Governo do Estado do Espírito Santo
Secretaria da Educação
Gerência de Educação Infantil e Ensino Fundamental

PRÁTICAS EXPERIMENTAIS DE *Matemática* PARA O ENSINO FUNDAMENTAL

6º ANO
2º TRI.

Secretaria de Estado da Educação do Espírito Santo

Andrea Guzzo Pereira
Secretária de Estado da Educação

Subsecretaria de Educação Básica e Profissional

Gerência de Educação Infantil e Ensino Fundamental - Geief

Rafaela Teixeira Possato de Barros
Gerente

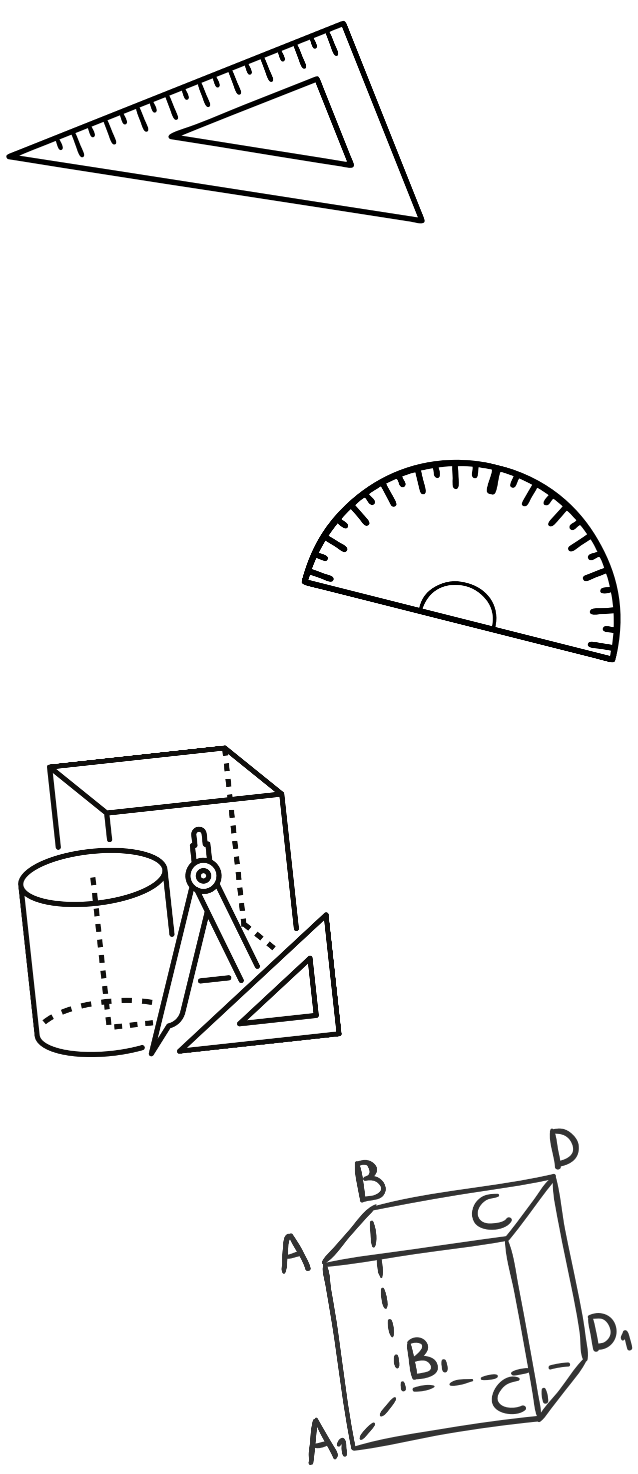
Débora Aparecida Furieri Matos
Subgerente

Euléssia Costa Silva
Guilherme Escarpini Helmer
Equipe responsável

Adriana Lisboa Chaves Rezende
Antonio da Silva Pereira Neto
Euléssia Costa Silva
Guilherme Escarpini Helmer
Ivana Lima Brito
Júlio César Campos
Luara Zucolotto Afonso
Monalisa Di Paula Silva de Albuquerque
Roque Alves da Silva Júnior
Simone Maria Oliveira Gonçalves
Tatiana Gomes dos Santos Peterle
Equipe Técnica da Gerência de Educação Infantil e Ensino Fundamental

Adalzira Ribeiro da Hora
Sandra Mara Moura Machado
Equipe de Apoio da Gerência de Educação Infantil e Ensino Fundamental

APRESENTAÇÃO



Prezado(a) professor(a),

A educação contemporânea tem sido profundamente marcada por desafios relacionados ao letramento matemático, contexto em que a experimentação matemática emerge como um imperativo educacional e se constitui fator essencial à vivência escolar e cidadã e à intervenção no mundo.

Pensando nisso, e com vistas a subsidiar o desenvolvimento da experimentação matemática do 6º ao 9º ano, a Gerência de Educação Infantil e Ensino Fundamental - Geief elaborou o documento *Práticas Experimentais de Matemática no Ensino Fundamental.*

O objetivo é que, a partir deste material, os(as) professores de Matemática disponham de mais um subsídio para desenvolver as aprendizagens dos(as) estudantes de forma contextualizada e significativa.

Assim, abarcando diferentes metodologias de ensino e considerando as distintas formas de aprender dos(as) estudantes, propomos o desenvolvimento de práticas que contribuam para a ampliação e o aprofundamento de importantes conhecimentos matemáticos do 5º ao 9º ano do ensino fundamental.

Desse modo, professor(a), desejamos que estas práticas fomentem a sua práxis pedagógica voltada à abordagem crítica e reflexiva dos conhecimentos matemáticos, contando, para isso, com a sua preciosa contribuição, elemento essencial para o sucesso educacional pelo qual almejamos.

Bom trabalho!

Por que promover práticas experimentais de Matemática?

Professor(a), o dinamismo que marca a sociedade contemporânea exige práticas de ensino cada vez mais diversificadas, que atendam às diferentes expectativas e necessidades de aprendizagem dos(as) estudantes. Desse modo, concebemos que o trabalho com práticas experimentais de Matemática pode fomentar o(a):

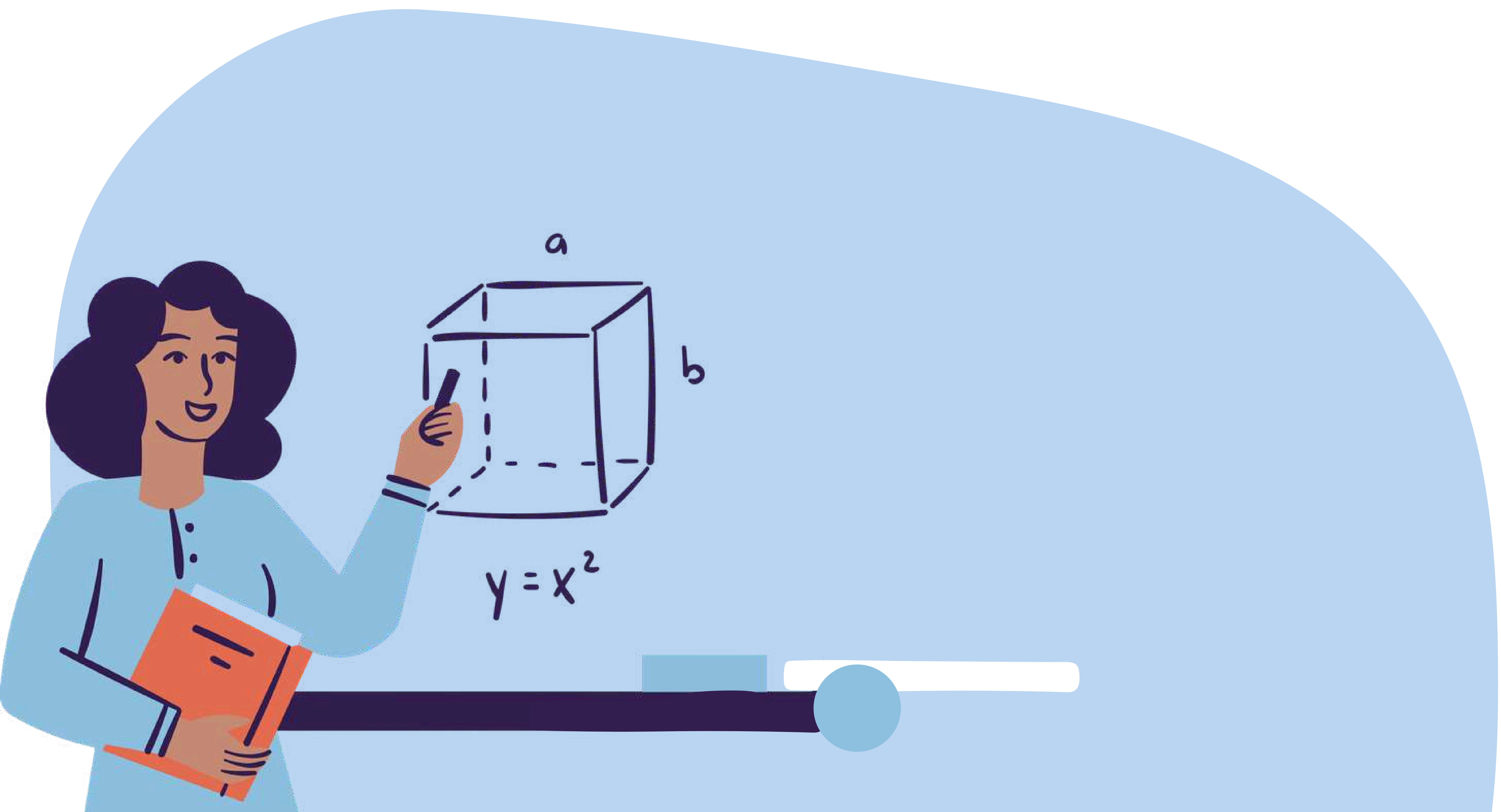
Desenvolvimento e consolidação de habilidades: a realização de experimentos contribui para o desenvolvimento de habilidades essenciais, sobretudo aquelas cujos resultados estão fragilizados no ensino fundamental anos finais. A abordagem prática, aliada à ludicidade, ajuda a ilustrar conceitos, evidenciando sua aplicabilidade em situações concretas, o que amplia as possibilidades de aprendizagem dos(as) estudantes.

Pensamento crítico: a experimentação matemática instiga o pensamento crítico, uma vez que, por meio de experiências, os(as) estudantes aprendem a formular perguntas e a levantar hipóteses, tendo a oportunidade de refletir, a partir da mediação do(a) professor(a), sobre a própria construção de conhecimentos.

Compreensão e aplicação da lógica matemática: os diferentes conhecimentos que compõem a vida cotidiana são fundamentalmente perpassados pela lógica matemática, o que torna imprescindível sua compreensão e aplicação pelos(as) estudantes.

Engajamento: A vivência com práticas experimentais pode motivar os(as) estudantes ao promover um contato mais dinâmico e lúdico com os diferentes conhecimentos, constituindo um contexto mais propício ao estreitamento do vínculo dos(as) estudantes com os seus estudos.

Combate ao estigma de que a matemática é difícil e inacessível: a cultura de que a matemática é difícil e inacessível se configura como um obstáculo ao processo educacional que urge ser mitigado. Ao vivenciar experiências com a matemática, intencionamos que os(as) estudantes percebam que é possível aprendê-la (e de diferentes formas).



As práticas experimentais de matemática estão estruturadas nas seguintes seções:

APRESENTAÇÃO E CONCEITUAÇÃO

Nesta seção, apresentamos um resumo do que será abordado na prática proposta e os conceitos matemáticos que serão trabalhados.

OBJETIVO DA AULA

Nesta seção, detalhamos o objetivo da aula, com vistas a contribuir para a orientação do trabalho docente.

UM POUCO DE HISTÓRIA

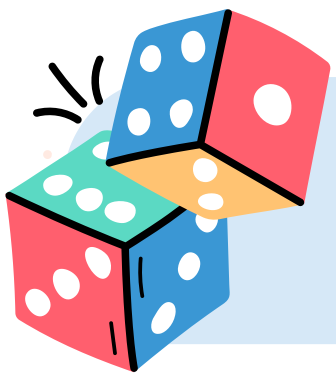
Nesta seção, apresentamos alguns momentos e personagens da história da matemática.

DESENVOLVIMENTO

Nesta seção, detalhamos os procedimentos metodológicos necessários à realização da prática, indicando as etapas de execução da prática experimental. Também propomos uma discussão sobre as estratégias adotadas pelos(as) estudantes, permitindo que eles compartilhem suas observações e aprendam com as abordagens dos colegas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS E AVALIAÇÃO

Aqui, dispomos os pontos de diálogo necessários ao encerramento da execução da prática, com reflexões e possíveis conclusões que devem ser pensadas com os(as) estudantes.



JOGOS MATEMÁTICOS

Pensando na utilização de jogos analógicos e digitais como ferramentas de promoção da aprendizagem lúdica, as práticas experimentais são complementadas com jogos que versam sobre as temáticas das práticas propostas.

SUMÁRIO

CLIQUE NAS AULAS PARA ACESSÁ-LAS

PRÁTICA 1: NUTRIÇÃO E MATEMÁTICA, UMA COMBINAÇÃO SAUDÁVEL.

Habilidade: EF06MA10/ES - Resolver e elaborar problemas que envolvam adição e/ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.

Objeto de conhecimento: Adição e subtração de frações.

Expectativa de aprendizagem: Adicionar e subtrair frações com denominadores diferentes, utilizando frações equivalentes.

Materiais necessários:
- Folhas de papel A4
- Lápis
- Régua (essencialmente recomendado).

APRESENTAÇÃO E CONCEITUAÇÃO

Quando se trabalha utilizando dobraduras para representar frações, utilizamos majoritariamente o significado de frações como **as partes de um todo.** Nossa proposta, para o desenvolvimento dessa noção é trabalhar a habilidade a partir de dobraduras.

É comum que estudantes estabeleçam conexões entre frações e figuras particionadas, e a soma de frações com denominadores iguais, devido ao seu caráter intuitivo. No entanto, diante de situações que envolvem a soma de frações com denominadores distintos, os(as) estudantes são, em geral, pouco incentivados a estabelecer relações de significado entre os conhecimentos anteriormente construídos e o novo conteúdo apresentado. Frequentemente, o ensino restringe-se à exposição do algoritmo, como se a soma de frações com denominadores diferentes constituísse um procedimento isolado e desvinculado das demais habilidades já desenvolvidas. Nossa proposta visa oportunizar um modo de produção de significados com transição entre representações visuais, concretas e algébricas para além do algoritmo, promovendo conexões entre os conhecimentos já consolidados e o novo, que é a soma de frações com denominadores não iguais.

OBJETIVO DA AULA

Desenvolver a habilidade por meio da utilização de dobraduras para ilustrar, problematizando o objeto de conhecimento em contexto geométrico manipulativos.

Quando os números naturais (1, 2, 3...) deixaram de ser suficientes para medir a realidade, a humanidade precisou "quebrar" a unidade, dando origem aos números racionais ($\mathbb{Q}$). Ao longo da história, a forma como representamos as frações passou por diversas transformações, resultado das contribuições de diferentes culturas. Embora civilizações antigas, como a egípcia, já utilizassem frações em contextos práticos, especialmente na medição de terras e na divisão de alimentos, foi na tradição matemática da Índia e, posteriormente, no Mundo Islâmico, que ocorreram avanços significativos na sistematização dessas ideias.

Matemáticos indianos como Brahmagupta e Bhaskara II desenvolveram regras operatórias envolvendo frações e contribuíram para a organização de sua escrita, ainda que sem a padronização gráfica que utilizamos atualmente. No Mundo Islâmico, houve um importante processo de sistematização e aperfeiçoamento desses conhecimentos. Destaca-se, nesse contexto, o matemático Al-Hassar, que contribuiu com a sistematização da barra horizontal para representar frações, uma inovação que tornou mais clara a distinção entre numerador e denominador e facilitou os cálculos.

