SEDU 2026

Matemática

2ª Série
Segundo Trimestre

Gerência de Currículo
da Educação Básica

Rotinas Pedagógicas Escolares

Material do(a) Professor(a)

GOVERNO DO ESTADO
DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

GOVERNO DO ESTADO
DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

Governador
RICARDO DE REZENDE FERRAÇO

Secretária de Estado da Educação
ANDRÉA GUZZO PEREIRA

Subsecretário da Educação Básica e Profissional
ANDRÉ MELOTTI ROCHA

Gerente de Currículo da Educação Básica
JOCILENE GADIOLI DE OLIVEIRA

Subgerente de Desenvolvimento Curricular da Educação Básica
KAYODÊ DAVID DE MELO SOUZA

Subgerente de Educação Ambiental
JÉSSICA AFLÁVIO DOS SANTOS

2026

GOVERNO DO ESTADO
DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

Coordenadores do Componente Curricular

GABRIEL LUIZ SANTOS KACHEL
LAIANA MENEGUELLI
LEOVEGILDO IZIDORO PEREIRA NETO
LILIAN CRISTINA RODRIGUES SARMENTO
RAYANE SALVIANO DE OLIVEIRA SILVA
WELLINGTON ROSA DE AZEVEDO
WILLIAM MANTOVANI

Professores Colaboradores

ADOLFO RIOS MIDON JUNIOR
ANATIELLI LEILIANE PEREIRA SANTANA
CARLOS EDUARDO MORAES PIRES
GILBERTO DE PAIVA
HAROLDO CABRAL MAYA
ISABELA BELLO GILLES
NAFTALY CRISTAL FÉLIX
NATHALIA DA COSTA DIAS
NÚBIA QUENUPE CAMPOS
MAURÍCIO DE OLIVEIRA CELERI
ORGANDI MONGIN ROVETTA

Importante

A Rotina Pedagógica Escolar 2026 é uma ação integrante da **Portaria nº 093/2025** que dispõe sobre as diretrizes pedagógicas para o Programa Estadual de **Recomposição das Aprendizagens** no âmbito da Rede Pública Estadual do Estado do Espírito Santo.

Esse é um conjunto estruturado de atividades pedagógicas voltado ao componente curricular de Matemática, com o objetivo de otimizar o processo de ensino e aprendizagem, **considerando os Padrões de Desempenho Estudantil** em avaliações externas.

Desse modo, o trabalho do(a) professor(a) com a RPE 2026 no Ensino Médio, a partir do 2º trimestre, deve observar os seguintes aspectos:

- O currículo do Estado do Espírito Santo **é o documento de maior referência para o planejamento pedagógico**, portanto o presente material não o substitui;

- O referido material configura-se em um desdobramento que irá **subsidiar ações do trabalho com os descritores priorizados**, buscando oferecer soluções para enfrentamento do problema das aprendizagens não consolidadas dos(as) estudantes e, desse modo, **não contempla todos os conteúdos** das Orientações Curriculares;

- O trabalho com **a RPE 2026 não configura um isolamento e nem um único recurso didático em sala de aula** e deve ser realizado em consonância com as normas do Currículo do Espírito Santo e a BNCC. Além disso, as habilidades não contempladas neste material deverão ser ofertadas aos(às) estudantes, ao longo das aulas do componente, bem como em colaboração com as demais áreas de conhecimento em projetos interdisciplinares;

- Com esse novo material de apoio, voltado à professores(as), **espera-se que o trabalho esteja pautado na autonomia docente** para definir métodos e conteúdos, a fim de apoiar estudantes em suas necessidades educacionais e estabelecer melhores caminhos para as garantias do direito à aprendizagem.

Sumário

APRESENTAÇÃO

CAPÍTULO 3: PERÍMETRO E ÁREA DE FIGURAS PLANAS

CAPÍTULO 4: ANÁLISE DO CRESCIMENTO/DECRESCIMENTO E DOS ZEROS DE FUNÇÕES

CAPÍTULO 5: ÁREA E VOLUME DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

FORMULÁRIOS DE AVALIAÇÃO E APONTAMENTOS DA RPE

Apresentação

RECOMPOSIÇÃO DAS APRENDIZAGENS

Oferecer educação de qualidade para todos é um desafio que se intensificou com a crise sanitária da Covid-19. Outras situações, muitas delas de cunho social, agravam a defasagem das aprendizagens e reforçam a necessidade de políticas estratégicas.

Diante desse cenário e, visando apoiar estados, municípios e o Distrito Federal na recomposição das aprendizagens de estudantes da educação básica que apresentam defasagens, o Ministério da Educação (MEC) tem a iniciativa de estruturar o **Pacto Nacional pela Recomposição das Aprendizagens**.

Construída de modo colaborativo com o Conselho Nacional de Secretários de Educação (Consed) e a União Nacional dos Dirigentes Municipais de Educação (Undime), a política do Pacto Nacional pela Recomposição das Aprendizagens objetiva estruturar ações que visam garantir aos estudantes a recomposição de conhecimentos e habilidades, oportunizando progressão e aprendizado em sua trajetória escolar, reduzindo desigualdades e fortalecendo a equidade no ensino. Desse modo, mediante esse objetivo, os estados, os municípios e o Distrito Federal estruturaram algumas ações.

No estado do Espírito Santo, a **Recomposição das aprendizagens** implica um conjunto de ações sistematicamente organizadas, dentre elas:

- Busca ativa para reintegrar os(as) estudantes ao ambiente escolar;
- Prevenção da evasão escolar;
- Redução da reprovação;
- Priorização dos componentes curriculares de Língua Portuguesa e Matemática;
- Utilização de material didático próprio;
- Aplicação de avaliações diagnósticas e formativas;
- Adoção de práticas pedagógicas adequadas;
- Formação dos(as) educadores(as).

Para recomposição das aprendizagens dos(as) estudantes, o uso do material estruturado das RPE (Rotinas Pedagógicas Escolares), disponibilizado no início de cada trimestre, deve fazer parte do planejamento pedagógico. Orientamos o(a) professor(a) a trabalhar com este material, de forma intencional, assegurando oportunidades de retomada, aprofundamento e consolidação das habilidades e dos descritores prioritários, que serão aferidos na Avaliação de Monitoramento da Aprendizagem (AMA), de modo a promover avanços consistentes no percurso formativo dos(as) estudantes.

A presente proposta foi pensada considerando os resultados de avaliações de larga escala como a AMA, o Programa de Avaliação da Educação Básica do Espírito Santo (Paebes) e o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (Saeb).

Para subsidiar o planejamento e o aprofundamento teórico, disponibilizamos os *links* basilares para a construção da Rotina Pedagógica Escolar de 2026:

- Para melhor entendimento sobre a relação entre as habilidade(s) e os pré-requisitos delas, bem como sobre a progressão das habilidades, sugere-se o estudo do **Mapa de Progressão da Aprendizagem**, disponível no site do Currículo do Espírito Santo. https://curriculo.sedu.es.gov.br/curriculo/progressao/

- **Matrizes de Referência do Paebes e da Avaliação Diagnóstica:** https://avaliacaoemonitoramentoespiritosanto.caeddigital.net/#!/sistema

- **Matrizes de Referência da AMA:** https://sedu.es.gov.br/avaliacao-de-monitoramento-da-aprendizagem-ama

- **Matrizes de Referência do SAEB:** https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/saeb/matrizes-e-escalas

- **Currículo de Matemática - Ensino Médio:** https://drive.google.com/file/d/1WXt8O7971HKbbf_NH0hFYGaf59qYo5Z0/view

- **Orientações Curriculares de Matemática - Ensino Médio:** https://curriculo.sedu.es.gov.br/curriculo/orientacoescurriculares/

- **Matriz curricular priorizada para recomposição das aprendizagens, elaborada pelo MEC** https://www.gov.br/mec/pt-br/recomposicao-aprendizagens/MatrizCurricularPriorizadaparaRecomposi.pdf

Os Relatórios das Avaliações Externas podem ser acessados por meio dos painéis da Gerência de Avaliação, disponíveis em *link* na página inicial do Sistema Estadual de Gestão Escolar (SEGES).

Esperamos que este material seja um aliado valioso em seu fazer cotidiano, enriquecendo as práticas e planejamentos, e fortalecendo o desenvolvimento integral de nossos(as) estudantes. Esperamos, ainda, que a sua autonomia como professor(a) prevaleça, orientando as escolhas pedagógicas de acordo com a realidade das turmas, alinhadas às necessidades dos(as) estudantes e às particularidades do contexto escolar.

Desejamos a todos(as) um excelente trabalho!

Equipe da Rotina Pedagógica Escolar 2026
Gerência de Currículo da Educação Básica (Geceb/Sedu)

COMPETÊNCIAS, HABILIDADES E EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM NO PLANEJAMENTO PEDAGÓGICO

Para embasar o planejamento pedagógico de aulas para o desenvolvimento de habilidades é de suma importância que o(a) docente conheça alguns aspectos do Currículo de Matemática do Espírito Santo. Esse documento, na etapa do Ensino Médio, destaca as cinco Competências Específicas (CE) da área de Matemática e suas Tecnologias, articuladas e sustentadas nas 10 competências gerais da Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Cada uma dessas competências específicas pressupõe o desenvolvimento de um conjunto de habilidades. Embora cada habilidade esteja diretamente associada a uma determinada CE, isso não significa que ela não contribua para o desenvolvimento das outras: elas se entrelaçam, se superpõem e se apoiam para contribuir com a construção do conhecimento integral dos(as) estudantes. A tabela a seguir apresenta essas cinco competências específicas.

Competência Específica	Descrição da Competência
CE01	Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.
CE02	Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.
CE03	Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
CE04	Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.
CE05	Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

Habilidades

Conforme exposto, para cada CE há um conjunto de habilidades. Cada habilidade, por sua vez, é identificada por um código alfanumérico. O exemplo a seguir mostra como é realizada a composição desse código.

EM13MAT510

- **EM** — Etapa da Educação Básica (Ensino Médio)
- **13** — Série(s) correspondente(s) dessa etapa da Educação Básica (1ª à 3ª série)
- **MAT** — Área de Conhecimento ou Componente Curricular
- **5** — Numeração da Competência Específica
- **10** — Numeração sequencial da habilidade

As Habilidades expressam as aprendizagens essenciais que devem ser asseguradas aos(às) estudantes nos diferentes contextos escolares. Para tanto, elas são descritas de acordo com uma determinada estrutura, que busca explicitar o que deve ser aprendido pelo(a) estudante, em qual profundidade e em qual contexto. O exemplo a seguir mostra a habilidade EM13MAT302:

Verbo		Complemento		Modificador
Construir	+	modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus,	+	para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
Verbo(s) que explicita(m) o(s) processo(s) cognitivo(s) envolvido(s) na habilidade.		Complemento do(s) verbo(s), que explicita o(s) objeto(s) de conhecimento mobilizado(s) na habilidade.		Modificador do(s) verbo(s) ou do complemento do(s) verbo(s), que explicitam o contexto e/ou uma maior especificação da aprendizagem esperada.

Considerando essas três partes que compõem a estrutura de uma habilidade, é possível abordar o conceito de **progressão das habilidades**. Essa progressão, que se explicita na comparação das habilidades em cada ano, ou de um ano para o outro, acontece das seguintes formas:

Processos cognitivos	quando os verbos indicam processos cada vez mais ativos ou exigentes.
Objetos de conhecimento	quando apresentam crescente sofisticação ou complexidade na temática abordada.
Modificadores	quando, por exemplo, fazem referência a contextos mais familiares aos estudantes e, aos poucos, expandem-se para contextos mais amplos.

Essa progressão das aprendizagens essenciais pode se dar tanto de forma horizontal, ao longo de um ano do Ensino Médio, quanto de forma vertical, de um ano para outro, com diferentes abordagens de um mesmo objeto de conhecimento em diferentes habilidades e graus de complexidade.

Para ilustrar essa progressão das habilidades, organizamos o exemplo a seguir com base nos principais processos cognitivos.

EF09MA06 **Compreender** as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.

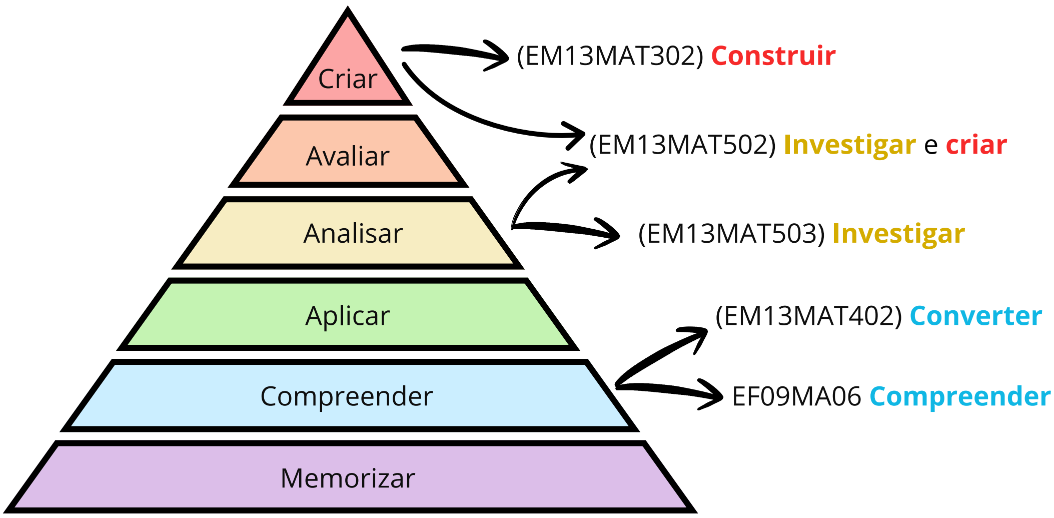
(EM13MAT402) **Converter** representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais.

(EM13MAT503) **Investigar** pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT502) **Investigar** relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e **criando** conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$.

(EM13MAT302) **Construir** modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

Note que os verbos das habilidades remetem a processos cognitivos cada vez mais exigentes. É possível analisar essa progressão de processos cognitivos por meio da Taxonomia de Bloom Revisada. Veja uma organização de hierarquia dos verbos relativos a processos cognitivos:



Para melhor entendimento, os principais verbos cognitivos das habilidades do exemplo foram alinhados às categorias de cognição correspondentes.

A habilidade EF09MA06 foi alinhada à categoria Compreender, pois o(a) estudante precisa dar significado ao objeto matemático função antes de aplicá-lo. O verbo compreender, nesse contexto, mobiliza processos cognitivos de interpretação e tradução, exigindo que o(a) aluno(a) transite com fluência entre diferentes formas de representação (numérica, algébrica e gráfica) e identifique a natureza da dependência unívoca entre variáveis. Trata-se, portanto, de um nível de abstração voltado à apropriação conceitual, essencial para sustentar operações e análises mais complexas em etapas posteriores.

A habilidade EM13MAT402 também foi alinhada à categoria Compreender, pois o verbo converter, nesse contexto, corresponde ao processo cognitivo de tradução ou interpretação entre diferentes linguagens (algébrica e geométrica). Ao transpor a função da sua lei de formação para o plano cartesiano, o estudante não apenas executa um traçado, mas constrói significado sobre como os coeficientes algébricos determinam o comportamento gráfico. Adicionalmente, a ação de distinguir casos de proporcionalidade quadrática reforça o aspecto de classificação, consolidando o entendimento conceitual das variações da função polinomial de 2º grau.

A habilidade EM13MAT503 foi classificada na categoria Analisar, pois para desenvolvê-la o(a) estudante deve examinar a estrutura de problemas contextualizados para identificar suas partes constituintes e relações. O verbo investigar, neste cenário, transcende a simples aplicação de fórmulas, demandando que o estudante decomponha situações complexas (como otimização de lucro ou trajetórias físicas) para diferenciar variáveis e compreender como os parâmetros da função determinam os pontos críticos (máximos ou mínimos).

O suporte tecnológico atua como facilitador desse processo, permitindo que o foco se desloque do cálculo operacional para a análise do comportamento da função e a interpretação de seus resultados.

A habilidade EM13MAT502 foi alinhada às categorias Analisar e Criar, refletindo os dois processos cognitivos presentes nela. Inicialmente, o verbo investigar mobiliza a Análise, exigindo a organização e comparação de dados numéricos em tabelas para a identificação de padrões e regularidades. Contudo, o objetivo final transcende a análise ao demandar a ação de criar conjecturas para generalizar. Nesse estágio, o estudante deve operar no nível de Criar, pois é incentivado a formular uma expressão algébrica original ($y = ax^2$) a partir das observações, construindo um modelo matemático que não estava explicitamente dado.

Por fim, a habilidade EM13MAT302 foi alinhada à categoria Criar, visto que a ação de construir modelos constitui um processo cognitivo de síntese e produção. Na modelagem matemática, o(a) estudante não se limita a aplicar um procedimento padrão; ele deve articular variáveis, fórmular hipóteses sobre as relações observadas e organizar dados de um contexto real para estruturar uma representação matemática (a função) que solucione o problema. Essa demanda exige o planejamento e a geração de uma estrutura lógica nova para aquela situação específica, situando-se no topo da hierarquia cognitiva por envolver a elaboração de um produto original (o modelo) a partir de dados não estruturados.

Esse exemplo foi organizado para explicitar a progressão de habilidades por meio de processos cognitivos cada vez mais complexos e exigentes. Nesse sentido, foi organizada na página a seguir uma tabela com alinhamento de verbos cognitivos a essas categorias principais, com o objetivo de facilitar o entendimento do papel da Taxonomia de Bloom Revisada na análise das habilidades do Currículo do Espírito Santo.

Embora as habilidades EM13MAT502 e EM13MAT503 utilizem o verbo Investigar, elas ocupam posições distintas na hierarquia da Taxonomia de Bloom Revisada devido à natureza do raciocínio mobilizado:

- A Habilidade (EM13MAT502) situa-se em um nível de maior complexidade cognitiva (Criar), pois opera fundamentalmente através do Raciocínio Indutivo. O(a) estudante parte de dados particulares (o concreto) para construir uma abstração ou lei geral (o abstrato). A exigência de produzir uma generalização algébrica coloca o(a) aluno(a) na posição de construtor do modelo matemático.
- A Habilidade (EM13MAT503), classificada em Analisar, opera predominantemente por meio do Raciocínio Dedutivo e Analítico. Neste caso, o modelo matemático (a função quadrática) já é conhecido ou dado. O esforço cognitivo concentra-se na interpretação e no exame das propriedades desse modelo (pontos de máximo ou mínimo) dentro de um contexto específico.

Verbos Cognitivos - Taxonomia de Bloom Revisada

Memorizar	Compreender	Aplicar	Analisar	Avaliar	Criar
Descrever	Esquematizar	Utilizar	Resolver	Averiguar	Elaborar
Identificar	Relacionar	Implementar	Categorizar	Escolher	Desenhar
Reconhecer	Explicar	Modificar	Diferenciar	Comparar	Produzir
Listar	Demonstrar	Experimentar	Comparar	Concluir	Prototipar
Relembrar	Parafrasear	Calcular	Explicar	Constatar	Traçar
Localizar	Associar	Demonstrar	Integrar	Criticar	Idear
Citar	Converter	Classificar	Investigar	Defender	Inventar

A progressão das habilidades também pode se dar por meio de objetos de conhecimento cada vez mais complexos. Veja a progressão das habilidades do exemplo, sob a ótica dos objetos de conhecimento:

EF09MA06
- Funções: representações numérica, algébrica e gráfica.
- Função afim
- Função quadrática

EM13MAT402
- Funções polinomiais de 2º grau.
- Gráficos de funções a partir de transformações no plano.
- Estudo do comportamento da função quadrática (intervalos de crescimento/decrescimento, ponto de máximo/mínimo e variação da função).

EM13MAT503
- Funções polinomiais do 2º grau (função quadrática).
- Gráficos de funções.
- Pontos críticos de uma Função Quadrática: concavidade, pontos de máximo ou de mínimo.

EM13MAT502
- Funções polinomiais do 2º grau.
- (Função Quadrática): gráfico, raízes, pontos de máximo/mínimo, crescimento/decrescimento, concavidade.
- Gráficos de funções.

EM13MAT302

Função polinomial do 1° grau.
Função polinomial do 2° grau.

De maneira geral, ao longo do desenvolvimento dessas habilidades, espera-se que os(as) estudantes se apropriem de mais ferramentas matemáticas, com complexidade crescente. É importante destacar que na habilidade EM13MAT302 os(as) estudantes são convidados a realizar modelagem matemática com as funções polinomiais do 1º grau e do 2º grau.

Com relação aos modificadores dessas habilidades, nota-se a progressão das habilidades na forma de registro que transita da escrita em caderno/quadro para o uso de softwares de geometria dinâmica, bem como a aplicação em contextos específicos, como superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática que transita para Modelagem Matemática em contextos reais.

Essa progressão das aprendizagens (que se expressa nos verbos cognitivos, objetos de conhecimento e modificadores) é um dos pilares para a elaboração do currículo priorizado no contexto da recomposição das aprendizagens. Em vários momentos, ao longo do percurso curricular, habilidades que são pré-requisitos são mobilizadas para que os(as) estudantes tenham plenas condições de desenvolver as habilidades previstas para o Ensino Médio.

Além disso, a recomposição das aprendizagens também ocorre em algumas habilidades do Ensino Médio por meio das Expectativas de Aprendizagem. A seção a seguir traz mais detalhes sobre elas.

Expectativas de aprendizagem

As Expectativas de Aprendizagem foram inseridas nas Orientações Curriculares para apoiar a implementação curricular. Elas referem-se a objetivos que precisam ser alcançados para assegurar as aprendizagens essenciais aos estudantes e apresentam **intencionalidades no trabalho com cada habilidade**, fornecendo uma base para o desenvolvimento de planos de aula, atividades e avaliações.

A retomada de habilidades (tanto do Ensino Fundamental quanto do Ensino Médio) e as expectativas de aprendizagem que voltam a processos cognitivos anteriores expressam a recomposição das aprendizagens no percurso curricular prescrito de Matemática.

Para que haja a implementação dessas intencionalidades é fundamental que o(a) professor(a) identifique as habilidades que foram desenvolvidas e aquelas que ainda precisam ser trabalhadas, tomando também como base as apostilas das RPEs e desenvolvendo um planejamento pedagógico que parta do ponto no qual o(a) estudante se encontra.

AVALIAÇÕES EXTERNAS E PLANEJAMENTO PEDAGÓGICO

As avaliações externas são instrumentos aplicados em larga escala por instituições externas à escola, com o propósito de acompanhar o desempenho educacional e oferecer subsídios para a reflexão sobre as práticas pedagógicas. No Espírito Santo, destacam-se a Avaliação de Monitoramento da Aprendizagem (AMA) e o Programa de Avaliação da Educação Básica (Paebes), que contribuem para a análise de resultados e apoiam o planejamento de ações pela Secretaria de Estado da Educação do Espírito Santo (Sedu), em diálogo com as escolas.

Programa de Avaliação da Educação Básica (Paebes)

O Paebes é um sistema de avaliação educacional criado pelo governo do estado do Espírito Santo com o objetivo de medir e acompanhar a qualidade do ensino nas escolas públicas. Por meio de provas padronizadas aplicadas aos(às) estudantes do ensino fundamental e médio, o programa analisa principalmente o desempenho em Língua Portuguesa e Matemática. Os resultados obtidos permitem identificar dificuldades de aprendizagem, orientar políticas educacionais e apoiar escolas e professores na melhoria do processo de ensino e aprendizagem. Dessa forma, o Paebes contribui para o monitoramento da educação no estado e para o desenvolvimento de estratégias que busquem elevar a qualidade da educação básica.

A matriz de referência contendo descritores e habilidades presentes no Paebes 2026 está disponível no link: https://sedu.es.gov.br/paebes-paebes-alfa.

Avaliação de Monitoramento da Aprendizagem (AMA)

Aplicada trimestralmente, essa avaliação permite o acompanhamento contínuo do desempenho dos(as) estudantes nos componentes de Língua Portuguesa e Matemática. A AMA subsidia a preparação para as avaliações externas, como o Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) e o Paebes, além de contribuir para a identificação e recuperação das fragilidades de aprendizagem em cada trimestre letivo.

A matriz de referência da avaliação será disponibilizada no site oficial da Sedu (https://sedu.es.gov.br/avaliacao-de-monitoramento-da-aprendizagem-ama) a partir do dia 01/06/2026, com o objetivo de orientar as unidades escolares quanto às habilidades e aos descritores que serão contemplados na 2ª edição da Avaliação de Monitoramento da Aprendizagem (AMA).

É importante que o(a) professor(a), de posse da matriz, organize o trabalho pedagógico de forma intencional, priorizando as habilidades a serem contempladas na avaliação, de modo a assegurar que todos(as) os(as) estudantes avancem em seu percurso formativo.

NÍVEIS DE PROFICIÊNCIA

Para subsidiar as intervenções pedagógicas em sala é essencial conhecer e saber mais **sobre a escala de proficiência,** que é uma **representação contínua do desenvolvimento de uma competência ao longo de diferentes níveis de desempenho.**

Reunimos aqui, uma síntese do que são os padrões de desempenho e a escala de proficiência. Conhecendo esses conceitos, o(a) professor(a) poderá planejar estratégias de ensino com uma compreensão qualitativa e quantitativa da aprendizagem.

O que é uma escala de proficiência?

A Escala de Proficiência é uma espécie de régua em que os valores de proficiência alcançados são distribuídos de forma ordenada e organizados em intervalos (níveis) que descrevem o grau de desenvolvimento das habilidades.

Para que o valor de proficiência tenha um sentido pedagógico, ou seja, para compreender pedagogicamente o que significa obter determinada proficiência, as avaliações em larga escala como o PAEBES contam, para cada componente curricular avaliado, com uma Escala de Proficiência cujo objetivo é traduzir as medidas em diagnósticos qualitativos do desempenho escolar.

O que é o padrão de desempenho?

Os Padrões de Desempenho são categorias definidas a partir dos intervalos que compõem uma escala de proficiência com base nas metas educacionais estabelecidas pela rede. De acordo com a proficiência alcançada no teste, o(a) estudante apresenta um perfil que permite alocá-lo(a) em um dos seguintes padrões:

Abaixo do básico: padrão de desempenho muito abaixo do mínimo esperado para o componente curricular e o ano de escolaridade avaliados. Os estudantes que se encontram neste padrão revelam uma grande carência de aprendizagem. Faz-se necessário, portanto, acompanhá-los individualmente, promovendo ações pedagógicas de recuperação das aprendizagens.

Básico: padrão de desempenho considerado básico para o componente curricular e o ano de escolaridade avaliados. Os estudantes situados neste padrão caracterizam-se por um processo inicial de desenvolvimento de competências e habilidades correspondentes ao ano de escolaridade em que estão matriculados, demandando estratégias de reforço das aprendizagens.

Proficiente: padrão de desempenho considerado adequado para o componente curricular e o ano de escolaridade avaliados. Os estudantes que alcançaram este padrão demonstram ter desenvolvido as habilidades essenciais esperadas para o ano de escolaridade em que se encontram. Dessa forma, é preciso incentivá-los mediante ações de aprofundamento das aprendizagens.

Avançado: padrão de desempenho desejável para o componente curricular e o ano de escolaridade avaliados. Os estudantes alocados neste padrão apresentam o desempenho ideal para o ano de escolaridade em que estão situados, necessitando de desafios para continuar avançando no processo de aprendizagem.

Texto adaptado de: Centro de Políticas Públicas e Avaliação da Educação (CAEd). **PAEBES 2025: Revista da Escola – Matemática**. CAEd/UFJF, 2025.
Disponível em: https://prototipos.caeddigital.net/arquivos/es/colecoes/2025/PAEBES_2025_RE_MT.pdf. Acesso em: 07 abr. 2026.

VISÃO GERAL DO PERCURSO CURRICULAR DO 2º TRIMESTRE

Prezado(a) professor(a), apresentamos a seguir um quadro resumo do percurso curricular previsto para o 2º trimestre. Esse percurso é composto pelas habilidades do currículo priorizado, bem como os alinhamentos com os descritores do Paebes.

Cabe destacar que a presente apostila apoia a prática pedagógica para o desenvolvimento das **habilidades destacadas na tabela a seguir**, por meio do detalhamento dos descritores alinhados, atividades, análise e trabalho com itens.

As demais habilidades previstas devem ser oportunizadas aos(às) estudantes no 2º trimestre, mesmo que não sejam contempladas de maneira direta por este material.

Para um detalhamento do percurso curricular, incluindo as expectativas de aprendizagem, consulte o documento de Orientações Curriculares de Matemática do Ensino Médio, disponível em:
https://curriculo.sedu.es.gov.br/curriculo/orientacoescurriculares/.

Habilidade	Descritor(es) do PAEBES	Orientações pedagógicas
EF06MA29	D057_M	Consulte o capítulo 3, página 26 da presente apostila para apoiar o seu planejamento pedagógico.
EM13MAT307	D058_M	Consulte o capítulo 3, página 47 da presente apostila para apoiar o seu planejamento pedagógico.
EM13MAT502	D071_M	Consulte o capítulo 4, página 70 da presente apostila para apoiar o seu planejamento pedagógico.
EM13MAT404	Não há descritor alinhado.	Não se aplica.
EM13MAT504	Não há descritor alinhado.	Não se aplica.
EM13MAT309	D111_M	Consulte o capítulo 5, página 102 da presente apostila para apoiar o seu planejamento pedagógico.
	D129_M	Consulte o capítulo 5, página 122 da presente apostila para apoiar o seu planejamento pedagógico.

ORGANIZAÇÃO DAS HABILIDADES E DESCRITORES EM CAPÍTULOS

Capítulo 3

O Capítulo 3 foi estruturado para promover uma progressão lógica e integrada na unidade temática de Geometria, Grandezas e Medidas, utilizando os descritores do Paebes como balizadores das aprendizagens essenciais que os(as) estudantes devem consolidar.

O percurso é iniciado por meio do descritor D057_M, com o objetivo de levar os(as) estudantes à utilização do perímetro de figuras bidimensionais na resolução de problemas. O alinhamento com a habilidade EF06MA29 possibilita um desdobramento desse estudo, de forma que os(as) estudantes diferenciem o perímetro (grandeza linear) da área (grandeza relacionada à superfície).

Na sequência está o descritor D058_M, que trata da capacidade do(a) aluno(a) de utilizar a área de figuras bidimensionais como ferramenta resolução de problemas. Esse processo cognitivo é expandido pelo alinhamento com a habilidade EM13MAT307 ao introduzir diferentes métodos para obtenção da área, como reconfigurações e aproximações por cortes. O foco aqui é a dedução de expressões de cálculo aplicadas a situações reais.

Esse estudo de grandezas e medidas associadas às figuras planas também apoia o desenvolvimento de habilidades relacionadas à Geometria Espacial (capítulo 5).

Capítulo 4

No Capítulo 4, o percurso foca na unidade temática Números e Álgebra, tratando do crescimento, decrescimento e zeros de funções, com ênfase nas funções quadráticas. A organização da habilidade e do descritor visa levar o(a) estudante da investigação de padrões numéricos à análise técnica do comportamento dessas funções.

O material aborda o estudo do sinal de uma função, bem como o(s) zero(s) dela. Além disso, trata do comportamento do gráfico na leitura "da esquerda para a direita", identificando trechos de crescimento e decrescimento e percebendo pontos de máximo e mínimo.

Uma das tarefas associadas ao descritor D071_M é a capacidade de determinar os zeros de uma função quadrática a partir de sua lei de formação. Esse processo é um desdobramento da habilidade EM13MAT502; uma vez que o estudante aprende a construir e generalizar a expressão algébrica (lei de formação) a partir de padrões, ele deve utilizar essa ferramenta analítica para encontrar os valores que anulam a função (raízes).

Capítulo 5

De forma introdutória ao estudo da Geometria Espacial, foi elencado o descritor D111_M que trabalha a percepção espacial ao relacionar os sólidos com suas planificações ou vistas.

O descritor D129_M e a habilidade EM13MAT309 preveem que o(a) estudante seja capaz de resolver problemas envolvendo o cálculo de área total e/ ou volume de sólidos, tais como prismas, pirâmides e corpos redondos. A habilidade adicionalmente direciona o olhar para as aplicações a contextos reais com ou sem apoio de tecnologias digitais.

ESTRUTURA DAS SEÇÕES DOS CAPÍTULOS DA RPE DE MATEMÁTICA

Detalhando o descritor	Discute os conceitos matemáticos, trazendo definições e exemplos, orientados pelas tarefas ancoradas aos níveis de desempenho do descritor.
Análise pedagógica do item	Apresenta um item de tarefa ancorada a um nível de desempenho do descritor. A partir desse item, há uma análise da estrutura (enunciado, suporte, comando, gabarito e distratores) e padrão de desempenho avaliado.
Atividades	Questões de resposta construída elaboradas para contribuir com a sistematização dos conceitos estudados.
De olho no Paebes	Conjunto de itens do(s) descritor(es) da seção, organizados por padrão de desempenho avaliado.
Conexão ENEM	Seleção de questões do ENEM que tenham relação com o descritor trabalhado.
Material Extra	Indica alguns materiais complementares (textos, vídeos, jogos, atividades, sites) que podem ser agregados ao conteúdo do capítulo em diferentes momentos.
Referências	Fontes consultadas para a elaboração do material.

Rotinas Pedagógicas Escolares

Matemática

GOVERNO DO ESTADO
DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

SEDU 2026

Gerência de Currículo
da Educação Básica

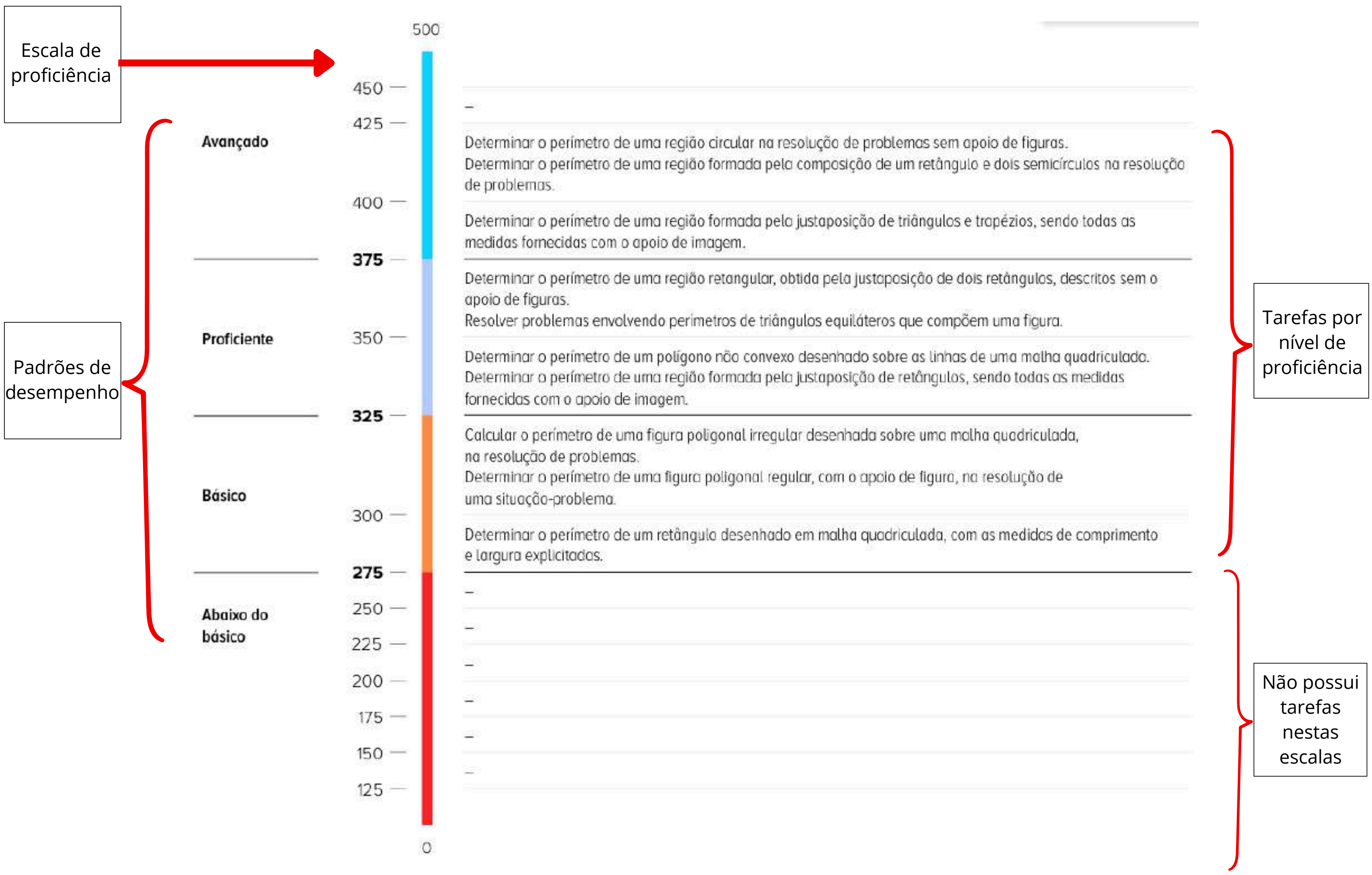
Capítulo 3: Perímetro e Área de Figuras Planas

Detalhando o descritor

D057_M *Utilizar o perímetro de uma figura bidimensional na resolução de problema.*

Prezado(a) professor(a), neste material vamos desenvolver o descritor **D057_M** a partir de suas tarefas cognitiva (ou expectativas de aprendizagem), que é o que os itens das avaliações externas medem das habilidades relacionadas (apresentadas na Matriz de Referência, no Currículo do Estado e na BNCC). Estas tarefas apresentam graus de complexidade em diferentes níveis de escalas de proficiência, os quais são necessários para que os estudantes possam realizá-las com sucesso. Vejamos como estão organizados na tabela e régua abaixo.

PADRÃO DE DESEMPENHO	ESCALA DE PROFICIÊNCIA	NÍVEL DE DESEMPENHO
ABAIXO DO BÁSICO	DE 0 A 250	1
ABAIXO DO BÁSICO	DE 250 A 275	2
BÁSICO	DE 275 A 300	3
BÁSICO	DE 300 A 325	4
PROFICIENTE	DE 325 A 350	5
PROFICIENTE	DE 350 A 375	6
AVANÇADO	DE 375 A 400	7
AVANÇADO	DE 400 A 425	8
AVANÇADO	ACIMA DE 425	9



REVISANDO POLÍGONOS

POLÍGONOS SIMPLES

Polígonos simples são figuras planas e fechadas formadas por segmentos de reta que não se cruzam.

Observe as figuras abaixo:

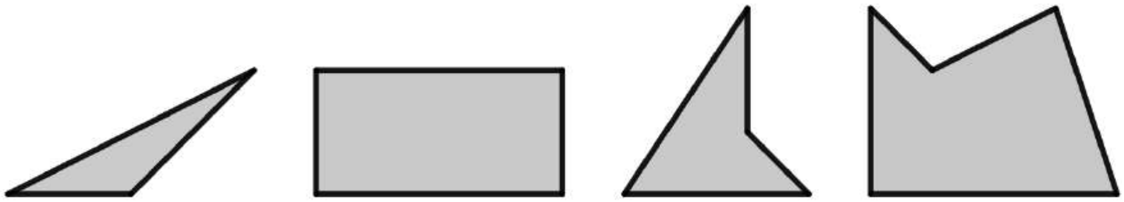


Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4

Todas as figuras acima são **polígonos simples**, pois são formados por linhas retas fechadas que não se cruzam. Os polígonos das figuras 1 e 2 são chamados **convexos** e os das figuras 3 e 4 são chamados **não convexos**.

POLÍGONOS CONVEXOS

Um polígono é **convexo** quando para quaisquer dois pontos do polígono o segmento de reta que os une fica inserido completamente em seu interior. Caso contrário, o polígono é **não convexo** (**ou côncavo**). Observe as figuras abaixo.

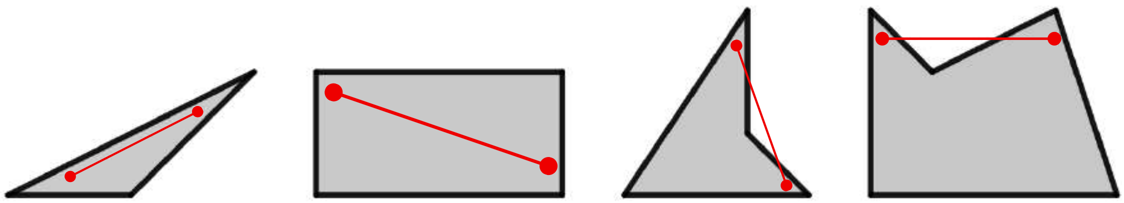


Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4

Observamos que nas figuras 1 e 2 todo segmento formado por dois pontos do polígono pertencerá ao seu interior, por isso são **convexos**. Já nas figuras 3 e 4 existem segmentos formados por dois pontos do polígono que não estão completamente em seu interior, logo são **não convexos**.

Prezado(a) Professor(a),

O conceito de polígonos e suas propriedades, como ângulos internos, ângulos externos e diagonais, foram desenvolvidos no descritor **D118_M** Resolver problema utilizando propriedades dos polígonos (soma de seus ângulos internos, número de diagonais, cálculo da medida de cada ângulo interno nos polígonos regulares), no 9º ano, e podem ser melhor revisados no material disponível no link ou QR Code ao lado.

POLÍGONOS

POLÍGONOS REGULARES

São aqueles que possuem **lados iguais** (mesma medida de comprimento) e, consequentemente, **ângulos de mesma medida**.

Vejamos alguns do tantos polígonos possíveis.

Triângulo   Quadrado   Pentágono   Hexágono

PERÍMETRO DE FIGURAS BIDIMENSIONAIS

DEFINIÇÃO

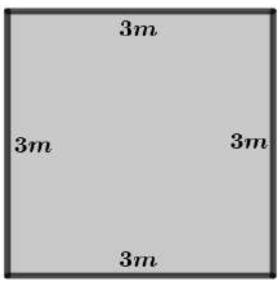
O **perímetro** de uma figura bidimensional é a medida de seu contorno, de sua borda ou seja, é **a soma das medidas de todos os seus lados**.

Vamos analisar as situações a seguir:

Situação 1 - ***<u>Calcular</u>*** o perímetro do retângulo desenhado abaixo.

O perímetro do retângulo é a soma das medidas de todos os lados, ou seja: $P = 1 + 4 + 1 + 4 = 10\ cm$

Situação 2 - ***<u>Determinar</u>*** o perímetro do quadrado desenhado abaixo.



