Governo do Estado do Espírito Santo
Secretaria da Educação
Gerência de Educação Infantil e Ensino Fundamental

PRÁTICAS EXPERIMENTAIS DE *Matemática* PARA O ENSINO FUNDAMENTAL

7º ANO
2º TRI.

Secretaria de Estado da Educação do Espírito Santo

Andrea Guzzo Pereira
Secretária de Estado da Educação

Subsecretaria de Educação Básica e Profissional

Gerência de Educação Infantil e Ensino Fundamental - Geief

Rafaela Teixeira Possato de Barros
Gerente

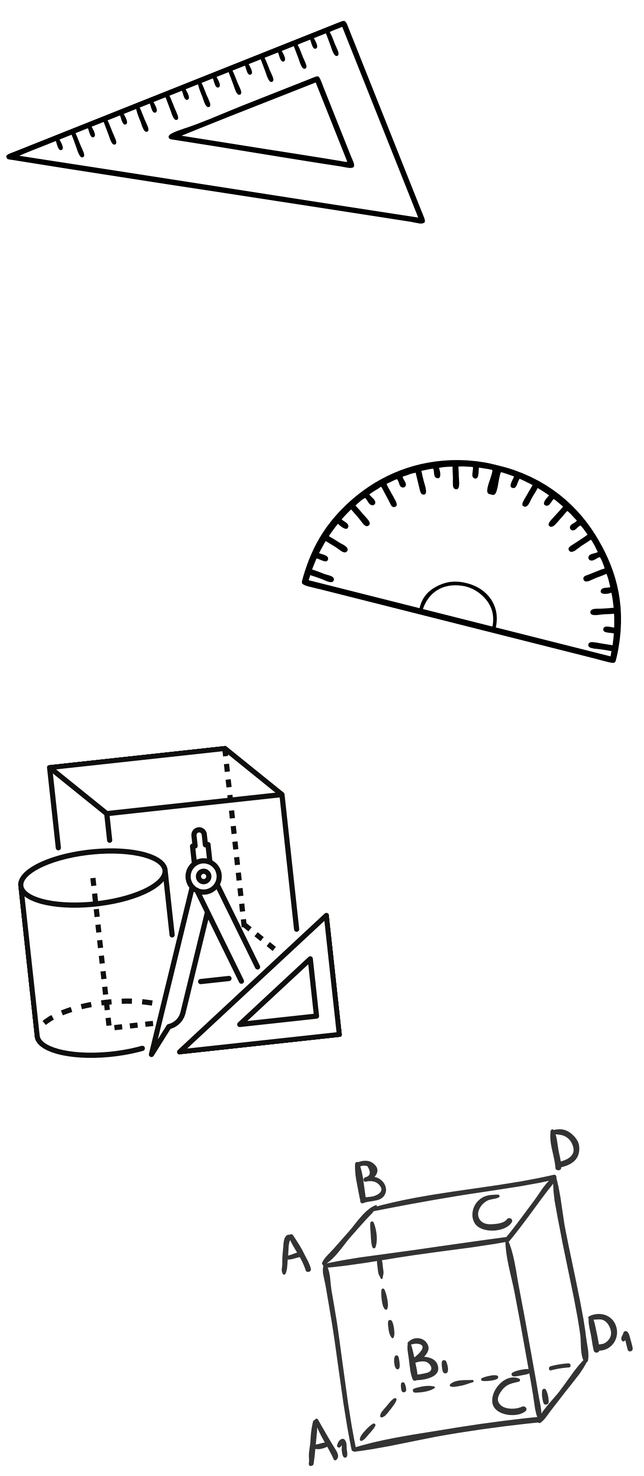
Débora Aparecida Furieri Matos
Subgerente

Eeléssia Costa Silva
Guilherme Escarpini Helmer
Equipe responsável

Adriana Lisboa Chaves Rezende
Antonio da Silva Pereira Neto
Euléssia Costa Silva
Guilherme Escarpini Helmer
Ivana Lima Brito
Júlio César Campos
Luara Zucolotto Afonso
Monalisa Di Paula Silva de Albuquerque
Roque Alves da Silva Júnior
Simone Maria Oliveira Gonçalves
Tatiana Gomes dos Santos Peterle
Equipe Técnica da Gerência de Educação Infantil e Ensino Fundamental

Adalzira Ribeiro da Hora
Sandra Mara Moura Machado
Equipe de Apoio da Gerência de Educação Infantil e Ensino Fundamental

APRESENTAÇÃO



Prezado(a) professor(a),

A educação contemporânea tem sido profundamente marcada por desafios relacionados ao letramento matemático, contexto em que a experimentação matemática emerge como um imperativo educacional e se constitui fator essencial à vivência escolar e cidadã e à intervenção no mundo.

