o valor de 19,5. Este erro ocorre quando o estudante interrompe o raciocínio após descobrir a produção isolada do último mês, esquecendo-se de que a questão pede o montante "total" dos 12 meses. O distrator B (34,5) pode representar um erro de cálculo na aplicação da fórmula para a obtenção do 12º termo, ao realizar as operações $3 + 11 \cdot 1,5$. O distrator D (144,0) indica um erro comum de interpretação no qual o estudante ignora a progressão e multiplica um valor fixo (como $12 \cdot 12$). O distrator E (202,5), por sua vez, pode surgir de um erro na aplicação da fórmula da soma ou na identificação da razão.

Para apoiar os estudantes que não atingiram o resultado esperado, recomendam-se as seguintes ações educativas:

- retomar a diferença conceitual entre o valor de um termo específico (a_n) e a soma acumulada dos termos (S_n);
- trabalhar a interpretação de problemas de enunciado longo, destacando palavras-chave como "total", "padrão de crescimento" e "ao final de";
- praticar a identificação da "razão" em sequências numéricas aplicadas a situações do cotidiano;
- reforçar a leitura atenta de enunciados para identificar comandos que indiquem a necessidade de somatório, como "produção total" ou "ao final de todo o período";
- desenvolver exercícios que exijam o uso sequencial de duas fórmulas (termo geral e soma), reforçando a necessidade de concluir todas as etapas do problema.

Atividades

A seção de atividades apresenta diversas questões relacionadas aos descritores e habilidades estudados, sem limitar-se à estrutura de item utilizada em avaliações externas. Para mais atividades, acesse o **Portal de questões da SEDU**.

Este caderno de atividades está disponível para impressão **neste link** ou pelo QR Code ao lado.

ATIVIDADE 1

(AMA 2024 - 1ª Série - 2ª Edição - Adaptada) De acordo com estudo publicado pela Agência Brasil, em 2022, a política de cotas permitiu que o número de estudantes negros de escolas públicas aumentasse nas universidades federais brasileiras. Segundo esse estudo, em uma determinada universidade havia 24 estudantes autodeclarados negros no ano de 2012; em 2013, essa universidade passou a ter 32 estudantes autodeclarados negros; e, em 2014, essa quantidade foi de 40 estudantes. Esses dados formam uma progressão aritmética. De acordo com essa progressão, quantos estudantes autodeclarados negros essa universidade deverá ter no ano de 2028?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 1

A progressão aritmética formada pela quantidade de estudantes autodeclarados negros, de 2012 a 2028, é $(24, 32, 40, \cdots, a_{17})$. Assim,

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$
$$a_{17} = 24 + (17-1) \cdot 8$$
$$a_{17} = 24 + 16 \cdot 8$$
$$a_{17} = 24 + 128$$
$$a_{17} = 152$$

Logo, essa universidade deverá ter 152 estudantes autodeclarados negros em 2028.

ATIVIDADE 2

(AMA 2023 - 3ª Série - 3ª Edição - Adaptada) Um grupo de atletas vai participar de um treinamento que consiste em realizar 15 séries de saltos de corda. Na primeira dessas séries, cada atleta irá executar 10 saltos de corda e, a cada nova série, cada um executará 4 saltos a mais do que na série anterior, até atingir as 15 séries.
Quantos saltos de corda, ao todo, cada atleta desse grupo terá executado ao final dessas 15 séries de saltos?

Dados:
$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$
$S_n = \dfrac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 2

A sequência formada pelas quantidades de saltos executados por cada atleta é uma progressão aritmética de razão 4. Para encontrarmos a quantidade total de saltos executados por cada atleta, é necessário calcular o número de saltos realizados na 15ª série:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$
$$a_{15} = 10 + (15-1) \cdot 4$$
$$a_{15} = 10 + 14 \cdot 4$$
$$a_{15} = 10 + 56$$
$$a_{15} = 66$$

Logo, o número total de saltos executados nas 15 séries é dado por:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$
$$S_{15} = \frac{(a_1 + a_{15}) \cdot 15}{2}$$
$$S_{15} = \frac{(10 + 66) \cdot 15}{2}$$
$$S_{15} = \frac{76 \cdot 15}{2}$$
$$S_{15} = 38 \cdot 15$$
$$S_{15} = 570$$

Portanto, cada atleta executou, ao todo, 570 saltos nas 15 séries.

ATIVIDADE 3

(AMA 2025 - 1ª Série - 2ª Edição - Adaptada) O número da casa de Denise é 5. Ela decidiu registrar os números de todas as casas que estão localizadas no mesmo lado da rua que a sua. Observe uma parte desse registro no quadro abaixo, no qual está incluído o número da casa de Denise.

5	**11**	**17**	**23**	**29**	...
Casa 1	Casa 2	Casa 3	Casa 4	Casa 5	...

Denise observou que as numerações das casas registradas nesse quadro formam uma progressão aritmética e que ela registrou, no total, o número de 58 casas, incluindo a numeração da sua. Qual é o número da última casa registrada por Denise nesse quadro?

Dado:
$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 3

Buscamos o 58º termo da progressão aritmética (5, 11, 17, 23, 29, ..., a_{58}). Aplicando a fórmula do termo geral, temos

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$
$$a_{58} = 5 + (58-1) \cdot 6$$
$$a_{58} = 5 + 57 \cdot 6$$
$$a_{58} = 5 + 342$$
$$a_{58} = 347$$

Portanto, 347 é o número da 58ª casa.

ATIVIDADE 4

(Enem PPL 2024 - 2º Dia - Adaptada) É comum pensarmos na equivalência entre a idade de um animal de estimação, no caso de cães e gatos, e de um ser humano. De acordo com as diretrizes de idade criadas pela *American Animal Hospital Association* (AAHA), o *International Cat Care* e a *American Association of Feline Practitioners* (AAFP), a última fase da vida de um gato é chamada de geriátrica e começa aos 15 anos de vida do animal. A tabela apresenta os primeiros anos da fase geriátrica da equivalência entre a idade do gato e a idade de um humano.

Idade do gato (ano)	Idade equivalente de um humano (ano)
15	76
16	80
17	84
18	88
19	92
20	96
21	100
22	104
23	108
24	112
25	116

Sabe-se que o gato mais velho do mundo morreu ao completar 38 anos de vida. Considere que o padrão observado na tabela se mantém.

Disponível em: https://canaldopet.ig.com.br. Acesso em: 28 nov. 2021 (adaptado).

De acordo com os dados apresentados, a idade em que o gato mais velho do mundo morreu é equivalente a qual idade, em ano, de um humano?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 4

A progressão aritmética da idade do gato (15, 16, 17, 18, ..., 38), em ano, possui 24 termos. Assim, buscamos encontrar o 24º termo da progressão aritmética da idade equivalente de um humano (76, 80, 84, 88, ..., a_{24}):

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$
$$a_{24} = 76 + (24-1) \cdot 4$$
$$a_{24} = 76 + 23 \cdot 4$$
$$a_{24} = 76 + 92$$
$$a_{24} = 168$$

Portanto, a idade em que o gato mais velho do mundo morreu (38 anos) é equivalente à idade de 168 anos de um humano.

ATIVIDADE 5

(Enem PPL 2011 - 2º Dia - Adaptada) Atualmente existem muitos aplicativos de fazendas virtuais que, apesar de críticas, possuem uma enorme quantidade de usuários. Embora apresentem algumas diferenças de funcionamento, as fazendas virtuais possuem a mesma concepção: cada vez que o usuário cuida de sua fazenda ou da de seus amigos, ganha pontos, e, quanto mais pontos acumula, maior é seu nível de experiência.
Em um aplicativo de fazenda virtual, o usuário precisa de 1 000 pontos para atingir o nível 1. Acumulando mais 1 200 pontos, atinge o nível 2; acumulando mais 1 400 pontos, atinge o nível 3 e assim por diante, sempre com esse padrão.
Quantos pontos um usuário que está no nível 15 de experiência acumulou?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 5

Para resolvermos a questão, basta adicionarmos a quantidade de pontos necessária para atingir cada nível, ou seja, basta somarmos os termos da P.A. (1000, 1200, 1400, ..., a_{15}). Utilizando a fórmula do termo geral para encontrarmos o 15º termo, temos:

$$a_n = a_1 + (n-1)\cdot r$$
$$a_{15} = 1000 + (15-1)\cdot 200$$
$$a_{15} = 1000 + 14\cdot 200$$
$$a_{15} = 1000 + 2800$$
$$a_{15} = 3800$$

Agora, basta substituirmos os valores na fórmula da soma dos n primeiros termos de uma progressão aritmética:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)\cdot n}{2}$$
$$S_{15} = \frac{(a_1 + a_{15})\cdot 15}{2}$$
$$S_{15} = \frac{(1000 + 3800)\cdot 15}{2}$$
$$S_{15} = \frac{4800\cdot 15}{2}$$
$$S_{15} = 2400\cdot 15$$
$$S_{15} = 36000$$

Portanto, um usuário que está no nível 15 de experiência acumulou 36000 pontos.

De olho no Paebes

Esta seção tem como objetivo exemplificar algumas variações possíveis entre itens referentes a um mesmo descritor em sua escala de proficiência. Portanto, ela não deve ser tratada como material preparatório único e suficiente para o Paebes, mas sim como um auxiliar ao trabalho pedagógico em sala de aula. Para mais itens, acesse o **Portal de questões da SEDU.**

O "De olho no Paebes" também está disponível em uma versão para impressão neste link ou no QR Code ao lado.

D096_M *Utilizar propriedades de progressões aritméticas na resolução de problemas.*

ITEM 1 - Abaixo do básico

(Paebes 2022) O administrador de um parque montou um projeto de arborização em um espaço onde só havia grama. Para isso, ele plantou 15 fileiras de mudas de árvores, sendo que, na primeira fileira, foram plantadas 8 mudas, na segunda, 12 mudas, na terceira,16 mudas, mantendo esse padrão até a última fileira. Qual é a quantidade de árvores plantadas na última fileira?

A) 56
B) 60
C) 64
D) 68
E) 72

Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "determinar um resultado utilizando o conceito de progressão aritmética".

Gabarito: C

ITEM 2 - Abaixo do básico

(AMA 2025 - 1ª SÉRIE - 2ª EDIÇÃO) No território de uma comunidade quilombola, há um ecomuseu que possui roteiros de trilhas para serem percorridas por visitantes. Essas trilhas apresentam atividades pedagógicas com o objetivo de valorizar o lugar, a cultura e a população local. Durante 7 dias, essa comunidade recebeu visitantes para participarem de um roteiro dessas trilhas. No 1º dia, 15 visitantes participaram desse roteiro. Em cada um dos dias seguintes, a quantidade de visitantes aumentou em 4 visitantes em relação ao dia anterior. Quantos visitantes participaram desse roteiro de trilhas no 7º dia?

A) 19.
B) 25.
C) 36.
D) 39.
E) 43.

$$\boxed{\begin{array}{c} Dado: \\ a_n = a_1 + (n-1) \cdot r \end{array}}$$

Gabarito: D

Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "determinar um resultado utilizando o conceito de progressão aritmética".

ITEM 3 - Básico

(AMA 2023 - 3ª SÉRIE - 3ª EDIÇÃO) Gabriela começou a treinar para uma corrida de 41 km. No primeiro treino, ela correu 5 km e, a cada treino, aumentou 0,5 km na sua corrida, em relação ao treino anterior, até conseguir correr a distância de 41 km. Em qual treino ela correu exatamente 41 km?

A) 25º treino.
B) 41º treino.
C) 73º treino.
D) 74º treino.
E) 82º treino.

Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "determinar o número de termos de uma progressão aritmética, dados o primeiro, o último termo e a razão, em uma situação-problema".

Gabarito: C

ITEM 4 - Básico

Uma cooperativa de reciclagem de alumínio registrou que o volume de material processado cresce segundo uma progressão aritmética. A quantidade a_n de toneladas processadas no mês n é determinada por:

$$a_n = 12 + (n-1) \cdot 3,5$$

Considerando essa lei de formação, qual será a quantidade de alumínio, em toneladas, reciclada no 12º mês?

A) 50,5 toneladas.
B) 15,5 toneladas.
C) 47,0 toneladas.
D) 38,5 toneladas.
E) 54,0 toneladas.

Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "determinar um termo de progressão aritmética, dada sua forma geral".

Gabarito: A

ITEM 5 - Básico

(AMA 2024 - 1ª SÉRIE - 2ª EDIÇÃO) Em janeiro de 2024, uma empresa iniciou suas atividades e, durante esse primeiro mês, obteve um lucro de 5 000 reais. Em fevereiro, essa empresa teve lucro de 5 500 reais e, em março, 6 000 reais. O gerente estima que o lucro da empresa aumentará em progressão aritmética conforme os 3 primeiros meses do ano, até o final de 2024. De acordo com essa estimativa, qual será o lucro total da empresa no ano de 2024?

A) 10 500 reais.
B) 16 500 reais.
C) 76 500 reais.
D) 93 000 reais.
E) 96 000 reais.

Dados:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "determinar a soma de uma progressão aritmética, dada sua forma geral".

Gabarito: D

Conexão ENEM

Aqui você terá questões de edições recentes do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) relacionadas ao conteúdo do capítulo. Devido aos objetivos específicos dessa avaliação, é possível que as questões apresentem especificidades não contempladas no material, assim como este, por sua vez, não objetiva ser preparatório para o ENEM. Para mais questões, visite o repositório de provas e gabaritos de edições anteriores clicando **aqui**.

Acesse o "Conexão ENEM" para impressão **neste link** ou pelo QR Code ao lado.

Material Extra

Portal da Matemática - OBMEP

O módulo “Progressão Aritmética” traz vídeos, caderno de exercícios e aplicativos, dentre outros, sobre os conteúdos tratados neste material estruturado. Para ter acesso, basta clicar AQUI ou fazer a leitura do *QR Code* (ao lado).

GeoGebra

O *software GeoGebra* oferece diversas atividades e simulações interativas sobre Progressões Aritméticas. Para ter acesso, basta clicar AQUI ou fazer a leitura do *QR Code* (ao lado).

Khan Academy

A “Unidade 1: Progressão aritmética (P.A.) traz vídeos e exercícios sobre o assunto. Para ter acesso, basta clicar AQUI ou fazer a leitura do *QR Code* (ao lado).

Referências

ADOBE. What is stop motion animation and how does it work?. Creative Cloud: Animation Discover. Disponível em: https://www.adobe.com/creativecloud/animation/discover/stop-motion-animation.html. Acesso em: 02 abr. 2026.

BONJORNO, J.R.; FUGITA, F.; GIOVANNI JÚNIOR, J. R. Por toda parte matemática: 2º ano: ensino médio: volume II. 1. ed. São Paulo: FTD, 2024.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Enem: Provas e Gabaritos. Disponível em: https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos. Acesso em: 08 abr. 2026.

DANTE, L. R.; VIANA, F. Do seu jeito: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias: volume I: Ensino médio. 1. ed. São Paulto: Ática, 2024.

EDITORA MODERNA (Org.). Moderna Superação! Matemática: volume I. 1. ed. São Paulo: Moderna, 2024.

ESPÍRITO SANTO. Secretaria de Estado da Educação. PAEBES 2025: Revista da Escola - Equipe Pedagógica: Matemática. v. 1. Juiz de Fora: Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Educação, CAEd, 2025. Disponível em: https://prototipos.caeddigital.net/arquivos/es/colecoes/2025/PAEBES_2025_RE_MT.pdf. Acesso em: 30 mar. 2026.

IEZZI, G.; DEGENSZAJN, D.; TAMARI, M.; PASMANIK, G. Identidade Saraiva: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias: volume 3: Ensino médio. 1. ed. São Paulo: Saraiva, 2024.

JENSEN, Christian Albrecht. Carl Friedrich Gauss. 1840. 1 original de arte, óleo sobre tela, 66 cm x 52 cm. Wikimedia Commons. Disponível em: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Carl_Friedrich_Gauss.jpg. Acesso em: 10 abr. 2026.

JOHNSON MUSEUM OF ART. Nature and Math: The Fibonacci Sequence. Disponível em: https://museum.cornell.edu/nature-and-math-the-fibonacci-sequence/. Acesso em: 30 mar. 2026.

NASA. Lunar Flyby. NASA Gallery, 2026. Disponível em: https://www.nasa.gov/gallery/lunar-flyby/. Acesso em: 09 abr. 2026.

O GLOBO. Quem lembra? Há 40 anos, o cometa Halley fazia sua última passagem pela Terra. Mundo: Clima e Ciência, 7 mar. 2026. Disponível em: https://oglobo.globo.com/mundo/clima-e-ciencia/noticia/2026/03/07/quem-lembra-ha-40-anos-o-cometa-halley-fazia-sua-ultima-passagem-pela-terra.ghtml. Acesso em: 02 abr. 2026.

PAIVA, M.; PAIVA, E.; PAIVA, B. Moderna plus matemática Paiva: 2º ano: ensino médio: volume II. 2. ed. São Paulo: Moderna, 2024.

SOUZA, J. R. de. 360º matemática: 2º ano: ensino médio: volume II. 1. ed. São Paulo: FTD, 2024.

Rotinas Pedagógicas Escolares

Matemática

GOVERNO DO ESTADO
DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

SEDU 2026

Gerência de Currículo
da Educação Básica

Capítulo 6: Equações Quadráticas

Detalhando o descritor

D087_M *Resolver problema envolvendo equação do 2º grau.*

O QUE É UMA EQUAÇÃO DO 2º GRAU?

No Espírito Santo, a equação do 2º grau está presente desde a logística dos nossos portos até o plantio de café e a extração de rochas ornamentais.

DEFINIÇÃO

Equação do 2° grau é toda equação que pode ser escrita na forma:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Essa é conhecida como **forma geral.**

Nela a, b e c são números reais chamados coeficientes e $a \neq 0$.
a: Coeficiente do termo quadrático (x^2).
b: Coeficiente do termo linear (x).
c: Termo independente (número "sozinho").

Vamos analisar a equação:

$$3x^2 - 5x + 2 = 0$$

Nesse exemplo, podemos identificar os coeficientes da seguinte forma:

- $a = 3:$ é o coeficiente do termo quadrático. Ele acompanha o x^2. Como $3 \neq 0$, confirmamos que esta é uma equação do segundo grau.
- $b = -5:$ é o coeficiente do termo linear. Ele acompanha o x. Atenção: o sinal de menos acompanha o número.
- $c = 2:$ é o termo independente, aquele que não possui incógnita (x) ao seu lado.

Por que o "a" não pode ser zero?

É importante explicar aos(às) estudante que, se o a fosse 0, o termo x^2 sumiria da equação. O que restaria seria $-5x + 2 = 0$, que é uma equação do 1º grau.

Prezado(a) Professor(a),

peça para os(as) estudantes identificarem os coeficientes em equações "bagunçadas", como $7 + x^2 - 3x = 0$, para que eles percebam que a posição não importa, mas sim quem acompanha cada letra.

EQUAÇÕES DO 2° GRAU INCOMPLETAS

Como vimos, o termo a não pode ser nulo ou zero, pois isso descaracterizaria a equação do 2° grau. Entretanto os termos b e c podem ser nulos deixando a equação incompleta. As equações incompletas são divididas em dois casos principais. Cada um exige um raciocínio lógico diferente que precede a álgebra.

Caso 1: sem o termo linear. $ax^2 + c = 0 \quad \rightarrow \quad (b = 0)$

Este caso ocorre quando o valor de b é zero. É o modelo clássico para problemas de área de figuras quadradas.

Exemplo de modelagem: O pátio da escola

Uma escola em Vitória deseja construir um pátio quadrado. A área total disponível para o pátio é de 144 m². Qual a medida do lado desse pátio?

Como o estudante deve pensar:

- Qual a equação da área? Sendo x o lado do quadrado, a área é $x \cdot x$, ou seja:
$$x^2 = 144.$$
- Qual a operação inversa? Para descobrir o valor de x, aplicamos a raiz quadrada em ambos os lados:
$$\sqrt{x^2} = \sqrt{144}$$
$$x = \pm 12$$
- Qual o resultado? $x = 12$. Cada lado do pátio mede 12 metros.

Uma observação importante:

Quando escrevemos uma equação do tipo $x^2 = 144$, estamos perguntando: “quais números, ao serem multiplicados por eles mesmos, resultam em 114?”

Existem dois caminhos que levam ao mesmo resultado:

- caminho positivo: $12 \cdot 12 = 114$
- caminho negativo: $(-12) \cdot (-12) = 114$

Como ambos os valores (12 e -12) são soluções verdadeiras para a equação, usamos o símbolo $\pm$ (mais ou menos) para indicar que existem duas raízes. Se colocássemos apenas a raiz positiva, estaríamos ignorando metade da resposta.

Por que em problemas de geometria ignoramos o "menos"?

Você deve ter notado que, ao calcular o lado de um terreno ou a idade de alguém (como no exemplo que fizemos antes), nós descartamos o valor negativo. Isso acontece porque, embora o número negativo seja uma solução matemática correta, ele não é uma solução física possível. Não existe um terreno com -12 metros de largura. Nesses casos, dizemos que a raiz negativa "não convém" ao contexto do problema.

Resumo: o $\pm$ não *nasce* da raiz quadrada em si, ele nasce da necessidade de encontrar todos os números que, elevados ao quadrado, chegam naquele valor.

Caso 2: sem o termo independente. $ax^2 + bx = 0 \quad \rightarrow \quad (c = 0)$

Este caso ocorre quando o valor de c é zero. Na prática, esses problemas sempre envolvem uma situação onde uma das soluções é o zero (o início de um movimento ou uma medida inexistente).

Exemplo de modelagem: O chute do goleiro

No Estádio Kleber Andrade (Cariacica, ES), um goleiro chuta a bola e sua altura h (em metros) varia com o tempo t (em segundos) de acordo com a equação:

$$h = -t^2 + 8t$$

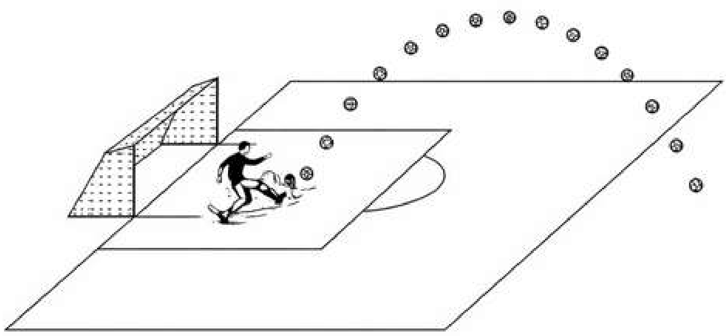
Após quanto tempo a bola toca o chão?

Como o(a) estudante deve pensar:

- Qual é a equação para quando a bola toca o chão? Para a bola estar no chão, a altura h deve ser 0. Logo: $0 = -t^2 + 8t \text{ ou } -t^2 + 8t = 0.$
- Como resolver? Usamos o fator comum. Colocamos o t em evidência:

$$t(-t + 8) = 0$$

- Quais são as respostas? Para um produto ser zero, um dos fatores deve ser zero. Ou $t = 0$ (momento do chute) ou $-t + 8 = 0$, o que nos dá $t = 8$. A bola toca o chão após 8 segundos.



Fonte: Imagem gerada pelo Gemini 3 Flash em 22/03/2026.

Quadro Comparativo de Resolução

Tipo de Equação	O que "falta"?	Método de Resolução Sugerido	Possibilidade de problema
$ax^2 + bx = 0$	O termo independente c.	Fator comum (evidência).	Em que momento o objeto volta ao ponto zero?
$ax^2 + c = 0$	O termo com x.	Isolamento e raiz quadrada.	Qual é o lado desta figura quadrada?

MÉTODOS DE RESOLUÇÃO

- **FÓRMULA DE BHÁSKARA (FÓRMULA QUADRÁTICA)**

Para resolução de problemas com equação do 2° grau *completa*, utilizaremos a Fórmula de Bháskara, por ser um método algorítmico seguro:

1. Cálculo do Discriminante (Δ) :

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Se $\Delta > 0$: a equação possui duas raízes reais e distintas ($x_1 \neq x_2$). No contexto do Descritor D087_M, isso geralmente significa dois momentos ou duas medidas diferentes (como a subida e a descida de um objeto).

Se $\Delta = 0$: a equação possui duas raízes reais e iguais ($x_1 = x_2$). Geometricamente, isso representa o ponto de tangência da parábola com o eixo x, como o ponto exato de altura máxima ou o toque suave no solo.

Se $\Delta < 0$: a equação não possui raízes reais. Em problemas contextualizados, isso indica que a situação proposta é fisicamente impossível (por exemplo, uma bola nunca atingir uma altura maior do que sua capacidade de impulso permite).

2. Calculo do valor de x :

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Prezado (a) Professor(a),

Você sabia que embora popular no Brasil, o termo "Fórmula de Bhaskara" é uma exclusividade *brasileira*? O nome Fórmula de Bháskara começou em 1909, com o professor Andre Perez y Marin, da Escola Estadual de Campinhas. A ideia geral do Método de Resolução já havia sido utilizada pelo matemático indiano Sridhara.

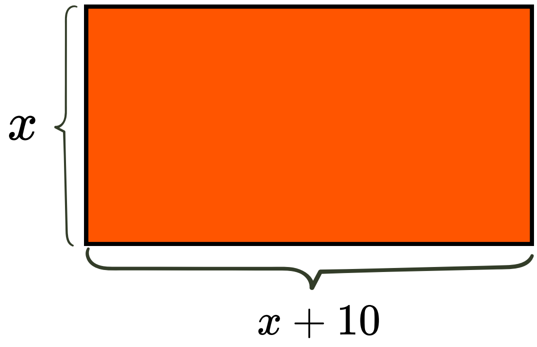
Bháskara

Exemplo Prático: Logística no Porto de Tubarão

Um engenheiro de logística precisa delimitar uma área retangular no pátio de estocagem de minério. Ele sabe que, para otimizar o espaço das esteiras, o comprimento dessa área deve ser 10 metros maior que a largura. Se a área total disponível é de 1 200 m², qual deve ser a largura (x)?

1°) Interpretando o problema:

- Largura: x.
- Comprimento: $x+10$ (10 metros maior que a largura).



2°) Modelando a equação:
Área é igual à Largura multiplicada pelo Comprimento.

$$L \cdot C = A$$
$$x \cdot (x+10) = 1200$$

3°) Resolvendo, temos:

$$x(x+10) = 1200 \quad \Rightarrow \quad x^2 + 10x - 1200 = 0$$

4°) Agora aplicamos a Fórmula de Bháskara,

$$a = 1$$
$$b = 10$$
$$c = -1200$$

$$\longrightarrow$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$
$$\Delta = 10^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1200)$$
$$\Delta = 4900$$

$$\downarrow$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$
$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{4900}}{2a}$$
$$x = \frac{-10 \pm 70}{2}$$

$x_1 = 30 \qquad x_2 = -40$ (Desconsideramos o negativo.)

Resposta: Largura deve ser 30 metros.

• O MÉTODO DE SOMA E PRODUTO NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

O método de **Soma e Produto** é como um "atalho mental". Em vez de usar a fórmula de Bháskara, que é infalível mas longa, nós tentamos adivinhar as raízes usando um par de charadas matemáticas.
Ele funciona melhor quando o coeficiente a (o número que acompanha o x^2) é igual a 1.

As duas regras de ouro

Imagine que as raízes da equação são dois números secretos, x_1 e x_2. O método diz que:

1. A Soma: se você somar os dois números $(x_1 + x_2)$, o resultado deve ser o valor de b com o sinal trocado $(-b)$.
2. O Produto: se você multiplicar os dois números $(x_1 \cdot x_2)$, o resultado deve ser exatamente o valor de c.

Dica importante: sempre comece pelo Produto. Existem infinitas combinações de números que somados dão um valor, mas poucas que multiplicados dão o mesmo resultado.

Exemplo:

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

Aqui, temos: $b = -7$ e $c = 10$.

Procura-se dois números que multiplicados dão 10 e somados dão 7 (lembre-se: trocamos o sinal do -7).

Pares cujo produto é 10	Soma desses números	Resultado
$1 \cdot 10$	$1 + 10 = 11$	Não é 7
$2 \cdot 5$	$2 + 5 = 7$	BINGO!

QUANDO USAR CADA MÉTODO?

Método	Quando usar	Vantagem
Bháskara	Quando $a \neq 1$ ou quando as raízes são quebradas (decimais) ou raízes quadradas não exatas.	É extremamente rápido.
Soma e Produto	Quando $a = 1$ e as raízes parecem ser números inteiros simples.	Funciona para **qualquer** equação do 2º grau.

Análise Pedagógica de um Item

Enunciado

(Adaptado de AMA 2ª Edição 2025) Os povos indígenas kadiwéu são famosos por seus vasos de cerâmica. Um dos indígenas desse povo comercializa esses vasos de cerâmica em sua loja e, durante um período de 3 dias, vendeu 150 vasos no total. No segundo dia, esse comerciante indígena vendeu o quadrado da quantidade vendida no primeiro dia e, no terceiro dia, ele vendeu quatro vezes mais vasos do que no primeiro dia. Observe, no quadro abaixo, uma equação polinomial do 2° grau que modela essas vendas da loja, em que x é a quantidade de vasos vendidos no primeiro dia.

$$\boxed{x + x^2 + 4x = 150}$$

← Suporte

De acordo com essa equação, quantos vasos de cerâmica esse comerciante indígena do povo kadiwéu vendeu no primeiro dia? ← Comando

Alternativas

A) 10. ← Gabarito
B) 15.
C) 30.
D) 50.
E) 100.

Distratores

- **Enunciado:** apresenta as informações necessárias à resolução do item. Engloba o suporte e o comando.

- **Suporte:** texto, imagem e/ou outros recursos que servem como base para a resolução do item. Nos itens de Língua Portuguesa, é obrigatória a presença de suporte.

- **Comando:** indica, de forma objetiva, a tarefa a ser realizada. Está diretamente relacionado à habilidade que o item deseja avaliar

- **Gabarito**: alternativa correta

- **Distratores:** alternativas incorretas, mas plausíveis. Os distratores devem corresponder a raciocínios possíveis.

Fonte: Revista da Escola - Equipe Pedagógica Matemática: PAEBES 2025 (CAEd UFJF)

O presente item propõe uma tarefa ancorada ao nível de desempenho proficiente/avançado. Diferente de itens de nível básico, que exigem apenas a substituição de valores em fórmulas prontas, esta questão busca verificar se o(a) estudante é capaz de interpretar uma situação-problema contextualizada em linguagem materna e validar a solução de uma equação do 2º grau completa, relacionando o resultado matemático às restrições práticas do enunciado. A complexidade aqui reside na necessidade de compreender que a variável x assume diferentes funções (linear e quadrática) dentro da mesma soma.

Espera-se que o estudante estruture a equação $x^2 + 5x - 150 = 0$ e utilize métodos como Bháskara ou Soma e Produto para encontrar as raízes 10 e -15. A proficiência é demonstrada ao identificar que apenas a raiz positiva (10) é válida para a contagem física de objetos.

Analisando os distratores podemos chegar a algumas conclusões que visem identificar as necessidades de aprendizagem de nossos estudantes.

- **Negligência de contexto (B)**: o(a) estudante resolve a álgebra, mas ignora o sentido físico ao usar o valor absoluto da solução negativa (-15).
- **Reducionismo aritmético (C e D)**: tentativa de resolver por divisão simples $(150 \div 5 \text{ ou } 150 \div 3)$, ignorando o crescimento quadrático.
- **Estimativa Arbitrária (E)**: chute intuitivo baseado no total (supondo que o valor maior seja um "número redondo" como 100), sem realizar o processamento algébrico.

Sugestões de Intervenção Pedagógica

Para estudantes nos níveis Abaixo do Básico e Básico, a transição do texto para a fórmula é o maior obstáculo.

- Tradução por etapas: peça aos(às) estudante para escreverem *português-matemático* antes de montar a equação. Exemplo: Dia 1 é x. Se o dia 2 é o quadrado, como escrevo? (x^2). E o dia 3? ($4x$).

- Uso do quadro: reforce que a equação já foi dada no quadro (conforme o enunciado original). O desafio aqui não é montar, mas sim resolver. Isso diminui a carga cognitiva do estudante que tem dificuldade em interpretação de texto, permitindo que ele foque na técnica de resolução (Bháskara).

- Verificação de significado: ao encontrar as duas raízes (10 e -15), questione a turma: Pode-se vender uma quantidade negativa de vasos? Isso ajuda a consolidar que, em problemas cotidianos, a matemática deve respeitar a realidade física.

- Conexão cultural: utilize o tema para comentar sobre a importância da cerâmica Kadiwéu no Mato Grosso do Sul e como a matemática está presente no controle de estoque de qualquer empreendedor, inclusive indígena.

Atividades

A seção de atividades apresenta diversas questões relacionadas aos descritores e habilidades estudados, sem limitar-se à estrutura de item utilizada em avaliações externas. Para mais atividades, acesse o **Portal de questões da SEDU**.

Este caderno de atividades está disponível para impressão **neste link** ou pelo QR Code ao lado.

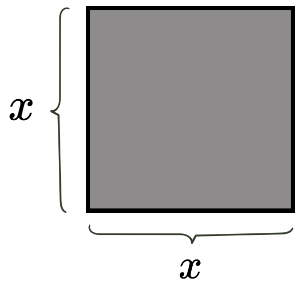
ATIVIDADE 1

Uma marmoraria recebeu uma encomenda para produzir uma chapa de granito quadrada. O cliente informou que a área total da chapa deve ser de 9 m². Considere x como a medida do lado dessa chapa.

a) Escreva a equação simplificada que representa a área dessa chapa em função de x.

b) Qual operação matemática deve ser aplicada em ambos os lados da igualdade para isolar a incógnita x?

c) Quais são as dimensões (comprimento e largura) dessa chapa?



RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 1

a) O(A) estudante deve identificar que a área de um quadrado é $med(lado) \times med(lado)$. Logo, $x^2 = 9$.

b) Espera-se que o(a) estudante identifique a Radiciação (raiz quadrada).

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{9}$$
$$x = \pm 3$$

c) Vamos considerar $x = 3$. Como é um quadrado, as dimensões são 3m x 3m.

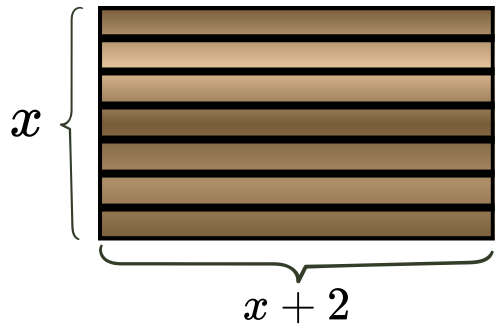
ATIVIDADE 2

Um hotel em Domingos Martins planeja um deck retangular no qual o comprimento é 2 metros maior que a largura (x). O engenheiro notou uma curiosidade: a área total desse deck , é numericamente igual a 12 vezes a medida da sua largura.

a) Escreva a equação que iguala a expressão da área ao valor de 12 vezes a largura .

b) Organize essa equação na forma geral $ax^2 + bx + c = 0$.

c) Utilizando o método de colocar o fator comum em evidência, determine o valor da largura x.



RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 2

a) O(a) estudante monta a igualdade: $\underbrace{(x+2) \cdot x}_{\text{Área do retângulo: base x altura}} = \underbrace{12x}_{\text{12 vezes a largura}}$

b) Desenvolvendo a propriedade distributiva da multiplicação:

$$(x + 2) \cdot x = 12x$$
$$x^2 + 2x = 12x$$

Transpondo os termos: $x^2 + 2x - 12x = 0 \rightarrow x^2 - 10x = 0.$

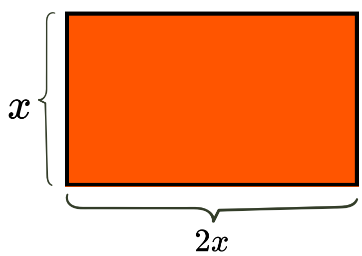
c) Fatorando:

$$x^2 - 10x = 0$$
$$x(x - 10) = 0.$$

As raízes são: $x = 0$ ou $x = 10$.
Como uma medida de largura não pode ser zero, a largura é 10 metros.