Como a figura é um quadrado, todos os lados são iguais. Dessa forma, seu perímetro é calculado a partir da soma de todas essas medidas, ou seja:

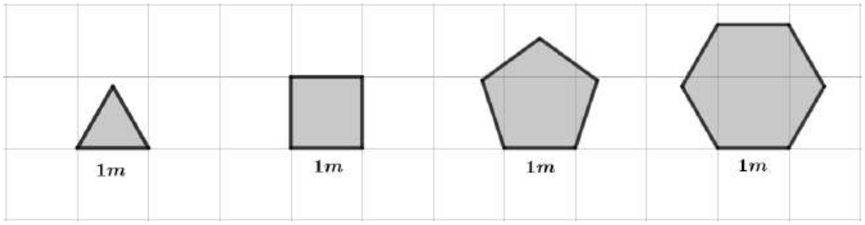
$$P = 3 + 3 + 3 + 3 = 12\ m$$

Prezado(a) Professor(a),

Na situação anterior, e na próxima, abordamos as tarefas **2 e 6**, respectivamente:

- *2 - Determinar o perímetro de uma figura poligonal regular, com o apoio de figura, na resolução de uma situação-problema. (Básico-4)*
- *6 - Resolver problemas envolvendo perímetros de triângulos equiláteros que compõem uma figura. (Proficiente-6)*

Situação 3 - Uma marcenaria fabrica molduras de madeiras com formato de polígonos regulares, com lados medindo 1m, para que sejam encaixados espelhos. Quais os perímetros de cada uma das molduras apresentadas na figura abaixo?



Para ***resolver*** o problema basta observar que em polígonos regulares todos os lados têm a mesma medida, para o perímetro vamos multiplicar o número de lados por sua medida, então:

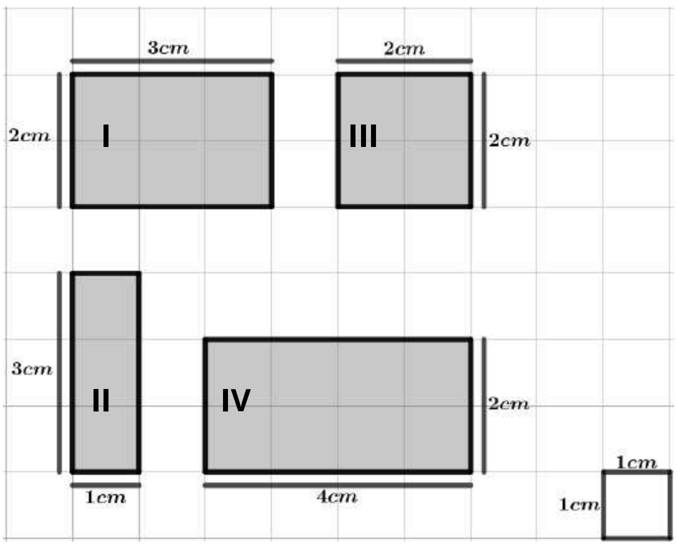
- Triângulo regular ou equilátero: $P = 3 \cdot l = 3 \cdot 1 = 3\,m$
- Quadrilátero regular ou quadrado: $P = 4 \cdot l = 4 \cdot 1 = 4\,m$
- Pentágono regular: $P = 5 \cdot l = 5 \cdot 1 = 5\,m$
- Hexágono regular: $P = 6 \cdot l = 6 \cdot 1 = 6\,m$

RETÂNGULO EM MALHA QUADRICULADA

O perímetro do retângulo desenhado em malha quadriculada pode ser calculado contando-se uma a uma as unidades que compõem o contorno da figura ou observando-se que basta somar a base (b) e a altura (h) e multiplicar por 2, ou seja:

$$P = 2\,(b + h)$$

Situação 4 - ***Determinar*** os perímetros dos retângulos em malha quadriculada a seguir.



Cada unidade da malha mede 1 cm. Desta forma, temos:

$I : P = 2 + 3 + 2 + 3 = 2\,(2 + 3) = 10cm$

$II : P = 1 + 3 + 1 + 3 = 2\,(1 + 3) = 8cm$

$III : P = 2 + 2 + 2 + 2 = 2\,(2 + 2) = 8cm$

$IV : P = 2 + 4 + 2 + 4 = 2\,(2 + 4) = 12cm$

Prezado(a) Professor(a),

Aqui abordamos a tarefa **1**:

- *1 - Determinar o perímetro de um retângulo desenhado em malha quadriculada, com as medidas de comprimento e largura explicitadas. (Básico-3)*

Prezado(a) Professor(a),

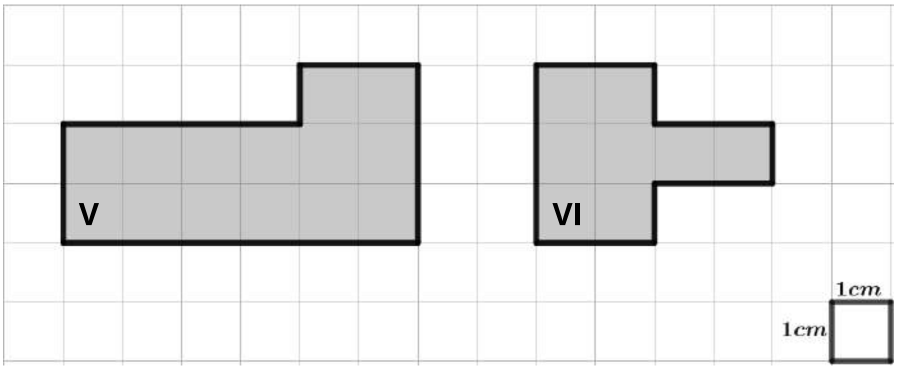
Para trabalhar com seus estudantes de forma dinâmica e interativa, pode-se fazer uso da ferramenta digital *GeoGebra*, onde é possível construir e manusear polígonos variados e, a partir daí, calcular suas propriedades. No *link* ou QR Code a seguir é mostrado um exemplo de construção que permite calcular perímetro e área de retângulos.

ÁREA/PERÍMETRO

FIGURA POLIGONAL EM MALHA QUADRICULADA

O perímetro de figuras poligonais, convexas ou não convexas, desenhadas em malha quadriculada pode ser calculado medindo o seu contorno por meio das unidades da malha.

Situação 5 - ***Calcular*** os perímetros das figuras poligonais desenhadas em malha quadriculada a seguir.



Para calcular os perímetros das figuras poligonais acima, devemos medir seu contorno (lados) a partir das unidades da malha quadriculada, que medem 1cm por 1cm, desta forma temos:

$V: P = 6 + 2 + 4 + 1 + 2 + 3 = 18cm$

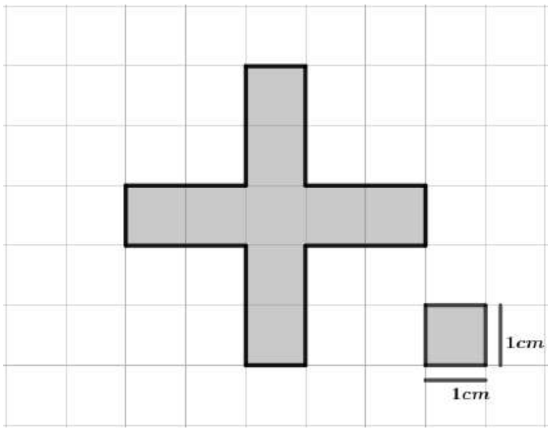
$VI: P = 2 + 3 + 2 + 1 + 2 + 1 + 2 + 1 = 14cm$

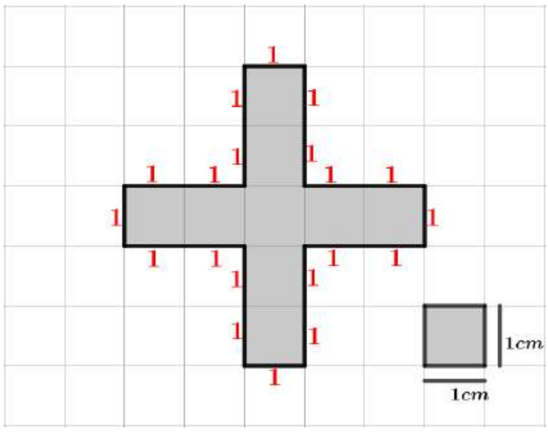
Prezado(a) Professor(a),

Aqui abordamos as tarefas **3 e 5:**

- *3 - Calcular o perímetro de uma figura poligonal irregular desenhada sobre uma malha quadriculada, na resolução de problemas (Básico-4).*
- *5 - Determinar o perímetro de um polígono não convexo desenhado sobre as linhas de uma malha quadriculada (Proficiente-5).*

Situação 6 - ***Determinar*** o perímetro da figura poligonal desenhada em malha quadriculada a seguir.





Para calcularmos o perímetro da figura vamos utilizar a malha quadriculada para contar as unidades que compõem sua borda ou entorno. Desta forma, concluímos que o perímetro é igual a **20 cm**, como mostrado no esquema acima.

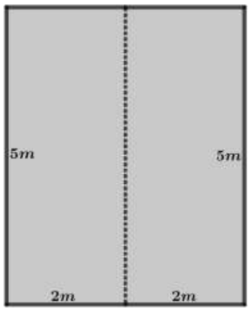
REGIÃO FORMADA POR JUSTAPOSIÇÃO DE POLÍGONOS

Para calcularmos o perímetro obtido pela justaposição de retângulos (tarefas 4 e 7), devemos observar as características da figura resultante.

Se um retângulo de *5m* por *2m* for justaposto a outro idêntico, como mostrado ao lado, a figura resultante será um retângulo de medidas *5m* por *4m* e seu perímetro será:

$$P = 5 + 4 + 5 + 4 = 18\ m$$

Vejamos, a seguir, alguns exemplos de situação-problema com resolução.

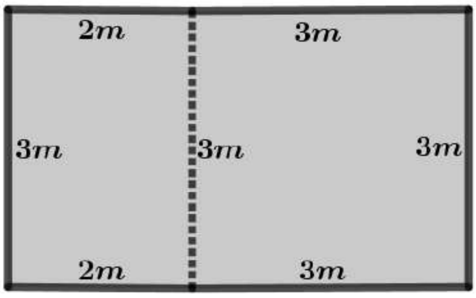


Prezado(a) Professor(a),

Aqui trabalharemos as tarefas **4**, **7** e **8**.

- *4 - Determinar o perímetro de uma região formada pela justaposição de retângulos, sendo todas as medidas fornecidas com o apoio de imagem. (proficiente-5)*
- *7 - Determinar o perímetro de uma região retangular, obtida pela justaposição de dois retângulos, descritos sem o apoio de figuras. (proficiente-6)*
- *8 - Determinar o perímetro de uma região formada pela justaposição de triângulos e trapézios, sendo todas as medidas fornecidas com o apoio de imagem. (Avançado-7)*

Situação 7 - Um professor desenhou no chão um retângulo, *3m* por *2m*, justaposto a um quadrado de lado *3m*, como na figura abaixo. ***Determinar*** o perímetro externo da figura resultante.



A figura resultante pela justaposição é um retângulo de 5m de base por 3m de altura. Desta forma, seu perímetro será:

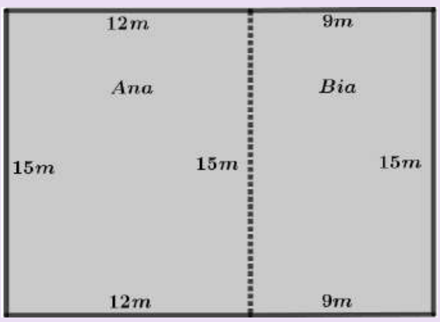
$$P = 2(5 + 3) = 16\ m$$

Situação 8 - Ana e Bia são vizinhas e moram em terrenos retangulares que fazem divisa. O terreno de Ana tem largura de *12m* e comprimento de *15m*, já o terreno de Bia tem largura de *9m* e comprimento de *15m*. ***Determinar*** o perímetro externo ocupado pelos terrenos de Ana e Bia (sem contar a divisa).

Prezado(a) Professor(a),

Observe que a Situação 7 foi descrita com **apoio de imagem** (tarefa 4), enquanto a Situação 8 foi descrita **sem apoio de figura** (tarefa 7). Isso faz com que os exemplos tenham diferentes níveis de complexidade e proficiência.

Vamos fazer um esboço do que foi exposto na situação acima para podermos interpretar melhor o problema.



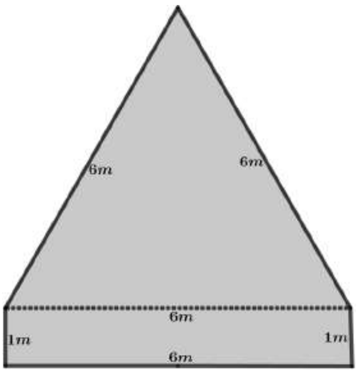
A figura resultante é um retângulo de base (largura) *21m* e altura (comprimento) *15m*. Desta forma, o perímetro externo será:

$$P = 21 + 15 + 21 + 15 = 72\ m$$

Para calcularmos o perímetro obtido pela justaposição de triângulos, retângulos e trapézios (tarefa 8), devemos observar as características da figura resultante.

Vamos, inicialmente, ver a justaposição de **retângulos** e **triângulos**, observando a figura resultante.

Situação 9 - Tomemos um retângulo com medidas de base de *6m* e altura de *1m*, e sobre ele seja justaposto um triângulo equilátero com lado medindo *6m*, como a seguir.



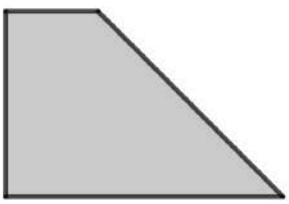
Para ***determinarmos*** o perímetro da figura resultante não levaremos em consideração os lados comuns ou em justaposição, ou seja, tomaremos o perímetro externo. Do retângulo vêm os lados *1m*, *6m* e 1m, e do triângulo os lados *6m* e *6m*. Desta forma, o perímetro referido será: $P = 6 + 1 + 6 + 6 + 1 = 20\ m$

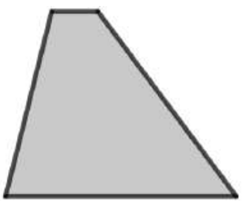
Vamos, agora, inverter a posição onde o triângulo faz justaposição, o colocando sobre o lado de medida de *1m* do retângulo.

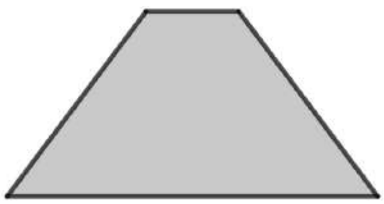
Desta forma, o triângulo equilátero tem lado medindo *1m* e os lados do retângulo a serem considerados são os de medidas *6m*, *1m* e *6m*, logo, o perímetro da figura resultante será: $P = 6 + 1 + 6 + 1 + 1 = 15\ m$

Vejamos a justaposição de triângulos e trapézios (tarefa 8), analisando, da mesma forma, a figura resultante, para, a partir daí, determinarmos seu perímetro, mas primeiro vamos à definição de trapézio.

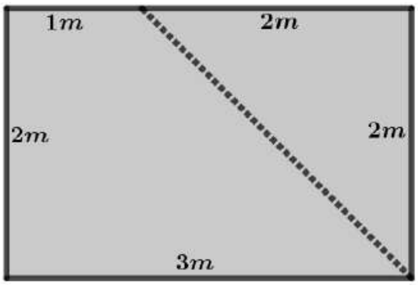
Trapézio é um quadrilátero que possui dois lados paralelos, chamados bases, e outros dois lados não paralelos. Os tipos mais comuns são apresentados abaixo.


Trapézio retângulo


Trapézio escaleno


Trapézio isósceles

Situação 10 - Consideremos que um trapézio retângulo, de bases medindo *3m* e *1m* e altura (distância entre as bases) de *2m,* seja justaposto a um triângulo retângulo isósceles com catetos medindo *2m*, como na figura a seguir. ***Determinar*** o perímetro externo da figura resultante.

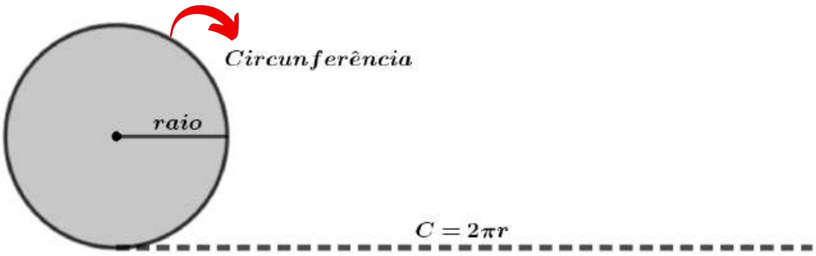


Observamos que a figura resultante é um retângulo de base medindo *3m* e altura *2m*. Desta forma, o perímetro externo será:

$$P = 2(3+2) = 10\ m$$

PERÍMETRO DE UMA REGIÃO CIRCULAR

Agora vamos analisar o perímetro do círculo e, então, ver a justaposição de retângulos e círculos.



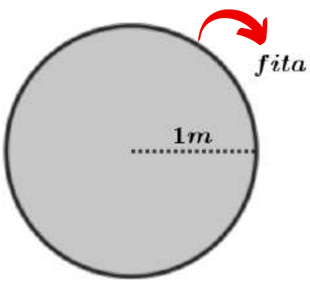
Sabemos que a medida do comprimento da circunferência ou perímetro de um círculo é dado por: $C = 2\pi r$

Prezado(a) Professor(a),

Aqui trabalharemos as tarefas **9** e **10:**

- *Determinar o perímetro de uma região formada pela composição de um retângulo e dois semicírculos na resolução de problemas (Avançado-8).*
- *Determinar o perímetro de uma região circular na resolução de problemas sem apoio de figuras (Avançado-8).*

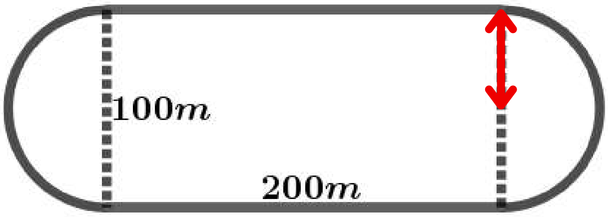
Situação 11 - Um marceneiro construiu uma mesa de MDF (material de madeira) em formato de círculo, com raio de *1m*. Na borda da mesa (seu perímetro) será colada uma fita de laminado decorativo. ***Determinar*** o comprimento mínimo da fita de laminado que será utilizada pelo marceneiro.



Para determinarmos o perímetro da mesa, ou seja, o comprimento mínimo da fita que será utilizada, devemos aplicar a fórmula para o cálculo da circunferência, utilizando *1m* para o raio e *3,14* para aproximação do π . Então teremos:

$$fita = C = 2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 1\ m = 6,28\ m$$

Situação 12 - ***Determinar*** o perímetro (contorno ou borda) de uma pista de atletismo que tem o formato de uma figura resultante da justaposição de um retângulo, de medidas *100m* por *200m*, e dois semicírculos, como a seguir.
(use π =3,14)



Observamos que o perímetro da figura resultante da justaposição será a soma dos dois lados de *200m* do retângulo com uma circunferência completa de raio *50m*, uma vez que os dois simicírculos formam um círculo completo. Daí vem:

$$P = 200\ m + 200\ m + 2 \cdot 3,14 \cdot 50\ m = 714\ m$$

Prezado(a) Professor(a),

Desenvolvemos até aqui as dez tarefas previstas para o descritor ***D057_M - Utilizar o perímetro de uma figura bidimensional na resolução de problema***.

A seguir focaremos na prática de exercícios, começando pela seção de **Análise Pedagógica de um Item**, em seguida **Atividades**, **De olho no Paebes** e **Conexão ENEM.**

Para a construção de listas de exercícios contamos com o **Portal de Questões da Sedu**, onde é possível selecionar questões de acordo com o descritor e com a dificuldade desejada. As atividades elaboradas podem ser aplicadas em formato impresso ou virtual, onde o professor cria a atividade e os estudantes entram para responder.

O QR Code ao lado direciona para o Portal de Questões, que é uma ferramenta de grande ajuda no planejamento pedagógico.

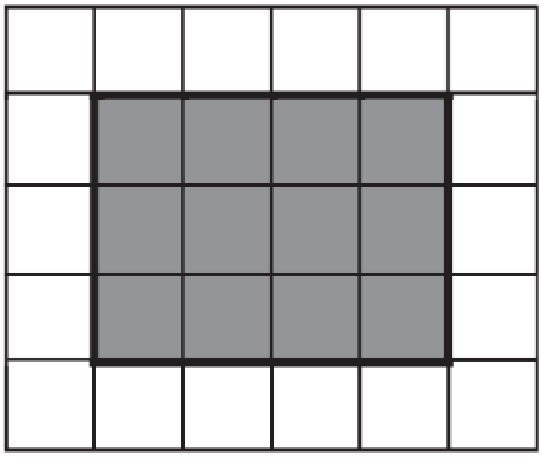
Então, mãos à obra...

Portal de Questões

Análise Pedagógica de um Item

Enunciado

(PAEBES - 2022) A figura colorida de cinza na malha quadriculada abaixo representa a piscina da casa de Laura. Cada lado do quadrado dessa malha equivale a 1 m.



Suporte

Qual é a medida do perímetro dessa piscina? ← Comando

Alternativas

A) 4 m.
B) 7 m.
C) 12 m.
D) 14 m.

Distratores

Gabarito

- **Enunciado:** apresenta as informações necessárias à resolução do item. Engloba o suporte e o comando.

- **Suporte:** texto, imagem e/ou outros recursos que servem como base para a resolução do item. Nos itens de Língua Portuguesa, é obrigatória a presença de suporte.

- **Comando:** indica, de forma objetiva, a tarefa a ser realizada. Está diretamente relacionado à habilidade que o item deseja avaliar.

- **Gabarito:** alternativa correta.

- **Distratores:** alternativas incorretas, mas plausíveis. Os distratores devem corresponder a raciocínios possíveis.

Fonte: Revista da Escola - Equipe Pedagógica Matemática: PAEBES 2025 (CAEd UFJF)

O item apresentado acima se refere à **tarefa 1,** do descritor **D057_M**, com padrão de desempenho **Básico** e nível de desempenho **3** (entre 275 e 300, como apresentado no início do material).

Esse é o nível de proficiência necessária para que o(a) estudante possa realizar a tarefa com sucesso, e espera-se que ele(a) seja capaz de: *Determinar o perímetro de um retângulo desenhado em malha quadriculada, com as medidas de comprimento e largura explicitadas.*

Observamos que ao medir os lados do retângulo usando a malha quadriculada o(a) estudante deve perceber que são 4 m de base e 3 m de altura e, a partir daí, concluir que o perímetro será *4+3+4+3=14 m*, alternativa D.

No entanto, os distratores correspondem a raciocínios possíveis que o(a) estudante pode ter, vamos analisá-los.

Se o(a) estudante optar pela alternativa A, pode ser que ele(a) tenha medido apenas a base do retângulo;

Caso tenha escolhido a alternativa B, pode ser que ele(a) tenha medido a base e a altura do retângulo e respondido que isso se trata do perímetro;

O terceiro distrator é mais interessante, pois caso o(a) estudante tenha escolhido a alternativa C, pode ser que tenha existido uma confusão entre os conceitos de área e perímetro (já que ambos conceitos foram estudados em momentos anteriores), uma vez que a área do retângulo em questão é igual a 12 quadradinhos da malha. Caso isso tenha ocorrido seria interessante utilizar algumas estratégias, como:

- Rever as propriedades dos retângulos - base, altura, unidades de comprimento;
- Revisar/reforçar o conceito de perímetro da figura - contorno/borda/medida externa;
- Diferenciar perímetro e área - são conceitos distintos, mas que sempre aparecem juntos ou próximos. O perímetro é a soma das medidas dos lado (linha) e a área é a região interna (superfície);
- Trabalhar exemplos visuais onde o perímetro é explicitado - preferencialmente situações práticas onde os(as) estudantes possam criar conexões reais;
- Atividades concretas e prática de experimentação - contornar objetos com barbante, medir mesa, caderno, quadra, armário, utilizar malha quadriculada, etc.

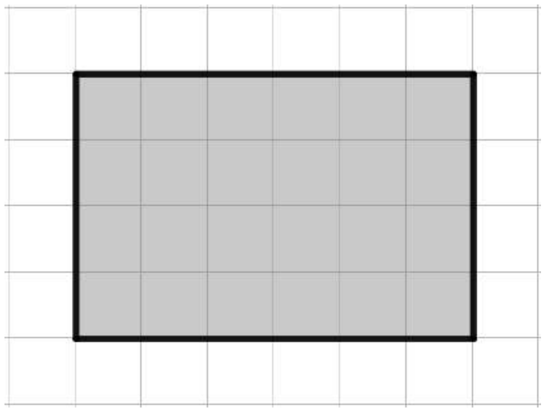
Atividades

A seção de atividades apresenta diversas questões relacionadas aos descritores e habilidades estudados, sem limitar-se à estrutura de item utilizada em avaliações externas. Para mais atividades, acesse o **Portal de questões da SEDU**.

Este caderno de atividades está disponível para impressão **neste link** ou pelo QR Code ao lado.

ATIVIDADE 1

Na malha quadriculada abaixo todos os quadradinhos têm a mesma medida de 1cm por 1cm. Nela foi desenhado um retângulo em cinza.



a) Qual é a medida da base desse retângulo? (medida horizontal)

b) Qual é a medida da altura desse retângulo? (medida vertical)

c) Qual é o perímetro desse retângulo?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 1

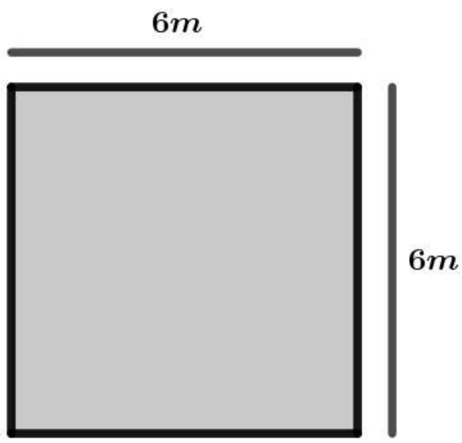
a) Observamos que a base do retângulo ocupa 6 quadradinhos e, como cada um mede 1 cm, ela mede 6 cm.

b) A altura do retângulo ocupa 4 quadradinhos e, como cada um mede 1 cm, ela mede 4 cm.

c) O perímetro é a soma de todos os lados, então: P = 6 + 4 + 6 + 4 = 20 cm.

ATIVIDADE 2

A figura a seguir mostra a área de uma fazenda que será cercada e destinada à criação de animais. Trata-se de uma região em formato de quadrado com lado medindo 6 metros.



a) Qual é o perímetro da região que será cercada para a criação de animais?

b) Se a cerca for feita com um total de quatro voltas de arame, quantos metros de arame, no mínimo, serão utilizados?

c) Se cada metro de arame custar R$ 5, quanto será gasto, no mínimo, com a compra desse arame para a construção da cerca, considerando que a cerca seja feita com quatro voltas de arame?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 2

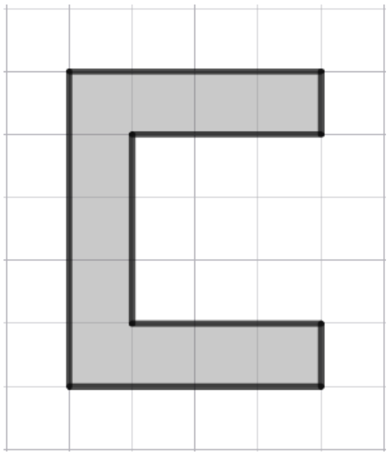
a) Como se trata de um quadrado, todos os lados têm a mesma medida de 6 m, desta forma o perímetro será: $P = 4 \cdot 6 = 24\ m$

b) Se a cerca será construída com quatro voltas de arame, o comprimento do arame deverá ser, no mínimo, quatro vezes o perímetro, ou seja, $P = 4 \cdot 24 = 96\ m$.

c) Considerando que a região seja cercada com quatro voltas de arame, pelo item 'b' concluímos que sua medida total será de 96 m. Se cada metro do arame custar R$ 5, então o valor gasto com a compra de arame para a construção da cerca será de $5 \cdot 96 = 480\ reais$.

ATIVIDADE 3

Carlos desenhou a primeira letra do seu nome em uma malha quadriculada formada por quadradinhos de 1 cm por 1 cm, como mostrado na figura abaixo.



a) Quantos lados tem a figura poligonal que Carlos desenhou?

b) Essa figura pode ser classificada como um polígono regular ou convexo? (justifique)

c) Se Carlos for contornar a figura com barbante, qual o comprimento, em cm, que ele utilizará?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 3

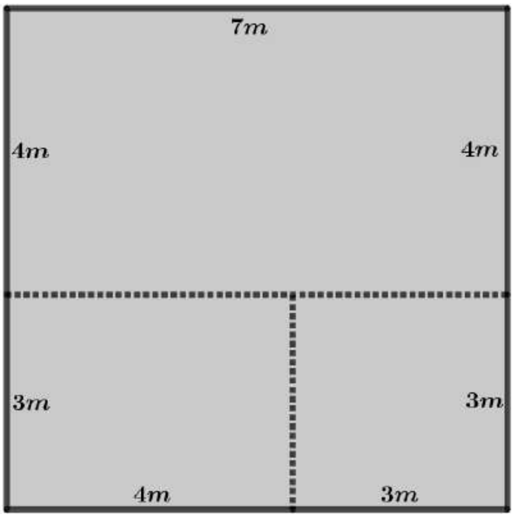
a) O polígono desenhado na malha quadriculada possui 8 lados, como a nomenclatura é baseada no número de lados ele será chamado de octógono.

b) O polígono em questão é irregular, pois os lados tem medidas diferentes. Ele é classificado como não convexo, uma vez que possui ângulo interno maior que 180° ou, equivalentemente, existem dois pontos em seu interior que determinam um segmento de reta que passa por fora dele - desta forma ele é dito não convexo ou côncavo.

c) Se Carlos for contornar a figura com barbante o comprimento utilizado será o perímetro do polígono, ou seja, a soma de todos os lados, então devemos fazer uso dos quadradinhos da malha para medirmos os lados e, a partir daí, calcularmos o perímetro. Logo, $P = 4 + 1 + 3 + 3 + 3 + 1 + 4 + 5 = 24$.
Então, Carlos precisará de 24 centímetros de barbante para contornar a figura.

ATIVIDADE 4

A figura a seguir foi construída a partir da justaposição de três retângulos e suas respectivas medidas são apresentadas em metros.



a) Quais são as medidas dos lados dos três retângulos que foram utilizados na construção da figura?

b) Qual é o formato e a classificação da figura resultante da justaposição dos três retângulos?

c) Qual é o perímetro externo da figura resultante da justaposição dos retângulos?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 4

a) Para a construção da figura acima foram utilizados três retângulos, sendo um deles com lados iguais, neste caso um quadrado. E as medidas são:

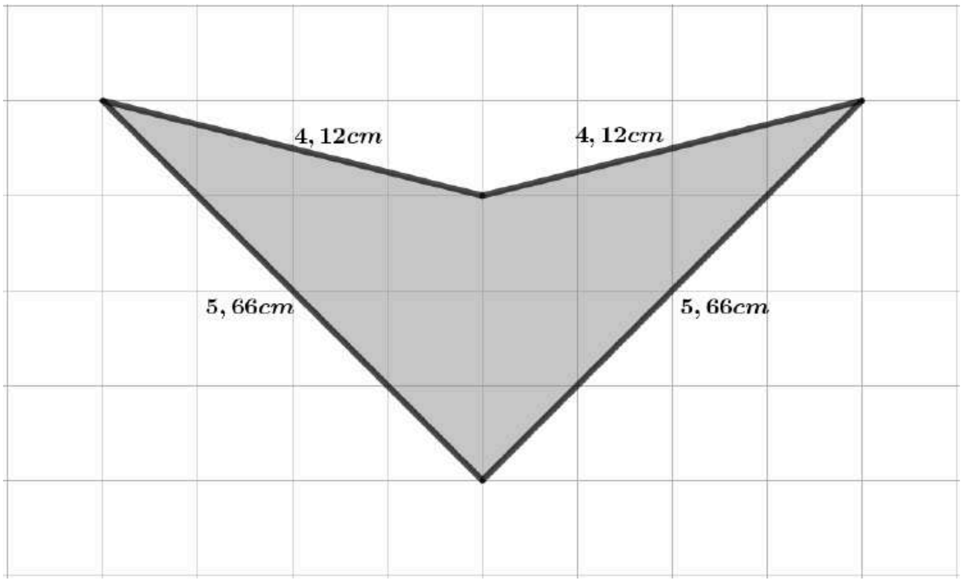
- Retângulo com base 4m e altura 3m;
- Quadrado com lado 3m;
- Retângulo com base de 7m e altura 4m

b) A figura resultante da justaposição é um retângulo com medida externa de 7m de base e 7m de altura, logo trata-se de um quadrado ou quadrilátero regular, que é um polígono convexo.

c) Como a figura resultante é um quadrado, seu perímetro será igual a quatro vezes a medida de seu lado, neste caso teremos: $P = 4 \cdot 7 = 28\, metros.$

ATIVIDADE 5

Uma estudante desenhou no aplicativo Geogebra um quadrilátero em formato de asa delta para fazer o estudo de suas características e propriedades e explicitou as medidas dos lados, como mostrado a seguir.



a) A figura desenhada pela estudante é um polígono regular ou irregular?

b) O polígono é convexo ou não convexo?

c) Qual é o perímetro do polígono?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 5

a) O polígono é um quadrilátero irregular, pois nem todos os lados possuem a mesma medida (assim como todos os ângulos também não são iguais).

b) O polígono é não convexo, pois é fácil perceber que existem dois pontos em seu interior que geram um segmento de reta que não está completamente no interior do polígono, ou, equivalentemente, ele possui um ângulo interno maior do que 180°.

c) O perímetro é a soma de todos os lados, ou seja: $P = 2 \cdot (5,66 + 4,12) = 19,56\ m$

De olho no Paebes

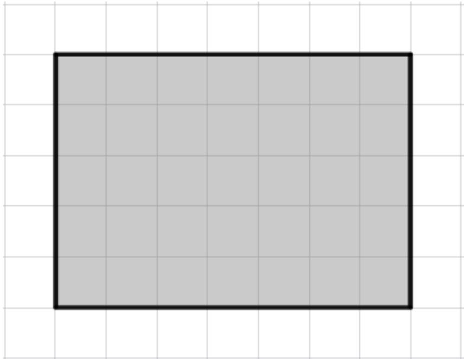
Esta seção tem como objetivo exemplificar algumas variações possíveis entre itens referentes a um mesmo descritor em sua escala de proficiência. Portanto, ela não deve ser tratada como material preparatório único e suficiente para o Paebes, mas sim como um auxiliar ao trabalho pedagógico em sala de aula. Para mais itens, acesse o **Portal de questões da SEDU.**

O “De olho no Paebes” também está disponível em uma versão para impressão **neste link** ou no QR Code ao lado.

D057_M *Utilizar o perímetro de uma figura bidimensional na resolução de problema.*

ITEM 1 - Básico

(PAEBES 2022) Para o acabamento da decoração de uma caixa de madeira, será colada uma fita de cetim em volta de sua tampa. O formato dessa tampa é representado, em cinza, na malha quadriculada abaixo, em que o lado de cada quadradinho equivale a 5 centímetros.



Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Determinar o perímetro de um retângulo desenhado em malha quadriculada, com as medidas de comprimento e largura explicitadas.".

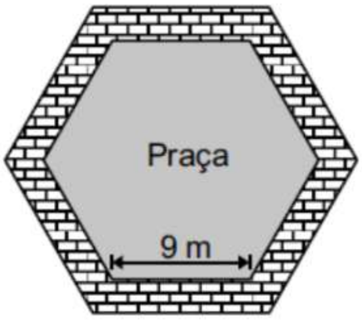
Qual deve ser o comprimento mínimo, em centímetros, dessa fita de cetim?

A) 28.
B) 35.
C) 120.
D) 175.
E) 180.

Gabarito: C

ITEM 2 - Básico

(PAEBES - 2017) Todos os dias de manhã, Rafael dá três voltas completas em torno de uma praça que tem o formato de um hexágono regular, como mostra o desenho abaixo.



Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Determinar o perímetro de uma figura poligonal regular, com o apoio de figura, na resolução de uma situação-problema.".

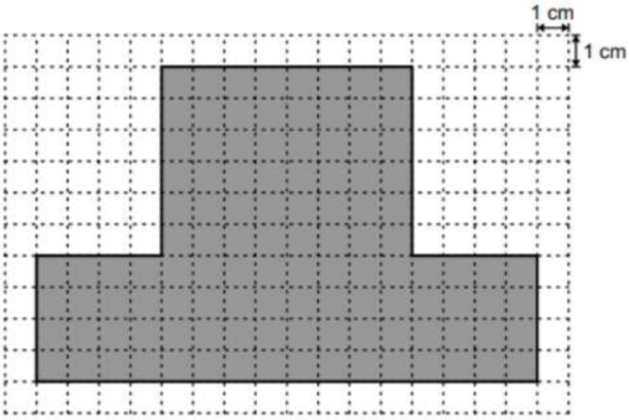
Quantos metros, no mínimo, Rafael percorre por dia em volta dessa praça?

A) 27.
B) 54.
C) 152.
D) 162.
E) 180.

Gabarito: D

ITEM 3 - Básico

(AMA-3 - 2023 - Modificada) Sérgio utilizou um aplicativo para fazer figuras. A figura está representada, em cinza, na malha quadriculada abaixo.



Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Calcular o perímetro de uma figura poligonal irregular desenhada sobre uma malha quadriculada, na resolução de problemas.".

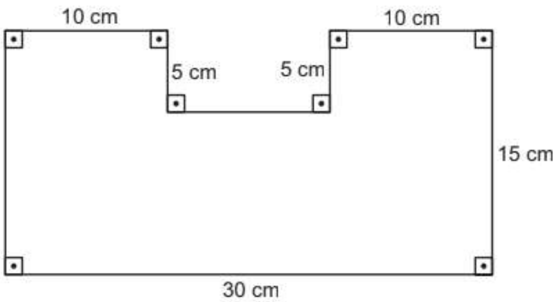
Qual é a medida, em centímetro, do perímetro da figura feita por Sérgio?

A) 13 cm.
B) 26 cm.
C) 36 cm.
D) 52 cm.
E) 80 cm.

Gabarito: D

ITEM 4 - Proficiente

(AMA-2 - 2024) Para um trabalho escolar, Joice precisa representar, através de um desenho, a planta baixa de sua casa. Inicialmente, ela fez o desenho do formato dessa planta, conforme representado abaixo.



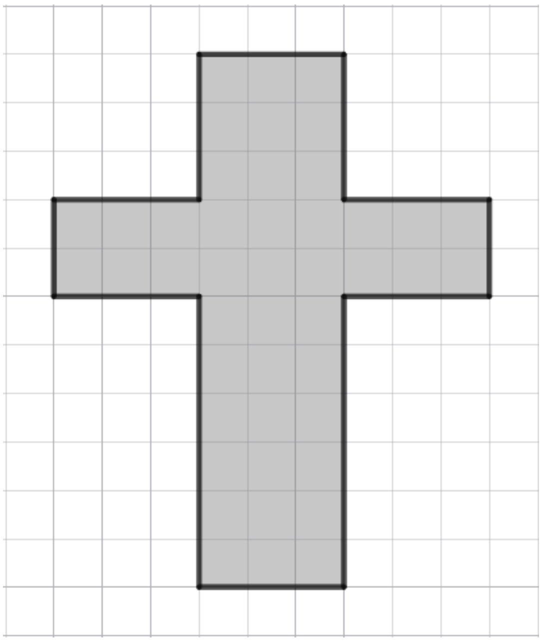
Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Determinar o perímetro de uma região formada pela justaposição de retângulos, sendo todas as medidas fornecidas com o apoio de imagem.".

Nesse desenho, Joice colou um barbante em todo o perímetro do desenho para destacá-lo. No mínimo, quantos centímetros de barbante Joice colou nesse desenho?
A) 75 cm.
B) 90 cm.
C) 100 cm.
D) 400 cm.
E) 500 cm.

Gabarito: C

ITEM 5 - Proficiente

(PAEBES - 2022) Observe abaixo o formato da cruz que Fábio desenhou em uma malha quadriculada. O lado de cada quadradinho dessa malha equivale a 3 cm.



Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Determinar o perímetro de um polígono não convexo desenhado sobre as linhas de uma malha quadriculada.".

Qual é a medida do perímetro da cruz que Fábio desenhou?

A) 36 cm.
B) 45 cm.
C) 120 cm.
D) 132 cm.
E) 140 cm.

Gabarito: C

Conexão ENEM

Aqui você terá questões de edições recentes do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) relacionadas ao conteúdo do capítulo. Devido aos objetivos específicos dessa avaliação, é possível que as questões apresentem especificidades não contempladas no material, assim como este, por sua vez, não objetiva ser preparatório para o ENEM. Para mais questões, visite o repositório de provas e gabaritos de edições anteriores clicando **aqui**.

Acesse o "Conexão ENEM" para impressão **neste link** ou pelo QR Code ao lado.

Material Extra

Materiais para Professores de Matemática

Prezado(a) professor(a), neste site você encontrará uma variedade de materiais pensados para enriquecer suas aulas, como apostilas do Paebes e do ENEM, vídeos, listas de exercícios, arquivos do GeoGebra, entre outros recursos didáticos.
Todos os materiais estão disponíveis para download, e a página é atualizada regularmente, garantindo sempre conteúdos relevantes e de qualidade para apoiar sua prática pedagógica.

Bom trabalho!

Material Extra

Referências

CENTRO DE POLÍTICAS PÚBLICAS E AVALIAÇÃO DA EDUCAÇÃO (CAEd). **PAEBES 2025: matriz de referência de Matemática**. Disponível em: <https://prototipos.caeddigital.net/arquivos/es/colecoes/2025/PAEBES_2025_RE_MT.pdf>. Acesso em: 9 abr. 2026.

ESPÍRITO SANTO (Estado). Secretaria de Estado da Educação (SEDU). **Portal de Questões**. Disponível em: <https://questoes.sedu.es.gov.br/>. Acesso em: 9 abr. 2026.

ESPÍRITO SANTO (Estado). Secretaria de Estado da Educação (SEDU). **Coletânea de itens 2022/2023**. Disponível em: <https://sedu.es.gov.br/paebes-paebes-alfa>. Acesso em: 9 abr. 2026.

GEOGEBRA. **GeoGebra**. Disponível em: <https://www.geogebra.org/?lang=pt_BR>. Acesso em: 9 abr. 2026.

PIMHO, Cassiano. **Materiais para professores**. Disponível em: <https://sites.google.com/view/profcassianopimho>. Acesso em: 9 abr. 2026.

Detalhando o descritor

D058_M *Utilizar área de figuras bidimensionais na resolução de problema.*

O CONCEITO DE POLÍGONO

Chamamos de **polígono** uma linha poligonal fechada simples.