Pensando nisso, e com vistas a subsidiar o desenvolvimento da experimentação matemática do 6º ao 9º ano, a Gerência de Educação Infantil e Ensino Fundamental - Geief elaborou o documento *Práticas Experimentais de Matemática no Ensino Fundamental.*

O objetivo é que, a partir deste material, os(as) professores de Matemática disponham de mais um subsídio para desenvolver as aprendizagens dos(as) estudantes de forma contextualizada e significativa.

Assim, abarcando diferentes metodologias de ensino e considerando as distintas formas de aprender dos(as) estudantes, propomos o desenvolvimento de práticas que contribuam para a ampliação e o aprofundamento de importantes conhecimentos matemáticos do 5º ao 9º ano do ensino fundamental.

Desse modo, professor(a), desejamos que estas práticas fomentem a sua práxis pedagógica voltada à abordagem crítica e reflexiva dos conhecimentos matemáticos, contando, para isso, com a sua preciosa contribuição, elemento essencial para o sucesso educacional pelo qual almejamos.

Bom trabalho!

Por que promover práticas experimentais de Matemática?

Professor(a), o dinamismo que marca a sociedade contemporânea exige práticas de ensino cada vez mais diversificadas, que atendam às diferentes expectativas e necessidades de aprendizagem dos(as) estudantes. Desse modo, concebemos que o trabalho com práticas experimentais de Matemática pode fomentar o(a):

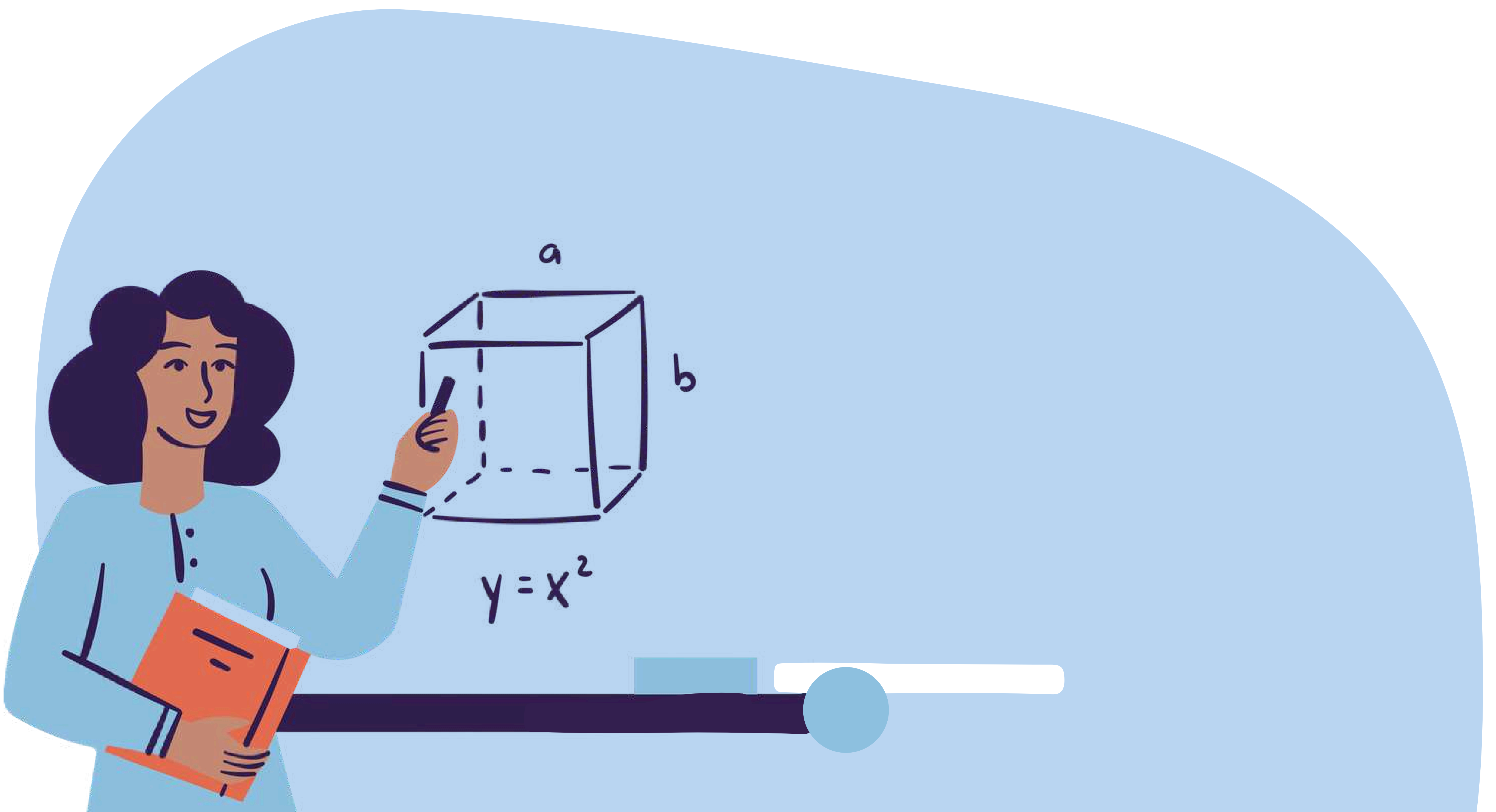
Desenvolvimento e consolidação de habilidades: a realização de experimentos contribui para o desenvolvimento de habilidades essenciais, sobretudo aquelas cujos resultados estão fragilizados no ensino fundamental anos finais. A abordagem prática, aliada à ludicidade, ajuda a ilustrar conceitos, evidenciando sua aplicabilidade em situações concretas, o que amplia as possibilidades de aprendizagem dos(as) estudantes.