ATIVIDADE 3

Um terminal portuário utiliza contêineres cuja base retangular possui uma área total de 32 m². Sabe-se que, por padrão logístico, o comprimento dessa base é exatamente o dobro da sua largura. Considere x como a medida da largura.



a) Escreva a equação do 2º grau na forma geral ($ax^2 + bx + c = 0$) que representa a área dessa base.
b) Calcule o valor do discriminante (Δ) e utilize a fórmula de Bháskara para encontrar as raízes da equação.
c) Explique por que apenas uma das raízes encontradas pode ser utilizada como resposta para a largura do contêiner.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 3

a) O(a) estudante deve montar o produto das dimensões: $x \cdot (2x) = 32$.
Resultando na forma geral: $2x^2 + 0x - 32 = 0$.
Nota: Identificar que $b = 0$ é um passo importante para a organização no papel.

b) Aplicação dos cálculos:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$
$$\Delta = 0^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-32) = 256.$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$
$$x = \frac{-0 \pm \sqrt{256}}{2 \cdot 2}$$
$$x = \frac{\pm 16}{4}$$
$$x_1 = 4 \quad x_2 = -4$$

Raízes: {-4, 4}

c) O(a) estudante deve argumentar que x representa uma medida de comprimento. Na geometria euclidiana, não existem distâncias negativas. Portanto, a raiz -4 é descartada por não condizer com o contexto do problema.

ATIVIDADE 4

A prefeitura de um munícipio decidiu ampliar um dos quiosques de sua orla. O quiosque original é um quadrado de lado x. O projeto de expansão prevê aumentar o comprimento em 5 metros e a largura em 2 metros, transformando-o em um retângulo. Após a reforma, a área total do quiosque será de 70 m².

a) Escreva a equação do 2º grau na forma geral ($ax^2 + bx + c = 0$) que representa a nova área do quiosque.
b) Utilizando a Fórmula de Bháskara, determine o valor original do lado x do quiosque.
c) Qual era a área do quiosque antes da reforma?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 4

a) Para escrever a área quiosque na forma da equação do 2° grau $ax^2 + bx + c = 0$, precisamos determinar a fórmula para a área do retângulo, uma vez que o formato da praça mudou.
Lado original: x.
Novo comprimento: $(x+5)$.
Nova largura: $(x+2)$.
Equação da área: $(x+5)\cdot(x+2) = 70$.
Desenvolvimento:

$$x^2 + 2x + 5x + 10 = 70 \Rightarrow x^2 + 7x + 10 - 70 = 0$$

Assim encontramos a forma geral: $x^2 + 7x - 60 = 0$.

b) Para utilizar a fórmula de Bháskara, vamos calcular o valor do discriminante Δ e em seguida encontrar o valor de x.

Identificamos os coeficientes da equação:

$$\begin{aligned} a &= 1 \text{ (quem acompanha o } x^2\text{)} \\ b &= 7 \text{ (quem acompanha o } x\text{)} \\ c &= -60 \text{ (o termo independente)} \end{aligned} \quad \longrightarrow \quad \begin{aligned} \Delta &= b^2 - 4ac \\ \Delta &= 7^2 - 4\cdot 1\cdot(-60) \\ \Delta &= 49 + 240 \\ \Delta &= 289 \end{aligned}$$

Como o valor de Δ é positivo encontraremos x_1 e x_2:

$$\begin{aligned} x &= \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \\ x &= \frac{-7 \pm \sqrt{289}}{2\cdot 1} \\ x &= \frac{-7 \pm 17}{2} \\ x_1 &= \frac{-7+17}{2} \rightarrow x_1 = 5 \\ x_2 &= \frac{-7-17}{2} \rightarrow x_2 = -12 \end{aligned}$$

Como se trata de uma medida, o valor negativo não se aplica a esta situação. Portanto, o lado original era de 5 m.

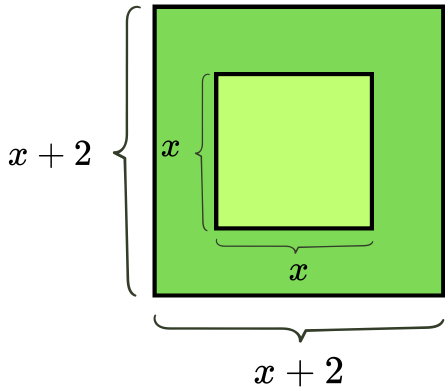
c) A medida do lado do quiosque era originalmete de 5 metros. Como se tratava de um quadrado aplicamos a fórmula: $A = l^2$.

$$A = 5^2 \quad \rightarrow \quad 25$$

Assim a área antiga era de 25 m.

ATIVIDADE 5

Na organização das barracas para uma festa municipal, foi utilizado um terreno quadrado de lado x. Para melhor acomodação, a prefeitura decidiu ampliar cada lado desse terreno em 2 metros, resultando uma nova área total de 100 m². Qual era a medida original do lado x?



RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 5

O terreno original era um quadrado de lado x. A prefeitura aumentou 2 metros de cada lado, o que significa que o novo lado do quadrado passou a ser $(x+2)$. A nova área é de 100 m². Portanto:

$$(x+2)\cdot(x+2)=100$$
$$(x+2)^2=100$$

Expandindo o produto notável:

$$x^2+4x+4=100$$

Para aplicar Soma e Produto, a equação deve estar igualada a zero:

$$ax^2+bx+c=0$$

$$x^2+4x+4-100=0$$
$$x^2+4x-96=0$$

Nesta equação, os coeficientes são $a=1,\ b=4,\ c=-96.$

Procuramos dois números (x_1 e x_2) que satisfaçam:

- Soma (S): deve ser o valor de b com o sinal trocado $-4.$
- Produto (P): deve ser o valor de $c=-96.$

Como o produto é negativo (-96), sabemos que os números têm sinais diferentes (um positivo e outro negativo). Como a soma é -4, o número negativo tem o "peso" maior.

Vamos testar pares que têm produto igual a 96 e verificar a diferença entre eles:

- $8\times12=96$. A diferença entre 12 e 8 é exatamente 4.
- Para a soma dar -4, precisamos que o número de maior valor absoluto seja o negativo: -12 e 8.

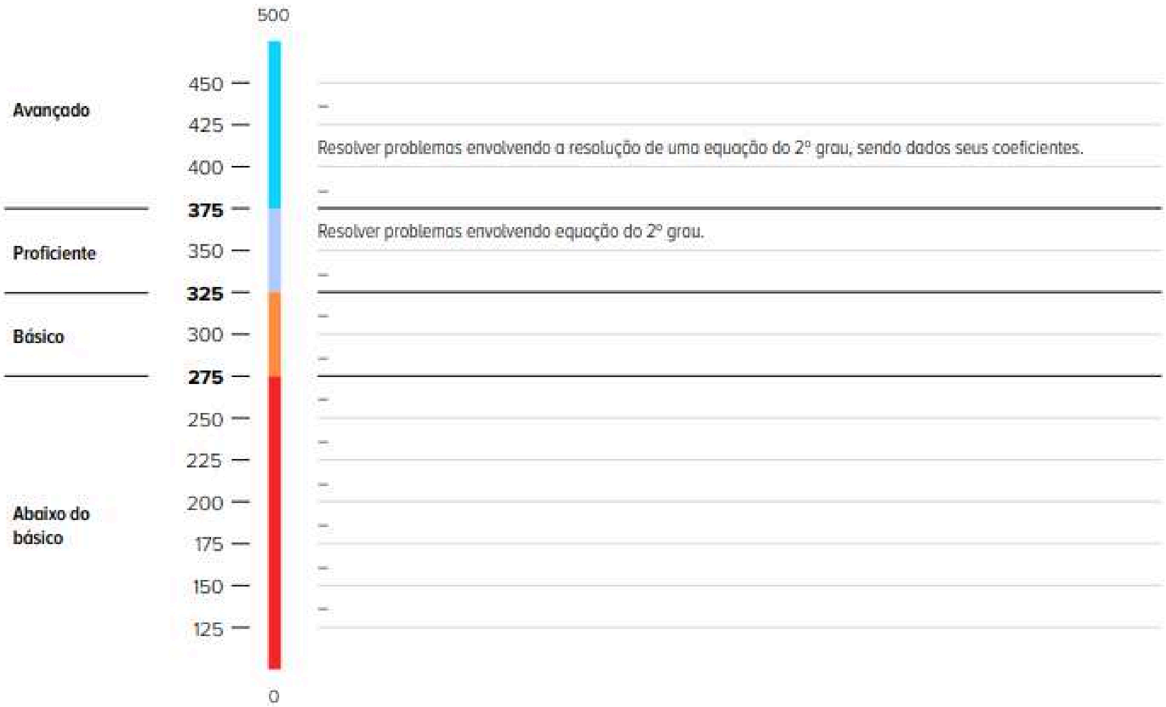
Como x representa a medida do lado de um terreno, o valor negativo -12 é descartado, pois não existem medidas de comprimento negativas.
Resposta: O valor original de x era 8 metros.

De olho no Paebes

Esta seção tem como objetivo exemplificar algumas variações possíveis entre itens referentes a um mesmo descritor em sua escala de proficiência. Portanto, ela não deve ser tratada como material preparatório único e suficiente para o Paebes, mas sim como um auxiliar ao trabalho pedagógico em sala de aula. Para mais itens, acesse o **Portal de questões da SEDU.**

O "De olho no Paebes" também está disponível em uma versão para impressão **neste link** ou no QR Code ao lado.

D087_M *Resolver problema envolvendo equação do 2º grau.*



ITEM 1 - Proficiente

(AMA - 2023 - 1ª ed. M019043) Caroline colocou bombons, em uma forma quadrangular, dispostos em fileiras verticais e horizontais, de forma que cada fileira possuía a mesma quantidade de bombons. Para descobrir quantos bombons foram feitos, ela realizou uma multiplicação entre a quantidade de bombons dispostos em uma das fileiras horizontais e a quantidade de bombons dispostos em umas das fileiras verticais, concluindo que foram produzidos 400 bombons.

Quantos bombons Caroline colocou em cada uma dessas fileiras?

A) 20.
B) 40.
C) 200.
D) 400.

Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Resolver problemas envolvendo equação do 2º grau".

Gabarito: A

ITEM 2 - Proficiente

(AMA - 2023 - 2ª ed. M019044) Bárbara comprou determinada quantidade de produtos de mesmo preço, de modo que o valor total da compra foi o de 24 reais. Ela observou que o preço, em reais, de cada unidade desses produtos equivale numericamente à quantidade de produtos que ela comprou, adicionado de duas unidades.

Qual é o preço, em reais, de cada unidade desses produtos que Bárbara comprou?

A) 6 reais.
B) 8 reais.
C) 12 reais.
D) 13 reais.

Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Resolver problemas envolvendo equação do 2º grau".

Gabarito: A

ITEM 3 - Proficiente

(AMA - 2023 - 2ª ed. M019071) Fabrício possui uma conta bancária que está com o saldo positivo. Ele observou que o produto do saldo de sua conta bancária pela diferença entre esse saldo e 6 resulta em 16 reais.

Qual é o saldo dessa conta bancária de Fabrício?

(A) 2 reais.
B) 8 reais.
C) 10 reais.
D) 11 reais.
E) 16 reais.

Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Resolver problemas envolvendo equação do 2º grau".

Gabarito: B

ITEM 4 - Proficiente

(AMA - 2024 - 2ª ed. M00075248) Um pesquisador fez um estudo sobre a quantidade média de horas diárias em que os usuários de uma rede social ficam logados em suas contas. Ele verificou que o quadrado dessa quantidade, quando somado 4 vezes a essa mesma quantidade, resulta em 60 horas.

De acordo com essas informações, qual é a quantidade média de horas diárias em que os usuários dessa rede social ficam logados em suas contas?

Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Resolver problemas envolvendo equação do 2º grau".

A) 3 horas.
B) 6 horas.
C) 10 horas.
D) 12 horas.
E) 60 horas.

Gabarito: B

ITEM 5 - Avançado

(AMA - 2025 - 2ª ed. M00139303) A equipe de um podcast sobre cultura negra gravou um episódio sobre resgate da ancestralidade e esperava atingir certo número de reproduções na primeira hora de sua postagem. Na primeira hora, o episódio obteve quatro vezes o quadrado desse número esperado de reproduções e, na segunda hora, obteve cem vezes esse número. Como a quantidade de reproduções foi igual na primeira e na segunda hora, a equação polinomial de 2º grau $4x^2 - 100x = 0$ modela essa situação, em que x é o número de reproduções esperado pela equipe do podcast, sendo $x > 0$.

De acordo com essa equação, qual foi esse número de reproduções esperado pela equipe do podcast?

Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Resolver problemas envolvendo a resolução de uma equação do 2º grau, sendo dados seus coeficientes".

A) 5.
B) 25.
C) 96.
D) 100.
E) 10 000.

Gabarito: B

Conexão ENEM

Aqui você terá questões de edições recentes do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) relacionadas ao conteúdo do capítulo. Devido aos objetivos específicos dessa avaliação, é possível que as questões apresentem especificidades não contempladas no material, assim como este, por sua vez, não objetiva ser preparatório para o ENEM. Para mais questões, visite o repositório de provas e gabaritos de edições anteriores clicando **aqui**.

Acesse o "Conexão ENEM" para impressão **neste link** ou pelo QR Code ao lado.

Material Extra

Portal da Matemática - OBMEP

O módulo "Equação do 2° grau: Resultados Básicos" traz vídeos e materiais sobre os conteúdos tratados neste material estruturado. Para ter acesso, basta clicar aqui ou via QR-Code (ao lado).

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Brasília: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/

ESPÍRITO SANTO. Secretaria de Estado da Educação (SEDU). Currículo do Espírito Santo: Ensino Médio. Vitória: SEDU, 2020.

Guia de Apropriação de Resultados do PAEBES: Matriz de Referência de Matemática. Vitória: SEDU/CAEd, 2023. (Foco no Descritor D087: Resolver problemas que envolvam equações do 2º grau).

DANTE, Luiz Roberto. Didática da Resolução de Problemas de Matemática. 1. ed. São Paulo: Ática, 2010. (Obra fundamental para a modelagem de problemas contextualizados).

IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. Fundamentos de Matemática Elementar, v. 1: Conjuntos e Funções. 9. ed. São Paulo: Atual, 2013. (Referência para o rigor técnico das equações do 2º grau).

POLYA, George. A Arte de Resolver Problemas: Um novo aspecto do método matemático. Rio de Janeiro: Interciência, 2006. (Base teórica para as etapas de interpretação e validação de resultados).

GOVERNO DO ESTADO DO ESPÍRITO SANTO. Portal de Turismo do Espírito Santo. Disponível em: https://setur.es.gov.br/. (Referência para os dados geográficos e culturais usados nas questões de São Gabriel da Palha, Jaguaré e Vitória).

Fórmula de Bhaskara é coisa de brasileiro? Disponível em: https://exame.com/ciencia/formula-de-bhaskara-e-coisa-de-brasileiro-no-resto-do-mundo-equacao-tem-outro-nome-descubra/

A temida ‘fórmula de Bhaskara’ só é ensinada no Brasil? Disponível em: https://g1.globo.com/educacao/noticia/2025/08/19/entenda-se-a-temida-formula-de-bhaskara-so-e-ensinada-no-brasil.ghtml

Detalhando o descritor

D076_M *Corresponder um polinômio fatorado por meio de polinômios de 1º grau às suas raízes.*

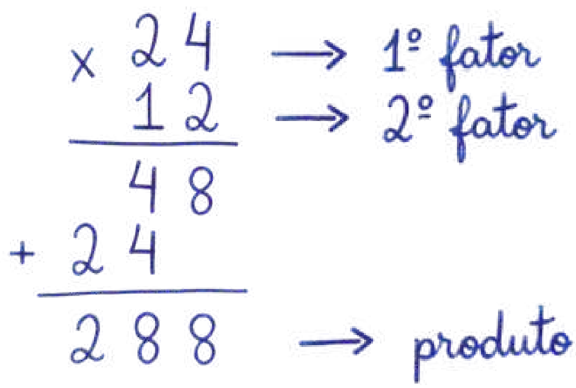
POLINÔMIOS FATORADOS E SUAS RAÍZES

Este descritor avalia a capacidade do(a) estudante de reconhecer as raízes de um polinômio a partir de sua forma fatorada. Sugere-se, além dessa forma, explorar também exemplos na forma expandida, a fim de consolidar esse entendimento. Antes de entrarmos nesse assunto, faremos uma revisão.

FATOR E PRODUTO

Fator é cada número que está sendo multiplicado numa conta. Como exemplo, a conta 24 x 12 = 288, tem como fatores o 24 e o 12.

Produto é o resultado da multiplicação. No exemplo, o produto é 288. Temos, portanto:

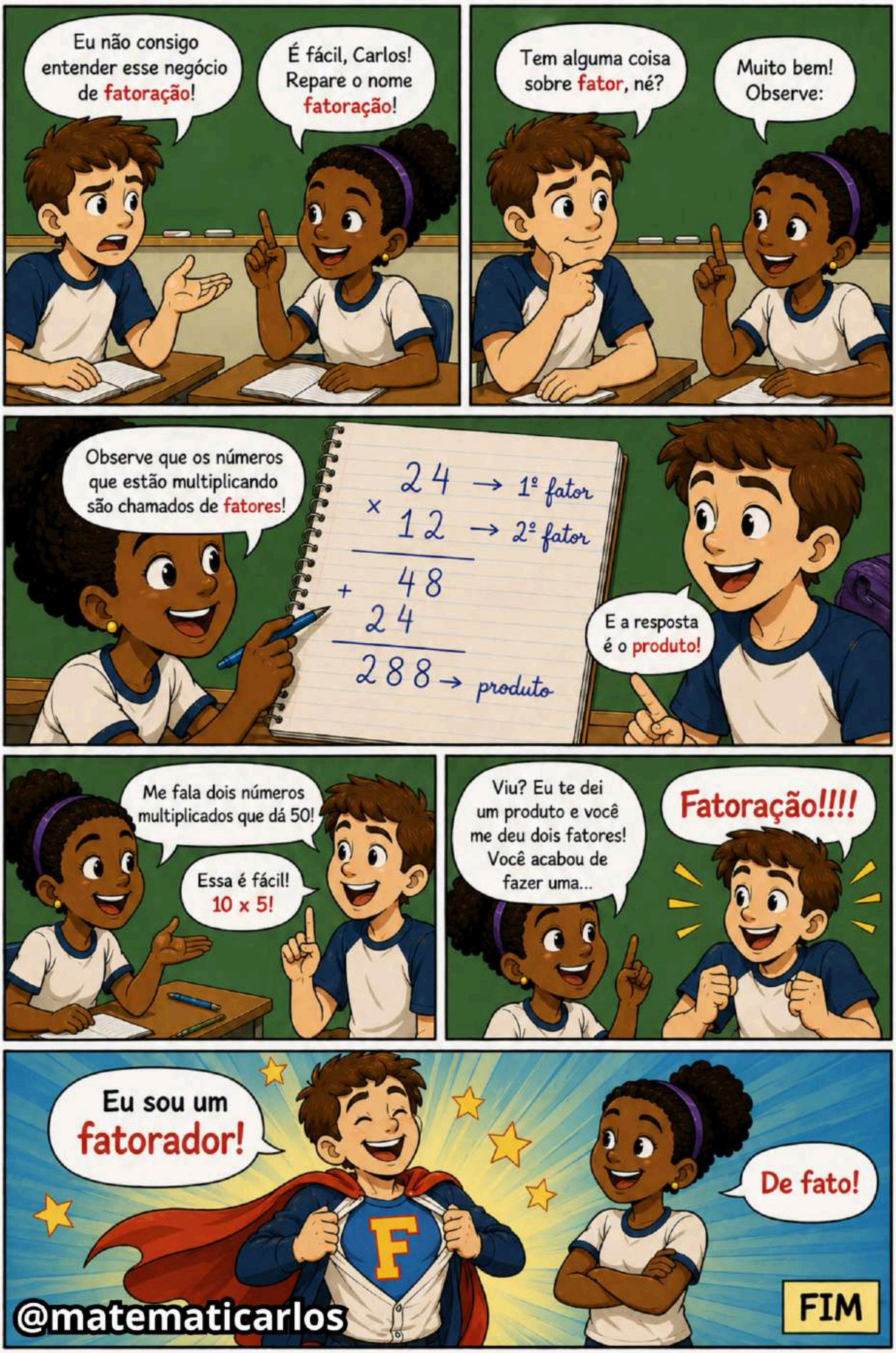


FATORAÇÃO DE NÚMEROS NATURAIS

Um número natural pode ser decomposto em um produto de dois ou mais fatores. Esse procedimento é chamado de **fatoração**.

Podemos fatorar um número natural de várias maneiras. Observe alguns exemplos de fatoração do número 288.

- $288 = 24 \times 12$
- $288 = 48 \times 6$
- $288 = 4 \times 8 \times 9$


Eu não consigo entender esse negócio de fatoração!
É fácil, Carlos! Repare o nome fatoração!
Tem alguma coisa sobre fator, né?
Muito bem! Observe:
Observe que os números que estão multiplicando são chamados de fatores!
24 → 1º fator
× 12 → 2º fator
48
+ 24
288 → produto
E a resposta é o produto!
Me fala dois números multiplicados que dá 50!
Essa é fácil! 10 x 5!
Viu? Eu te dei um produto e você me deu dois fatores! Você acabou de fazer uma...
Fatoração!!!!
Eu sou um fatorador!
F
De fato!
@matematicarlos
FIM

POLINÔMIOS

Polinômio é toda expressão algébrica formada por monômios, ligados por operações de adição ou subtração, em que as variáveis possuem expoentes inteiros não negativos.

Os polinômios de um só termo são chamados monômios, os de dois termos, binômios, e os de três termos, trinômios. Os polinômios com mais de três termos não recebem denominação específica quanto ao número de termos.

Exemplos de polinômios:

- $2a^2$
- $4x + 2y$
- $a^2 + 2ab + b^2$

Não são polinômios:

- $x^{-2} + 3$ (expoente negativo)
- $x^{1/2}$ (expoente fracionário)
- $\frac{1}{x}$ (variável no denominador)

FATORAÇÃO DE POLINÔMIOS PELA COLOCAÇÃO DE UM FATOR COMUM EM EVIDÊNCIA

Assim como os números naturais, alguns polinômios podem ser fatorados. Fatorar um polinômio significa escrevê-lo como produto de polinômios mais simples.
Denominamos **fatoração algébrica** a fatoração de polinômios.

$$\underbrace{\boxed{ac + bc}}_{\text{polinômio}} = \underbrace{\boxed{c \cdot (a+b)}}_{\text{produto de polinômios}}$$

A expressão $c \cdot (a + b)$ é a **forma fatorada** do polinômio $ac + bc$.

Exemplo: $2x + 2y = 2 \cdot (x + y)$.

Essa fatoração é chamada de **fatoração pela colocação de um fator comum em evidência**.
Nessa fatoração, notamos que o polinômio $2x + 2y$ tem o 2 como fator comum a todos os termos do polinômio e ele foi colocado em evidência.
Quando todos os termos de um polinômio têm um fator comum, podemos colocá-lo em evidência. A forma fatorada é o produto do fator comum pelo polinômio que se obtém dividindo-se cada termo do polinômio dado pelo fator comum.

Considere agora a seguinte expressão: $a^2 + ab = a \cdot (a + b)$.

Notamos que *a* é um fator que aparece em todos os termos do polinômio e foi colocado, como fator comum, em evidência.

FATORAÇÃO DE POLINÔMIOS POR AGRUPAMENTO

Observe como podemos escrever algebricamente, na forma fatorada, o polinômio $ax + bx + ay + by$:

- Agrupamos os termos que possuem fator comum: $x(a + b) + y(a + b)$.

- Em cada grupo colocamos os fatores comuns em evidência: $(a + b)(x + y)$.

FATORAÇÃO DA DIFERENÇA DE DOIS QUADRADOS

O polinômio $x^2 - 36$ representa uma diferença de dois quadrados. Observe que 36 pode ser representado por 6^2.

Podemos escrever o polinômio $x^2 - 36$ como $x^2 - 6^2 = (x + 6)(x - 6)$, conforme você estudou em produtos notáveis.

Portanto, $(x + 6)(x - 6)$ é a forma fatorada de $x^2 - 36$.

FATORAÇÃO DO TRINÔMIO QUADRADO PERFEITO

- Quadrado da soma de dois termos

Observe a figura (I) abaixo.

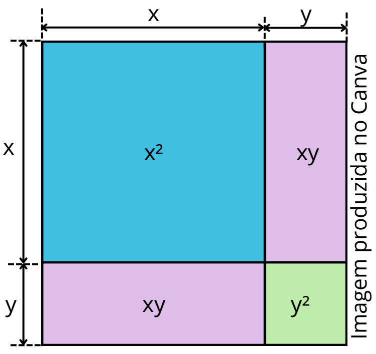


Figura (I)

Essa figura representa um quadrado cujo lado mede $(x + y)$ unidades de comprimento e cuja área pode ser escrita de duas maneiras:

Pela área do quadrado maior:	Pela soma das partes:
$(x + y) \cdot (x + y) = (x + y)^2$	$x^2 + xy + xy + y^2 = x^2 + 2xy + y^2$

Como as duas maneiras de escrita representam a mesma área, podemos concluir:

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

Sistematizando:

O quadrado da soma de dois termos é igual ao quadrado do 1º termo mais o dobro do produto do 1º termo pelo 2º termo mais o quadrado do 2º termo.

- Quadrado da diferença de dois termos

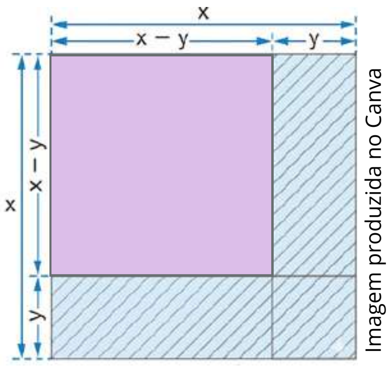


Figura (II)

Considerando a figura (II), vamos representar a área do quadrado, destacada em lilás, de duas maneiras:

Pelo cálculo a partir das medidas dos lados do quadrado:

$$(x-y)\cdot(x-y)=(x-y)^2$$

Subtraindo do quadrado maior as partes hachuradas:

$$x^2-y(x-y)-y(x-y)-y^2=$$
$$=x^2-2y(x-y)-y^2=$$
$$=x^2-2xy+2y^2-y^2=$$
$$=x^2-2xy+y^2$$

Como as duas maneiras de escrita representam a mesma área, podemos concluir:

$$(x-y)^2=x^2-2xy+y^2$$

Sistematizando:

O quadrado da diferença de dois termos é igual ao quadrado do 1º termo menos o dobro do produto do 1º termo pelo 2º termo mais o quadrado do 2º termo.

Os polinômios $x^2+2xy+y^2$ e $x^2-2xy+y^2$ são chamados trinômios quadrados perfeitos. Trinômios, porque possuem três termos; quadrados perfeitos, porque o primeiro representa o quadrado de $(x+y)$, e o segundo representa o quadrado de $(x-y)$.

Nem todo trinômio é um quadrado perfeito. Por isso, é importante saber identificar quando um trinômio possui essa característica.

Um trinômio será chamado de trinômio quadrado perfeito quando puder ser obtido pelo quadrado da soma ou da diferença de dois termos.

Considere as seguintes situações:

$$x^2+8xy+16y^2.$$

- x^2 é o quadrado de x.
- $16y^2$ é o quadrado de $4y$.

Ao multiplicarmos o produto de x e $4y$ por 2, o produto desses dois termos deverá ser o resultado igual ao termo restante.
De fato, $x\cdot 4y=4xy$, que multiplicado por 2 resulta em $8xy$, que é exatamente o termo restante (termo do meio). Portanto, $x^2+8xy+16y^2$ é um trinômio quadrado perfeito.

Agora, considere o trinômio $16x^2 - 24x + 25.$

- Observe que $16x^2$ é o quadrado de $4x$.
- 25 é o quadrado de 5.

O produto de $4x$ e 5 é $20x$, que multiplicado por 2 resulta em $40x$, diferente do termo restante deste exemplo, que é $-24x.$
Portanto, $16x^2 - 24x + 25$ não é um trinômio quadrado perfeito.

EQUAÇÕES POLINOMIAIS E SUAS RAÍZES

Vimos que um polinômio é uma expressão algébrica formada por números e variáveis associadas por operações de adição, subtração e multiplicação, em que os expoentes das variáveis são números inteiros não negativos, como por exemplo, $x^2 - 5x + 6$.

Nesse caso, temos apenas uma expressão algébrica. Não existe sinal de igualdade relacionando essa expressão a outro valor.

Já uma **equação polinomial** é obtida quando um polinômio é igualado a zero, do tipo (Px) = 0, onde P(x) é um polinômio. Essas equações envolvem uma incógnita (x) elevada a expoentes inteiros e não negativos, podendo ser escritas na forma geral:

$$a_n x^n + ... + a_1 x + a_0 = 0, \text{ com } a_n \neq 0.$$

Observe que agora temos uma igualdade. O objetivo passa a ser descobrir quais valores de x tornam essa igualdade verdadeira.

Esses valores recebem o nome de **raízes da equação polinomial**.

As raízes de uma equação são valores que, ao serem substituídos nos lugares ocupados pela incógnita, tornam a igualdade verdadeira. Em outras palavras, as raízes são as soluções da equação.

USANDO A FATORAÇÃO PARA RESOLVER EQUAÇÕES POLINOMIAIS

Existe uma importante propriedade válida para os números reais. Em um produto nulo, pelo menos um dos fatores é igual a zero. Por exemplo:

Se $x \cdot y = 0$, então $x = 0$ ou $y = 0.$

Ao considerar essa propriedade e usando os casos de fatoração, podemos resolver algumas equações.

Observe:

Quais são as raízes da equação polinomial $x^2 + 7x = 0$?

Lembre que as raízes de uma equação polinomial são os valores que tornam a sentença verdadeira, ou seja, são a solução da equação.

Fatorando $x^2 + 7x = 0$, obtemos $x \cdot (x + 7) = 0$, colocando o fator x em evidência.

$$x\,(x+7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ ou \\ x + 7 = 0 \therefore x = -7 \end{cases}$$

De fato, as duas raízes são 0 e -7. É possível verificar isso substituindo esses valores na equação e obtendo uma igualdade verdadeira.

Neste outro exemplo, encontraremos as raízes da equação polinomial $x^2 + 20x = 0$.

Fatorando $x^2 + 20x = 0$, obtemos $x \cdot (x + 20) = 0$, colocando o fator x em evidência.

$$x\,(x+20) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ ou \\ x + 20 = 0 \therefore x = -20 \end{cases}$$

Portanto, as raízes da equação polinomial $x^2 + 20x = 0$ são 0 e -20.

FATORAÇÃO DE EQUAÇÕES POLINOMIAIS DO 2º GRAU COMPLETAS

Podemos usar a fatoração para determinar as raízes de equações polinomiais. Nesta seção, trataremos das equações polinomiais do 2º grau completas (aquelas em que $a \neq 0$, $b \neq 0$ e $c \neq 0$).

- Trinômio quadrado perfeito

Quando a equação quadrática é um trinômio quadrado perfeito, podemos usar a fatoração, obtendo o quadrado da soma ou o quadrado da diferença, o que facilita a determinação das raízes. Veja alguns exemplos na página a seguir.

Prezado(a) Professor(a),
O(A) estudante precisa treinar seu olhar para identificar se um polinômio é um trinômio quadrado perfeito. Ao expor exemplos com esse tipo de polinômio, explicite o padrão para que eles(as) identifiquem o trinômio quadrado perfeito e possam escrever o quadrado da soma ou da diferença correspondente.

a) $x^2 + 10x + 25 = 0$

$$x^2 + 10x + 25 = 0$$

quadrado de x

dobro de x vezes 5

quadrado de 5

$$x^2 + 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2 = 0$$

$$(x+5)^2 = 0$$

$$\underbrace{(x+5) \cdot (x+5)}_{\text{ou}} = 0$$

Lembre-se: quando um produto é nulo, pelo menos um dos fatores é nulo.

$$(x+5) = 0 \qquad (x+5) = 0$$

$$x = -5 \qquad x = -5$$

Nesse caso, obtemos duas raízes iguais.

b) $4x^2 - 12x + 9 = 0$

$$4x^2 - 12x + 9 = 0$$

quadrado de 2x

dobro de 2x vezes 3

quadrado de 3

$$(2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2 = 0$$

$$(2x-3)^2 = 0$$

$$\underbrace{(2x-3) \cdot (2x-3)}_{\text{ou}} = 0$$

$$(2x-3) = 0 \qquad (2x-3) = 0$$

$$2x = 3 \qquad 2x = 3$$

$$x = \frac{3}{2} \qquad x = \frac{3}{2}$$

Nesse caso, também obtemos duas raízes iguais.

- Equações do 2º grau completas em que Δ é quadrado perfeito.

Quando a equação quadrática tem raízes racionais (ou seja, Δ é quadrado perfeito), é possível utilizar o método da cruzadinha para fatorar o polinômio do 2º grau.

O método da cruzadinha consiste em encontrar produtos que resultem nos coeficientes a e c, de tal forma que a soma dos produtos cruzados desses fatores resulte no coeficiente b.

A melhor forma de entender como o método funciona é a partir de exemplos e muita prática. Acompanhe os exemplos a seguir:

Prezado(a) Professor(a),

Nesse material, não abordamos a fórmula quadrática (fórmula de Bháskara) e nem o cálculo de delta (tratados no material do descritor D087_M Resolver problema envolvendo equação do 2º grau.).

Colocamos aqui a condição para o uso do método da cruzadinha, mas provavelmente os(as) estudantes não irão fazer essa verificação antes da tentar usar o método. Nos casos em que delta não é quadrado perfeito, os(as) estudantes não conseguirão encontrar produtos que satisfaçam as condições do método da cruzadinha.

a) $x^2+7x+12=0$

$$x^2+7x+12=0$$

$$1x^2+7x+12=0$$

Precisamos encontrar um produto de dois fatores inteiros que resulte em +1.

Vamos tentar $(+1)\cdot(+1)$

Precisamos encontrar um produto de dois fatores inteiros que resulte em +12.

Vamos tentar $(+3)\cdot(+4)$

Na sequência, vamos escrever cada produto abaixo do seu respectivo coeficiente e verificar os produtos cruzados que obtemos.

$$1x^2+7x+12=0$$

$$\begin{array}{cc} (+1) & (+3) \\ \times & \times \\ (+1) & (+4) \end{array}$$

$$1x^2+7x+12=0$$

$$\begin{array}{cc} (+1) & (+3) \\ \times & \times \\ (+1) & (+4) \end{array}$$

Um dos produtos cruzados é $(+1)\cdot(+4)=(+4)$ e o outro é $(+1)\cdot(+3)=(+3)$

Temos que verificar se a soma dos produtos cruzados resulta exatamente no coeficiente b .

Caso não resulte, podemos configurar os produtos que resultam em a e c em outra posição ou mesmo trocar os produtos escolhidos para esses coeficientes.