Observe as figuras abaixo:

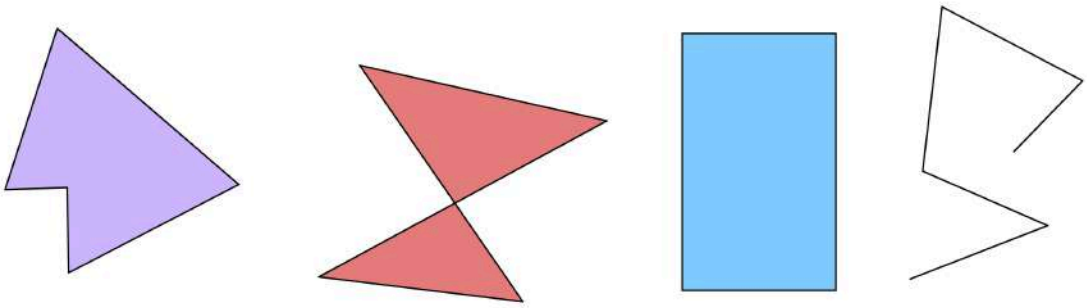
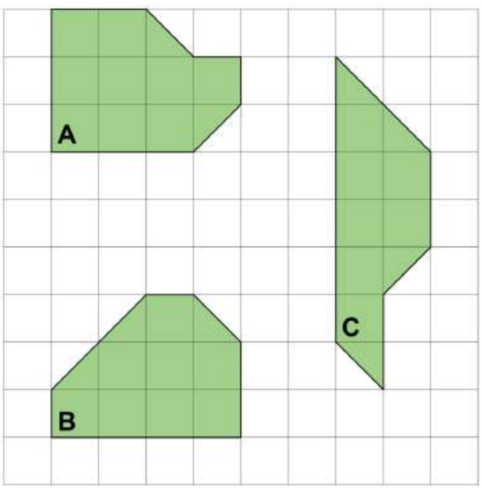


Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4

Apenas as Figuras 1 e 3 são polígonos, pois são fechadas e simples, isto é, os segmentos de reta não se interceptam. A Figura 2 não é um polígono, pois, apesar de fechada sua linha poligonal é não simples e a Figura 3 não é um polígono, pois é uma linha poligonal simples e aberta.

A IDEIA DE ÁREA

A área é a medida da superfície da figura, ou seja, a quantidade de unidades que a figura ocupa no plano. E para comparar duas figuras e dizer qual delas tem a maior área, podemos utilizar uma unidade de área. Normalmente é um quadrado e a área da figura é a quantidade desses quadrados que cabem no interior da figura.

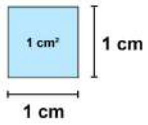


Unidade de medida de área: U

- A área da região A é 10 U.
- A área da região B é 9,5 U.
- A área da região C é 9 U.

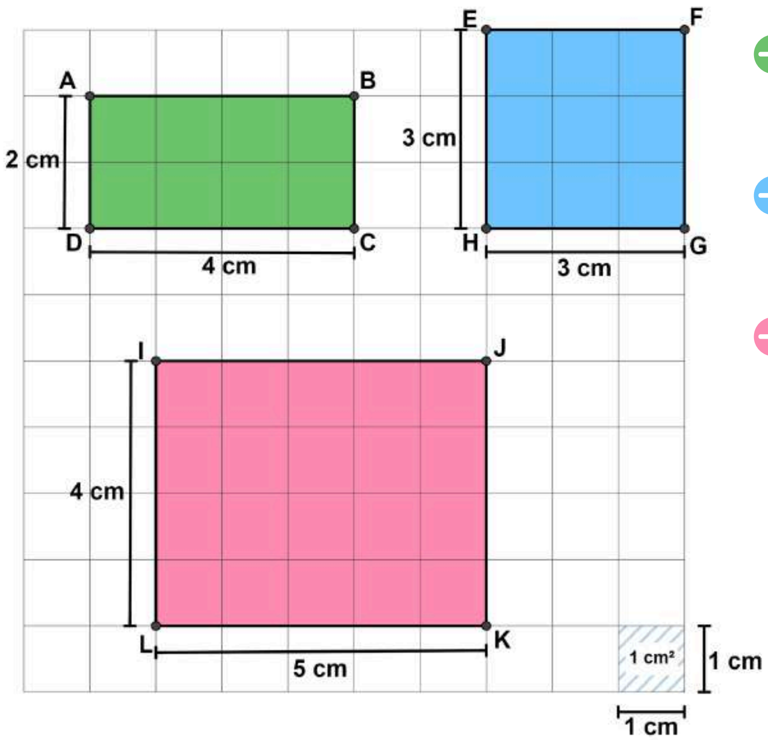
ÁREA DE POLÍGONOS

A partir de agora, vamos estabelecer como unidade de área uma região quadrada cujo comprimento do lado mede 1 cm. Ela será chamada região quadrada unitária.



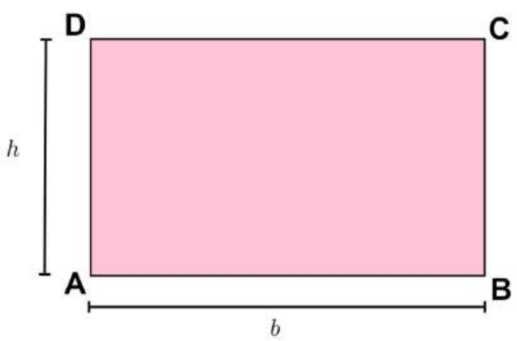
RETÂNGULO E QUADRADO

Observe os retângulos e o quadrado na malha quadriculada abaixo:



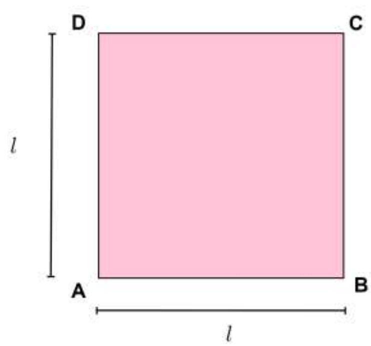
- A área do retângulo ABCD é igual a 8 cm² (4·2=8).
- A área do quadrado EFGH é igual a 9 cm² (3·3=3²=9).
- A área do retângulo IJKL é igual a 20 cm² (5·4=20).

A área de um retângulo de lados medindo b e h, é dada pelo produto da medida da base b pela medida da altura h.



$$A = b \cdot h$$

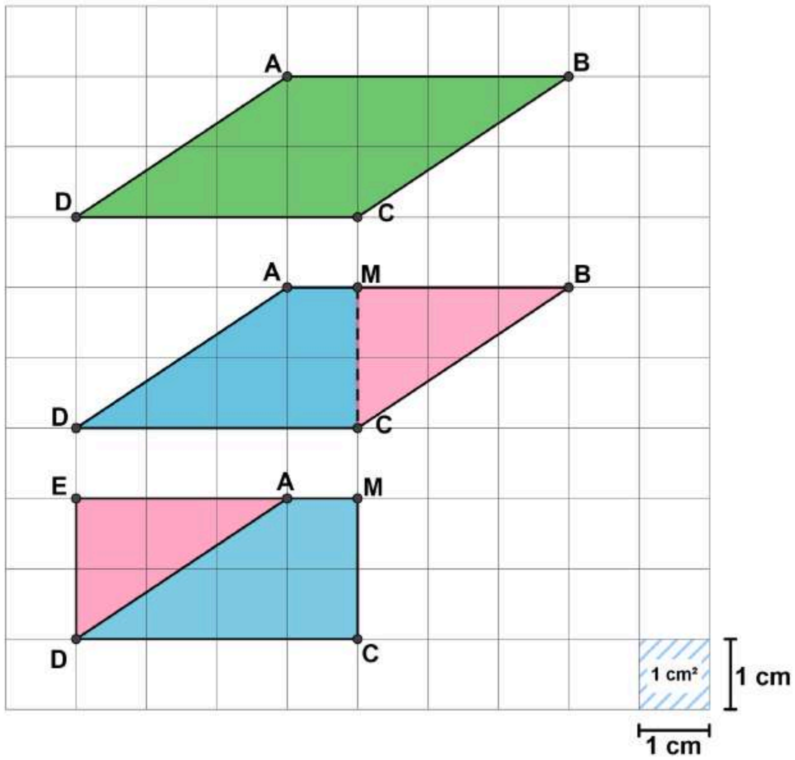
O quadrado é um caso especial do retângulo onde as medidas da base e da altura são iguais.



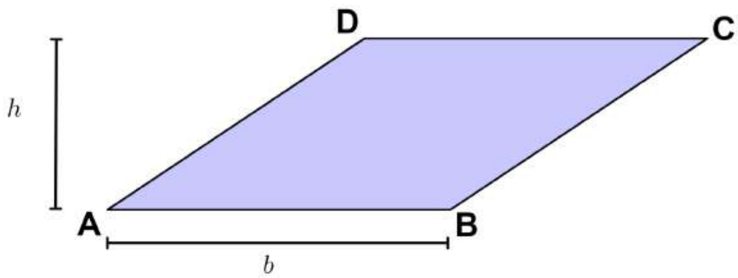
$$A = l^2$$

PARALELOGRAMO

Na malha quadriculada abaixo, você pode acompanhar uma série de cortes e reorganização no paralelogramo ABCD, de modo que sua área seja equivalente à área do retângulo EMCD.



A área de um paralelogramo cuja base mede b e a altura mede h é igual à área de um retângulo de lados medindo b e h.



$$A = b \cdot h$$

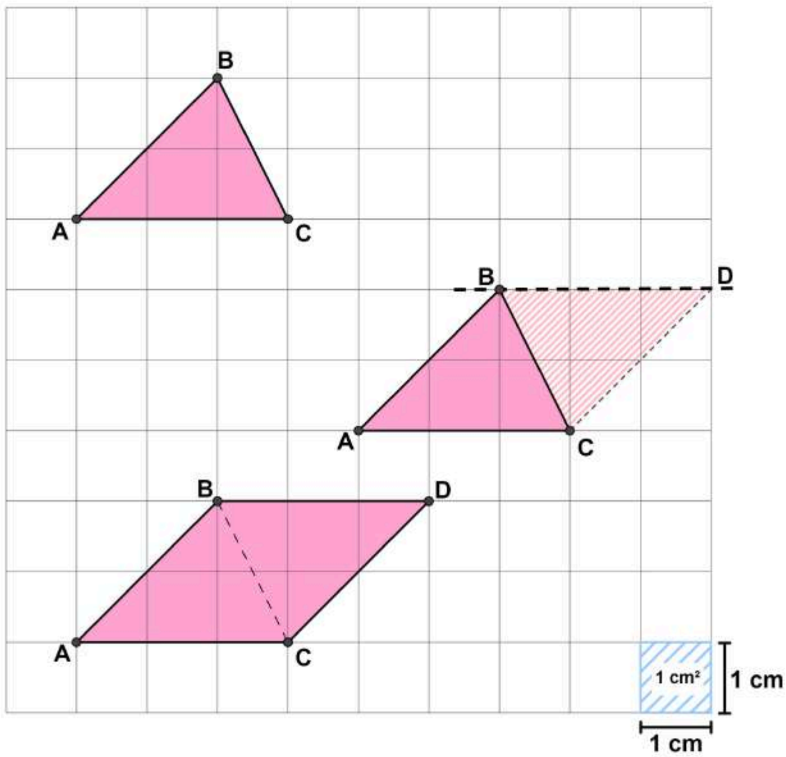
Prezada Professora, Prezado Professor,

pensando em demonstrar, de forma visual, a relação de equivalência entre as áreas do paralelogramo e do retângulo, bem como a relação entre a área do triângulo e do paralelogramo, deixamos aqui dois links de aplicações do GeoGebra que fazem essa ligação:

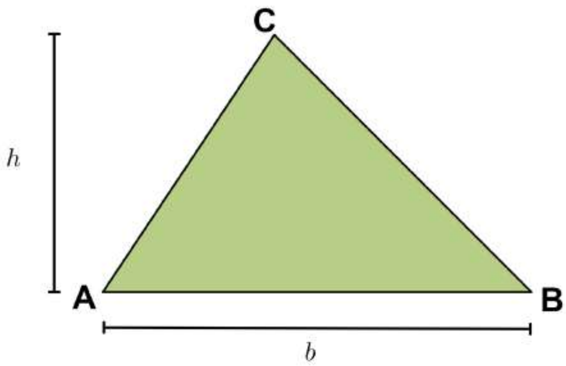
paralelogramo   triângulo

TRIÂNGULO

Conhecendo a medida de área de uma região limitada por um paralelogramo, podemos determinar a medida de área de uma região triangular, porque toda região triangular é metade da região limitada por um paralelogramo de mesma medida de comprimento da base e da altura.
Observe na figura ao lado:



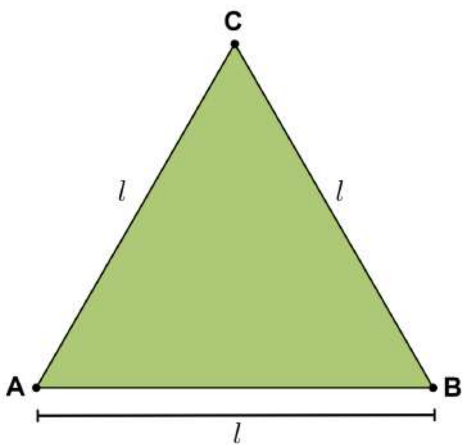
A medida de área de uma região triangular é igual à metade do produto da medida de comprimento da base pela medida de comprimento da altura correspondente.

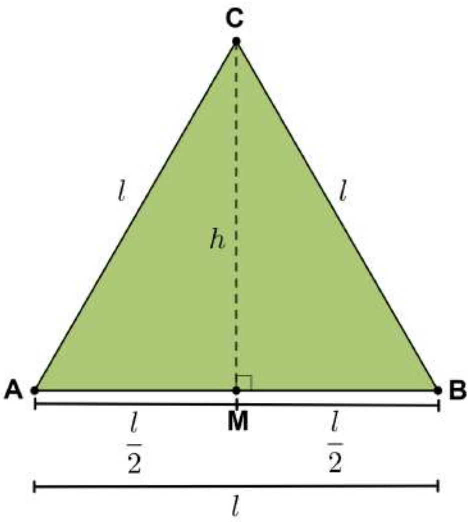


$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

Triângulo equilátero

Considere o triângulo equilátero ao lado. A partir de C traçamos a altura relativa à base AB, assim definiremos um ponto M no lado AB. Note que essa altura também é mediana no triângulo equilátero. Assim, a medida AM é igual à medida MB, ou seja, metade do lado. Observe na figura da página seguinte.





Usando o Teorema de Pitágoras no triângulo BMC, temos:

$$l^2 = \left(\frac{l}{2}\right)^2 + h^2 \Rightarrow h^2 = l^2 - \frac{l^2}{4} = \frac{3 \cdot l^2}{4}$$

$$\Rightarrow h = \sqrt{\frac{3 \cdot l^2}{4}} = \frac{l \cdot \sqrt{3}}{2}.$$

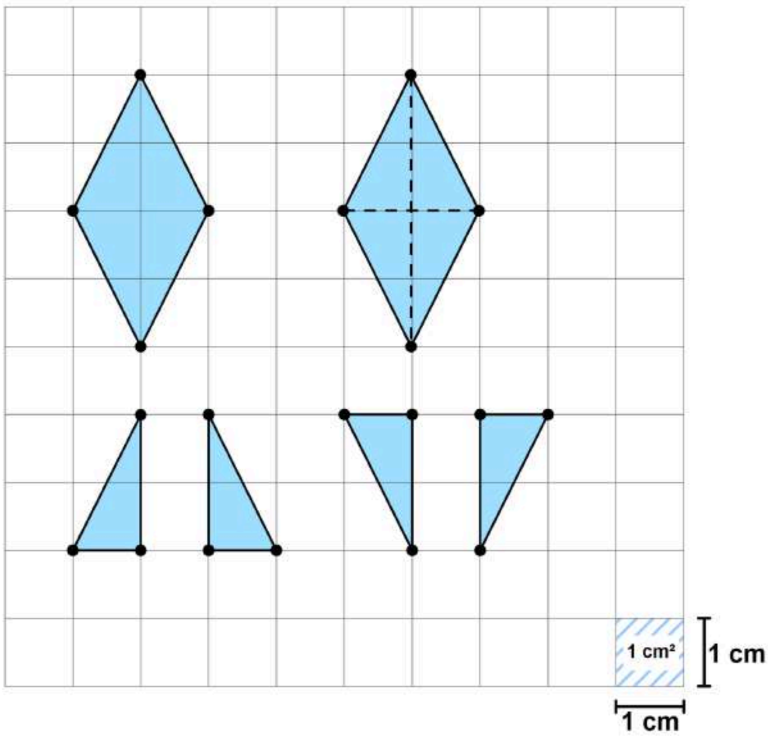
Assim, a área do triângulo equilátero ABC é

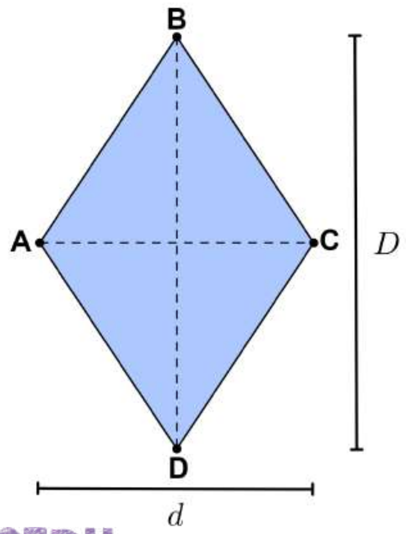
$$\boxed{A = \frac{1}{2} \cdot l \cdot \frac{l \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{l^2 \cdot \sqrt{3}}{4}.}$$

Prezado(a) Professor(a),
aproveite este momento para destacar aos(às) estudantes que a área de um hexágono regular pode ser obtida ao decompor a figura em 6 triângulos equiláteros congruentes. Assim, basta calcular a área de um desses triângulos e multiplicar o resultado por 6 para encontrar a área total do hexágono regular.

LOSANGO

Observe que o losango pode ser decomposto em quatro triângulos congruentes de mesma área. Assim, sua área é a soma das áreas desses quatro triângulos.





Como os 4 triângulos são equivalentes, então

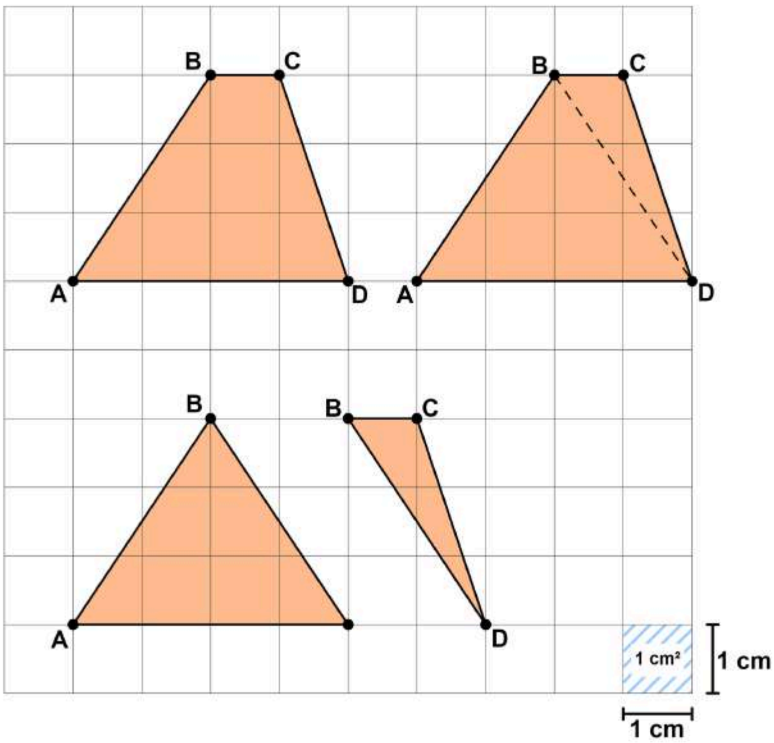
$$A = 4 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{d}{2} \cdot \frac{D}{2}\right) = 4 \cdot \frac{D \cdot d}{8} = \frac{D \cdot d}{2}.$$

Portanto,

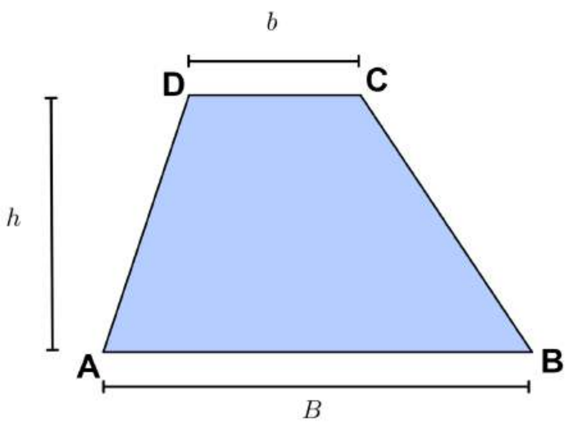
$$\boxed{A = \frac{D \cdot d}{2}}$$

TRAPÉZIO

Para determinar a medida da área de uma região limitada por um trapézio, vamos decompô-la em duas regiões menores traçando uma das diagonais do trapézio. Dessa forma, observamos que o trapézio é formado por dois triângulos de mesma altura, sendo um deles com a medida da base igual à medida da base maior do trapézio inicial e o outro com a medida da base igual à medida da base menor do trapézio.



Fazendo a divisão do trapézio em dois triângulos, obtemos:



$$A = \frac{B \cdot h}{2} + \frac{b \cdot h}{2} = \frac{B \cdot h + b \cdot h}{2} = \frac{h \cdot (B + b)}{2}.$$

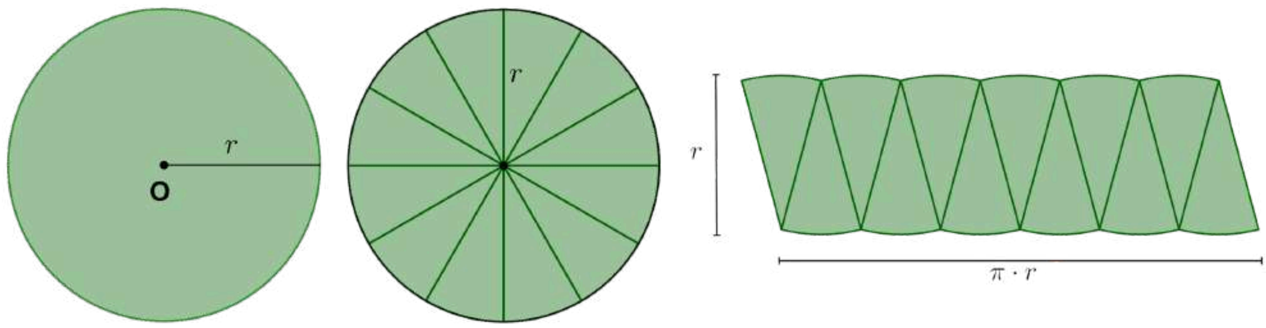
Assim,

$$\boxed{A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}}$$

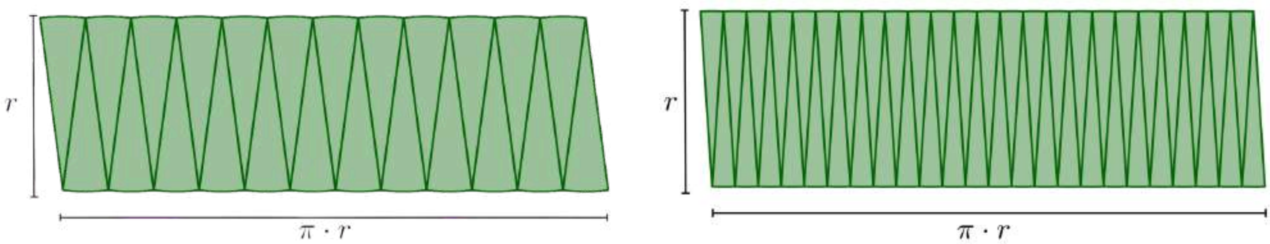
ÁREA DO CÍRCULO E SUAS PARTES

CÍRCULO

Considere um círculo de raio r e divida-o em um número par de partes iguais. Por exemplo, 12 partes iguais, como mostrado na sequência. Podemos reorganizar essas partes e observar que a figura se assemelha a um paralelogramo.



A medida que aumentamos o número de partes em que dividimos o círculo, a figura reorganizada se aproximará de um paralelogramo cuja base possui medida igual a $\pi \cdot r$ e a altura igual a r. Veja abaixo a divisão em 24 e 48 partes, respectivamente.



Portanto, a área do círculo de raio r é:

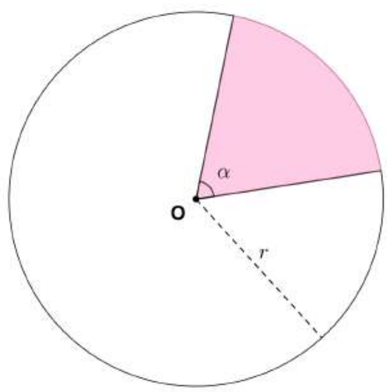
$$A = \pi \cdot r^2$$

Prezado(a) Professor(a),

para facilitar a visualização da demonstração intuitiva da área do círculo, a seguinte aplicação pode ser trabalhada em sala de aula.

SETOR CIRCULAR

Denominamos setor circular a região do círculo delimitada por um dos seus ângulos centrais. A área do setor circular é proporcional ao ângulo que o determina, então podemos usar uma proporção para determinar sua área:

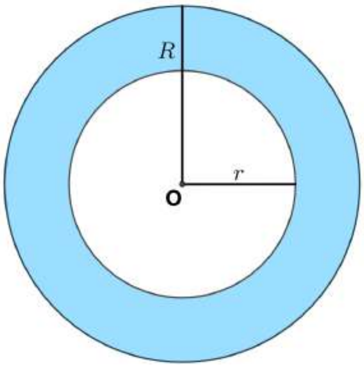


$$\frac{\pi r^2}{360°} = \frac{S_\alpha}{\alpha}$$

$$360° \cdot S_\alpha = \alpha \cdot \pi \cdot r^2 \Rightarrow S_\alpha = \frac{\alpha \cdot \pi \cdot r^2}{360°}$$

COROA CIRCULAR

A coroa circular é a região compreendida entre duas circunferências concêntricas que estão em um mesmo plano e têm medidas de seus raios diferentes.



A área de uma coroa circular é dada pela diferença das áreas dos círculos maior e menor:

$$A = \pi R^2 - \pi r^2 \Rightarrow \boxed{A = \pi \cdot \left(R^2 - r^2\right).}$$

Análise Pedagógica de um Item

Enunciado

(M00060867) Observe a Figura 1 na malha quadriculada abaixo. Considere que cada quadradinho da malha possui 1 unidade de área.

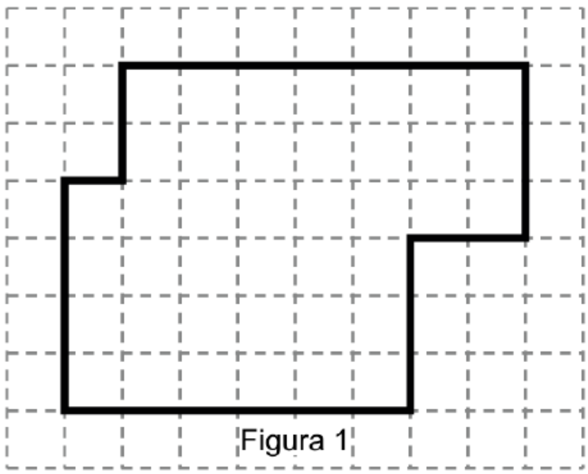


Figura 1

Suporte

Qual é a medida da área total do terreno da Figura 1, em unidades de área?

Alternativas

A) 45.
B) 48.
C) 40.
D) 28.

Distratores

Gabarito

- **Enunciado:** apresenta as informações necessárias à resolução do item. Engloba o suporte e o comando.

- **Suporte:** texto, imagem e/ou outros recursos que servem como base para a resolução do item. Nos itens de Língua Portuguesa, é obrigatória a presença de suporte.

- **Comando:** indica, de forma objetiva, a tarefa a ser realizada. Está diretamente relacionado à habilidade que o item deseja avaliar.

- **Gabarito:** alternativa correta.

- **Distratores:** alternativas incorretas, mas plausíveis. Os distratores devem corresponder a raciocínios possíveis.

Fonte: Revista da Escola - Equipe Pedagógica Matemática: PAEBES 2025 (CAEd UFJF)

O presente item propõe uma tarefa ancorada ao nível de desempenho **abaixo do básico**. Mais especificamente, ele busca verificar se o(a) estudante é capaz de ”Determinar a área de figuras desenhadas em malhas quadriculadas por meio de contagem”.

A tarefa avaliada por esse item demanda que o(a) estudante compreenda que a área pedida é aquela delimitada pelo contorno destacado. Dessa forma, é esperado que ele(a) conte a quantidade de quadrados da malha quadriculada, dentro da região delimitada, compreendendo que cada quadrado equivale a uma unidade de área.

A contagem correta dos quadrados, dentro da região delimitada, resulta em 40 unidades de área (gabarito C). Os distratores A e B podem representar contagens que consideraram quadrados fora da área delimitada.

Em especial, destacamos o distrator D que apresenta o perímetro da figura em unidades de comprimento (considerando o lado do quadrado da malha quadriculada).

Caso o(a) estudante tenha marcado um distrator, sugerimos como possibilidades de intervenção pedagógica:

- Retomar o conceito de área e como ela é medida em unidades quadradas;

- Esclarecer que a área de uma figura em malha quadriculada é determinada pelos quadrados que estão dentro do contorno que delimita a figura;

- Trabalhar com propostas práticas e visuais que contribuam para que o(a) estudante diferencie área de perímetro.

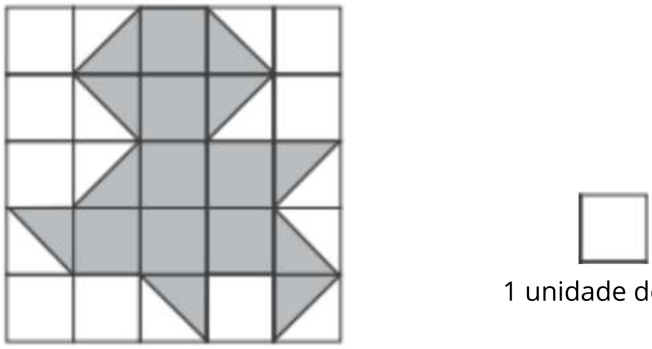
Atividades

A seção de atividades apresenta diversas questões relacionadas aos descritores e habilidades estudados, sem limitar-se à estrutura de item utilizada em avaliações externas. Para mais atividades, acesse o **Portal de questões da SEDU**.

Este caderno de atividades está disponível para impressão **neste link** ou pelo QR Code ao lado.

ATIVIDADE 1

A malha quadriculada a seguir tem todos os quadradinhos de mesma medida e representa uma parede de azulejos. A área sombreada representa uma parte que está danificada e que será refeita. Considere cada quadradinho como uma unidade de área.



1 unidade de área

a) Qual é a área da parede de azulejos que será refeita?

b) Qual é a área da parede de azulejos que não será refeita?

c) Qual é a área total da parede de azulejos?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 1

a) A parte que será refeita é aquela que está danificada e sombreada na malha quadriculada. Dessa forma, o(a) estudante pode, primeiramente, realizar a contagem dos quadradinhos que estão totalmente sombreados: 7 unidades de área (u.a.).

Na sequência, o(a) estudante pode proceder para a contagem das metades de quadradinhos sombreadas (triângulos sombreados). Ele(a) precisa considerar que dois triângulos sombreados equivalem a 1 u.a. Dessa forma, como há 10 triângulos sombreados, eles representam uma área danificada de 5 u.a.

Portanto, a área que será refeita (danificada) será de 7 u.a. + 5 u.a. = 12 u.a.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 1 - continuação

b) O(A) estudante pode determinar a área que não será refeita de forma similar ao item “a”: contando os quadradinhos em branco e as metades de quadradinhos em branco (triângulos em branco).

Assim, a área que não será refeita é:

8 quadradinhos brancos + 10 triângulos brancos = 8 u.a. + 5 u.a. = 13 u.a.

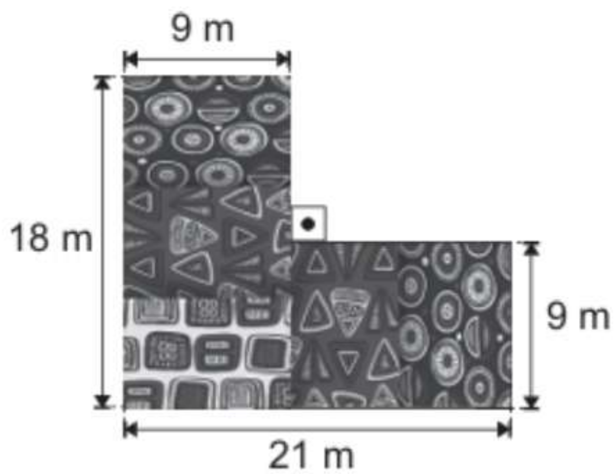
c) O(A) estudante pode contar todos os quadradinhos da malha quadriculada e concluir que a parede tem 25 u.a. Uma variação é a contagem da quantidade de colunas e de linhas da malha quadriculada, culminando no produto $5 \cdot 5 = 25$ u.a.

Outra possibilidade é considerar que a parede de azulejos é composta somente pela parte danificada e pela parte não danificada. Ou seja, as duas partes juntas compõem a parede toda. Então, a área total da parede é:

parte que será refeita + parte que não será refeita = 12 u.a. + 13 u.a. = 25 u.a.

ATIVIDADE 2

(Av. Diagnóstica - 2025 - 1.ª ed. - Adaptada) Para receber uma exposição sobre a cultura africana, uma região plana de um shopping foi revestida com tapetes retangulares, cada um deles com um tipo de estampa africana. Observe, na figura abaixo, uma representação dessa região, após ser revestida com os tapetes.

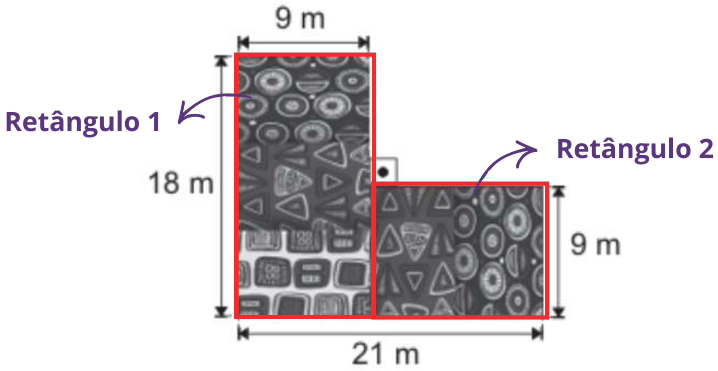


Qual é a medida, em metro quadrado, da área ocupada por esses tapetes nessa região do shopping?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 2

Resolução 1: Observe que podemos dividir a região revestida com os tapetes em duas regiões retangulares distintas, onde:

- O retângulo 1 tem medida da base igual a 9 m e altura igual a 18 m;
- O retângulo 2 tem altura igual a 9 m e a medida da base precisa ser calculada a partir de outras medidas dadas. Para determinar a medida da base desse retângulo, podemos fazer a seguinte subtração:



$$21 - 9 = 12.$$

Determinadas todas as medidas necessárias, calculamos a área de cada retângulo:

$$A = b \cdot h$$

- Retângulo 1: $A_1 = 9 \cdot 18 = 162\ m^2$
- Retângulo 2: $A_2 = 12 \cdot 9 = 108\ m^2$

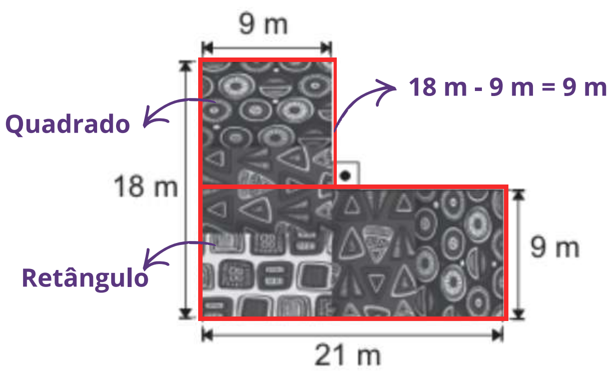
Somando as áreas dos retângulos obtemos a área ocupada pelos tapetes:

$$A_1 + A_2 = 162 + 108 = 270\ m^2$$

Portanto, a medida, em metro quadrado, da área ocupada por esses tapetes nessa região do shopping é de 270 m².

Outras maneiras de resolver:

Resolução 2: Podemos dividir a região revestida com os tapetes de outra forma. Note que, nessa nova configuração obtemos dois retângulos, sendo um deles um quadrado.



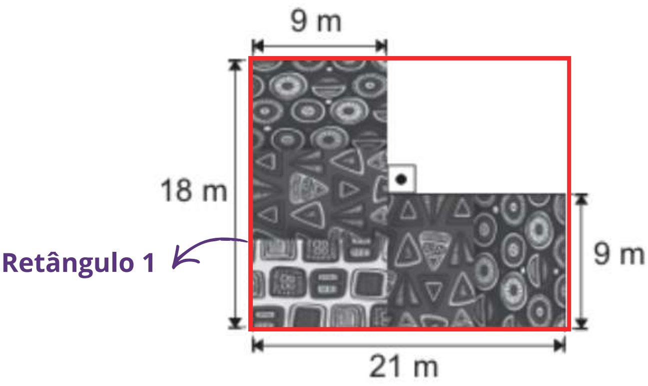
RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 2 - continuação

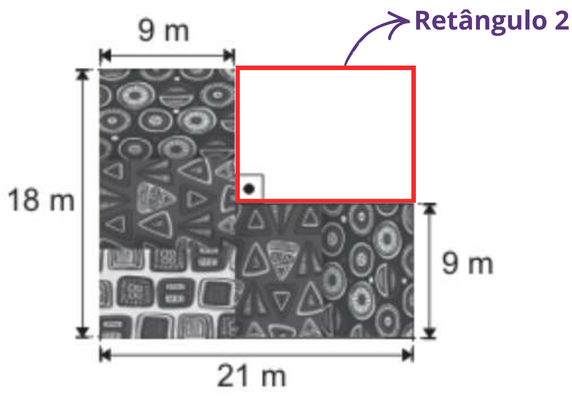
Calculando a área de cada uma das figuras, temos:

- Quadrado: $A_1 = 9 \cdot 9 = 81\ m^2$
- Retângulo: $A_2 = 21 \cdot 9 = 189\ m^2$

Somando as áreas obtidas: $A_1 + A_2 = 81 + 189 = 270\ m^2$

Resolução 3: Outra forma de determinar a área ocupada pelos tapetes é calculando a área ocupada pelo retângulo 1 e subtraindo dela a área ocupada pelo retângulo 2, visto que ela na prática não existe.





Calculando a área de cada uma das figuras, temos:

- Retângulo 1: $A_1 = 21 \cdot 18 = 378\ m^2$
- Retângulo 2: $A_2 = 12 \cdot 9 = 108\ m^2$

Portanto, a área total ocupada pelos tapetes é dada por:

$$A_1 - A_2 = 378 - 108 = 270\ m^2$$

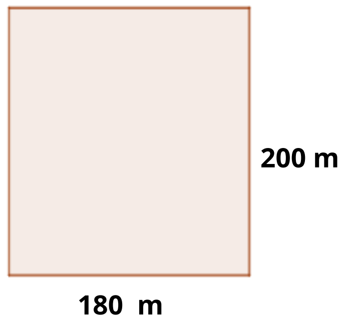
ATIVIDADE 3

A prefeitura de Jerônimo Monteiro, no interior do Espírito Santo, está organizando uma festa para comemorar o aniversário da cidade no parque municipal. O parque tem um formato retangular, com dimensões de 180 metros de comprimento por 200 metros de largura. Para garantir a segurança de todos os participantes, o Corpo de Bombeiros recomenda que a densidade média em eventos desse tipo não exceda cinco pessoas por metro quadrado.

Com base nas recomendações de segurança, qual é o número máximo de pessoas que podem participar da festa?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 3

Considerando que o parque possui um formato retangular com dimensões de 180 metros de comprimento por 200 metros de largura, sua representação geométrica pode ser visualizada no esquema abaixo:



Determinando a área do parque:

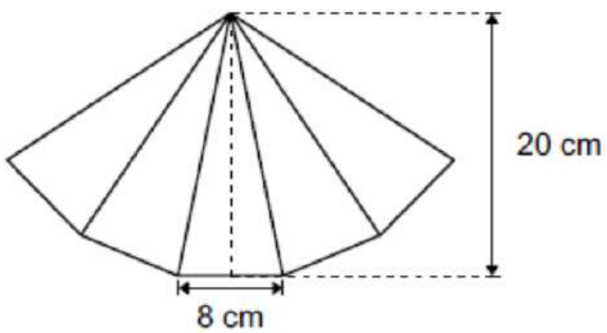
$$A_r = b \cdot h$$
$$A_r = 180 \cdot 200$$
$$A_r = 36\,000\ m^2$$

Como o Corpo de Bombeiros recomendou que a densidade média não exceda cinco pessoas por metro quadrado, temos que:

$$\underbrace{36\,000}_{\text{m}^2} \cdot \underbrace{5}_{\text{pessoas/m}^2} = 180\,000\ pessoas$$

ATIVIDADE 4

(AMA - 2024 - 3.ª ed. - Adaptada) A organização de um baile distribuiu leques feitos de papel para os convidados. Esse leque é formado pela justaposição de cinco pedaços iguais de papéis de formato triangular. Observe, na figura abaixo, uma representação desse leque e a medida da altura e da base de um dos triângulos que o compõe.



Qual é a medida, em centímetro quadrado, da área total desse leque?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 4

Como o leque é formado pela justaposição de cinco pedaços iguais de papéis de formato triangular, podemos determinar a área de um deles e multiplicar por cinco. A figura indica que a altura do pedaço de papel triangular é 20 cm e que a base desse triângulo mede 8 cm. Deste modo, podemos calcular a área desse triângulo:

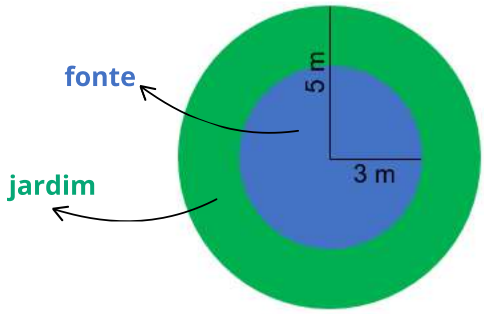
$$A_{triangulo} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{8 \cdot 20}{2} = \frac{160}{2} = 80\ cm^2$$

Assim, o leque, que é formado por cinco desses triângulos, tem a seguinte área total:

$$A_{leque} = 5 \cdot A_{triangulo} = 5 \cdot 80 = 400\ cm^2$$

ATIVIDADE 5

Um jardineiro está projetando um jardim circular com uma fonte no centro. O jardim tem um raio de 5 metros e a fonte tem um raio de 3 metros.



Qual é a área da coroa circular formada entre a borda do jardim e a fonte?
(Utilize: π = 3,14)

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 5

Resolução 1: A área do jardim circular representa a área de uma coroa circular, cujos raios são 3 e 5 metros. Note que, para determinar a área do jardim podemos calcular primeiramente a área total (jardim + fornte) e depois subtrair desta área a área da fonte.