Pensamento crítico: a experimentação matemática instiga o pensamento crítico, uma vez que, por meio de experiências, os(as) estudantes aprendem a formular perguntas e a levantar hipóteses, tendo a oportunidade de refletir, a partir da mediação do(a) professor(a), sobre a própria construção de conhecimentos.

Compreensão e aplicação da lógica matemática: os diferentes conhecimentos que compõem a vida cotidiana são fundamentalmente perpassados pela lógica matemática, o que torna imprescindível sua compreensão e aplicação pelos(as) estudantes.

Engajamento: A vivência com práticas experimentais pode motivar os(as) estudantes ao promover um contato mais dinâmico e lúdico com os diferentes conhecimentos, constituindo um contexto mais propício ao estreitamento do vínculo dos(as) estudantes com os seus estudos.

Combate ao estigma de que a matemática é difícil e inacessível: a cultura de que a matemática é difícil e inacessível se configura como um obstáculo ao processo educacional que urge ser mitigado. Ao vivenciar experiências com a matemática, intencionamos que os(as) estudantes percebam que é possível aprendê-la (e de diferentes formas).



As práticas experimentais de matemática estão estruturadas nas seguintes seções:

APRESENTAÇÃO E CONCEITUAÇÃO

Nesta seção, apresentamos um resumo do que será abordado na prática proposta e os conceitos matemáticos que serão trabalhados.

OBJETIVO DA AULA

Nesta seção, detalhamos o objetivo da aula, com vistas a contribuir para a orientação do trabalho docente.

UM POUCO DE HISTÓRIA

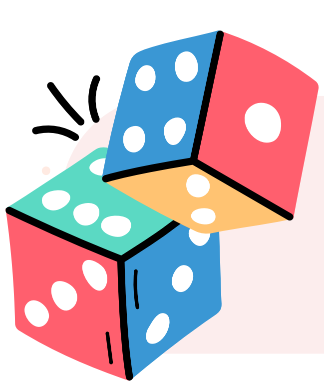
Nesta seção, apresentamos alguns momentos e personagens da história da matemática.