Verificando: $(+4)+(+3)=(+7)$

coeficiente b

Como a soma dos produtos cruzados é igual ao coeficiente b , podemos proceder para a parte final, escrevendo os dois fatores de primeiro grau da fatoração. Esses fatores serão compostos pelos números da cruzadinha, considerados em duas linhas. Veja:

$$1x^2+7x+12=0$$

$$\begin{array}{ccccc} (+1) & & (+3) & \longrightarrow & (+1x+3) \\ \times & & \times & & \\ (+1) & & (+4) & \longrightarrow & (+1x+4) \end{array}$$

Por fim, escrevemos a forma fatorada e finalizamos a resolução da equação, determinando as raízes.

$$x^2+7x+12=0$$

$$\underbrace{(x+3)\cdot(x+4)}=0$$

Lembre: quando um produto é nulo, pelo menos um dos fatores é nulo.

ou

$$(x+3)=0 \qquad (x+4)=0$$

$$x=-3 \qquad x=-4$$

As raízes dessa equação são -3 e -4.

b) $2x^2+x-15=0$

$$2x^2+x-15=0$$

$$\begin{array}{ccc} (+1) & & (+3) \\ \times & & \times \\ (+2) & & (-5) \end{array}$$

$$2x^2+x-15=0$$

$$\begin{array}{ccc} (+1) & & (+3) \\ \times & & \times \\ (+2) & & (-5) \end{array}$$

$$2x^2 + x - 15 = 0$$

$$\begin{array}{cc} (+1) & (+3) \\ \times & \times \\ (+2) & (-5) \end{array}$$

Verificando: $(-5) + (+6) = (+1)$

coeficiente b

$$2x^2 + x - 15 = 0$$

$$\begin{array}{ccc} (+1) & (+3) & \longrightarrow (+1x + 3) \\ \times & \times & \\ (+2) & (-5) & \longrightarrow (+2x - 5) \end{array}$$

Por fim, escrevemos a forma fatorada e finalizamos a resolução da equação, determinando as raízes.

$$2x^2 + x - 15 = 0$$

$$\underbrace{(x+3) \cdot (2x-5)}_{\text{ou}} = 0$$

Lembre: quando um produto é nulo, pelo menos um dos fatores é nulo.

$$(x+3) = 0 \qquad (2x-5) = 0$$

$$x = -3 \qquad x = \frac{5}{2}$$

As raízes dessa equação são -3 e $\dfrac{5}{2}$.

c) $4x^2 - 24x + 35 = 0$

$$4x^2 - 24x + 35 = 0$$

$$\begin{array}{cc} (+2) & (-5) \\ \times & \times \\ (+2) & (-7) \end{array}$$

$$4x^2 - 24x + 35 = 0$$

$$\begin{array}{cc} (+2) & (-5) \\ \times & \times \\ (+2) & (-7) \end{array}$$

Verificando: $(-14) + (-10) = (-24)$

coeficiente b

$$4x^2 - 24x + 35 = 0$$

$$\begin{array}{ccccc} (+2) & & (-5) & \longrightarrow & (+2x - 5) \\ \times & & \times & & \\ (+2) & & (-7) & \longrightarrow & (+2x - 7) \end{array}$$

Por fim, escrevemos a forma fatorada e finalizamos a resolução da equação, determinando as raízes.

$$4x^2 - 24x + 35 = 0$$

$$\underbrace{(2x-5)\cdot(2x-7)=0}_{\text{ou}}$$

Lembre: quando um produto é nulo, pelo menos um dos fatores é nulo.

$$(2x - 5) = 0 \qquad\qquad (2x - 7) = 0$$

$$x = \frac{5}{2} \qquad\qquad x = \frac{7}{2}$$

As raízes dessa equação são $\frac{5}{2}$ e $\frac{7}{2}$.

Para que os(as) estudantes consigam utilizar o método da cruzadinha com mais facilidade, é necessário praticar com exercícios. Nesse sentido, o *link* ou QR Code a seguir direcionam para um material com exercícios que propõem a definição de raízes de equações quadráticas a partir da fatoração com o método da cruzadinha.

POLINÔMIOS FATORADOS E SUAS RAÍZES

Nas seções anteriores, vimos como determinar as raízes de uma equação por meio da fatoração algébrica.

Em alguns casos, não há necessidade de realizar a fatoração porque o polinômio é apresentado na forma fatorada. Veja um exemplo:

1) Considere o polinômio $P(x) = x \cdot (x - 5)$. Calcule suas raízes.

Resolução:

$$x\,(x-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ ou \\ x - 5 = 0 \therefore x = 5 \end{cases}$$

Portanto, as raízes são 0 e 5.

2) As raízes do polinômio $P(x) = (x-3) \cdot (x+5)$ são:
A) 3 e 5
B) -3 e -5
C) 3 e -5
D) -3 e 5

Resolução:

$$(x-3)\,(x+5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-3=0 \therefore x=3 \\ \quad ou \\ x+5=0 \therefore x=-5 \end{cases}$$

Portanto, as raízes são 3 e -5, ou seja, opção C.

3) As raízes do polinômio $P(x) = (x-1)(x-6)(x+3)$ são:
Para encontrar as raízes, igualamos **<u>cada fator a zero</u>** e resolvemos as equações,

$$(x-1)\,(x-6)\,(x+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \therefore x=1 \\ \quad ou \\ x-6=0 \therefore x=6 \\ \quad ou \\ x+3=0 \therefore x=-3 \end{cases}$$

Portanto, as raízes são 1, 6 e -3

Prezado(a) Professor(a),

Neste momento da aprendizagem, espera-se que o(a) estudante seja capaz de identificar as raízes de um polinômio a partir de sua forma fatorada, estabelecendo a relação entre os fatores de 1º grau e as soluções da equação associada. É fundamental reforçar que cada fator do tipo (x - a) corresponde diretamente a uma raiz x = *a*, com base na propriedade do produto nulo.

No entanto, faz-se necessário que o(a) estudante, ao se deparar com situações em que os polinômios não estejam fatorados, saiba como fatorá-los.

Apontando a câmera do celular ao QR CODE ao lado ou clicando no <u>link</u>, é possível acessar uma aula de revisão de fatoração algébrica.

REPRESENTAÇÃO DE UM POLINÔMIO A PARTIR DAS RAÍZES

Há casos em que, em vez de calcular as raízes a partir do polinômio, determinamos o polinômio a partir do conhecimento de suas raízes. Para isso, utilizamos a relação entre raízes e fatores.

Regra fundamental:
Se um número *a* é raiz de um polinômio, então o fator correspondente é $(x - a)$.

Exemplo 1: Se as raízes de um polinômio são $x = 2$ e $x = 3$, os fatores são $(x - 2)$ e $(x + 3)$.

Assim, o polinômio é $P(x) = (x - 2)(x + 3)$.

Exemplo 2: Se as raízes de um polinômio são $x = 0$ e $x = 5$, os fatores são (x) e $(x - 5)$.

Assim, o polinômio é $P(x) = x(x - 5)$.

Exemplo 3: Se as raízes são $x = 1, x = -2, x = 4$, os fatores são $(x - 1), (x + 2)$ e $(x - 4)$.

Assim, o polinômio é $P(x) = (x - 1)(x + 2)(x - 4)$.

Assim, para construir um polinômio a partir de suas raízes, basta determinar os fatores correspondentes e multiplicá-los.

RAIZ NULA

Dado um polinômio P(x), dizemos que ele possui raiz nula quando o número zero é uma de suas raízes, isto é, quando: P(0) = 0.

Isso ocorre, por exemplo, em uma equação do 2º grau incompleta em c ($c = 0$). Ela terá uma de suas raízes igual a zero. Veja um exemplo:

$2x^2 + 4x = 0$ em que $a = 2, b = 4$ e $c = 0$

Observe essa equação fatorada:

$$2x^2 + 4x = 0 \Rightarrow 2x\,(x + 2) = 0$$

Temos dois fatores em um produto nulo. Assim, $2x = 0$ ou $(x + 2) = 0$.

$$2x = 0 \Rightarrow x = 0 \qquad x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$$

Pela regra, como $x = 0$ é uma das raízes, então $(x - 0)$ é um dos fatores na forma fatorada do polinômio.

De fato, podemos escrever uma forma fatorada que explicita o fator $(x - 0)$ a partir da equação original.

$$2x^2 + 4x = 0 \Rightarrow 2\,(x - 0)\,(x + 2) = 0$$

Comparando as duas formas fatoradas (a apresentada no início do exemplo e essa que explicita $(x - 0)$):

$$2x^2 + 4x = 0 \begin{cases} \nearrow\; 2x\,(x + 2) = 0 \\ \searrow\; 2\,(x - 0)\,(x + 2) = 0 \end{cases}$$

Podemos perceber que o fator x é equivalente ao fator $(x - 0)$. Dessa forma podemos sistematizar:

Quando x é um dos fatores presentes na forma fatorada de um polinômio, ele indica que há uma raiz nula.

Lembre que uma equação do 2º grau incompleta em b e c, ou seja, com b e c igual a zero, terá apenas raízes nulas.
Exemplos:

- $2x^2 = 0$
- $-4x^2 = 0$

Atenção:

Não confunda $2x(x + 2)$ com $2(x + 2)$.
No segundo caso, o fator em evidência **não** tem x. Chamamos de constante e constantes **não** alteram as raízes.
Observe que não faz sentido dizer que 2 = 0.
Portanto, em $2x(x + 2)$ temos $x = 0$ e $x = -2$; mas em $2(x + 2)$ temos apenas $x = -2$.

Polinômios do tipo $k(x + a)$ (com k ≠ 0) têm apenas uma raiz.

Análise Pedagógica de um Item

Enunciado

(M100139ES - adaptado) O polinômio p(x) na sua forma fatorada é dado pela expressão

$$p(x) = -5(x-7)(x+3)$$

Suporte

As raízes desse polinômio são

Comando

Alternativas

A) -35 e 15.
B) -7 e 3
C) 7 e -3
D) -3, 5 e 7

Distratores

Gabarito

- **Enunciado:** apresenta as informações necessárias à resolução do item. Engloba o suporte e o comando.

- **Suporte:** texto, imagem e/ou outros recursos que servem como base para a resolução do item. Nos itens de Língua Portuguesa, é obrigatória a presença de suporte.

- **Comando:** indica, de forma objetiva, a tarefa a ser realizada. Está diretamente relacionado à habilidade que o item deseja avaliar.

- **Gabarito:** alternativa correta.

- **Distratores:** alternativas incorretas, mas plausíveis. Os distratores devem corresponder a raciocínios possíveis.

Fonte: Revista da Escola - Equipe Pedagógica Matemática: PAEBES 2025 (CAEd UFJF)

O item exige que o(a) estudante reconheça a forma fatorada de um polinômio e aplique corretamente a propriedade do produto nulo, além de compreender que o coeficiente multiplicador não infere nas raízes.

Espera-se que o(a) estudante:

- identifique os fatores do polinômio $(x-7)$ e $(x+3)$.
- compreenda que o fator constante -5 não interfere nas raízes.
- aplique a propriedade do produto nulo.

  $x-7=0 \Rightarrow x=7$

  $x+3=0 \Rightarrow x=-3$
- conclua corretamente que as raízes são 7 e -3.

A alternativa correta é a opção C) 7 e -3.

O(A) estudante que compreende a relação entre fatores e raízes identifica corretamente os valores que anulam cada fator de 1º grau, desconsiderando o coeficiente multiplicador.

Ao marcar a opção A) -35 e 15, o(a) estudante indica que tenta multiplicar os termos, sem compreender o conceito de raiz.

Marcando a opção B) -7 e 3, indica erro de sinal e que não realiza a inversão ao identificar as raízes.

A opção D) -3, 5 e 7 inclui valor indevido (5), indicando confusão na interpretação dos fatores.

Caso o(a) estudante marque um distrator, recomenda-se:

- reforçar a propriedade do produto nulo, trabalhando situações em que o produto é zero e discutir quais fatores podem ser nulos;
- explorar o papel do coeficiente multiplicador, comparando expressões como $(x-7)(x+3)$ e $-5(x-7)(x+3)$, mostrando que as raízes permanecem as mesmas;
- trabalhar a interpretação de sinais, propondo exercícios focados em $(x-a)=0 \Rightarrow x=a$ e $(x+a)=0 \Rightarrow x=-a$.
- propor atividades graduadas, iniciando com dois fatores e evoluir para três fatores, aumentando a complexidade de forma progressiva.

Observe que a relação entre fatores e raízes é fundamental para o desenvolvimento do pensamento algébrico e para a resolução de equações polinomiais.

Atividades

A seção de atividades apresenta diversas questões relacionadas aos descritores e habilidades estudados, sem limitar-se à estrutura de item utilizada em avaliações externas. Para mais atividades, acesse o **Portal de questões da SEDU**.

Este caderno de atividades está disponível para impressão **neste link** ou pelo QR Code ao lado.

ATIVIDADE 1

Faça a fatoração dos seguintes polinômios:

a) $P(x) = x^2 - 6x$

b) $P(x) = 2x^2 - 8x$

c) $P(x) = x^2 - 16$

d) $P(x) = x^2 - 8x + 16$

e) $P(x) = x^2 - 9x + 20$

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 1

a) Os dois termos têm x em comum.
Colocamos em evidência: $x^2 - 6x = x\,(x - 6)$.

Portanto, a fatoração de $P(x) = x^2 - 6x$ é $P(x) = x\,(x - 6)$.

b) Observe que os dois termos têm 2 em comum.
É interessante fazer a fatoração do 8 para visualizar melhor: 8 = 2 · 2 · 2.
Temos, então, $P(x) = (2x^2) - (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot x)$.
Colocando o 2 em evidência, temos $2(x^2 - 4x)$.
Agora, fatorando novamente: $P(x) = 2x(x - 4)$.
Portanto a fatoração de $P(x) = 2x^2 - 8x$ é $2x(x - 4)$.

c) Temos uma diferença de quadrados.
Portanto, a forma fatorada de $P(x) = x^2 - 16$ é $P(x) = (x - 4)(x + 4)$.
$x^2 - 16 = x^2 - 4^2 = (x - 4)(x + 4)$.

d) Este é um caso de trinômio quadrado perfeito porque x^2 é o quadrado de x e 16 é o quadrado de 4. Além disso, o dobro do produto entre x e 4 é $2 \times 4x = 8x$, que corresponde exatamente ao termo do meio.
Temos, então que $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$. Neste exemplo, $x^2 - 8x + 16 = (x - 4)^2$.
Portanto, a fatoração de $P(x) = x^2 - 8x + 16$ é $P(x) = (x - 4)^2$.

e) Para fazer a fatoração desse trinômio, podemos utilizar o método da cruzadinha.

$$x^2 - 9x + 20 = 0$$

$$\begin{array}{ccc} (+1) & & (-5) \\ \times & & \times \\ (+1) & & (-4) \end{array} \qquad \begin{array}{l} \longrightarrow (+1x - 5) \\ \\ \longrightarrow (+1x - 4) \end{array}$$

Portanto, a fatoração do polinômio $P(x) = x^2 - 9x + 20$ é $P(x) = (x-5)(x-4)$.

ATIVIDADE 2

Calcule as raízes dos seguintes polinômios:

a) $P(x) = x(x-5)$

b) $P(x) = 2x(x+4)$

c) $P(x) = (x+3)(x-2)$

d) $P(x) = (3x-1)(x-6)(4x-2)$

e) $P(x) = -3(x+2)$

f) $P(x) = 2(x+1)(x-2)(x-3)$

g) $x^2 - 9x = 0$

h) $2x^2 - 8x = 0$

i) $-4x^2 = 0$

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 2

a) $P(x) = 0 \Rightarrow x(x-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ ou \\ x - 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ ou \\ x = 5 \end{cases}$

Raízes: x = 0 e x = 5

b) $P(x) = 0 \Rightarrow 2x(x+4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x = 0 \\ ou \\ x + 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ ou \\ x = -4 \end{cases}$

Raízes: x = 0 e x = -4

c) $P(x) = 0 \Rightarrow (x+3)(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ ou \\ x = 2 \end{cases}$

Raízes: x = -3 e x = 2

d) $P(x) = 0 \Rightarrow (3x-1)(x-6)(4x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ ou \\ x = 6 \\ ou \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$

Raízes: x = $\frac{1}{3}$ **, x = 6 e x =** $\frac{1}{2}$

e) $P(x) = 0 \Rightarrow -3(x+2) = 0 \Rightarrow x = -2$

Raiz: x = -2

f) $P(x) = 0 \Rightarrow 2(x+1)(x-2)(x-3) \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ ou \\ x = 2 \\ ou \\ x = 3 \end{cases}$

Raízes: x = -1, x = 2, x = 3

g) $x^2 - 9x = 0 \Rightarrow x(x-9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ ou \\ x = 9 \end{cases}$

Raízes: x = 0 e x = 9.

h) $2x^2 - 8x = 0 \Rightarrow 2x(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ ou \\ x = 4 \end{cases}$

Raízes: x = 0 e x = 4.

i) $-4x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$

Raiz: x = 0.

ATIVIDADE 3

Um polinômio tem as seguintes raízes $x = 0$ e $x = 3$. Qual das alternativas mostra uma forma fatorada desse polinômio?

A) $x(x+3)$
B) $x(x-3)$
C) $(x-3)(x-1)$
D) $x(3x-1)$

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 3

Se as raízes são $x = 0$ e $x = 3$, usamos a regra:
para cada raiz a, o fator é $(x-a)$.
Montando o polinômio:

- Raiz igual a 0, fator x.
- Raiz igual a 3, fator $(x-3)$.

Uma forma fatorada é: $P(x) = x(x-3)$.
Alternativa correta letra B)

Observe que qualquer múltiplo também representa o mesmo conjunto de raízes.

Por exemplo: $P(x) = 2x(x-3); 3x(x-3), 4x(x-3), 8x(x-3)$ etc.

ATIVIDADE 4

Para cada item, construa um polinômio que atenda às condições pedidas:
a) O polinômio deve possuir **uma raiz nula**.
b) O polinômio deve estar na forma fatorada.
c) O polinômio deve ter como raízes os números x = 4 e x = -3.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 4

a) O polinômio deve possuir uma raiz nula, ou seja, $x = 0$.
Se $x = 0$ é raiz, então o polinômio deve ter o fator x.
Alguns exemplo são $P(x) = x(x-2); P(x) = 3x(x-1); P(x) = x(x-4)(x+2)$.

b) Um polinômio está escrito na forma fatorada quando é escrito como multiplicação de fatores. Por exemplo, $P(x) = (x-2)(x+5)$.

c) Para cada raiz a, o fator é $(x - a)$.
Assim, temos:
- Raiz igual a 4, fator $(x-4)$.
- Raiz igual -3, fator $(x+3)$.

O polinômio $P(x) = (x-4)(x+3)$ tem raízes $x = 4$ e $x = -3$. Mas, vale lembrar que podemos construir polinômios com constantes, como $2(x-4)(x+3)$.

ATIVIDADE 5

Calcule o valor de p na equação $x^2 - 6x + p + 5 = 0$ de modo que uma das raízes seja nula.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 5

A condição dada é que uma das raízes seja nula, ou seja, $x = 0$.
Substituindo $x = 0$ em $x^2 - 6x + p + 5 = 0$, temos:

$$(0)^2 - 6 \cdot 0 + p + 5 = 0 \Rightarrow p + 5 = 0 \Rightarrow p = -5$$

Portanto, o valor de p na equação $x^2 - 6x + p + 5 = 0$ de modo que uma das raízes seja nula é -5.

De olho no Paebes

Esta seção tem como objetivo exemplificar algumas variações possíveis entre itens referentes a um mesmo descritor em sua escala de proficiência. Portanto, ela não deve ser tratada como material preparatório único e suficiente para o Paebes, mas sim como um auxiliar ao trabalho pedagógico em sala de aula. Para mais itens, acesse o **Portal de questões da SEDU.**

O "De olho no Paebes" também está disponível em uma versão para impressão **neste link** ou no QR Code ao lado.

D076_M *Corresponder um polinômio fatorado por meio de polinômios de 1º grau às suas raízes.*

ITEM 1 - Avançado

(M120050CE) Quais são as raízes do polinômio $Q(x) = (x+1)\,(x-3)\,(x+5)$?

A) 1, −3 e −5.

B) 1, 3 e 5.

C) −1, 3 e 5.

D) −1, −3 e −5.

E) −1, 3 e −5.

Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "corresponder um polinômio na forma fatorada às suas raízes". Espera-se que o(a) aluno(a) reconheça a relação entre cada fator do tipo (x - a) ou (x + a) e sua respectiva raiz, interpretando corretamente os sinais.
É importante destacar que um fator do tipo (x - a) indica a raiz (x = a) e um fator do tipo (x + a) indica a raiz x = -a). Além disso, recomenda-se atenção especial à leitura dos sinais, pois esse é um dos principais pontos de dificuldade dos estudantes nesse tipo de questão. O item também permite observar se o(a) aluno(a) compreende que cada fator fornece uma raiz, podendo estas serem distintas ou repetidas, dependendo da estrutura do polinômio.

Gabarito: E

ITEM 2 - Avançado

(M100139ES) O polinômio p(x) na sua forma fatorada é dado pela expressão, $p(x) = -5(x-7)(x+3)$. As raízes desse polinômio são:

A) −35 e 15.

B) −7 e 3.

C) −5, −7 e 3.

D) −3, 5 e 7.

E) 7 e −3.

Prezado(a) professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "corresponder um polinômio na forma fatorada às suas raízes". Adicionalmente, ele(a) deve compreender que coeficientes multiplicativos não alteram as raízes e identificar corretamente os valores que anulam cada fator.

Gabarito: E

ITEM 3 - Avançado

(M100011EX) A decomposição do polinômio $p(x) = x^2 - 7x + 10$ em fatores do primeiro grau é:

A) $p(x) = (x-2)\,(x+5)$

B) $p(x) = (x+2)\,(x-5)$

C) $p(x) = (x-2)\,(x-5)$

D) $p(x) = (x-7)\,(x+10)$

E) $p(x) = (x+7)\,(x+10)$

Prezado(a) professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de fatorar um polinômio do 2º grau em fatores do primeiro grau.

Gabarito: C

ITEM 4 - Avançado

(M100075EX) As raízes de um polinômio $P(x)$ são −2 e −3.

A expressão que representa esse polinômio na forma fatorada é:

A) $P(x) = (x-6)\,(x-5)$

B) $P(x) = (x-2)\,(x-3)$

C) $P(x) = (x+2)\,(x+3)$

D) $P(x) = (x+3)\,(x-2)$

E) $P(x) = (x+6)\,(x+5)$

Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de identificar uma forma fatorada de polinômio a partir de suas raízes. Espera-se que o(a) estudante aplique o conhecimento de que um fator do tipo (x - a) indica a raiz (x = a) e um fator do tipo (x + a) indica a raiz x = -a), montando o polinômio corretamente.

Gabarito: C

ITEM 5 - Avançado

(M100257ES) Qual dos polinômios abaixo tem uma raiz nula?

A) $4\,(x-1)\,(x-7)$

B) $(x-1)\,(x+7)$

C) $4\,(x+3)$

D) $5x\,(x-1)$

E) $7\,(x-5)$

Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de identificar quando um polinômio possui raiz nula, reconhecendo que isso ocorre quando a expressão apresenta o fator x e compreendendo a relação entre fator e raiz na forma fatorada.

Gabarito: D

Conexão ENEM

Aqui você terá questões de edições recentes do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) relacionadas ao conteúdo do capítulo. Devido aos objetivos específicos dessa avaliação, é possível que as questões apresentem especificidades não contempladas no material, assim como este, por sua vez, não objetiva ser preparatório para o ENEM. Para mais questões, visite o repositório de provas e gabaritos de edições anteriores clicando **aqui**.

Acesse o "Conexão ENEM" para impressão **neste link** ou pelo QR Code ao lado.

Material Extra

CALCULADORA PARA FATORAÇÃO ALGÉBRICA

Aponte a câmera do celular para o QR CODE ao lado e tenha acesso à calculadora on-line para fatorar um polinômio.

Referências

DANTE, Luiz Roberto. Matemática: contexto & aplicações. 1. ed. São Paulo: Ática, 2016.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZAJN, David. Fundamentos de matemática elementar: funções. 9. ed. São Paulo: Atual, 2013.

MATEMATICARLOS. Conteúdos e exercícios de Matemática. Disponível em: https://www.matematicarlos.com.br. Acesso em: 30 abr. 2026.

PAIVA, Manoel. Matemática Paiva. 3. ed. São Paulo: Moderna, 2015.

Rotinas Pedagógicas Escolares

Matemática

GOVERNO DO ESTADO
DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

SEDU 2026

Gerência de Currículo
da Educação Básica

Capítulo 7: Análise do Crescimento/Decrescimento e dos Zeros de Funções

Detalhando o descritor

D071_M *Analisar crescimento/decrescimento, zeros de funções reais apresentadas em gráficos*

INTRODUÇÃO

A análise de crescimento, decrescimento e zeros de funções a partir de gráficos está inserida no eixo das Funções e envolve a interpretação de relações entre grandezas. Essa habilidade exige que o(a) estudante vá além da leitura pontual, compreendendo o comportamento da função ao longo do domínio.

O gráfico, nesse contexto, deve ser entendido como uma forma de representação que permite identificar padrões, variações e relações entre variáveis. Em sala de aula, isso implica priorizar práticas que desenvolvam a leitura e a interpretação, articulando diferentes formas de representação matemática.

Essa abordagem também sustenta o estudo de conteúdos posteriores, como funções polinomiais e análise de máximos e mínimos, além de dialogar com outras áreas que utilizam gráficos para representar dados. Trata-se de uma aprendizagem construída ao longo do tempo, que requer a retomada de conhecimentos prévios e a ampliação gradual das demandas cognitivas.

OBJETIVO

O objetivo do descritor é avaliar a capacidade do(a) estudante de interpretar, qualitativamente, o comportamento de funções reais a partir de sua representação gráfica, com foco na compreensão global e intervalar do gráfico.

Espera-se que o ele(a) seja capaz de identificar, sem necessariamente recorrer à expressão algébrica, características fundamentais da função, tais como:

- **Zeros da função**: pontos em que a curva intercepta o eixo das abscissas, isto é, valores de x para os quais $f(x) = 0$;
- **Crescimento e decrescimento**: intervalos em que a função apresenta variação crescente ou decrescente, considerando o comportamento de y à medida que x aumenta;
- **Análise intervalar**: compreensão do comportamento da função em diferentes trechos do domínio.

O desenvolvimento dessa habilidade requer a leitura do gráfico no sentido crescente de x, com identificação de padrões de variação e sua descrição por meio de intervalos, consolidando uma compreensão mais ampla do conceito de função.

DETALHAMENTO DAS HABILIDADES

A interpretação de gráficos de funções contribui para o desenvolvimento do raciocínio matemático ao permitir a análise das relações entre variáveis. Mais do que realizar cálculos, o(a) estudante é levado a observar comportamentos, identificar regularidades e relacionar representações gráficas e algébricas, especialmente em funções de 1º e 2º graus.

O uso de representações gráficas favorece a compreensão de situações reais, como variações ao longo do tempo, possibilitando conexões com diferentes contextos. Dessa forma, amplia-se a capacidade de análise e de tomada de decisões com base em dados.

A seguir, são apresentadas habilidades do Currículo do ES diretamente ligadas às expectativas de aprendizagem elencadas para o D071_M. O desenvolvimento dessa competência está ancorado em habilidades que progridem do Ensino Fundamental ao Médio:

EF09MA06: Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.

EF09MA08: Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas.

EM13MAT404: Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

EM13MAT101: Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

Progressão das Habilidades Pré-requisito

Para a apropriação plena desta habilidade, o(a) estudante deve percorrer uma trajetória de conhecimentos prévios:

Noções Espaciais e de Posição (Anos Iniciais): Compreender referências como "à direita", "à esquerda", "em cima" e "embaixo" para orientar-se no plano.

Localização no Plano Cartesiano: Identificar pontos e pares ordenados, compreendendo a independência e relação entre os eixos *x (domínio)* e *y (imagem)*.

Noção de Variável e Dependência: Entender que para cada valor de entrada (*x*) existe um único valor de saída (*f(x)*).

Reconhecimento de Padrões e Taxas: Identificar quando uma variação é constante (funções de 1º grau) ou variável (funções de 2º grau, exponenciais), o que prepara o(a) estudante para observar a inclinação da curva.

Análise de Zeros (Raízes): Superar a dependência de tabelas para localizar visualmente onde a função cruza o eixo.

Leitura Direcional: Consolidar a convenção de leitura do gráfico da esquerda para a direita (sentido crescente de x).

Análise de Intervalos, Máximos/Mínimos e Pontos de Inflexão: Capacidade de delimitar, no eixo das abscissas (x), o trecho exato de crescimento, decrescimento ou de comportamento constante de uma função. Envolve a percepção visual de pontos de inversão, conhecidos como picos (pontos de máximo) e vales (pontos de mínimo), que determinam o momento em que a função muda o sentido de sua variação. Além disso, abrange a identificação dos pontos de inflexão, onde ocorre a mudança de concavidade do gráfico (de encurvado para baixo para encurvado para cima, ou vice-versa), o que sinaliza alterações na taxa de variação (rapidez) com que a função cresce ou decresce.

Essa progressão permite que, ao final da 3ª série do Ensino Médio, o(a) estudante consiga, por exemplo, analisar um gráfico de variação de temperatura ou de lucro econômico e indicar com precisão em quais períodos houve queda ou estabilidade.

Prezado(a) Professor(a),

já conhece o mapa de progressões das hablidades do nosso currículo? Vale a pena conferir!

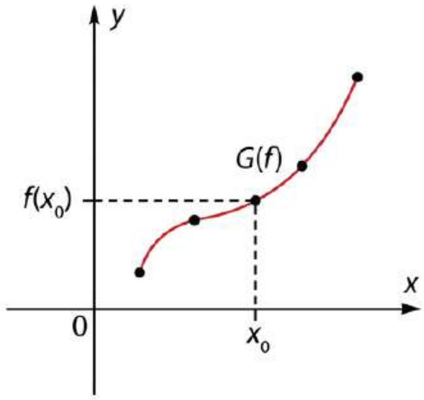
CLIQUE AQUI

RESUMO TEÓRICO

GRÁFICO DE UMA FUNÇÃO

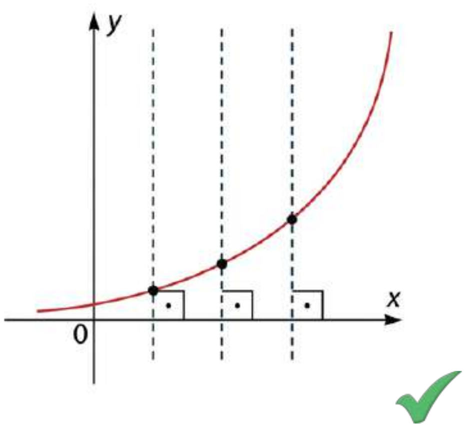
Dada uma função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, o seu gráfico é o conjunto formado por todos os pares ordenados (x,y), para $x \in \mathbb{R},\ y \in \mathbb{R}$ e $y = f(x)$, ou seja:

$$G(f) = \{(x, y);\ x \in \mathbb{R},\ y \in \mathbb{R} \text{ e } y = f(x)\}$$

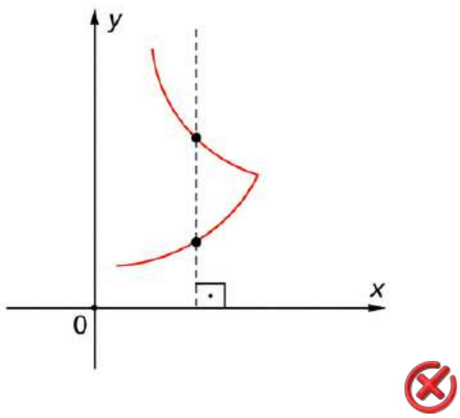


Determinando se o conjunto de pontos é gráfico de uma função

Uma função é uma relação matemática que associa cada elemento x (variável independente) a um único elemento y (variável dependente).
Visualmente, confirmamos se um gráfico representa uma função pelo teste da reta vertical: se imaginarmos retas perpendiculares ao eixo x varrendo o plano cartesiano, cada reta deve cruzar a curva em, no máximo, um único ponto. Se a reta cruzar em mais de um ponto, aquele valor de x estaria associado a múltiplos valores de y, descaracterizando a função.



É uma função, pois qualquer reta perpendicular ao eixo *OX* intersecta o gráfico em um único ponto.



Não é uma função, pois existem retas perpendiculares ao eixo *OX* intersectando o gráfico em mais de um ponto.

FUNÇÃO: UMA LEITURA A PARTIR DO GRÁFICO

A noção de função deve ser compreendida como uma relação de dependência entre duas variáveis, na qual a cada valor de x está associado um único valor de y.

Graficamente, isso significa que o conjunto de pontos representados no plano cartesiano expressa essa correspondência entre as variáveis, permitindo ao(à) estudante interpretar o comportamento da função sem, necessariamente, recorrer à sua expressão algébrica.

Essa compreensão é essencial para a leitura adequada do gráfico, pois garante que o(a) estudante reconheça que:

- cada valor de x possui uma única imagem;
- o gráfico representa a totalidade dessas associações;
- a análise do comportamento da função deve considerar essa relação ao longo do domínio.

DOMÍNIO E IMAGEM

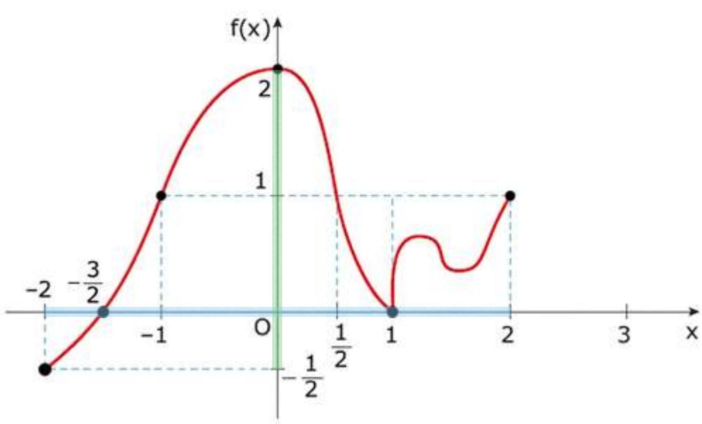
Os conceitos de domínio e imagem devem ser compreendidos prioritariamente a partir da representação gráfica.

- **Domínio**: conjunto de valores de *x* para os quais a função está definida. Graficamente, corresponde à projeção do gráfico sobre o eixo x.
- **Imagem**: conjunto de valores de *y* assumidos pela função. Graficamente, corresponde à projeção do gráfico sobre o eixo *y*.

Prezado(a) Professor(a),

a identificação desses conjuntos permite ao(à) estudante reconhecer os limites de análise da função, identificar possíveis interrupções ou restrições e compreender em quais regiões do gráfico a função está definida.

Considere o gráfico da função a seguir:



Observe que a função está definida para um intervalo limitado de valores de *x*, a saber, o intervalo $[-2, 2]$. Esse intervalo, que é a projeção ortogonal do gráfico sobre o eixo *x* (destacado de azul), é o **domínio** da função.

Os correspondentes valores de *y* são dados pelo intervalo $\left[-\frac{1}{2}, 2\right]$. Esse intervalo, que é a projeção ortogonal do gráfico sobre o eixo *y* (destacado de verde), é a **imagem** da função.

Portanto, temos:

D = $[-2, 2]$ e *Im* = $\left[-\frac{1}{2}, 2\right]$.

Construção de gráficos de funções

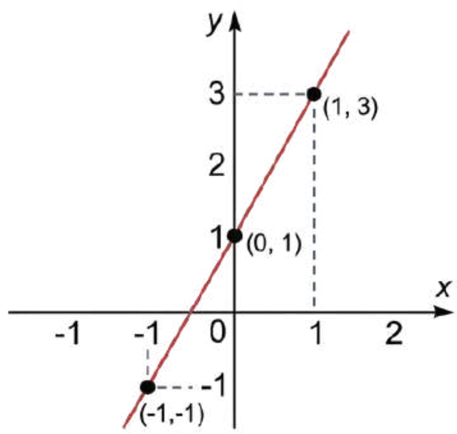
Como podemos construir o gráfico de uma função no plano cartesiano?
Se conhecemos a lei de formação da função e o seu domínio, isto é, a construção de um gráfico ou seu esboço pode ser feita seguindo os passos a seguir:

- construa uma tabela com valores de x escolhidos convenientemente no domínio e com valores correspondentes para y = f(x) (substitua x na lei de formação e efetue os cálculos para determinar o valor de y correspondente;
- marque um ponto do plano cartesiano para cada par ordenado (x, y) da tabela;
- utilize um número suficiente de pontos até que seja possível esboçar o gráfico da função.