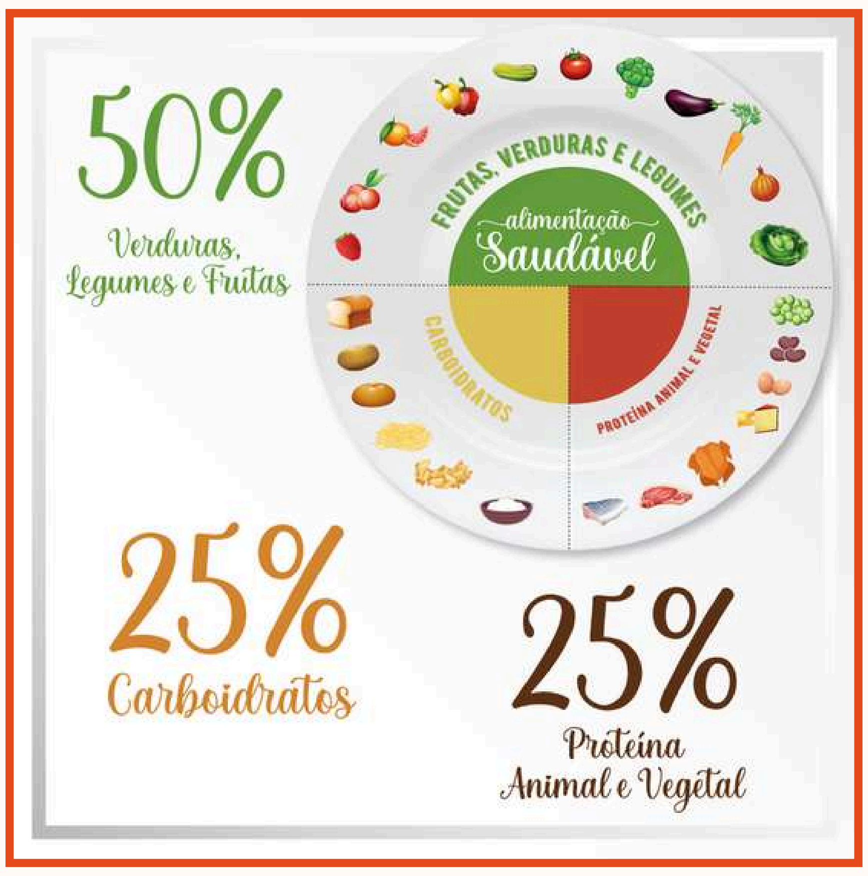
Esse conjunto de conhecimentos foi gradualmente difundido na Europa medieval, especialmente por meio de obras como o Liber Abaci, de Leonardo Fibonacci. Nessa obra, Fibonacci apresentou e popularizou os algarismos indo-arábicos e métodos de cálculo que envolviam frações e proporções, contribuindo para a consolidação do uso dos números racionais no contexto europeu.

Com o desenvolvimento da matemática nos séculos seguintes, o estudo das frações deixou de estar restrito a aplicações práticas e passou a integrar construções teóricas mais amplas. No século XVIII, Maria Gaetana Agnesi destacou-se por sua contribuição à organização e ao ensino da matemática, apresentando conceitos algébricos de forma clara e acessível, incluindo aqueles relacionados aos números racionais. Já Sophie Germain contribuiu para a teoria dos números, especialmente no estudo da divisibilidade, tema que, embora não trate diretamente das frações, está relacionado à compreensão de suas propriedades fundamentais.

Já no contexto da matemática moderna, Emmy Noether desempenhou um papel central no desenvolvimento da álgebra abstrata. Suas contribuições ajudaram a estruturar conceitos como os “corpos de frações”, nos quais as frações são compreendidas de maneira mais geral, como elementos de sistemas algébricos. Essa abordagem amplia o significado das frações, que deixam de ser vistas apenas como quocientes de números inteiros e passam a integrar estruturas fundamentais da matemática contemporânea.

Assim, aquilo que teve origem em necessidades concretas — como medir terras ou dividir alimentos — evoluiu, ao longo dos séculos, para se tornar um conceito central na matemática, essencial tanto em aplicações cotidianas quanto em teorias abstratas que buscam compreender a continuidade, a medida e a precisão no estudo do mundo.

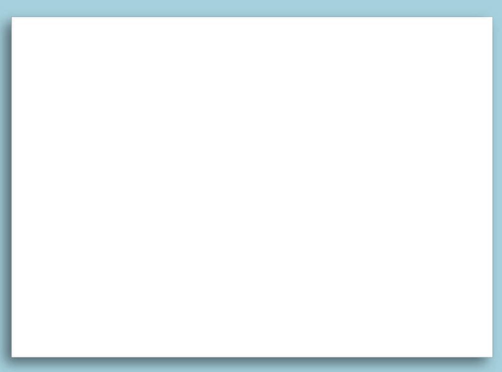
DESENVOLVIMENTO



Uma alimentação equilibrada é fundamental para manter a saúde e garantir o bom funcionamento do organismo. Para isso, é essencial saber como compor um prato saudável, respeitando as proporções ideais dos alimentos. O modelo de um prato balanceado recomenda que metade da refeição seja composta por vegetais crus e cozidos, garantindo fibras, vitaminas e minerais essenciais. Um quarto do prato deve conter proteínas, como carnes magras, ovos ou leguminosas, que são fundamentais para a construção e a manutenção dos tecidos do corpo. O outro quarto deve ser reservado para os carboidratos, como arroz, batata ou massas integrais, que fornecem energia para as atividades diárias. Nesta aula, vamos aprender a montar um prato equilibrado, prezando uma nutrição adequada e promovendo hábitos alimentares saudáveis.

Sophia, para compor um prato saudável, montou seu jantar de forma que metade do prato é composta por alface, couve e brócolis (vegetais), um quarto é composto por peito de frango grelhado (proteína) e, como não está com muita fome desta vez, deixará de comer os carboidratos. Qual fração do prato de Sophia corresponde à quantidade de comida associada aos vegetais mais a porção de proteína?

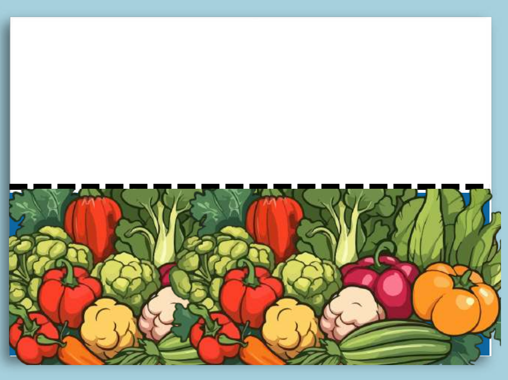
Professor(a), aproveite o tema para oportunizar uma revisão sobre frações. Organize a turma em grupos de 3 a 5 pessoas, de modo que cada grupo receba 3 folhas A4: uma para cada fração citada no problema e uma para representar um inteiro. Além disso, cada grupo deverá representar as frações do problema nas referidas folhas de papel: (1) (inteiro), $\left(\frac{1}{2}\right)$ (metade) e $\left(\frac{1}{4}\right)$ (um quarto), respectivamente.



(UM INTEIRO) (1)

Numerador 1
Denominador 1

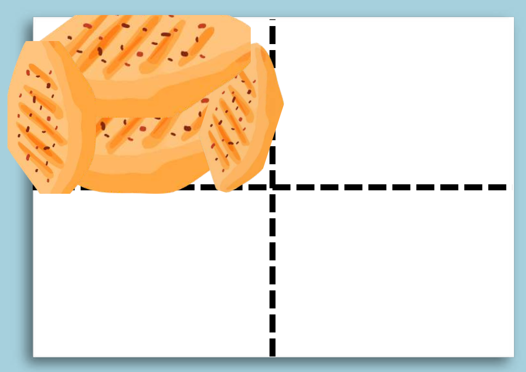
#A folha inteira representa o prato que, na matemática, chamamos de inteiro.



UM MEIO $\left(\frac{1}{2}\right)$

Numerador 1
Denominador 2

#O inteiro foi divido em 02 partes iguais, na qual metade corresponde aos vegetais crus ou cozidos.



UM QUARTO $\left(\frac{1}{4}\right)$

Numerador 1
Denominador 4

#O inteiro foi divido em 04 partes iguais, em que uma das partes corresponde às proteínas.

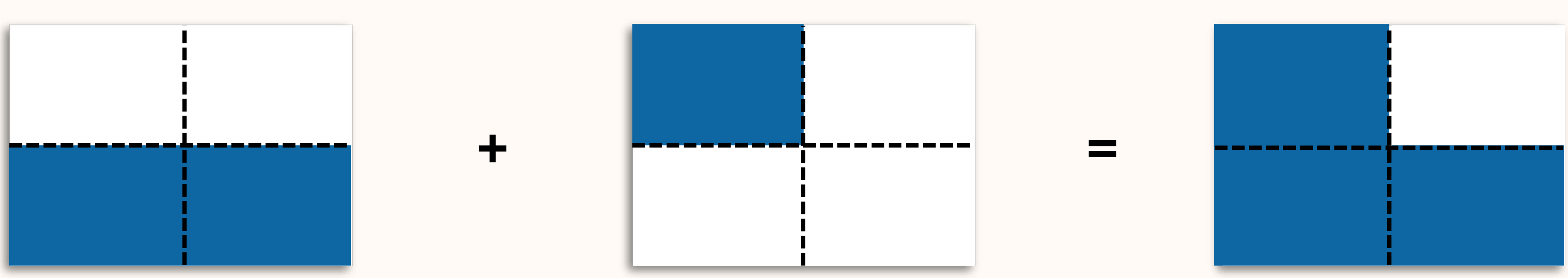
Professor(a), peça que grupos resolvam o problema, mas exerça mediação para:

- Garantir que os(as) estudantes compreendam o problema e que a resposta do problema seja dada pela fração resultante da soma.
- Incentivar que os(as) estudantes tentem comparar as frações, encaixando uma na outra, utilizando, conjecturando e testando suas ideias com o material manipulativo.
- Estimular o protagonismo e a aprendizagem entre os pares. Caso algum(a) estudante tenha dúvida, se atente para que um(a) colega do mesmo grupo o auxilie: “Como você fez?”, “Como você explicaria ao(à) colega?”

Professor(a), oportunize que os(as) estudantes apresentem suas resoluções, mas sistematize com eles(as) as resoluções.

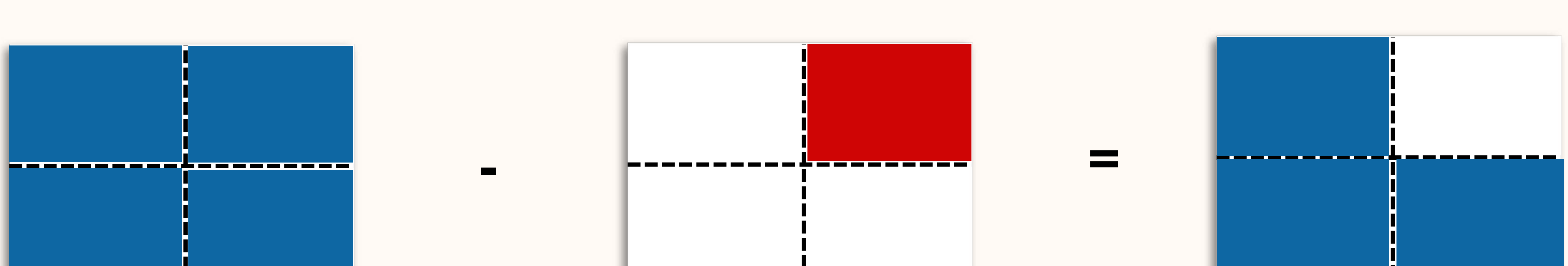
1) Pegue uma folha de papel e diga que essa folha representa 1 inteiro (os(as) estudantes têm uma delas na mesa). Peça que um membro de cada grupo reproduza o papel. Mostre que a quantidade de vegetais é o dobro da de proteínas. Dividindo o inteiro (a folha) em quatro partes (dobre ao meio, dobre ao meio novamente e abra o papel), marque nele **dois quartos** $\left(\frac{2}{4}\right)$ e pergunte se representa a mesma quantidade do inteiro que a fração **um meio** $\left(\frac{1}{2}\right)$.

Outra alternativa: pode-se sobrepor uma fração sobre a outra, utilizando folhas coloridas, uma folha para $\left(\frac{1}{2}\right)$ e outra para $\left(\frac{2}{4}\right)$, evidenciando-se, assim, a equivalência entre as frações.



$\left(\frac{2}{4}\right)$	$\left(\frac{1}{4}\right)$	$\left(\frac{3}{4}\right)$
2 partes de um total de 4 partes	1 parte de um total de 4 partes	3 parte de um total de 4 partes

2) Novamente, com uma folha representando um inteiro, após dividi-la em quatro partes, interpretando o problema na perspectiva do que falta para o prato ficar completo, a fração ausente do prato é a porção pertinente aos carboidratos, que é de um quarto. Efetue geometricamente com os(as) estudantes quatro quartos menos um quarto.



$\left(\frac{4}{4}\right)$ $\left(\frac{1}{4}\right)$ $\left(\frac{3}{4}\right)$

Esse problema estava mais fácil de resolver a partir do material concreto, uma vez que foi fácil dobrar a fração **um meio** e transformá-la em **dois quartos.** Assim, temos que os denominadores da fração **um quarto** e **dois quartos** são iguais. Valemo-nos, então, desta ideia: repetir o denominador e somar os numeradores, ou diminuir os denominadores, em caso de subtração de frações, para o caso do inteiro dobrado para se ter quatro partes.

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{2}{4}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4} \qquad \frac{1}{1}-\frac{1}{4}=\frac{4}{4}-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$$

Efeito da dobra.

DESENVOLVIMENTO

Professor(a), explique aos(às) estudantes que iremos modificar um pouco o nosso problema, para um caso não trivial, como o anterior, para que nossas comparações sejam um pouco mais gerais.

Luís, para preparar seu jantar, pegou o que sobrou do almoço e foi esquentar a comida no micro-ondas. Seu prato ficou assim: um terço é composto por vegetais, metade do prato está preenchido com carne assada e a porção restante é de carboidratos. Qual fração corresponde à quantidade de carboidratos (arroz) no prato de Luís?

$\left(\frac{1}{3}\right)$ uma parte de um total de três partes.	$\left(\frac{1}{2}\right)$ uma parte de um total de duas partes	**Qual fração corresponde à quantidade de arroz?**

Professor(a), entregue três folhas A4 novamente para cada grupo. Analogamente à situação-problema inicial, peça que os(as) estudantes façam as representações das frações um terço $\left(\frac{1}{3}\right)$ e um meio $\left(\frac{1}{2}\right)$ nas folhas, utilizando dobraduras semelhantes às do problema anterior.

Posteriormente, exercendo mediação, apresente a nova situação-problema, com atenção ao fato de que, visto que a complexidade da tarefa aumentou, os grupos tendem a se dispersar quando sentirem que não conseguem perceber avanços.

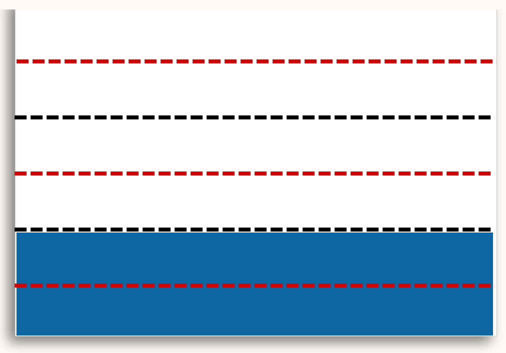
Observação: Para que os(as) estudantes dividam a folha inteira em três partes "iguais", eles(as) precisarão de orientação quanto ao uso da régua. Caso não a tenham, pode-se tentar dividir manualmente. Para isso, uma dica é tentar fazer um rolinho e, aos poucos, amassar parcialmente. À medida que você trouxer a extremidade para próximo de um terço, vá ajustando a outra parte que precisa ser dobrada. Aos poucos, será possível fazer a marcação. Quando as três partes tiverem o mesmo tamanho, finalize as marcações.

Professor(a), caso algum grupo tenha conseguido resolver o problema, peça que um representante apresente a solução encontrada e explique para a turma como chegou ao resultado obtido.