- área da região ocupada pelo jardim e pela fonte:

$$A_{jardim+fonte} = \pi \cdot R^2$$
$$A_{jardim+fonte} = 3,14 \cdot 5^2$$
$$A_{jardim+fonte} = 3,14 \cdot 25$$
$$A_{jardim+fonte} = 78,50\ m^2$$

- área região da ocupada pela fonte:

$$A_{fonte} = \pi \cdot r^2$$
$$A_{fonte} = 3,14 \cdot 3^2$$
$$A_{fonte} = 3,14 \cdot 9$$
$$A_{fonte} = 28,26\ m^2$$

- Área da região ocupada pelo jardim: $A_{jardim} = A_{jardim+fonte} - A_{fonte}$

$$A_{jardim} = 78,50 - 28,26$$
$$A_{jardim} = 50,24\ m^2$$

Resolução 2: A área do jardim circular representa a área de uma coroa circular, cujos raios são 3 e 5 metros. Dessa forma, substituindo os valores dos raios diretamente na fórmula da área da coroa circular, temos:

$$A_{coroa} = \pi \cdot (R^2 - r^2)$$
$$A_{coroa} = 3,14 \cdot (5^2 - 3^2)$$
$$A_{coroa} = 3,14 \cdot (25 - 9)$$
$$A_{coroa} = 50,24\ m^2$$

De olho no Paebes

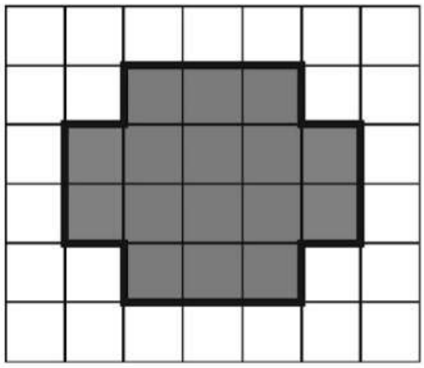
Esta seção tem como objetivo exemplificar algumas variações possíveis entre itens referentes a um mesmo descritor em sua escala de proficiência. Portanto, ela não deve ser tratada como material preparatório único e suficiente para o Paebes, mas sim como um auxiliar ao trabalho pedagógico em sala de aula. Para mais itens, acesse o **Portal de questões da SEDU.**

O "De olho no Paebes" também está disponível em uma versão para impressão **neste link** ou no QR Code ao lado.

D058_M *Utilizar área de figuras bidimensionais na resolução de problema.*

ITEM 1 - Abaixo do básico

(M04396SI - adaptado) Ana coloriu de cinza uma figura na malha quadriculada abaixo. Veja o que ela fez.



Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Determinar a área de figuras desenhadas em malhas quadriculadas por meio de contagem".

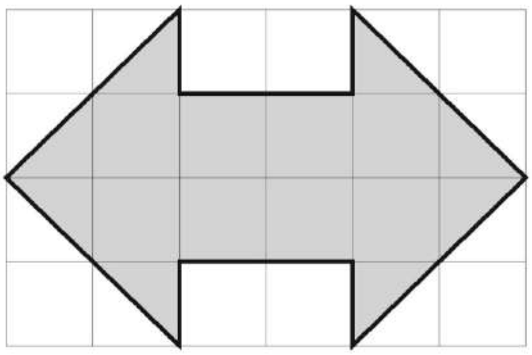
A área dessa figura corresponde a quantos quadrados?

A) 10.
B) 16.
C) 20.
D) 25.
E) 26.

Gabarito: B

ITEM 2 - Básico

(M06071CD - adaptado) Observe o desenho, na cor cinza, que Eva fez no papel quadriculado.



Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Determinar a área de uma figura poligonal não convexa desenhada sobre uma malha quadriculada".

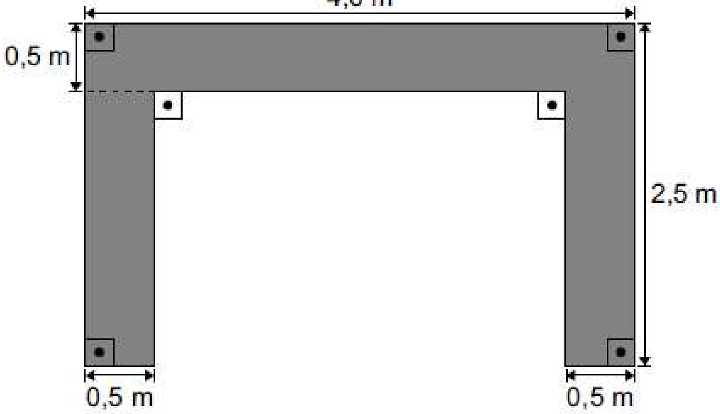
Se cada quadrinho tem 1cm² de área, qual é a área da figura que Eva desenhou?

A) 9 cm².
B) 10 cm².
C) 11 cm².
D)12 cm².
E) 16 cm².

Gabarito: D

ITEM 3 - Básico

(AMA - 2025 - 3.ª ed. - adaptado) Para encomendar uma bancada de granito que será instalada em seu escritório, Tales desenhou um esboço da superfície superior dessa bancada, conforme representado de cinza na figura abaixo, e indicou algumas medidas.



Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Resolver problemas envolvendo área de uma região composta por retângulos a partir de medidas fornecidas em texto e figura".

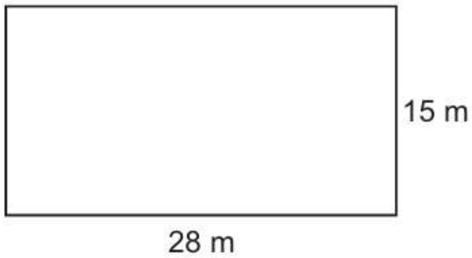
De acordo com esse esboço, a superfície superior dessa bancada terá quantos metros quadrados de área?

A) 2,0 m².
B) 4,0 m².
C) 8,0 m².
D) 10,0 m².
E) 17,0 m².

Gabarito: B

ITEM 4 - Proficiente

(AMA - 2024 - 3.ª ed. - adaptado) Uma quadra de basquete, que possui formato retangular, será pintada para um torneio. Observe abaixo a representação dessa quadra, com suas medidas destacadas.



Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Determinar a área de um retângulo em situações-problemas".

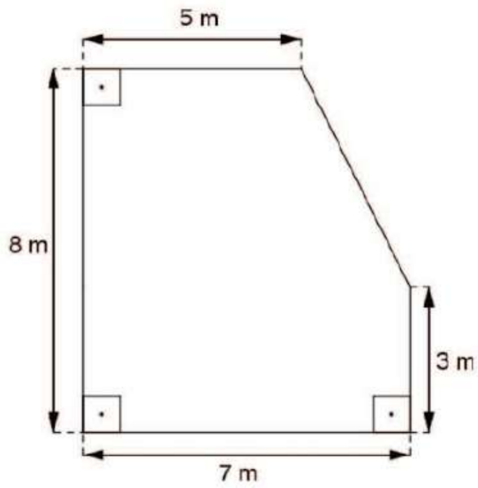
Qual é a área, em metro quadrado, dessa quadra de basquete?

A) 43 m².
B) 86 m².
C) 140 m²
D) 168 m².
E) 420 m².

Gabarito: E

ITEM 5 - Avançado

(M110275E4) O desenho abaixo representa o chão da cozinha de Irene. Ela revestiu o chão dessa cozinha com piso.



Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Determinar a área de figuras formadas pela composição/decomposição de triângulos, paralelogramos, trapézios e círculos".

Quantos metros quadrados de piso, no mínimo, Irene utilizou para revestir todo chão dessa cozinha?

A) 21 m².
B) 30 m².
C) 48 m².
D) 51 m².
E) 56 m².

Gabarito: D

Conexão ENEM

Aqui você terá questões de edições recentes do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) relacionadas ao conteúdo do capítulo. Devido aos objetivos específicos dessa avaliação, é possível que as questões apresentem especificidades não contempladas no material, assim como este, por sua vez, não objetiva ser preparatório para o ENEM. Para mais questões, visite o repositório de provas e gabaritos de edições anteriores clicando **aqui**.

Acesse o "Conexão ENEM" para impressão **neste link** ou pelo QR Code ao lado.

Material Extra

Portal da Matemática - OBMEP

O módulo “Áreas de Figuras Planas” traz vídeos e materiais sobre os conteúdos tratados neste material estruturado. Para ter acesso, basta clicar aqui ou via QR-Code (ao lado).

Khan Academy

A lição 3 “Revendo conceitos elementares sobre área” traz vídeos sobre os conteúdos tratados neste material estruturado. Para ter acesso, basta clicar aqui ou via QR-Code (ao lado).

Referências

BONJORNO, J. R.; GIOVANNI JUNIOR, J. R.; SOUSA, P. R. C. Prisma matemática: geometria. 1. ed. São Paulo: Editora FTD, 2020.

DANTE, L. R.; VIANA, F. Matemática em Contextos: geometria plana e espacial. 1. ed. São Paulo: Editora Ática, 2020.

DOCE, Osvaldo; Pompeo, José Nicolau. Fundamentos de matemática elementar, 9: geometria plana. 7. ed. São Paulo: Atual, 2013.

ESPÍRITO SANTO. Secretaria de Estado da Educação. PAEBES 2025: Revista da Escola - Equipe Pedagógica: Matemática. v. 1. Juiz de Fora: Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Educação, CAEd, 2025. Disponível em: https://prototipos.caeddigital.net/arquivos/es/colecoes/2025/PAEBES_2025_RE_MT.pdf. Acesso em: 13 mar. 2026.

INEP – INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA. Ministério da Educação. Enem 2011 - Exame Nacional do Ensino Médio 2011: 2º dia. Brasília: INEP, 2011. Disponível em: https://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2011/dia1_caderno2_amarelo.pdf. Acesso em: 20 fev. 2025.

INEP – INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA. Ministério da Educação. Enem 2016 - Exame Nacional do Ensino Médio 2016: 2º dia. Brasília: INEP, 2016. Disponível em: https://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2016/2016_PV_impresso_D2_CD5.pdf. Acesso em: 20 fev. 2025.

Rotinas Pedagógicas Escolares

Matemática

GOVERNO DO ESTADO
DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

SEDU 2026

Gerência de Currículo
da Educação Básica

Capítulo 4: Análise do Crescimento/Decrescimento e dos Zeros de Funções

Detalhando o descritor

D071_M *Analisar crescimento/decrescimento, zeros de funções reais apresentadas em gráficos*

INTRODUÇÃO

A análise de crescimento, decrescimento e zeros de funções a partir de gráficos está inserida no eixo das Funções e envolve a interpretação de relações entre grandezas. Essa habilidade exige que o(a) estudante vá além da leitura pontual, compreendendo o comportamento da função ao longo do domínio.

O gráfico, nesse contexto, deve ser entendido como uma forma de representação que permite identificar padrões, variações e relações entre variáveis. Em sala de aula, isso implica priorizar práticas que desenvolvam a leitura e a interpretação, articulando diferentes formas de representação matemática.

Essa abordagem também sustenta o estudo de conteúdos posteriores, como funções polinomiais e análise de máximos e mínimos, além de dialogar com outras áreas que utilizam gráficos para representar dados. Trata-se de uma aprendizagem construída ao longo do tempo, que requer a retomada de conhecimentos prévios e a ampliação gradual das demandas cognitivas.

OBJETIVO

O objetivo do descritor é avaliar a capacidade do(a) estudante de interpretar, qualitativamente, o comportamento de funções reais a partir de sua representação gráfica, com foco na compreensão global e intervalar do gráfico.

Espera-se que o ele(a) seja capaz de identificar, sem necessariamente recorrer à expressão algébrica, características fundamentais da função, tais como:

- **Zeros da função**: pontos em que a curva intercepta o eixo das abscissas, isto é, valores de x para os quais $f(x) = 0$;
- **Crescimento e decrescimento**: intervalos em que a função apresenta variação crescente ou decrescente, considerando o comportamento de y à medida que x aumenta;
- **Análise intervalar**: compreensão do comportamento da função em diferentes trechos do domínio.

O desenvolvimento dessa habilidade requer a leitura do gráfico no sentido crescente de x, com identificação de padrões de variação e sua descrição por meio de intervalos, consolidando uma compreensão mais ampla do conceito de função.

DETALHAMENTO DAS HABILIDADES

A interpretação de gráficos de funções contribui para o desenvolvimento do raciocínio matemático ao permitir a análise das relações entre variáveis. Mais do que realizar cálculos, o(a) estudante é levado a observar comportamentos, identificar regularidades e relacionar representações gráficas e algébricas, especialmente em funções de 1º e 2º graus.

O uso de representações gráficas favorece a compreensão de situações reais, como variações ao longo do tempo, possibilitando conexões com diferentes contextos. Dessa forma, amplia-se a capacidade de análise e de tomada de decisões com base em dados.

A seguir, são apresentadas habilidades do Currículo do ES diretamente ligadas às expectativas de aprendizagem elencadas para o D071_M. O desenvolvimento dessa competência está ancorado em habilidades que progridem do Ensino Fundamental ao Médio:

EF09MA06: Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.

EF09MA08: Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas.

EM13MAT404: Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

EM13MAT101: Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

Progressão das Habilidades Pré-requisito

Para a apropriação plena desta habilidade, o(a) estudante deve percorrer uma trajetória de conhecimentos prévios:

Noções Espaciais e de Posição (Anos Iniciais): Compreender referências como "à direita", "à esquerda", "em cima" e "embaixo" para orientar-se no plano.

Localização no Plano Cartesiano: Identificar pontos e pares ordenados, compreendendo a independência e relação entre os eixos *x (domínio)* e *y (imagem)*.

Noção de Variável e Dependência: Entender que para cada valor de entrada (*x*) existe um único valor de saída (*f(x)*).

Reconhecimento de Padrões e Taxas: Identificar quando uma variação é constante (funções de 1º grau) ou variável (funções de 2º grau, exponenciais), o que prepara o(a) aluno(a) para observar a inclinação da curva.

Análise de Zeros (Raízes): Superar a dependência de tabelas para localizar visualmente onde a função cruza o eixo.

Leitura Direcional: Consolidar a convenção de leitura do gráfico da esquerda para a direita (sentido crescente de x).

Análise de Intervalos, Máximos/Mínimos e Pontos de Inflexão: Capacidade de delimitar, no eixo das abscissas (x), o trecho exato de crescimento, decrescimento ou de comportamento constante de uma função. Envolve a percepção visual de pontos de inversão, conhecidos como picos (pontos de máximo) e vales (pontos de mínimo), que determinam o momento em que a função muda o sentido de sua variação. Além disso, abrange a identificação dos pontos de inflexão, onde ocorre a mudança de concavidade do gráfico (de encurvado para baixo para encurvado para cima, ou vice-versa), o que sinaliza alterações na taxa de variação (rapidez) com que a função cresce ou decresce.

Essa progressão permite que, ao final da 3ª série do Ensino Médio, o(a) estudante consiga, por exemplo, analisar um gráfico de variação de temperatura ou de lucro econômico e indicar com precisão em quais períodos houve queda ou estabilidade.

Prezado(a) Professor(a),

já conhece o mapa de progressões das hablidades do nosso currículo? Vale a pena conferir!

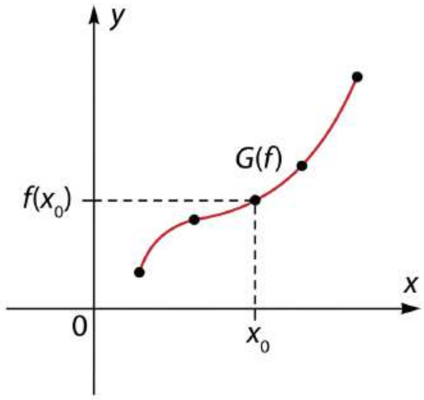
CLIQUE AQUI

RESUMO TEÓRICO

GRÁFICO DE UMA FUNÇÃO

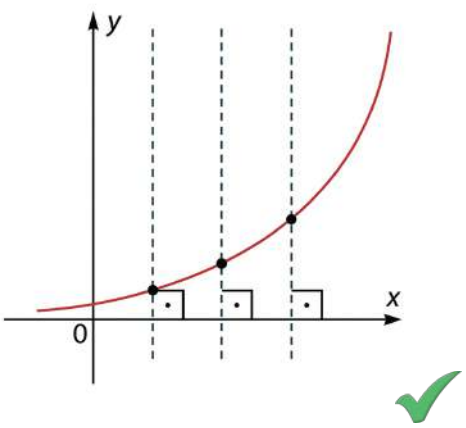
Dada uma função $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$, o seu gráfico é o conjunto formado por todos os pares ordenados (x,y), para $x\in\mathbb{R},\ y\in\mathbb{R}$ e $y=f(x)$, ou seja:

$$G(f)=\{(x,y);\ x\in\mathbb{R},\ y\in\mathbb{R}\text{ e }y=f(x)\}$$

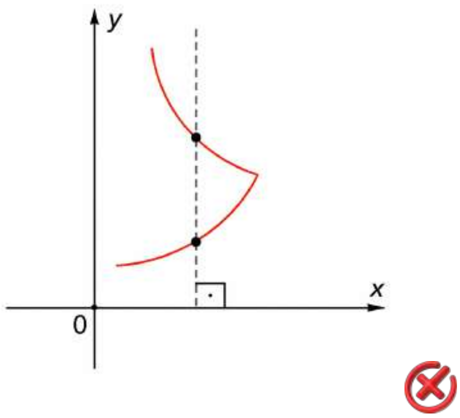


Determinando se o conjunto de pontos é gráfico de uma função

Uma função é uma relação matemática que associa cada elemento x (variável independente) a um único elemento y (variável dependente).
Visualmente, confirmamos se um gráfico representa uma função pelo teste da reta vertical: se imaginarmos retas perpendiculares ao eixo x varrendo o plano cartesiano, cada reta deve cruzar a curva em, no máximo, um único ponto. Se a reta cruzar em mais de um ponto, aquele valor de x estaria associado a múltiplos valores de y, descaracterizando a função.



É uma função, pois qualquer reta perpendicular ao eixo *OX* intersecta o gráfico em um único ponto.



Não é uma função, pois existem retas perpendiculares ao eixo *OX* intersectando o gráfico em mais de um ponto.

FUNÇÃO: UMA LEITURA A PARTIR DO GRÁFICO

A noção de função deve ser compreendida como uma relação de dependência entre duas variáveis, na qual a cada valor de x está associado um único valor de y.

Graficamente, isso significa que o conjunto de pontos representados no plano cartesiano expressa essa correspondência entre as variáveis, permitindo ao(à) estudante interpretar o comportamento da função sem, necessariamente, recorrer à sua expressão algébrica.

Essa compreensão é essencial para a leitura adequada do gráfico, pois garante que o(a) estudante reconheça que:

- cada valor de x possui uma única imagem;
- o gráfico representa a totalidade dessas associações;
- a análise do comportamento da função deve considerar essa relação ao longo do domínio.

DOMÍNIO E IMAGEM

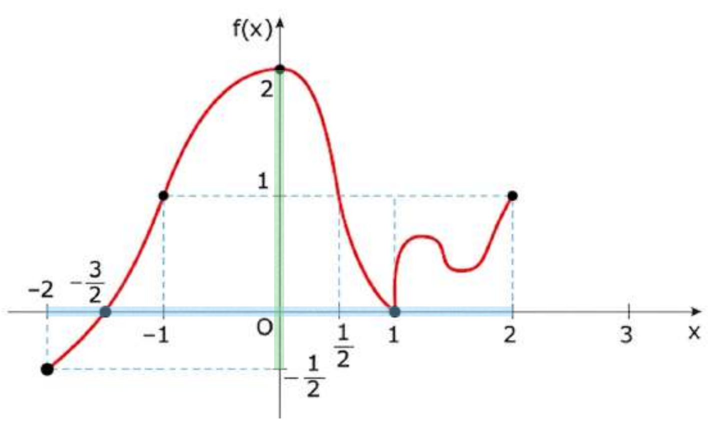
Os conceitos de domínio e imagem devem ser compreendidos prioritariamente a partir da representação gráfica.

- **Domínio**: conjunto de valores de *x* para os quais a função está definida. Graficamente, corresponde à projeção do gráfico sobre o eixo x.
- **Imagem**: conjunto de valores de *y* assumidos pela função. Graficamente, corresponde à projeção do gráfico sobre o eixo *y*.

Prezado(a) Professor(a),

a identificação desses conjuntos permite ao(à) estudante reconhecer os limites de análise da função, identificar possíveis interrupções ou restrições e compreender em quais regiões do gráfico a função está definida.

Considere o gráfico da função a seguir:



Observe que a função está definida para um intervalo limitado de valores de *x*, a saber, o intervalo $[-2, 2]$. Esse intervalo, que é a projeção ortogonal do gráfico sobre o eixo *x* (destacado de azul), é o **domínio** da função.

Os correspondentes valores de *y* são dados pelo intervalo $\left[-\frac{1}{2}, 2\right]$. Esse intervalo, que é a projeção ortogonal do gráfico sobre o eixo *y* (destacado de verde), é a **imagem** da função.

Portanto, temos:

D = $[-2, 2]$ e *Im* = $\left[-\frac{1}{2}, 2\right]$.

Construção de gráficos de funções

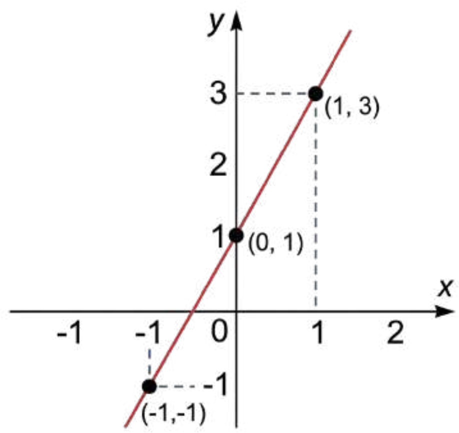
Como podemos construir o gráfico de uma função no plano cartesiano?
Se conhecemos a lei de formação da função e o seu domínio, isto é, a construção de um gráfico ou seu esboço pode ser feita seguindo os passos a seguir:

- construa uma tabela com valores de x escolhidos convenientemente no domínio e com valores correspondentes para y = f(x) (substitua x na lei de formação e efetue os cálculos para determinar o valor de y correspondente;
- marque um ponto do plano cartesiano para cada par ordenado (x, y) da tabela;
- utilize um número suficiente de pontos até que seja possível esboçar o gráfico da função.

Observe alguns exemplos de construção de gráficos de função.

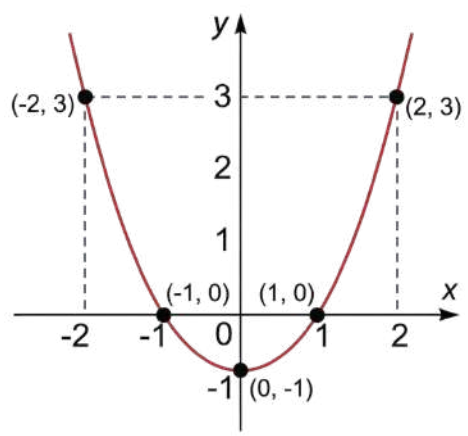
Exemplo 1: ***f(x) = 2x + 1***

x	**f(x) = 2x + 1**	**(x,y)**
-1	$f(-1) = 2 \cdot (-1) + 1 = -1$	(-1,-1)
0	$f(0) = 2 \cdot 0 + 1 = 1$	(0,1)
1	$f(1) = 2 \cdot 1 + 1 = 3$	(1,3)



Exemplo 2: ***f(x) = x² - 1***

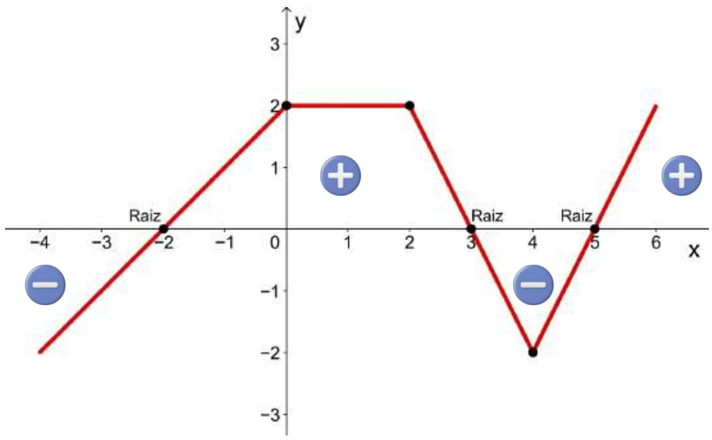
x	**$f(x) = x^2 - 1$**	**(x,y)**
-2	$f(-2) = (-2)^2 - 1 = 3$	(-2,3)
-1	$f(-1) = (-1)^2 - 1 = 0$	(-1,0)
0	$f(0) = 0^2 - 1 = -1$	(0,-1)
1	$f(1) = (1)^2 - 1 = 0$	(1,0)
2	$f(2) = (2)^2 - 1 = 3$	(2,3)



ESTUDO DO SINAL E ZERO(S) DE UMA FUNÇÃO

O estudo do sinal de uma função consiste em analisar, a partir de sua representação gráfica, para quais valores de *x* a função (*y*) assume valores positivos, negativos ou nulos. Graficamente, isso significa observar a posição do gráfico em relação ao eixo *x*: a função é positiva quando o gráfico está acima do eixo x, negativa quando está abaixo e nula nos pontos em que o gráfico intercepta esse eixo, ou seja, nos seus zeros.

Observe o gráfico da função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ a seguir:



Prezado(a) Professor(a),

ao abordar o estudo do sinal, incentive os(as) estudantes a utilizarem cores diferentes para destacar as partes do gráfico acima e abaixo do eixo *x*. Essa visualização auxilia na superação da dificuldade de transpor a análise visual para a notação intervalar algébrica.

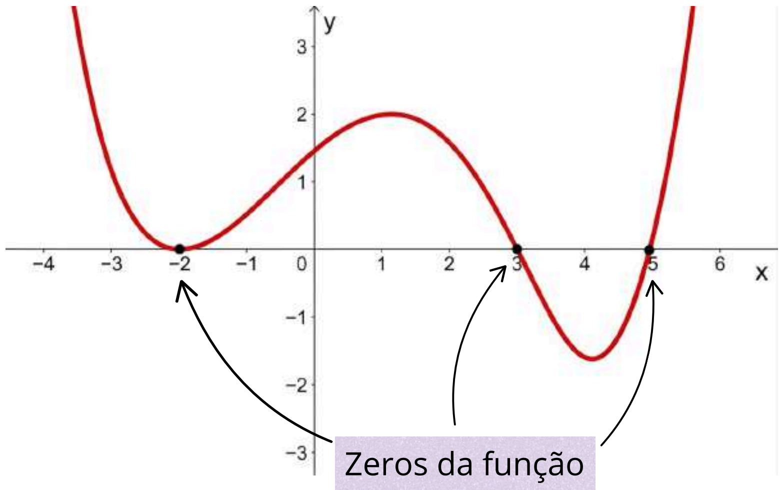
1. Para *-2 < x < 3 e x > 5*, os valores correspondentes de *y* são **positivos**. Note que, nesses intervalos o **gráfico está acima do eixo *OX***.

2. Para *x = -2, x = 3 e x = 5*, a ordenada correspondente é nula (*f(x) = 0*). São os **pontos de encontro do gráfico com o eixo *OX*** e são chamados de **raízes ou zeros da função**.

3. Nos intervalos onde *x < -2 e 3 < x < 5*, os valores correspondentes de *y* são **negativos** e o **gráfico está abaixo do eixo *OX***.

Prezado(a) Professor(a),

determinar os zeros de uma função é importante pois eles indicam os pontos onde a função pode mudar de sinal. Isso é útil em diversas aplicações, como a resolução de equações, a análise de sistemas e, no nosso caso, a análise do crescimento e/ou decrescimento da função.



Representação gráfica

A representação de intervalos na reta real é uma forma visual de expressar conjuntos contínuos de números. Nessa representação, cada intervalo é indicado por um segmento destacado sobre a reta, permitindo ao(à) estudante compreender, de maneira intuitiva, quais valores pertencem ou não ao conjunto.

Os extremos do intervalo são marcados por pontos, cuja forma (aberta ou fechada) indica se esses valores estão incluídos ou excluídos do intervalo. Assim, intervalos fechados apresentam pontos fechados, enquanto intervalos abertos utilizam pontos abertos, e os intervalos semiabertos combinam essas duas representações. Já nos casos envolvendo infinito, utiliza-se uma seta para indicar que o intervalo se estende indefinidamente em uma direção.
Observe os exemplos:

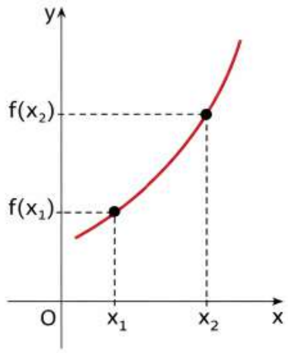
Prezado(a) Professor(a),

destaque o significado dos pontos nos extremos: o ponto fechado indica que o valor pertence ao intervalo, enquanto o ponto aberto indica que ele não pertence. Relacione essa representação com a notação matemática (colchetes e parênteses), reforçando que ambas representam a mesma informação. O uso de cores, como na imagem, pode ser um recurso didático potente para diferenciar o trecho pertencente ao intervalo dos demais pontos da reta, favorecendo a compreensão visual e conceitual.

FUNÇÃO CRESCENTE, DECRESCENTE E CONSTANTE

Função crescente

Função crescente é aquela em que, para quaisquer valores x_1 e x_2 do seu domínio, se $x_1 < x_2$, então $f(x_1) < f(x_2)$. Em outras palavras, à medida que os valores de *x* aumentam, os valores correspondentes de *y* também aumentam.

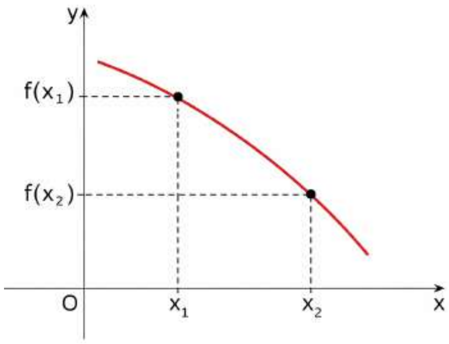


Quando andamos para a direita no eixo *x*, o gráfico sobe.

✓ Valores de *x* aumentam → valores de *f(x)* aumentam.

Função decrescente

Função decrescente é aquela em que, para quaisquer valores x_1 e x_2 do seu domínio, se $x_1 < x_2$, então $f(x_1) > f(x_2)$. Ou seja, à medida que os valores de *x* aumentam, os valores correspondentes de *y* diminuem.

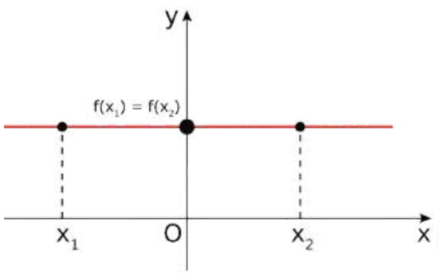


Quando andamos para a direita no eixo *x*, o gráfico desce.

✓ Valores de *x* aumentam → valores de *f(x)* diminuem.

Função constante

Função constante é aquela em que, para quaisquer valores x_1 e x_2 do seu domínio, temos $f(x_1) = f(x_2)$. Então, à medida que os valores de x variam, os valores correspondentes de y permanecem iguais.

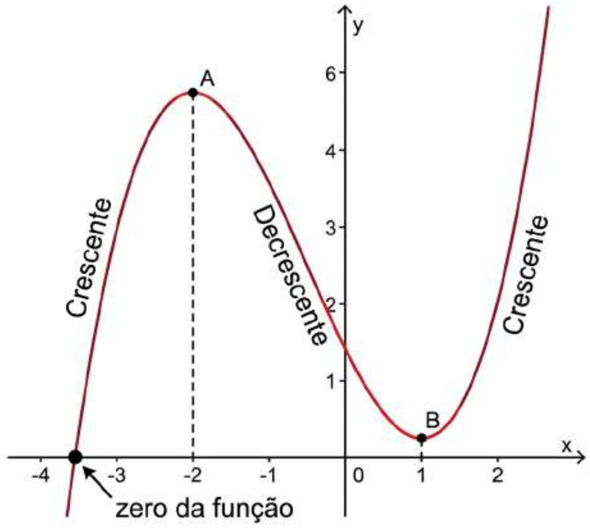


O gráfico é uma linha horizontal

✓ O valor de *f(x)* não muda, mesmo variando *x*.

A análise de crescimento e decrescimento deve ser expressa em termos de intervalos do domínio. Assim, não basta identificar se a função “sobe” ou “desce”, mas é necessário indicar em quais intervalos esse comportamento ocorre.

Considere o gráfico da função polinomial y = f(x) representado abaixo, onde estão destacados os pontos A, B e o zero da função.



Prezado(a) Professor(a),

essa leitura envolve percorrer o gráfico no sentido crescente de x, identificar os pontos de mudança de comportamento e descrever esses trechos por meio de intervalos.

Analisando o gráfico, podemos fazer algumas observações:

1. Intervalos de Crescimento e Decrescimento

A análise do crescimento de uma função é feita observando o valor de *y* à medida que avançamos da esquerda para a direita no eixo *x*:

- **Crescente** $(x \leqslant -2)$: O gráfico "sobe" conforme *x* aumenta (da esquerda para a direita). A função vem do infinito negativo e cresce até atingir o ponto *A* (máximo local);

- **Decrescente** $(-2 \leqslant x \leqslant 1)$: Após o ponto *A*, a função começa a "descer". Note que ela cruza o eixo *y* em um valor positivo e continua caindo até atingir o ponto *B* (mínimo local);

- **Crescente** $(x > 1)$: A partir do ponto *B*, a função retoma o movimento de subida, crescendo indefinidamente conforme *x* aumenta.

2. Raiz ou zero da função

- O gráfico cruza o eixo *x* em um ponto entre *−4* e *−3*. Este é o valor de *x* que faz *y = 0*.

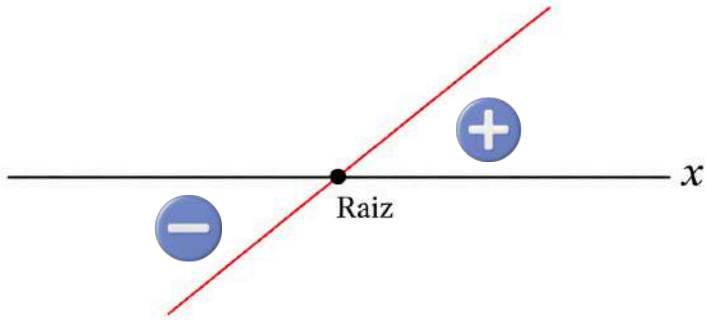
Prezado(a) Professor(a),

reforce que o crescimento de uma função é sempre analisado da esquerda para a direita no eixo das abscissas. Uma dica prática é pedir que os(as) estudantes imaginem um 'personagem' caminhando sobre a curva: se ele sobe, a função cresce; se ele desce, a função decresce.

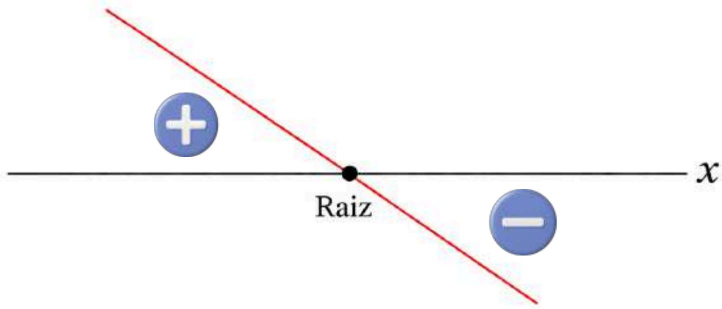
FUNÇÃO AFIM

No caso da função afim $f(x) = ax + b$, o estudo do sinal pode ser realizado a partir da identificação da raiz (valor de x para o qual $f(x) = 0$) e da análise do coeficiente angular a, que determina a inclinação da reta.

Se $\boldsymbol{a > 0}$, a **função é crescente**: o gráfico sobe, ao lê-lo da esquerda para a direita, sendo negativa antes da raiz e positiva depois.



Se $\boldsymbol{a < 0}$, a **função é decrescente**: o gráfico desce, ao lê-lo da esquerda para a direita, sendo positiva antes da raiz e negativa depois.



Dessa forma, o estudo do sinal está diretamente relacionado ao estudo de crescimento e decrescimento da função, pois a inclinação do gráfico não apenas indica se a função cresce ou decresce, mas também determina como os valores da função transitam entre negativos e positivos ao longo do domínio. Essa articulação é essencial para a interpretação global do gráfico, permitindo compreender simultaneamente os zeros, os intervalos de positividade e negatividade e o comportamento variacional da função.

Prezado(a) Professor(a),

conecte o conceito de coeficiente angular **a** diretamente à inclinação observada no gráfico. Mostre que o sinal de **a** determina não apenas se a função sobe ou desce, mas também a "velocidade" dessa variação preparando o estudante para o conceito de taxa de variação média. Para aprofundamento, mais detalhes sobre o coeficiente angular e sua relação com a representação gráfica podem ser encontrados no material do descritor **D145_M - Reconhecer o gráfico de uma função polinomial de primeiro grau por meio de seus coeficientes**.

Exemplo:
Vamos realizar o estudo do sinal da função ***f(x) = 2x + 1***.

Aqui, o(a) estudante deve identificar os coeficentes angular e linear:
a = 2 e b = 1, respectivamente.

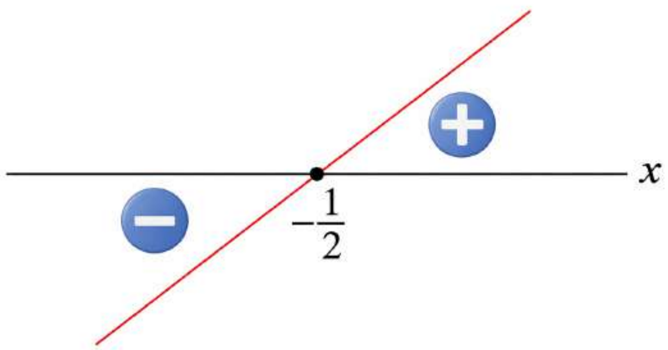
Fazendo *f(x) = 0,* calcule a raiz da função:

$$2x + 1 = 0$$

$$2x = -1$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

Como o coeficiente angular a > 0, a função é crescente, e, portanto, seu gráfico cresce da esquerda para a direita.



Analisando o esboço, temos que:

$$x = -\frac{1}{2} \Longrightarrow f(x) = 0$$

$$x > -\frac{1}{2} \Longrightarrow f(x) > 0$$

$$x < -\frac{1}{2} \Longrightarrow f(x) < 0$$

FUNÇÃO QUADRÁTICA

A função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$, em que a, b e c são constantes reais e $a \neq 0$, é dita função quadrática ou função polinomial do segundo grau. Seu gráfico é uma curva chamada parábola.

Raízes da função quadrática

Os zeros ou raízes da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ são os valores de x reais tais que $f(x) = 0$ e, portanto, as soluções da equação do segundo grau

$$ax^2 + bx + c = 0.$$

Utilizando a fórmula resolutiva (conhecida como fórmula de Bhaskara)

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}, em\ que\ \Delta = b^2 - 4ac$$

Prezado(a) Professor(a),

caso você considere necessário, demonstre essa fórmula com os(as) estudantes.

O número $\Delta = b^2 - 4ac$ é chamado **discriminante** da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ e indica a quantidade de raízes reais da função.

i) Se $\Delta > 0$, a função tem duas raízes reais distintas.

ii) Se $\Delta = 0$, a função tem duas raízes reais iguais.

iii) Se $\Delta < 0$, a função não possui raízes reais.

Exemplos Resolvidos:

1 - Determine, se existirem, os zeros da função quadrática $f(x) = x^2 - 8x + 15$.

Igualando a função a zero, temos a seguinte equação e os seguintes coeficientes:

$$x^2 - 8x + 15 = 0 \to \begin{cases} a = 1 \\ b = -8 \\ c = 15 \end{cases}$$

Substituindo na fórmula resolutiva:

$$x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 15}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{4}}{2}$$

$$x = \frac{8 \pm 2}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{8+2}{2} = \frac{10}{2} = 5 \\ \\ x_2 = \frac{8-2}{2} = \frac{6}{2} = 3 \end{cases}$$

Portanto, $S = \{3, 5\}$.

2 - Determine, se existirem, os zeros da função quadrática *f(x) = 2x²* *- 3x + 5*.

Igualando a função a zero, temos a seguinte equação e os seguintes coeficientes:

$$2x^2 - 3x + 5 = 0 \longrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \\ c = 5 \end{cases}$$

Calculando o discriminante:

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 5$$

$$\Delta = 9 - 40$$

$$\Delta = -31 \Rightarrow \Delta < 0$$

Portanto, *a função não possui raízes reais.*

Utilizando a Soma e o Produto das raízes

Sejam x_1 e x_2, raízes da função $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$. Conhecemos as seguintes relações:

Soma das raízes

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

Produto das raízes

$$x_1 . x_2 = \frac{c}{a}$$

Exemplo Resolvido:

3 - Utilizando as relações de soma e produto, calcule as raízes da função *f(x) = x²* *- 5x + 6*.

Igualando a função a zero, temos a seguinte equação e os seguintes coeficientes:

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -5 \\ c = 6 \end{cases}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \Longrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{(-5)}{1} \Longrightarrow x_1 + x_2 = 5$$

$$x_1 . x_2 = \frac{c}{a} \Longrightarrow x_1 . x_2 = \frac{6}{1} \Longrightarrow x_1 . x_2 = 6$$

Assim, os números que satisfazem as condições são 2 e 3.
Portanto, *S = {2, 3}*

Forma fatorada de uma função quadrática

Uma função *f(x)* = *ax*^{2} + *bx* + *c*, com *a* ≠ *0,* que possua raízes reais x_1 e x_2, pode ser escrita como o produto de **fatores lineares** da seguinte maneira:

$$f(x) = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$$

Prezado(a) Professor(a),

explique aos(às) estudantes que fatores lineares são expressões algébricas de primeiro grau, do tipo $ax + b$, com $a \neq 0$, e que cada um deles está associado a uma raiz do polinômio, pois ao igualá-lo a zero obtemos uma solução da equação.

Exemplo Resolvido:

4 - Escreva a função *f(x)* = *2x*^{2} *- 6x + 4, na forma fatorada.*

Calcule as raízes:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Longrightarrow \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 4}}{2 \cdot 2} \Longrightarrow \frac{6 \pm \sqrt{4}}{4} \Longrightarrow \frac{6 \pm 2}{4} \Rightarrow x_1 = 1 \text{ e } x_2 = 2$$

Assim, a função $f(x) = 2x^2 - 6x + 4$, pode ser escrita na forma fatorada

$f(x) = 2 \cdot (x - 1) \cdot (x - 2)$, em que 1 e 2 são as raízes (ou zeros) da função.

Estudo do sinal da função quadrática

Estudar o sinal da função quadrática *f(x)* = *ax*^{2} + *bx* + *c*, com *a* ≠ *0*, consiste em identificar os valores de *x* para os quais a função é nula (*f(x)* = *0*), positiva (*f(x)* > *0*) ou negativa (*f(x)* < *0*).