Observe alguns exemplos de construção de gráficos de função.

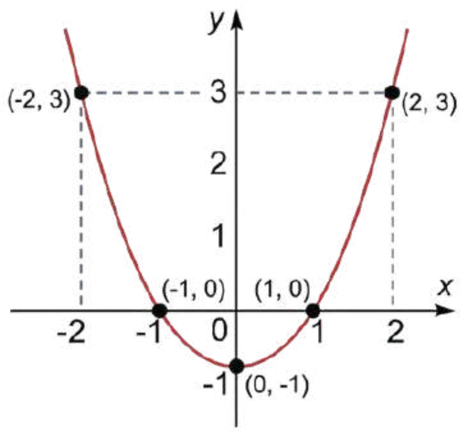
Exemplo 1: ***f(x) = 2x + 1***

x	f(x) = 2x + 1	(x,y)
-1	f(-1) = 2·(-1) + 1 = -1	(-1,-1)
0	f(0) = 2·0 + 1 = 1	(0,1)
1	f(1) = 2·1 + 1 = 3	(1,3)



Exemplo 2: ***f(x) = x^2 - 1***

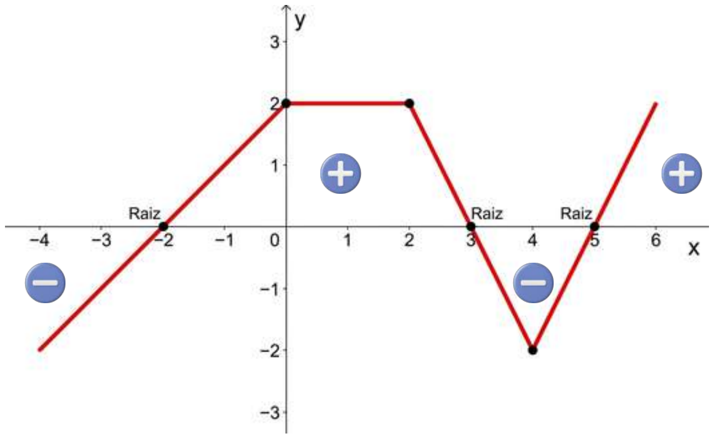
x	f(x) = x^2 - 1	(x,y)
-2	f(-2) = $(-2)^2$ - 1 = 3	(-2,3)
-1	f(-1) = $(-1)^2$ - 1 = 0	(-1,0)
0	f(0) = 0^2 - 1 = -1	(0,-1)
1	f(1) = $(1)^2$ - 1 = 0	(1,0)
2	f(2) = $(2)^2$ - 1 = 3	(2,3)



ESTUDO DO SINAL E ZERO(S) DE UMA FUNÇÃO

O estudo do sinal de uma função consiste em analisar, a partir de sua representação gráfica, para quais valores de *x* a função (*y*) assume valores positivos, negativos ou nulos. Graficamente, isso significa observar a posição do gráfico em relação ao eixo *x*: a função é positiva quando o gráfico está acima do eixo x, negativa quando está abaixo e nula nos pontos em que o gráfico intercepta esse eixo, ou seja, nos seus zeros.

Observe o gráfico da função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ a seguir:



Prezado(a) Professor(a),

ao abordar o estudo do sinal, incentive os(as) estudantes a utilizarem cores diferentes para destacar as partes do gráfico acima e abaixo do eixo *x*. Essa visualização auxilia na superação da dificuldade de transpor a análise visual para a notação intervalar algébrica.

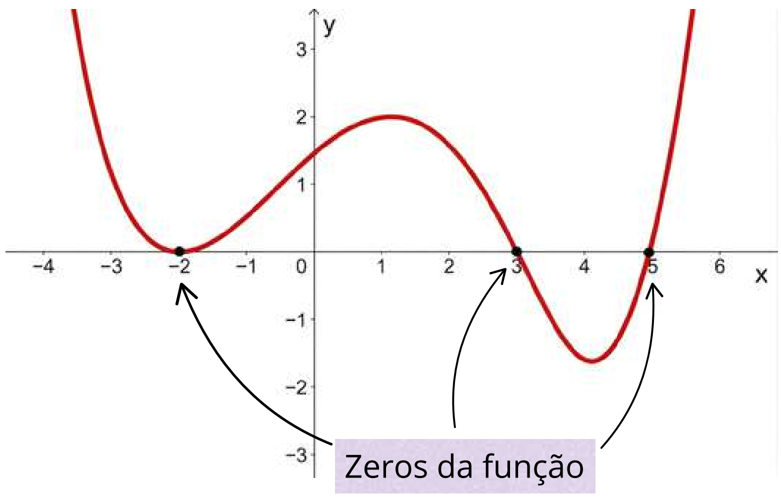
1. Para *-2 < x < 3 e x > 5*, os valores correspondentes de *y* são **positivos**. Note que, nesses intervalos o **gráfico está acima do eixo *OX***.

2. Para *x = -2, x = 3 e x = 5*, a ordenada correspondente é nula (*f(x) = 0*). São os **pontos de encontro do gráfico com o eixo *OX*** e são chamados de **raízes ou zeros da função**.

3. Nos intervalos onde *x < -2 e 3 < x < 5*, os valores correspondentes de *y* são **negativos** e o **gráfico está abaixo do eixo *OX***.

Prezado(a) Professor(a),

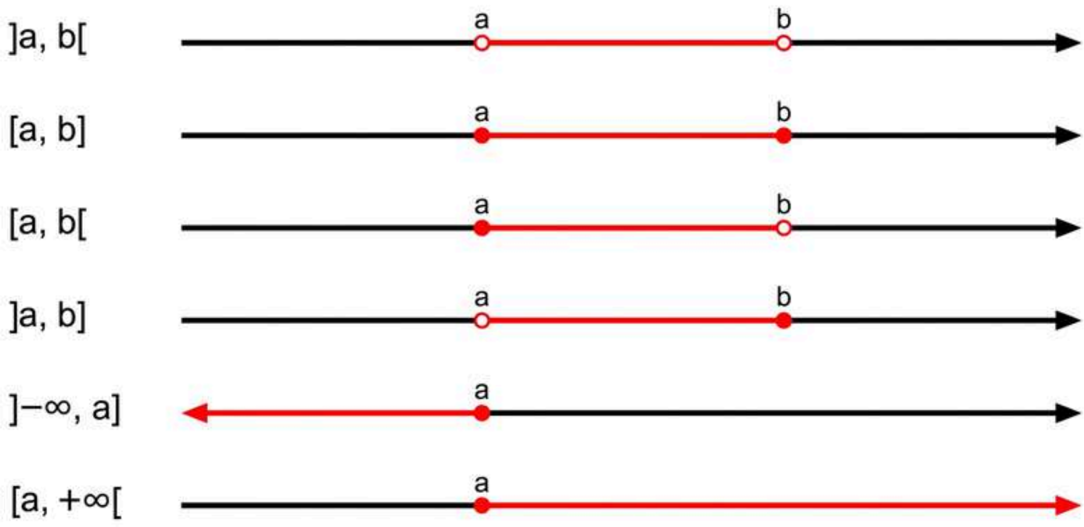
determinar os zeros de uma função é importante pois eles indicam os pontos onde a função pode mudar de sinal. Isso é útil em diversas aplicações, como a resolução de equações, a análise de sistemas e, no nosso caso, a análise do crescimento e/ou decrescimento da função.



Representação gráfica

A representação de intervalos na reta real é uma forma visual de expressar conjuntos contínuos de números. Nessa representação, cada intervalo é indicado por um segmento destacado sobre a reta, permitindo ao(à) estudante compreender, de maneira intuitiva, quais valores pertencem ou não ao conjunto.

Os extremos do intervalo são marcados por pontos, cuja forma (aberta ou fechada) indica se esses valores estão incluídos ou excluídos do intervalo. Assim, intervalos fechados apresentam pontos fechados, enquanto intervalos abertos utilizam pontos abertos, e os intervalos semiabertos combinam essas duas representações. Já nos casos envolvendo infinito, utiliza-se uma seta para indicar que o intervalo se estende indefinidamente em uma direção.
Observe os exemplos:



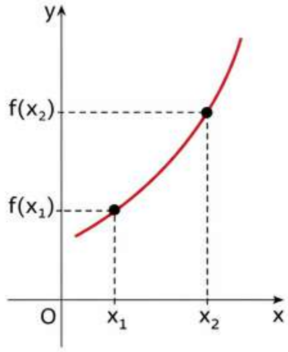
Prezado(a) Professor(a),

destaque o significado dos pontos nos extremos: o ponto fechado indica que o valor pertence ao intervalo, enquanto o ponto aberto indica que ele não pertence. Relacione essa representação com a notação matemática (colchetes e parênteses), reforçando que ambas representam a mesma informação. O uso de cores, como na imagem, pode ser um recurso didático potente para diferenciar o trecho pertencente ao intervalo dos demais pontos da reta, favorecendo a compreensão visual e conceitual.

FUNÇÃO CRESCENTE, DECRESCENTE E CONSTANTE

Função crescente

Função crescente é aquela em que, para quaisquer valores x_1 *e* x_2 do seu domínio, se $x_1 < x_2$, então $f(x_1) < f(x_2)$. Em outras palavras, à medida que os valores de *x* aumentam, os valores correspondentes de *y* também aumentam.

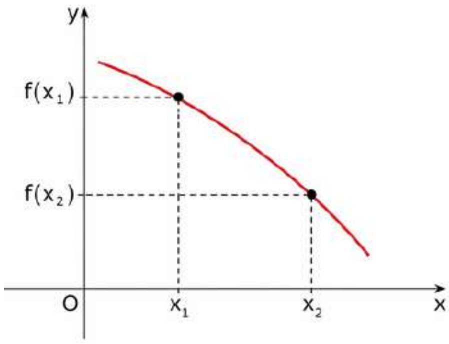


Quando andamos para a direita no eixo *x*, o gráfico sobe.

✓ Valores de *x* aumentam → valores de *f(x)* aumentam.

Função decrescente

Função decrescente é aquela em que, para quaisquer valores x_1 *e* x_2 do seu domínio, se $x_1 < x_2$, então $f(x_1) > f(x_2)$. Ou seja, à medida que os valores de *x* aumentam, os valores correspondentes de *y* diminuem.

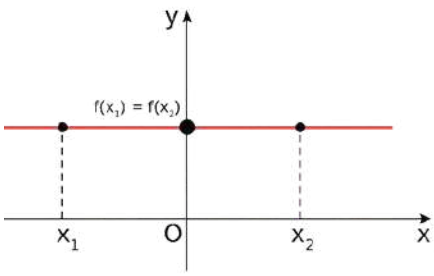


Quando andamos para a direita no eixo *x*, o gráfico desce.

✓ Valores de *x* aumentam → valores de *f(x)* diminuem.

Função constante

Função constante é aquela em que, para quaisquer valores x_1 *e* x_2 do seu domínio, temos $f(x_1) = f(x_2)$. Então, à medida que os valores de x variam, os valores correspondentes de y permanecem iguais.

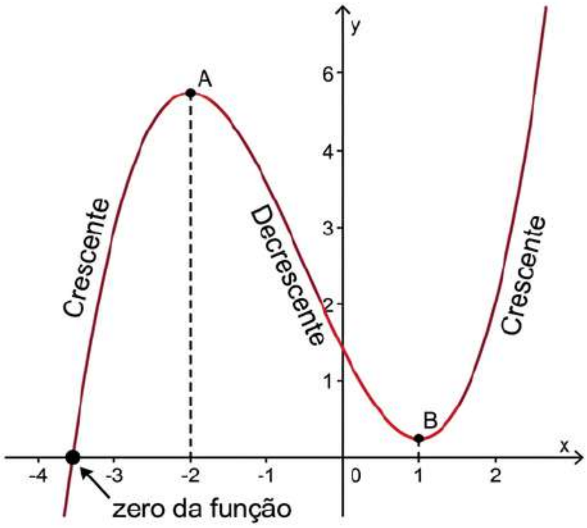


O gráfico é uma linha horizontal

✓ O valor de *f(x)* não muda, mesmo variando *x*.

A análise de crescimento e decrescimento deve ser expressa em termos de intervalos do domínio. Assim, não basta identificar se a função “sobe” ou “desce”, mas é necessário indicar em quais intervalos esse comportamento ocorre.

Considere o gráfico da função polinomial y = f(x) representado abaixo, onde estão destacados os pontos A, B e o zero da função.



Prezado(a) Professor(a),

essa leitura envolve percorrer o gráfico no sentido crescente de x, identificar os pontos de mudança de comportamento e descrever esses trechos por meio de intervalos.

Analisando o gráfico, podemos fazer algumas observações:

1. Intervalos de Crescimento e Decrescimento

A análise do crescimento de uma função é feita observando o valor de *y* à medida que avançamos da esquerda para a direita no eixo *x*:

- **Crescente** $(x \leqslant -2)$: O gráfico "sobe" conforme *x* aumenta (da esquerda para a direita). A função vem do infinito negativo e cresce até atingir o ponto *A* (máximo local);

- **Decrescente** $(-2 \leqslant x \leqslant 1)$: Após o ponto *A*, a função começa a "descer". Note que ela cruza o eixo *y* em um valor positivo e continua caindo até atingir o ponto *B* (mínimo local);

- **Crescente** $(x > 1)$: A partir do ponto *B*, a função retoma o movimento de subida, crescendo indefinidamente conforme *x* aumenta.

2. Raiz ou zero da função

- O gráfico cruza o eixo *x* em um ponto entre *−4* e *−3*. Este é o valor de *x* que faz *y = 0*.

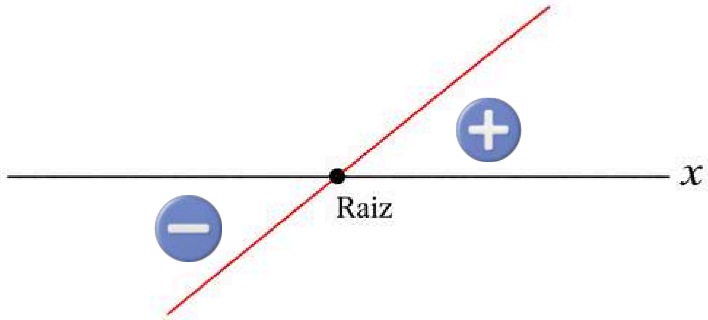
Prezado(a) Professor(a),

reforce que o crescimento de uma função é sempre analisado da esquerda para a direita no eixo das abscissas. Uma dica prática é pedir que os(as) estudantes imaginem um 'personagem' caminhando sobre a curva: se ele sobe, a função cresce; se ele desce, a função decresce.

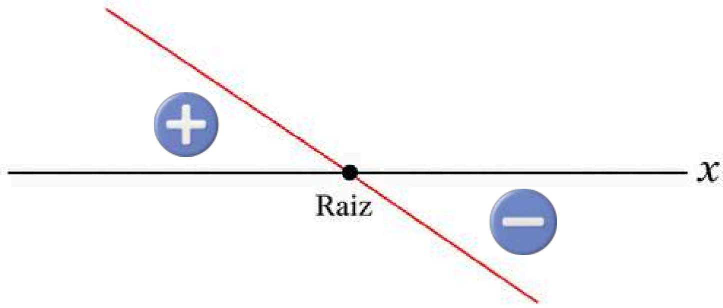
FUNÇÃO AFIM

No caso da função afim $f(x) = ax + b$, o estudo do sinal pode ser realizado a partir da identificação da raiz (valor de x para o qual $f(x) = 0$) e da análise do coeficiente angular a, que determina a inclinação da reta.

Se ***a* > *0***, a **função é crescente**: o gráfico sobe, ao lê-lo da esquerda para a direita, sendo negativa antes da raiz e positiva depois.



Se ***a* < *0***, a **função é decrescente**: o gráfico desce, ao lê-lo da esquerda para a direita, sendo positiva antes da raiz e negativa depois.



Dessa forma, o estudo do sinal está diretamente relacionado ao estudo de crescimento e decrescimento da função, pois a inclinação do gráfico não apenas indica se a função cresce ou decresce, mas também determina como os valores da função transitam entre negativos e positivos ao longo do domínio. Essa articulação é essencial para a interpretação global do gráfico, permitindo compreender simultaneamente os zeros, os intervalos de positividade e negatividade e o comportamento variacional da função.

Prezado(a) Professor(a),

conecte o conceito de coeficiente angular **a** diretamente à inclinação observada no gráfico. Mostre que o sinal de **a** determina não apenas se a função sobe ou desce, mas também a "velocidade" dessa variação preparando o estudante para o conceito de taxa de variação média. Para aprofundamento, mais detalhes sobre o coeficiente angular e sua relação com a representação gráfica podem ser encontrados no material do descritor **D145_M - Reconhecer o gráfico de uma função polinomial de primeiro grau por meio de seus coeficientes**.

Exemplo:
Vamos realizar o estudo do sinal da função ***f(x) = 2x + 1***.

Aqui, o(a) estudante deve identificar os coeficentes angular e linear:
a = 2 e b = 1, respectivamente.

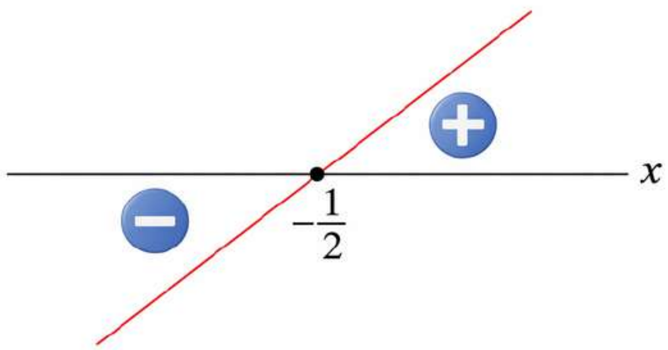
Fazendo *f(x) = 0,* calcule a raiz da função:

$$2x + 1 = 0$$

$$2x = -1$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

Como o coeficiente angular a > 0, a função é crescente, e, portanto, seu gráfico cresce da esquerda para a direita.



Analisando o esboço, temos que:

$$x = -\frac{1}{2} \Rightarrow f(x) = 0$$

$$x > -\frac{1}{2} \Rightarrow f(x) > 0$$

$$x < -\frac{1}{2} \Rightarrow f(x) < 0$$

FUNÇÃO QUADRÁTICA

A função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por *f(x) = ax²* + *bx* + *c*, em que *a*, *b* e *c* são constantes reais e *a* ≠ *0*, é dita função quadrática ou função polinomial do segundo grau. Seu gráfico é uma curva chamada parábola.

Raízes da função quadrática

Os zeros ou raízes da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ são os valores de *x* reais tais que *f(x)* = *0* e, portanto, as soluções da equação do segundo grau

$$ax^2 + bx + c = 0.$$

Utilizando a fórmula resolutiva (conhecida como fórmula de Bhaskara)

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}, \text{em que } \Delta = b^2 - 4ac$$

Prezado(a) Professor(a),

caso você considere necessário, demonstre essa fórmula com os(as) estudantes.

O número $\Delta = b^2 - 4ac$ é chamado **discriminante** da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ e indica a quantidade de raízes reais da função.

i) Se $\Delta > 0$, a função tem duas raízes reais distintas.

ii) Se $\Delta = 0$, a função tem duas raízes reais iguais.

iii) Se $\Delta < 0$, a função não possui raízes reais.

Exemplos Resolvidos:

1 - Determine, se existirem, os zeros da função quadrática *f(x) = x² - 8x + 15*.

Igualando a função a zero, temos a seguinte equação e os seguintes coeficientes:

$$x^2 - 8x + 15 = 0 \to \begin{cases} a = 1 \\ b = -8 \\ c = 15 \end{cases}$$

Substituindo na fórmula resolutiva:

$$x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 15}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{4}}{2}$$

$$x = \frac{8 \pm 2}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{8+2}{2} = \frac{10}{2} = 5 \\ x_2 = \frac{8-2}{2} = \frac{6}{2} = 3 \end{cases}$$

Portanto, *S* = *{3, 5}*.

2 - Determine, se existirem, os zeros da função quadrática *f(x) = 2x²* - *3x + 5*.

Igualando a função a zero, temos a seguinte equação e os seguintes coeficientes:

$$2x^2 - 3x + 5 = 0 \longrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \\ c = 5 \end{cases}$$

Calculando o discriminante:

$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 5$

$\Delta = 9 - 40$

$\Delta = -31 \Rightarrow \Delta < 0$

Portanto, *a função não possui raízes reais.*

Utilizando a Soma e o Produto das raízes

Sejam x_1 e x_2, raízes da função *f(x)* = $ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$. Conhecemos as seguintes relações:

Soma das raízes

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

Produto das raízes

$$x_1 . x_2 = \frac{c}{a}$$

Exemplo Resolvido:

3 - Utilizando as relações de soma e produto, calcule as raízes da função *f(x) = x²* - *5x + 6*.

Igualando a função a zero, temos a seguinte equação e os seguintes coeficientes:

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -5 \\ c = 6 \end{cases}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \Longrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{(-5)}{1} \Longrightarrow x_1 + x_2 = 5$$

$$x_1 . x_2 = \frac{c}{a} \Longrightarrow x_1 . x_2 = \frac{6}{1} \Longrightarrow x_1 . x_2 = 6$$

Assim, os números que satisfazem as condições são 2 e 3.
Portanto, *S = {2, 3}*

Forma fatorada de uma função quadrática

Uma função *f(x)* = ax^2 + *bx* + *c*, com *a* ≠ *0*, que possua raízes reais x_1 e x_2, pode ser escrita como o produto de **fatores lineares** da seguinte maneira:

$$f(x) = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$$

Prezado(a) Professor(a),

explique aos(às) estudantes que fatores lineares são expressões algébricas de primeiro grau, do tipo $ax + b$, com $a \neq 0$, e que cada um deles está associado a uma raiz do polinômio, pois ao igualá-lo a zero obtemos uma solução da equação.

Exemplo Resolvido:

4 - Escreva a função *f(x)* = *2x²* - *6x* + *4*, *na forma fatorada.*

Calcule as raízes:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Longrightarrow \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 4}}{2 \cdot 2} \Longrightarrow \frac{6 \pm \sqrt{4}}{4} \Longrightarrow \frac{6 \pm 2}{4} \Rightarrow x_1 = 1 \text{ e } x_2 = 2$$

Assim, a função $f(x) = 2x^2 - 6x + 4$, pode ser escrita na forma fatorada

$f(x) = 2 \cdot (x - 1) \cdot (x - 2)$, em que 1 e 2 são as raízes (ou zeros) da função.

Estudo do sinal da função quadrática

Estudar o sinal da função quadrática *f(x)* = ax^2 + *bx* + *c*, com *a* ≠ *0*, consiste em identificar os valores de *x* para os quais a função é nula (*f(x)* = *0*), positiva (*f(x)* > *0*) ou negativa (*f(x)* < *0*).

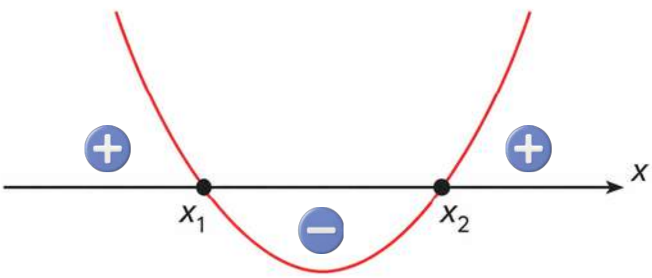
Esse estudo está diretamente relacionado ao comportamento do gráfico da função e depende de três aspectos fundamentais: o discriminante $\Delta = b^2 - 4ac$, que indica a quantidade de raízes reais; o coeficiente *a*, que define a concavidade da parábola (para cima, se *a* > *0*, ou para baixo, se *a* < *0*); e os zeros da função, quando existem.

1º caso: Δ > 0

Nesse caso:

- a função admite duas raízes reais distintas:
- a parábola, que representa a função, intersecta o eixo em dois pontos.

a > *0*

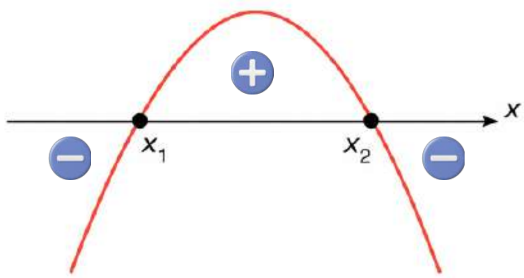


$f(x) = 0 \; para \; x = x_1 \; ou \; x = x_2$

$f(x) > 0 \; para \; x < x_1 \; ou \; x > x_2$

$f(x) < 0 \; para \; x_1 < x < x_2$

a < *0*



$f(x) = 0 \; para \; x = x_1 \; ou \; x = x_2$

$f(x) > 0 \; para \; x_1 < x < x_2$

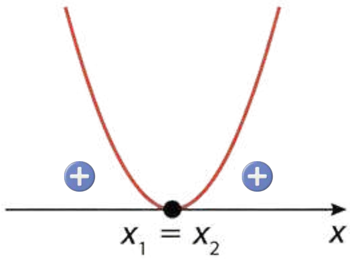
$f(x) < 0 \; para \; x < x_1 \; ou \; x > x_2$

2º caso: Δ = 0

Nesse caso:

- a função admite uma raiz real dupla:
- a parábola tangencia o eixo *x*.

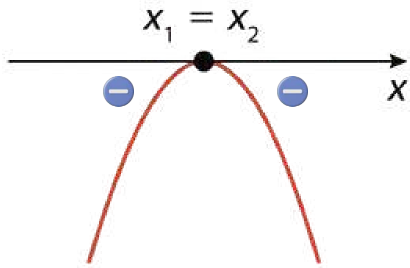
a > 0



$f(x) = 0 \; para \; x = x_1 = x_2$

$f(x) > 0 \; para \; x \neq x_1$

a < 0



$f(x) = 0 \; para \; x = x_1 = x_2$

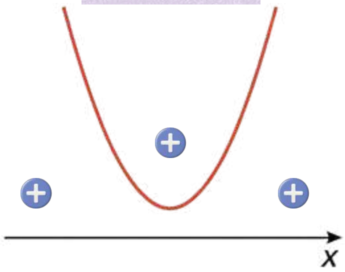
$f(x) < 0 \; para \; x \neq x_1$

3º caso: Δ < 0

Nesse caso:

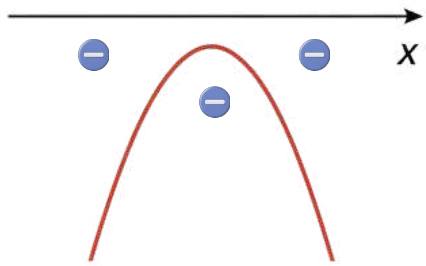
- a função não admite raízes reais:
- a parábola não intersecta o eixo *x*.

a > 0



$f(x) > 0 \; para \; todo \; x \; real$

a < 0



$f(x) < 0 \; para \; todo \; x \; real$

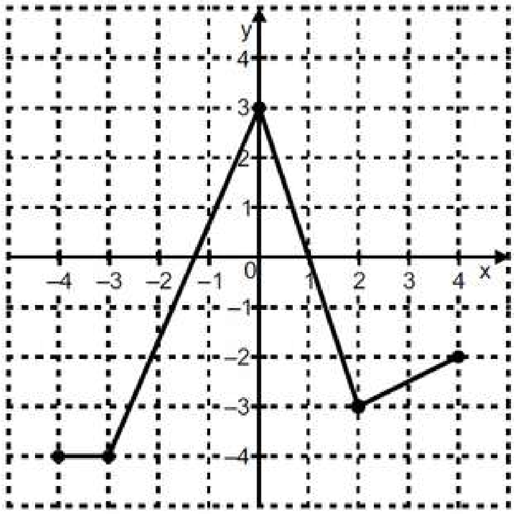
Prezado(a) Professor(a),

Ao estudar o sinal da função quadrática, aproveite para identificar também os intervalos de crescimento e decrescimento da função, bem como determinar o ponto de máximo ou de mínimo (vértice). Esses elementos estão diretamente relacionados e contribuem para uma compreensão mais completa do comportamento do gráfico, favorecendo a consolidação do descritor D071_M.

Análise Pedagógica de um Item

Enunciado

(AMA - 2024) Observe, no plano cartesiano abaixo, o gráfico de uma função *f: [–4, 4] → [–4, 3]*.



Suporte

Em qual intervalo essa função f é estritamente decrescente?

Comando

Alternativas

A) [–4, –3].
B) [–4, 3].
C) [–3, 0].
D) [0, 2].
E) [2, 4].

Distratores

Gabarito

- **Enunciado:** apresenta as informações necessárias à resolução do item. Engloba o suporte e o comando.

- **Suporte:** texto, imagem e/ou outros recursos que servem como base para a resolução do item. Nos itens de Língua Portuguesa, é obrigatória a presença de suporte.

- **Comando:** indica, de forma objetiva, a tarefa a ser realizada. Está diretamente relacionado à habilidade que o item deseja avaliar.

- **Gabarito:** alternativa correta.

- **Distratores:** alternativas incorretas, mas plausíveis. Os distratores devem corresponder a raciocínios possíveis.

Fonte: Revista da Escola - Equipe Pedagógica Matemática: PAEBES 2025 (CAEd UFJF)

A habilidade avaliada por esse item está diretamente associada ao descritor D071_M, que envolve a análise da variação de funções reais — crescente, decrescente ou constante — em diferentes intervalos do domínio.

De acordo com a Revista da Escola do Paebes/Paebes Alfa 2025, a tarefa mobilizada por esse item consiste em avaliar o comportamento de uma função representada graficamente quanto ao seu crescimento ou decrescimento. Essa tarefa situa-se no nível de desempenho Básico, pois exige do estudante não apenas a leitura direta do gráfico, mas também a análise de seu comportamento em diferentes intervalos, considerando as variações ao longo do domínio.

O percurso cognitivo necessário para a resolução do item envolve:

- leitura e interpretação de gráficos no plano cartesiano;
- compreensão do conceito de função decrescente;
- identificação e análise de intervalos no eixo das abscissas;
- distinção entre comportamentos crescente, decrescente e constante.

Nesse sentido, o item configura uma aplicação direta da tarefa descrita na revista, com um refinamento: não se limita a reconhecer se a função cresce ou decresce, mas exige a identificação do intervalo específico em que ocorre o decrescimento.

A revista também destaca pré-requisitos importantes para o desenvolvimento dessa habilidade, que são mobilizados na resolução do item:

- compreensão do sistema de coordenadas cartesianas;
- leitura e interpretação de gráficos;
- noção de função;
- compreensão do significado de *f(x)*;
- identificação dos zeros da função.

Gabarito

Gabarito: D) [0, 2]
O intervalo *[0,2]* é o único em que a função apresenta comportamento estritamente decrescente. Nesse trecho, observa-se que o gráfico se desloca para baixo à medida que avançamos no eixo *x*, indicando que os valores de *f(x)* diminuem continuamente. Formalmente, para quaisquer $x_1 < x_2$ nesse intervalo, tem-se: $f(x_1) > f(x_2)$, caracterizando o decrescimento da função.

Distratores

A análise dos distratores permite levantar hipóteses sobre possíveis erros de compreensão ou de procedimento que os estudantes podem apresentar ao resolver o item. É importante destacar, contudo, que essa análise não confirma que tais erros foram efetivamente cometidos, mas indica padrões prováveis de raciocínio a partir das alternativas incorretas. Dessa forma, os distratores funcionam como um recurso diagnóstico, auxiliando na identificação de dificuldades recorrentes e orientando intervenções pedagógicas mais direcionadas.

A) ***[-4, -3]***
Confusão entre função constante e decrescente. O(A) estudante pode interpretar que "não crescer" é equivalente a "decrescer", desconsiderando que, em um trecho constante, os valores de *f(x)* permanecem iguais. Caso os(as) estudantes assinalem esse distrator, é importante retomar a distinção entre função constante e decrescente. Explore graficamente trechos horizontais e inclinados, questionando: "o valor de *f(x)* está diminuindo ou permanecendo igual?". Atividades comparativas entre diferentes tipos de comportamento ajudam a consolidar essa diferenciação.

B) ***[-4, 3]***
Dificuldade na leitura segmentada do gráfico. O(A) estudante pode considerar o comportamento global da função ou ignorar as mudanças internas, tratando todo o intervalo como homogêneo. Recomenda-se trabalhar a leitura segmentada do gráfico. Proponha a divisão do gráfico em partes, solicitando que os(as) estudantes descrevam o comportamento em cada trecho antes de analisar o todo. O uso de cores para destacar intervalos distintos pode favorecer essa percepção.

C) ***[-3, 0]***
Confusão entre crescimento e decrescimento. Nesse intervalo a função é crescente, mas o estudante pode não compreender adequadamente a relação entre a variação de *x* e *f(x)*, ou pode interpretar o gráfico no sentido inverso (da direita para a esquerda). No caso desse distrator , é fundamental reforçar a ideia de que a leitura do gráfico deve ocorrer da esquerda para a direita, no sentido crescente de *x*. Atividades que envolvam acompanhar o movimento de um ponto ao longo do gráfico podem ajudar a compreender a relação entre a variação de *x* e *f(x)*, evitando a confusão entre crescimento e decrescimento.

E) ***[2, 4]***
Interpretação equivocada da inclinação do gráfico ou escolha baseada em critérios superficiais (como "último intervalo"). Também pode indicar dificuldade em distinguir crescimento de decrescimento em trechos lineares. Se houver marcação desse distrator, é recomendável aprofundar a interpretação da inclinação do gráfico. Trabalhe com exemplos variados (retas crescentes e decrescentes, trechos curvos), solicitando que os(as) estudantes justifiquem suas respostas com base no comportamento da função, e não em critérios superficiais.

Atividades

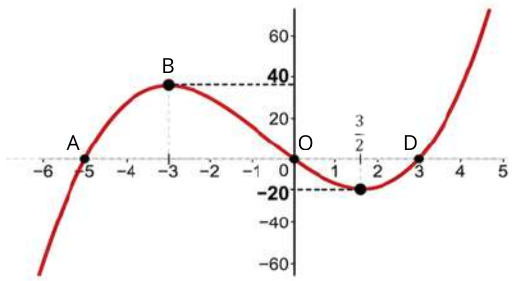
A seção de atividades apresenta diversas questões relacionadas aos descritores e habilidades estudados, sem limitar-se à estrutura de item utilizada em avaliações externas. Para mais atividades, acesse o **Portal de questões da SEDU**.

Este caderno de atividades está disponível para impressão **neste link** ou pelo QR Code ao lado.

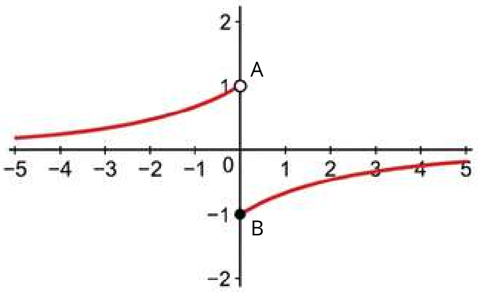
ATIVIDADE 1

Com base nos gráficos abaixo, de funções de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, identifique os zeros (se houver) e especifique os intervalos em que a função é crescente, decrescente ou constante.

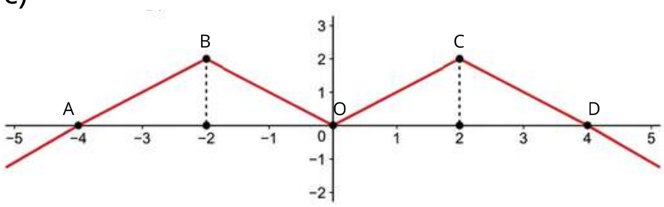
a)



b)



c)



RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 1

a) As raízes ou zeros da função são aqueles pontos onde o gráfico intercepta o eixo *OX*. Observamos a ocorrência nos pontos *A, O e D*, portanto, em *x = -5, x = 0 e x = 3*.