DESENVOLVIMENTO

Nesta seção, detalhamos os procedimentos metodológicos necessários à realização da prática, indicando as etapas de execução da prática experimental. Também propomos uma discussão sobre as estratégias adotadas pelos estudantes, permitindo que eles compartilhem suas observações e aprendam com as abordagens dos colegas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS E AVALIAÇÃO

Aqui, dispomos os pontos de diálogo necessários ao encerramento da execução da prática, com reflexões e possíveis conclusões que devem ser pensadas com os(as) estudantes.



JOGOS MATEMÁTICOS

Pensando na utilização de jogos analógicos e digitais como ferramentas de promoção da aprendizagem lúdica, as práticas experimentais são complementadas com jogos que versam sobre as temáticas das práticas propostas.

SUMÁRIO

CLIQUE NAS AULAS PARA ACESSÁ-LAS

PRÁTICA 1: EXPERIMENTOS DE PROPORCIONALIDADE 1

PRÁTICA 2: DETETIVE: INVESTIGANDO O ACASO 22

PRÁTICA 3: CALCULANDO MÉDIA E AMPLITUDE 35

PRÁTICA 1: EXPERIMENTOS DE PROPORCIONALIDADE

Habilidade: EF07MA17 - Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.

Descritor Saeb: D29 - Resolver problema que envolva variação proporcional, direta ou inversa, entre grandezas.

Objeto de conhecimento: Proporcionalidade, Regra de três simples

Expectativa de aprendizagem: Modelar e resolver problemas envolvendo relações de proporcionalidade entre variáveis. Interpretar, modelar e resolver problemas envolvendo grandezas direta e inversamente proporcionais.

Materiais necessários:

- 03 folhas de papel quadriculado por grupo de no mínimo 72 x 72 quadrados (a quantidade pode variar dependo pelo método escolhido por você, professor(a)).

- Papel e lápis para anotações.

APRESENTAÇÃO E CONCEITUAÇÃO

Nesta proposta, trabalharemos a partir de dois experimentos distintos: um que aborda a proporcionalidade direta e outro que trata da proporcionalidade inversa. A escolha por estruturar o material dessa forma visa proporcionar aos(às) estudantes uma vivência prática e comparativa entre os dois tipos de relação proporcional, favorecendo a compreensão conceitual por meio da experimentação.

O experimento referente à proporcionalidade inversa apresenta uma situação-problema mais delimitada, com resultados mais uniformes, contáveis e facilmente manipuláveis pelos(as) estudantes. Isso permite uma condução mais objetiva da atividade, facilitando a observação direta da relação inversa entre as variáveis envolvidas.

Já o experimento voltado à proporcionalidade direta apresenta um caráter mais empírico, o que implica desafios adicionais no processo de mediação. Os resultados podem variar entre os grupos, exigindo de você, professor(a), uma atuação mais ativa na condução das discussões e na promoção de leituras mais amplas dos dados coletados. Nesse contexto, é fundamental explorar os motivos das variações e como elas impactam na construção do conceito de proporcionalidade direta.

A organização deste material tem como objetivo principal estabelecer uma comunicação direta entre os fenômenos concretos observados e a construção de conhecimentos matemáticos mais sistematizados. Parte-se de situações particulares, vividas e analisadas pelos(as) próprios(as) estudantes, para então se chegar a uma generalização introdutória da regra de três, ferramenta importante no estudo das relações proporcionais. Dessa forma, busca-se consolidar o entendimento conceitual por meio de uma abordagem investigativa e contextualizada.

OBJETIVO DA AULA

Desenvolver a habilidade a partir de uma experiência com experimentação explorando aspectos visuais para desenvolver o pensamento proporcional.

TEXTO ORIENTADOR PARA O PROFESSOR

Conhecer a história da matemática ajuda os estudantes a perceberem que os conceitos matemáticos não surgiram prontos, mas foram construídos ao longo do tempo para resolver problemas do cotidiano. A ideia de proporcionalidade acompanha a humanidade desde a Antiguidade e está presente em situações como partilhas, trocas comerciais, impostos, receitas, mapas, escallas, taxas e estatísticas. Ao abordar essa história, é importante valorizar diferentes culturas e destacar as contribuições das mulheres, historicamente invisibilizadas. Isso promove uma visão mais ampla, crítica e inclusiva da matemática.