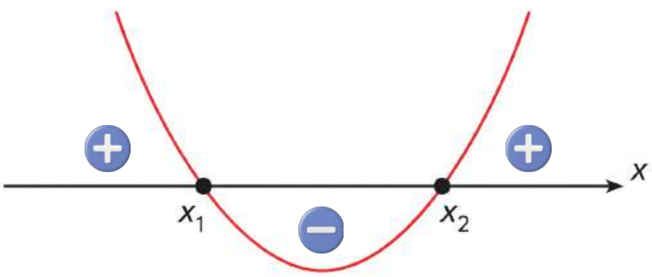
Esse estudo está diretamente relacionado ao comportamento do gráfico da função e depende de três aspectos fundamentais: o discriminante *Δ* = *b*^{2}− *4ac*, que indica a quantidade de raízes reais; o coeficiente *a*, que define a concavidade da parábola (para cima, se *a* > *0*, ou para baixo, se *a* < *0*); e os zeros da função, quando existem.

1º caso: Δ > 0

Nesse caso:

- a função admite duas raízes reais distintas:
- a parábola, que representa a função, intersecta o eixo em dois pontos.

a > *0*

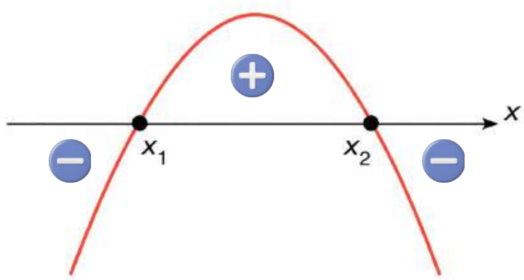


$f(x) = 0 \; para \; x = x_1 \; ou \; x = x_2$

$f(x) > 0 \; para \; x < x_1 \; ou \; x > x_2$

$f(x) < 0 \; para \; x_1 < x < x_2$

a < *0*



$f(x) = 0 \; para \; x = x_1 \; ou \; x = x_2$

$f(x) > 0 \; para \; x_1 < x < x_2$

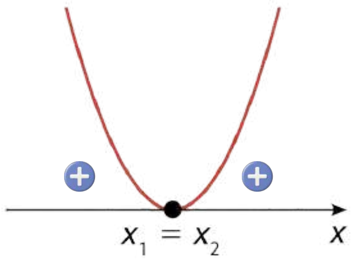
$f(x) < 0 \; para \; x < x_1 \; ou \; x > x_2$

2º caso: Δ = 0

Nesse caso:

- a função admite uma raiz real dupla:
- a parábola tangencia o eixo *x*.

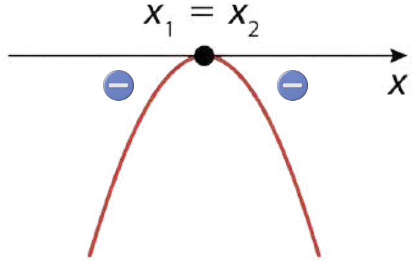
a > 0



$f(x) = 0 \; para \; x = x_1 = x_2$

$f(x) > 0 \; para \; x \neq x_1$

a < 0



$f(x) = 0 \; para \; x = x_1 = x_2$

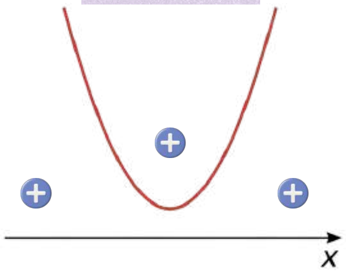
$f(x) < 0 \; para \; x \neq x_1$

3º caso: Δ < 0

Nesse caso:

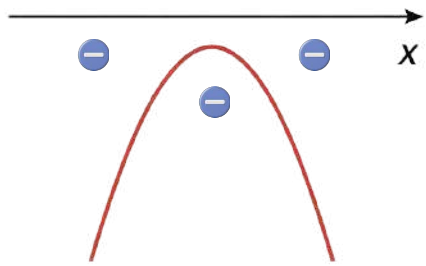
- a função não admite raízes reais:
- a parábola não intersecta o eixo *x*.

a > 0



$f(x) > 0 \; para \; todo \; x \; real$

a < 0



$f(x) < 0 \; para \; todo \; x \; real$

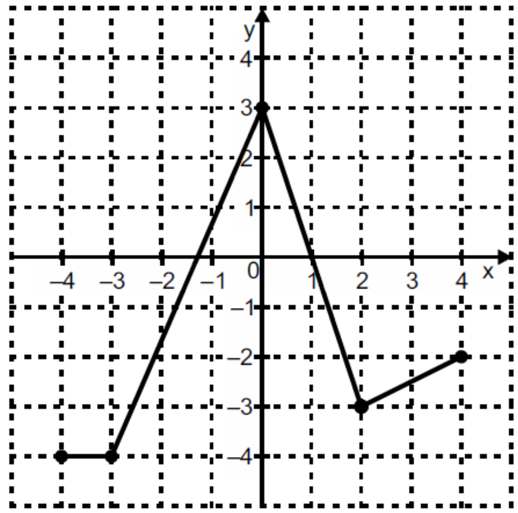
Prezado(a) Professor(a),

Ao estudar o sinal da função quadrática, aproveite para identificar também os intervalos de crescimento e decrescimento da função, bem como determinar o ponto de máximo ou de mínimo (vértice). Esses elementos estão diretamente relacionados e contribuem para uma compreensão mais completa do comportamento do gráfico, favorecendo a consolidação do descritor D071_M.

Análise Pedagógica de um Item

Enunciado

(AMA - 2024) Observe, no plano cartesiano abaixo, o gráfico de uma função *f*: [–4, 4] → [–4, 3].



Suporte

Em qual intervalo essa função f é estritamente decrescente? ← Comando

Alternativas

A) [–4, –3].
B) [–4, 3].
C) [–3, 0].
D) [0, 2].
E) [2, 4].

Distratores

Gabarito

- **Enunciado:** apresenta as informações necessárias à resolução do item. Engloba o suporte e o comando.
- **Suporte:** texto, imagem e/ou outros recursos que servem como base para a resolução do item. Nos itens de Língua Portuguesa, é obrigatória a presença de suporte.
- **Comando:** indica, de forma objetiva, a tarefa a ser realizada. Está diretamente relacionado à habilidade que o item deseja avaliar.
- **Gabarito:** alternativa correta.
- **Distratores:** alternativas incorretas, mas plausíveis. Os distratores devem corresponder a raciocínios possíveis.

Fonte: Revista da Escola - Equipe Pedagógica Matemática: PAEBES 2025 (CAEd UFJF)

A habilidade avaliada por esse item está diretamente associada ao descritor D071_M, que envolve a análise da variação de funções reais — crescente, decrescente ou constante — em diferentes intervalos do domínio.

De acordo com a Revista da Escola do Paebes/Paebes Alfa 2025, a tarefa mobilizada por esse item consiste em avaliar o comportamento de uma função representada graficamente quanto ao seu crescimento ou decrescimento. Essa tarefa situa-se no nível de desempenho Básico, pois exige do estudante não apenas a leitura direta do gráfico, mas também a análise de seu comportamento em diferentes intervalos, considerando as variações ao longo do domínio.

O percurso cognitivo necessário para a resolução do item envolve:

- leitura e interpretação de gráficos no plano cartesiano;
- compreensão do conceito de função decrescente;
- identificação e análise de intervalos no eixo das abscissas;
- distinção entre comportamentos crescente, decrescente e constante.

Nesse sentido, o item configura uma aplicação direta da tarefa descrita na revista, com um refinamento: não se limita a reconhecer se a função cresce ou decresce, mas exige a identificação do intervalo específico em que ocorre o decrescimento.

A revista também destaca pré-requisitos importantes para o desenvolvimento dessa habilidade, que são mobilizados na resolução do item:

- compreensão do sistema de coordenadas cartesianas;
- leitura e interpretação de gráficos;
- noção de função;
- compreensão do significado de *f(x)*;
- identificação dos zeros da função.

Gabarito

Gabarito: D) [0, 2]
O intervalo *[0,2]* é o único em que a função apresenta comportamento estritamente decrescente. Nesse trecho, observa-se que o gráfico se desloca para baixo à medida que avançamos no eixo *x*, indicando que os valores de *f(x)* diminuem continuamente. Formalmente, para quaisquer $x_1 < x_2$ nesse intervalo, tem-se: $f(x_1) > f(x_2)$, caracterizando o decrescimento da função.

Distratores

A análise dos distratores permite levantar hipóteses sobre possíveis erros de compreensão ou de procedimento que os estudantes podem apresentar ao resolver o item. É importante destacar, contudo, que essa análise não confirma que tais erros foram efetivamente cometidos, mas indica padrões prováveis de raciocínio a partir das alternativas incorretas. Dessa forma, os distratores funcionam como um recurso diagnóstico, auxiliando na identificação de dificuldades recorrentes e orientando intervenções pedagógicas mais direcionadas.

A) ***[-4, -3]***
Confusão entre função constante e decrescente. O(A) estudante pode interpretar que “não crescer” é equivalente a “decrescer”, desconsiderando que, em um trecho constante, os valores de *f(x)* permanecem iguais. Caso os(as) estudantes assinalem esse distrator, é importante retomar a distinção entre função constante e decrescente. Explore graficamente trechos horizontais e inclinados, questionando: “o valor de *f(x)* está diminuindo ou permanecendo igual?”. Atividades comparativas entre diferentes tipos de comportamento ajudam a consolidar essa diferenciação.

B) ***[-4, 3]***
Dificuldade na leitura segmentada do gráfico. O(A) estudante pode considerar o comportamento global da função ou ignorar as mudanças internas, tratando todo o intervalo como homogêneo. Recomenda-se trabalhar a leitura segmentada do gráfico. Proponha a divisão do gráfico em partes, solicitando que os(as) estudantes descrevam o comportamento em cada trecho antes de analisar o todo. O uso de cores para destacar intervalos distintos pode favorecer essa percepção.

C) ***[-3, 0]***
Confusão entre crescimento e decrescimento. Nesse intervalo a função é crescente, mas o estudante pode não compreender adequadamente a relação entre a variação de *x* e *f(x)*, ou pode interpretar o gráfico no sentido inverso (da direita para a esquerda). No caso desse distrator , é fundamental reforçar a ideia de que a leitura do gráfico deve ocorrer da esquerda para a direita, no sentido crescente de *x*. Atividades que envolvam acompanhar o movimento de um ponto ao longo do gráfico podem ajudar a compreender a relação entre a variação de *x* e *f(x)*, evitando a confusão entre crescimento e decrescimento.

E) ***[2, 4]***
Interpretação equivocada da inclinação do gráfico ou escolha baseada em critérios superficiais (como “último intervalo”). Também pode indicar dificuldade em distinguir crescimento de decrescimento em trechos lineares. Se houver marcação desse distrator, é recomendável aprofundar a interpretação da inclinação do gráfico. Trabalhe com exemplos variados (retas crescentes e decrescentes, trechos curvos), solicitando que os(as) estudantes justifiquem suas respostas com base no comportamento da função, e não em critérios superficiais.

Atividades

A seção de atividades apresenta diversas questões relacionadas aos descritores e habilidades estudados, sem limitar-se à estrutura de item utilizada em avaliações externas. Para mais atividades, acesse o **Portal de questões da SEDU**.

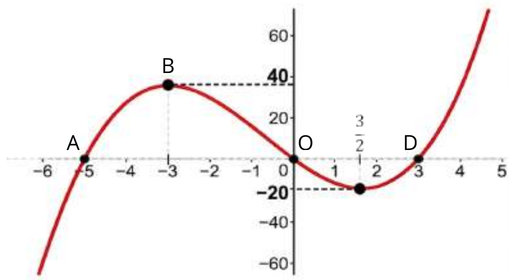
Este caderno de atividades está disponível para impressão **neste link** ou pelo QR Code ao lado.

ATIVIDADE 1

Com base nos gráficos abaixo, de funções de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, identifique os zeros (se houver) e especifique os intervalos em que a função é crescente, decrescente ou constante.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 1

a)

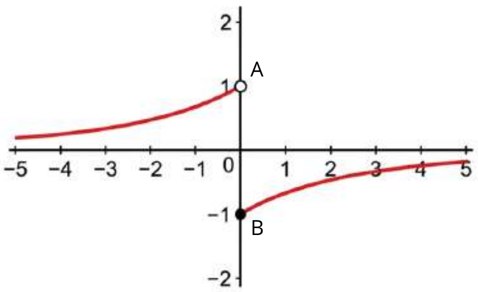


a) As raízes ou zeros da função são aqueles pontos onde o gráfico intercepta o eixo *OX*. Observamos a ocorrência nos pontos *A, O e D*, portanto, em *x = -5, x = 0 e x = 3*.

A função é crescente nos intervalos "antes" do ponto *B* e "depois" do ponto *C*, ou seja, para $x \leqslant -3$ ou $x \geqslant \frac{3}{2}$.

A função é decrescente no intervalo "entre" os pontos B e C, ou seja, para $-3 \leqslant x \leqslant \frac{3}{2}$.

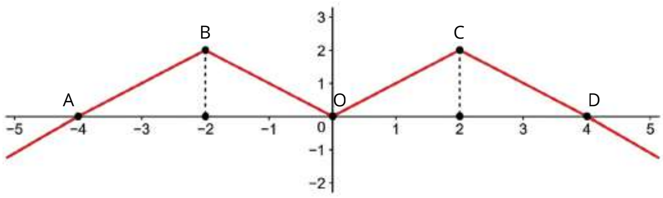
b)



b) A função não possui raízes reais, uma vez que o gráfico é assintótico ao eixo *OX*.

A função é crescente para todo valor de x pertencente ao domínio.

c)



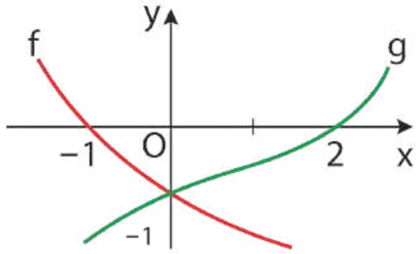
c) As raízes da função estão nos pontos *A, O e D*, onde *x = - 4, x = 0 e x = 4*, respectivamente.

A função é crescente nos intervalos onde $x \leqslant -2$ ou $0 \leqslant x \leqslant 2$.

A função é decrescente nos intervalos onde $-2 \leqslant x \leqslant 0$ ou $x \geqslant 2$.

ATIVIDADE 2

(UFMG - Adaptado) - Na figura, estão esboçados os gráficos de duas funções reais ***f*** e ***g***. De acordo com o gráfico apresentado, responda:



a) A função *f(x)* é crescente, decrescente ou constante?

b) A função *g(x)* é crescente, decrescente ou constante?

c) Para quais valores de *x* temos *f(x)* > *g(x)*?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 2

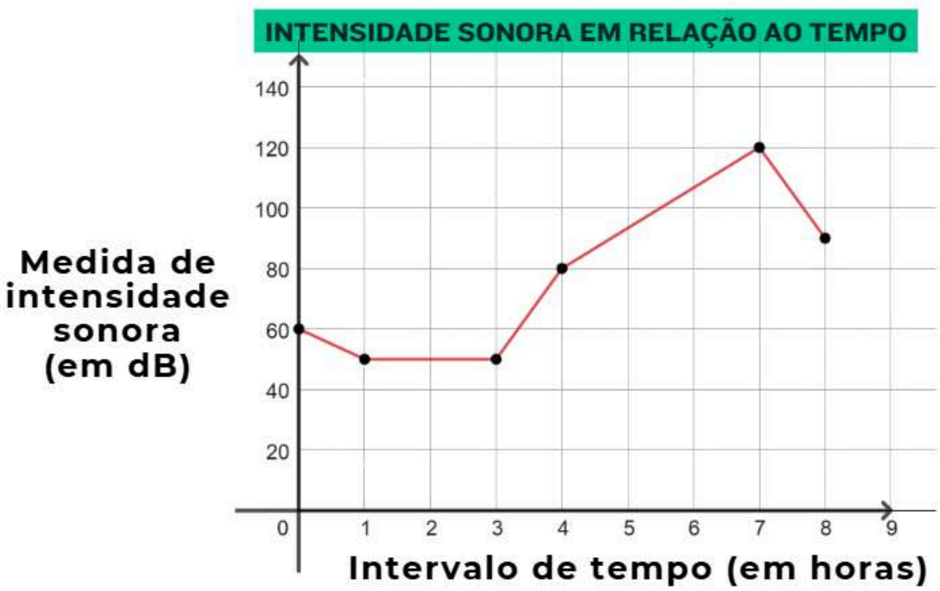
a) Decrescente no intervalo apresentado.

b) Crescente no intervalo apresentado.

c) Temos *f(x)* > *g(x)* no intervalo onde *x* < *0*.

ATIVIDADE 3

O decibel (dB) é a unidade de medida da intensidade sonora. Durante 8 horas, uma pessoa foi exposta a diferentes intensidades sonoras, como mostra o gráfico a seguir. De acordo com o gráfico, responda:



a) Durante quantas horas, a medida de intensidade sonora foi constante ao longo das 8 horas indicadas no gráfico?

b) Qual foi a maior intensidade sonora registrada no período? Em que momento ocorreu?

c) Em qual(is) intervalo(s) de tempo a medida de intensidade sonora foi crescente?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 3

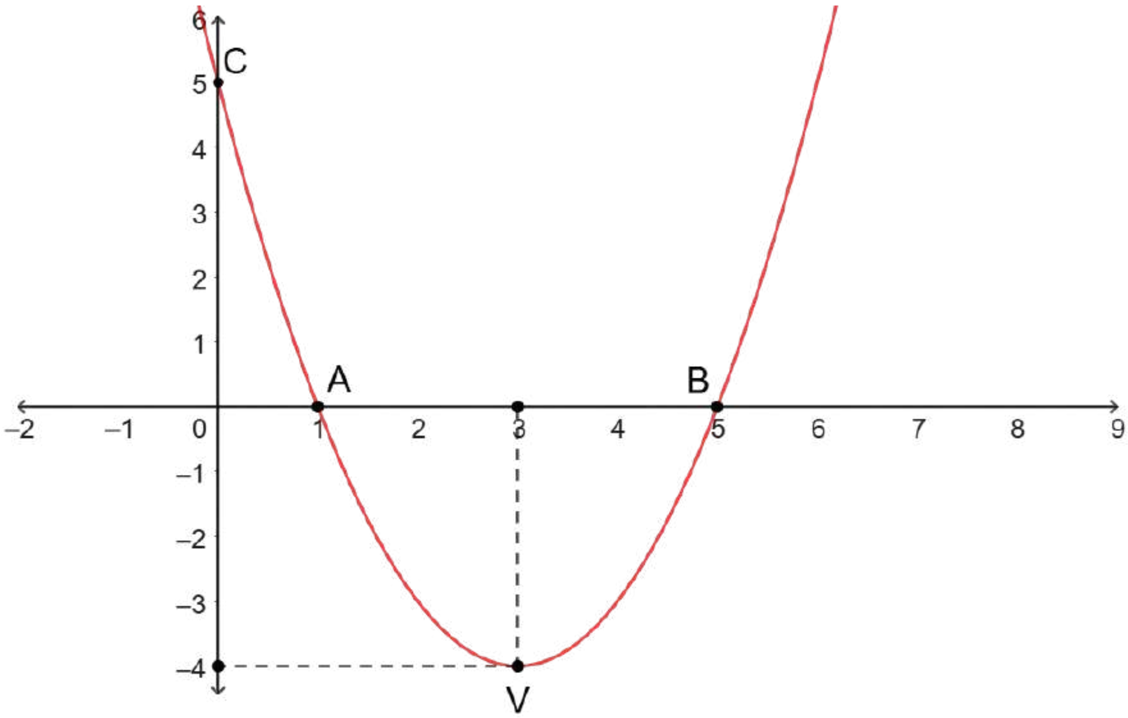
a) Note que o gráfico permanece constante para valores de x de 1 a 3. Portanto, a intensidade sonora manteve-se inalterada durante esse intervalo de duas horas.

b) A maior intensidade registrada foi de 120 dB, na 7ª hora de medição.

c) A intensidade sonora foi crescente da 3ª até a 7ª hora de medição.

ATIVIDADE 4

Considere o gráfico da função $f(x) = (x-1)\cdot(x-5)$, com $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, determine:



a) Os zeros, ou raízes, da função.

b) O intervalo onde a função é crescente.

c) O intervalo onde a função é decrescente.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 4

a) f(x) = 0 para x = 1 ou x = 5.

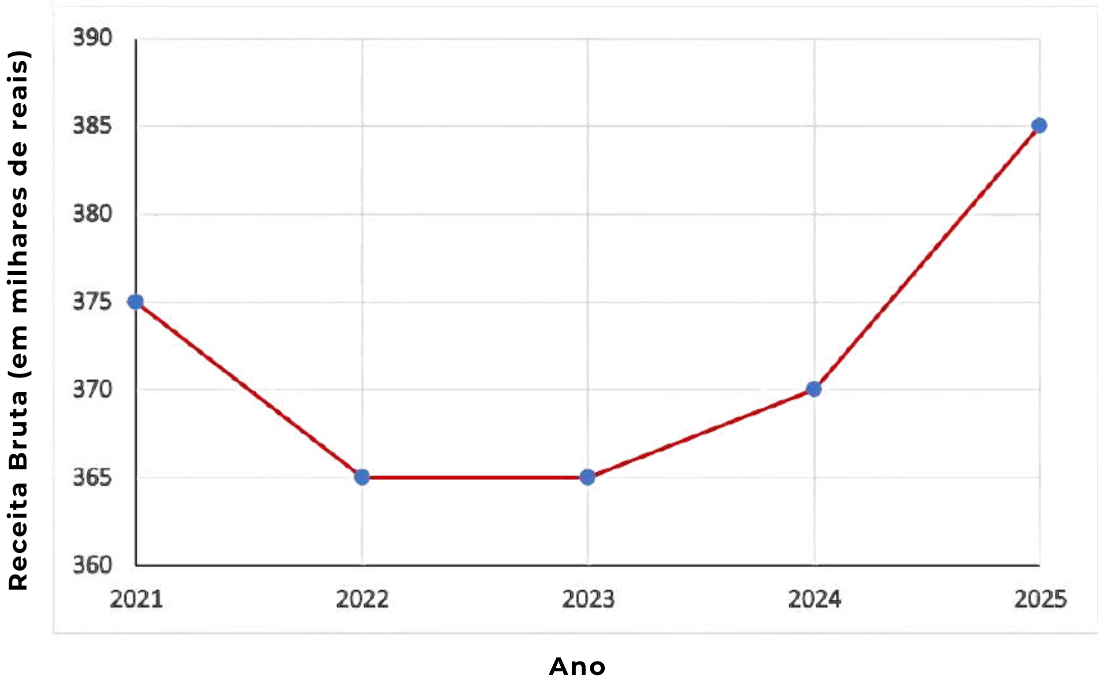
b) f(x) é crescente para $x \geq 3$.

c) f(x) é decrescente para $x \leq 3$.

ATIVIDADE 5

O gráfico a seguir apresenta o faturamento bruto anual de uma empresa, em milhares de reais, no período de 2021 a 2025. A partir da leitura e interpretação desse gráfico, é possível analisar como o faturamento varia ao longo do tempo, identificando períodos em que os valores aumentam, diminuem ou permanecem constantes.

EVOLUÇÃO DO FATURAMENTO (2021-2025)



Com base no gráfico, responda às questões a seguir:

a) Indique os intervalos de anos em que o faturamento da empresa foi decrescente, constante e crescente. Justifique sua resposta com base nos valores apresentados no gráfico.

b)Calcule a variação do faturamento entre os anos de 2023 e 2025. Em seguida, explique o que esse resultado indica sobre o desempenho da empresa nesse período.

c) Descreva a tendência geral do faturamento ao longo dos cinco anos (2021 a 2025). Além disso, identifique em quais anos ocorreram o menor e o maior faturamento, justificando sua resposta com base no gráfico.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 5

a) Intervalo Decrescente: de 2021 a 2022, pois o faturamento diminui de R$ 375.000,00 para R$ 365.000,00. Intervalo Constante: de 2022 para 2023, já que o valor permanece em R$ 365.000,00. Intervalo Crescente: de 2023 para 2024 e de 2024 para 2025, pois o faturamento aumenta de R$ 365.000,00 para R$ 370.000,00 e, posteriormente, para R$ 385.000,00.

b) Entre os anos de 2023 e 2025, observa-se que o faturamento da empresa passa de R$ 365.000,00 para R$ 385.000,00, o que representa uma variação de R$ 20.000,00. Esse aumento indica que houve crescimento no faturamento ao longo desse período, sugerindo um movimento de recuperação ou mesmo de expansão após um intervalo anterior de estabilidade.

c) Ao analisar o comportamento geral do gráfico, observa-se que o faturamento da empresa apresenta, inicialmente, uma queda, seguida de um período de estabilidade e, posteriormente, um movimento de crescimento. Os menores valores de faturamento ocorrem nos anos de 2022 e 2023, ambos com R$ 365.000,00, enquanto o maior faturamento é registrado em 2025, atingindo R$ 385.000,00. Essa trajetória indica que, após um período de retração, a empresa passou a apresentar melhora em seu desempenho financeiro.

De olho no Paebes

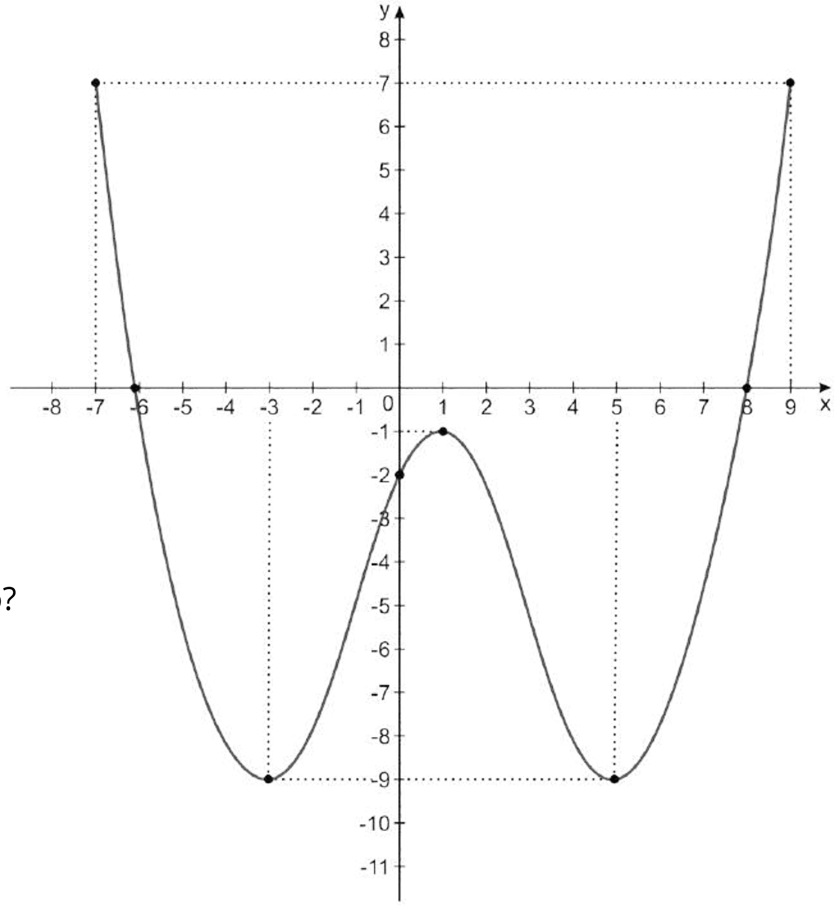
Esta seção tem como objetivo exemplificar algumas variações possíveis entre itens referentes a um mesmo descritor em sua escala de proficiência. Portanto, ela não deve ser tratada como material preparatório único e suficiente para o Paebes, mas sim como um auxiliar ao trabalho pedagógico em sala de aula. Para mais itens, acesse o **Portal de questões da SEDU.**

O "De olho no Paebes" também está disponível em uma versão para impressão **neste link** ou no QR Code ao lado.

D071_M *Analisar crescimento/decrescimento, zeros de funções reais apresentadas em gráficos.*

ITEM 1 - Abaixo do básico

(PAEBES – 2016) Observe o gráfico da função *f:[−7,9] → R*.



Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Reconhecer os zeros de uma função observando a interseção com o eixo x".

Quais são os zeros dessa função?

A) – 9 e 7
B) – 7 e 9
C) – 6 e 8
D) – 6, – 2 e 8
E) – 3, 1 e 5.

Gabarito: C

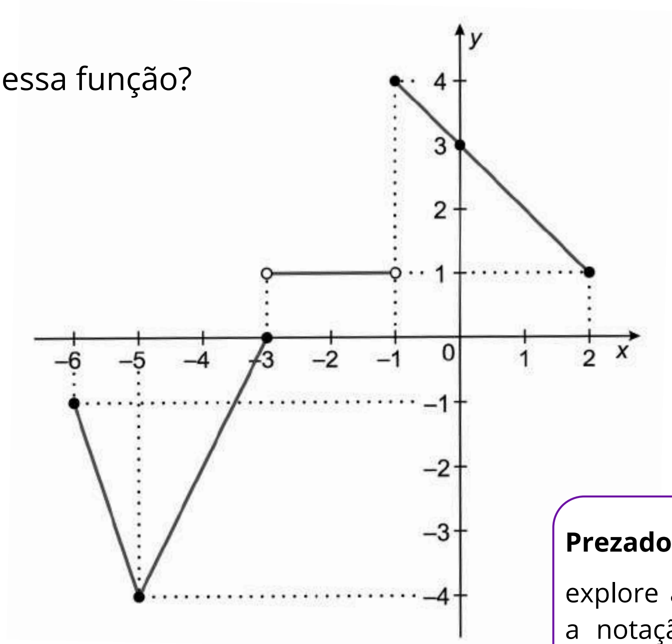
ITEM 2 - Abaixo do básico

(PAEBES – 2018) Observe o gráfico da função g:[−6, 2] → [−4, 4].

Qual é o zero dessa função?

A) – 4
B) – 3
C) 1
D) 3
E) 4

Gabarito: B



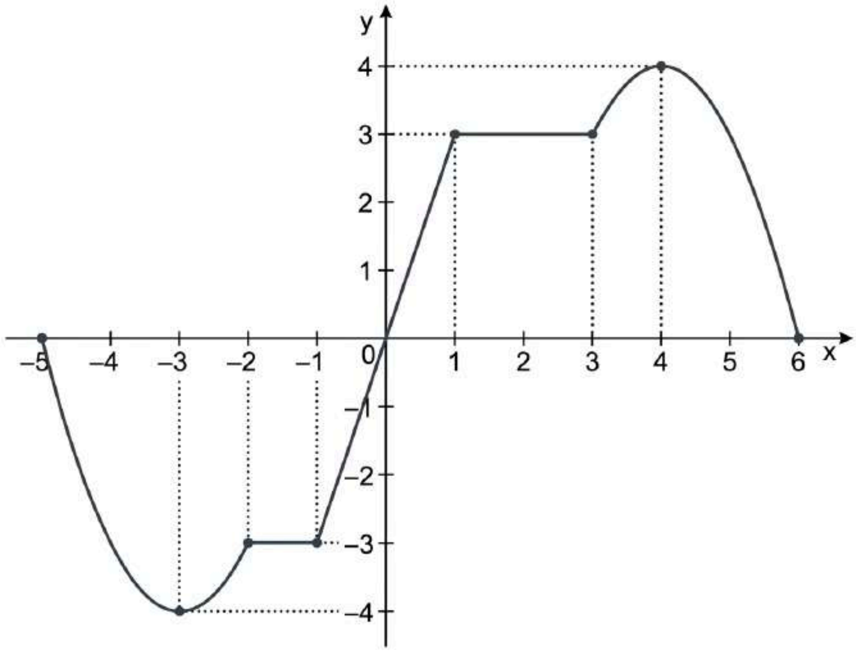
Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Reconhecer os zeros de uma função observando a interseção com o eixo x".

Prezado(a) Professor(a),

explore a notação dos intervalos. Relacione a notação algébrica com a representação gráfica em cada trecho do gráfico apresentado.

ITEM 3 - Básico

(PAEBES – 2017) Observe o gráfico da função f:[−5, 6] → [−4, 4].



Prezado(a) Professor(a), os itens 3 e 4 buscam verificar se o(a) estudante é capaz de "avaliar o comportamento de uma função representada graficamente, quanto ao seu crescimento ou decrescimento".

A função f é estritamente decrescente:

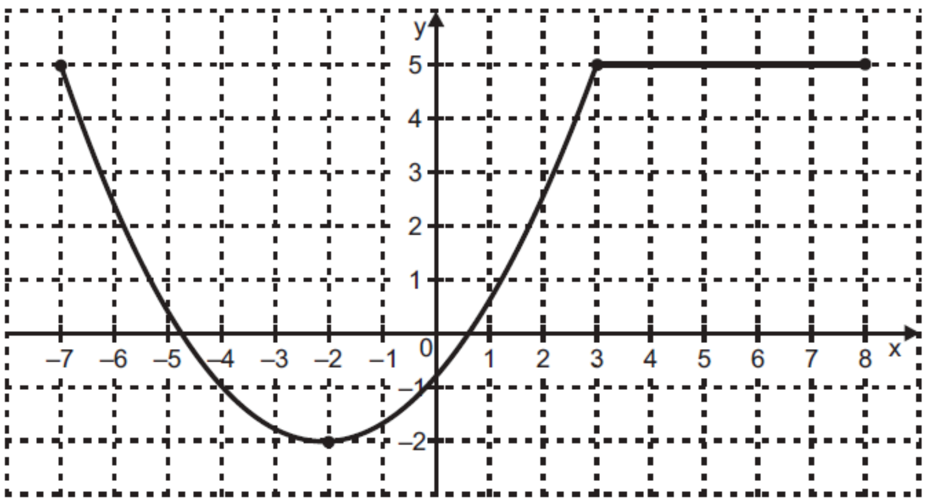
A) no intervalo [– 5, 0]
B) no intervalo [– 3, 4]
C) no intervalo [0, 6]
D) no intervalo [– 5, – 3] e no intervalo [4, 6]
E) no intervalo [– 2, 1] e no intervalo [1, 3]

Gabarito: D

ITEM 4 - Básico

(AMA 2025) Observe, no plano cartesiano abaixo, o gráfico de uma função f: [–7, 8] → [–2, 5].

Em qual intervalo essa função f é estritamente crescente?

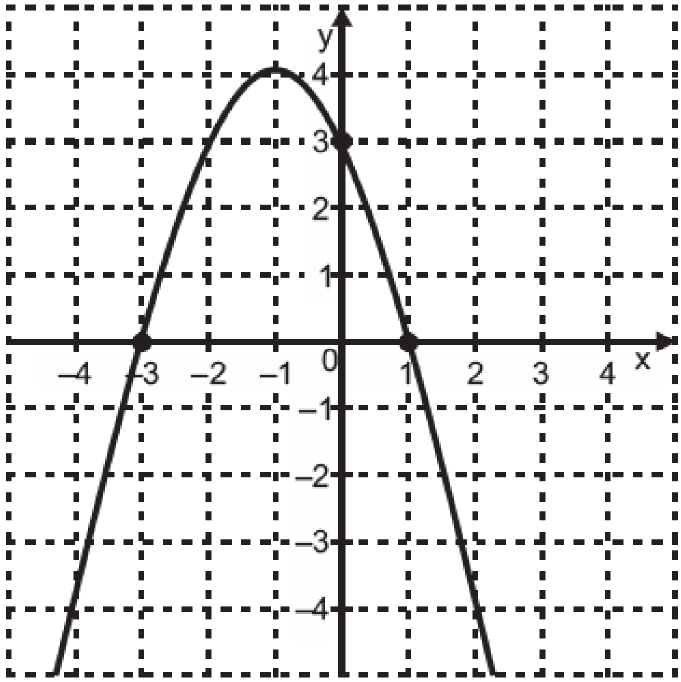


A) [3, 8].
B) [–2, 3].
C) [–7, 3].
D) [–7, 8].
E) [–7, –2].

Gabarito: B

ITEM 5 - Abaixo do básico

(AMA 2024) Observe, no plano cartesiano abaixo, o gráfico de uma função polinomial de 2º grau.



Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Reconhecer os zeros de uma função dada graficamente".

Qual é o conjunto S formado pelos zeros dessa função?

A) S = {0}.
B) S = {3}.
C) S = {–1, 4}.
D) S = {–3, 1}.
E) S = {–3, 1, 3}.

Gabarito: D

Conexão ENEM

Aqui você terá questões de edições recentes do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) relacionadas ao conteúdo do capítulo. Devido aos objetivos específicos dessa avaliação, é possível que as questões apresentem especificidades não contempladas no material, assim como este, por sua vez, não objetiva ser preparatório para o ENEM. Para mais questões, visite o repositório de provas e gabaritos de edições anteriores clicando aqui.

Acesse o "Conexão ENEM" para impressão neste link ou pelo QR Code ao lado.

Material Extra

Análise de gráficos de zeros da função quadrática (Khan Academy)

Atividade interativa em que os estudantes identificam, a partir do gráfico da parábola, os zeros da função quadrática, fortalecendo a leitura e interpretação de representações gráficas.

CLIQUE AQUI

Zeros de funções reais – gráficos (Khan Academy)

Atividade interativa que propõe identificar, a partir do gráfico, quantos zeros reais uma função possui, analisando os pontos em que o gráfico intercepta o eixo x.

CLIQUE AQUI

Gráfico de funções quadráticas (PhET)

Simulador interativo que permite explorar como os coeficientes da função quadrática influenciam o formato da parábola, possibilitando identificar elementos como raízes, vértice e eixo de simetria por meio de manipulação dinâmica.

CLIQUE AQUI

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Brasília, 2018.

ESPÍRITO SANTO. Secretaria da Educação. Currículo do Espírito Santo: Ensino Médio. Vitória: SEDU, 2020/2022.

ESPÍRITO SANTO. Secretaria da Educação. PAEBES 2025: Revista da Escola - Equipe Pedagógica: Matemática. Juiz de Fora: CAEd/UFJF, 2025.

DANTE, Luiz Roberto. Matemática: Contexto e Aplicações. Volumes 1 e 2. São Paulo: Ática, 2008/2016.

CADERNO DO PROFESSOR. Matemática – 3ª série do Ensino Médio – 2º semestre. São Paulo: SEDUC-SP.

KHAN ACADEMY. Análise de gráficos de zeros da função quadrática. Disponível em: https://pt.khanacademy.org/math/em-mat-algebra/x34e9dd8107ca5eda:funcao-quadratica/x34e9dd8107ca5eda:grafico-de-uma-funcao-quadratica/e/analise-graficos-de-zeros-da-funcao-quadratica. Acesso em: 24 abr. 2026.

KHAN ACADEMY. Zeros de funções reais – gráficos. Disponível em: https://pt.khanacademy.org/math/em-mat-algebra/x34e9dd8107ca5eda:funcao/x34e9dd8107ca5eda:interpretando-graficos-de-funcoes/e/zeros-de-funcoes-reais-graficos. Acesso em: 24 abr. 2026.

PHET INTERACTIVE SIMULATIONS. Graphing quadratics. Universidade do Colorado Boulder. Disponível em: https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulations/graphing-quadratics. Acesso em: 24 abr. 2026.

WORDWALL. Analisar crescimento, decrescimento e zeros de funções. Disponível em: https://wordwall.net/resource/98830330/matem%C3%A1tica/analisar-crescimento-decrescimento-zeros-de. Acesso em: 24 abr. 2026.

Rotinas Pedagógicas Escolares

Matemática

GOVERNO DO ESTADO
DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

SEDU 2026

Gerência de Currículo
da Educação Básica

Capítulo 5: Área e Volume de Sólidos Geométricos

Detalhando o descritor

D111_M *Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações ou vistas.*

REPRESENTAÇÕES NO PLANO

Observe as duas imagens abaixo.

Figura 1

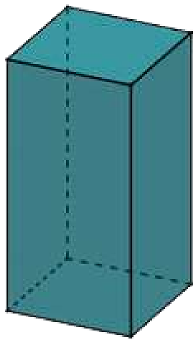


Figura 2

A primeira imagem tem o formato de um retângulo e representa uma figura que está totalmente contida num plano. Já na segunda, representamos uma caixa, cujo formato é de um paralelepípedo reto retângulo e que, diferente da primeira, não cabe inteiramente num plano. Para entender um pouco melhor, vamos imaginar uma caixa, com o formato da figura 2, apoiada sobre a sua mesa. Podemos pensar numa caixinha de pasta de dente, por exemplo. Ao colocá-la sobre sua mesa, você vai observar que ela tem uma de suas superfícies apoiada sobre o tampo da mesa, mas todo seu restante (cada uma das outras superfícies) está acima desse tampo. Dizemos que essa caixa é uma forma espacial ou **tridimensional.**

Podemos dizer que a figura 2 é uma **representação em perspectiva** da caixa, cujo formato remete a um paralelepípedo reto retângulo. A representação em perspectiva é uma das maneiras que podemos utilizar para representar formas tridimensionais no plano.

Representação em Perspectiva

O desenho, para transmitir a ideia de tridimensionalidade, precisa recorrer a um modo especial de representação gráfica, que é a **perspectiva.** Podemos dizer, então, que perspectiva é a representação gráfica dos objetos tridimensionais. Ela pode ser feita de várias maneiras, recorrendo a diferentes técnicas, com resultados diferentes, que se assemelham mais ou menos à visão humana. Contudo, a ideia principal é representar graficamente as três dimensões de um objeto em um único plano, para gerar a ideia de profundidade e relevo.

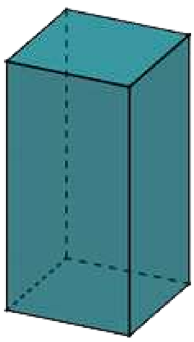
Você conhece alguma outra maneira de representar formas tridimensionais no plano?

Prezado(a) Professor(a), antes de seguir para as próximas discussões sobre os modos de representar formas tridimensionais no plano, sugerimos deixar que os(as) estudantes partilhem sobre o questionamento acima. Uma questão complementar que também pode ser levantada é a utilização dos recursos tecnológicos para a construção das representações, por exemplo, o GeoGebra.

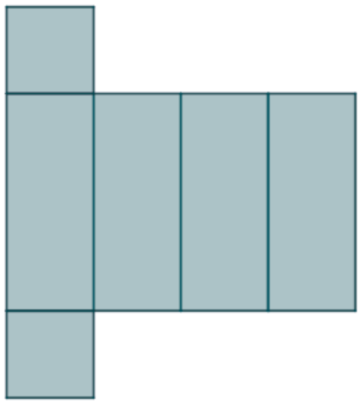
Vamos analisar outras meniras de representar objetos tridimensionais no plano. Voltemos à caixinha de pasta de dente. Você pode abri-la e colocar todas as suas superfícies sobre o tampo da mesa de uma única vez. Chamamos esse processo de **planificação.**

Prezado(a) Professor(a), orientamos pedir que os(as) estudantes levem para sala de aula uma caixinha de pasta de dente (ou outra caixa) para que você realize esse processo com eles de abrir a caixa e explorar a discussão que fizemos acima, trazendo outros questionamentos e discussões.

Mas, atenção! A caixinha aberta não é uma forma plana, afinal ela está em suas mãos e continua sendo uma forma tridimensional. Na representação no plano da caixinha aberta, é que temos a sua forma plana. Observe as imagens abaixo.