DESENVOLVIMENTO

De forma semelhante à resolução anterior, precisamos encontrar uma maneira de fazer nossas folhas terem a mesma quantidade de denominadores para fração de **um terço** e **um meio**, com vistas a quantificar as partes ocupadas pela comida (proteínas mais vegetais) de um total de partes iguais em que o prato foi efetivamente dividido. converse com a turma sobre a necessidade de transformar as frações em partes equivalentes para comparar ou juntar quantidades. Explique que será necessário fazer com que as folhas tenham o mesmo número de partes.

(I)

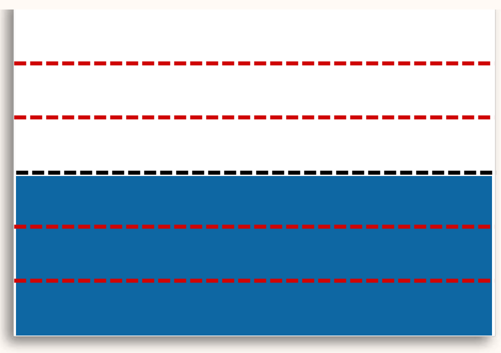


$\left(\frac{2}{6}\right)$

Uma parte de um total de três partes com denominador **seis**.

+

(II)

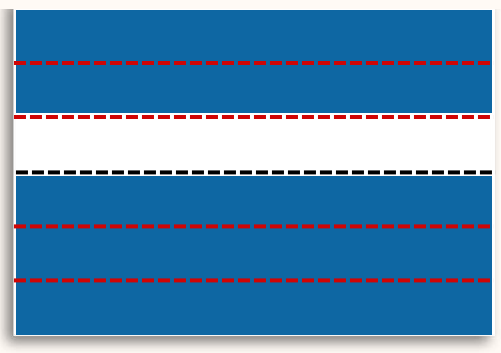


$\left(\frac{3}{6}\right)$

Uma parte de um total de duas partes com denominador **seis**.

=

(III)



$\left(\frac{5}{6}\right)$

Cinco partes de um total de **seis** partes

I) Pegue a folha com um terço, sobreponha as partes até que apenas uma parte fique visível e dobre-a ao meio. Como resultado, cada uma das três partes foram divididas em mais duas novas partes iguais. Veremos que a fração se tornou dois sextos.

II) Pegue a folha com um meio, dobre-a ao meio de forma que apenas uma metade fique visível. Em seguida, divida-a em três partes com o auxílio de uma régua, de modo que cada fração um meio se transforme em **três sextos**.

III) Seguimos com a operação propriamente dita de somar ou subtrair. Nesse caso, verificaremos que falta um sexto para o prato inteiro, logo, **um sexto** corresponde à fração de carboidratos do prato.

Na forma de algoritmo:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\frac{3+2}{6}=\frac{5}{6}$$

Referente a proteínas mais vegetais, faltando a parte referente aos carboidratos para completar o prato.

Efeito da dobra.

$$\frac{5}{6}+\frac{1}{6}=\frac{6}{6}=1\,prato.$$

Resposta: Um sexto $\left(\frac{1}{6}\right)$.

Professor(a), para finalizar a aula, é importante retomar os conceitos aprendidos e organizar as ideias principais, explicitando alguns significados e formalizando algumas conexões entre o algoritmo e os representativos concretos.

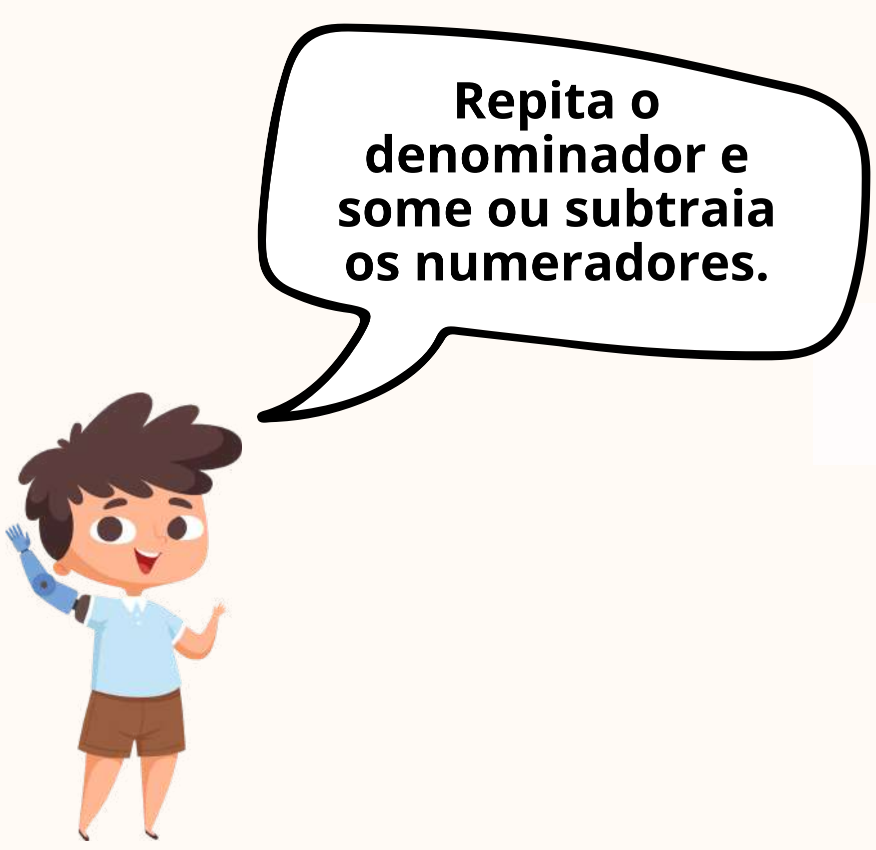
Quando precisarmos resolver problemas, se for necessário realizar soma ou subtração de frações com denominadores distintos, será que precisaremos sempre utilizar folhas de papel? E se eu não perceber um padrão geométrico para exercer comparação logo de início, o que eu faço?

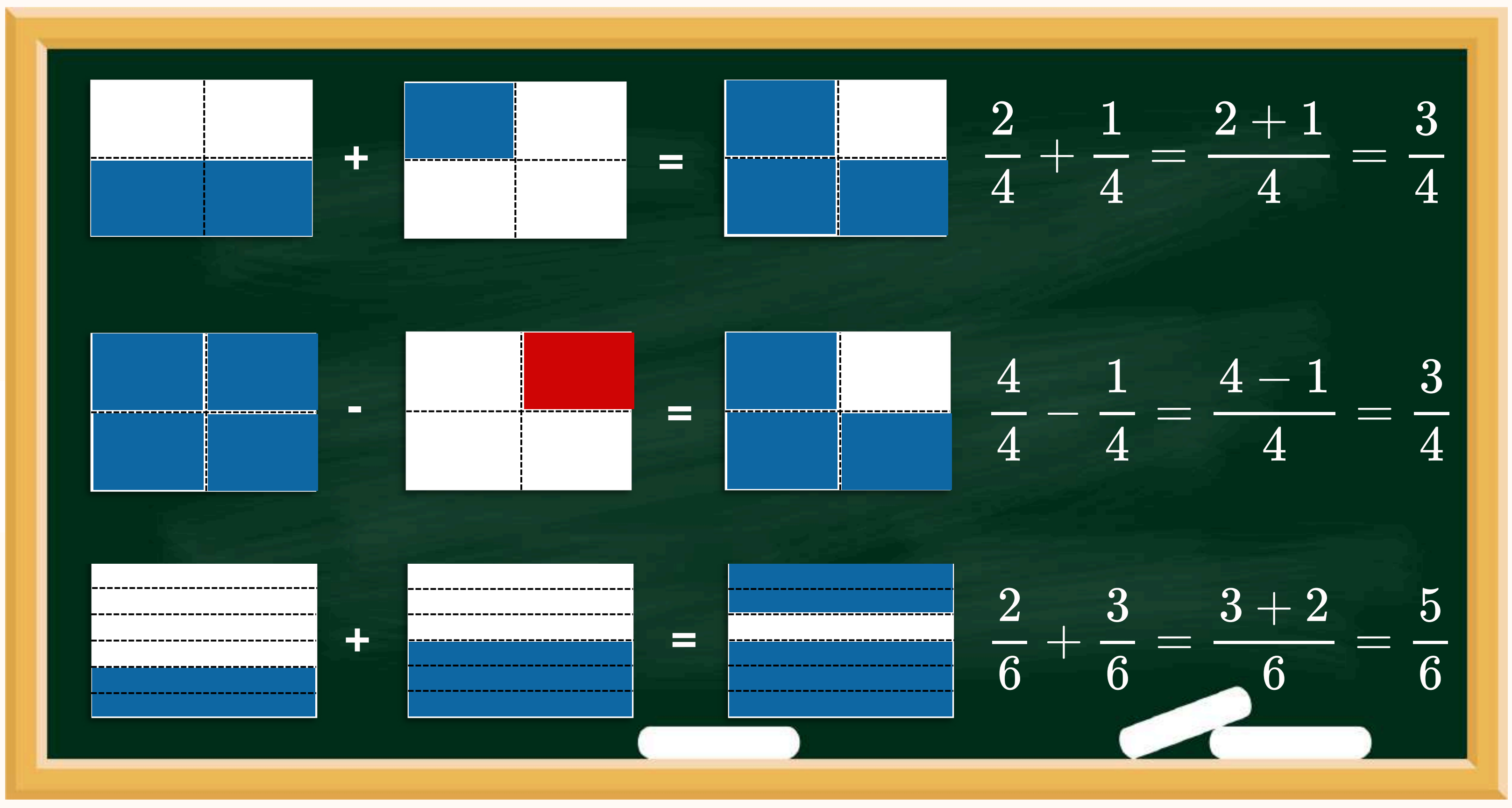
Em ambos os casos, quando estávamos resolvendo a situação-problema, para efetuar soma ou subtração $\left(\frac{1}{4} \pm \frac{1}{2}\right)$ e $\left(\frac{1}{2} \pm \frac{1}{3}\right)$, tínhamos que a primeira ação foi dobrar as frações para que ambas tivessem o mesmo denominador. Por quê?

Sabemos somar ou subtrair frações com <u>denominadores iguais</u> e foi o que fizemos!

NUMERADOR: número de cima

DENOMINADOR: número de baixo





Quando estávamos dobrando as folhas de A4 em que as frações estavam representadas, estávamos matematicamente reescrevendo as frações das situações-problema, gerando frações que expressam as mesmas quantidades do inteiro (**frações equivalentes**), porém, com um **novo denominador**, que é **múltiplo comum** dos denominadores das frações anteriores.

Exemplo: a primeira soma:

$2\times 0=0$ $\quad 4\times 0=0$
$2\times 1=2$ $\quad 4\times 1=4$
$2\times 2=4$ $\quad 4\times 2=8$
$2\times 3=6$ $\quad \dots$
$2\times 4=8$
$\dots$

<u>efeito da dobra</u>

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{1\times 2}{2\times 2}+\frac{1}{4}=\frac{2+1}{4}=\frac{3}{4}$$

O novo **denominador 4** é um resultado encontrado na tabuada de **2** e **4**.

Exemplo: a segunda soma:

$2\times 0=0$ $\quad 3\times 0=0$
$2\times 1=2$ $\quad 3\times 1=3$
$2\times 2=4$ $\quad 3\times 2=6$
$2\times 3=6$ $\quad \dots$
$\dots$

<u>efeito das dobras</u>

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=\frac{1\times 2}{3\times 2}+\frac{1\times 3}{2\times 3}=\frac{2+3}{6}=\frac{5}{6}$$

O novo **denominador 6** é um resultado encontrado na tabuada de **2** e **3**.

CONSIDERAÇÕES FINAIS E AVALIAÇÃO

Professor(a), vamos fortalecer o entendimento dos(as) estudantes com mais um exemplo.

Resumidamente: soma ou subtração de frações com denominadores iguais, **repete o denominador e soma (ou subtrai) os numeradores.**

Quando os denominadores são diferentes, transformamos essa soma de frações com denominadores diferentes em uma soma com novas frações equivalentes às da soma anterior. Porém, as duas frações terão denominadores iguais.

Ex: $\dfrac{3}{4} - \dfrac{1}{5}$

Precisamos de um múltiplo de 4 e 5, preferencialmente o menor múltiplo comum. Logo, vamos procurar na tabuada do 4 e do 5 um resultado que apareça nas duas tabuadas.

$4 \times 0 = 0$	$5 \times 0 = 0$
$4 \times 1 = 4$	$5 \times 1 = 5$
$4 \times 2 = 8$	$5 \times 2 = 10$
$4 \times 3 = 12$	$5 \times 3 = 15$
$4 \times 4 = 16$	$5 \times 4 = 20$
$4 \times 5 = 20$	

"EFEITO DOBRA"

$$\frac{3 \times 5}{4 \times 5} - \frac{1 \times 4}{5 \times 4}$$

Identifiquei nas tabuadas que **20** é múltiplo de **4** e de **5**. Olho na tabuada para ver por qual número devo multiplicar **4** para obter **20** e por qual número devo multiplicar **5** para obter **20,** respectivamente **5 e 4**. Esses números serão utilizados para transformar as frações iniciais em frações equivalentes com o mesmo denominador, agora 20.
Observação: Se nos esquecermos de multiplicar os numeradores, não teremos frações equivalentes.

$$\frac{15}{20} - \frac{4}{20} = \frac{15-4}{20} = \boxed{\frac{11}{20}}$$

Denominadores iguais, repete o denominador e soma ou subtrai os numeradores (nesse caso, os novos numeradores 15 e 4).

Professor(a), para uma avaliação procedimental, indicamos um outro exemplo, $\frac{3}{10} - \frac{1}{5}$, e deixamos algumas tarefas com perfil de problema na seção de jogos.

JOGOS MATEMÁTICOS

Professor(a), para fortalecer a consolidação das aprendizagens desta aula, os(as) estudantes podem realizar um Quiz com 5 perguntas de múltipla escolha Em uma perspectiva de gameficação, podemos registrar os tempos de resposta para, em casos de empate, identificarmos o grupo vencedor.
Você pode acessar o jogo pelo link ou pelo QR Code:

https://wordwall.net/pt/resource/86711894

REFERÊNCIAS

COSTA, K.; GALDINO DE OLIVEIRA, D. **Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades São Paulo -SP, 13 a 16 de julho de 2016 RELATO DE EXPERIÊNCIA 1 XII Encontro Nacional de Educação Matemática ENSINO DE FRAÇÕES EQUIVALENTES ATRAVÉS DE DOBRADURAS**. [s.l: s.n.]. Disponível em: <https://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/5780_2806_ID.pdf>. Acesso em: 14 fev. 2025.

IFRAH, Georges. **Uma História Universal dos Números: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo.** Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997.

Como dividir A4 em 3 partes "iguais".
https://www.youtube.com/watch?v=Pv36xzb-zBU

PRÁTICA 2: NOVOS OLHARES PARA A PORCENTAGEM.

Habilidade: (EF06MA13) - Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da "regra de três", utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.

Objetos de conhecimento:
- Porcentagem.
- Cálculo de porcentagens por meio de estratégias diversas, sem fazer uso da "regra de três".

Expectativas de aprendizagem:
- Resolver problemas que envolvam porcentagens de uma quantidade.
- Calcular porcentagem de uma quantidade em diferentes contextos, utilizando estratégias pessoais, dentre as quais cálculo mental, tabelas, esquemas e uso de calculadora.

Materiais necessários:
- Material contável, como tampinhas.
- Papel quadriculado.
- Folhas de papel para cada grupo.

APRESENTAÇÃO E CONCEITUAÇÃO

Professor(a), estudantes do sexto ano podem apresentar familiaridade com algumas porcentagens no seu dia a dia, como as frações 10%, 25%, 50%, 75% e 100% ou pela vivência do ano letivo anterior. Nesta aula, pretendemos utilizar e ampliar o entendimento de porcentagem a partir de três modos de produzir significados: pela ideia de uma fração com denominador 100, pelo cálculo mental explorando a proporcionalidade e pela ideia dos centésimos.

Ao longo deste trabalho, proporcionamos o uso de materiais manipulativos e representações visuais, além da utilização de calculadoras, com o intuito de promover a generalização de padrões algébricos, que são fundamentais nesses processos educativos.