UM BREVE RESUMO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E DA PROPORCIONALIDADE

ANTIGUIDADE
(3000 a.C. – 500 d.C.)

Egípcios, babilônios, chineses, indianos e gregos já utilizavam ideias proporcionais para medir terras, calcular impostos, fazer trocas comerciais e resolver problemas de partilha. No Egito, o Papiro Rhind (c. 1650 a.C.) mostra o uso de frações unitárias, base para razões e proporções.

IDEIA CENTRAL: Relações entre grandezas para resolver problemas práticos.

GRÉCIA CLÁSSICA
(500 a.C. – 300 d.C.)

Os pitagóricos e, depois, Euclides (séc. III a.C.) estudaram razões e proporções de forma mais sistemática. No Livro V de "Os Elementos", Euclides apresenta a teoria das proporções, fundamental para a geomentia e para a resolução de problemas.

IDEIA CENTRAL: Proporção como relação entre quantidades.

IDADE MÉDIA
(séc. V – XV)

Na Europa, os cálculos comerciais e as trocas impulsionaram o uso de regras práticas, como a „regra de três", que expressa relações proporcionais. No mundo islâmico e na Índia, saberes matemáticos foram preservados e aperfeiçoados.

IDEIA CENTRAL: Cálculos comerciais, trocas e medidas.

RENASCIMENTO E IDADE MODERNA
(séc. XV – XVIII)

Leonardo de Pisa (Fibonacci) (séc. XIII), em *Liber Abaci*, popularizou os números indo-arábicos e apresentou problemas comerciais que envolvem lucros, descontos, juros e proporções.
A matemática passa a ser cada vez mais aplicada às ciências e à navegação.

IDEIA CENTRAL: Proporcionalidade aplicada ao comércio e à vida prática.

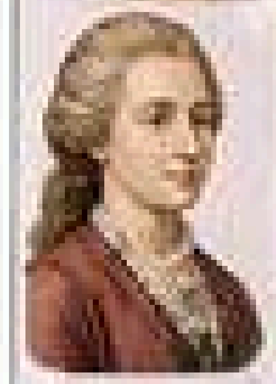
SÉCULOS XVIII E XIX

A proporcionalidade ganha força na estatística e nas ciências sociais. Florence Nightingale (1820–1910) usou porcentagens e gráficos para analisar dados de mortalidade na Guerra da Crimeia, mostrando o poder da matemática para transformar a realidade.

IDEIA CENTRAL: Dados, taxas e procentagens para compreender o mundo.

MULHERES QUE FIZERAM HISTÓRIA

Hipátia de Alexandria (c. 350–415)
Matemática e filósofa que trabalhou com geometria, álgebra e astronomia.



Émilie du Châtelet (1706–1749)
Divulgadora da ciência e da matemática; traduziu e comentou obras de Newton, aproximando a matemática da física.

Sophie Germain (1776–1831)
Matemática francesa que fez importantes contribuições à teoria dos números e à elasticidade.

IDEIA CENTRAL: Mulheres sempre produziram matemática e transformaram conhecimentos!

A IDEIA DE PROPORCIONALIDADE HOJE

A proporcionalidade está presente em nosso dia a dia: em receitas, descontos, salários, escalas de mapas, gráficos, juros, taxa de inflação, impostos e muito mais. Compreender sua história ajuda os estudantes a dar sentido ao que aprendem e a usar a matemática para interpretar e transformar a realidade.