Representação em perspectiva

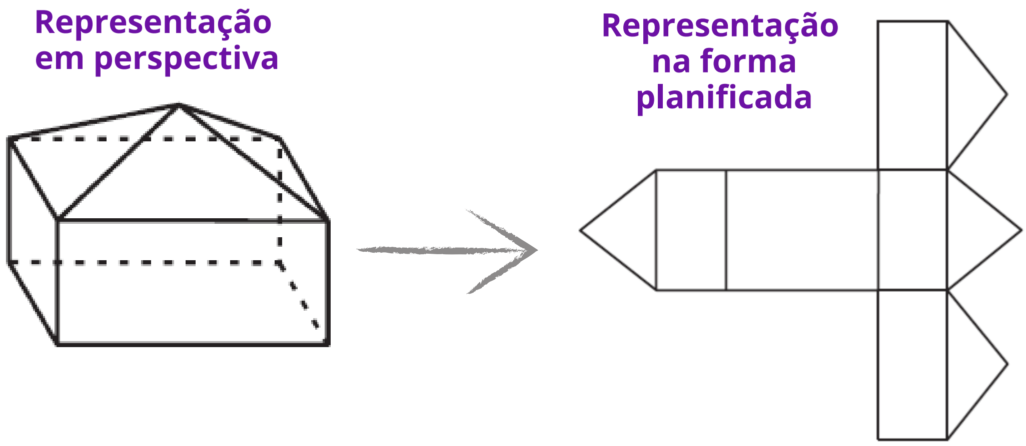


Forma planificada

Prezado(a) Professor(a), é importante explicar para o(a) estudante que existem diferentes representações da forma planificada de uma dada forma tridimensional.

Para representar a planificação de um sólido geométrico, é muito importante observar as suas superfícies, analisando a quantidade e o formato de cada uma delas. No caso dos poliedros, analisamos os polígonos que constituem as suas faces.

Por exemplo: vamos observar as representações abaixo.

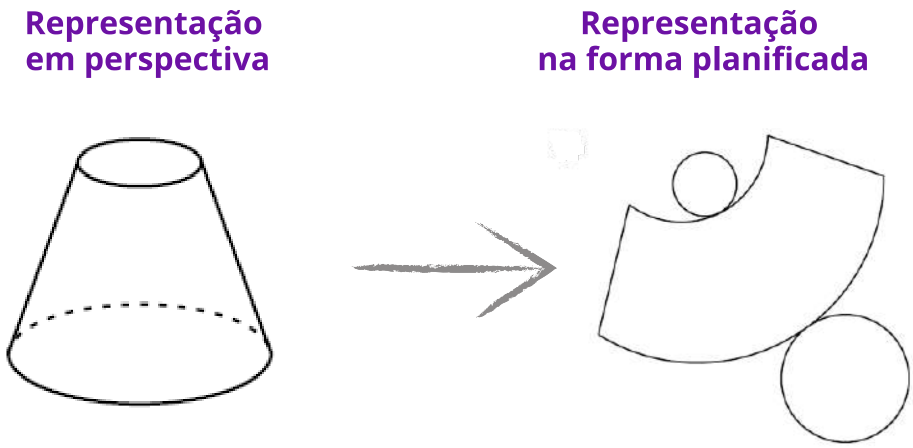


Fonte: AMA (2023)

Note que o poliedro representado em perspectiva é constituído por 9 faces, sendo: 5 retangulares e 4 triangulares, observadas na sua forma planificada.

Prezado(a) Professor(a), para além do formato de suas superfícies, também é importante discutir com os(as) estudantes que o poliedro representado pode ser "aberto" e que a ideia desse movimento de abri-lo e fechá-lo novamente, constituindo a figura tridimensional, auxilia a pensar nas possíveis representações de sua planificação.

Vamos analisar outro exemplo, agora com uma forma não poliédrica.



Fonte: AMA (2024)

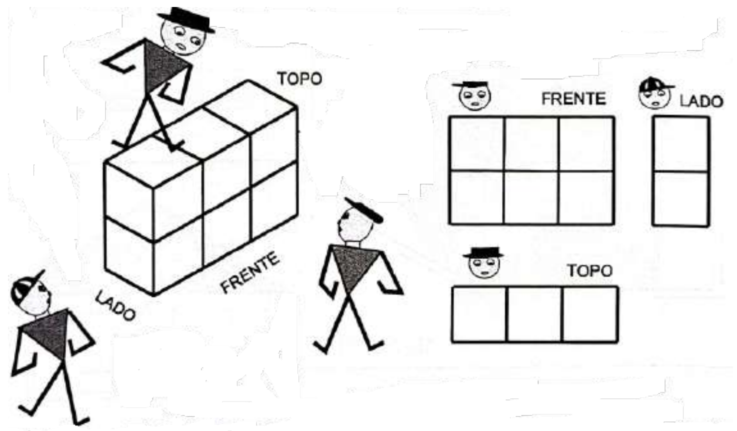
Observe que as linhas que limitam as superfícies desse sólido são todas curvas e que duas dessas superfícies têm o formato circular, porém com diâmetros diferentes. Essas características são importantes quando pensamos na representação da sua planificação.

REPRESENTAÇÃO EM VISTAS

As **representações em vistas** são uma maneira de representar um objeto tridimensional usando desenhos que mostrem esse objeto projetado em diferentes lados, como se fosse observado em posições específicas. Cada uma dessas posições chamamos de vistas. Podemos citar como exemplo as vistas superior (ou do topo), lateral e frontal. Também é comum a utilização do termo **representação em projeção ortogonal**, para se referir a cada uma dessas diferentes vistas.

Para ilustrar, vamos utilizar como objeto tridimensional um bloco construído usando 6 cubinhos, organizados em três colunas justapostas com dois cubinhos cada.

Na imagem abaixo, temos a representação desse bloco, observado a partir de três pontos de vista diferentes e a representação de cada uma dessas vistas.

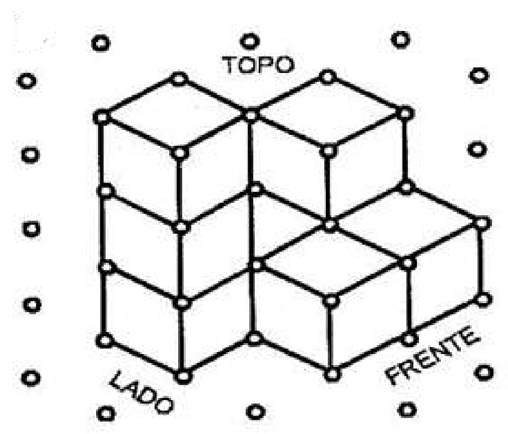


Fonte: Kaleff (2003, p. 63)

Note que do topo (vista superior), o observador vê apenas uma face de cada um dos três cubos. Já posicionado na lateral, ele vê uma face de cada um dos dois cubos, enquanto de frente ele consegue ver uma face de cada um dos seis cubos.

Prezado(a) Professor(a), é interessante explorar alguns objetos ou representações de sólidos geométricos, para que o(a) estudante realize a tarefa de observar o objeto a partir de cada uma das vistas frontal, lateral e superior e representá-lo no plano em cada uma dessas vistas. Uma sugestão é utilizar o **material dourado** para que o(a) estudante construa blocos e, na sequência, faça a sua representação em vistas. Sugerimos utilizar papel quadriculado para desenhar as vistas.

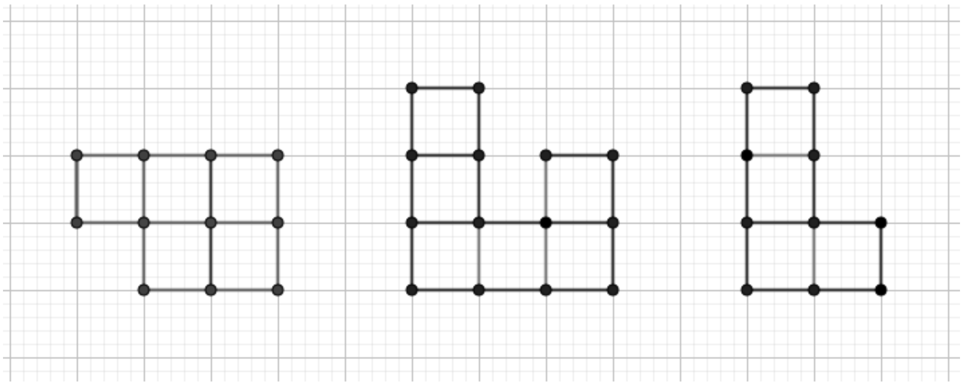
Agora, vamos analisar outro bloco.



Fonte: Kaleff (2003, p. 73)

Observe que para formar bloco representado acima, são necessários 8 cubinhos, mas na sua representação em perspectiva, só conseguimos conseguimos visualizar 7 deles.

Vamos representar esse bloco considerando as três vistas indicadas.



Vista do topo (superior)

Vista frontal

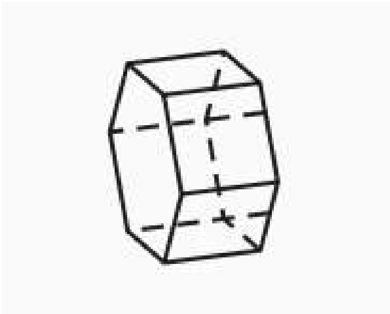
Vista lateral

Prezado(a) Professor(a), sugerimos explorar a representação em perspectiva do bloco acima, propondo os seguintes questionamentos aos estudantes: De quantos cubinhos você consegue visualizar três faces? E duas faces?

Análise Pedagógica de um Item

Enunciado

(M120945E4) O desenho abaixo representa um prisma reto de base hexagonal.

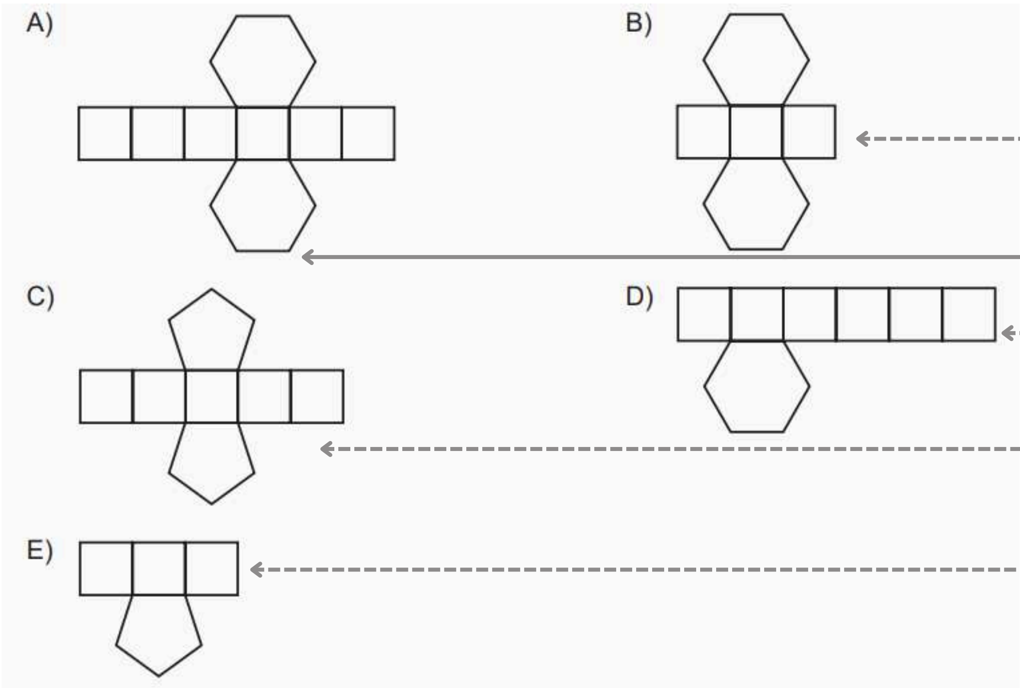


Suporte

Uma das planificações desse prisma é

Comando

Alternativas



Distrator

Gabarito

Distrator

Distrator

Distrator

- **Enunciado:** apresenta as informações necessárias à resolução do item. Engloba o suporte e o comando.

- **Suporte:** texto, imagem e/ou outros recursos que servem como base para a resolução do item. Nos itens de Língua Portuguesa, é obrigatória a presença de suporte.

- **Comando:** indica, de forma objetiva, a tarefa a ser realizada. Está diretamente relacionado à habilidade que o item deseja avaliar.

- **Gabarito:** alternativa correta.

- **Distratores:** alternativas incorretas, mas plausíveis. Os distratores devem corresponder a raciocínios possíveis.

Fonte: Revista da Escola - Equipe Pedagógica Matemática: PAEBES 2025 (CAEd UFJF)

O item apresentada uma tarefa apoiada no nível de desempenho **abaixo do básico**. Ele busca verificar se o(a) estudante consegue reconhecer a planificação de um sólido simples, dado através de um desenho em perspectiva.

Alguns pré-requisitos são importantes para a resolução desse item, dentre eles:

- Compreensão do que são figuras bi e tridimensionais;
- Conhecimento das características dos poliedros (faces, vértices e arestas);
- Entender que um sólido pode ser "aberto" e representado no plano;
- Capacidade de visualização espacial;
- Identificação das formas geométricas planas que compõem as faces das figuras tridimensionais.

Sobre a identificação das formas geométricas, destacamos que o(a) estudante precisa examinar por quantas partes planas esse sólido é constituído e o formato de cada uma delas. Como temos a representação de um poliedro, todas as partes planas são poligonais, sendo dois hexágonos como bases e seis retângulos como superfícies laterais, por se tratar de um prisma hexagonal reto. Portanto, o gabarito é a alternativa A.

Destacamos dois distratores que mostram que o(a) estudante não identificou o número de lados do polígono da base, que seria seis e não cinco (distrator C) ou considerou que o sólido apresentava apenas uma base (distrator D). Uma possível intervenção pedagógica para essas duas situações, é explorar a construção desse sólido, fazendo um movimento do plano para a o espaço, ou seja, a composição do sólido.

Outra possibilidade de intervenção pedagógica é propor atividades que contemplem a comparação entre diferentes sólidos, trabalhando em grupo e usando material concreto. Por exemplo:

- Selecione duas representações de sólidos geométricos (representações de sólidos em acrílico, caso a escola disponha; ou representações construídas pelos(as) estudantes com papeis ou palitinhos, dentre outras);
- Peça que o grupo explore de forma tátil os sólidos e analise as características de cada um deles, observando os aspectos visuais e mais perceptíveis;

- Em seguida, oriente que os (as) estudantes construam um quadro comparativo, destacando semelhanças e diferenças entre os dois sólidos observados;

- Peça que alguns estudantes apresentem o que foi discutido no grupo;

- Faça uma síntese coletiva com a turma, discutindo sobre sobre algumas semelhanças e diferenças entre alguns grupos de sólidos geométricos (prismas e pirâmides; pirâmides e cones; cones e cilindros; dentre outros).

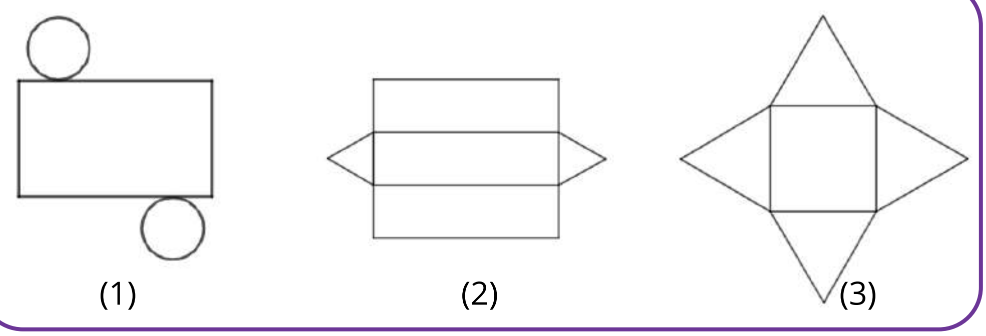
Atividades

A seção de atividades apresenta diversas questões relacionadas aos descritores e habilidades estudados, sem limitar-se à estrutura de item utilizada em avaliações externas. Para mais atividades, acesse o **Portal de questões da SEDU**.

Este caderno de atividades está disponível para impressão **neste link** ou pelo QR Code ao lado.

ATIVIDADE 1

As figuras seguintes representam planificações de sólidos geométricos.



Assinale a alternativa que apresenta os sólidos correspondentes às planificações (1), (2) e (3), nessa ordem.

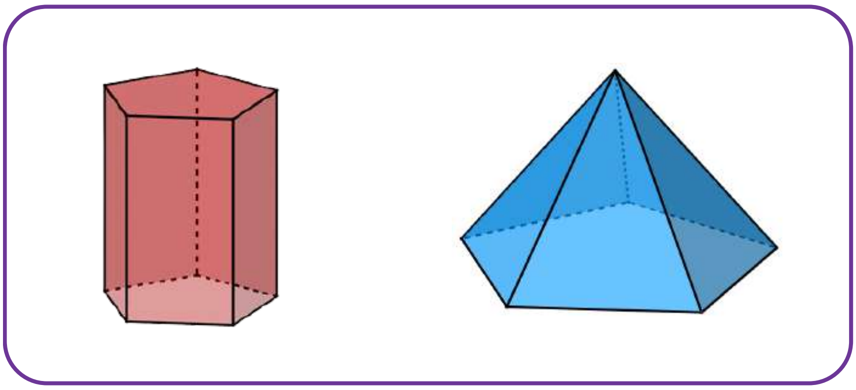
A) Cilindro, cone e prisma.
B) Cilindro, prisma e pirâmide.
C) Pirâmide, cilindro e cone.
D) Cilindro, pirâmide e prisma.
E) Cilindro, cone e pirâmide.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 1

Para resolução desta atividade o(a) estudante deve identificar o sólido representado por meio de sua planificação. Para isso, é importante o reconhecimento das formas geométricas que compõem cada figura tridimensional. Contudo, as opções perpassam pela classificação do sólido de modo mais geral. Por exemplo: as planificações 2 e 3 são, respectivamente, prisma triangular e pirâmide quadrandular, mas as opções mencionam apenas prisma e pirâmide.
Resposta correta: B) Cilindro, prisma e pirâmide.

ATIVIDADE 2

Observe as duas representações de sólidos geométricos.



Faça dupla com um colega para realizar as questões propostas abaixo.

A) Observe as duas imagens e discuta com o(a) colega algumas características de cada um dos sólidos representados.

B) Liste algumas semelhanças e diferenças entre os dois sólidos geométricos representados.

C) Represente (desenhe) a planificação desses dois sólidos.

D) Agora que você representou a planificação dos sólidos, volte na lista de semelhanças e diferenças e discuta com o colega se vocês observam novas informações, não identificadas antes.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 2

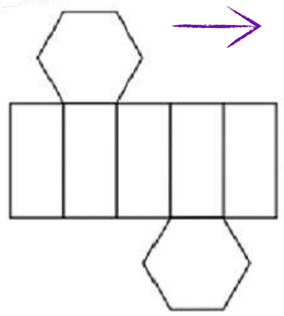
A) Resposta pessoal. A proposta é que os(as) estudantes observem as formas geométricas que compõem esses sólidos, por exemplo, o formato do polígono da base, as faces laterais, se são sólidos com uma ou duas bases e a nomenclatura de cada um deles.

CONTINUAÇÃO DA RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 2

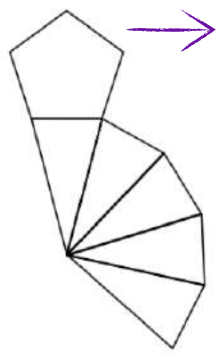
B) Algumas possibilidades de respostas para **semelhanças:**
- Mesmo tipo de polígono da base, que é um pentágono;
- Quantidade de faces laterais;
- Ambos são poliedros.

Algumas possibilidades de respostas para **diferenças:**
- A quantidade de arestas e/ou de faces e/ou vértices.
- O formato das faces laterais (quadrangular no primeiro e triangular no segundo);
- O quantidade de bases;
- O primeiro é um prisma e o segundo, uma pirâmide.

C) Não há uma única planificação para cada um desses sólidos. Abaixo, uma possibilidade para cada sólido.



Algumas variações para a planificação do **prisma pentagonal** seriam a mudança nos retângulos no qual os pentágonos estão conectados.



Algumas variações para a planificação da **pirâmide pentagonal** seriam a mudança nos triângulos no qual o pentágono está conectado.

Prezado(a) Professor(a), caso considere necessário e/ou adequado à sua turma, você pode aprofundar a discussão sobre o processo de planificação desses dois sólidos, explorando como são pensadas as suas possibilidades de planificação.

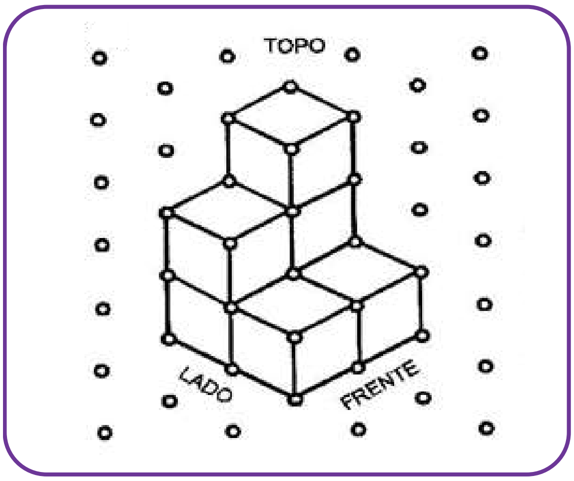
Prisma pentagonal: sua planificação sempre terá uma "faixa" com 5 retângulos em sequência e 2 pentágonos ligados a essa faixa. O que varia é em quais retângulos serão ligadas as das duas bases pentagonais, observando que algumas dessas planificações são equivalentes por rotação ou reflexão, já que o prisma é regular.

Pirâmide pentagonal: sua planificação terá o pentágono conectado à cadeira de 5 triângulos, que estão ligados entre si. Desse modo, cada triângulo está ligado a um lado do pentágono. Ao "abrir" a pirâmide, você escolhe como distribuir esses triângulos ao redor da base, podendo também "quebrar" a sequência entre eles. O número de planificações distintas é igual ao número de formas diferentes de manter os triângulos conectados sem sobreposição, considerando simetrias.

D) Resposta pessoal.

ATIVIDADE 3

Observe a imagem abaixo, onde está representado, em perspectiva, um bloco constituído por cubinhos.



Fonte: Kaleff (2003. p.73)

Prezado(a) Professor(a), caso sua escola disponha de material dourado, uma possibilidade é solicitar que, inicialmente, os(as) estudantes construam esse bloco utilizando os cubinhos. Com o bloco construído, elas podem observá-lo em diferentes posições.

A) Por quantos cubinhos esse bloco é constituído?

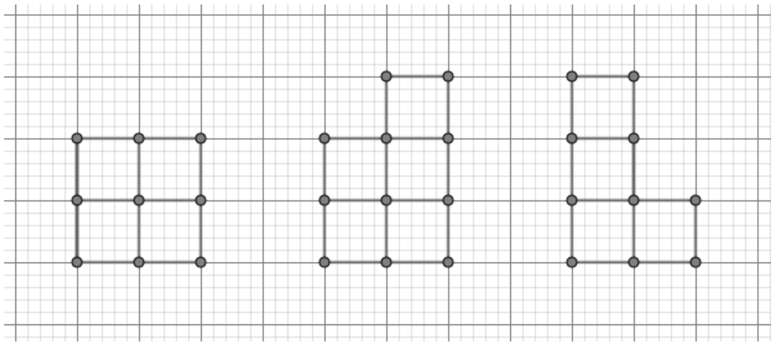
B) Observando a representação em perspectiva, note que você não consegue ver todos os cubinhos que constituem esse bloco. Quantos cubinhos ou partes de cubinhos você consegue ver?

C) Utilizando a rede pontilhada abaixo, faça a representação das três vistas (superior, frontal e lateral) do bloco. Para as vistas frontal e lateral, considere as posições indicadas na figura.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 3

A) 7 Cubinhos.   B) 6 Cubinhos.

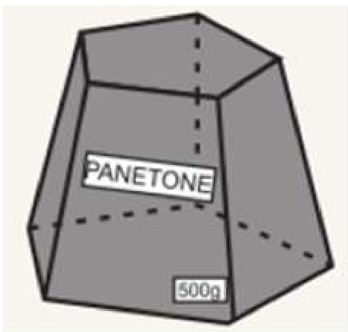
C) As representações das vistas são:



Vista superior (topo)   Vista frontal   Vista lateral

ATIVIDADE 4

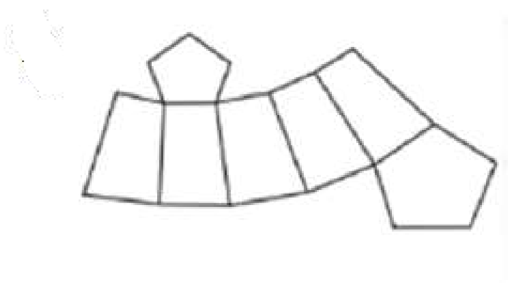
(SAEPE - Adaptada) Aline comprou um panetone que veio em uma embalagem no formato de um tronco de pirâmide pentagonal, conforme representada no desenho abaixo.



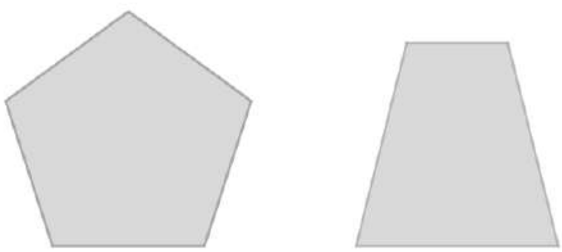
Fonte: SAEPE

Represente uma possível planificação para essa caixa e, ainda, as suas vistas superior e frontal.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 4



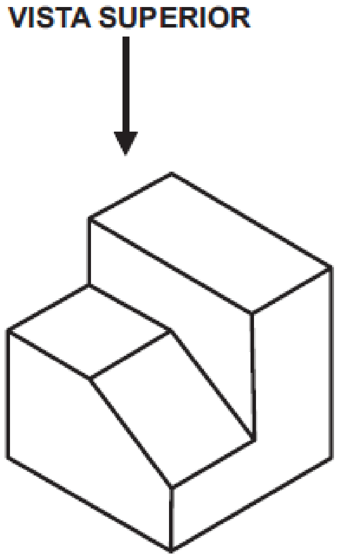
Planificação da caixa



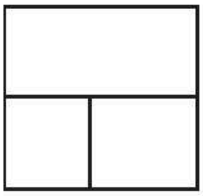
Vista supeior   Vista frontal

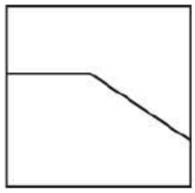
ATIVIDADE 5

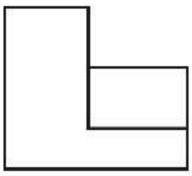
(AMA - 2023) Observe a figura apresentada abaixo com a indicação da vista superior.

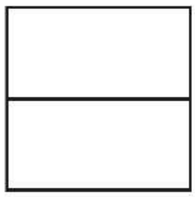


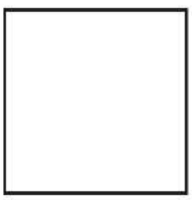
Qual é a vista superior dessa figura?

A) 

B) 

C) 

D) 

E) 

Prezado(a) Professor(a), sugerimos realizar outras atividades que envolvam a representação em vistas, porém utilizando material manipulável.

Esses materiais podem ser caixas diversas ou, ainda, representações de sólidos geométricos (madeira ou acrílico), caso a escola disponha.

Selecione uma dessas representações e peça que o(a) estudante explore-a com as mãos e, depois, observe-a de diferentes vistas.

Na sequência, peça que ele(a) represente-a a partir de uma dessas vistas e, ainda, na sua forma planificada.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 5

Ao observar o bloco do topo (vista superior) observa-se o formato de sua base, que é quadrangular e três níveis diferentes de profundidada, por isso a divisão interna em três partes.

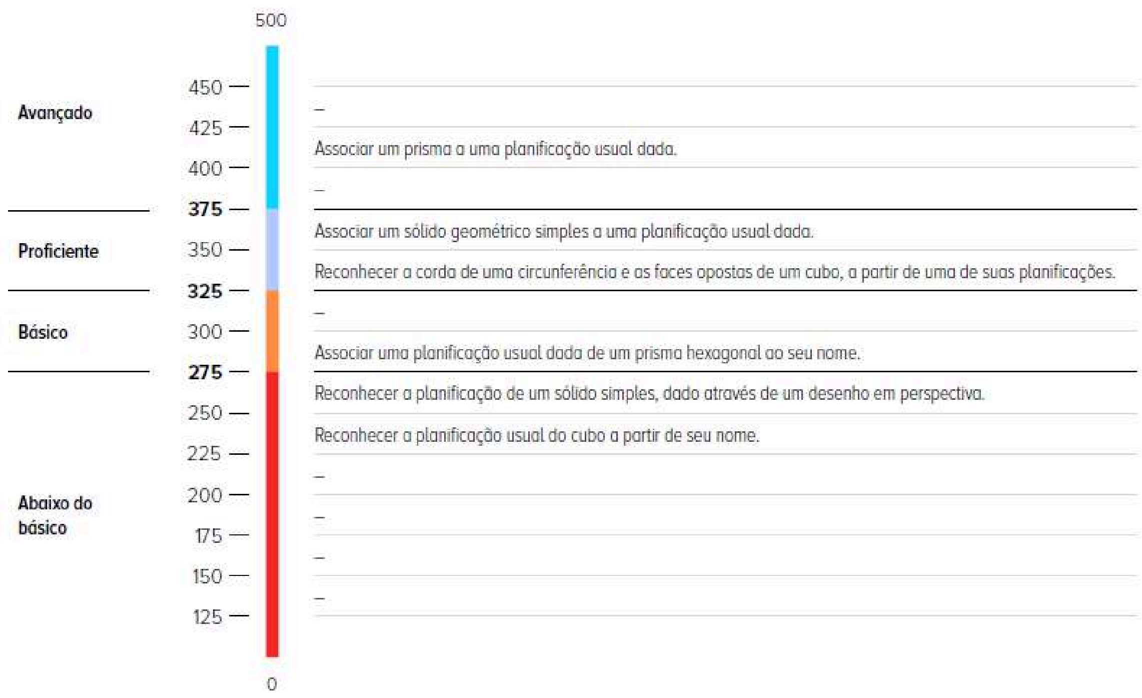
Resposta: A

De olho no Paebes

Esta seção tem como objetivo exemplificar algumas variações possíveis entre itens referentes a um mesmo descritor em sua escala de proficiência. Portanto, ela não deve ser tratada como material preparatório único e suficiente para o Paebes, mas sim como um auxiliar ao trabalho pedagógico em sala de aula. Para mais itens, acesse o **Portal de questões da SEDU.**

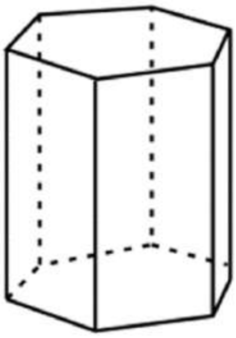
O “De olho no Paebes” também está disponível em uma versão para impressão **neste link** ou no QR Code ao lado.

D111_M *Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações ou vistas.*



ITEM 1 - Abaixo do básico

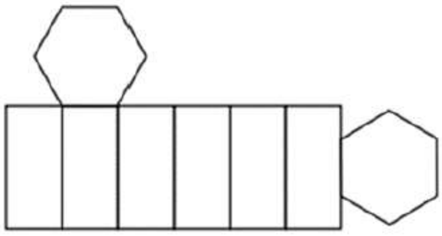
(AMA - 2024) Observe o sólido geométrico representado abaixo.



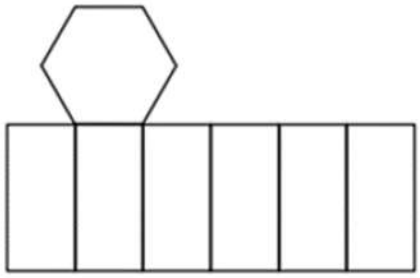
Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de “reconhecer a planificação de um sólido simples, dado através de um desenho em perspectiva”.

Uma planificação da superfície desse sólido está apresentada em

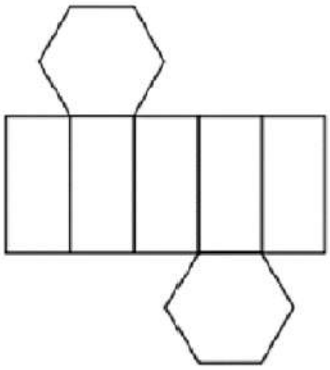
A)



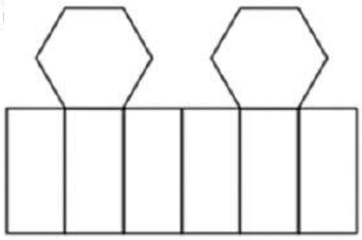
B)



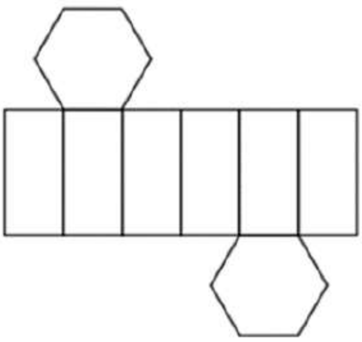
C)



D)



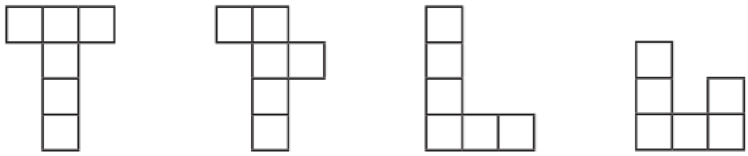
E)



Gabarito: E

ITEM 2 - Abaixo do básico

(PAEBES -M050148E4) Observe os desenhos abaixo.



(I) (II) (III) (IV)

Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Reconhecer a planificação usual do cubo a partir de seu nome".

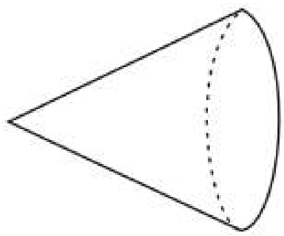
Quais desses desenhos representam a planificação de um cubo?

A) I e II.
B) I e IV.
C) II e III.
D) II e IV.

Gabarito: A

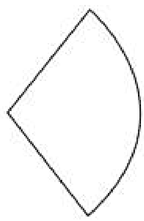
ITEM 3 - Abaixo do básico

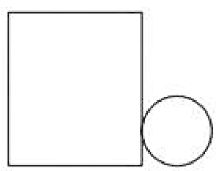
(AMA - 2025) Observe o sólido geométrico representado abaixo.

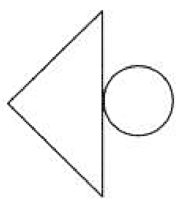


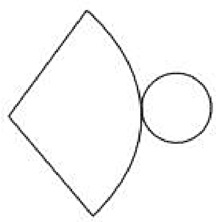
Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Reconhecer a planificação de um sólido simples, dado através de um desenho em perspectiva".

Uma planificação da superfície desse sólido está apresentada em

A) 

B) 

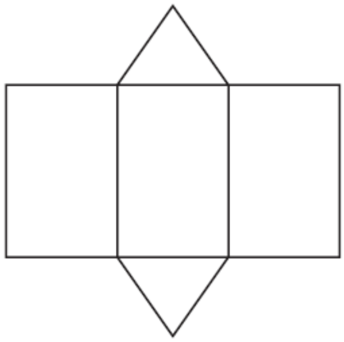
C) 

D) 

Gabarito: D

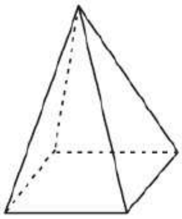
ITEM 5 - Avançado

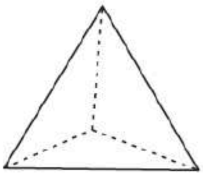
(AMA - 2025) Observe a planificação de uma figura geométrica espacial, apresentada abaixo.

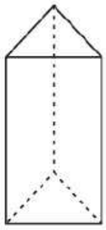


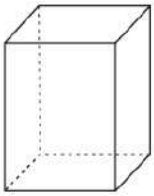
Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Associar um prisma a uma planificação usual dada".

Qual é a figura geométrica espacial que tem essa mesma planificação?

A) 

B) 

C) 

D) 

Gabarito: C

Conexão ENEM

Aqui você terá questões de edições recentes do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) relacionadas ao conteúdo do capítulo. Devido aos objetivos específicos dessa avaliação, é possível que as questões apresentem especificidades não contempladas no material, assim como este, por sua vez, não objetiva ser preparatório para o ENEM. Para mais questões, visite o repositório de provas e gabaritos de edições anteriores clicando **aqui**.

Acesse o "Conexão ENEM" para impressão **neste link** ou pelo QR Code ao lado.

Material Extra

TAREFAS SOBRE REPRESENTAÇÕES NO PLANO

O produto educacional intitulado “Produção e leitura de desenhos de corpos geométricos tridimensionais: atividades envolvendo o uso de materiais manuseáveis e recursos informáticos ” de autoria de Marlene Lima de Oliveira Carvalho, traz algumas tarefas contemplando objetos tridimensionais e representações no plano. Ele pode ser acessado clicando no link ou pelo QR-Code ao lado.

SÓLIDOS DE REVOLUÇÃO

A atividade “sólido de revolução” do Khan Academy explora alguns aspectos relacionados à visualização de sólidos geométricos. Sugerimos como forma de discutir um pouco mais sobre algumas figuras tridimensionais. Para acessar, você pode clicar no link ou usar o QR-Code ao lado.

TECNOLOGIAS 3D

No Volume 2 da Coleção “Do seu jeito: Matemática” (páginas 97 e 98) há uma sugestão de debate sobre a temática “Tecnologias 3D”. Ela pode ser explorada para ampliar as discussões e mostrar algumas conexões entre Matemática e cotidiano.

Referências

CARVALHO, M. L. O. Representações planas de corpos geométricos tridimensionais: uma proposta de ensino voltada para a codificação e decodificação de desenhos. 245f. Ouro Preto: Universidade Federal de Ouro Preto, 2010.

DANTE, L. R.; VIANA, F. Do seu jeito: matemática: área de Matemática e suas tecnologias: volume 2: ensino médio. 1. ed. São Paulo: Ática, 2024.

ESPÍRITO SANTO. Secretaria de Estado da Educação. *PAEBES – 2018.* Juiz de Fora: Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Educação, CAEd, 2018. v. 1. Anual. Conteúdo: Revista do Professor – Matemática.

ESPÍRITO SANTO. Secretaria de Estado da Educação do Espírito Santo. *PAEBES – 2019.* Juiz de Fora: Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Educação, CAEd, 2019. v. 1. Anual. Conteúdo: Revista do Professor – Matemática.

ESPÍRITO SANTO. Secretaria de Estado da Educação. PAEBES – 2014. Juiz de Fora: Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Educação, CAEd, 2014. v. 1 (jan./dez. 2014). Anual. Conteúdo: Revista Pedagógica – Matemática – 8ª série/9º ano do Ensino Fundamental.

ESPÍRITO SANTO. Secretaria de Estado da Educação. PAEBES – 2025. Juiz de Fora: Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Educação, CAEd, v. 1, 2025. Anual.

KALEFF, A.M.M.R. Vendo e entendendo os poliedros. 2 ed. Niterói: EdUFF, 2003.

Detalhando o descritor

D129_M *Resolver problema envolvendo a área total e/ou volume de um sólido.*

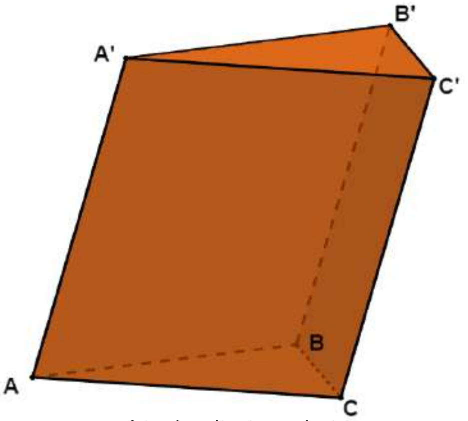
PRISMAS

Considere um plano α onde está contido um polígono convexo ABC. Defina, então, um plano β, paralelo a α, e uma reta r concorrente a estes dois planos. Trace segmentos de retas paralelos a r com uma extremidade no polígono ABC e a outra no plano β. A reunião de todos esses segmentos é denominada **prisma**.

No prisma ABCA'B'C' representado podemos destacar os seguintes elementos:

Prezado(a) Professor(a),

Neste link, ou no QR Code abaixo, você pode acessar uma aplicação do GeoGebra que descreve o passo a passo da construção de um prisma hexagonal.



Fonte: Maurício de Oliveira Celeri

Vértices: A, B, C, A', B' e C'

Arestas da bases: $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{BC}, \overline{A'B'}, \overline{A'C'}$ e $\overline{B'C'}$

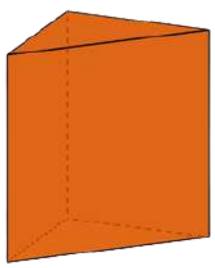
Arestas laterais: $\overline{AA'}, \overline{BB'}$ e $\overline{CC'}$

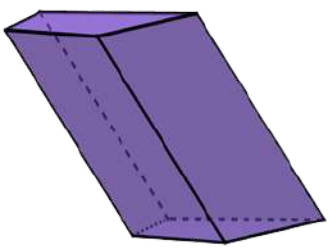
Bases: ABC e $A'B'C'$

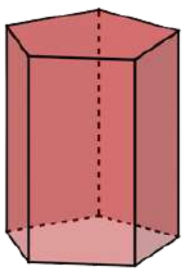
Faces laterais: $ACC'A', BCC'B'$ e $ABB'A'$

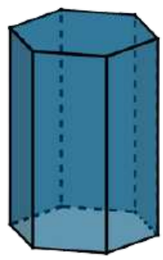
CLASSIFICAÇÃO DOS PRISMAS

Os prismas podem ser classificados de acordo com o polígono que forma a sua base. Por exemplo, se o prisma possui uma base triangular ele é denominado prisma triangular. Veja alguns exemplos de prismas:


Prisma Triangular


Prisma Quadrangular

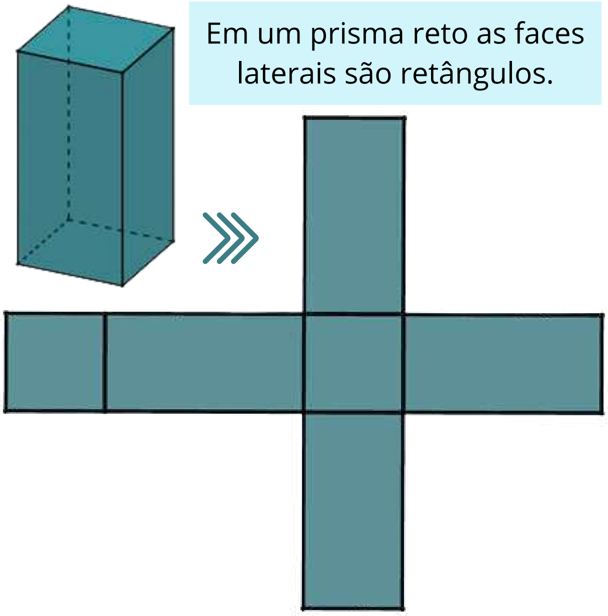

Prisma Pentagonal


Prisma Hexagonal

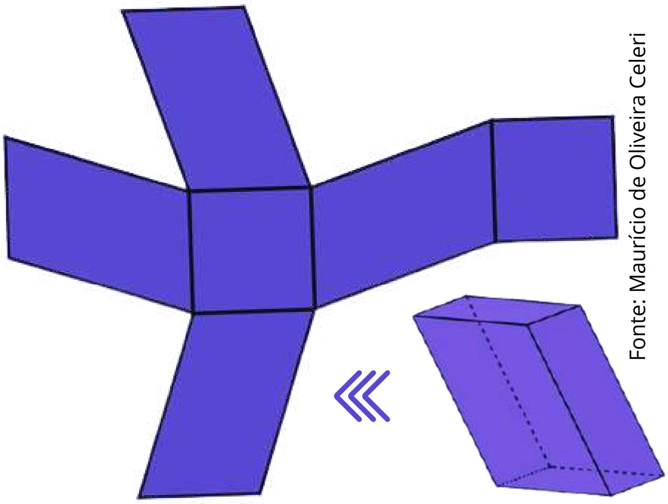
Fonte: Maurício de Oliveira Celeri

Nos sólidos acima, os prismas triangular, pentagonal e hexagonal são chamados de **prismas retos**, enquanto o prisma quadrangular é chamado de **prisma oblíquo**. Além disso, um prisma reto cuja base seja um polígono regular é chamado de **prisma regular**.