A função é crescente nos intervalos "antes" do ponto *B* e "depois" do ponto *C*, ou seja, para $x \leqslant -3$ ou $x \geqslant \frac{3}{2}$.

A função é decrescente no intervalo "entre" os pontos B e C, ou seja, para $-3 \leqslant x \leqslant \frac{3}{2}$.

b) A função não possui raízes reais, uma vez que o gráfico é assintótico ao eixo *OX*.

A função é crescente para todo valor de x pertencente ao domínio.

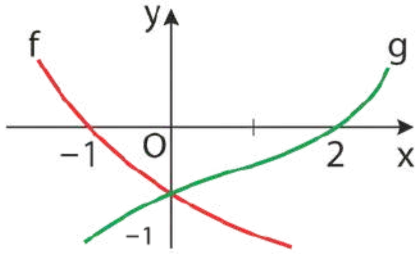
c) As raízes da função estão nos pontos *A, O e D*, onde *x = - 4, x = 0 e x = 4*, respectivamente.

A função é crescente nos intervalos onde $x \leqslant -2$ ou $0 \leqslant x \leqslant 2$.

A função é decrescente nos intervalos onde $-2 \leqslant x \leqslant 0$ ou $x \geqslant 2$.

ATIVIDADE 2

(UFMG - Adaptado) - Na figura, estão esboçados os gráficos de duas funções reais ***f*** e ***g***. De acordo com o gráfico apresentado, responda:



a) A função *f(x)* é crescente, decrescente ou constante?

b) A função *g(x)* é crescente, decrescente ou constante?

c) Para quais valores de *x* temos *f(x)* > *g(x)*?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 2

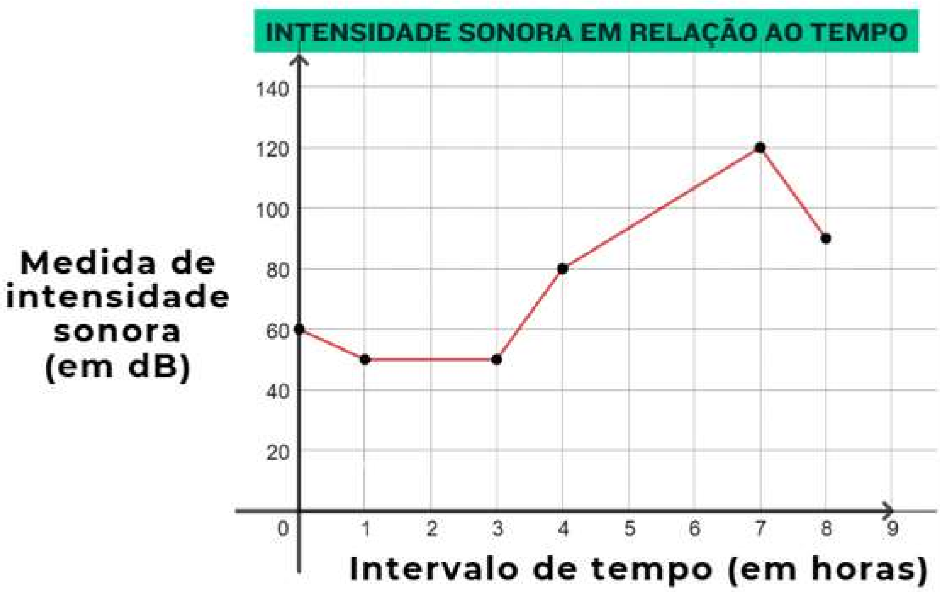
a) Decrescente. no intervalo apresentado.

b) Crescente, no intervalo apresentado.

c) Temos *f(x)* > *g(x)* no intervalo onde *x* < *0*.

ATIVIDADE 3

O decibel (dB) é a unidade de medida da intensidade sonora. Durante 8 horas, uma pessoa foi exposta a diferentes intensidades sonoras, como mostra o gráfico a seguir. De acordo com o gráfico, responda:



a) Durante quantas horas, a medida de intensidade sonora foi constante ao longo das 8 horas indicadas no gráfico?

b) Qual foi a maior intensidade sonora registrada no período? Em que momento ocorreu?

c) Em qual(is) intervalo(s) de tempo a medida de intensidade sonora foi crescente?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 3

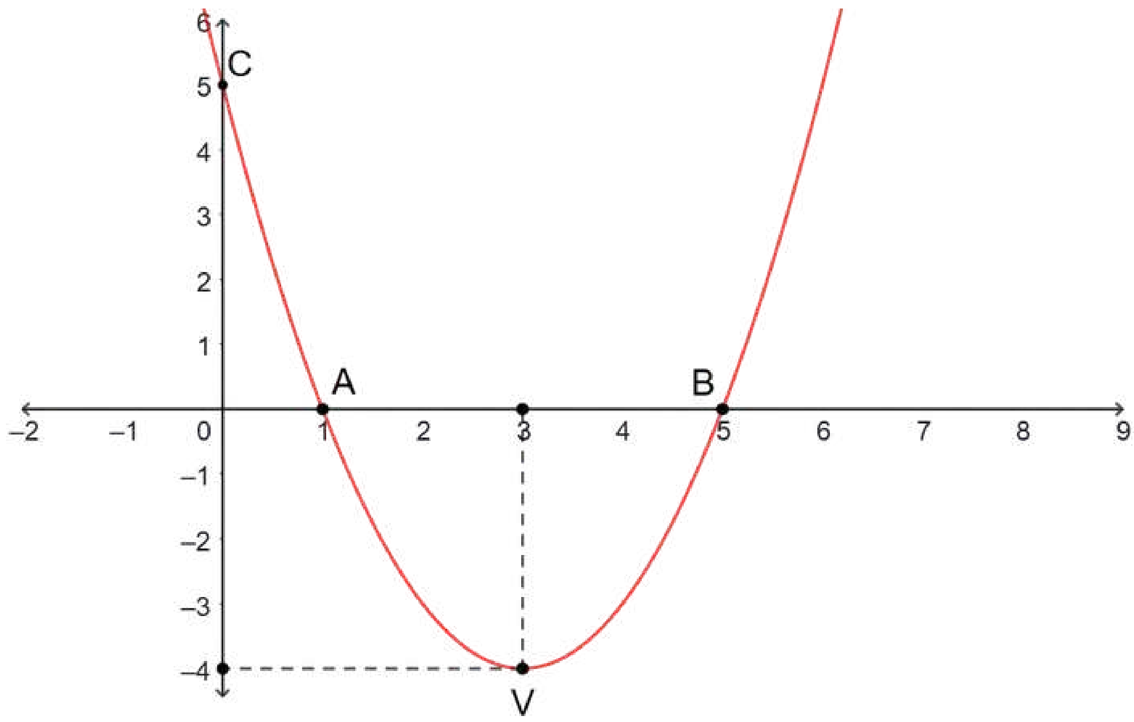
a) Note que o gráfico permanece constante para valores de x de 1 a 3. Portanto, a intensidade sonora manteve-se inalterada durante esse intervalo de duas horas.

b) A maior intensidade registrada foi de 120 dB, na 7ª hora de medição.

c) A intensidade sonora foi crescente da 3ª até a 7ª hora de medição.

ATIVIDADE 4

Considere o gráfico da função $f(x) = (x-1) \cdot (x-5)$, com $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, determine:



a) Os zeros, ou raízes, da função.

b) O intervalo onde a função é crescente.

c) O intervalo onde a função é decrescente.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 4

a) f(x) = 0 para x = 1 ou x = 5.

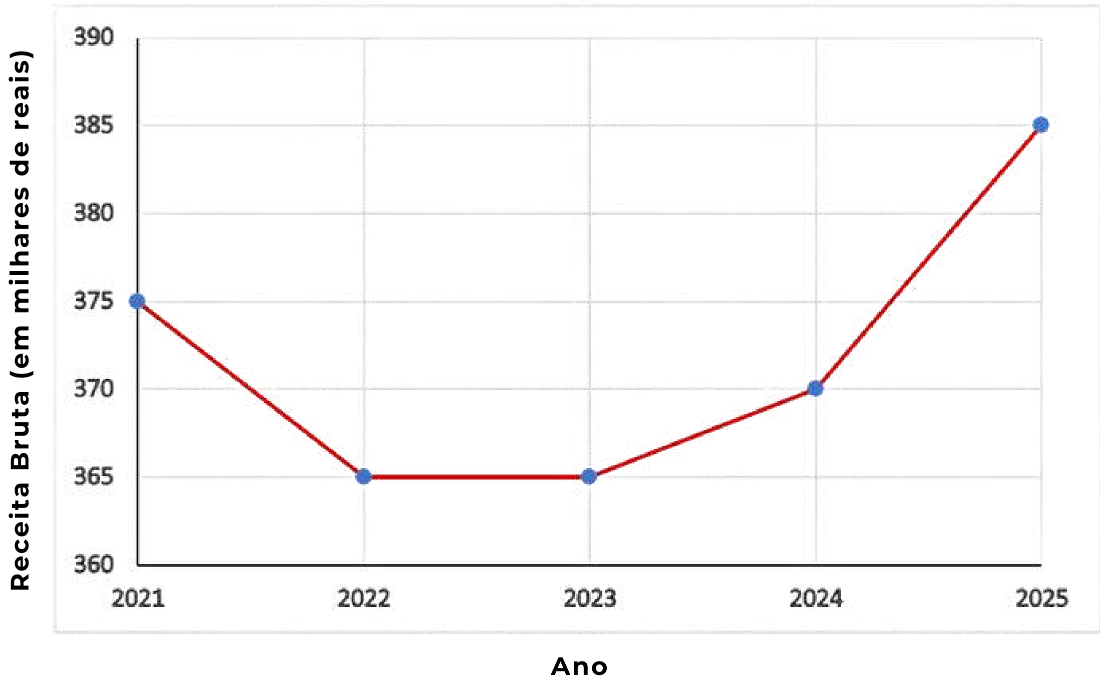
b) f(x) é crescente para $x \geq 3$.

c) f(x) é decrescente para $x \leq 3$.

ATIVIDADE 5

O gráfico a seguir apresenta o faturamento bruto anual de uma empresa, em milhares de reais, no período de 2021 a 2025. A partir da leitura e interpretação desse gráfico, é possível analisar como o faturamento varia ao longo do tempo, identificando períodos em que os valores aumentam, diminuem ou permanecem constantes.

EVOLUÇÃO DO FATURAMENTO (2021-2025)



Com base no gráfico, responda às questões a seguir:

a) Indique os intervalos de anos em que o faturamento da empresa foi decrescente, constante e crescente. Justifique sua resposta com base nos valores apresentados no gráfico.

b)Calcule a variação do faturamento entre os anos de 2023 e 2025. Em seguida, explique o que esse resultado indica sobre o desempenho da empresa nesse período.

c) Descreva a tendência geral do faturamento ao longo dos cinco anos (2021 a 2025). Além disso, identifique em quais anos ocorreram o menor e o maior faturamento, justificando sua resposta com base no gráfico.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 5

a) Intervalo Decrescente: de 2021 a 2022, pois o faturamento diminui de R$ 375.000,00 para R$ 365.000,00. Intervalo Constante: de 2022 para 2023, já que o valor permanece em R$ 365.000,00. Intervalo Crescente: de 2023 para 2024 e de 2024 para 2025, pois o faturamento aumenta de R$ 365.000,00 para R$ 370.000,00 e, posteriormente, para R$ 385.000,00.

b) Entre os anos de 2023 e 2025, observa-se que o faturamento da empresa passa de R$ 365.000,00 para R$ 385.000,00, o que representa uma variação de R$ 20.000,00. Esse aumento indica que houve crescimento no faturamento ao longo desse período, sugerindo um movimento de recuperação ou mesmo de expansão após um intervalo anterior de estabilidade.

c) Ao analisar o comportamento geral do gráfico, observa-se que o faturamento da empresa apresenta, inicialmente, uma queda, seguida de um período de estabilidade e, posteriormente, um movimento de crescimento. Os menores valores de faturamento ocorrem nos anos de 2022 e 2023, ambos com R$ 365.000,00, enquanto o maior faturamento é registrado em 2025, atingindo R$ 385.000,00. Essa trajetória indica que, após um período de retração, a empresa passou a apresentar melhora em seu desempenho financeiro.

De olho no Paebes

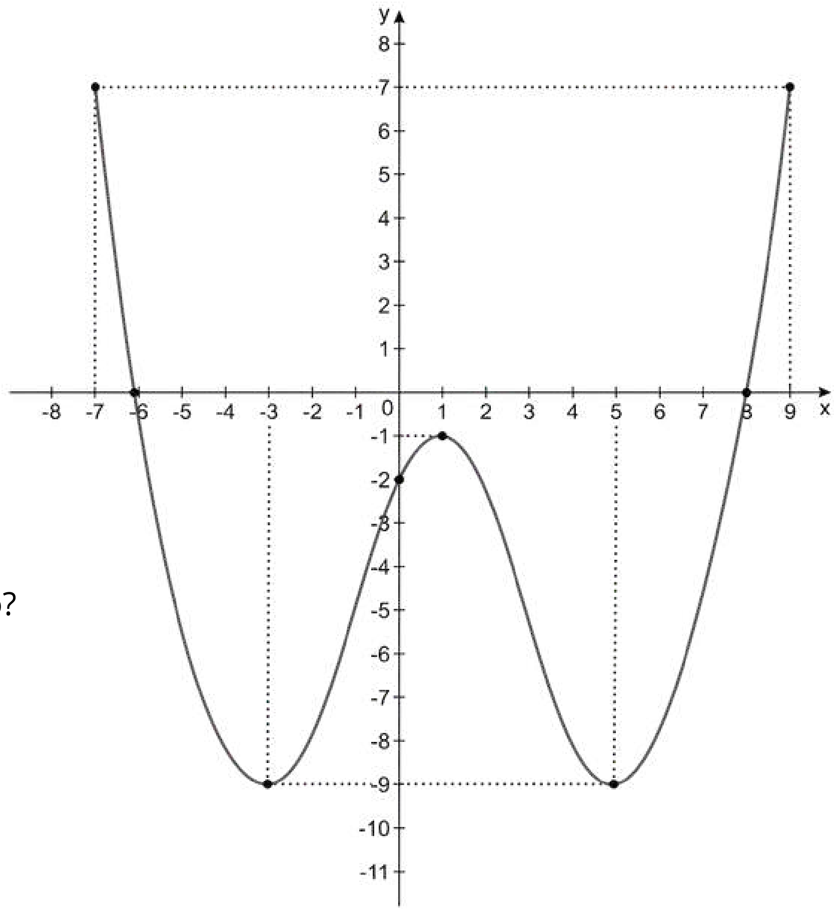
Esta seção tem como objetivo exemplificar algumas variações possíveis entre itens referentes a um mesmo descritor em sua escala de proficiência. Portanto, ela não deve ser tratada como material preparatório único e suficiente para o Paebes, mas sim como um auxiliar ao trabalho pedagógico em sala de aula. Para mais itens, acesse o **Portal de questões da SEDU.**

O "De olho no Paebes" também está disponível em uma versão para impressão **neste link** ou no QR Code ao lado.

D071_M *Analisar crescimento/decrescimento, zeros de funções reais apresentadas em gráficos.*

ITEM 1 - Abaixo do básico

(PAEBES – 2016) Observe o gráfico da função *f:[−7,9] → R*.



Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Reconhecer os zeros de uma função observando a interseção com o eixo x".

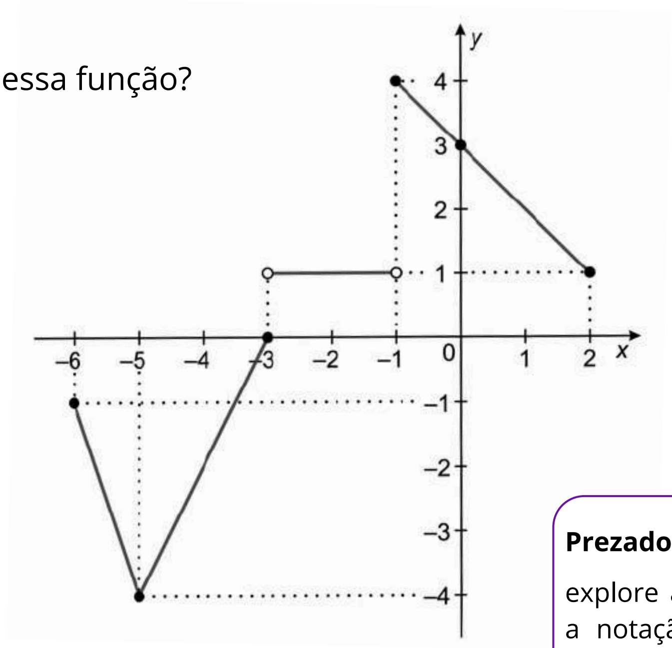
Quais são os zeros dessa função?

A) – 9 e 7
B) – 7 e 9
C) – 6 e 8
D) – 6, – 2 e 8
E) – 3, 1 e 5.

Gabarito: C

ITEM 2 - Abaixo do básico

(PAEBES – 2018) Observe o gráfico da função g:[−6, 2] → [−4, 4].



Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Reconhecer os zeros de uma função observando a interseção com o eixo x".

Qual é o zero dessa função?

A) – 4
B) – 3
C) 1
D) 3
E) 4

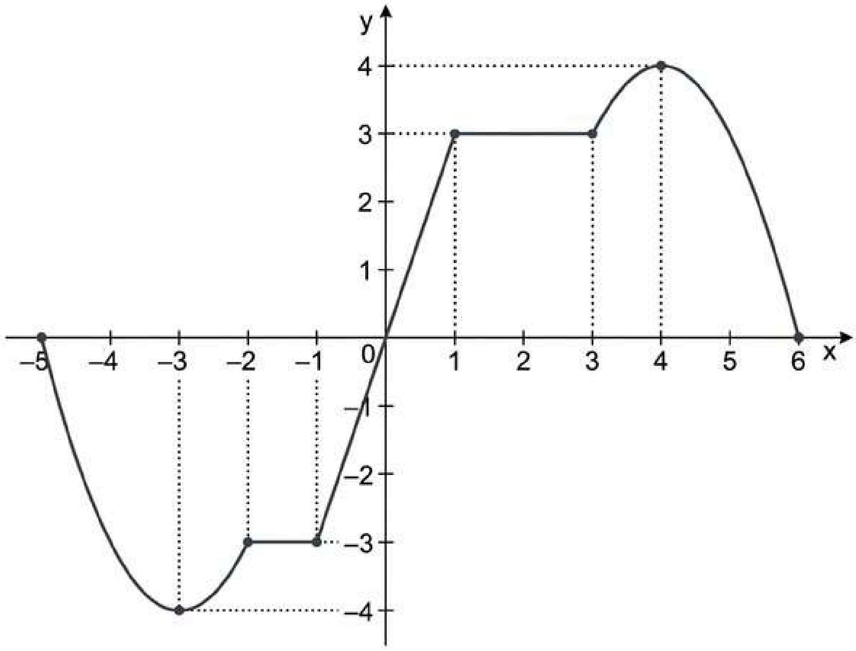
Gabarito: B

Prezado(a) Professor(a),

explore a notação dos intervalos. Relacione a notação algébrica com a representação gráfica em cada trecho do gráfico apresentado.

ITEM 3 - Básico

(PAEBES – 2017) Observe o gráfico da função f:[−5, 6] → [−4, 4].



Prezado(a) Professor(a), os itens 3 e 4 buscam verificar se o(a) estudante é capaz de “avaliar o comportamento de uma função representada graficamente, quanto ao seu crescimento ou decrescimento”.

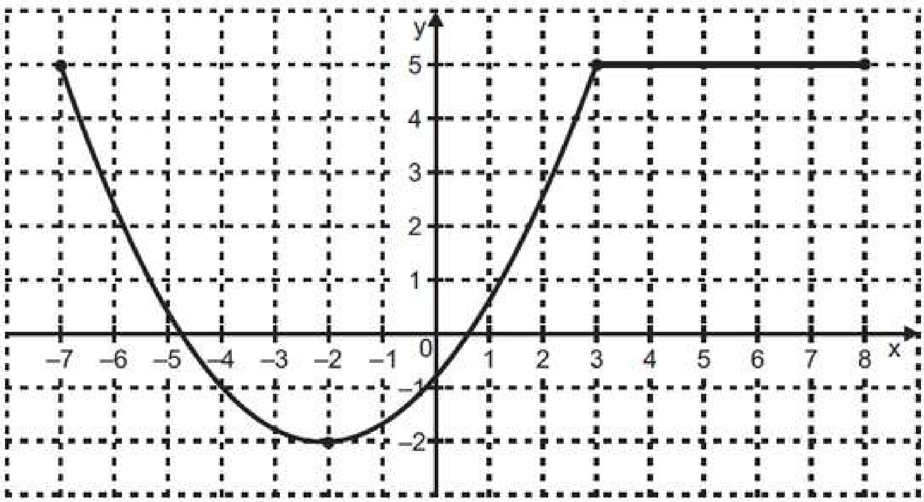
A função f é estritamente decrescente:

A) no intervalo [– 5, 0]
B) no intervalo [– 3, 4]
C) no intervalo [0, 6]
D) no intervalo [– 5, – 3] e no intervalo [4, 6]
E) no intervalo [– 2, 1] e no intervalo [1, 3]

Gabarito: D

ITEM 4 - Básico

(AMA 2025) Observe, no plano cartesiano abaixo, o gráfico de uma função f: [–7, 8] → [–2, 5].



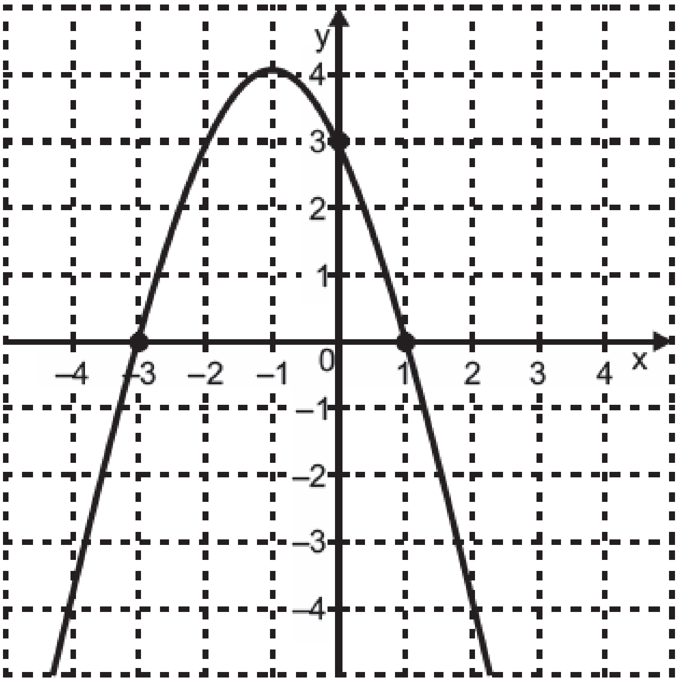
Em qual intervalo essa função f é estritamente crescente?

A) [3, 8].
B) [–2, 3].
C) [–7, 3].
D) [–7, 8].
E) [–7, –2].

Gabarito: B

ITEM 5 - Abaixo do básico

(AMA 2024) Observe, no plano cartesiano abaixo, o gráfico de uma função polinomial de 2º grau.



Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Reconhecer os zeros de uma função dada graficamente".

Qual é o conjunto S formado pelos zeros dessa função?

A) S = {0}.
B) S = {3}.
C) S = {–1, 4}.
D) S = {–3, 1}.
E) S = {–3, 1, 3}.

Gabarito: D

Conexão ENEM

Aqui você terá questões de edições recentes do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) relacionadas ao conteúdo do capítulo. Devido aos objetivos específicos dessa avaliação, é possível que as questões apresentem especificidades não contempladas no material, assim como este, por sua vez, não objetiva ser preparatório para o ENEM. Para mais questões, visite o repositório de provas e gabaritos de edições anteriores clicando aqui.

Acesse o "Conexão ENEM" para impressão neste link ou pelo QR Code ao lado.

Material Extra

Análise de gráficos de zeros da função quadrática (Khan Academy)

Atividade interativa em que os estudantes identificam, a partir do gráfico da parábola, os zeros da função quadrática, fortalecendo a leitura e interpretação de representações gráficas.

CLIQUE AQUI

Zeros de funções reais – gráficos (Khan Academy)

Atividade interativa que propõe identificar, a partir do gráfico, quantos zeros reais uma função possui, analisando os pontos em que o gráfico intercepta o eixo x.

CLIQUE AQUI

Gráfico de funções quadráticas (PhET)

Simulador interativo que permite explorar como os coeficientes da função quadrática influenciam o formato da parábola, possibilitando identificar elementos como raízes, vértice e eixo de simetria por meio de manipulação dinâmica.

CLIQUE AQUI

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Brasília, 2018.

ESPÍRITO SANTO. Secretaria da Educação. Currículo do Espírito Santo: Ensino Médio. Vitória: SEDU, 2020/2022.

ESPÍRITO SANTO. Secretaria da Educação. PAEBES 2025: Revista da Escola - Equipe Pedagógica: Matemática. Juiz de Fora: CAEd/UFJF, 2025.

DANTE, Luiz Roberto. Matemática: Contexto e Aplicações. Volumes 1 e 2. São Paulo: Ática, 2008/2016.

CADERNO DO PROFESSOR. Matemática – 3ª série do Ensino Médio – 2º semestre. São Paulo: SEDUC-SP.

KHAN ACADEMY. Análise de gráficos de zeros da função quadrática. Disponível em: https://pt.khanacademy.org/math/em-mat-algebra/x34e9dd8107ca5eda:funcao-quadratica/x34e9dd8107ca5eda:grafico-de-uma-funcao-quadratica/e/analise-graficos-de-zeros-da-funcao-quadratica. Acesso em: 24 abr. 2026.

KHAN ACADEMY. Zeros de funções reais – gráficos. Disponível em: https://pt.khanacademy.org/math/em-mat-algebra/x34e9dd8107ca5eda:funcao/x34e9dd8107ca5eda:interpretando-graficos-de-funcoes/e/zeros-de-funcoes-reais-graficos. Acesso em: 24 abr. 2026.

PHET INTERACTIVE SIMULATIONS. Graphing quadratics. Universidade do Colorado Boulder. Disponível em: https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulations/graphing-quadratics. Acesso em: 24 abr. 2026.

WORDWALL. Analisar crescimento, decrescimento e zeros de funções. Disponível em: https://wordwall.net/resource/98830330/matem%C3%A1tica/analisar-crescimento-decrescimento-zeros-de. Acesso em: 24 abr. 2026.

Detalhando o descritor

D133_M *Resolver problemas que envolvam os pontos de máximo ou de mínimo de uma função do 2º grau.*

FUNÇÃO POLINOMIAL DE 2º GRAU

Sejam $a, b, c \in \mathbb{R}$, com $a \neq 0$. Uma função polinomial de 2º grau, também conhecida como função quadrática, é expressa na forma:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Em que a, b e c são constantes reais chamadas de **coeficientes da função**.

O gráfico de uma função polinomial de 2º grau é uma curva chamada de **parábola**, em que a **concavidade depende do valor do coeficiente** a.

PROPRIEDADES DA FUNÇÃO DE 2º GRAU

CONCAVIDADE

- Se $a > 0$, a função tem **concavidade voltada para cima.**
- Se $a < 0$, a função tem **concavidade voltada para baixo.**

Na figura 1, podemos observar que a função $f(x) = x^2 - 2$ apresenta uma parábola com concavidade voltada para cima, pois seu coeficiente é positivo ($a = 1$). Por outro lado, na figura 2 temos o gráfico da função $f(x) = -x^2 + 2$, onde a concavidade está voltada para baixo devido ao coeficiente ser negativo ($a = -1$).

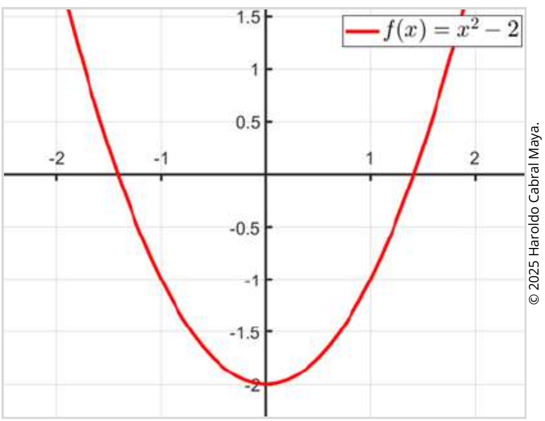


Figura 1: Gráfico de uma função polinomial de 2º grau com a concavidade voltada para cima.

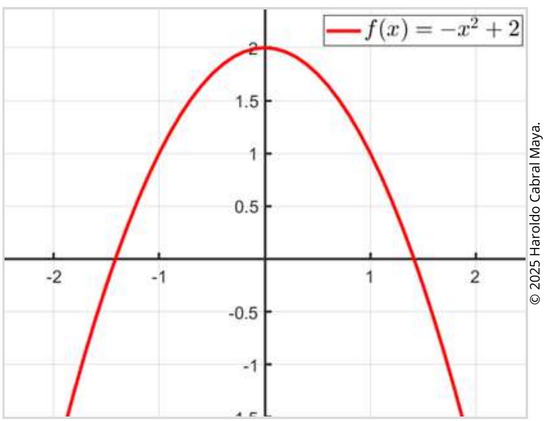


Figura 2: Gráfico de uma função polinomial de 2º grau com a concavidade voltada para baixo.

ZEROS DA FUNÇÃO

Os **zeros** da função, também conhecidos como **raízes**, são os valores de x que satisfazem $f(x) = 0$. Em funções de 2º grau, os zeros podem ser obtidos por meio da seguinte **fórmula resolutiva**:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Em que $\Delta = b^2 - 4ac$ é chamado de **discriminante**.

Prezado(a) Professor(a),

Apesar de ser amplamente conhecida como "fórmula de Bhaskara", essa denominação não é historicamente precisa, pois o método de resolução de equações do segundo grau já era conhecido antes dele. Por isso, muitos autores atualmente preferem os termos "fórmula resolutiva" ou "fórmula quadrática".

O valor de Δ determina o número de zeros reais da função quadrática de forma que:

- quando $\Delta > 0$, a função tem **duas raízes reais**;
- quando $\Delta = 0$, a função tem **uma raiz real**; e
- quando $\Delta < 0$, a função **não tem raiz real**.

Exemplo 1

Calcule as raízes da função $f(x) = x^2 - 4x + 3$.

Para esta função, temos $a = 1$, $b = -4$ e $c = 3$.

Disto, calculamos as raízes pela fórmula resolutiva:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 16 - 12 = 4$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{4}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm 2}{2}$$

Denotando as raízes como x' e x'', temos

$$x' = \frac{4-2}{2} = \frac{\cancel{2}}{\cancel{2}} = 1$$

$$x'' = \frac{4+2}{2} = \frac{\cancel{6}^{3}}{\cancel{2}^{1}} = 3$$

Portanto, o conjunto solução é $\{1, 3\}$.

Na figura 3 temos o gráfico desta função. Como $a > 0$, a concavidade está voltada para cima. Além disso, como $\Delta > 0$, existem duas raízes reais distintas, representadas pelos pontos onde a parábola intercepta o eixo x.

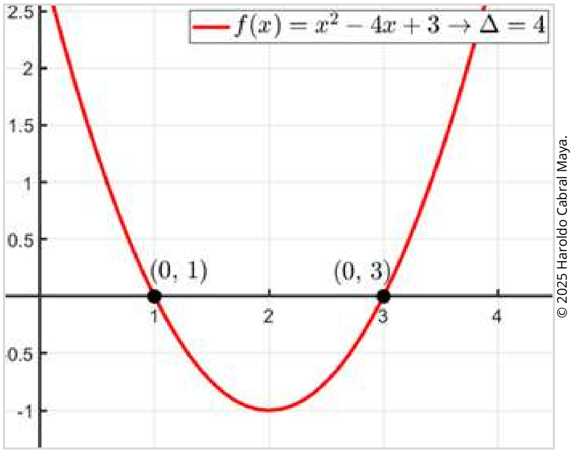


Figura 3: Gráfico de uma função polinomial de 2º grau com duas raízes reais.

Exemplo 2

Calcule as raízes da função $f(x) = x^2 - 4x + 4$.

Para esta função, temos $a = 1$, $b = -4$ e $c = 4$.

Disto, calculamos as raízes pela fórmula resolutiva:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 16 - 16 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{0}}{2 \cdot 1} = \frac{\cancel{4}^{2}}{\cancel{2}^{1}} = 2$$

Portanto, o conjunto solução é $\{2\}$.

Na figura 4 temos o gráfico desta função. Como $a > 0$, a concavidade está voltada para cima. Além disso, como $\Delta = 0$, a parábola toca o eixo x em um único ponto, resultando em uma única raiz real.

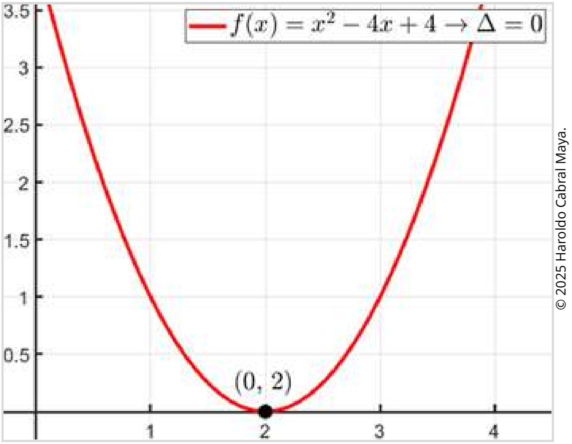


Figura 4: Gráfico de uma função polinomial de 2º grau com um raiz real.

Exemplo 3

Calcule as raízes da função $f(x) = x^2 - 4x + 5$.

Para esta função, temos $a = 1$, $b = -4$ e $c = 5$.

Disto, calculamos Δ:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = 16 - 20 = -4$$

Como $\Delta < 0$, não há raiz real para essa função.

Na figura 5 temos o gráfico desta função. Como $a > 0$, a concavidade está voltada para cima. Além disso, como $\Delta < 0$, não existem raízes reais nesta função, pois o discriminante negativo indica que a parábola não cruza o eixo x, permanecendo completamente acima dele (caso $a < 0$, o gráfico de uma função com $\Delta < 0$ estaria abaixo do eixo x).

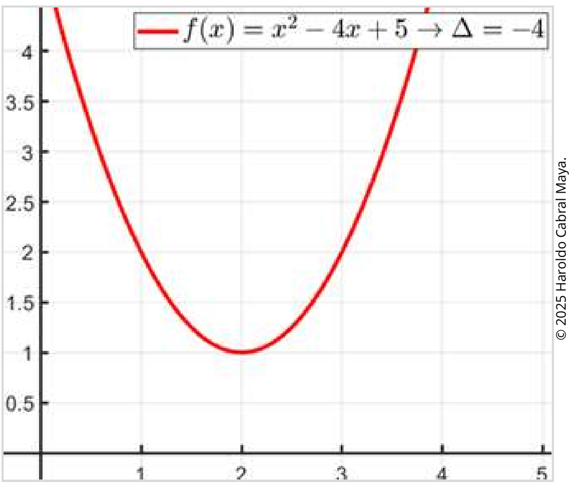


Figura 5: Gráfico de uma função polinomial de 2º grau sem raízes reais.

VÉRTICE DA PARÁBOLA

Seja f uma função quadrática qualquer. O **vértice da parábola** associada ao seu gráfico corresponde ao **ponto de valor máximo** de f, quando $a < 0$, **ou de valor mínimo**, quando $a > 0$.