SUGESTÕES PARA O PROFESSOR

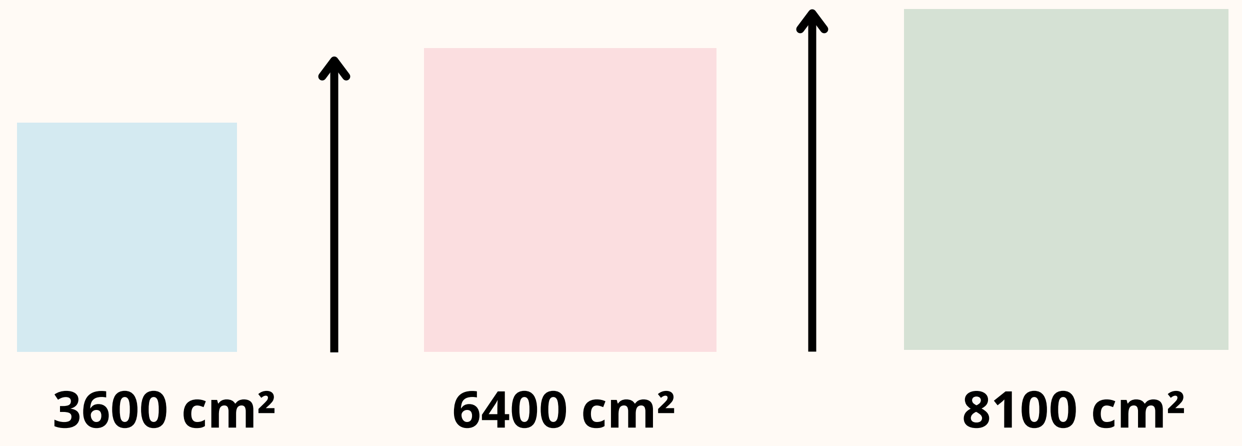
- Relacione os conteúdos de proporção, razão e porcentagem a contextos históricos.
- Traga problemas antigos e compare com situações atuais.
- Valorize diferentes povos e culturas.
- Destaque mulheres matemáticas e suas contribuições.
- Use linhas do tempo, biografias e projetos de pesquisa com os alunos.