Fonte: Maurício de Oliveira Celeri



Em um prisma reto as faces laterais são retângulos.



Fonte: Maurício de Oliveira Celeri

Em um prisma oblíquo as faces laterais são paralelogramos.

Prezado(a) Professor(a),

Pensando em facilitar a visualização das planificações apresentadas acima, você pode acessá-las no *GeoGebra* através dos *links* e QR Codes ao lado.

Prisma Reto   Prisma Oblíquo

ÁREA SUPERFICIAL DE UM PRISMA

Em um prisma podemos destacar as seguintes superfícies:

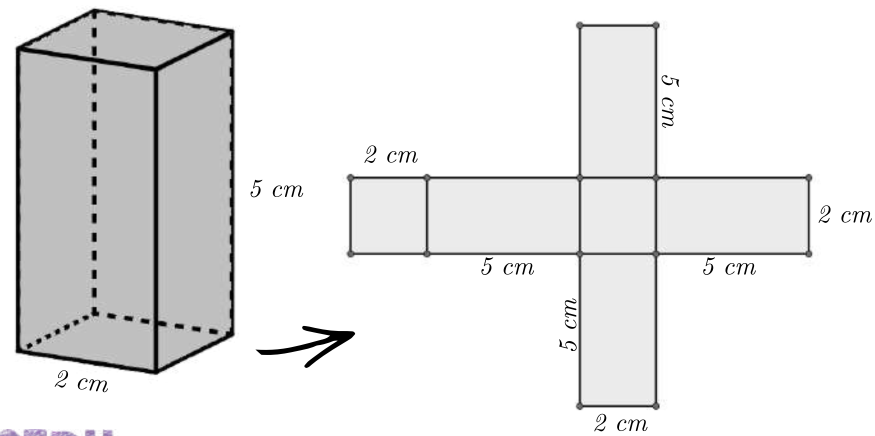
- **Superfície lateral (** A_l**)**: corresponde à reunião das faces laterais do prisma, sua área é chamada de área lateral. São determinadas pelas áreas dos retângulos ou paralelogramos.
- **Área da base (**A_b**)**: corresponde à área do polígono que compõe cada base do prisma.
- **Superfície total (**A_T**):** corresponde à reunião da superfície lateral e das bases do prisma.

Portanto,

$$A_T = 2 \cdot A_b + A_l$$

Observe o prisma regular quadrangular abaixo e o cálculo da sua área superficial:

Fonte: Maurício de Oliveira Celeri



$$A_l = \underbrace{4}_{\text{4 faces laterais congruentes}} \cdot (2 \cdot 5)$$

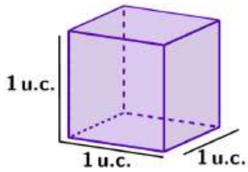
$$A_l = 40\ cm^2$$

$$A_b = 2 \cdot 2 = 4\ cm^2$$

$$A_T = 2 \cdot 4 + 40 = 48\ cm^2$$

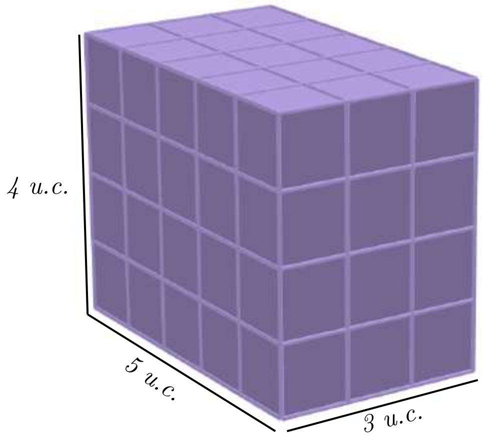
VOLUME DE UM PRISMA

Definimos como unidade de volume, um cubo de aresta com medida igual a 1 u.c. (unidades de comprimento). Podemos considerar 1 cm, 1 m, 1km etc., tudo depende da medida mais adequada, para determinada situação.



unidade de volume

Considere um bloco retangular que apresente medidas iguais a 5 u.c., 3 u.c. e 4 u.c., como mostrado na figura abaixo:



Fonte: Maurício de Oliveira Celeri

Neste bloco retangular conseguimos alocar um total de 60 unidades de volume: 5 unidades no sentido do comprimento, 3 unidades no sentido da largura e 4 unidades no sentido da altura. Observe que essas quantidades coincidem exatamente com as medidas das arestas do bloco retangular. Multiplicando essas quantidades obtemos 60.

Então podemos dizer que o volume do bloco retangular de medidas de comprimento **a**, largura **b** e altura **h**, é igual a

$$V = a \cdot b \cdot h \Rightarrow V = A_{base} \cdot h$$

Esta relação vale em um prisma qualquer devido ao princípio de Cavalieri. Assim, para calcular o volume de um prisma, basta fazer o produto entre a área de sua base e sua altura:

$$V = A_{base} \cdot h$$

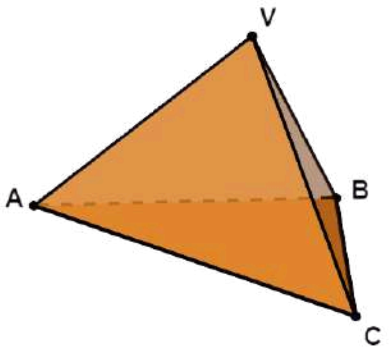
Prezado(a) Professor(a),

Para exemplificar o Princípio de Cavalieri pode ser utilizada a aplicação no GeoGebra disponível neste link e no QR Code ao lado.

PIRÂMIDES

Considere um plano α onde está contido um polígono convexo ABC. Defina então um ponto V que não pertença a α. Trace todos os segmentos de retas com uma extremidade no polígono ABC e a outra no ponto V. A reunião de todos esses segmentos é denominada **pirâmide**.

Na pirâmide ABCV, representada abaixo, podemos destacar os seguintes elementos:



Fonte: Maurício de Oliveira Celeri

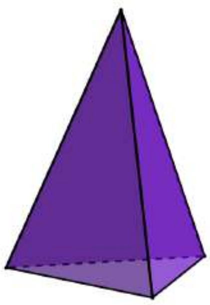
Prezado(a) Professor(a),

Neste link, ou no QR Code abaixo, você pode acessar uma aplicação do GeoGebra que descreve o passo a passo da construção de uma pirâmide de base quadrangular.

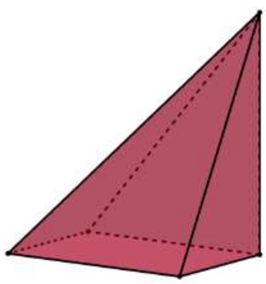
Vértices da base: A, B e C
Vértice da pirâmide: V
Arestas da bases: $\overline{AB}, \overline{AC}$ e $\overline{BC}$
Arestas laterais: $\overline{AV}, \overline{BV}$ e $\overline{CV}$
Base: ABC
Faces laterais: ABV, ACV e BCV

CLASSIFICAÇÃO DAS PIRÂMIDES

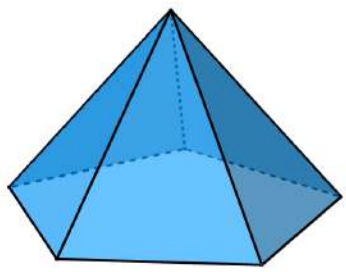
As pirâmides, assim como os prismas, podem ser classificadas de acordo com o polígono que forma a sua base. Por exemplo, se a pirâmide possui uma base triangular ela é denominada pirâmide triangular, veja alguns exemplos abaixo:



Pirâmide Triangular



Pirâmide Quadrangular



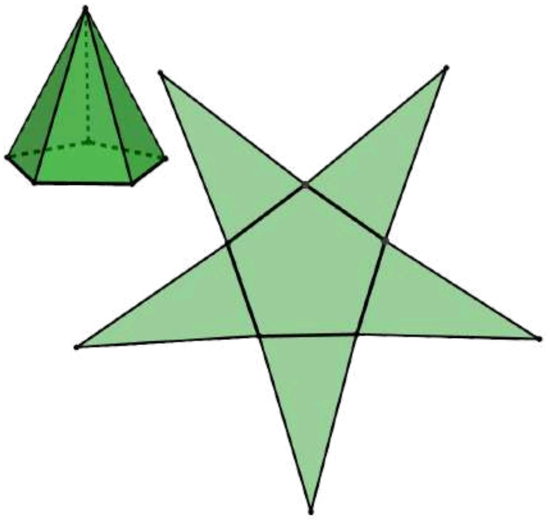
Pirâmide Pentagonal

Fonte: Maurício de Oliveira Celeri

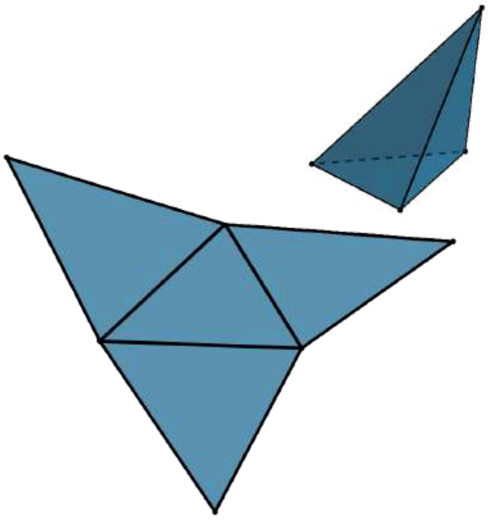
As pirâmides triangular e pentagonal acima são chamadas de pirâmides retas, enquanto a pirâmide quadrangular é chamada de pirâmide oblíqua. Além disso, uma pirâmide reta cuja base seja um polígono regular é chamado de **pirâmide regular**.

Observe a seguir a planificação de uma pirâmide reta e de uma pirâmide oblíqua:

Fonte: Maurício de Oliveira Celeri



Fonte: Maurício de Oliveira Celeri



Na pirâmide reta, as faces laterais são triângulos congruentes.

Na pirâmide oblíqua, as faces laterais são triângulos, porém não são equivalentes.

Prezado(a) Professor(a),

Pensando em facilitar a visualização das planificações apresentadas acima, você pode acessá-las no *GeoGebra* através dos *links* e QR Codes ao lado.

Pirâmide Reta

Pirâmide Oblíqua

ÁREA SUPERFICIAL DE UMA PIRÂMIDE

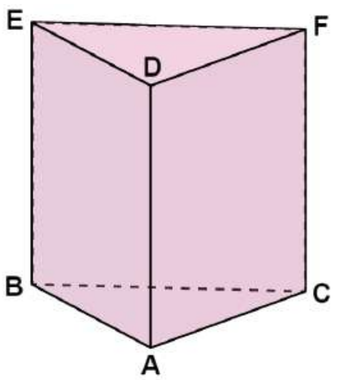
Em uma pirâmide podemos destacar as seguintes áreas:

- **Superfície lateral (** A_l **)**: corresponde à reunião das faces laterais da pirâmide. A sua área é chamada de área lateral, que é determinada pelas áreas dos triângulos que formam as faces laterais.
- **Área da base (** A_b **)**: corresponde à área do polígono que compõe a base da pirâmide.
- **Superfície total (** A_T **)**: corresponde à reunião da superfície lateral e da base da pirâmide.

$$A_T = A_b + A_l$$

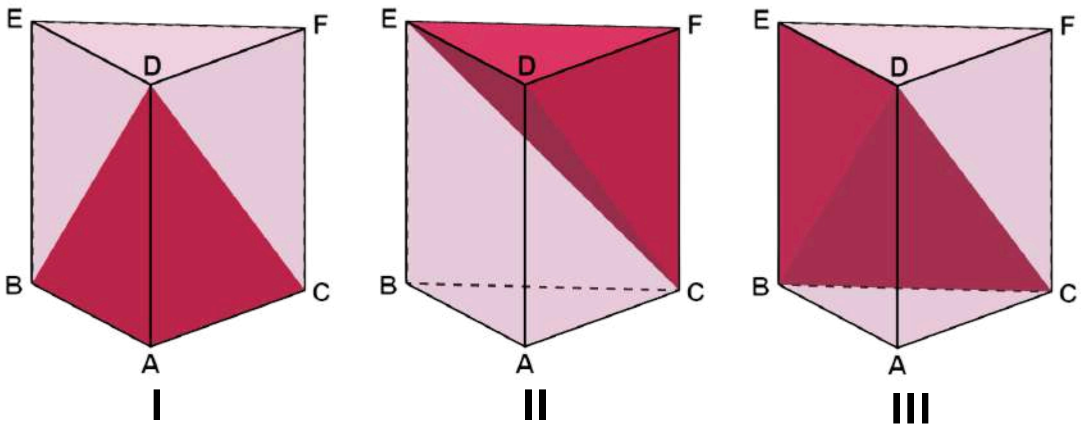
VOLUME DE UMA PIRÂMIDE

Considere o prisma abaixo:



Fonte: Maurício de Oliveira Celeri

As seguintes pirâmides que podem ser obtidas dele:



Fonte: Maurício de Oliveira Celeri

Daí podemos tirar algumas relações:

$V_I = V_{II}$ *Pois os triângulos ABC e DEF, que formam as bases das pirâmides I e II, respectivamente, são congruentes e a altura de ambas são iguais, e iguais à altura do prisma.*

$V_{II} = V_{III}$ *Pois os triângulos ECF e BEC, que formam as bases da pirâmide II e III, respectivamente, são congruentes, já que são metade do paralelogramo BCFE, e a altura de ambas é representada pela medida do segmento DE.*

Como o volume das três pirâmides é igual e a união dessas três pirâmides forma o prisma inicial, temos que

$$V_{\text{Pirâmide}} = \frac{V_{\text{Prisma}}}{3} \Rightarrow \boxed{V_{\text{Pirâmide}} = \frac{A_{base} \cdot h}{3}}$$

Prezado(a) Professor(a),

Para exemplificar a obtenção do volume da pirâmide através de um prisma de base triângular, pode ser utilizada a aplicação no *GeoGebra* disponível neste *link* e no QR Code ao lado.

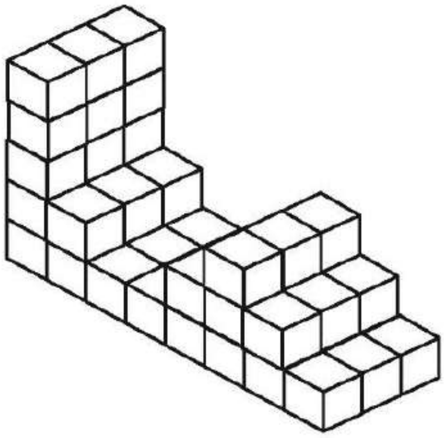
Prezado(a) Professor(a),

Para exemplificar a obtenção do volume da pirâmide através de um prisma (cubo), pode ser utilizada a aplicação no *GeoGebra* disponível neste *link* e no QR Code ao lado.

Análise Pedagógica de um Item

Enunciado

(M080025BH) O desenho abaixo representa um monumento constituído por 51 cubos. Cada um desses cubos tem aresta medindo 2 cm.



Suporte

Qual é a medida do volume desse monumento?

Alternativas

A) 51 cm^3
B) 102 cm^3
C) 204 cm^3
D) 408 cm^3

Distratores

Gabarito

- **Enunciado:** apresenta as informações necessárias à resolução do item. Engloba o suporte e o comando.

- **Suporte:** texto, imagem e/ou outros recursos que servem como base para a resolução do item. Nos itens de Língua Portuguesa, é obrigatória a presença de suporte.

- **Comando:** indica, de forma objetiva, a tarefa a ser realizada. Está diretamente relacionado à habilidade que o item deseja avaliar.

- **Gabarito:** alternativa correta.

- **Distratores:** alternativas incorretas, mas plausíveis. Os distratores devem corresponder a raciocínios possíveis.

Fonte: Revista da Escola - Equipe Pedagógica Matemática: PAEBES 2025 (CAEd UFJF)

O item apresentado contempla uma tarefa ancorada no nível básico do descritor D129_M. Em especial, ele busca averiguar se o(a) estudante é capaz de "Determinar o volume através da contagem de blocos."

Esse item requer que o(a) estudante compreenda que o volume do monumento é resultado da multiplicação do número de blocos pelo volume unitário de cada bloco. Dessa forma, é esperado que ele(a) calcule corretamente o volume de um dos blocos e efetue, corretamente a multiplicação.

Inicialmente, deve-se calcular o volume de um dos blocos, isto é, $V_{bloco} = 2^3 = 8 \ cm^3$. Assim, o volume total do monumento é $V_{monumento} = 51 \cdot 8 = 408 \ cm^3$. Portanto, o gabarito é a alternativa D.

A análise dos distratores A, B e C também é importante. O distrator A pode informar que o estudante apenas executou a contagem dos blocos, sem se atentar que cada um dos blocos possui volume diferente de 1 cm^3. Já no distrator B, o(a) estudante opera 51·2, usando a aresta do cubo como volume. O distrator C, por sua vez, pode indicar uma falha na diferenciação entre área e volume, tratando o cubo como figura bidimensional ao calcular $51 \cdot 2^2 = 51 \cdot 4$.

Caso o(a) estudante marque os distratores, algumas possibilidades de intervenção pedagógicas são sugeridas:

- Fortalecer o trabalho com materiais concretos antes de avançar para o cálculo algébrico;

- Discutir situação que explicite a diferença entre quantidade e grandeza no cotidiano dos estudantes e extrapolar esse raciocínio para a ideia do volume presente no item;

- Propor que sejam construídas tabelas com a aresta e o volume de cubos com medidas de arestas variadas, percebendo que o crescimento não é linear;

- Retomar a distinção entre perímetro, área e volume, desenvolvendo o raciocínio geométrico e associando cada conceito à sua respectiva unidade de medida.

Atividades

A seção de atividades apresenta diversas questões relacionadas aos descritores e habilidades estudados, sem limitar-se à estrutura de item utilizada em avaliações externas. Para mais atividades, acesse o **Portal de questões da SEDU**.

Este caderno de atividades está disponível para impressão **neste link** ou pelo QR Code ao lado.

ATIVIDADE 1

Um laboratório conta com um recipiente cúbico de aresta interna igual a 10 cm. Inicialmente, um funcionário encheu o recipiente com água até formar uma lâmina de 6 cm de altura. Em seguida, foi inserido no recipiente um objeto em forma de esfera, totalmente submerso, e a altura da lâmina d'água passou para 8,3 cm.

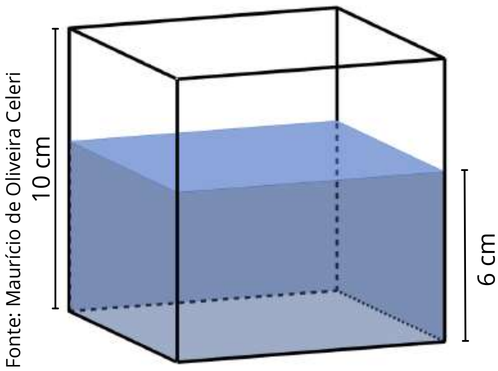
a) Qual é o volume inicial de água?

b) Qual é o volume correspondente ao espaço ocupado no recipiente até a nova altura da água?

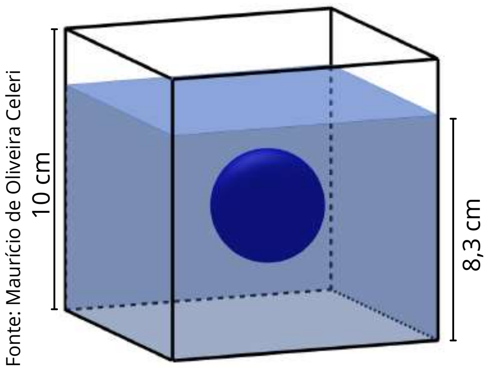
c) Qual o volume da esfera inserida no recipiente?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 1

As imagens abaixo são ilustrações do processo descrito na questão.



Situação inicial do recipiente



Recipiente após a inserção do objeto

a) Qual é o volume inicial de água?

Inicialmente a camada de água possui a forma de um paralelepípedo de dimensões 10 cm, 10 cm e 6 cm. Assim, o volume de água é:

$$V_{inicial} = 10 \cdot 10 \cdot 6 = 600 \ cm^3.$$

b) Qual é o volume correspondente ao espaço ocupado no recipiente até a nova altura da água?

Após a inserção do objeto, a camada de água, junto com o objeto, possui a forma de um paralepípedo de dimensões 10 cm, 10 cm e 8,3 cm. Assim, o volume de água é:

$$V_{final} = 10 \cdot 10 \cdot 8,3 = 830 \ cm^3.$$

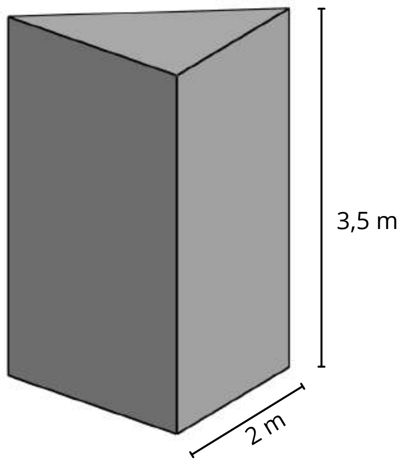
c) Qual o volume da esfera inserida no recipiente?

A alteração do volume ocupado no recipiente se deve, exclusivamente, à inserção do objeto. Assim, o volume do objeto é igual à diferença entre os volumes obtidos nos itens anteriores:

$$V_{objeto} = 830 - 600 = 230 \ cm^3.$$

ATIVIDADE 2

Para uma campanha publicitária a administração de um shopping encomendou uma placa no formato de um prisma triangular regular, em que as laterais receberão uma tela com o anúncio publicitário. O formato desse prisma e suas respectivas medidas podem ser observados na figura ao lado. Determine a área total das telas que cobrirão as faces laterais da placa.



RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 2

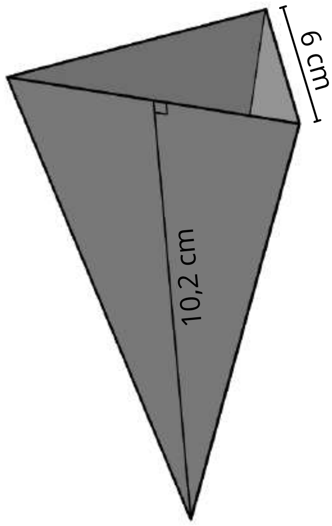
Deve-se observar aqui que cada uma das faces laterais desse sólido é um retângulo de 2 m de base por 3,5 m de altura. Como se trata de um prisma triangular, temos:

$$A = \underbrace{3}_{\text{3 faces laterais congruentes}} \cdot \underbrace{2 \cdot 3,5}_{\text{face lateral}} = 21\ m^2.$$

Portanto, a área total das telas que cobrirão as faces laterais da placa é 21 m².

ATIVIDADE 3

Uma rede de fastfood está testando uma nova embalagem para suas batatas fritas. A nova embalagem será feita de papel e terá formato de pirâmide triangular regular, conforme mostra a figura ao lado. Determine a área total de papel necessária para sua confecção, sabendo que devem ser acrescidos 20 cm² de papel para dobras e encaixes.



RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 3

Note que cada uma das 3 faces dessa pirâmide é um triângulo cujo comprimento da base é igual a 6 cm e a altura é 10,2 cm. Portanto, a área lateral desse sólido é:

$$A = \underbrace{3}_{\text{3 faces laterais congruentes}} \cdot \underbrace{\frac{6 \cdot 10,2}{2}}_{\text{face lateral}} = 3 \cdot 3 \cdot 10,2 = 91,8\ cm^2.$$

No entanto, são necessários 20 cm² de papel para as dobras e encaixes, logo, a área total de papel necessária para produzir essa embalagem é

$$A_{total} = 91,8 + 20 = 111,8\ cm^2.$$

ATIVIDADE 4

Marina fabrica velas decorativas nos mais diversos formatos. Uma das velas que mais vendem possui formato de uma pirâmide quadrangular regular, de altura de 10 cm aresta da base de 3 cm.

a) Qual o volume de cera que Marina utiliza para fabricar uma dessas velas?
b) Sabe-se que a cada 10 cm³ de cera usada na produção, o custo é de R$ 5,00. Determine o custo de produção dessa vela.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 4

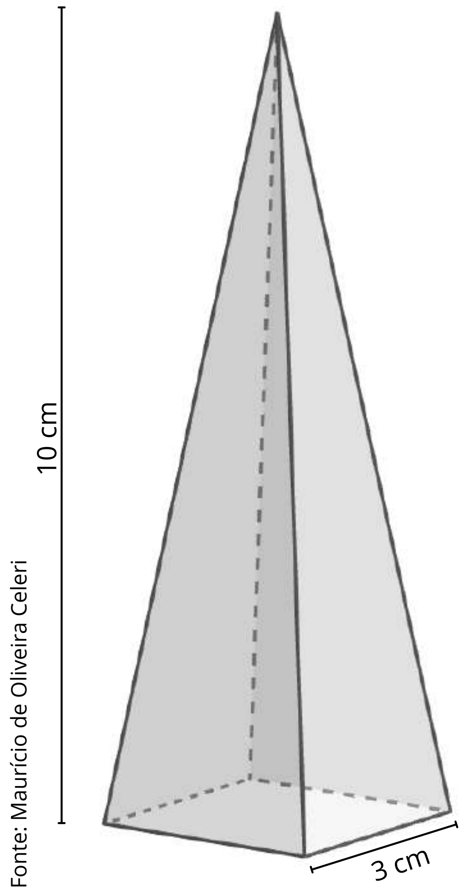


Ilustração do formato da vela

a) Qual o volume de cera que Marina utiliza para fabricar uma dessas velas?

Como a vela possui formato de uma pirâmide, o volume de cera para uma das velas é igual ao volume da pirâmide:

$$V_{cera} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 10}{3} = 3 \cdot 10 = 30\ cm^3.$$

b) Sabe-se que a cada 10 cm³ de cera usada na produção, o custo é de R$ 5,00. Determine o custo de produção dessa vela.

Para determinar o custo de produção, deve-se respeitar a proporção de R$ 5,00 para cada 10 cm³. Desta forma, obtém-se

$$\frac{5}{10} = \frac{x}{30} \Rightarrow x = \frac{30 \cdot 5}{10} = 15.$$

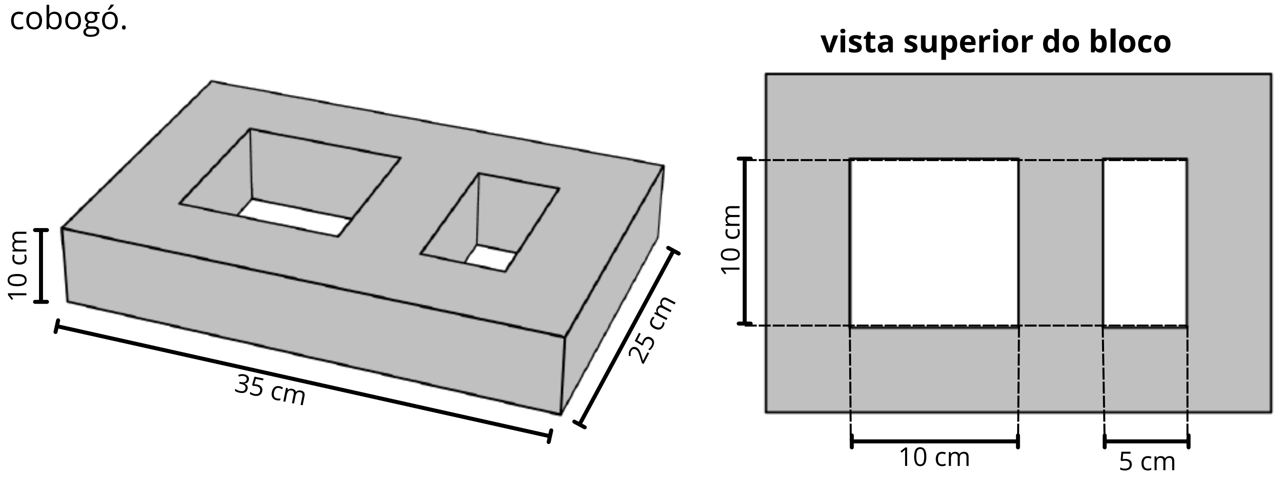
Portanto, o custo de produção de cada uma dessas velas é igual a R$ 15,00.

ATIVIDADE 5

"O cobogó foi criado em 1929 por dois comerciantes e um engenheiro pernambucanos que usaram as iniciais dos seus sobrenomes para compor o nome 'co-bo-gó': Coimbra, Boeckmann e Góes. O desenho foi inspirado nos muxarabis, elementos vazados de origem árabe com tramas pequenas e feitos de madeiras. Eles foram pensados para sacadas e janelas de casas com intuito de trazer mais privacidade."

Disponível em: https://casavogue.globo.com/Colunas/Revestindo-a-Casa/noticia/2019/10/voce-conhece-historia-dos-cobogos.html. Acesso em 01 de abril de 2026.

Observe abaixo um bloco pensado por um arquiteto para a confecção de um cobogó.



Fonte: Maurício de Oliveira Celeri

a) Determine, em m³, o volume do bloco mostrado acima.

b) A fábrica que fará a produção dos blocos cobra R$ 3 500,00/m³ de concreto usado. O arquiteto estima usar 40 blocos no projeto idealizado. Qual o custo com os blocos para a construção desse cobogó?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 5

a) Determine, em m³, o volume do bloco mostrado acima.

Observe que o bloco mostrado é obtido extraindo-se, de um bloco de dimensões 0,35 m × 0,25 m × 0,10 m, dois blocos menores sendo o primeiro um cubo de aresta medindo 0,10 m e o segundo um bloco de dimensões 0,05 m × 0,10 m × 0,10 m. Assim, o volume do bloco é

$$V_{bloco} = 0,35 \cdot 0,25 \cdot 0,1 - 0,1^3 - 0,05 \cdot 0,1 \cdot 0,1 = 0,00875 - 0,001 - 0,0005$$

$$V_{bloco} = 0,00725\ m^3.$$

b) A fábrica que fará a produção dos blocos cobra R$ 3 500,00/m³ de concreto usado. O arquiteto estima usar 40 blocos no projeto idealizado. Qual o custo com os blocos para a construção desse cobogó?

O volume de um desses blocos é igual a 0,00725 m³, então o volume dos 40 blocos é

$$V = 40 \cdot 0,00725 = 0,29\ m^3.$$

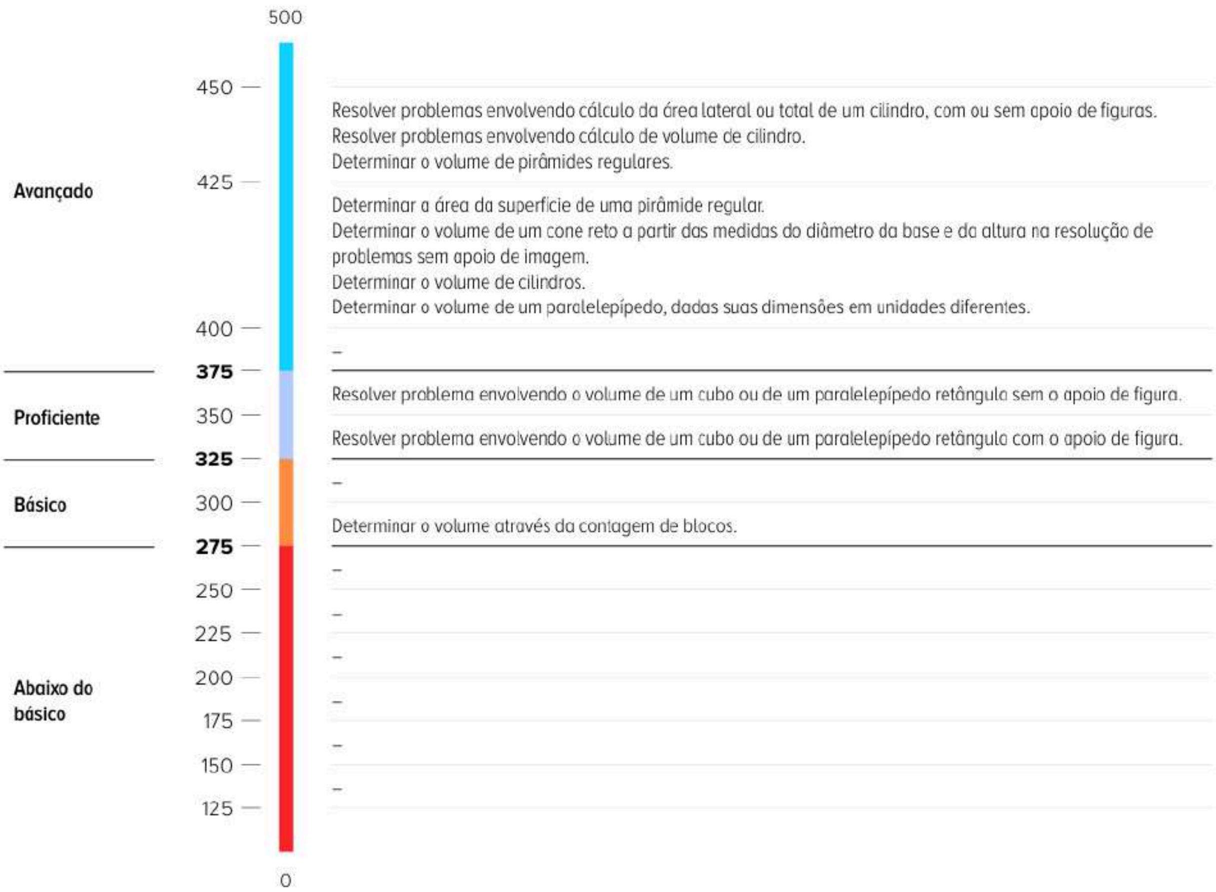
Como cada m³ de concreto custa R$ 3 500,00, então o custo para produzir os 40 blocos é igual a 0,29 m³ × R$ 3 500/m³ = R$ 1 015,00.

De olho no Paebes

Esta seção tem como objetivo exemplificar algumas variações possíveis entre itens referentes a um mesmo descritor em sua escala de proficiência. Portanto, ela não deve ser tratada como material preparatório único e suficiente para o Paebes, mas sim como um auxiliar ao trabalho pedagógico em sala de aula. Para mais itens, acesse o **Portal de questões da SEDU.**

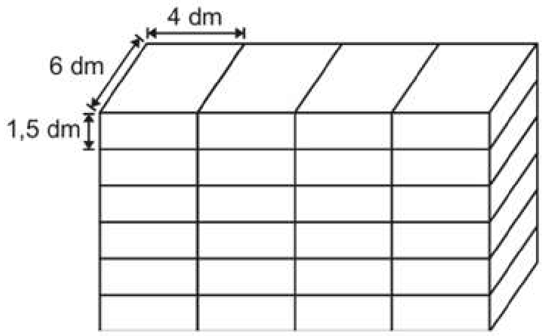
O "De olho no Paebes" também está disponível em uma versão para impressão **neste link** ou no QR Code ao lado.

D129_M *Resolver problema envolvendo a área total e/ou volume de um sólido.*



ITEM 1 - Básico

(AMA - 2024) O proprietário de um mercado comprou uma prateleira para armazenamento de caixas e a colocou em seu depósito. Todas as caixas que serão dispostas nessa prateleira são iguais e estão empilhadas em um canto do depósito. Observe, na figura abaixo, esse empilhamento e as medidas dessas caixas.



Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Determinar o volume através da contagem de blocos".

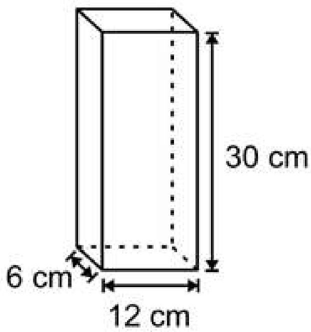
Qual é a medida, em decímetro cúbico, do volume total desse empilhamento de caixas?

A) 36 dm³.
B) 50 dm³.
C) 276 dm³.
D) 864 dm³.

Gabarito: D

ITEM 2 - Proficiente

(AMA - 2024) Uma associação de moradores produziu um recipiente para receber o descarte de pilhas e baterias. O formato desse recipiente é de um paralelepípedo retangular cujas dimensões internas estão apresentadas na figura abaixo.



Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Resolver problema envolvendo o volume de um cubo ou de um paralelepípedo retângulo com o apoio de figura".

Qual é a medida, em centímetro cúbico, do volume interno desse recipiente?

A) 48 cm³.
B) 192 cm³.
C) 1 152 cm³.
D) 2 160 cm³.

Gabarito: D

ITEM 3 - Proficiente

(M090028A9) Carla embala cada bombom que ela faz em uma caixinha com a forma de um cubo de aresta igual a 3 cm. Ela quer comprar uma embalagem na forma de um bloco retangular onde serão colocadas 50 caixinhas desse bombom.

Carla deve comprar uma embalagem com capacidade de, no mínimo,

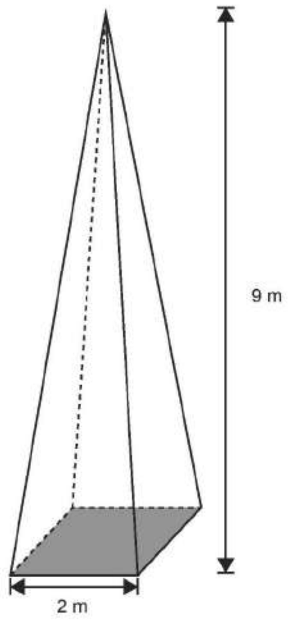
A) 27 cm³
B) 450 cm³
C) 1 050 cm³
D) 1 350 cm³

Gabarito: D

Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Resolver problema envolvendo o volume de um cubo ou de um paralelepípedo retângulo sem o apoio de figura".

ITEM 4 - Avançado

(M11228SI) Uma pirâmide quadrangular retangular tem altura igual a 9m e aresta da base igual a 2m, conforme mostra a figura:



Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Determinar o volume de pirâmides regulares".

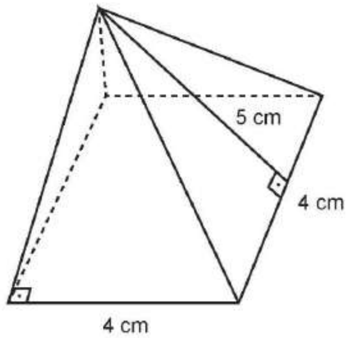
O volume dessa pirâmide é:

A) 7 m³
B) 11 m³
C) 12 m³
D) 18 m³
E) 36 m³

Gabarito: C

ITEM 5 - Avançado

(M11120SI) Na figura a seguir você vê uma peça em forma de pirâmide de base quadrada cujas faces são triângulos isósceles de altura 5 cm.



Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Determinar a área da superfície de uma pirâmide regular".

Nestas condições, concluímos que a área total dessa peça mede:

A) 36 cm²
B) 40 cm²
C) 56 cm²
D) 80 cm²
E) 96 cm²

Gabarito: C

Conexão ENEM

Aqui você terá questões de edições recentes do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) relacionadas ao conteúdo do capítulo. Devido aos objetivos específicos dessa avaliação, é possível que as questões apresentem especificidades não contempladas no material, assim como este, por sua vez, não objetiva ser preparatório para o ENEM. Para mais questões, visite o repositório de provas e gabaritos de edições anteriores clicando **aqui**.

Acesse o "Conexão ENEM" para impressão **neste link** ou pelo QR Code ao lado.

Material Extra

Volume ou Capacidade?

O vídeo da professora Maria Ignez Diniz, do Grupo Mathema, faz uma discussão interessante entre a diferença entre volume e capacidade.

Sugestão de leitura

Sugerimos a leitura e, se viável, uma tertúlia com os estudantes baseado no artigo Embalagens, de autoria de Rogério César dos Santos e Sandra A. de Oliveira Baccarin, publicado na Revista do Professor de Matemática.

Referências

BONJORNO, J. R.; GIOVANNI JUNIOR, J. R.; SOUSA, P. R. C. Prisma matemática: geometria. 1. ed. São Paulo: Editora FTD, 2020.

DANTE, L. R.; VIANA, F. Matemática em Contextos: geometria plana e espacial. 1. ed. São Paulo: Editora Ática, 2020.

LAUNAY, M. A Fascinante História da Matemática: da pré-história aos dias de hoje. Trad. Clóvis Marques. 2. ed. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2021.

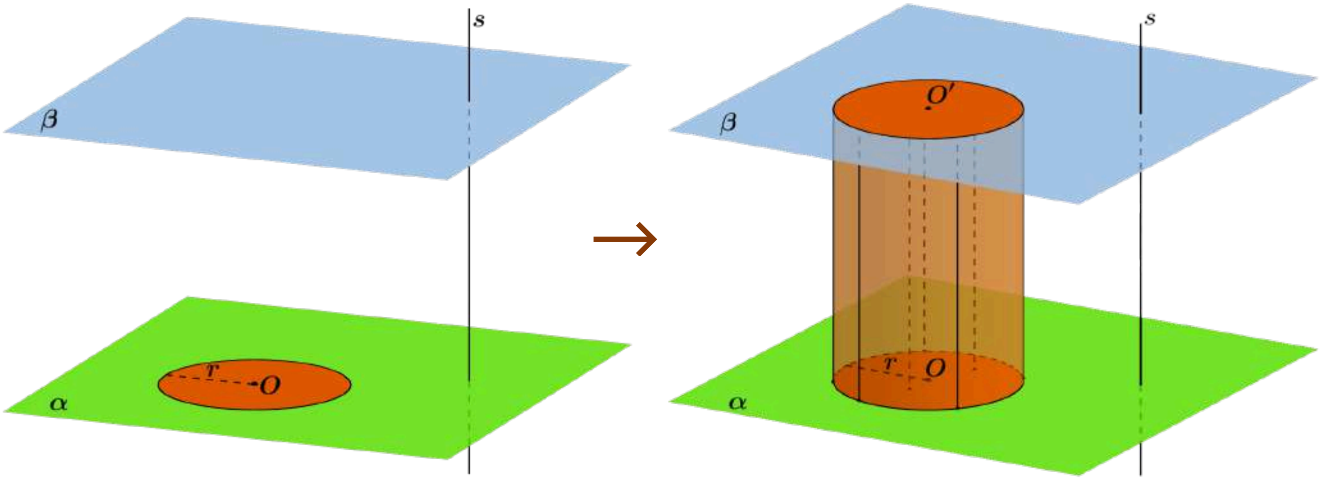
SOUZA, J. R. de. Multiversos Matemática: Geometria: Ensino Médio.1. ed. São Paulo: Editora FTD, 2020.