OBJETIVO DA AULA

Calcular porcentagem de uma quantidade em diferentes contextos sem recorrer à ideia de "regra de três".

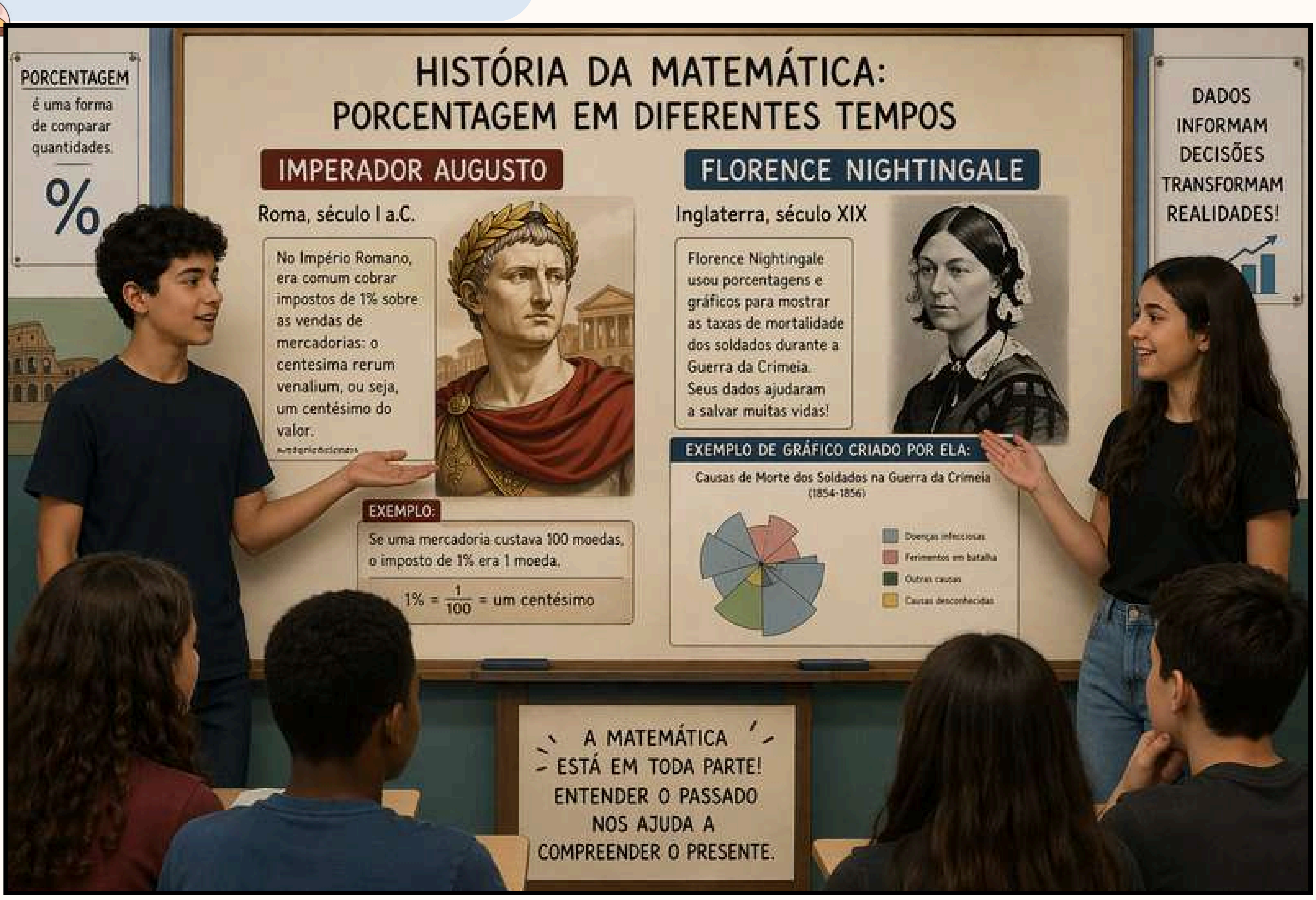


Imagem criada por IA

A noção de porcentagem, embora hoje bastante difundida no contexto escolar, possui raízes históricas que remontam a diferentes civilizações e práticas sociais, especialmente ligadas ao comércio, à cobrança de impostos e à organização econômica. Antes mesmo da formalização do termo “por cento”, originado do latim per centum, povos como os egípcios já trabalhavam com ideias equivalentes ao utilizar frações unitárias para resolver problemas de partilha e tributos, como registrado no Papiro Rhind. De modo semelhante, os babilônios, com seu sistema de numeração sexagesimal, desenvolviam cálculos proporcionais que favoreciam raciocínios próximos ao que hoje entendemos como porcentagem.

No Império Romano, encontramos um uso mais explícito dessa ideia em práticas fiscais, como a cobrança de impostos sobre mercadorias na proporção de um centésimo (*centesima rerum venalium*), criada pelo imperador Augusto, evidenciando a presença concreta de cálculos percentuais no cotidiano. Esses cálculos eram fundamentais para a manutenção do Império e demonstram que a ideia de padronizar uma base centesimal já era uma solução prática para a administração pública.

Já na Idade Média, com a intensificação das atividades comerciais na Europa, especialmente nas cidades italianas, a necessidade de calcular lucros, prejuízos, juros e trocas comerciais impulsionou o desenvolvimento de métodos sistemáticos de cálculo, como a regra de três, diretamente relacionada ao conceito de porcentagem. Nesse contexto, destaca-se Leonardo de Pisa (Fibonacci), cuja obra Liber Abaci contribuiu significativamente para a difusão do sistema de numeração indo-arábico e para a organização de problemas envolvendo proporções e situações comerciais. É nesse período que vemos a evolução do símbolo: partindo da expressão latina per cento, evoluindo para p. cento, depois para um sinal com uma linha horizontal e, finalmente, para o símbolo (%) que utilizamos.

É importante ressaltar que, embora muitas vezes invisibilizadas na história da matemática, mulheres também contribuíram para o desenvolvimento e a aplicação de conceitos fundamentais relacionados à proporcionalidade e à análise de dados. Um exemplo é Hypatia, que atuou na cidade de Alexandria e desenvolveu estudos importantes em matemática e astronomia, trabalhando com relações numéricas que fundamentam ideias proporcionais. Outro destaque é Florence Nightingale, que, no século XIX, utilizou porcentagens e representações gráficas para analisar e comunicar dados sobre mortalidade durante a Guerra da Crimeia. Seu trabalho evidencia o papel da porcentagem como ferramenta essencial para a leitura crítica da realidade e para a tomada de decisões informadas.

Professor(a), trazer esses elementos para a sala de aula pode enriquecer o ensino da porcentagem, articulando-o não apenas como um procedimento técnico, mas como um conhecimento historicamente construído e socialmente situado. Essa abordagem contribui para que os(as) estudantes compreendam a porcentagem como uma forma de representar relações, interpretar dados e resolver problemas do cotidiano, dialogando com contextos históricos e contemporâneos. Além disso, ao incluir contribuições de diferentes culturas na história da matemática, amplia-se a perspectiva dos(as) estudantes sobre quem produz conhecimento matemático, favorecendo uma educação mais crítica, inclusiva e significativa.

DESENVOLVIMENTO

Professor(a), vamos falar do café, por ser um elemento que costuma fazer parte do cotidiano dos(as) estudantes. Você pode iniciar a aula com uma charadinha:

Sou quente e me encontro em muitos lares,
De manhã sou um amigo fiel,
Com meu aroma forte, posso ser adoçado com mel!

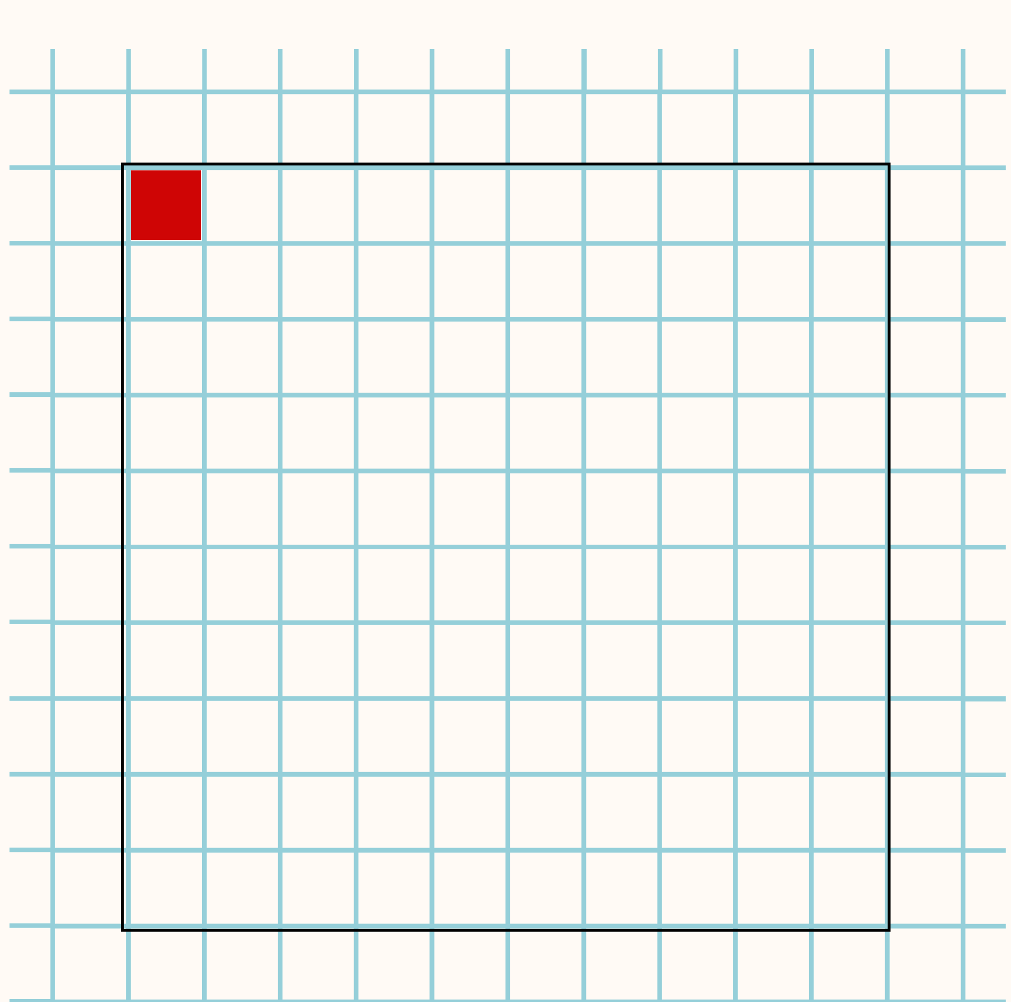
O café é essencial para a economia do Brasil, devido à sua grande importância histórica e atual. O país é um dos maiores produtores e exportadores de café do mundo, gerando milhões de empregos e movimentando uma vasta cadeia produtiva, desde o cultivo até a comercialização. A cultura cafeeira impacta principalmente regiões rurais, além de contribuir significativamente para a balança comercial e o desenvolvimento regional. O Espírito Santo é o segundo maior produtor de café do Brasil, desempenhando um papel crucial na produção nacional.

Em 2025, três produtores de café, Arthur, Miguel e Luana, uniram-se para formar uma cooperativa com o objetivo de aumentar a produção de café nos próximos anos. Arthur, que reside em Brejetuba, produziu 23 mil kg de café; Miguel, de Vargem Alta, produziu 15 mil kg; e Luana, de Linhares, produziu 32 mil kg. Juntos, eles elaboraram um cronograma de investimentos para o período de 2026 a 2028, com a meta de expandir a produção de forma gradual. Para o primeiro ano de investimento, a cooperativa planejou um aumento de 10% na produção em relação a 2025. Em 2027, o objetivo é um crescimento de 25% e, para 2028, a previsão é de um aumento de 52% em relação à produção de café de 2025.
Determine qual será a produção de café da cooperativa nos anos de 2026, 2027 e 2028.

Caso os(as) estudantes não se lembrem do que é porcentagem, revise com eles(as):

$$\% = \frac{1}{100}$$ **em linguagem corrente, CENTÉSIMA PARTE.**

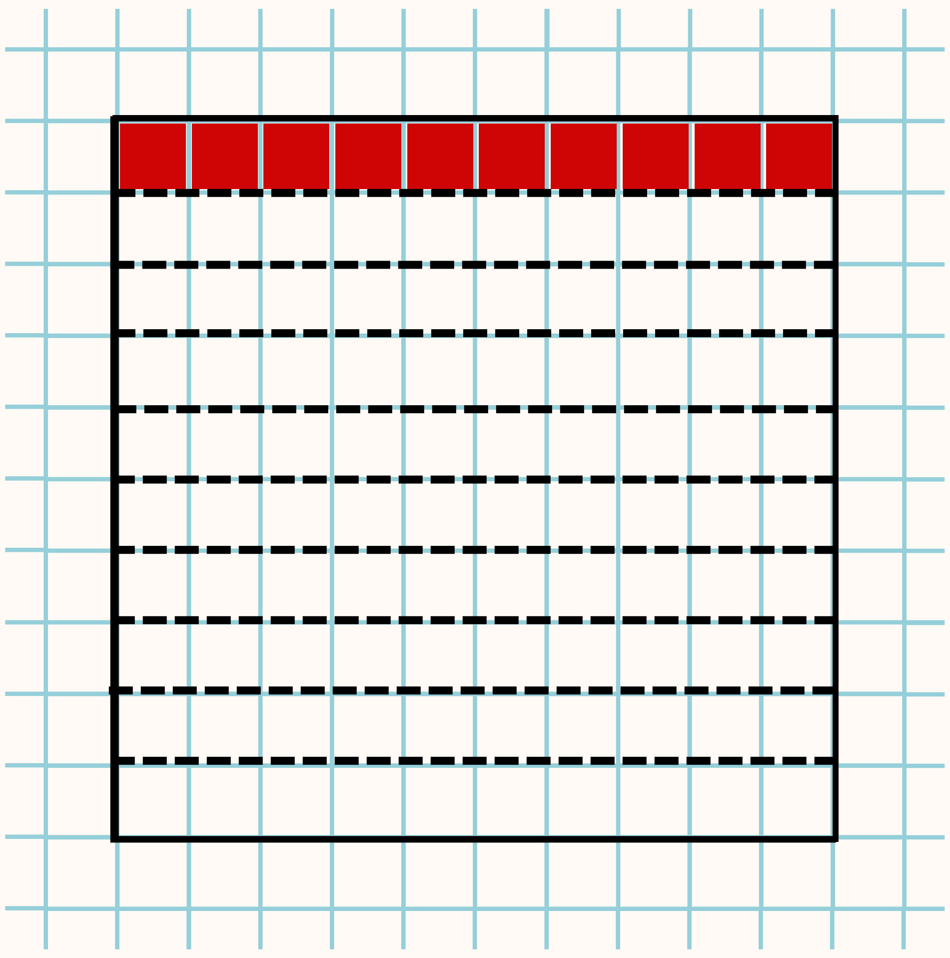
Professor(a), organize a turma em grupos e solicite que os(as) estudantes representem em folha quadriculada a fração de 1 centésimo ou 1%