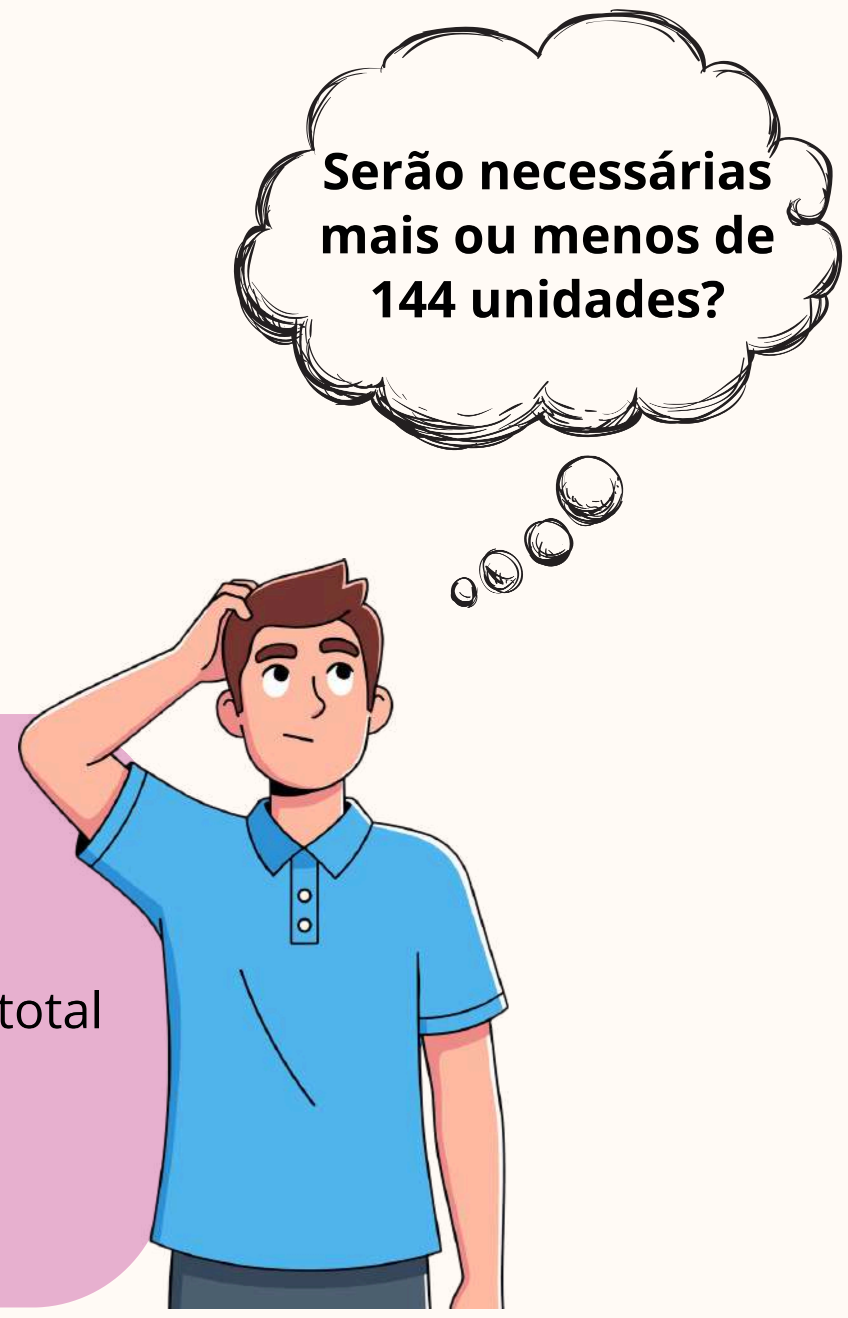
EXPERIMENTO 01

Um cliente entrou em sua loja interessado em comprar revestimentos para reformar o piso de sua casa. Atualmente, o chão é composto por peças cerâmicas de 3600cm² (60x60cm), totalizando 144 unidades (desconsiderando perdas ou quebras). Quantas peças serão necessárias para cobrir a mesma área utilizando revestimentos de 6400 cm² (80cmx80cm) e 8100cm² (90 cm × 90 cm)?

Primeiramente, é preciso verificar se os(as) estudantes entenderam o que está sendo proposto pelo problema, quais são as grandezas apresentadas e como se relacionam, momento oportuno para verificar a noção de área. Na conjuntura deste problema, apesar de não ser o objeto de conhecimento, a noção de área de quadrados é necessária para que o problema seja resolvido. Caso a complexidade esteja muito elevada para a turma, reduza a complexidade modelando para área, em vez de abarcar a dimensão das peças, conforme a proposta a seguir:

Aumentando o tamanho do piso



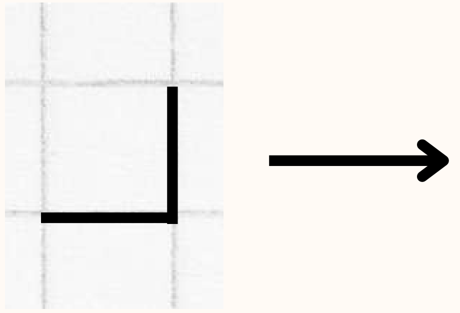


Primeiro, calculamos a área total que as peças originais ocupam:
Cada peça antiga: 60 x 60 cm = 3.600 cm²
Total de peças: 144
Para o cálculo da área total, basta multiplicar a área da peça pelo total de peças:

Área total: 144 x 3.600 cm² = 518.400 cm²

Professor(a), instigue os(as) estudantes a manifestarem suas opiniões quanto à natureza da proporção entre as grandezas. Incentive-os(as) a responderem a partir da estratégia que acharem melhor.

Independentemente de os(as) estudantes apresentarem dificuldade em perceber a relação inversa entre o tamanho da peça de cerâmica e a quantidade de unidades para cobrir o chão, a representação do problema via malha quadriculada oportunizará o melhor entendimento da situação-problema e uma justificativa para a transformação de unidades de grandezas lineares para unidades de referência de área.



Para facilitar os cálculos, vamos considerar que cada quadradinho seja 10cmx10cm, ou seja, de área 100 cm². Sendo assim, uma unidade de 60cmx 60cm será representada como 6x6 na malha quadriculada.

Considerando que cada quadradinho tem 100 cm², vamos calcular quantos quadradinhos "cabem" na área total. Para isso, dividimos a área total pela área do quadradinho:

$$\frac{518.400 \text{ cm}^2}{100 \text{ cm}^2} = 5.184 \text{ quadradinhos}$$

DESENVOLVIMENTO

Aqui está a representação da situação-problema: temos um chão de casa com 144 peças de cerâmica de dimensões de 60x60cm.