Detalhando o descritor

D129_M *Resolver problema envolvendo a área total e/ou volume de um sólido.*

CILINDRO

Dados dois planos paralelos α e β, um círculo de centro O e raio r contido em α e uma reta s secante aos planos α e β que não intersecta o círculo, a figura geométrica formada pela reunião de todos os segmentos de reta paralelos à reta s, com uma extremidade em um ponto do círculo e a outra no plano β, é denominada cilindro circular ou, simplesmente, cilindro.

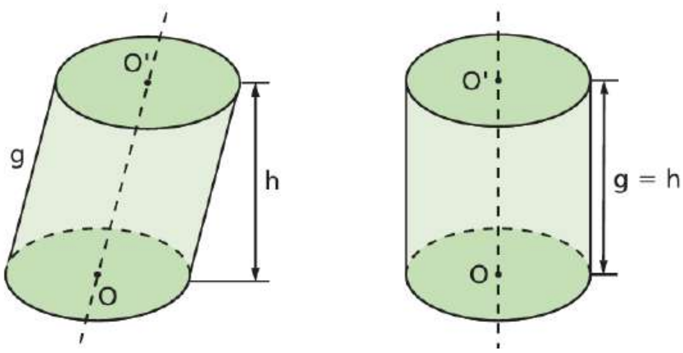


Fonte: Maurício de Oliveira Celeri

Tomando o cilindro construído, podemos determinar os seguintes elementos:

- **bases:** são os círculos de raio r e centros O e O' situados nos planos paralelos α e β, respectivamente;
- **raio da base:** é o raio do círculo que forma a base;
- **altura:** é a distância entre os planos paralelos α e β, cuja medida indicaremos por h;
- **eixo:** é a reta OO' que contém os centros das bases;
- **geratrizes:** são os segmentos de reta paralelos ao eixo e cujas extremidades são pontos das circunferências das bases. Indicaremos a medida da geratriz por g.

Assim como nos prismas e pirâmides, os cilindros podem ser oblíquos e retos. Observe as imagens abaixo:



cilindro oblíquo **cilindro reto**

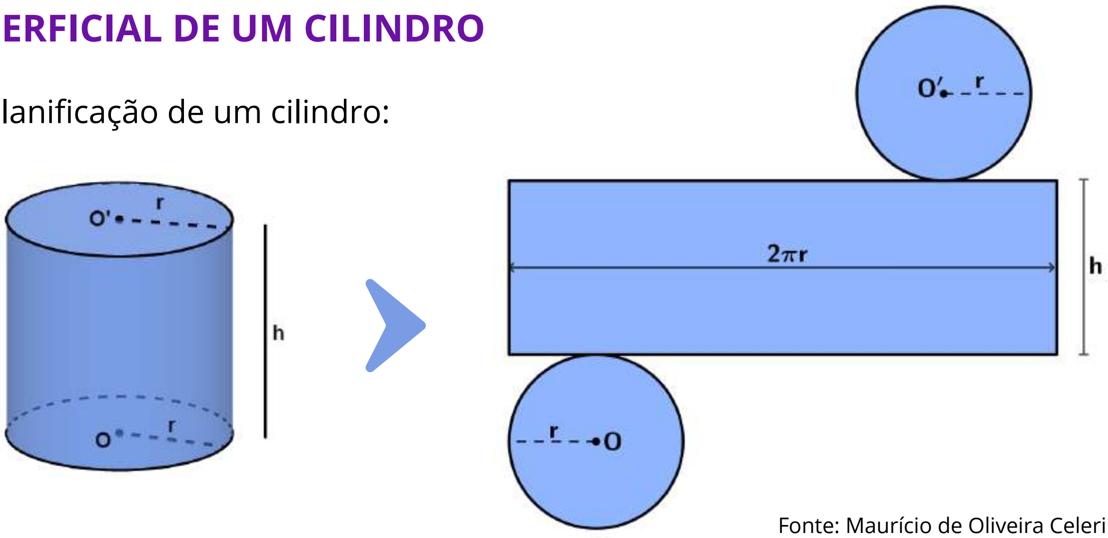
DOLCE; POMPEO, 2013.

Como você pode notar, quando temos um cilindro oblíquo a geratriz e a altura não são coincidentes, como acontece no cilindro reto.

Neste material, nosso interesse está nos cilindros retos. Portanto, a menos que haja uma indicação, visual ou textual, que seja um cilindro oblíquo, consideraremos o cilindro como reto.

ÁREA SUPERFICIAL DE UM CILINDRO

Observe a planificação de um cilindro:



Fonte: Maurício de Oliveira Celeri

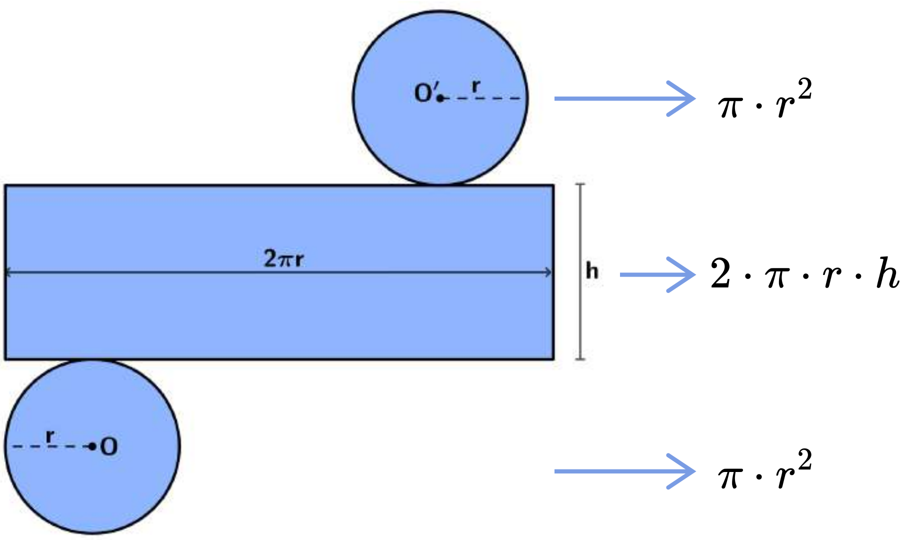
Em um cilindro podemos destacar as seguintes superfícies:

- **Superfície lateral (**A_l**)**: corresponde à área do retângulo que forma a lateral do cilindro.
- **Superfície da base (** A_b**)**: corresponde à área do círculo que compõe cada base do cilindro.
- **Superfície total (**A_T**):** corresponde à reunião da superfície lateral e das bases do cilindro.

Portanto,

$$A_T = 2 \cdot A_b + A_l$$

Porém, note que é possível determinar uma expressão algébrica para a área da superfície do cilindro, visto que ele é composto por um retângulo e dois círculos:

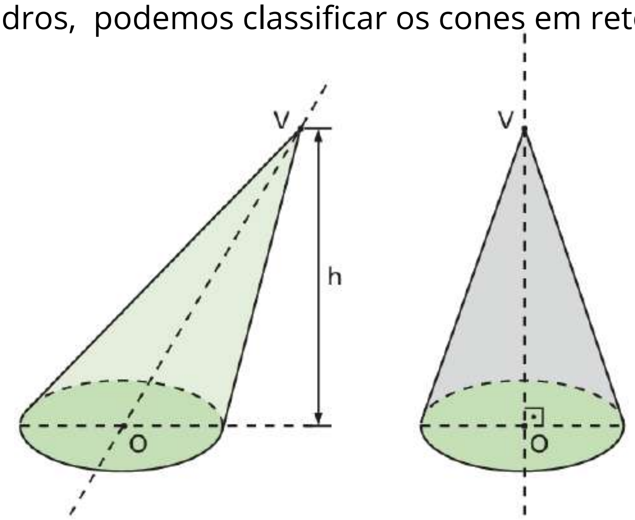


Fonte: Maurício de Oliveira Celeri

O cone possui:

- **uma base:** o círculo de centro O e raio r.
- **geratrizes:** são os segmentos com uma extremidade em V e a outra nos pontos da circunferência da base.
- **vértice:** o ponto V citado acima.
- **Altura:** distância perpendicular do vértice ao plano da base.

Assim como nos cilindros, podemos classificar os cones em retos ou oblíquos:



cone oblíquo **cone reto**

Neste material, nosso interesse está nos cones retos, portanto, a menos que haja uma indicação visual ou textual de que o cone seja um cone oblíquo, consideraremos cone como um cone reto.

ÁREA SUPERFICIAL DE UM CONE

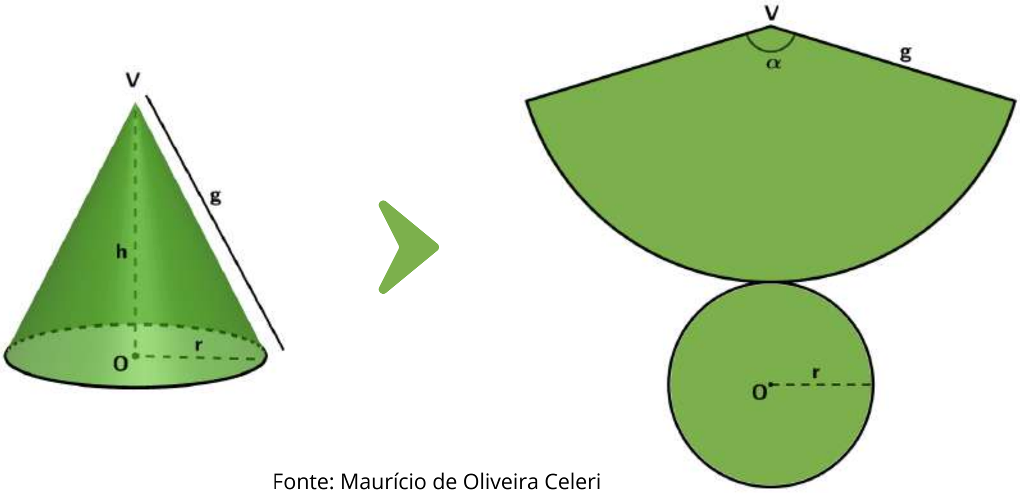
Em um cone podemos destacar as seguintes superfícies:

- **Superfície lateral (**A_l **)**: é a reunião das geratrizes. Corresponde à área de um setor circular.
- **Superfície da base (** A_b**)**: corresponde à área do círculo que compõe a base do cone.
- **Superfície total (**A_T **):** corresponde à reunião da superfície lateral e da base do cone.

Portanto,

$$A_T = A_b + A_l$$

Assim, como fizemos no cilindro, vamos determinar a expressão algébrica para determinar a área da superfície total do cone. Para isso, observe a planificação de um cone reto:



Fonte: Maurício de Oliveira Celeri

Para determinar a superfície total de um cone devemos calcular duas áreas:

- círculo de raio r

$$A_b = \pi r^2$$

- setor circular de raio g e ângulo central α

$$A_l = \frac{\alpha \pi g^2}{360^\circ}$$

Uma outra maneira de determinar a superfície lateral é escrevendo uma razão entre o comprimento da circunferência de raio g e o comprimento do setor circular, já que a área do setor circular é proporcional ao comprimento do arco correspondente :

$$\frac{2\pi g}{2\pi r} = \frac{\pi g^2}{A_l} \Rightarrow A_l = \frac{\pi g^2 r}{g} \Rightarrow A_l = \pi r g$$

Portanto

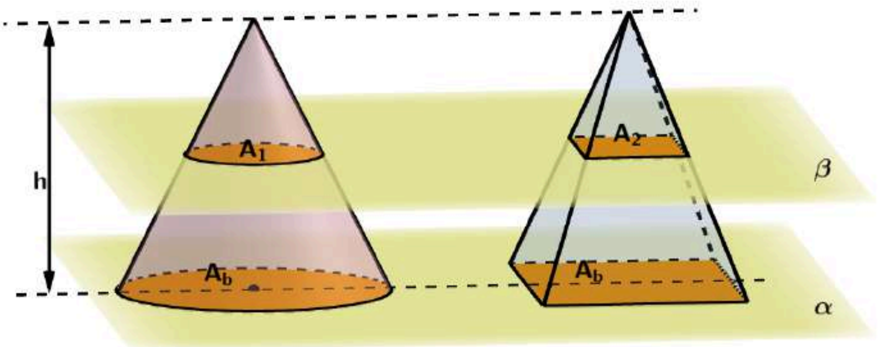
$$A_T = \pi r^2 + \frac{\alpha \pi g^2}{360^\circ} \Rightarrow \boxed{A_T = \pi\left(r^2 + \frac{\alpha g^2}{360^\circ}\right)}$$

Ou

$$A_T = \pi r^2 + \pi r g \Rightarrow \boxed{A_T = \pi r\,(r+g).}$$

VOLUME DE UM CONE

Consideremos um cone de altura h e área da base A_b e uma pirâmide de altura h e área da base A_b, isso é, um cone e uma pirâmide de alturas congruentes e bases de mesma área contidas em um plano α. Observe a ilustração abaixo:



Fonte: Maurício de Oliveira Celeri

Qualquer plano β, paralelo a α, que secciona os dois sólidos, determina as seções A_1 e A_2 congruentes.

Então, pelo princípio de Cavalieri, o cone e a pirâmide têm volumes iguais:

$$V_{cone} = \frac{A_b \cdot h}{3}.$$

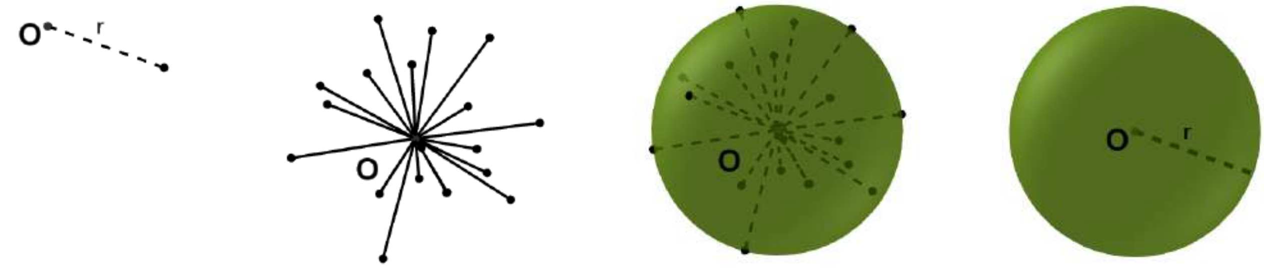
Como a base do cone é um círculo de raio r, temos

$$V_{cone} = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

ESFERA

Consideremos um ponto O e um número real positivo r qualquer. A esfera de centro O e raio de medida de comprimento r é o conjunto de todos os pontos do espaço que estão a uma distância menor ou igual a r do ponto O.

Vejamos, passo a passo, essa construção:



Fonte: Maurício de Oliveira Celeri

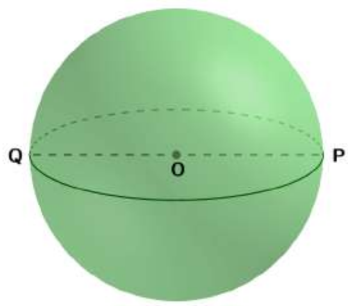
1
Consideremos um ponto O e um número real positivo r qualquer.

2
Determine todos os pontos do espaço que estão a uma distância menor ou igual a r do ponto O.

3
A esfera de centro O e raio de medida de comprimento r é o conjunto de todos esses pontos.

Na esfera podemos destacar os seguintes elementos:

- O é o centro da esfera;
- OP e OQ são os raios da esfera;
- PQ é o diâmetro da esfera.



Fonte: Maurício de Oliveira Celeri

O conjunto de todos os pontos do espaço, cuja distância ao centro O é a medida do raio é chamada de superfície esférica.

VOLUME DE UMA ESFERA

A medida de volume de uma esfera foi encontrada de maneira precisa, pela primeira vez, por Arquimedes de Siracusa (287 a.C. - 212 a.C.). Em seu tratado sobre a esfera e o cilindro, Arquimedes apresenta métodos para encontrar as medidas de área e de volume de alguns sólidos redondos. Nessa obra, ele concluiu que

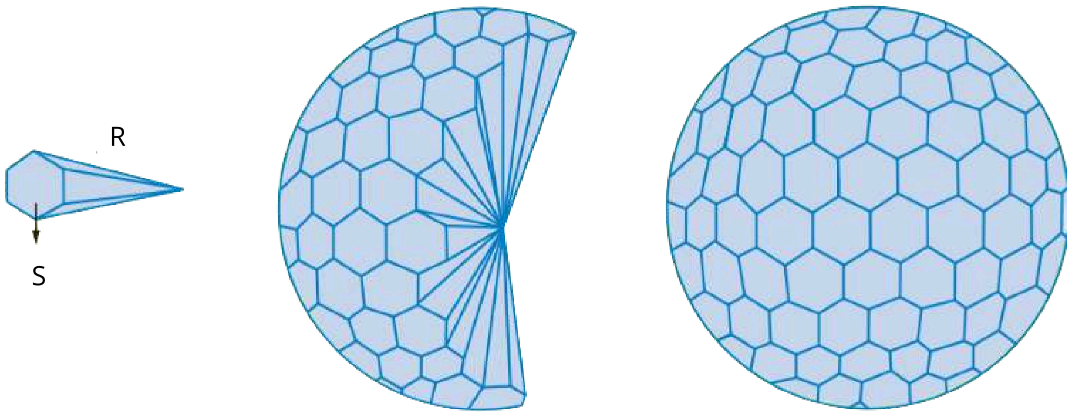
$$V_{esfera} = \frac{4\pi R^3}{3}.$$

ÁREA SUPERFICIAL DE UMA ESFERA

Considere uma esfera de raio R. Imagine-a como sendo a composição de diversos sólidos menores que se parecem com pirâmides de base hexagonal, mas que não o são, pois a superfície da esfera não é plana. Entretanto, tomando as bases dessas pirâmides de modo que sejam as menores possíveis, nossa suposição se torna plausível.

Assim, podemos admitir que a medida de volume da esfera é equivalente à soma das medidas de volume de todas essas “pirâmides” de bases minúsculas.

Observe a ilustração abaixo:



DOLCE; POMPEO, 2013.

Sendo S a medida de área da base de uma dessas pirâmides, a medida do seu volume é dada por

$$V = \frac{Sh}{3} = \frac{SR}{3}$$

Considerando que temos n pirâmides com áreas de base iguais a $S_1, S_2, \cdots, S_n$, então a área da superfície da esfera (A) é igual a $A = S_1 + S_2 + \cdots + S_n$.

Da mesma forma, o volume da esfera (E) é igual a

$$E = \frac{S_1 R}{3} + \frac{S_2 R}{3} + \cdots \frac{S_n R}{3} = \frac{R}{3} \cdot (S_1 + S_2 + \cdots + S_n) = \frac{R}{3} \cdot A = \frac{4\pi R^3}{3}$$

Logo,

$$\frac{R}{3} \cdot A = \frac{4\pi R^3}{3} \Rightarrow A = \frac{3 \cdot 4\pi R^3}{3R} \Rightarrow A = 4\pi R^2$$

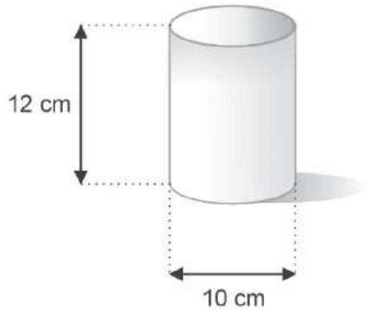
Portanto, a área da superfície da esfera é

$$A = 4\pi R^2$$

Análise Pedagógica de um Item

Enunciado

(PAMA11109AC) Um copo tem o formato de um cilindro reto conforme mostra a figura abaixo.



Suporte

Esse copo contém 130,4 cm³ de água. Quantos cm³ ainda cabem nesse copo?

Alternativas

A) 188,4
B) 246,4
C) 376,8
D) 811,6
E) 942,0

Distratores

Gabarito

- **Enunciado:** apresenta as informações necessárias à resolução do item. Engloba o suporte e o comando.
- **Suporte:** texto, imagem e/ou outros recursos que servem como base para a resolução do item. Nos itens de Língua Portuguesa, é obrigatória a presença de suporte.
- **Comando:** indica, de forma objetiva, a tarefa a ser realizada. Está diretamente relacionado à habilidade que o item deseja avaliar.
- **Gabarito:** alternativa correta.
- **Distratores:** alternativas incorretas, mas plausíveis. Os distratores devem corresponder a raciocínios possíveis.

Fonte: Revista da Escola - Equipe Pedagógica Matemática: PAEBES 2025 (CAEd UFJF)

O item apresentado contempla uma tarefa ancorada no nível avançado do descritor D129_M. Em especial, ele busca averiguar se o(a) estudante é capaz de “Determinar volume de cilindros.”

Esse item requer que o(a) estudante compreenda que o volume do cilindro é dado por $V = \pi r^2 h$, além de usar 3,14 como aproximação para π. Após essa identificação, o estudante deve ainda perceber que o recipiente já conta com 130,4 cm³, assim deve-se subtrair do volume do cilindro este valor. Assim, a solução seria:

$$V = \pi r^2 h - 130,4 \Rightarrow V = 3,14 \cdot 5^2 \cdot 12 - 130,4 \Rightarrow V = 942 - 130,4 = 811,6\ cm^3.$$

Portanto, o gabarito é a alternativa D.

Às demais alternativas, os distratores, cabe análise. Destacamos especialmente o distrator E, essa alternativa apresenta o volume do cilindro, no entanto demostra dificuldade na interpretação do item, pois o(a) estudante não finaliza a solução com a subtração do volume já existente no recipiente.

O distrator C, indica problema em dois pontos específicos: o primeiro diz respeito à potenciação no cálculo do volume do cilindro e o segundo retoma a dificuldade na interpretação do item, já discutido no distrator E. Neste distrator, o(a) estudante recorda da fórmula para o cálculo do volume, porém a executa de forma equivocada:

$$V = \pi r^2 h \Rightarrow V = 3,14 \cdot 5^2 \cdot 12 \Rightarrow V = 3,14 \cdot 10 \cdot 12 \Rightarrow V = 376,8\ cm^3.$$

No distrator B, o(a) estudante comete o erro presente no distrator C, porém executa a subtração do volume já presente no recipiente. Já no distrator A) o(a) estudante demonstra não recordar da fórmula para o cálculo do volume do cilindro, executando o cálculo da seguinte forma:

$$V = \pi r h \Rightarrow V = 3,14 \cdot 5 \cdot 12 \Rightarrow V = 188,4\ cm^3.$$

Caso o(a) estudante marque os distratores, algumas possibilidades de intervenção pedagógicas são sugeridas:

- Reforçar o conceito de potenciação;
- Explorar o volume do cilindro com materiais concretos, como latas e copos, e a relação entre volume e capacidade usando água e instrumentos medidores;
- Desenvolver estratégias de leitura e interpretação dos itens, chamando atenção, principalmente, para a leitura atenta do comando do item;
- Retomar a distinção entre perímetro, área e volume, desenvolvendo o raciocínio geométrico e associando cada conceito à sua respectiva unidade de medida.

Atividades

A seção de atividades apresenta diversas questões relacionadas aos descritores e habilidades estudados, sem limitar-se à estrutura de item utilizada em avaliações externas. Para mais atividades, acesse o **Portal de questões da SEDU**.

Este caderno de atividades está disponível para impressão **neste link** ou pelo QR Code ao lado.

ATIVIDADE 1

O Gás Liquefeito de Petróleo (GLP), também conhecido por gás de cozinha, é armazenado em vasos de pressão esféricos, chamados Esferas de Horton, em refinarias e bases de distribuição.

Para um determinado projeto, a esfera de Horton utilizada tem diâmetro interno igual a 18 m. (Use $\pi=3$)

a) Qual o volume de GLP que essa esfera comporta?

b) Sabendo que a densidade do GLP é, aproximadamente, 500 kg/m³, qual a massa de GLP que cada esfera comporta?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 1

a) Qual o volume de GLP que essa esfera comporta?

Como o diâmetro da esfera é igual a 18 m, seu raio é igual a 9 m, daí

$$V_{GLP} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 9^3}{3} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 729}{3} = 4 \cdot 729 = 2916 \ m^3$$

b) Sabendo que a densidade do GLP é, aproximadamente, 500 kg/m³, qual a massa de GLP que cada esfera comporta?

Como cada m³ de GLP tem massa, aproximadamente, igual a 500 kg, a massa de GLP que essa esfera comporta é igual a 2 916 m³ × 500 kg/m³ = 1 458 000 kg.

Prezado(a) Professor(a),
durante a realização dos exercícios deste material é comum encontrarmos valores aproximados para π. Em alguns casos, usamos π=3, em outros π=3,1 ou π=3,14, como é comum encontrarmos em livros didáticos. É interessante discutir com os(as) estudantes que isso acontece pois π tem representação decimal infinita e não periódica, sendo necessário trabalhar com aproximações de seu valor. O uso de diferentes aproximações visa diferentes objetivos, como simplificar um processo de cálculo ou ser mais fiel à medida real. Em alguns casos, também, é possível encontrar questões que não fornecem um valor aproximado de π. Nesse caso, é importante incentivar os(as) estudantes a desenvolver a questão usando apenas a representação simbólica de π.

ATIVIDADE 2

Uma sorveteria deseja criar um sistema de identificação de seus sorvetes de casquinha, que possuem formato de cone, nos tamanhos pequeno (P), médio (M) e grande (G), de modo que cada tamanho tenha o dobro da capacidade do tamanho anterior. O tamanho G tem diâmetro de 8 cm e altura de 18 cm. Os tamanhos M e P tem diâmetros iguais a 6 cm e 4 cm, respectivamente. Qual deve ser as alturas das casquinhas de tamanho M e P?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 2

Sabemos que a casquinha G tem formato de cone com raio da base igual a 4 cm e altura 18 cm, portanto, seu volume é

$$V_G = \frac{\pi \cdot 4^2 \cdot 18}{3} = \pi \cdot 16 \cdot 6 = 96\pi \ cm^3$$

Desta forma, podemos reunir as seguintes informações sobre as demais casquinhas:

Casquinha M	Casquinha P
raio da base: 3 cm altura: h_M volume: $48\pi \ cm^3$	raio da base: 2 cm altura: h_P volume: $24\pi \ cm^3$

Assim, podemos obter h_M e h_P:

Casquinha M

$$V_M = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h_M}{3} \Rightarrow 48\pi = \frac{\pi \cdot 3^2 \cdot h_M}{3} = \frac{9\pi \cdot h_M}{3} = 3\pi \cdot h_M$$

$$\Rightarrow h_M = \frac{48\pi}{3\pi} = \frac{48}{3} = 16 \ cm$$

Casquinha P

$$V_P = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h_P}{3} \Rightarrow 24\pi = \frac{\pi \cdot 2^2 \cdot h_P}{3} = \frac{4\pi \cdot h_P}{3}$$

$$\Rightarrow h_P = \frac{3 \cdot 24\pi}{4\pi} = \frac{3 \cdot 24}{4} = 3 \cdot 6 = 18 \ cm$$

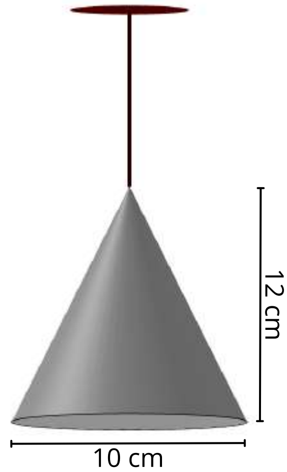
Portanto, a casquinha M possui altura igual a 16 cm e a casquinha P possui altura igual a 18 cm.

ATIVIDADE 3

Em projetos de decoração, é comum que os pendentes de luminárias tenham formas geométricas conhecidas. Um dos pendentes à venda em uma loja tem formato de cone, com 10 cm de diâmetro e 12 cm de altura, como pode ser observado na imagem ao lado.

a) Determine a área lateral desse pendente. (Use π=3,1)

b) Sabendo que o custo do material é de R$ 2.000,00 por m² de área lateral, determine o custo de produção desse pendente.

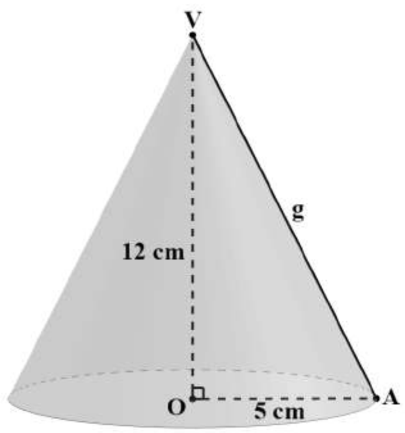


Fonte: Maurício de Oliveira Celeri

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 3

a) Determine a área lateral desse pendente. (Use π=3,1)

Como o diâmetro da base tem medida 10 cm, o raio da base tem medida igual a 5 cm. Para determinar a área lateral do cone, precisamos, primeiramente, determinar a geratriz. Assim, a partir do cone dado, determinamos o seguinte triângulo retângulo:



Fonte: Maurício de Oliveira Celeri

Pelo Teorema de Pitágoras, temos que

$$g^2 = 12^2 + 5^2 \Rightarrow g^2 = 144 + 25 = 169 \Rightarrow g = \sqrt{169} = 13 \ cm$$

Vimos que a área lateral do cone é dada por $A_l = \pi r g$, portanto,

$$A_l = 3,1 \cdot 5 \cdot 13 = 201,5 \ cm^2$$

b) Sabendo que o custo do material é de R$ 2.000,00 por m² de área lateral, determine o custo de produção desse pendente.

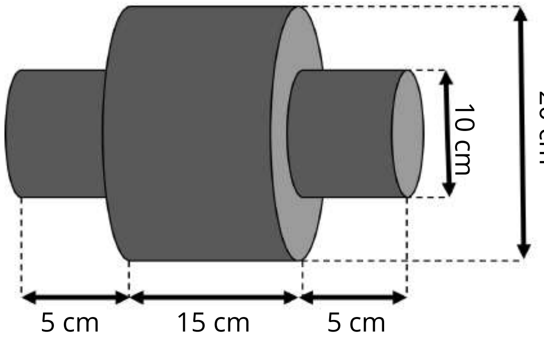
Cada m² do material usado para fabricar o pendente custa R$ 2 000,00. Sabemos que 1 m²=10 000 cm², portanto, temos:

$$\frac{2000}{10000} = \frac{x}{201,5} \Rightarrow x = \frac{201,5 \cdot 2000}{10000} = 40,3$$

Ou seja, o custo para confeccionar este pendente é de R$ 40,30.

ATIVIDADE 4

Um engenheiro mecânico deseja construir uma peça metálica maciça em aço no formato apresentado ao lado. Determine o volume total dessa peça. (Use π=3,14)



Fonte: Maurício de Oliveira Celeri

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 4

Note que a peça é composta por 3 cilindros, portanto, o volume total da peça será a soma do volume dos 3 cilindros.

Pela figura obtemos:

- **Cilindro 1**: raio = 5 cm e altura = 5 cm;
- **Cilindro 2**: raio = 10 cm e altura = 15 cm;
- **Cilindro 3**: raio = 5 cm e altura = 5 cm.

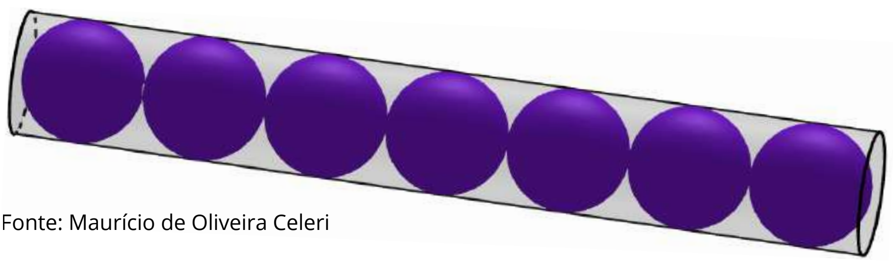
Assim, obtemos:

$$V_{total} = V_{C1} + V_{C2} + V_{C3} = 3,14 \cdot 5^2 \cdot 5 + 3,14 \cdot 10^2 \cdot 15 + 3,14 \cdot 5^2 \cdot 5$$

$$V_{total} = 392,5 + 4710 + 392,5 = 5495 \ cm^2$$

ATIVIDADE 5

Uma fábrica deseja criar uma embalagem em formato de tubo cilíndrico para armazenar gomas de mascar esféricas. O tubo tem 14 cm de comprimento e 1 cm de raio interno e comporta 7 gomas de mascar idênticas, conforme pode ser observado na figura abaixo.



Fonte: Maurício de Oliveira Celeri

a) Determine o volume interno do tubo cilíndrico.
b) Determine o volume de uma goma de mascar esférica.
c) Sabendo que as gomas ocupam todo o espaço disponível no tubo sem deformação, determine a razão entre o volume ocupado e o volume total do tubo cilíndrico.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 5

a) Determine o volume interno do tubo cilíndrico.
O tubo tem a forma de um cilindro cujo raio da base é igual a 1 cm e a altura é igual a 14 cm, daí

$$V_{cilindro} = \pi \cdot 1^2 \cdot 14 = 14\pi \ cm^3$$

b) Determine o volume de uma goma de mascar esférica.
A goma tem formato de uma esfera de raio igual a 1 cm, logo

$$V_{goma} = \frac{4\pi \cdot 1^3}{3} = \frac{4\pi}{3} \ cm^3$$

c) Sabendo que as gomas ocupam todo o espaço disponível no tubo sem deformação, determine a razão entre o volume ocupado e o volume total do tubo cilíndrico.
O raio de cada goma é 1 cm, logo o diâmetro é igual a 2 cm. Como o tubo possui 14 cm, ele aloca 7 gomas sem deformação. Desta forma, o volume ocupado pelas gomas nesse tubo é

$$7 \cdot V_{goma} = 7 \cdot \frac{4\pi}{3} = \frac{28\pi}{3} \ cm^3$$

Portanto, a razão entre o volume ocupado e o volume total do tubo cilíndrico é

$$\frac{\frac{28\pi}{3}}{14\pi} = \frac{28\pi}{3} \cdot \frac{1}{14\pi} = \frac{28\pi}{3 \cdot 14\pi} = \frac{2}{3}$$

Prezado(a) Professor(a),
essa é uma questão interessante para incentivar os(as) estudantes a desenvolver o raciocínio usando apenas a representação simbólica de π, sem realizar substituição por valor aproximado.

De olho no Paebes

Esta seção tem como objetivo exemplificar algumas variações possíveis entre itens referentes a um mesmo descritor em sua escala de proficiência. Portanto, ela não deve ser tratada como material preparatório único e suficiente para o Paebes, mas sim como um auxiliar ao trabalho pedagógico em sala de aula. Para mais itens, acesse o **Portal de questões da SEDU.**

O "De olho no Paebes" também está disponível em uma versão para impressão **neste link** ou no QR Code ao lado.

D129_M

Resolver problema envolvendo a área total e/ou volume de um sólido.

Avançado	500–450	
Avançado	450–425	Resolver problemas envolvendo cálculo da área lateral ou total de um cilindro, com ou sem apoio de figuras. Resolver problemas envolvendo cálculo de volume de cilindro. Determinar o volume de pirâmides regulares.
Avançado	425–400	Determinar a área da superfície de uma pirâmide regular. Determinar o volume de um cone reto a partir das medidas do diâmetro da base e da altura na resolução de problemas sem apoio de imagem. Determinar o volume de cilindros. Determinar o volume de um paralelepípedo, dadas suas dimensões em unidades diferentes.
Avançado	400–375	–
Proficiente	375–350	Resolver problema envolvendo o volume de um cubo ou de um paralelepípedo retângulo sem o apoio de figura.
Proficiente	350–325	Resolver problema envolvendo o volume de um cubo ou de um paralelepípedo retângulo com o apoio de figura.
Básico	325–300	–
Básico	300–275	Determinar o volume através da contagem de blocos.
Abaixo do básico	275–250	–
Abaixo do básico	250–225	–
Abaixo do básico	225–200	–
Abaixo do básico	200–175	–
Abaixo do básico	175–150	–
Abaixo do básico	150–125	–
Abaixo do básico	125–0	

ITEM 1 - Avançado

(M120227G5) Para o tratamento de água potável de uma pequena cidade foi construído um reservatório com o formato de um cilindro circular reto cujo diâmetro interno da base mede 3 m e a altura interna mede 8 m.

Dados:
$1 m^3 = 1\ 000 L$
$\pi \cong 3,14$

A capacidade máxima de água, em litros, desse reservatório é

A) 15 065
B) 56 520
C) 75 360
D) 177 472
E) 226 080

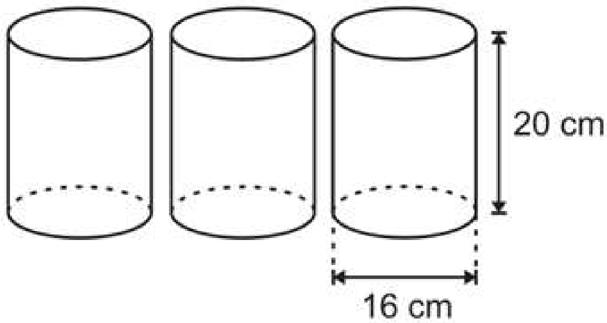
Gabarito: B

Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Determinar o volume de cilindros".

ITEM 2 - Avançado

(AMA - 2023) Luana está brincando de acertar, com uma bolinha, três latas cilíndricas idênticas dispostas em uma mesa. Para que essas latas não sejam derrubadas, ela irá colocar areia até a metade da capacidade de cada uma dessas latas. As latas estão representadas abaixo com a indicação das medidas do diâmetro e da altura de uma delas.

Considere: $\pi = 3$



Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Resolver problemas envolvendo cálculo de volume de cilindro".

Quantos centímetros cúbicos de areia, no mínimo, Luana irá utilizar?

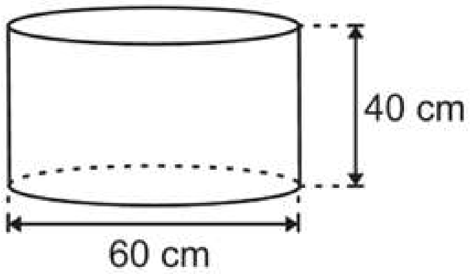
A) 318 cm^3.
B) 480 cm^3.
C) 5 760 cm^3.
D) 11 520 cm^3.
E) 23 040 cm^3.

Gabarito: C

ITEM 3 - Avançado

(AMA - 2024) Juliana participará de um festival gastronômico e usou um tipo de molde com o formato de um cilindro para a produção de queijo. Observe, na figura abaixo, uma representação desse molde com a indicação da medida da altura e do diâmetro de sua base.

Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Resolver problemas envolvendo cálculo da área lateral ou total de um cilindro, com ou sem apoio de figuras".



Considere:
$\pi = 3$

Antes da produção, Juliana revestiu a região que corresponde à área total desse molde com um determinado tipo de material. Qual é a quantidade mínima de material, em centímetro quadrado, que ela utilizou para fazer esse revestimento?

A) 36 000 cm².
B) 12 600 cm².
C) 9 900 cm².
D) 7 200 cm².
E) 2 400 cm².

Gabarito: B

ITEM 4 - Avançado

(M11273SI) Uma lanchonete utiliza um coador de café, em forma de cone, com 6 cm de raio da base por 12 cm de altura.

Qual é o volume máximo de café, em cm³, que pode ser feito nesse coador?

A) 48
B) 144
C) 48π
D) 72π
E) 144π

Gabarito: E

Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Determinar o volume de um cone reto a partir das medidas do diâmetro da base e da altura na resolução de problemas sem apoio de imagem".

ITEM 5 - Avançado

(M120230G5) Amanda construiu um molde para velas em forma de cone reto cujas dimensões internas são 5 cm de altura e 4 cm de diâmetro.

Qual é a quantidade máxima de parafina que ela poderá colocar dentro desse molde?

A) $\dfrac{10\pi}{3}\ cm^3$

B) $\dfrac{20\pi}{3}\ cm^3$

C) $20\pi\ cm^3$

D) $\dfrac{80\pi}{3}\ cm^3$

E) $80\pi\ cm^3$

Gabarito: B

Conexão ENEM

Aqui você terá questões de edições recentes do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) relacionadas ao conteúdo do capítulo. Devido aos objetivos específicos dessa avaliação, é possível que as questões apresentem especificidades não contempladas no material, assim como este, por sua vez, não objetiva ser preparatório para o ENEM. Para mais questões, visite o repositório de provas e gabaritos de edições anteriores clicando **aqui**.

Acesse o “Conexão ENEM” para impressão **neste link** ou pelo QR Code ao lado.

Material Extra

Sugestão de leitura

Sugerimos a leitura do artigo "História da matemática como recurso metodológico: sobre a compreensão do volume da esfera com Arquimedes", publicado na Revista História da Matemática para Professores.

Outros artigos publicados na Revista podem servir de elementos de estudo para o professor em outros momentos.

Sugestão de leitura

Para aprofundamento sobre os sólidos de revolução pode ser usado o produto educacional de Ana Lúcia Vaghetti Pinheiro do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional: Estudo dos Sólidos de Revolução com Ênfase nos Corpos Redondos – Concepções de uma Sequência Didática.

Referências

BONJORNO, J. R.; GIOVANNI JUNIOR, J. R.; SOUSA, P. R. C. Prisma matemática: geometria. 1. ed. São Paulo: Editora FTD, 2020.

DANTE, L. R.; VIANA, F. Matemática em Contextos: geometria plana e espacial. 1. ed. São Paulo: Editora Ática, 2020.

DOCE, Osvaldo; Pompeo, José Nicolau. Fundamentos de matemática elementar, 10: geometria espacial, posição e métrica. 7. ed. São Paulo: Atual, 2013.

LAUNAY, M. A Fascinante História da Matemática: da pré-história aos dias de hoje. Trad. Clóvis Marques. 2. ed. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2021.

Formulários de Avaliação e Apontamentos da RPE

FORMULÁRIO DE AVALIAÇÃO

Disponibilizamos um formulário de avaliação, por meio do QR Code e do *link* abaixo, para que possamos identificar pontos de melhoria e ajustar as Rotinas Pedagógicas Escolares (RPE) de acordo com a realidade da sua sala de aula.

Link: https://forms.gle/sftzbthjyquEDcfy7

APONTAMENTOS NA RPE

Disponibilizamos também um formulário para apontar ajustes necessários, por meio do QR Code e do *link* abaixo. Caso tenha encontrado algum ponto de melhoria ou erro, por favor, detalhe abaixo para que a nossa equipe possa realizar as devidas correções.

Link: https://forms.gle/sftzbthjyquEDcfy7