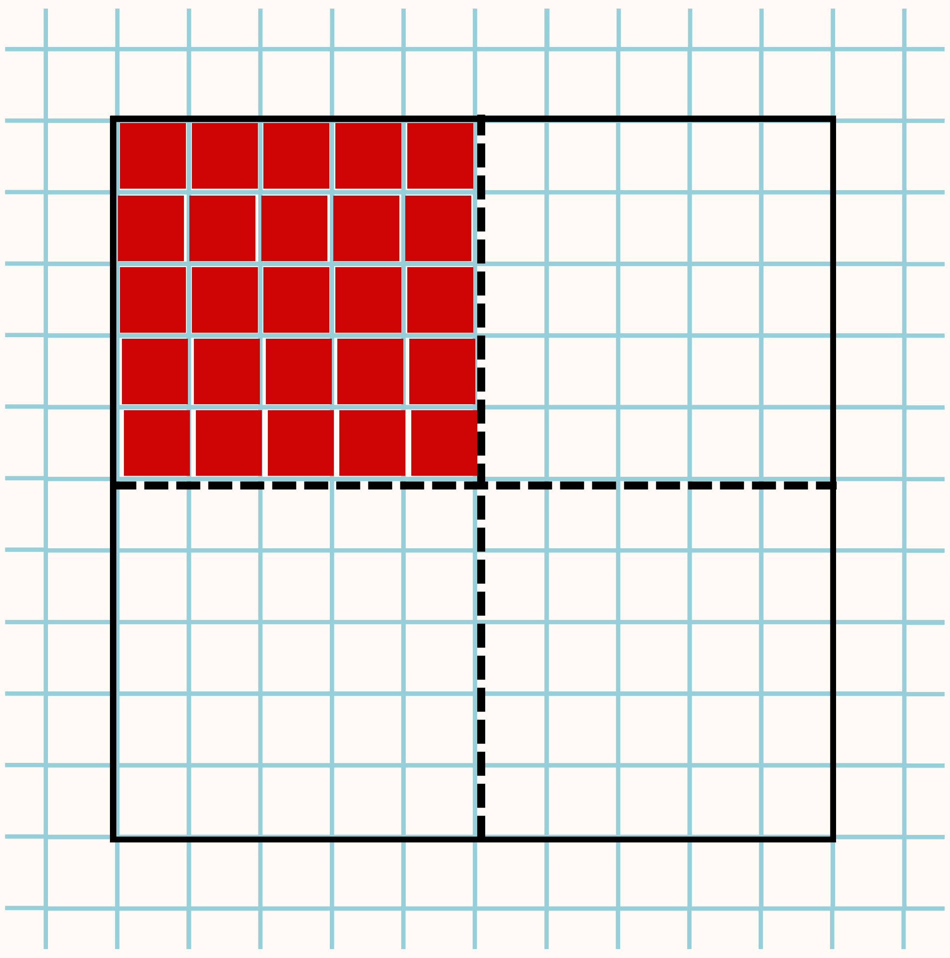
Professor(a), ajude os(as) estudantes a compreenderem que o símbolo de porcentagem pode ser representado pala fração um centésimo $\left(\frac{1}{100}\right)$ que é geometricamente representado por **uma unidade** de um **total**, composto por **100 unidades.**

DESENVOLVIMENTO

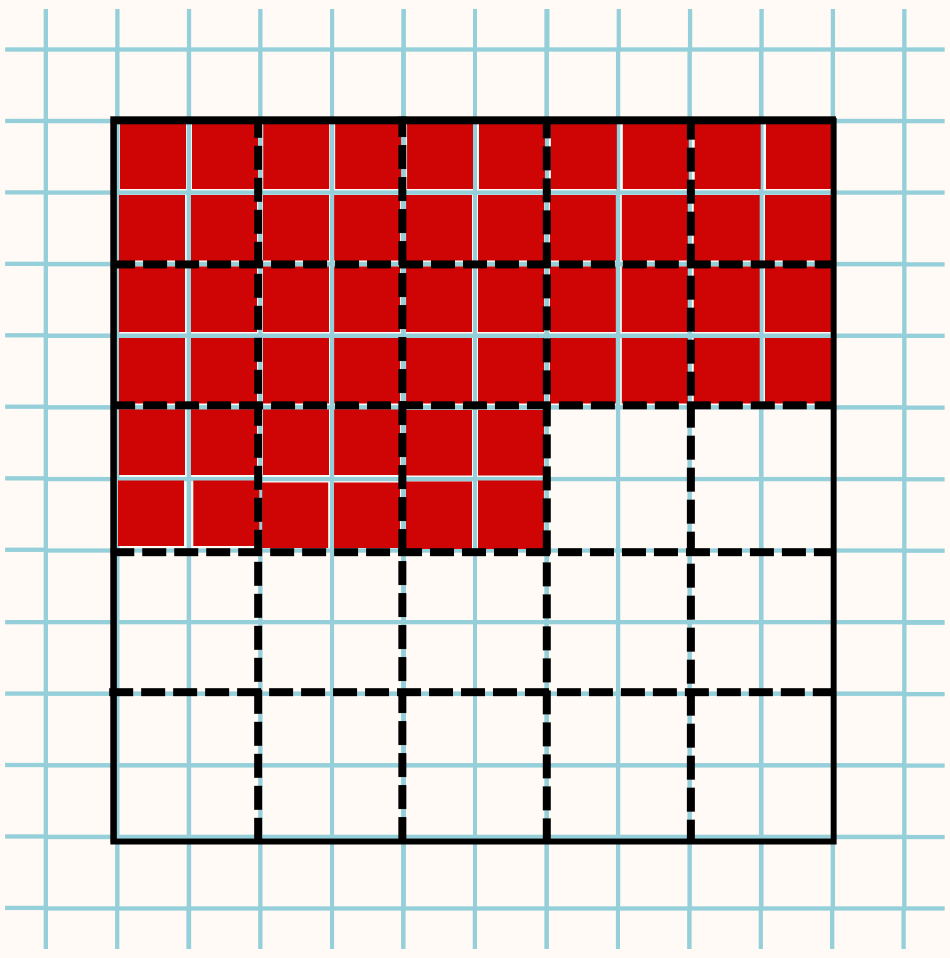
Professor(a), como problema inicial, peça que os grupos representem as porcentagens de 10%, 25% e 52% na folha de papel quadriculado.



Observarmos **10** partes de um todo de **100** partes. Podemos correlacionar essa relação com a fração um décimo $\left(\frac{1}{10}\right)$, uma vez que o quadrado possui dez linhas ou colunas iguais. Considerando que 10 unidades compõem uma linha, podemos dizer que estamos analisando uma parte de 10.



Observamos **25** partes de um todo de **100** partes. Podemos correlacionar essa relação com a fração um quarto $\left(\frac{1}{10}\right)$. Como 25 unidades representam um conjunto equivalente a um quarto do total, podemos dizer que 25% representa 1 parte de 4 também.



52 partes vermelhas de um total de **100** partes.

Professor(a), precisamos exercer mediação para que os(as) estudantes possam identificar a equivalência de $\left(\frac{52}{100}\right)$ e $\left(\frac{13}{25}\right)$ no contexto da atividade.

Na malha com agrupamentos de 04 quadradinhos, teremos apenas 25 partes, assim, poderemos verificar que 52 quadradinhos vermelhos compõem 13 quadrados 2x2 de um total de 25 quadrados 2x2.

Professor(a), de posse das representações e das observações realizadas anteriormente, peça que os(as) estudantes voltem à situação-problema e pensem em uma estratégia resolutiva, de modo que cada grupo tenha que apresentar, para a turma, a sua resolução.

Verifique se os grupos entenderam que será necessário, para a resposta, calcular as porcentagens de 10%, 25% e 52% da cooperativa ou, isoladamente, para cada agricultor. Se algum grupo optar por calcular pelo caminho mais longo (por agricultor), permita. Assim, será possível fazer a comparação de resultados ao final.

Existem pelo menos 3 caminhos resolutivos para o problema, pelo conceito de frações (I), pelo cálculo mental proporcional (II) e pelo cálculo de centésimos (III).

I) Conceito de frações:

A quantidade produzida inicialmente no ano 2025 pela cooperativa foi de:
23 000 + 32 000 + 15 000 = **70 000 kg** de café

- **Em 2026:**

Aumento previsto de 10%, que é a décima parte, correspondendo à divisão por 10.
Dividir por 10 implica deslocar a vírgula uma casa para a esquerda, assim:

70 00~~0~~ | 1~~0~~
-7↓
0 000 | 7 000

10% de 70 000 = 7 000

70 000 é quantidade inicial produzida pela cooperativa.

7 000 + 70 000 = **77 000.**

- **Em 2027**

A quantidade produzida inicialmente, no ano 2025, pela cooperativa foi de **70 000 kg** de café.

Sobre o aumento de 25% em relação a 2025, podemos verificar que esta porcentagem é equivalente a um quarto, que corresponde a dividir por 4.

70 000 | 4
-4↓ | 1 7500
3 0
-2 8
0 2 0
-2 0
0 0 0 0

17500 + 70 000 = **87 500.**

Em 2028

A quantidade produzida pela cooperativa, no ano 2025, foi de **70 000 kg** de café. Houve aumento de 52% em relação a 2025. Podemos verificar que essa porcentagem é equivalente a treze vinte cinco avos $\left(\frac{13}{25}\right)$. Professor(a), explique que: de forma semelhante aos casos anteriores, temos que dividir por 25 pela lógica das frações $\left(\frac{1}{25}\right)$ e multiplicar por 13, uma vez que a fração $\left(\frac{13}{25}\right)$ representa um coletivo de 13 partes dessa fração $\left(\frac{1}{25}\right)$.

$$\underbrace{\left(\frac{1}{25}\right)+\left(\frac{1}{25}\right)+\left(\frac{1}{25}\right)+\left(\frac{1}{25}\right)+\quad\dots\quad+\left(\frac{1}{25}\right)+\left(\frac{1}{25}\right)+\left(\frac{1}{25}\right)+\left(\frac{1}{25}\right)}_{\text{13 parcelas de } \left(\frac{1}{25}\right)} = \left(\frac{13}{25}\right)$$

```
70 000 | 25
-50      2 800
 2 00
-2 00
 0 0 0 0
```

13 parcelas de 2800 portanto,

```
  2 8 0 0
   x 1 3
  8 4 0 0
+2 8 0 0
 3 6 4 0 0
```

36 400 + 70 000 = **106 400 kg**

Resposta: Em 2026, **7700kg**
em 2027, **87500kg**
em 2028, **106400kg**

Observação: em todos os casos, algebricamente, o conceito de porcentagem está diretamente relacionado à noção de fração com denominador 100, e, como tal, podem ser simplificadas, conforme exemplificado a seguir:

10% $\longrightarrow \dfrac{10 \div \mathbf{10}}{100 \div \mathbf{10}} = \dfrac{1}{10}$ # **25%** $\longrightarrow \dfrac{25 \div \mathbf{25}}{100 \div \mathbf{25}} = \dfrac{1}{4}$ # **52%** $\longrightarrow \dfrac{52 \div \mathbf{4}}{100 \div \mathbf{4}} = \dfrac{13}{25}$ #

II) Cálculo mental proporcional

- **Cálculos para 2026**,

10% é a décima parte de algo. Logo, 5% é a metade da décima parte (10%) e 1% é a quinta parte de 5%.

Divisão por 10 e o padrão da vírgula.

Professor(a), podemos entregar uma calculadora para cada grupo e trabalhar no viés da investigação, mas também podemos otimizar o tempo propondo a generalização da divisão por 10 a partir de uma tabela. Apresente o quadro abaixo, indagando sobre o padrão de movimentação da vírgula e realizando o teste de "hipótese".

Número Inicial		Dividido por 10
125	$\xrightarrow{\div\ 10}$	12,5
5261	$\xrightarrow{\div\ 10}$	526,1
25,2	$\xrightarrow{\div\ 10}$	2,52

TESTANDO OS CÁLCULOS

2 5	2 6 1	5 2
12,5	526,1	25,2
12,5	526,1	25,2
12,5	526,1	25,2
12,5	526,1	25,2
12,5	526,1	25,2
12,5	526,1	25,2
12,5	526,1	25,2
12,5	526,1	25,2
12,5	526,1	25,2
+ 12,5	+ 526,1	+ 25,2
125,0	5261,0	252,0

DESENVOLVIMENTO

Ex:10% de 52 = 5,2 Ex:10% de 1,52 = 0,152

Ex:10% de 2652 = 265,2 Ex:10% de 0,12 = 0,012

Ex:10% de 1,003 = 0,1003

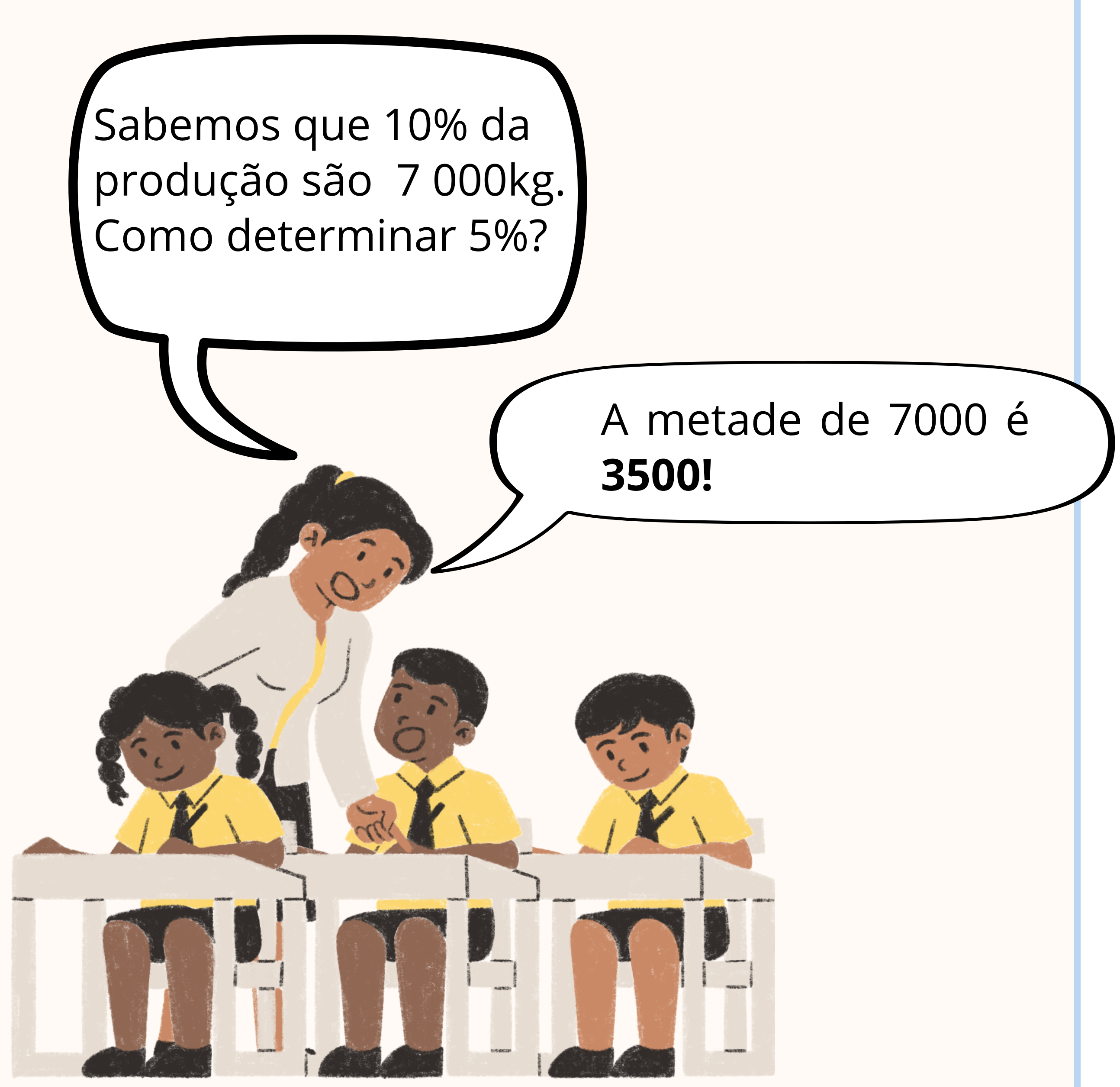
Voltando ao problema: Arthur, Miguel e Luana produziram respectivamente 23 000, 15 000 e 32 000. A cooperativa possui **70 000kg** de café.

10% de 70 000 =	basta mover a vírgula para a esquerda uma única vez	=	**70 00,0 kg**

Resposta: Temos que, ao término do ano de 2026, a produção será de
70 000 + 7000 =
77 000kg

- **Para 2027:** Pela parte anterior, sabemos que 10% de 70 000 = 7 000

10% de 70 000 = 7 000kg de café
+10% de 70 000 = 7 000kg de café
20% de 70 000 = 14 000kg de café
Faltam 5% para chegar no 25%.