Além disso, o **vértice** é um ponto fundamental por **estar sobre o eixo de simetria da parábola**, isto é, uma reta vertical que divide o gráfico em duas partes espelhadas.

Suas coordenadas x_v e y_v são dadas por:

$$x_v = -\frac{b}{2a}$$

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a}$$

Exemplo 4

Calcule o vértice da função $f(x) = x^2 + 4x + 2$.

Para esta função, temos $a = 1$, $b = 4$ e $c = 2$.

Calculando as coordenadas do vértice:

$$x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2 \cdot 1} = -\frac{\cancel{4}^{2}}{\cancel{2}^{1}} = -2$$

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = -\frac{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}{4 \cdot 1} = -\frac{16 - 8}{4} = -\frac{\cancel{8}^{2}}{\cancel{4}^{1}} = -2$$

Portanto, as coordenadas do vértice são $(-2, -2)$.

Na figura 6 temos gráfico desta função com o vértice em destaque. Neste caso, o vértice representa um ponto de mínimo, pois $a > 0$, indicando que o vértice é o menor valor que a função pode alcançar.

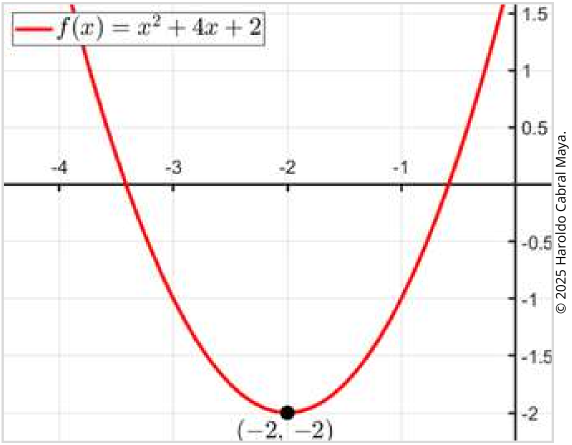


Figura 6: Gráfico de uma função polinomial de 2º grau com seu ponto de mínimo em evidência.

Exemplo 5

Calcule o vértice da função $f(x) = -x^2 + 4x - 2$.

Para esta função, temos $a = -1, b = 4$ e $c = -2$.

Calculando as coordenadas do vértice:

$$x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2 \cdot (-1)} = -\frac{4}{-2} = \frac{\cancel{4}^{2}}{\cancel{2}^{1}} = 2$$

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = -\frac{4^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-2)}{4 \cdot (-1)} = -\frac{16 - 8}{-4} = -\frac{8}{-4} = \frac{\cancel{8}^{2}}{\cancel{4}^{1}} = 2$$

Portanto, as coordenadas do vértice são $(2, 2)$.

Na figura 7 temos o gráfico desta função com o vértice em destaque. Neste caso, o vértice representa um ponto de máximo, pois $a < 0$, indicando que o vértice é o maior valor que a função pode alcançar.

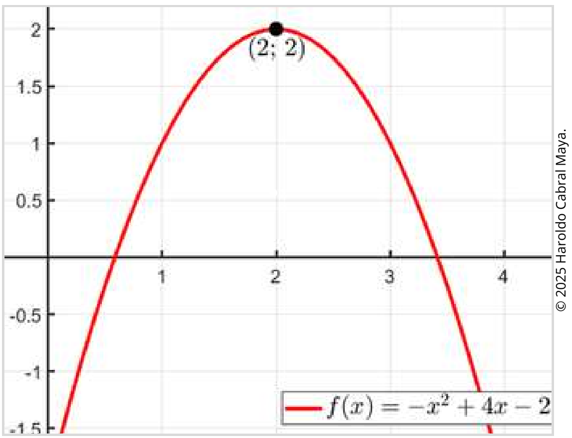


Figura 7: Gráfico de uma função polinomial de 2º grau com seu ponto de máximo em evidência.

Outra possibilidade para determinar o vértice da parábola

Considere a função representada por $f(x) = x^2 - 4x$

Na representação gráfica dessa função (figura 8), observa-se que suas raízes são 0 e 4. Como o vértice pertence ao eixo de simetria da parábola, sua abscissa corresponde ao ponto médio entre as raízes. Dessa forma, a abscissa do vértice é dada pela média entre elas.

$$x_v = \frac{0+4}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

Para determinar a ordenada do vértice:

$$f(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 = 4 - 8 = -4$$

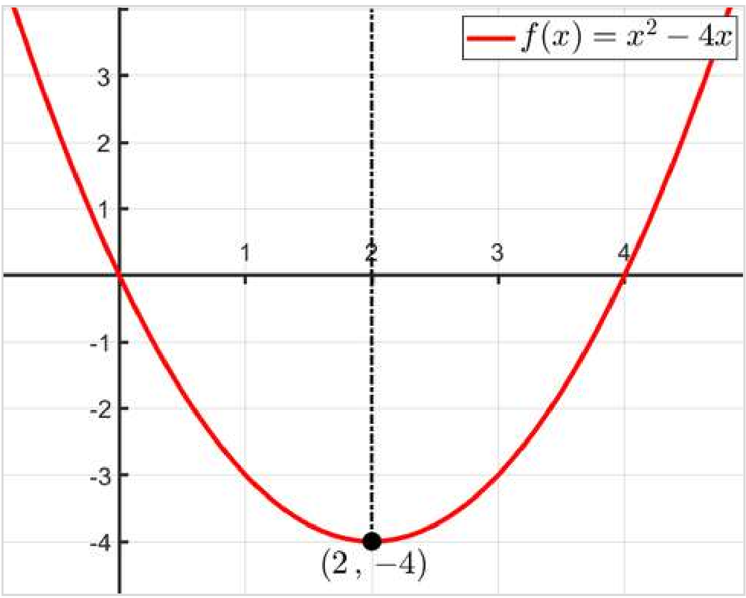


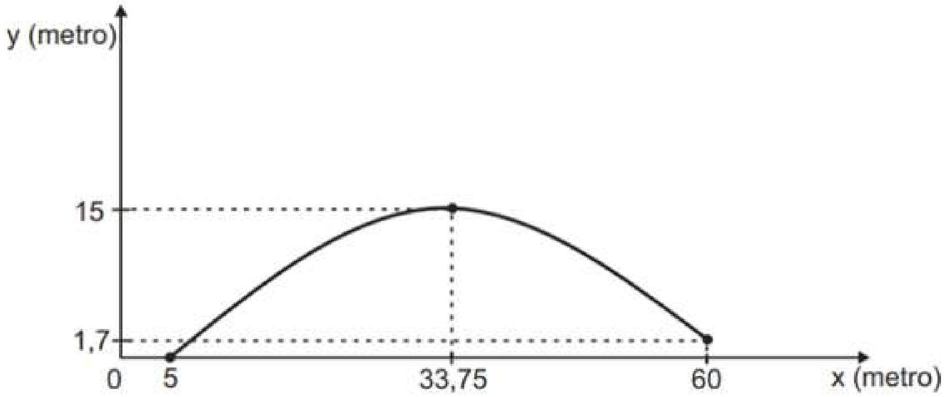
Figura 8: Gráfico de uma função polinomial de 2º grau destacando o eixo de simetria que passa pelo vértice

Análise Pedagógica de um Item

Enunciado

(AMA - 2024 - 3ª ed. M00087421) Marta e Cristiane estão em um campo de futebol lançando a bola uma para outra. Em um desses lançamentos, Marta estava a 5 metros do final do campo; e Cristiane, a 60 metros, dominando a bola a 1,7 m de altura. A trajetória dessa bola foi descrita por uma parábola conforme apresentada no gráfico abaixo, em que x representa a distância horizontal, e y representa a altura em relação ao solo, ambas em metro.

Suporte



Comando

Qual foi a altura máxima, em metro, que a bola atingiu nesse lançamento?

Alternativas

A) 1,7 m.
B) 5 m.
C) 15 m.
D) 33,75 m.
E) 60 m.

Distratores

Gabarito

- **Enunciado:** apresenta as informações necessárias à resolução do item. Engloba o suporte e o comando.
- **Suporte:** texto, imagem e/ou outros recursos que servem como base para a resolução do item. Nos itens de Língua Portuguesa, é obrigatória a presença de suporte.
- **Comando:** indica, de forma objetiva, a tarefa a ser realizada. Está diretamente relacionado à habilidade que o item deseja avaliar.
- **Gabarito:** alternativa correta.
- **Distratores:** alternativas incorretas, mas plausíveis. Os distratores devem corresponder a raciocínios possíveis.

Fonte: Revista da Escola - Equipe Pedagógica Matemática: PAEBES 2025 (CAEd UFJF)

O presente item propõe uma **tarefa associada à interpretação de gráficos de funções quadráticas**. Segundo a revista pedagógica do PAEBES 2025, para o descritor em questão (*D_133_M – Resolver problemas que envolvam os pontos de máximo ou de mínimo no gráfico de uma função polinomial do 2º grau*), *reconhecer o valor máximo de uma função quadrática representada graficamente* constitui uma habilidade de **nível básico**, o que se alinha à demanda cognitiva do item.

A tarefa avaliada exige que o(a) estudante compreenda que a trajetória da bola é descrita por **uma parábola** e que o ponto mais alto dessa trajetória corresponde ao valor máximo da função, isto é, ao **vértice da parábola**. Para isso, é necessário interpretar corretamente o gráfico, **identificando o vértice da função** e, em seguida, sua **ordenada**.

Ao analisar o gráfico apresentado, observa-se que a altura máxima atingida pela bola é 15 metros, valor correspondente à ordenada do vértice da parábola, o que define o gabarito do item (alternativa C).

Os distratores foram construídos a partir de interpretações plausíveis, porém incorretas, do gráfico:

- A (1,7 m): corresponde à altura inicial e final da trajetória, **indicando que o(a) estudante pode não ter identificado o ponto de máximo**.
- B (5 m): refere-se a uma medida no eixo horizontal, correspondente à posição de Marta no campo, **indicando que o(a) estudante pode não ter identificado o ponto de máximo nem a coordenada associada à altura**.
- D (33,75 m): refere-se a uma medida no eixo horizontal, correspondente à abscissa do vértice, **indicando que o(a) estudante identificou o ponto de máximo, mas selecionou a coordenada incorreta.**
- E (60 m): refere-se a uma medida no eixo horizontal, correspondente à posição de Cristiane no campo, indicando dificuldades semelhantes às observadas no item B.

A partir das respostas dos(as) estudantes, é possível propor abordagens pedagógicas específicas, considerando os diferentes tipos de erro. Por exemplo, para aqueles que não reconhecem o ponto de máximo, podem ser desenvolvidas atividades de comparação entre pontos do gráfico, destacando o vértice como ponto de maior altura. Nos casos de confusão entre os eixos, é pertinente trabalhar a leitura de pares ordenados e o significado de cada variável. Já para os(as) estudantes que identificam o vértice, mas selecionam a coordenada incorreta, recomenda-se explorar a distinção entre abscissa e ordenada. Essas intervenções contribuem para o aprimoramento da interpretação gráfica e para a consolidação dos conceitos fundamentais das funções quadráticas.

Atividades

A seção de atividades apresenta diversas questões relacionadas aos descritores e habilidades estudados, sem limitar-se à estrutura de item utilizada em avaliações externas. Para mais atividades, acesse o **Portal de questões da SEDU**.

Este caderno de atividades está disponível para impressão **neste link** ou pelo QR Code ao lado.

ATIVIDADE 1

Considere a função quadrática cuja lei de formação é dada por:

$$f(x) = -x^2 + 4x - 3$$

a) A função possui valor máximo ou mínimo? Justifique com base na concavidade da parábola.
b) Quais são as raízes da função?
c) Qual é a abscissa do vértice da parábola?
d) Qual é o valor da ordenada do vértice da parábola?
e) Esboce o gráfico dessa função, destacando os pontos correspondentes às raízes e ao vértice da parábola.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 1

a)

$a = -1 \quad \therefore \quad a < 0 \rightarrow \text{concavidade para baixo.}$

Possui máximo, pois a função diminui indefinidamente para valores grandes (positivos ou negativos) de x, formando em seu gráfico um cume, cujo ponto mais alto corresponde ao valor máximo da função.

b)

$a = -1; \quad b = 4; \quad c = -3.$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-3) = 16 - 12 = 4$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 \pm \sqrt{4}}{2 \cdot (-1)} = \frac{\cancel{-4}^{2} \pm \cancel{2}^{1}}{\cancel{-2}^{1}} = 2 \pm 1 = \begin{cases} x' = 2 - 1 = 1 \\ x' = 2 + 1 = 3 \end{cases}$$

$S = \{\ 1\ ,\ 3\ \}.$

c)

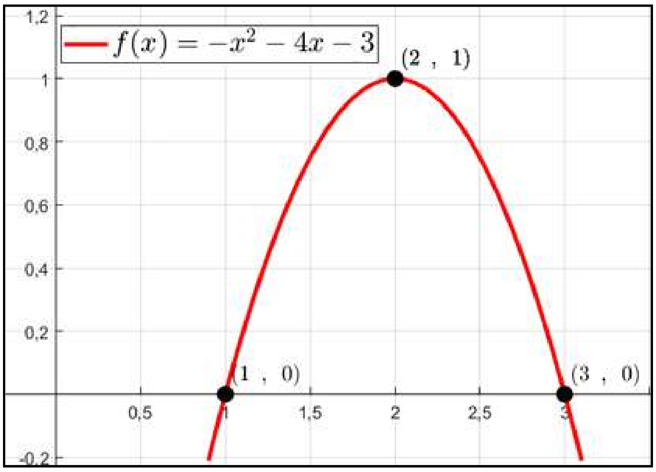
$$x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2 \cdot (-1)} = \frac{\cancel{4}^{2}}{\cancel{2}^{1}} = 2$$

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 1 - continuação

d)

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{4}{4 \cdot (-1)} = \frac{1}{1} = 1$$

e)



ATIVIDADE 2

Considere a função quadrática cuja lei de formação é dada por:

$$f(x) = 2x^2 - 5x + 2$$

a) A função possui valor máximo ou mínimo? Justifique com base na concavidade da parábola.
b) Quais são as raízes da função?
c) Qual é a abscissa do vértice da parábola?
d) Qual é o valor da ordenada do vértice da parábola?
e) Esboce o gráfico dessa função, destacando os pontos correspondentes às raízes e ao vértice da parábola.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 2

a)

$a = 2 \quad \therefore \quad a > 0 \rightarrow \text{concavidade para cima.}$

Possui mínimo, pois a função aumenta indefinidamente para valores grandes (positivos ou negativos) de x, formando em seu gráfico um vale, cujo ponto mais baixo corresponde ao valor mínimo da função.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 2 - continuação

b)

$a = 2; \quad b = -5; \quad c = 2.$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \cdot (2) \cdot (2) = 25 - 16 = 9$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{9}}{2 \cdot 2} = \frac{5 \pm 3}{4} = \begin{cases} x'' = \frac{5-3}{4} = \frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{4}^{2}} = \frac{1}{2} \\ x'' = \frac{5+3}{4} = \frac{\cancel{8}^{2}}{\cancel{4}^{1}} = 2 \end{cases}$$

$$S = \left\{ \frac{1}{2} \ , \ 2 \right\}.$$

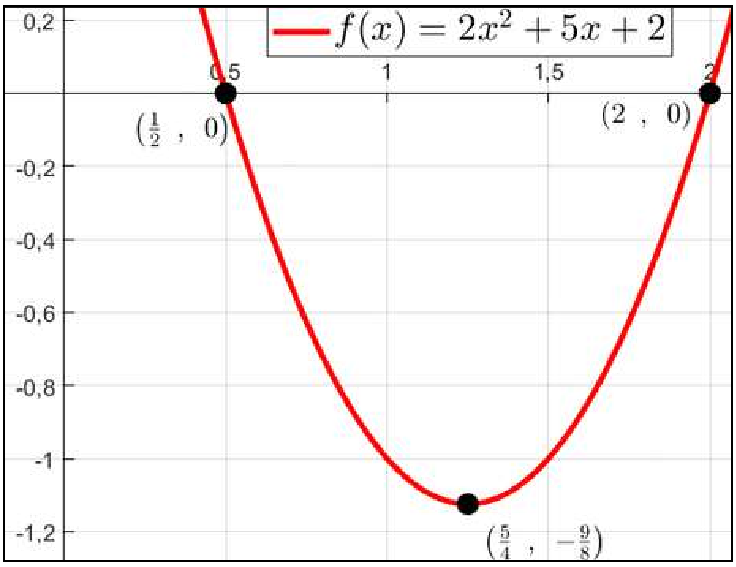
c)

$$x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{(-5)}{2 \cdot (2)} = \frac{5}{4}$$

d)

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{9}{4 \cdot (2)} = -\frac{9}{8}$$

e)



ATIVIDADE 3

Calcule as coordenadas do vértice da parábola correspondente ao gráfico da função quadrática definida por e classifique-o como ponto de máximo ou de mínimo da função:

a) $f(x) = x^2 - 4x + 1$

b) $g(x) = -2x^2 + 4x + 3$

c) $h(x) = \dfrac{x^2}{2} - 3x + 1$

d) $k(x) = -\dfrac{3x^2}{2} + 2x - 4$

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 3

a)

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2 \cdot 1} = \frac{\cancelto{2}{4}}{\cancelto{1}{2}} = 2$$

$$y_v = f(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 1 = 4 - 8 + 1 = -3$$

Como $a = 1 > 0$, o vértice é ponto de **mínimo**.

b)

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2 \cdot (-2)} = \frac{\cancel{-4}}{\cancel{-4}} = 1$$

$$y_v = g(1) = -2 \cdot 1^2 + 4 \cdot 1 + 3 = -2 + 4 + 3 = 5$$

Como $a = -2 < 0$, o vértice é ponto de **máximo**.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 3 - continuação

c)

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-3)}{\cancel{2} \cdot \frac{1}{\cancel{2}}} = \frac{3}{1} = 3$$

$$y_v = h(3) = \frac{3^2}{2} - 3 \cdot 3 + 1 = \frac{9}{2} - 9 + 1 = \frac{9}{2} - 8 = -\frac{7}{2}$$

Como $a = \frac{1}{2} > 0$, o vértice é ponto de **mínimo**.

d)

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{\cancel{2} \cdot \left(-\frac{3}{\cancel{2}}\right)} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$$

$$y_v = k\left(\frac{2}{3}\right) = -\frac{3}{2}\left(\frac{2}{3}\right)^2 + 2 \cdot \frac{2}{3} - 4 = -\frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{2}^{1}} \cdot \frac{\cancel{4}^{2}}{\cancel{9}^{3}} + \frac{4}{3} - 4$$

$$= -\frac{2}{3} + \frac{4}{3} - 4 = \frac{2}{3} - 4 = -\frac{10}{3}$$

Como $a = -\frac{3}{2} < 0$, o vértice é ponto de **máximo**.

ATIVIDADE 4

Uma fábrica de móveis está analisando o custo total de produção de mesas. Esse custo, em reais, depende da quantidade x de mesas produzidas e é modelado pela função:

$$C(x) = x^2 - 160x + 12\,800$$

Onde *C(x)* é o custo total de produção em função da quantidade de mesas produzidas. Quantas mesas a fábrica deve produzir para minimizar os custos? E qual será o custo mínimo?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 4

A função C(x), que modela o custo total de produção, é uma função polinomial de 2º grau com o coeficiente quadrático positivo. Assim, seu gráfico é uma parábola com concavidade voltada para cima, e, portanto, possui um valor mínimo. Esse custo mínimo é dado pela ordenada do vértice da função, enquanto a quantidade de mesas produzidas corresponde à abscissa do vértice. Portanto, vamos calculá-los:

$$a = 1; \quad b = -160; \quad c = 12\,800.$$

$$x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{(-160)}{2 \cdot (1)} = \frac{\cancelto{80}{160}}{\cancelto{1}{2}} = 80$$

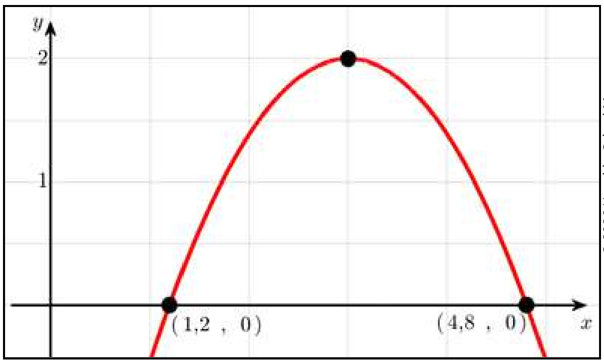
$$y_v = C(x_v) = C(80) = 80^2 - 160 \cdot 80 + 12\,800 = 6\,400 - 12\,800 + 12\,800 = 6\,400$$

Portanto, ao produzir 80 mesas, obtém-se o menor custo de produção, que é igual a 6400.

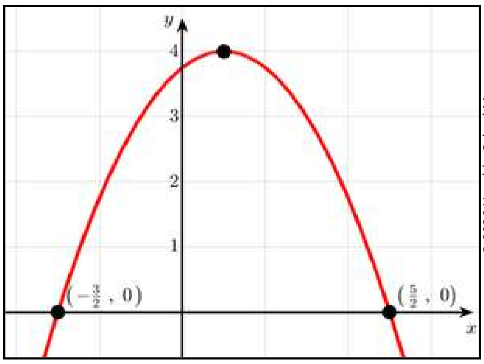
ATIVIDADE 5

Os gráficos a seguir representam funções quadráticas. Em cada caso, determine a abscissa do vértice da parábola.
Dica: utilize a propriedade de simetria da parábola em relação às suas raízes.

a)



b)



RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 5

Em uma parábola, o vértice está exatamente no ponto médio entre as raízes. Assim, a abscissa do vértice é dada pela média das raízes:

a) $$x_v = \frac{x' + x''}{2} = \frac{1{,}2 + 4{,}8}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

b) $$x_v = \frac{x' + x''}{2} = \frac{-\frac{3}{2} + \frac{5}{2}}{2} = \frac{\frac{\cancel{2}}{\cancel{2}}}{2} = \frac{1}{2}$$

De olho no Paebes

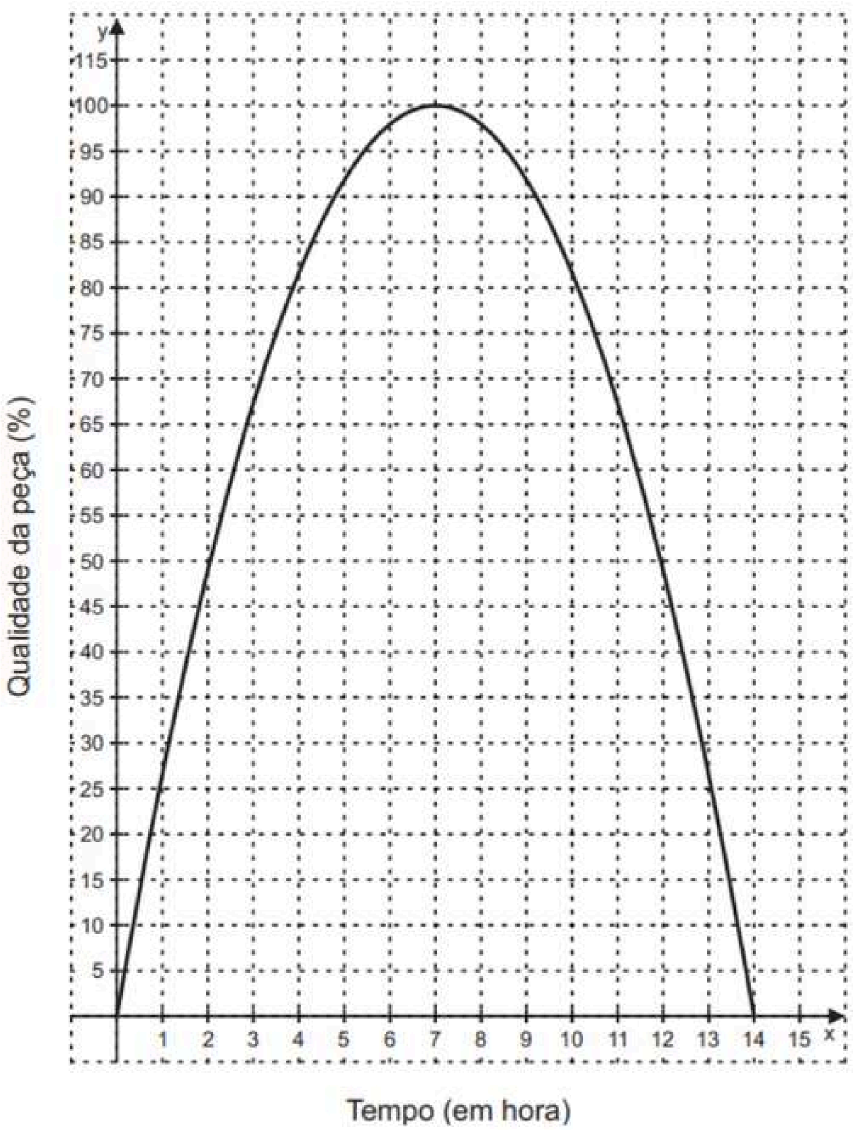
Esta seção tem como objetivo exemplificar algumas variações possíveis entre itens referentes a um mesmo descritor em sua escala de proficiência. Portanto, ela não deve ser tratada como material preparatório único e suficiente para o Paebes, mas sim como um auxiliar ao trabalho pedagógico em sala de aula. Para mais itens, acesse o **Portal de questões da SEDU.**

O "De olho no Paebes" também está disponível em uma versão para impressão **neste link** ou no QR Code ao lado.

D133_M *Resolver problemas que envolvam os pontos de máximo ou de mínimo no gráfico de uma função polinomial do 2º grau.*

ITEM 1 - Básico

(AMA - 2024 - 3ª ed. M00087420) A fabricação de peças feitas com cerâmica faz parte da cultura e tradição indígena. Na produção de uma dessas peças, foi observado que a qualidade dela variou de acordo com o tempo de secagem no forno a lenha, descrevendo uma função de segundo grau. Observe, no plano cartesiano abaixo, o gráfico dessa função, em que o eixo y representa a qualidade da peça, em percentual, e o eixo x representa o tempo de secagem da peça, em horas.



Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Determinar, em uma situação problema, a abscissa de um ponto de máximo de uma função quadrática com base em seu gráfico.".

Em quantas horas essa peça atingiu a qualidade máxima?

A) 7 horas.
B) 14 horas.
C) 28 horas.
D) 50 horas.
E) 100 horas.

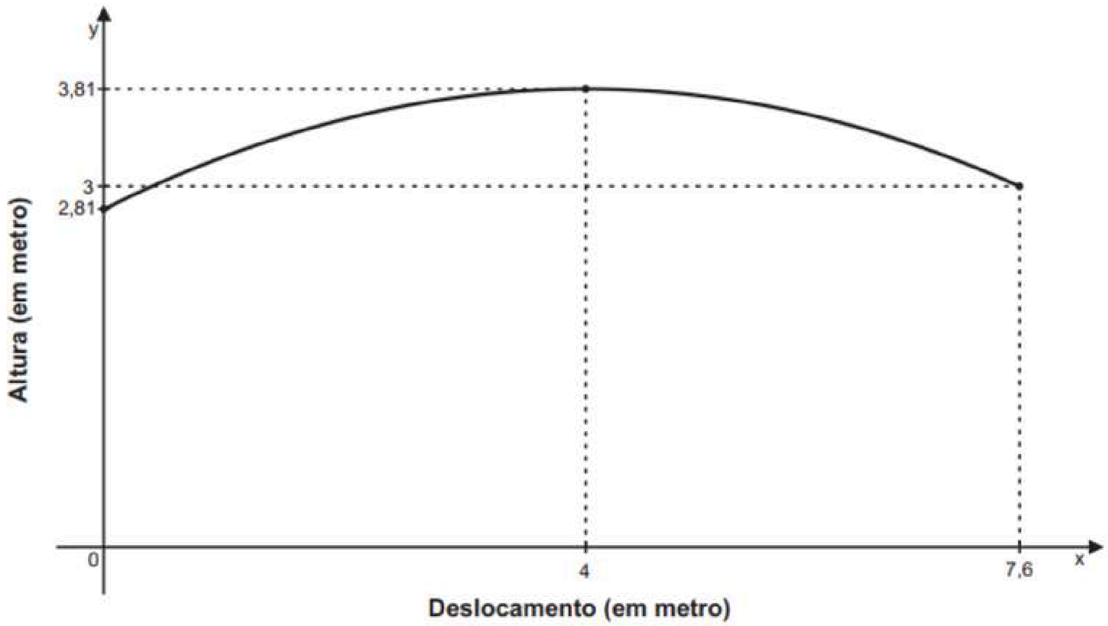
Gabarito: A

ITEM 2 - Básico

(AMA - 2025 - 3ª ed. M00086089) A comissão técnica de um time está realizando um estudo sobre os arremessos de um de seus jogadores. Ao analisar uma cesta realizada por esse jogador durante um jogo, a comissão observou que a trajetória da bola arremessada, até atingir a cesta, pode ser descrita por uma função do 2° grau.

Observe abaixo a representação gráfica dessa função, em que x representa o deslocamento horizontal da bola, em metro, e y a altura da bola, em metro, em relação ao chão da quadra.

Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Reconhecer o valor máximo de uma função quadrática representada graficamente.".



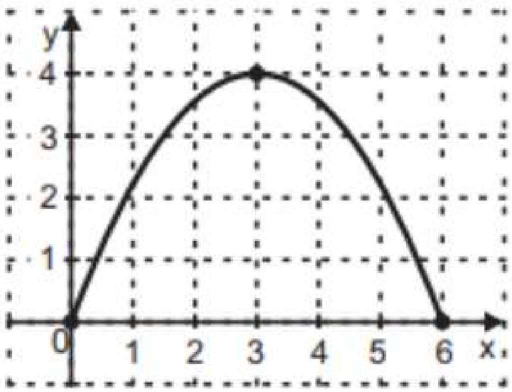
Em relação ao chão da quadra, qual foi a altura máxima, em metro, que a bola atingiu nesse arremesso?

A) 2,81 m.
B) 3 m.
C) 3,81 m.
D) 4 m.
E) 7,6 m.

Gabarito: C

ITEM 3 - Básico

(AMA - 2025 - 3ª ed. M008388) Um arquiteto está projetando um arco no formato de uma parábola que será construído na entrada de um parque municipal. Observe o gráfico abaixo que foi modelado, a partir de uma função em que x representa o comprimento horizontal, em metros, e y a altura, em metros, desse arco projetado.



Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de “Reconhecer o valor máximo de uma função quadrática representada graficamente.”.

O responsável pelo parque identificou que o arco, que será construído, deve ser 2 metros mais alto que o arco indicado no projeto.

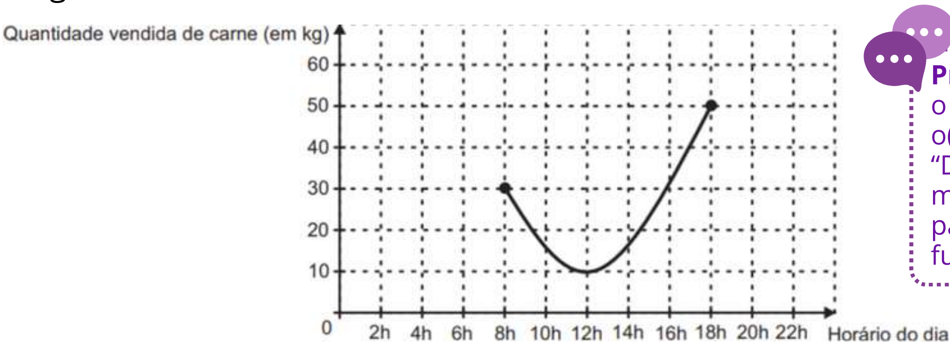
Qual deverá ser a altura máxima desse arco, em metro, para que ele esteja de acordo com o critério estabelecido pelo responsável desse parque?

A) 2 m.
B) 4 m.
C) 5 m.
D) 6 m.
E) 7 m.

Gabarito: D

ITEM 4 - Avançado

(AMA - 2025 - 2ª ed. M00087422) A gêrencia de um supermercado fez um estudo com seus clientes sobre a venda de carnes em um período do dia, tendo como resultado uma curva no formato de parte de uma parábola. Observe esse resultado no gráfico abaixo.



Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de “Determinar os pontos de máximo ou de mínimo a partir do gráfico de uma função.”.

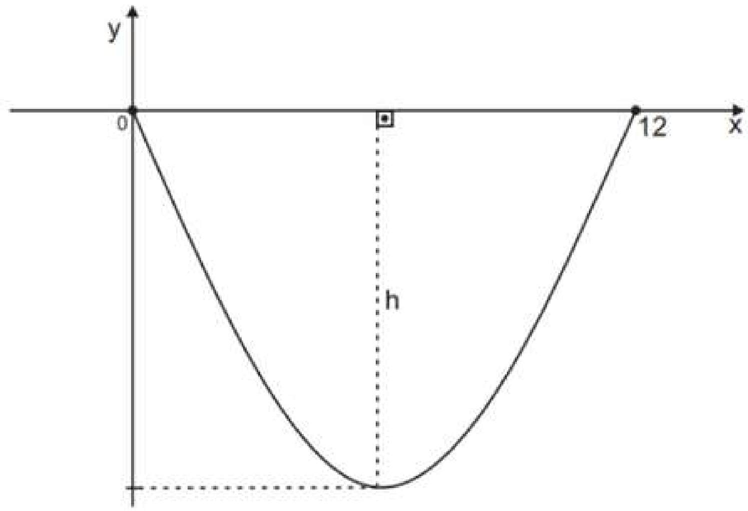
Qual foi o horário em que se vendeu a menor quantidade de carne no supermercado durante o período do estudo?

A) 08h00min.
B) 10h00min.
C) 12h00min.
D) 13h00min.
E) 18h00min.

Gabarito: C

ITEM 5 - Avançado

(AMA - 2024 - 3ª ed. M00087422) Em um parque, será construída uma rampa aquática. Essa rampa terá o formato de uma parábola, como representado no sistema de eixos abaixo.



> **Prezado(a) Professor(a)**, o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Determinar os pontos de máximo ou de mínimo a partir do gráfico de uma função.".

De acordo com esse sistema de eixos, h é a altura, em metro, dessa rampa, e essa parábola pode ser descrita pela função $f(x) = \frac{x^2}{4} - 3x$, com $0 \leq x \leq 12$.
Qual será a medida da altura h, em metro, dessa rampa?

A) 3 m.
B) 6 m.
C) 9 m.
D) 12 m.
E) 18 m.

Gabarito: C

Conexão ENEM

Aqui você terá questões de edições recentes do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) relacionadas ao conteúdo do capítulo. Devido aos objetivos específicos dessa avaliação, é possível que as questões apresentem especificidades não contempladas no material, assim como este, por sua vez, não objetiva ser preparatório para o ENEM. Para mais questões, visite o repositório de provas e gabaritos de edições anteriores clicando aqui.

Acesse o "Conexão ENEM" para impressão neste link ou pelo QR Code ao lado.

Material Extra

Arquimedes e seu estudo sobre parábolas

Neste vídeo (clique aqui ou leia o QR-code ao lado) do canal Numberphile, são apresentadas as investigações de Arquimedes sobre parábolas, destacando como, por meio de argumentos geométricos rigorosos, ele antecipou ideias que hoje associamos ao cálculo. O material oferece uma abordagem histórica e conceitual consistente, contribuindo para uma compreensão mais profunda da função quadrática para além de sua forma algébrica tradicional.