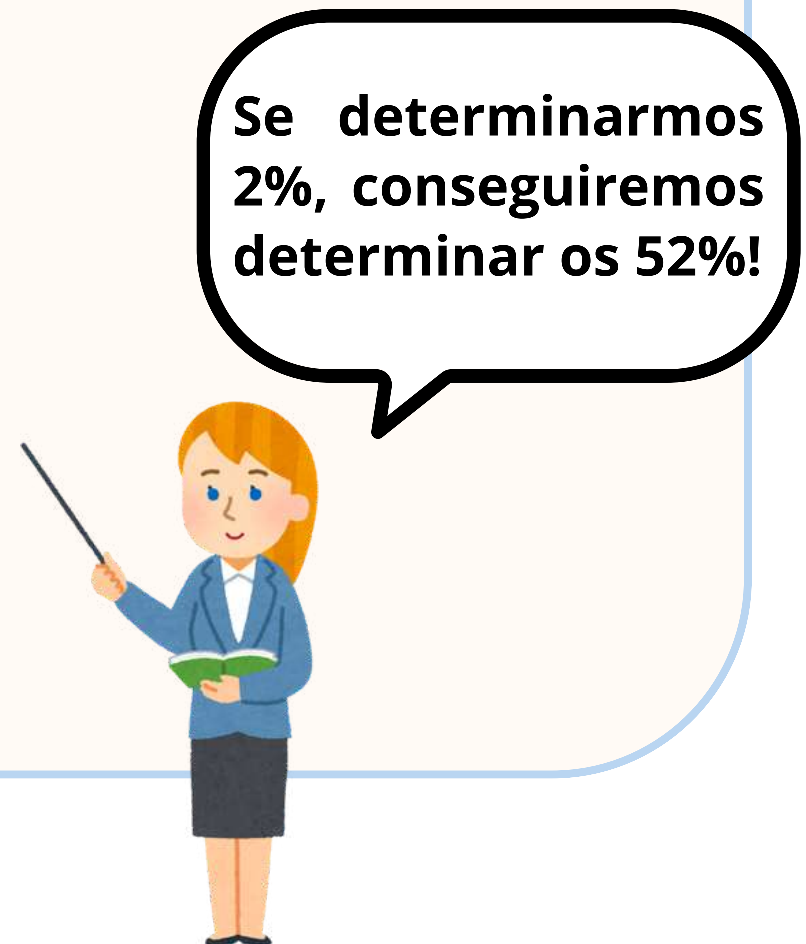


20% de 70 000 = 14 000kg de café
+ 5% de 70 000 = 3 500kg de café
25% de 70 000 = 17 500kg de café

Resposta: 70 000 + 17 500 **= 87 500 kg de café.**

- **Para 2028,** vamos contar de 10% em 10%.

	+7000	+7000	+7000	+7000		
7 000	14 000	21 000	28 000	35 000	= 35 000	+ ??????
(10%)	(20%)	(30%)	(40%)	(50%)	(50%)	(2%)



Quinta parte de 10%.

```
 70 00  |5
 -5     |_____
  20      1 4 00
 -20
  00 00
```

O dobro da Décima parte da Décima parte

7000 $\div$ 10 = 7 00

x 2

1 4 00

Décima parte de 20% (calculado anteriormente).

14 000   10 = **1 400,0**

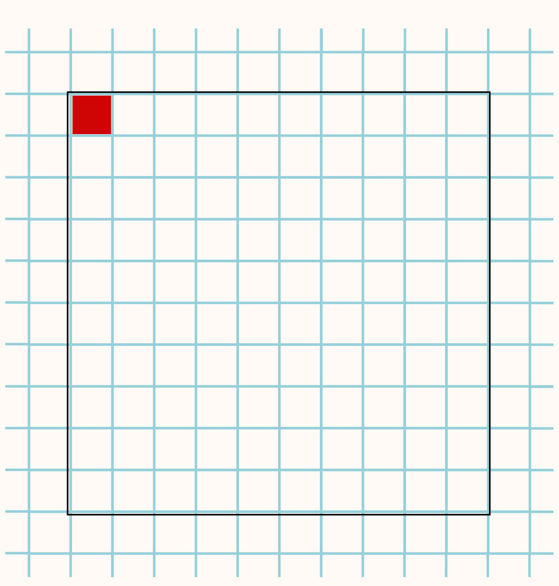
50% de 70 000 kg = 35 000 kg

+ 2% de 70 000 kg = 1 400 kg

52% de 70 000 kg = 36 400 kg

Resposta para 2028, 70 000 + 36 400 = **106 400** kg de café

III) Pelo cálculo de centésimos.



Professor(a), mostre aos(às) estudantes que um centésimo $\left(\frac{1}{100}\right)$ de um número corresponde ao próprio número com a vírgula deslocada duas casas para a esquerda. Se preferir, peça que façam a verificação utilizando a calculadora. Em seguida, solicite uma justificativa para esse deslocamento da vírgula.

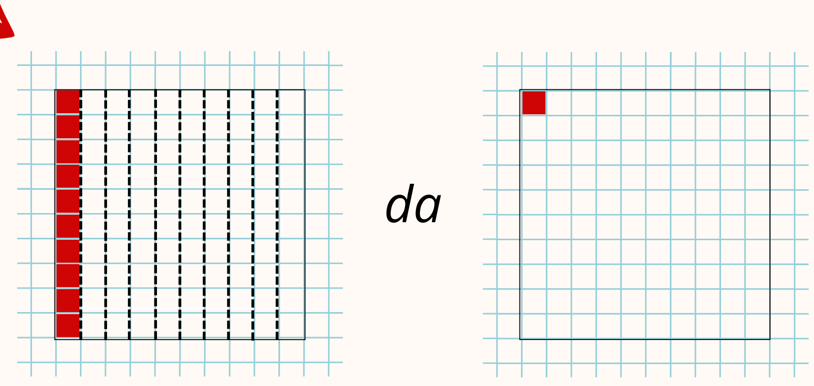
1% de 70 000 = 7 00,00

2 casas decimais para a esquerda

Justificativa utilizando o material quadriculado

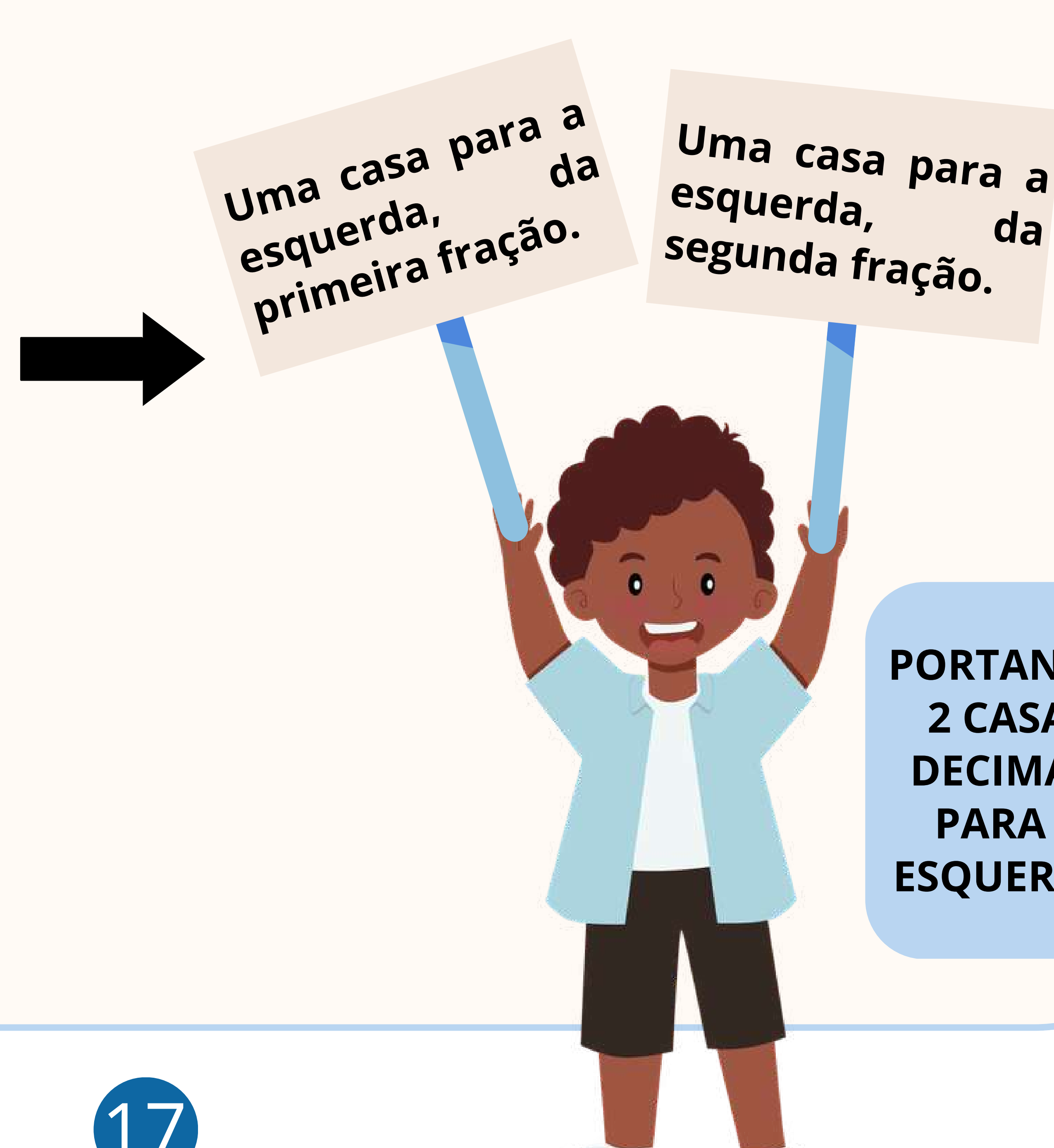
01 centésimo $\left(\frac{1}{100}\right)$ é a décima parte $\left(\frac{1}{10}\right)$ da décima parte $\left(\frac{1}{10}\right)$, ou seja, 10% de 10%. Sendo assim, basta dividir por 10 e dividir novamente o resultado por 10.

$$10\% \; de \; 10\% = \left(\frac{1}{10}\right) da \left(\frac{1}{10}\right)$$



Décima parte de um total de 100.

Décima parte de um total de 10.



PORTANTO, 2 CASAS DECIMAIS PARA A ESQUERDA.

DESENVOLVIMENTO

Para 2026, a cooperativa tem produção de 70 000 kg de café. Falta determinar 10%.

10% de 70 000 = $10 \cdot \frac{70\,000}{100}$ ➡ 10**. 700,00 =** ➡ **7 000**

Resposta: 70 000 + 7000 = **77000 kg de café**

Para 2027, a cooperativa tem produção de 70 000 kg de café. Falta determinar 25%.

25% de 70 000 = $25 \cdot \frac{70\,000}{100}$ ➡ 25**. 700,00 =** ➡ **17 500**

Resposta: 70 000 + 17 500 = **87 500 kg de café**

Para 2028, a cooperativa tem produção de 70 000 kg de café. Falta determinar 52%.

52% de 70 000 = $52 \cdot \frac{70\,000}{100}$ ➡ 25**. 700,00 =** ➡ **17 500**

Resposta: 70 000 + 17 500 = **106 400 kg de café**

Qual é o melhor método para calcular uma porcentagem?

Professor(a), faça uma discussão com os(as) estudantes sobre os diversos métodos utilizados para se calcular uma porcentagem. O importante é que cada um(a) se aproprie daquele com o qual mais se sentir seguro para solucionar uma situação-problema.

É necessário ressaltar que todos os métodos aqui apresentados partem do conceito básico de porcentagem como fração com denominador cem.

A seguir, apresentamos uma situação-problema para revisão. Deixe que os(as) estudantes resolvam do jeito que acharem mais fácil.

Leia esta informação: Espírito Santo lidera as exportações de mamão em 2024, com um aumento de 35%.

Sabendo que, em 2023, o Espírito Santo exportou US$ 21.000.000,00 em mamão, qual foi a receita (valor arrecadado) de 2024?

Imagem: https://seag.es.gov.br/Not%C3%ADcia/espirito-santo-e-o-maior-produtor-e-exportador-de-mamao-do-brasil

Resposta: Em 2024, a receita foi de U$ 28 350 000.

JOGOS MATEMÁTICOS

Professor(a), para fortalecer a consolidação das aprendizagens desta aula, os(as) estudantes podem realizar um Quiz com 5 perguntas de múltipla escolha. Em uma perspectiva de gameficação, podemos registrar os tempos de resposta para, em casos de empate, identificar o grupo vencedor.

Você pode acessar o jogo por meio do link ou do QR Code:

https://wordwall.net/pt/resource/86711894

REFERÊNCIAS

Porcentagem com folha quadriculada. Disponível em: <https://www.ngmatematica.com/2021/09/porcentagem-em-figuras.html>. Acesso em: 6 abr. 2026.

PRÁTICA 3: TRILHA DO BARBANTE: GEOMETRIA EM AÇÃO

Habilidade: (EF06MA27) Determinar medidas da abertura de ângulos, por meio de transferidor e/ou tecnologias digitais.

Objetos de conhecimento:

- Ângulos: noção, usos e medida.

Expectativas de aprendizagem:
- Identificar ângulos retos e não retos.
- Comparar medidas de ângulos com o ângulo reto, discriminando ângulos agudos, retos e obtusos.

Materiais necessários:
- Barbante ou linha de crochê. Em casos em que seja difícil visualizar o barbante no chão, a atividade pode ser realizada em um campo de areia.
- Transferidor.
- Tampinhas de garrafa PET ou metálicas.

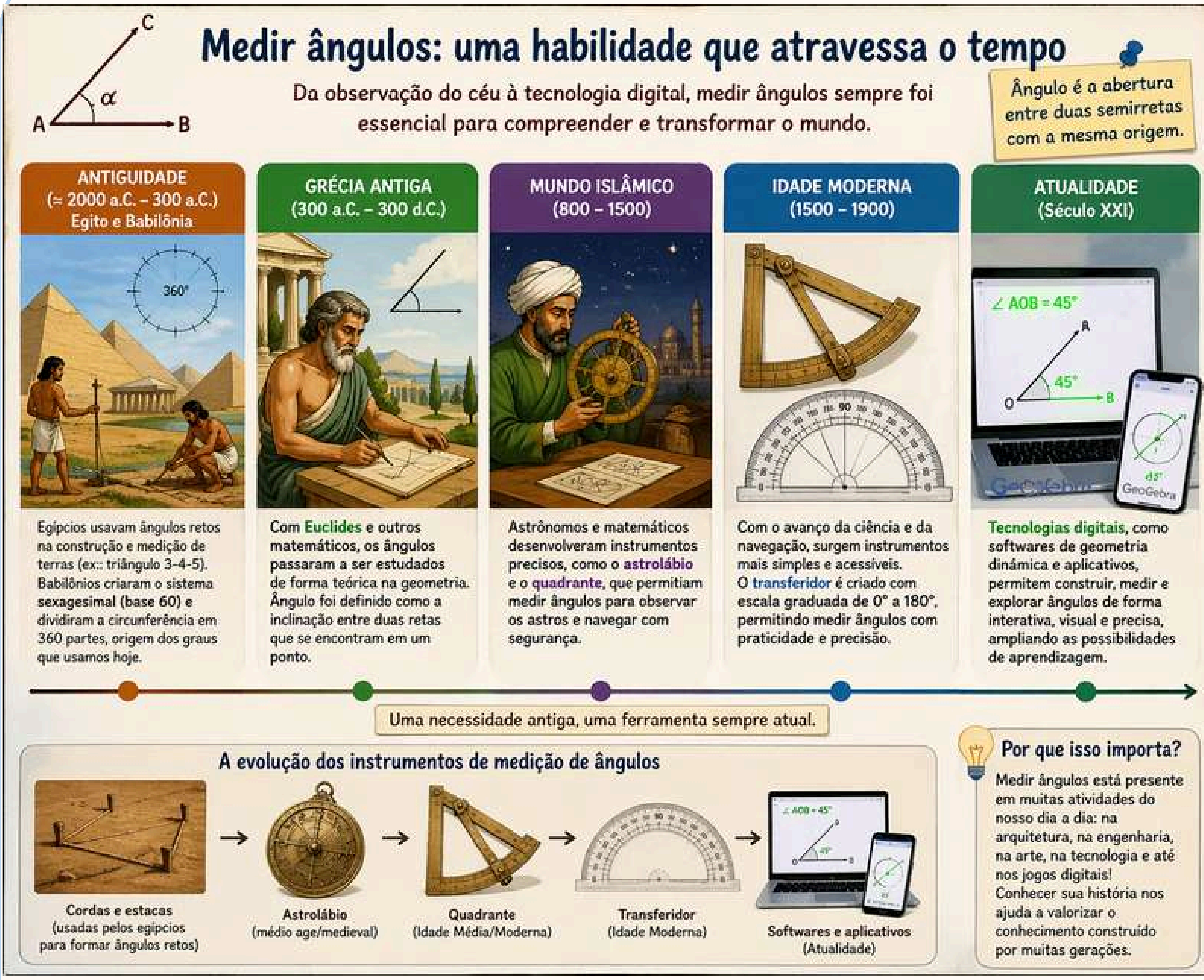
APRESENTAÇÃO E CONCEITUAÇÃO

Em geral, a noção de ângulo nas aulas de Matemática é trabalhada como um objeto matemático abstrato, em que o(a) estudante o utiliza de forma inerente às representações geométricas de situações-problema. Nesse sentido, o(a) estudante pode encontrar dificuldade para identificar tal objeto no cotidiano, uma vez que a intuição não é explorada em contextos concretos. Contrapondo essa ideia, apresentamos esta proposta, que explora o conceito de ângulo a partir da ludicidade na construção de uma pista de corrida. Como esse conceito estabelece relação com a ação de mudar trajetórias, o estudante aprende fazendo, estimulando suas descobertas por meio de situações-problema previstas ao longo da atividade.

OBJETIVO DA AULA

Oportunizar a produção de significados para a noção de ângulo em um contexto envolvendo mudança de trajetórias.

UM POUCO DE HISTÓRIA



A habilidade de determinar medidas da abertura de ângulos, hoje realizada com o uso do transferidor ou de tecnologias digitais, tem raízes em práticas muito antigas ligadas à observação do espaço e do movimento.

Desde as primeiras civilizações, como a egípcia e a babilônica, já havia a necessidade de compreender direções, inclinações e rotações — seja para construir, medir terras ou observar o céu. Os babilônios, por exemplo, desenvolveram o sistema sexagesimal (base 60), que ainda hoje utilizamos na divisão da circunferência em 360 graus. Essa escolha está diretamente relacionada à forma como medimos ângulos atualmente.

Na Grécia Antiga, a geometria ganhou caráter mais teórico. Matemáticos como Euclides organizaram o conhecimento geométrico e definiram o ângulo como a inclinação entre duas retas. Embora não utilizassem instrumentos como o transferidor moderno, já havia a preocupação em comparar e classificar ângulos.

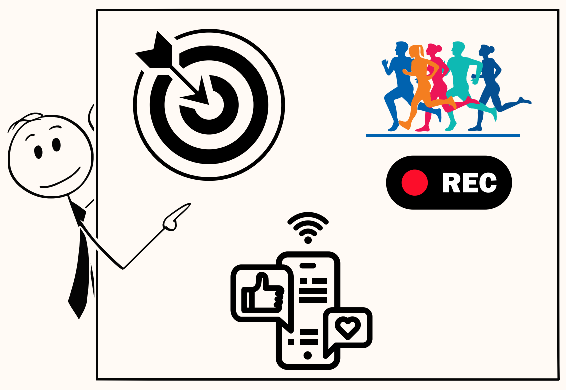
Com o avanço da astronomia e da navegação, especialmente no mundo islâmico e, mais tarde, na Europa, tornou-se essencial medir ângulos com maior precisão. Instrumentos como o astrolábio e o quadrante foram desenvolvidos para medir a posição de astros e auxiliar na localização geográfica. Esses instrumentos podem ser considerados precursores do transferidor, pois permitiam medir aberturas angulares com base em escalas graduadas.

O transferidor, como conhecemos hoje, surge em um contexto de sistematização do ensino e da prática geométrica, especialmente a partir da Idade Moderna. Ele materializa a ideia de medir ângulos por meio de uma escala padronizada, facilitando tanto o ensino quanto a aplicação prática.
Atualmente, com o uso de tecnologias digitais — como softwares de geometria dinâmica (por exemplo, o GeoGebra) —, é possível construir e medir ângulos com precisão e interatividade, ampliando as possibilidades de exploração desse conceito.

Dessa forma, a habilidade de medir ângulos não é apenas uma técnica instrumental, mas o resultado de um longo processo histórico que envolve diferentes culturas e necessidades humanas, desde a observação do céu até o desenvolvimento de ferramentas digitais que potencializam a aprendizagem matemática.

DESENVOLVIMENTO

Diariamente, somos expostos a propagandas, que muitas vezes interrompem os vídeos aos quais assistimos. Algumas dessas interrupções chamam tanto a nossa atenção que nos levam a buscar mais informações sobre o produto ou serviço oferecido. Todas essas ações têm um objetivo comum: alavancar vendas. O estudo dessas práticas está intimamente relacionado ao campo de estudo da Administração e da Publicidade, conhecido como Marketing, que Kotler (1993) define como "um processo social e gerencial pelo qual indivíduos e grupos obtêm aquilo de que necessitam e desejam por meio da criação e troca de produtos e valores". Na aula de hoje, a turma será uma empresa de marketing.



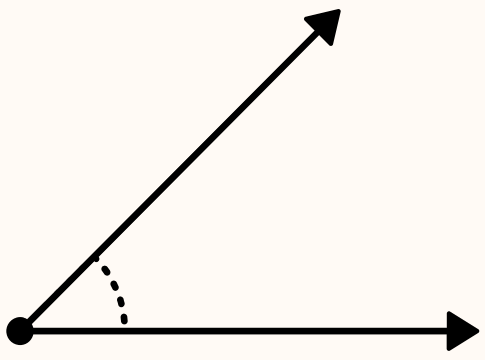
Inicie a aula apresentando esta proposta aos(às) estudantes:

> Vocês foram contratados para formar uma equipe de propaganda. O projeto prevê a criação de uma pista de corrida. Embora esteja prevista para a realização de corridas, também ficará aberta para que pessoas possam praticar outras atividades físicas. Para os parâmetros de estratégia de mercado, as ações serão divididas em duas etapas, I) **uma de construção de uma pista de corrida** e o **II) posicionamento de outdoors (placas para publicar anúncios).**

Professor(a), divida a turma em grupos e entregue um rolo de barbante e um transferidor por grupo. Solicite também que cada grupo construa uma pista de corrida com os seguintes critérios:

- pelo menos um ângulo obtuso;
- pelo menos um ângulo agudo;
- pelo menos dois ângulos retos.

Professor(a), precisamos verificar se os(as) estudantes entenderam o que é para ser feito. Para tanto, revise o conceito de ângulo. Oportunize o compartilhamento de dúvidas, permitindo que eles(as) exponham suas ideias sobre ângulo. Na sequência, apresente a imagem explicativa abaixo:



Ângulo é o grau de abertura entre duas semirretas de mesma origem. Em termos simples, é uma medida que indica o quanto uma estrutura com vértice (quina) está “aberta”.

Ele tem aplicação em fotografia, câmeras de segurança internas, mudanças de trajetória, seja em corrida ou arremesso de objetos, articulação de peças de bonecos e robôs, inclinação de escadas ou rampas e uma série de outros exemplos.

Professor(a), conduza os(as) estudantes para um pátio ou local aberto adequado, onde cada grupo possa desenhar no chão sua própria pista de corrida. A proposta é que realizem disputas utilizando tampinhas como competidores. Cada jogador deve dar um peteleco (toque) na tampinha e aguardar a vez dos demais antes de jogar novamente.

REGRAS DA CORRIDA!

Cada jogador, em sua vez, só pode dar um *peteleco* na tampinha e jogará novamente após os demais se moverem.

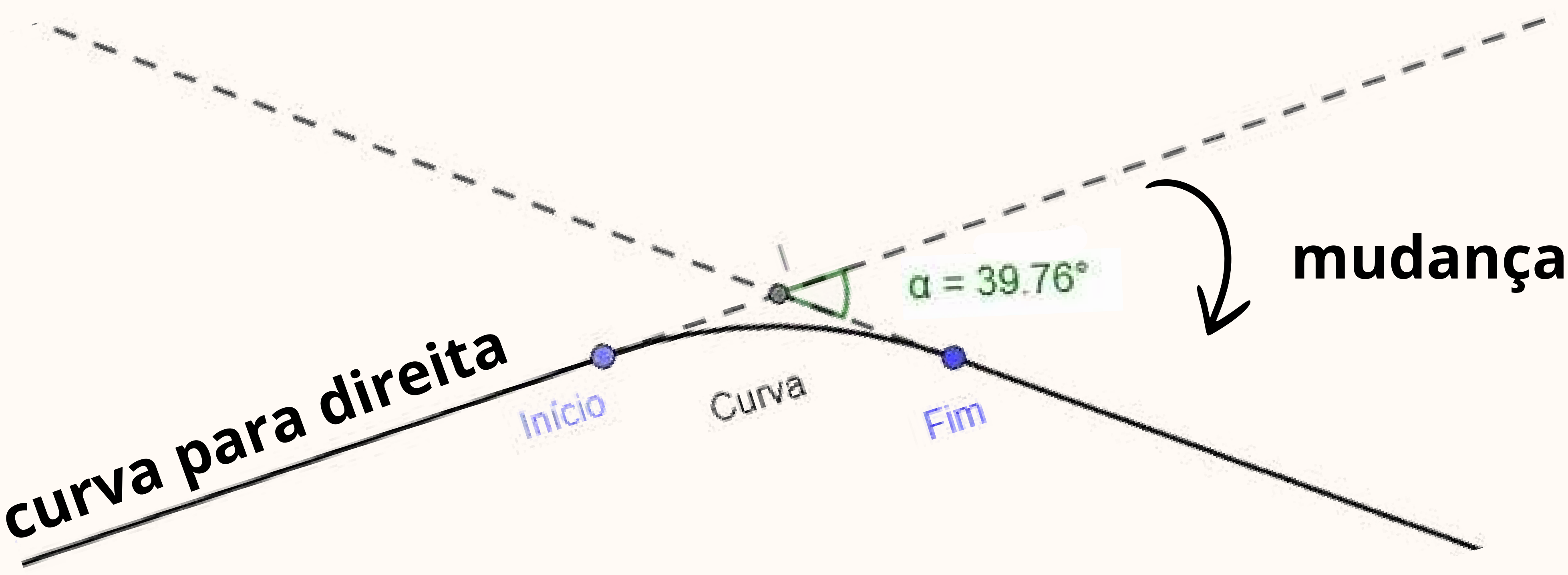
Se uma tampinha sair da pista, ela retorna à posição inicial antes do movimento e o jogador perde a vez.

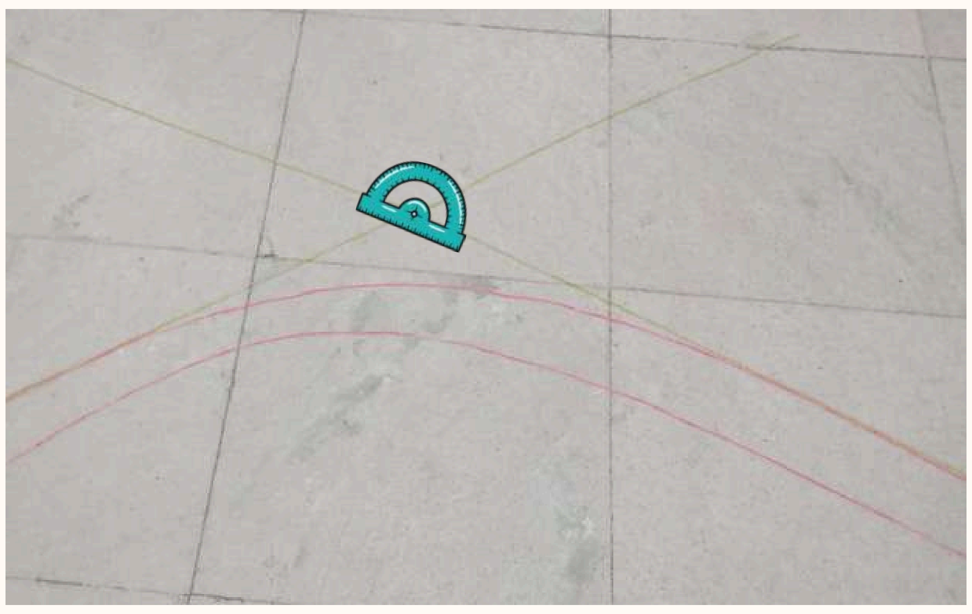
Vence quem completar **uma ou duas voltas** na pista **PRIMEIRO** (defina o número conforme o tamanho do percurso).

Em um segundo momento, solicite que os grupos meçam o ângulo de curva de suas respetivas pistas.

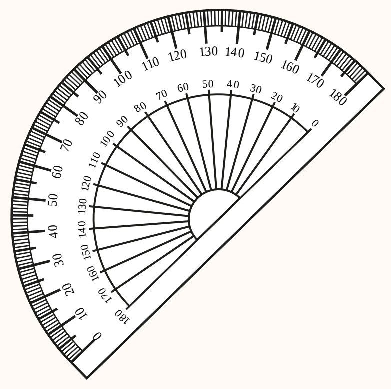
Como medir um ângulo de curva?

Para que os(as) estudantes meçam o ângulo de curvatura da curva, eles(as) precisarão marcar dois pontos: o de entrada na curva e o ponto de saída. A partir de ambos os pontos, é preciso delimitar a projeção da reta, suporte que representa a direção antes de começar a curva e a saída da curva para a nova direção. Esse ângulo, formado pelas duas retas suportes, chamaremos de ângulo da curva.





Com a marcação central do transferidor sobre o ponto de intersecção das retas de suporte, podemos medir da esquerda para a direita ou vice-versa, dependendo do tipo de transferidor utilizado. Na maioria dos transferidores, a marcação interna mede em uma direção e a externa do transferidor mede em outra. No exemplo, pintamos o barbante para melhorar o contraste na foto.



Após os grupos concluírem as medições angulares da pista de barbante, solicite que um integrante de cada grupo seja responsável por elaborar um mapa da pista detalhando a localização precisa de cada curva com seus respectivos valores angulares. Não precisa ser muito preciso, mas deve ser o suficiente para identificar cada curva e o ângulo dela para posterior comparação.

Professor(a), explique que essa mudança de reta suporte para outra é uma mudança de trajetória e que esse ângulo entre essas retas de trajetória é o ângulo da curva. Quando a mudança de trajetória é pequena, ou seja, o ângulo de curva tem menor abertura, o que acontece com a tampinha? A curva é mais fácil? Mais difícil? Tem que reduzir a velocidade ou tem que aumentá-la? Qual a dinâmica percebida pelo grupo?

Quando o ângulo de curva é muito elevado, a velocidade reduz ou aumenta (você reduz a força do peteleco ou aumenta)?

Em folha separada identificando o grupo, questão 01:
De acordo com as observações do grupo, escreva com as suas palavras como o ângulo de curvatura da curva afeta a competição.

Após os grupos concluírem, **ou enquanto fazem as medições angulares** da pista de barbante, nessa mesma folha, solicite que um integrante de cada grupo seja responsável por elaborar um mapa da pista detalhando a **localização de cada curva** com seus respectivos valores angulares. Não precisa ser muito preciso, porém, deve ser o suficiente para identificar cada curva e o ângulo dela para posterior comparação.