Parábolas, Elipses e Hipérboles: Geometria das Reflexões e da Transmissão de Sinais

Neste vídeo (clique aqui ou leia o QR-code ao lado) do canal Numberphile, são exploradas as relações entre parábolas, elipses e hipérboles no contexto da reflexão e transmissão de sinais, evidenciando como essas curvas cônicas aparecem em aplicações como antenas, telescópios e sistemas de comunicação. A abordagem geométrica e visual destaca propriedades pouco exploradas no ensino tradicional, ampliando as possibilidades de compreensão conceitual da função quadrática e suas conexões com outros objetos matemáticos.

Função Quadrática: Representações e Compreensão Conceitual

Neste material (clique aqui ou leia o QR-code ao lado) da Khan Academy, a função quadrática é apresentada de forma estruturada, articulando diferentes representações — algébrica, gráfica e tabular — para apoiar a compreensão e a resolução de problemas. O conteúdo explora desde a forma geral até características como vértice, raízes e comportamento do gráfico, promovendo uma abordagem progressiva e conceitualmente consistente.

Referências

DANTE, Luiz Roberto. Do seu jeito: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias: volume 1: ensino médio. 1. ed. São Paulo: Ática, 2024.

ESPÍRITO SANTO (Estado). Secretaria de Estado da Educação. PAEBES – 2025. Juiz de Fora: Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Educação, CAEd, 2025. v. 1. (Revista da Escola – Equipe Pedagógica: Matemática).

FERREIRA, Fabrício Eduardo; SMOLE, Katia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. Ser protagonista matemática e suas tecnologias 1. 1. ed. São Paulo: Edições SM, 2024.

FUGITA, Felipe; BONJORNO, José Roberto; GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy. Por toda parte matemática: 1º ano: ensino médio: volume 1. 1. ed. São Paulo: FTD, 2024.

IEZZI, Gelson et al. Identidade Saraiva: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias: volume 1: ensino médio. 1. ed. São Paulo: Saraiva, 2024.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA (INEP). ENEM: provas e gabaritos. Disponível em: https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos. Acesso em: 7 abr. 2026.

LONGEN, Adilson; FREITAS, Luciana Tenuta de. Matemática: aprendendo e resolvendo problemas: 1º ano. 1. ed. São Paulo: Editora do Brasil, 2024.

MODERNA (Editora). Moderna em ação matemática: 1º ano: ensino médio: volume 1. 1. ed. São Paulo: Moderna, 2024.

PAIVA, Manoel. Moderna plus matemática: volume 1: ensino médio. 2. ed. São Paulo: Moderna, 2024.

SOUZA, Joamir Roberto de. 360° matemática: ensino médio: volume 1. 1. ed. São Paulo: FTD, 2024.

Detalhando o descritor

D082_M *Identificar o gráfico que representa uma situação descrita em um texto.*

GRANDEZAS E VARIÁVEIS

GRANDEZAS

Uma grandeza é tudo aquilo que pode ser medido ou quantificado. São exemplos de grandezas: tempo, temperatura, distância, massa, velocidade e preço.

VARIÁVEIS

Uma variável é uma representação simbólica (geralmente uma letra) usada para indicar uma valor que pode variar dentro de um conjunto. Uma variável pode ser utilizada para representar uma grandeza que admite diferentes valores em determinado contexto.

Considere a seguinte situação: “Um carro percorre uma distância ao longo do tempo”. Nesta situação as grandezas envolvidas são **tempo** e **distância** e podemos utilizar as variáveis **t** (tempo) e **d** (distância) para representá-las.

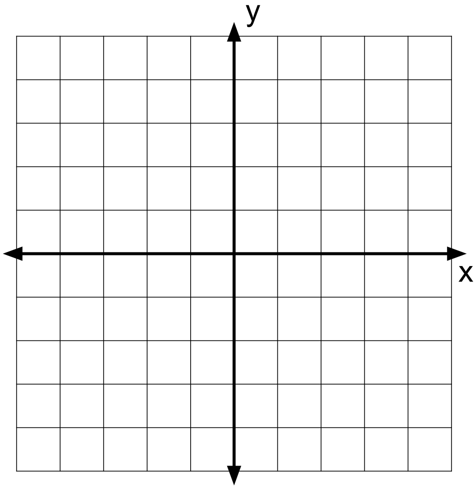
Poderíamos escrever uma relação entre elas como, por exemplo, **d = 60t.** Isso significa que a distância depende do tempo.

Dizemos que uma variável é **independente** quando seus valores podem ser escolhidos livremente. A variável cujo valor depende da outra é chamada de **dependente**. Na situação descrita acima, o tempo (t) é a variável independente e a distância (d) é a variável dependente, pois depende do tempo.

Exemplo: No enchimento de um reservatório, temos as grandezas tempo (t) e volume de água (V). A variável t (tempo) é a variável independente e a variável V (volume) é a variável dependente, pois o volume de água do reservatório depende do tempo de enchimento do mesmo.

O PLANO CARTESIANO

Para representar graficamente a relação entre duas variáveis, utilizamos o **plano cartesiano.**



Prezado(a) Professor(a),

caso os estudantes apresentem dificuldades, recomenda-se revisitar os descritores D043_M (Identificar a localização de pontos no plano cartesiano) e D078_M (Corresponder uma função polinomial do 1º grau a seu gráfico), com atividades de localização de pontos e interpretação de gráficos de funções do 1º grau.

O plano cartesiano é formado por dois eixos:

- eixo horizontal (eixo x): representa a variável independente;
- eixo vertical (eixo y): representa a variável dependente.

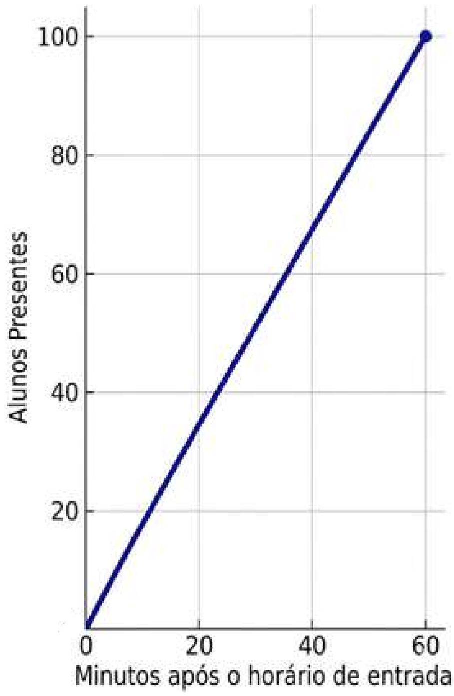
Cada ponto do gráfico representa um par de valores (x, y), indicando a relação entre as grandezas.

COMPORTAMENTO DAS VARIÁVEIS NO GRÁFICO

Ao analisar um gráfico, é importante observar como uma grandeza varia em relação à outra.

CRESCIMENTO

Ocorre crescimento quando uma grandeza aumenta à medida que a outra aumenta. No gráfico, a curva sobe da esquerda para a direita.
Exemplo: “O número de alunos presentes na escola aumentou à medida que passou do horário da entrada.”

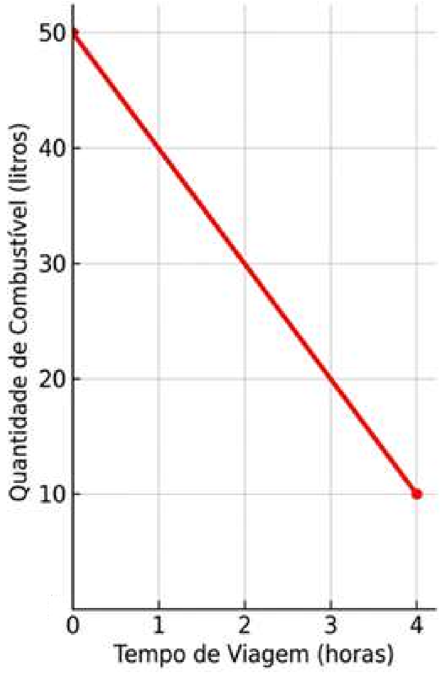


Fonte: Imagem gerada por inteligência artificial (Gemini, 2026)

DECRESCIMENTO

O decrescimento ocorre quando uma grandeza diminui à medida que a outra aumenta. No gráfico, a curva desce da esquerda para direita.

Exemplo: “A quantidade de combustível diminui durante a viagem.”

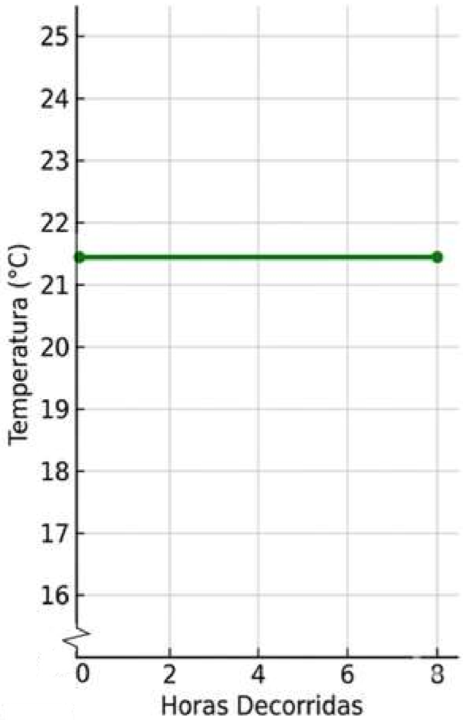


Fonte: Imagem gerada por inteligência artificial (Gemini, 2026)

CONSTÂNCIA

Não há alteração na grandeza à medida que a outra aumenta. No gráfico, temos uma reta horizontal.

Exemplo: “A temperatura permaneceu estável por algumas horas.”



Fonte: Imagem gerada por inteligência artificial (Gemini, 2026)

Prezado(a) Professor(a),

é importante explicar aos(às) estudantes a presença do símbolo de quebra de escala no eixo vertical do gráfico, indicando, visualmente, que a escala não é contínua desde a origem, ou seja, há um ‘salto’ que omite parte dos valores iniciais para destacar variações em valores mais altos.

SITUAÇÕES COM MAIS DE UM COMPORTAMENTO

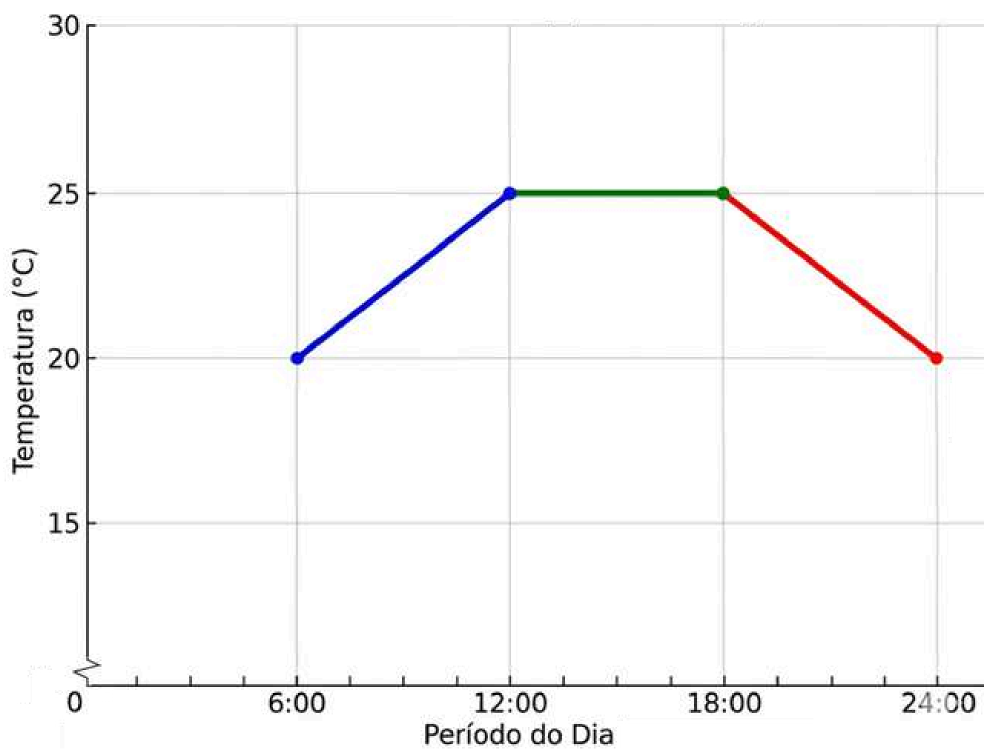
Nem sempre uma situação apresenta apenas um tipo de evolução. Em muitos casos, o comportamento muda ao longo do tempo.

Exemplo: "A temperatura aumenta pela manhã, permanece constante à tarde e diminui à noite."
Nesse caso, o gráfico deve apresentar:

- um trecho crescente;
- um trecho horizontal (constante);
- um trecho decrescente.

Observe o gráfico abaixo, que poderia representar o exemplo citado.

Variação da temperatura diária



Fonte: Imagem gerada por inteligência artificial (Gemini, 2026)

Perceba que o gráfico apresentado não mantém o mesmo comportamento em todo o seu domínio. Em um primeiro momento, a grandeza temperatura cresce, depois permanece constante e, por fim, passa a decrescer. Situações como essa são descritas por **funções definidas por mais de uma sentença**, isto é, funções cuja lei de formação muda conforme o intervalo considerado da variável independente, que nesse exemplo é o tempo. Cada trecho do gráfico corresponde a uma expressão diferente, permitindo representar fenômenos reais que apresentam comportamentos distintos ao longo do tempo ou de outra grandeza.

FUNÇÕES DEFINIDAS POR MAIS DE UMA SENTENÇA

Em muitas situações reais, o comportamento da variável não é o mesmo o tempo todo. Nesses casos, utilizamos uma **função definida por mais de uma sentença**, também chamada de **função definida por partes**.

As funções definidas por partes ampliam a noção de uma única lei de formação. Em vez de uma única expressão válida para todos os valores de x, passam a ser consideradas diferentes expressões, cada uma aplicável a um intervalo específico do domínio da função. Dessa forma, o gráfico de uma função pode ser constituído por distintos trechos, como segmentos de reta, curvas exponenciais ou, ainda, apresentar descontinuidades entre determinados valores.

DEFINIÇÃO

Uma função f(x) é dita definida por mais de uma sentença quando sua lei de formação varia de acordo com o valor de x. Nesses casos, utiliza-se uma notação matemática específica para representar essa definição.

$$f(x) = \begin{cases} f_1(x), & \text{se } x \text{ pertence ao intervalo } I_1 \\ f_2(x), & \text{se } x \text{ pertence ao intervalo } I_2 \\ \vdots & \\ f_n(x), & \text{se } x \text{ pertence ao intervalo } I_n \end{cases}$$

Em que:

- Cada $f_i(x)$ é uma função definida em um intervalo específico I_i ;
- Cada um dos intervalos I_i pode ser aberto, fechado ou semiaberto;
- A união dos intervalos I_1 ,I_2 , ... , I_n constitui o domínio da função.

Observe que cada "linha" da definição corresponde a uma sentença diferente e o símbolo de chave à esquerda indica que todas essas regras compõem uma única função.

O gráfico de uma função definida por partes é a reunião, em um mesmo plano cartesiano, dos gráficos de cada uma das funções $f_i(x)$.

APLICAÇÃO

1) Uma companhia de abastecimento de água adota, para residências, o sistema de cobrança descrito a seguir.

Tarifa 1
De 0 a 10 m³: cobra-se R$ 2,50 por m³.

Tarifa 2
Acima de 10 m³ até 20 m³: cobra-se R$ 3,50 por m³ excedente aos 10 m³ iniciais.

Tarifa 3
Acima de 20 m³ até 30 m³: cobra-se R$ 5,00 por m³ excedente aos 20 m³ iniciais.

Tarifa 4
Acima de 30 m³: cobra-se R$ 7,00 por m³ excedente aos 30 m³ iniciais.

De acordo com essas informações os funcionários da companhia construiram uma função que possibilita calcular o valor da fatura (v) conforme o consumo (c) em m³ de água.

$$v(c) = \begin{cases} 2{,}50c, & 0 \le c \le 10 \\ 25 + 3{,}50(c - 10), & 10 < c \le 20 \\ 60 + 5{,}00(c - 20), & 20 < c \le 30 \\ 110 + 7{,}00(c - 30), & c > 30 \end{cases}$$

Prezado(a) Professor(a),

ao construir a função por partes, destaque que, a partir do segundo intervalo, cada expressão inclui um valor inicial fixo, correspondente ao custo acumulado do intervalo anterior. É importante explicitar como esses valores são obtidos, para que os(as) estudantes compreendam o caráter cumulativo da função.

a) Determine o valor da fatura de uma pessoa que consuma 13 m³ de água e de uma família que consuma 32 m³ de água.

Resolução: Para resolver esse problema, devemos identificar em qual faixa de consumo cada valor se encaixa e aplicar a regra correspondente.

Caso 1: Consumo de 13 m³. Este consumo está na Tarifa 2, pois é um consumo compreendido entre 10 m³ e 20 m³. Para determinar o valor a pagar usamos a expressão da segunda faixa, atribuindo 13 ao valor da variável c.

$$v(13) = 25 + 3,50 \cdot (13 - 10) = 25 + 3,50 \cdot 3 = 25 + 10,50 = 35,50$$

Portanto, a pessoa pagará uma fatura de valor R$ 35,50.

Caso 2: Consumo de 32 m³. Este consumo está na Tarifa 4, pois é um consumo superior a 30 m³. Para determinar o valor a pagar usamos a expressão da quarta faixa, atribuindo 32 ao valor da variável c.

$$v(32) = 110 + 7,00 \cdot (32 - 30) = 110 + 7,00 \cdot 2 = 110 + 14 = 124$$

Logo, a família pagará uma fatura de R$ 124,00.

b) Contrua o gráfico da função que permite que a companhia de abastecimento de água calcule o valor da fatura de seus clientes.

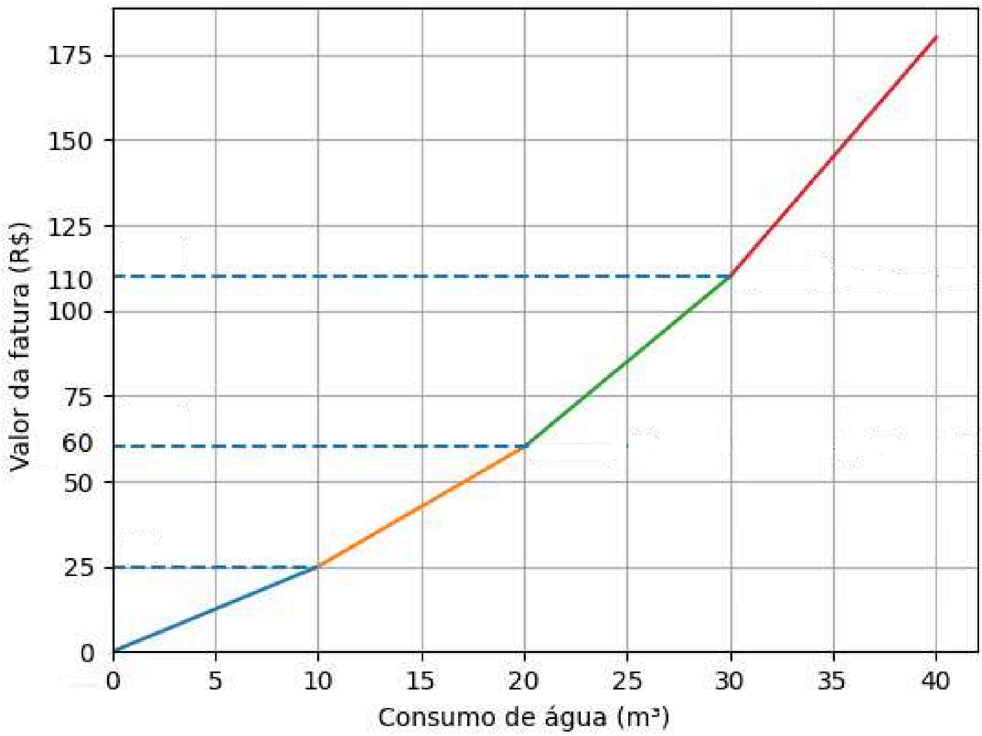
Resolução: Para compreender a natureza da função definida por partes, pode-se adotar diferentes abordagens para a construção do gráfico.

Uma opção é a criação de uma tabela de valores atribuindo valores para a variável c (consumo) em cada uma das faixas. É fundamental calcular os valores correspondentes aos "pontos de transição" (consumo igual a 10 m³, 20 m³ e 30 m³ para garantir a visualização das conexões entre os segmentos de reta.

Outra estratégia eficaz é demonstrar que o gráfico total é a junção de quatro funções afins distintas. Pode-se construir cada reta separadamente e depois destacar apenas o intervalo correspondente a cada tarifa.

Para uma visualização precisa, recomenda-se o uso softwares de geometria dinâmica, como o GeoGebra ou o Desmos.

Valor da fatura de água conforme consumo



Fonte: Imagem gerada por inteligência artificial (ChatGPT/OpenAI, 2026)

DO TEXTO AO GRÁFICO

Interpretar uma situação e identificar seu gráfico correspondente envolve uma habilidade importante: traduzir informações da linguagem verbal para a linguagem gráfica. Para isso leia atentamente o texto, identifique as grandezas envolvidas, determine qual depende da outra, observe o comportamento — cresce, diminui ou permanece constante — e, por fim compare as informações com o gráfico.

Análise Pedagógica de um Item

Enunciado

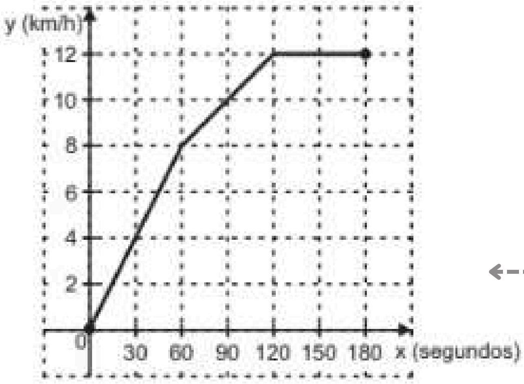
(AMA - 2024 - 1ª ed.) Um atleta realizou um treino de corrida na esteira que durou 180 segundos. Nos primeiros 60 segundos desse treino, a velocidade da esteira foi mantida em 8 km/h. Em seguida, a velocidade aumentou linearmente, durante 60 segundos, até atingir 12 km/h. Essa velocidade permaneceu constante no tempo restante desse treino.

O gráfico que representa a velocidade y da esteira, em quilômetro por hora, em função do tempo x, em segundo, desse treino está apresentado em

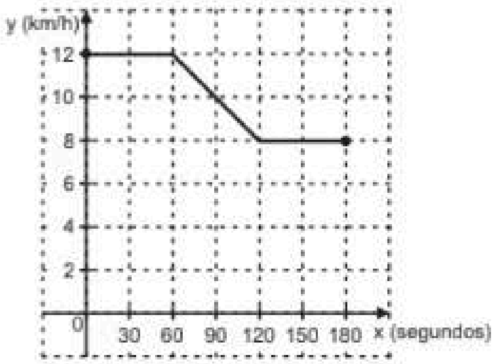
Comando

Alternativas

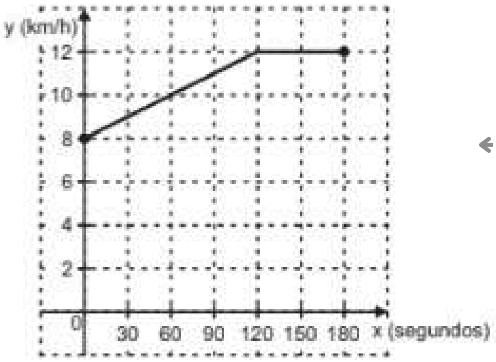
A)



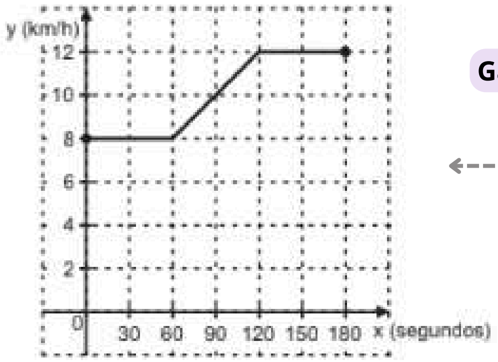
B)



C)

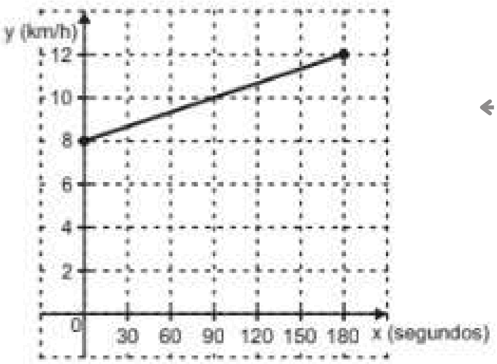


D)



Gabarito

E)



Distratores

- **Enunciado:** apresenta as informações necessárias à resolução do item. Engloba o suporte e o comando.

- **Suporte:** texto, imagem e/ou outros recursos que servem como base para a resolução do item. Nos itens de Língua Portuguesa, é obrigatória a presença de suporte.

- **Comando:** indica, de forma objetiva, a tarefa a ser realizada. Está diretamente relacionado à habilidade que o item deseja avaliar.

- **Gabarito:** alternativa correta.

- **Distratores:** alternativas incorretas, mas plausíveis. Os distratores devem corresponder a raciocínios possíveis.

Fonte: Revista da Escola - Equipe Pedagógica Matemática: PAEBES 2025 (CAEd UFJF)

O presente item propõe uma tarefa ancorada no nível de desempenho **básico**. Mais especificamente, busca verificar se o(a) estudante é capaz de “Reconhecer o gráfico de uma função a partir de informações sobre sua variação descritas em um texto”.

A tarefa avaliada por esse item exige que o(a) estudante compreenda a relação entre uma situação descrita verbalmente e sua representação gráfica. Para isso, é necessário interpretar corretamente as três etapas do movimento descrito:

- Primeiro intervalo (0 a 60 s): velocidade constante de 8 km/h → trecho horizontal no gráfico;
- Segundo intervalo (60 a 120 s): aumento linear da velocidade até 12 km/h → trecho crescente (reta inclinada);
- Terceiro intervalo (120 a 180 s): velocidade constante de 12 km/h → novo trecho horizontal.

Assim, o estudante precisa articular conhecimentos sobre:
- leitura e interpretação de gráficos;
- identificação de crescimento linear;
- distinção entre trechos constantes e variáveis;
- associação entre grandezas (tempo x velocidade).

A alternativa correta (gabarito D) representa adequadamente essas três etapas, respeitando tanto os valores quanto aos intervalos de tempo descritos.

Os distratores revelam diferentes tipos de dificuldades:
- distrator A: pode indicar que o estudante reconhece crescimento e constância, mas tem dificuldade em identificar corretamente os intervalos em que cada variação ocorre e em relacionar o valor inicial do gráfico com o contexto do texto.

- distrator B: mostra uma diminuição da velocidade no trecho em que ela deveria aumentar. Esse distrator pode indicar dificuldade em interpretar o sentido da variação, confundindo aumento com diminuição, e em relacionar corretamente o valor inicial do gráfico ao contexto.
- distrator C: apresenta crescimento seguido por trecho contante, mas não respeita o comportamento inicial de constância, sugerindo dificuldade em interpretar corretamente o primeiro intervalo.
- distrator E: apresenta crescimento linear ao longo de todo o tempo. Indica que o estudante percebe que há aumento, mas ignora os trechos em que a velocidade permanece constante.

De modo geral, os(as) estudantes podem ter enfrentado dificuldades como: não distinguir entre grandezas constantes e variáveis em um gráfico; não interpretar a expressão “aumenta linearmente”; associar incorretamente o tempo descrito no texto com os intervalos no gráfico; foco apenas na tendência geral (aumenta/diminui), sem atenção aos detalhes da variação; confusão entre gráficos de crescimento contínuo e crescimento por etapas.

Caso o(a) estudante tenha marcado um distrator, sugerimos como possibilidades de intervenção pedagógica:

- Retomar o conceito de função em contexto, destacando como situações do cotidiano podem ser representadas graficamente;
- Trabalhar com análise de gráficos por intervalos, incentivando a leitura “por partes” e não apenas global;
- Explorar atividades que envolvam a construção de gráficos a partir de descrições textuais e vice-versa;
- Reforçar o significado de termos como “constante” e “crescimento linear”, utilizando exemplos visuais;
- Promover comparações entre gráficos semelhantes, discutindo o que muda em cada um;
- Utilizar recursos visuais (simulações, tabelas, esquemas) que auxiliem na transição entre linguagem verbal e gráfica.

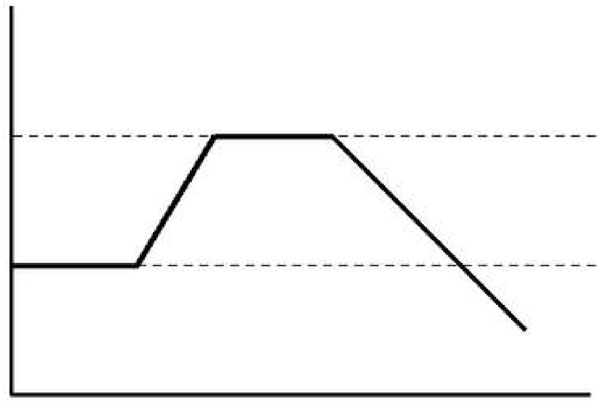
Atividades

A seção de atividades apresenta diversas questões relacionadas aos descritores e habilidades estudados, sem limitar-se à estrutura de item utilizada em avaliações externas. Para mais atividades, acesse o **Portal de questões da SEDU**.

Este caderno de atividades está disponível para impressão **neste link** ou pelo QR Code ao lado.

ATIVIDADE 1

Observe o gráfico abaixo, que representa a relação entre duas grandezas.



Analise as quatro situações descritas a seguir:

- Situação I: Um carro está trafegando por uma rua com escolas a uma velocidade constante de 30 km/h. Ao se distanciar das escolas, ele acelera até atingir uma velocidade constante de 60 km/h. Após alguns minutos mantendo essa velocidade, o motorista vê um sinal vermelho e freia o carro para que sua velocidade vá reduzindo até chegar ao sinal.
- Situação II: Um forno já estava ligado a uma temperatura baixa. O cozinheiro aumentou a potência para aquecê-lo até 200°C. A temperatura foi mantida constante enquanto o bolo assava. Ao final, o cozinheiro desligou o forno, e a temperatura começou a cair.
- Situação III: Uma cultura de bactérias começa com uma população estável. Após a adição de nutrientes, a população cresce rapidamente. Em seguida, os nutrientes se estabilizam e a população para de crescer, mantendo-se constante. Por fim, devido à falta de espaço, a população começa a diminuir.
- Situação IV: Uma loja abre o dia com 10 produtos na prateleira. Logo na primeira hora, todos os produtos são vendidos de uma vez. A prateleira fica vazia por horas até que o repositor chega e coloca 50 novos produtos de forma imediata.

Com base no gráfico e nas situações descritas, responda:

a) Quais situações (I, II, III ou IV) podem ser representadas pelo comportamento gráfico apresentado?

b) Identifique a situação que NÃO pode ser representada por este gráfico e justifique sua resposta com base na análise das grandezas envolvidas.

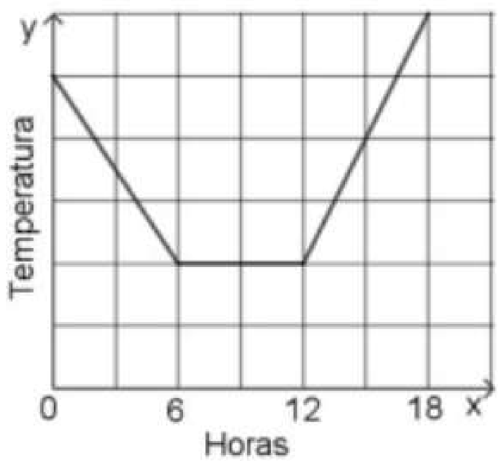
RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 1

a) O(A) estudante deve identificar as situações I, II e III. Todas elas seguem a lógica: estado inicial constante → aumento gradual → estado de estabilidade → diminuição gradual.

b) A situação que não pode ser representada pelo gráfico é a IV. Nessa situação IV, as mudanças ocorrem de forma "imediata" ou inversa ao gráfico. O gráfico mostra uma constância inicial positiva, enquanto a situação IV descreve uma perda total de estoque (queda) logo no início. Além disso, o gráfico mostra um crescimento gradual (subida inclinada), enquanto a reposição "imediata" de estoque seria representada por uma linha vertical, e não inclinada.

ATIVIDADE 2

(SAEPE - 2018 - Adaptada) O gráfico abaixo apresenta a variação da temperatura em uma determinada cidade ao longo de 18 horas de um dia, iniciando à meia-noite.



Analise as três situações hipotéticas descritas a seguir:

I: "A temperatura caiu de forma constante durante as primeiras 6 horas. Após esse período, o clima se manteve estável até o meio-dia, quando então a temperatura voltou a subir de forma acelerada."
II: "Durante a madrugada, houve uma queda na temperatura. A partir das 6 horas, o dia começou a esquentar gradativamente, mantendo-se em elevação constante até o final da tarde."
III: "Nas primeiras 6 horas do dia, a temperatura permaneceu sem variações. Das 6h às 12h, os termômetros registraram uma queda brusca e, somente após as 12h, a temperatura se estabilizou e permaneceu constante."

Com base no gráfico e nas situações descritas:
a) Identifique qual das situações (I, II ou III) representa corretamente o comportamento do gráfico apresentado.
b) Para as duas situações que você não escolheu, explique detalhadamente quais partes do texto estão em desacordo com o que é mostrado visualmente no gráfico.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 2

a) O(A) estudante deve identificar a situação I como a correta.

b) Na situação II o erro está na afirmação de que a temperatura começou a esquentar a partir das 6 horas. O gráfico mostra que, entre o intervalo de x = 6 e x = 12 (manhã), a temperatura permaneceu constante (linha horizontal), não havendo elevação nesse período. Na situação III a descrição apresentada é completamente diferente do que é mostrado no gráfico. Ela afirma que houve estabilidade no início (o gráfico mostra queda), queda no meio (o gráfico mostra estabilidade) e estabilidade no fim (o gráfico mostra subida). O(A) estudante deve apontar que o trecho horizontal do gráfico ocorre no meio (das 6h às 12h) e não no início ou no fim.

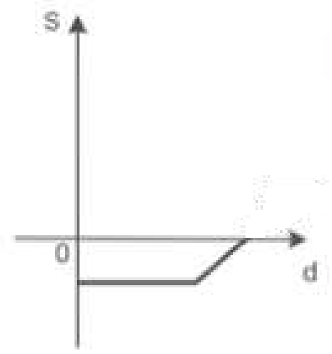
ATIVIDADE 3

(M100243ES - Adaptada) Rogério é professor da rede estadual e recebe seu salário no último dia útil de cada mês. Ele decidiu monitorar a saúde financeira de sua conta bancária ao longo do mês de maio e, para isso, começou a esboçar um gráfico que relaciona o saldo de sua conta com os dias do mês. Após receber seu salário no final do mês de abril, algumas contas agendadas foram debitadas e Rogério iniciou o mês de maio com saldo negativo. O professor passou alguns dias sem realizar qualquer tipo de movimentação (saques ou depósitos) e, por fim, recebeu alguns pagamentos extras e fez um depósito de valor exato para que seu saldo se tornasse nulo. No plano cartesiano, construa um gráfico que represente a evolução do saldo de Rogério no mês de maio de acordo com o texto.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 3

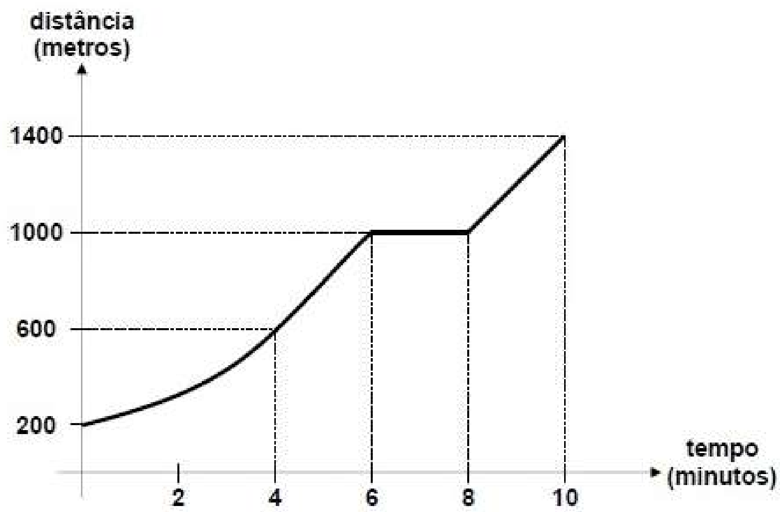
Para que a questão seja considerada correta, o gráfico desenhado pelo(a) estudante deve apresentar as seguintes características geométricas:

- Parte 1 (Início): A linha deve começar ou estar posicionada abaixo do eixo x (na região negativa do eixo y), representando o saldo devedor.
- Parte 2 (Estabilidade): Deve haver um segmento de reta horizontal (paralela ao eixo x). Isso indica que, conforme o tempo (dias) passou, o valor do saldo (y) não se alterou.
- Parte 3 (Final): A linha deve ter uma inclinação ascendente (subida) até tocar exatamente o eixo x. No ponto em que a linha toca o eixo horizontal, o valor de y é igual a zero, representando o saldo nulo.