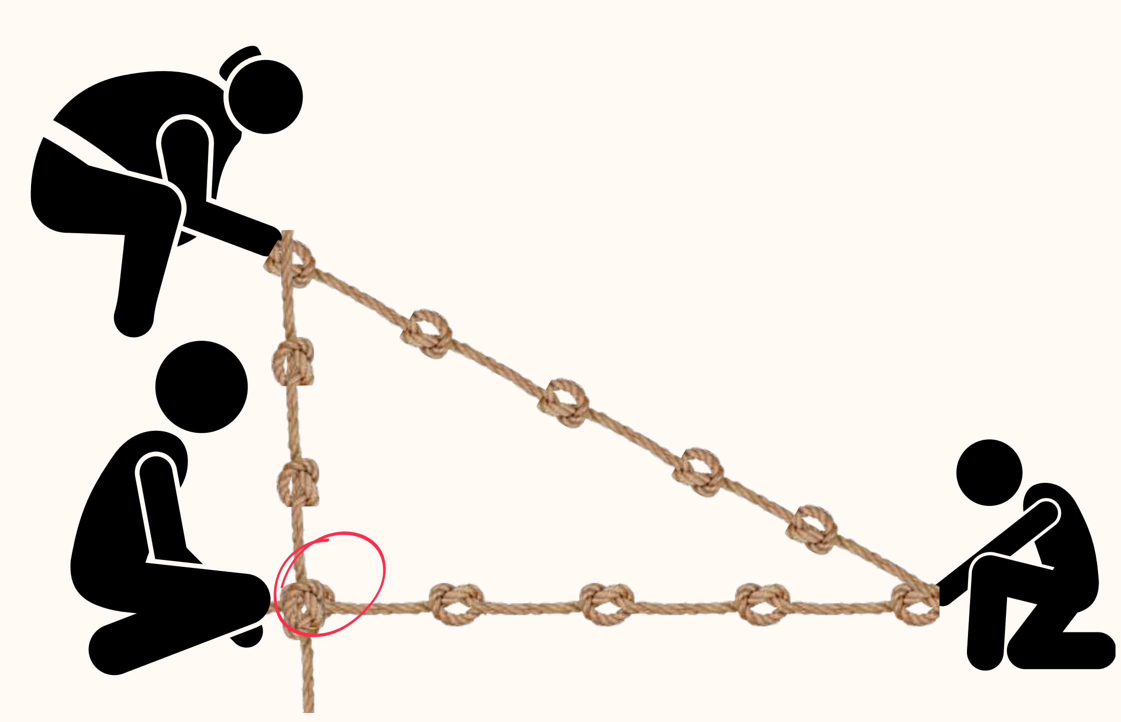
Apresente uma reflexão: nem sempre a humanidade dispôs dos instrumentos de precisão que utilizamos hoje. Será que conseguiríamos reproduzir essas medições com outras ferramentas mais rudimentares?

Na civilização egípcia, uma das mais antigas do mundo, localizada no continente africano, às margens do rio Nilo, onde se concentravam as terras mais férteis para o cultivo, os egípcios desenvolveram notáveis conhecimentos geométricos. Famosos por suas monumentais pirâmides, construídas em homenagem aos faraós, eles também dominavam a medição de ângulos, especialmente o ângulo reto, de 90°, crucial para suas obras arquitetônicas e para a agrimensura.

Esse conhecimento era particularmente valioso devido às constantes enchentes do Nilo. Quando as águas subiam, as demarcações dos terrenos agrícolas - essenciais para a subsistência - muitas vezes se perdiam, e os camponeses viam parte de suas terras serem inundadas. Após a vazante, quando o rio retornava ao seu leito normal, novas medições precisavam ser feitas com exatidão, pois os tributos cobrados pelo faraó eram calculados proporcionalmente à área de cada propriedade. Essa necessidade prática impulsionou o desenvolvimento de técnicas precisas de medição e demarcação de terras.

O método antigo consistia em utilizar uma corda com 13 marcações (nós) equidistantes. Três pessoas seguravam a corda, esticando-a para formar um triângulo. Os nós eram posicionados de forma que os lados do triângulo tivessem proporções específicas:

- Um lado do triângulo possuía 3 segmentos.
- Outro lado tinha 4 segmentos.
- O terceiro lado (o maior) tinha 5 segmentos.



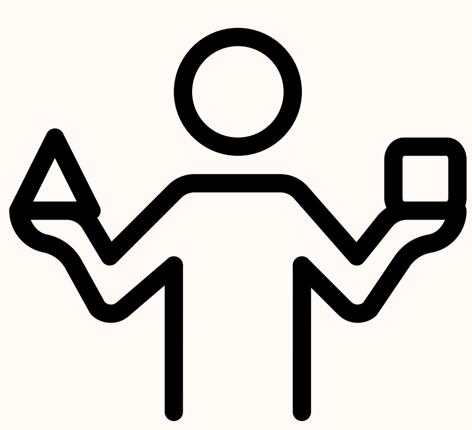
Quando a corda era esticada nessa configuração (3-4-5), o ângulo formado entre os lados de 3 e 4 segmentos resultava em um ângulo reto (ângulo com abertura de 90º).

DESENVOLVIMENTO

Vamos trabalhar?

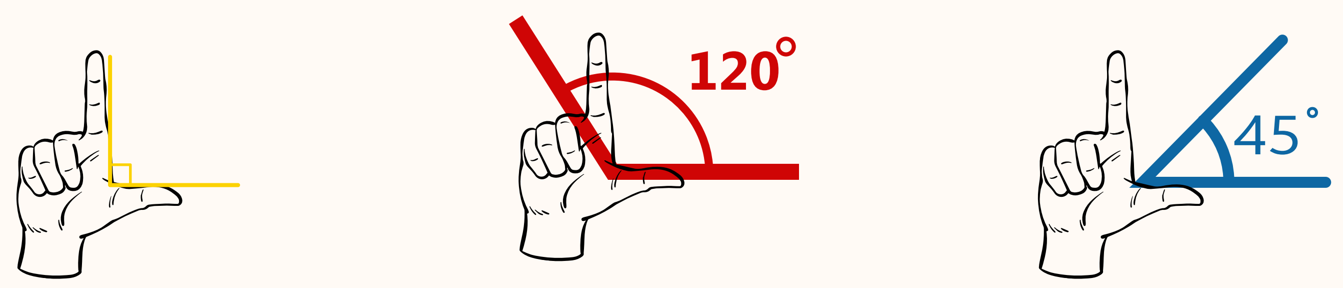
Oriente os grupos a confeccionarem uma corda com 13 nós. Como referência para a distância entre os nós, podem ser utilizadas medidas como: um palmo, quatro dedos, o comprimento de uma caneta ou borracha, entre outros objetos do cotidiano. Em seguida, peça que cada grupo meça os ângulos das curvas presentes na pista criada por um outro grupo, classificando-as em ângulo reto (90°), agudo (menor que 90°) ou obtuso (maior que 90°). Após a identificação dos ângulos, é necessário verificar o resultado com o grupo que construiu a pista para comparar resultados.

- **Comparando os resultados.**



Se o ângulo da curva encaixar perfeitamente com a corda, o ângulo será reto. Se o ângulo for maior do que o ângulo formado pela corda de 13 nós (ou seja, se a corda não for suficiente para cobrir a abertura, deixando uma sobra maior que um ângulo reto), esse ângulo será obtuso. Por outro lado, se o ângulo medido não puder ser completamente preenchido pela corda de 13 nós (de modo que sobre parte da corda em relação à abertura medida), esse ângulo será agudo (menor do que noventa graus).

Na ausência de instrumentos de medição, é possível usar os dedos das mãos como referência. Por exemplo, o ângulo formado entre o polegar e o indicador, quando posicionados perpendicularmente, é aproximadamente 90°—não é um método preciso, mas pode servir como estimativa.



ângulo reto | **ângulo obtuso** | **ângulo agudo**

Etapa final: solicite que os(as) estudantes marquem no desenho onde ficariam localizados os outdoors e a justificativa de cada local.

Professor(a), nesta parte, oriente que eles(as) pensem na perspectiva do ângulo de visão na perspectiva do participante. Se quiser ampliar o universo da atividade, sugira pontos de gravação, arquibancada, dentre outros.

Discuta com os(as) estudantes alguns pontos estratégicos para auxiliá-los(as) nas tomadas de decisões de onde ficarão:

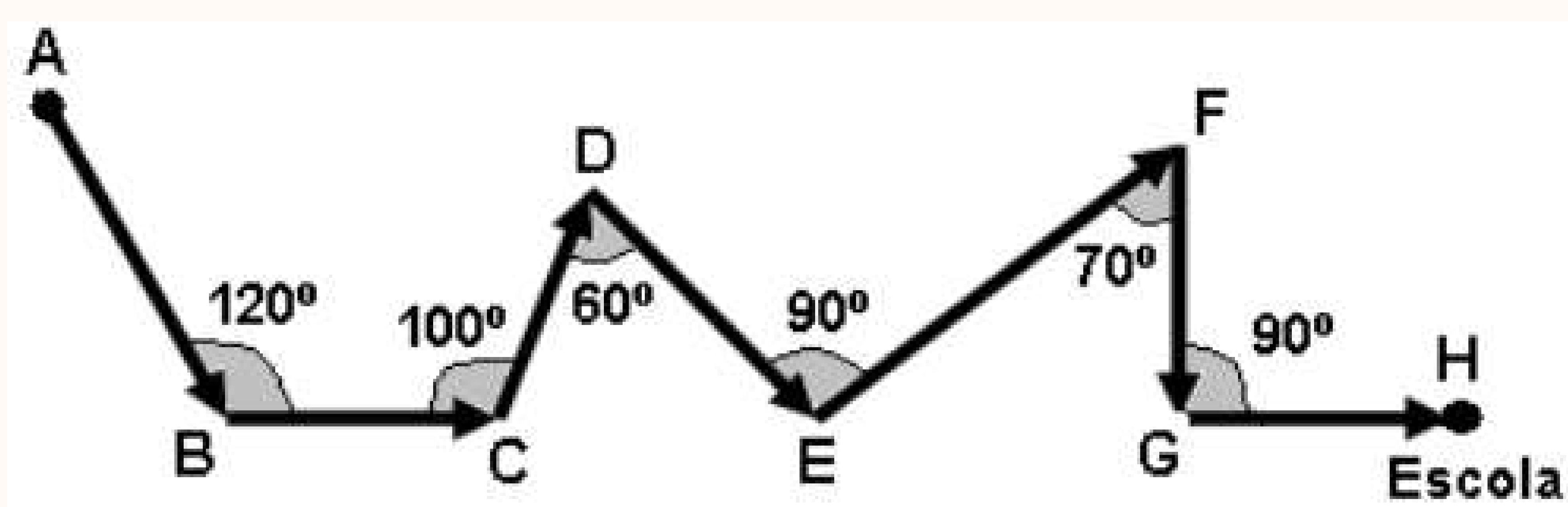
- Curvas fechadas (curvas com o ângulo de curva mais elevados são pontos em que a intensidade da velocidade diminui. Por consequência, são pontos que requerem maior atenção do competidor e de quem assiste, uma vez que podem ocorrer mais ultrapassagens).
- Ponto de início e de saída.
- Topo de uma subida.
- Retas muito longas (podem ser locais estratégicos).

Durante a atividade da pista, o que aprendemos:

Vimos nesta aula que o método egípcio e a estimativa do L servem para intuição, de modo que, quando precisamos de precisão, é necessário utilizar outros métodos mais apurados e precisos. Atualmente, é muito comum medir o nivelamento de paredes por meio de lasers. Essas medições são realizadas a partir do ângulo de 90º (ângulo reto). Dessa forma, uma parede está bem alinhada quando mantém o ângulo reto (90º) em relação ao chão e às outras paredes.

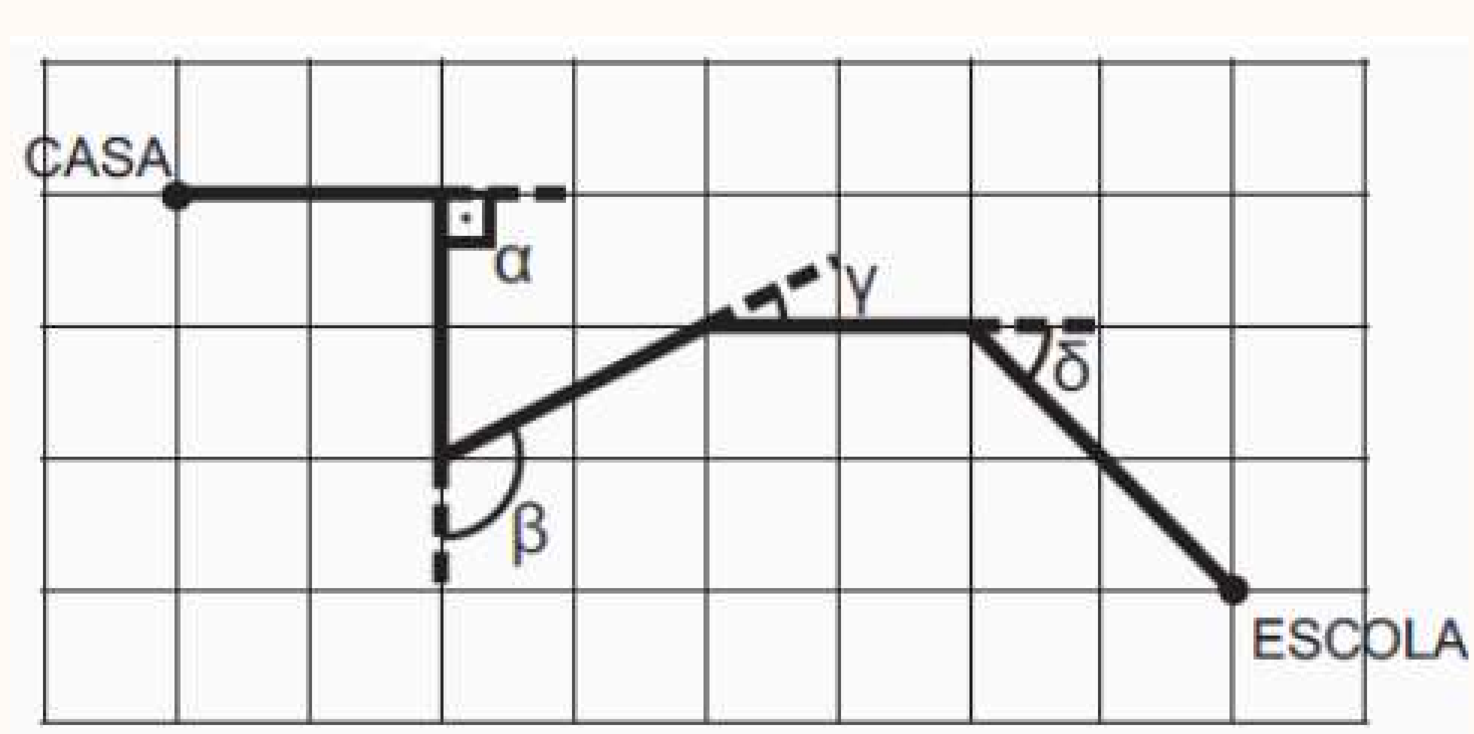
Podemos verificar as aprendizagens a partir das respostas, também verificando a capacidade de identificar ângulos retos em exercícios.

1) (Prova Brasil). Para chegar à escola, Carlos realiza algumas mudanças de direção, como mostra a figura a seguir:



As mudanças de direção que formam ângulos retos estão representadas nos vértices:
A) B e G.
B) D e F.
C) B e E.
D) E e G.

2) (PAEBES). Observe, na malha quadriculada abaixo, o caminho que Luana faz para ir de sua casa até a escola.



Nesse caminho, ela muda de direção 4 vezes e essas mudanças de direção foram representadas pelos ângulos α, β, γ e δ. Qual desses ângulos é um ângulo reto?

A) α
B) β
C) γ
D) δ

GABARITO:
1) D 2)A

JOGOS MATEMÁTICOS

Professor(a), para fortalecer a consolidação das aprendizagens desta aula, proponha um quiz aos(às) estudantes.
Você pode acessar o jogo por meio do link ou do QR Code:

https://wordwall.net/pt/resource/89444881

REFERÊNCIAS

Definição de marketing.

KOTLER, P. Marketing. São Paulo: Atlas, 1996.

HISTORIA DA MATEMÁTICA

BOYER, Carl B. História da Matemática. São Paulo: Edgard Blücher, 2010

ROQUE, T. História da matemática - uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

A Matemática pura é, à sua maneira,
a poesia das ideias lógicas.

Albert Einstein