ATIVIDADE 4

(UFPR - 2012 - Adaptada) O gráfico abaixo foi gerado por um computador durante um teste de esforço físico, registrando a distância percorrida por um indivíduo em uma esteira ao longo de 10 minutos.



Analise as três descrições abaixo sobre o comportamento do indivíduo durante o teste:
I: "O indivíduo começou o teste com uma caminhada leve. Entre os minutos 6 e 8, ele aumentou sua velocidade significativamente para alcançar a marca de 1000 metros e, nos dois minutos finais, manteve um ritmo constante até atingir 1400 metros."
II: "O indivíduo iniciou o teste aumentando sua velocidade gradualmente. Do minuto 6 ao minuto 8, ele parou de caminhar para descansar, mantendo a distância já percorrida. Após o minuto 8, ele voltou a caminhar com velocidade constante até o fim do teste."
III: "O indivíduo manteve a mesma velocidade do início ao fim do teste. A inclinação da reta mostra que não houve paradas e nem mudanças de ritmo, percorrendo distâncias iguais em intervalos de tempo iguais durante os 10 minutos."

Com base no gráfico e nas descrições, responda:
a) Qual dos textos (I, II ou III) descreve corretamente a situação representada no gráfico?
b) Justifique por que os outros dois textos estão incorretos, utilizando os dados de tempo (eixo x) e distância (eixo y) para fundamentar sua resposta.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 4

a) O(A) estudante deve identificar a descrição II como a correta.

b) A descrição I afirma que houve aumento de velocidade entre os minutos 6 e 8. O gráfico contradiz isso, pois mostra um segmento horizontal nesse intervalo. Em um gráfico de distância x tempo, uma linha horizontal indica que a distância não mudou (o indivíduo estava parado ou a esteira foi pausada). Na descrição III, o texto afirma que a velocidade foi a mesma durante todo o teste (movimento uniforme). O gráfico mostra o contrário: há uma curva no início (aceleração), um patamar horizontal (parada) e segmentos com inclinações diferentes, indicando mudanças de ritmo.

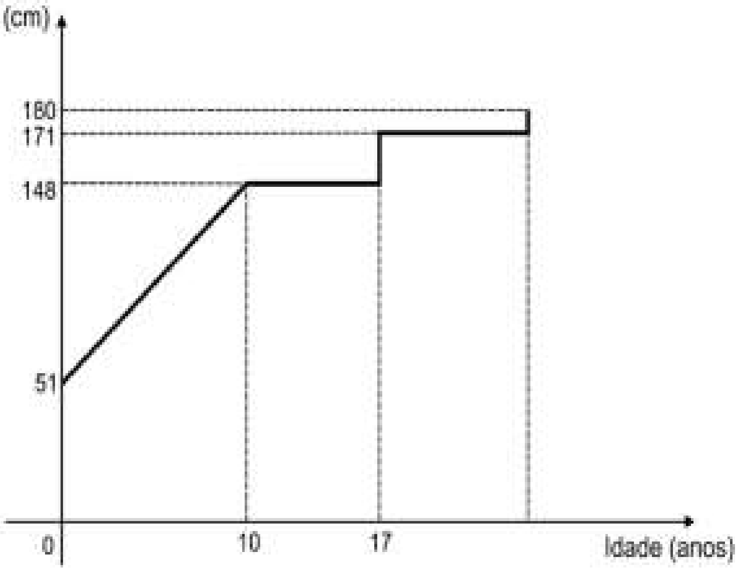
ATIVIDADE 5

(ENEM - 2010 - Adaptada) Acompanhando o crescimento do filho, um casal constatou que:

- De 0 a 10 anos, a variação da altura se dava de forma mais rápida.
- Dos 10 aos 17 anos, o crescimento continuou, mas de forma mais lenta.
- A partir dos 17 anos, essa variação passava a ser cada vez menor, até se tornar imperceptível.

Para ilustrar essa situação, o casal tentou esboçar um gráfico relacionando a altura do filho com a idade.

Analise o gráfico abaixo e responda:



a) O gráfico construído pelos pais não representa corretamente o desenvolvimento do filho. Explique o porquê, descrevendo o que estaria acontecendo com a altura desse jovem na vida real se o crescimento seguisse exatamente esse modelo apresentado no gráfico.

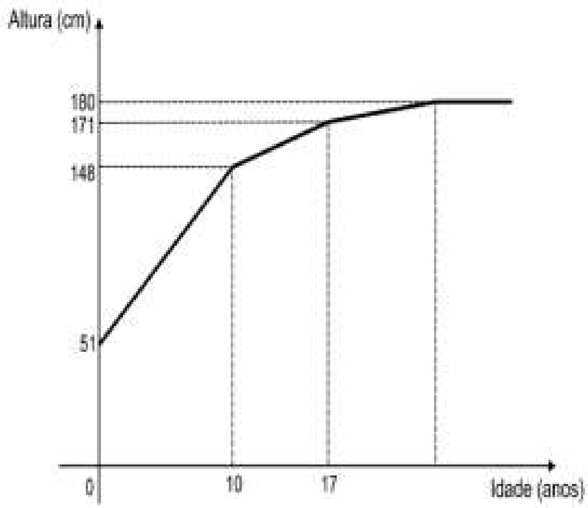
b) Com base nas informações do texto, esboce em seu caderno o gráfico que representaria corretamente a evolução da altura do filho, indicando as mudanças de inclinação nos pontos de 10 e 17 anos.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 5

a) O(A) estudante deve identificar que o gráfico representa um crescimento descontínuo. Ele deve perceber que, nesse gráfico, a criança passaria meses ou anos sem crescer absolutamente nada (linhas horizontais) e, de repente, ganharia vários centímetros de forma instantânea (linhas verticais) no dia do seu aniversário, por exemplo. Na biologia humana, o crescimento é contínuo (gradual), e não em saltos.

b) O gráfico correto deve ser uma linha poligonal ou curva ascendente com as seguintes características:

- 0 a 10 anos: Uma reta com inclinação acentuada (subida íngreme).
- 10 a 17 anos: Uma reta com inclinação menor (menos íngreme que a primeira), indicando que o crescimento continua, mas em ritmo reduzido.
- Após 17 anos: A linha deve começar a se "achatar", tendendo a uma linha horizontal (estabilização da altura).

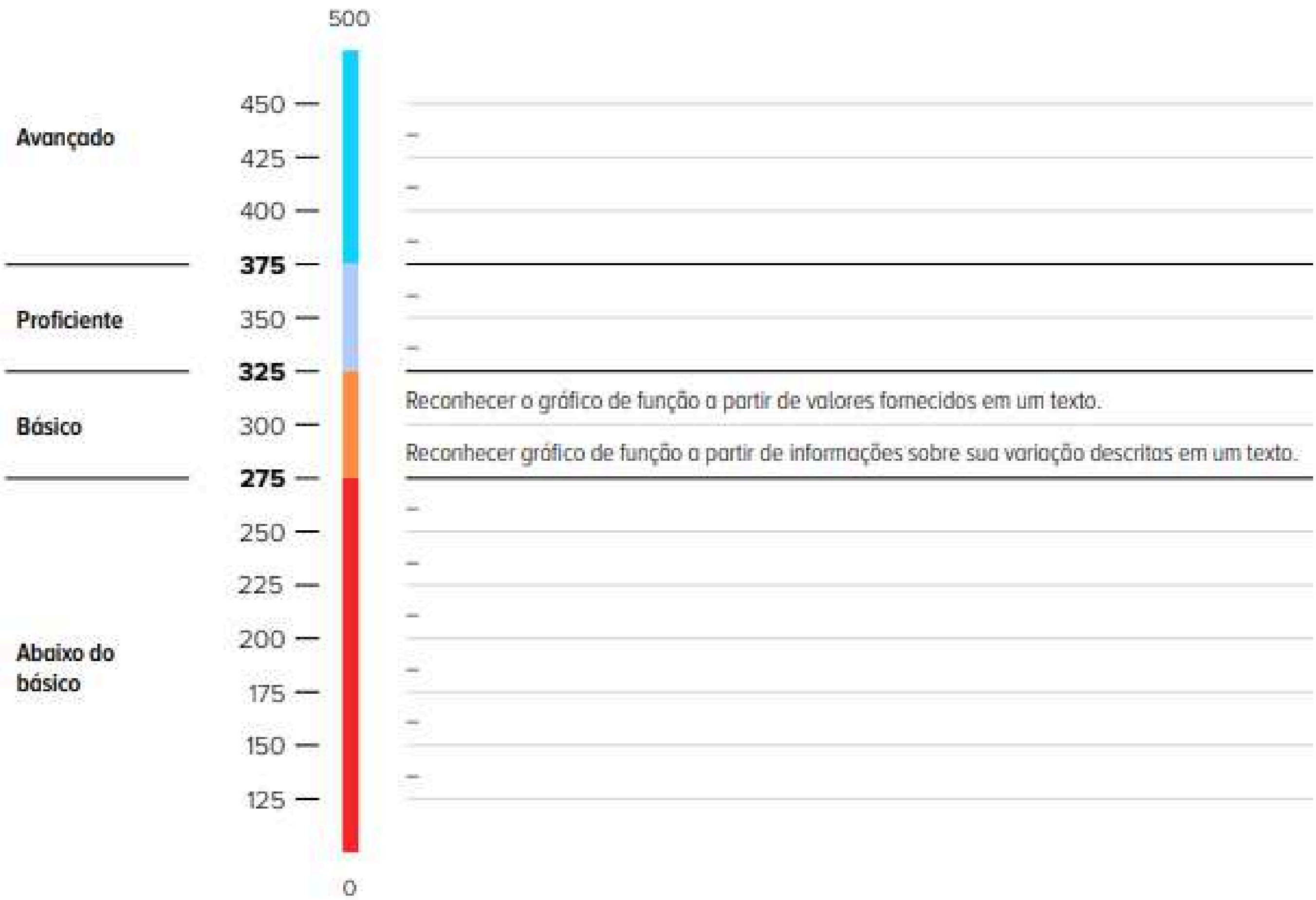


De olho no Paebes

Esta seção tem como objetivo exemplificar algumas variações possíveis entre itens referentes a um mesmo descritor em sua escala de proficiência. Portanto, ela não deve ser tratada como material preparatório único e suficiente para o Paebes, mas sim como um auxiliar ao trabalho pedagógico em sala de aula. Para mais itens, acesse o **Portal de questões da SEDU.**

O "De olho no Paebes" também está disponível em uma versão para impressão **neste link** ou no QR Code ao lado.

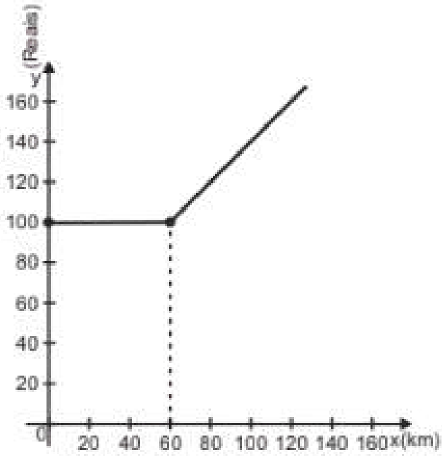
D082_M *Identificar o gráfico que representa uma situação descrita em um texto.*



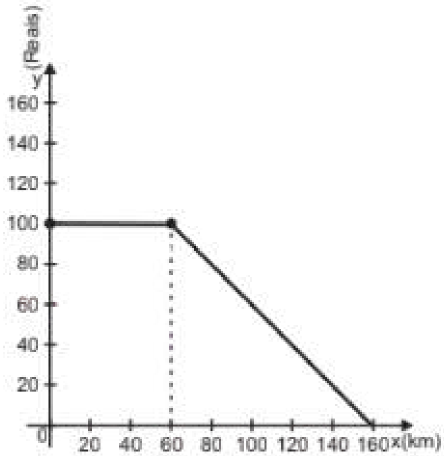
ITEM 1 - Básico

(AMA 2025 - 2ª ed. M008321) Pedro é motorista particular e cobra um valor fixo de R$ 100,00 para viagens em que são percorridos até 60 km de distância. Caso o trajeto percorrido na viagem seja superior a essa distância, é cobrado, além desse valor fixo, um valor adicional de R$ 1,00 para cada quilômetro que foi percorrido a mais. Para facilitar a compreensão desse método de cálculo de preços pelos clientes, Pedro irá elaborar um gráfico que representa os valores a serem cobrados pela viagem em função da distância total percorrida. Um gráfico que atende ao objetivo de Pedro é

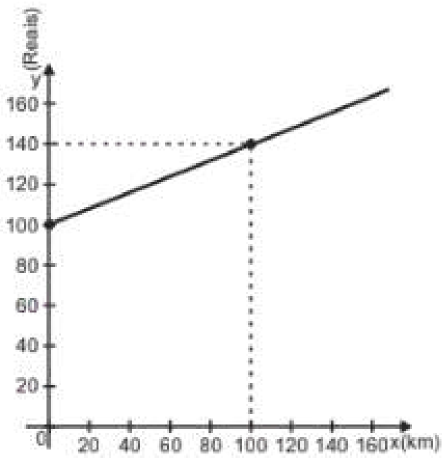
A)



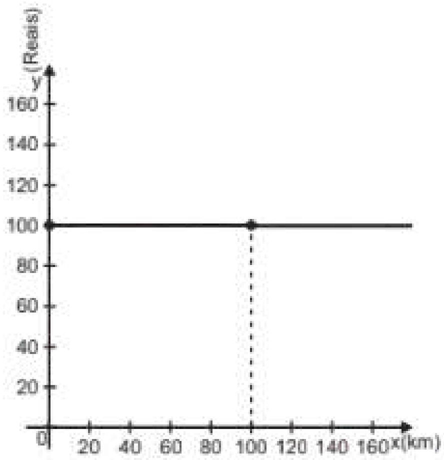
B)



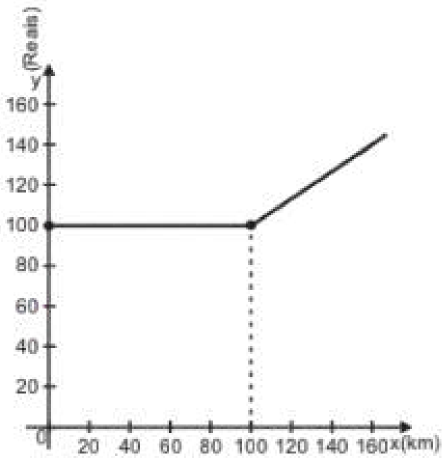
C)



D)



E)



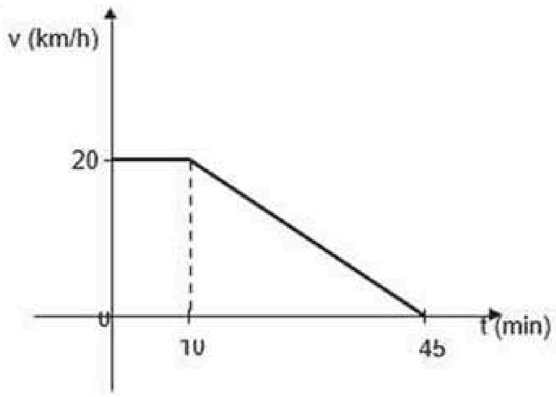
Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Reconhecer gráfico de função a partir de informações sobre sua variação descritas em um texto".

Gabarito: A

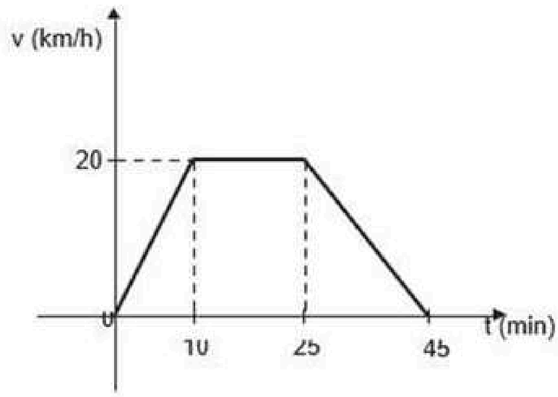
ITEM 2 - Básico

(PAEBES 2022) Em um determinado feriado, Augusto resolveu visitar sua mãe de bicicleta. Ele partiu do repouso, de sua casa, com destino a casa de sua mãe. Nos primeiros 10 minutos, ele aumentou a velocidade de sua bicicleta de forma linear, até atingir 20 km/h, mantendo essa velocidade constante nos 15 minutos seguintes da viagem. Passados esses 25 minutos, devido às condições da estrada, Augusto começou a diminuir sua velocidade, também de forma linear, até concluir seu trajeto e chegar à casa de sua mãe. Ele gastou um tempo total de 45 minutos nesse percurso. O gráfico que melhor representa a situação descrita nesse texto é

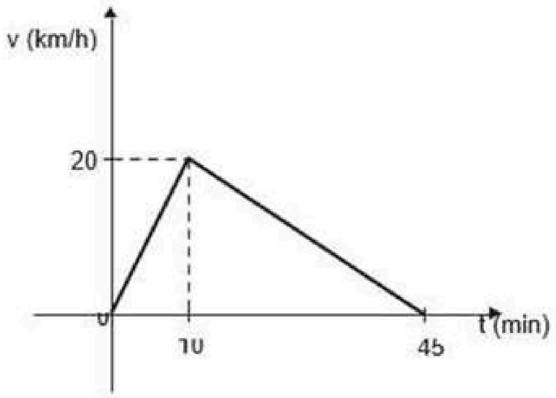
A)



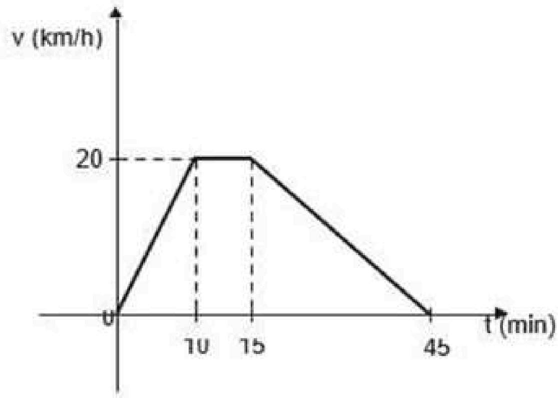
B)



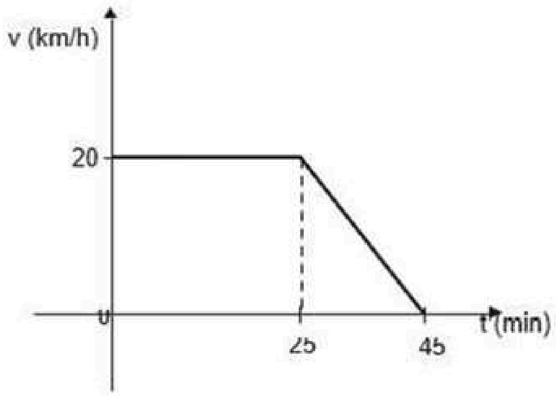
C)



D)



E)



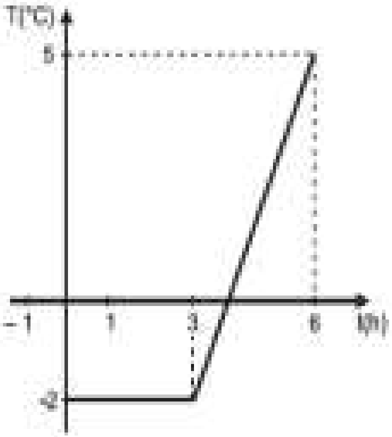
Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de “Reconhecer gráfico de função a partir de informações sobre sua variação descritas em um texto”.

Gabarito: B

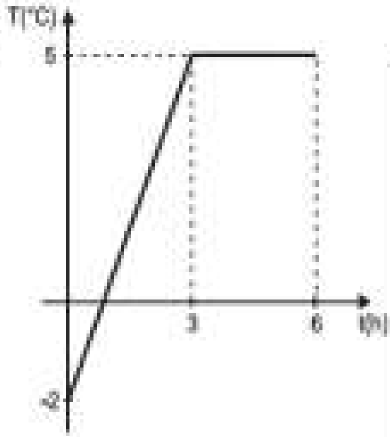
ITEM 3 - Básico

(SAEPE 2023) A partir do instante em que a temperatura de uma cidade começou a ser medida, os termômetros marcavam –2°C. Com o passar do tempo, a temperatura foi aumentando até que, após 3 horas, ela atingiu 5 ºC e permaneceu constante por 3 horas. Qual é o gráfico que melhor representa a situação descrita nesse texto?

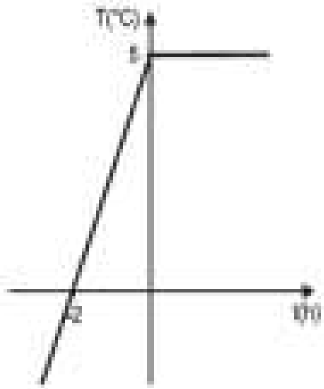
A)



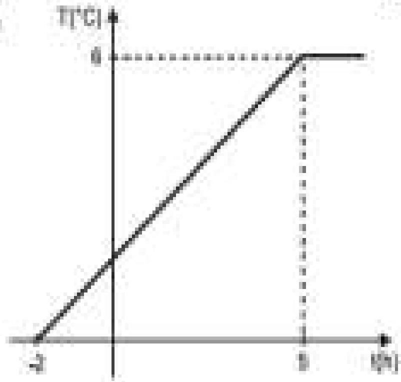
B)



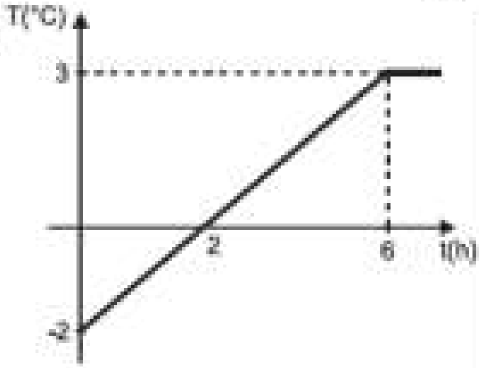
C)



D)



E)



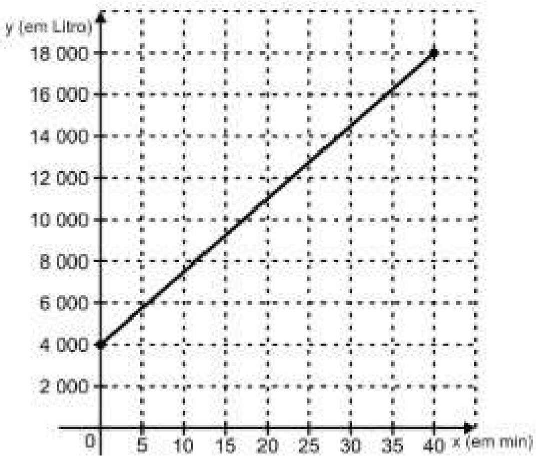
Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Reconhecer gráfico de função a partir de informações sobre sua variação descritas em um texto".

Gabarito: B

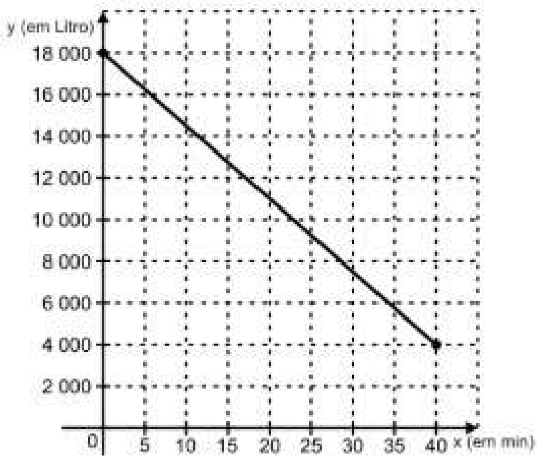
ITEM 4 - Básico

(AMA 2024 - 1 ed. M101597H6) Geraldo contratou o serviço de um caminhão-pipa para abastecer o reservatório de seu sítio. Antes de iniciar o abastecimento, esse reservatório possuía 4 000 litros de água em seu interior. O abastecimento ocorreu em 40 minutos, descarregando um total de 14 000 litros de água de forma contínua e com a mesma vazão. Durante esse abastecimento, não houve retirada de água desse reservatório. Qual é o gráfico que representa a quantidade y de litros de água nesse reservatório em função do tempo x, em minutos, em que o abastecimento foi feito?

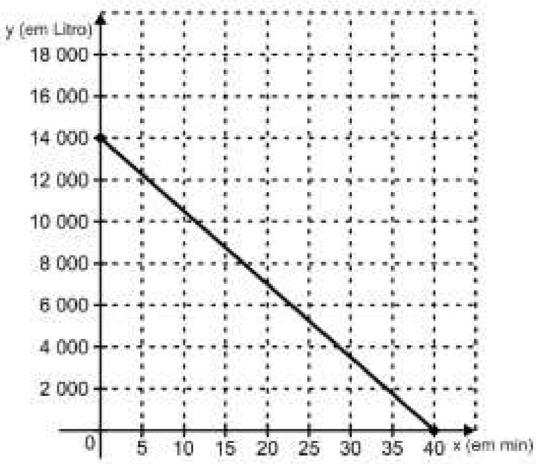
A)



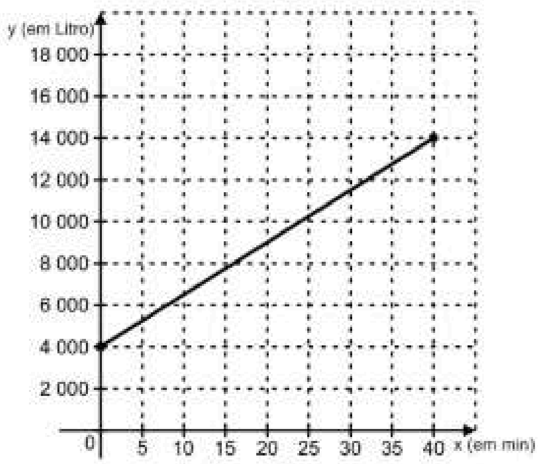
B)



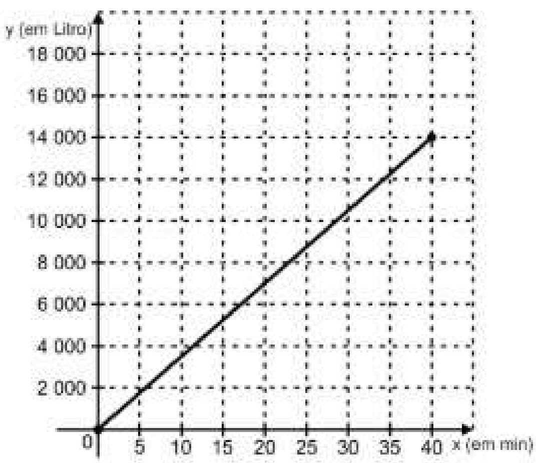
C)



D)



E)

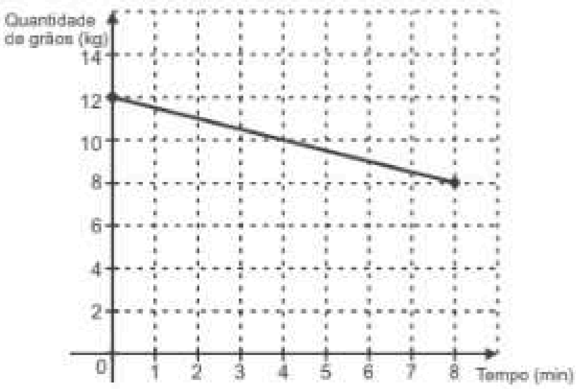


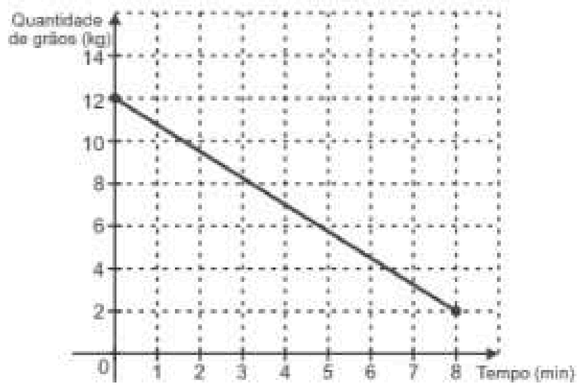
Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Reconhecer o gráfico de função a partir de valores fornecidos em um texto".

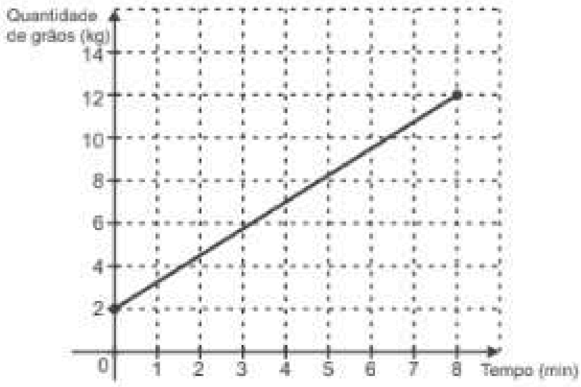
Gabarito: A

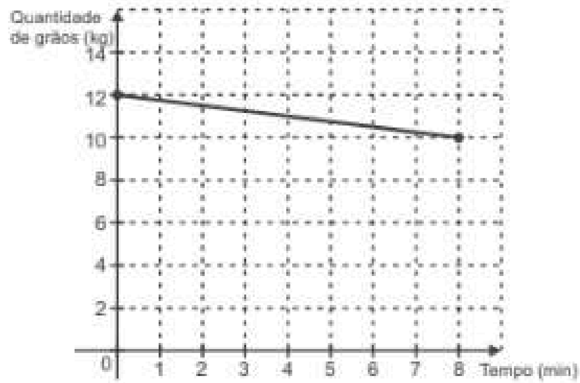
ITEM 5 - Básico

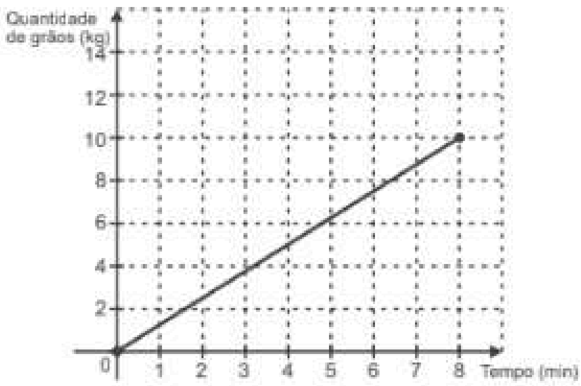
(AMA 2024 - 1 ed. M00058608) Uma máquina processadora de grãos faz a moagem de 10 kg de trigo em um tempo de 8 minutos. Após o início do processo de moagem, a quantidade de grãos, em quilograma, no reservatório dessa máquina decai de modo linear, em função do tempo de moagem. No seu último processamento, foram inseridos 12 kg de grãos de trigo em seu reservatório. O gráfico que representa a quantidade de trigo no reservatório dessa máquina, em quilograma, após iniciada a moagem em seu último processamento, está apresentado em

A)


B)


C)


D)


E)


Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Reconhecer o gráfico de função a partir de valores fornecidos em um texto".

Gabarito: B

Conexão ENEM

Aqui você terá questões de edições recentes do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) relacionadas ao conteúdo do capítulo. Devido aos objetivos específicos dessa avaliação, é possível que as questões apresentem especificidades não contempladas no material, assim como este, por sua vez, não objetiva ser preparatório para o ENEM. Para mais questões, visite o repositório de provas e gabaritos de edições anteriores clicando **aqui**.

Acesse o "Conexão ENEM" para impressão **neste link** ou pelo QR Code ao lado.

Material Extra

Khan Academy

No tópico Álgebra Intermediária - Parte I, a Unidade 10 "Funções modulares e funções definidas por partes", traz vídeos e exercícios comentados sobre conteúdos contemplados neste material estruturado. Para ter acesso, basta clicar aqui ou via QR-Code (ao lado).

Khan Academy

No tópico Matemática EM - Álgebra 2, a Unidade 5 "Funções definidas por partes", traz vídeos, exercícios comentados e diversas situações nas quais ocorrem funções definidas por partes. Para ter acesso, basta clicar aqui ou via QR-Code (ao lado).

Referências

Brasil. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Provas e gabaritos. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos>. Acesso em: 08 abr. 2026.

CAEd/UFJF (Centro de Políticas Públicas e Avaliação da Educação). Avaliação e monitoramento – Pernambuco. Disponível em: <https://avaliacaoemonitoramentopernambuco.caeddigital.net/#!/biblioteca>. Acesso em: 09 abr. 2026.

ESPÍRITO SANTO. Secretaria de Estado da Educação. *PAEBES 2025: revista da escola – equipe pedagógica: matemática*. v. 1. Juiz de Fora: Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Educação, CAEd, 2025. Disponível em: https://prototipos.caeddigital.net/arquivos/es/colecoes/2025/PAEBES_2025_RE_MT.pdf. Acesso em: 25 mar. 2026.

DANTE, Luiz Roberto. *Matemática: contexto & aplicações: ensino médio*. 3. ed. São Paulo: Ática, 2016.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Inês. *Ser protagonista: matemática e suas tecnologias: números e álgebra: ensino médio*. São Paulo: Edições SM, 2020.

BALESTRI, Rodrigo. *Matemática: interação e tecnologia*. v. 1. 2. ed. São Paulo: Leya, 2016.

EDITORA MODERNA (Org.). *Moderna Superação! Matemática: volume 1*. 1. ed. São Paulo: Moderna, 2024.

Formulários de Avaliação e Apontamentos da RPE

FORMULÁRIO DE AVALIAÇÃO

Disponibilizamos um formulário de avaliação, por meio do QR Code e do *link* abaixo, para que possamos identificar pontos de melhoria e ajustar as Rotinas Pedagógicas Escolares (RPE) de acordo com a realidade da sua sala de aula.

Link: https://forms.gle/sftzbthjyquEDcfy7

APONTAMENTOS NA RPE

Disponibilizamos também um formulário para apontar ajustes necessários, por meio do QR Code e do *link* abaixo. Caso tenha encontrado algum ponto de melhoria ou erro, por favor, detalhe abaixo para que a nossa equipe possa realizar as devidas correções.

Link: https://forms.gle/sftzbthjyquEDcfy7