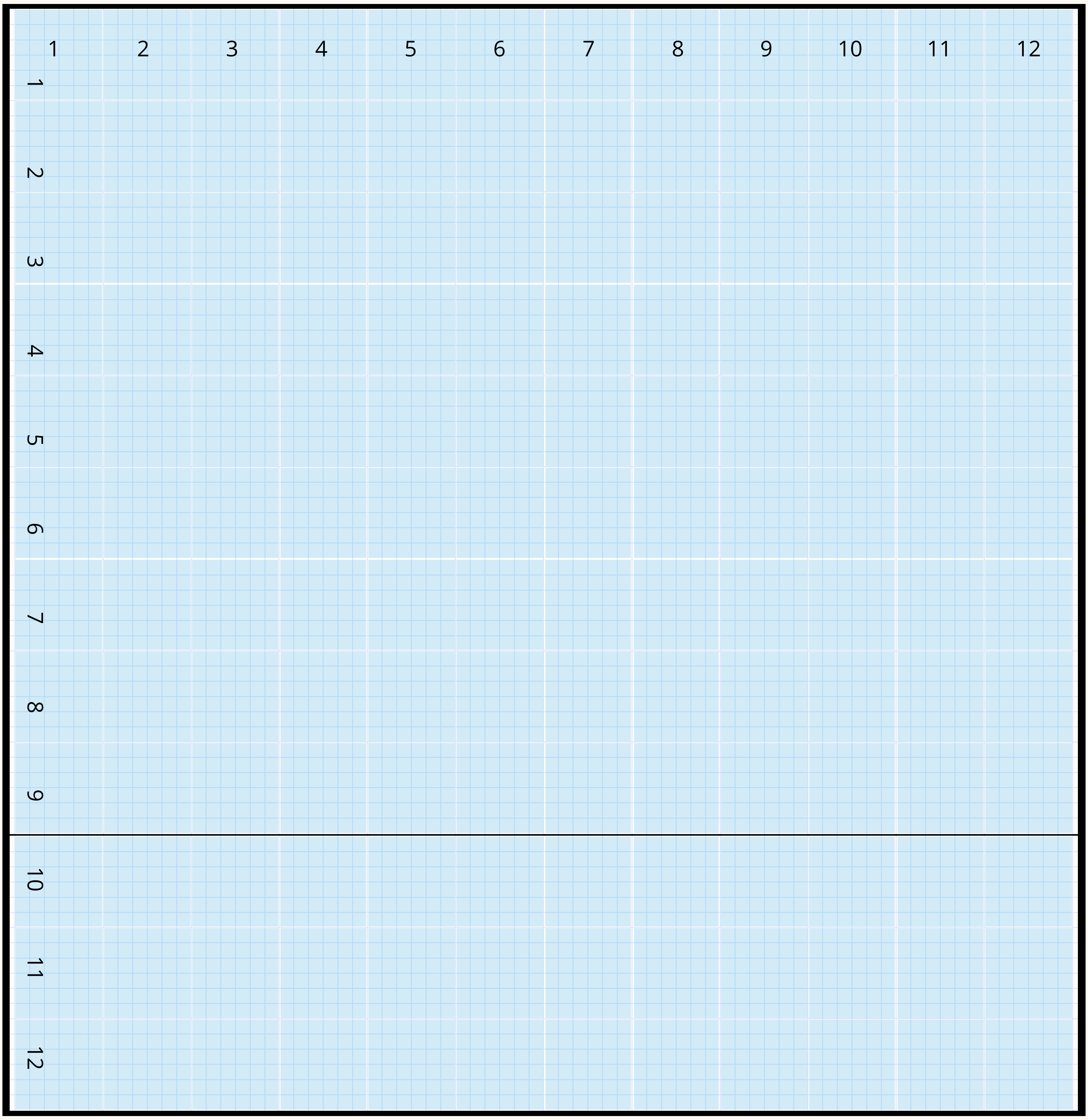
Cada linha possui 12 unidades 60x60cm, que, em termos de quadradinhos, são **6x6, pois consideramos 10cm sendo o lado de cada quadrado.** Como temos 12 linhas, o total é 144, pois:

12 + 12 + 12 + ... + 12 +12 + 12 = 144

12 parcelas de 12, portanto, 12 x 12 = 144 unidades de 60x60cm

O que essa folha tem a ver com a folha com quadradinhos 72x72?

A partir de 144 . 3600cm² = 518400 cm,², temos **um total de 5184 quadradinhos** que representam o **quadrado maior** da imagem, composto pelos **144 azulejos.**



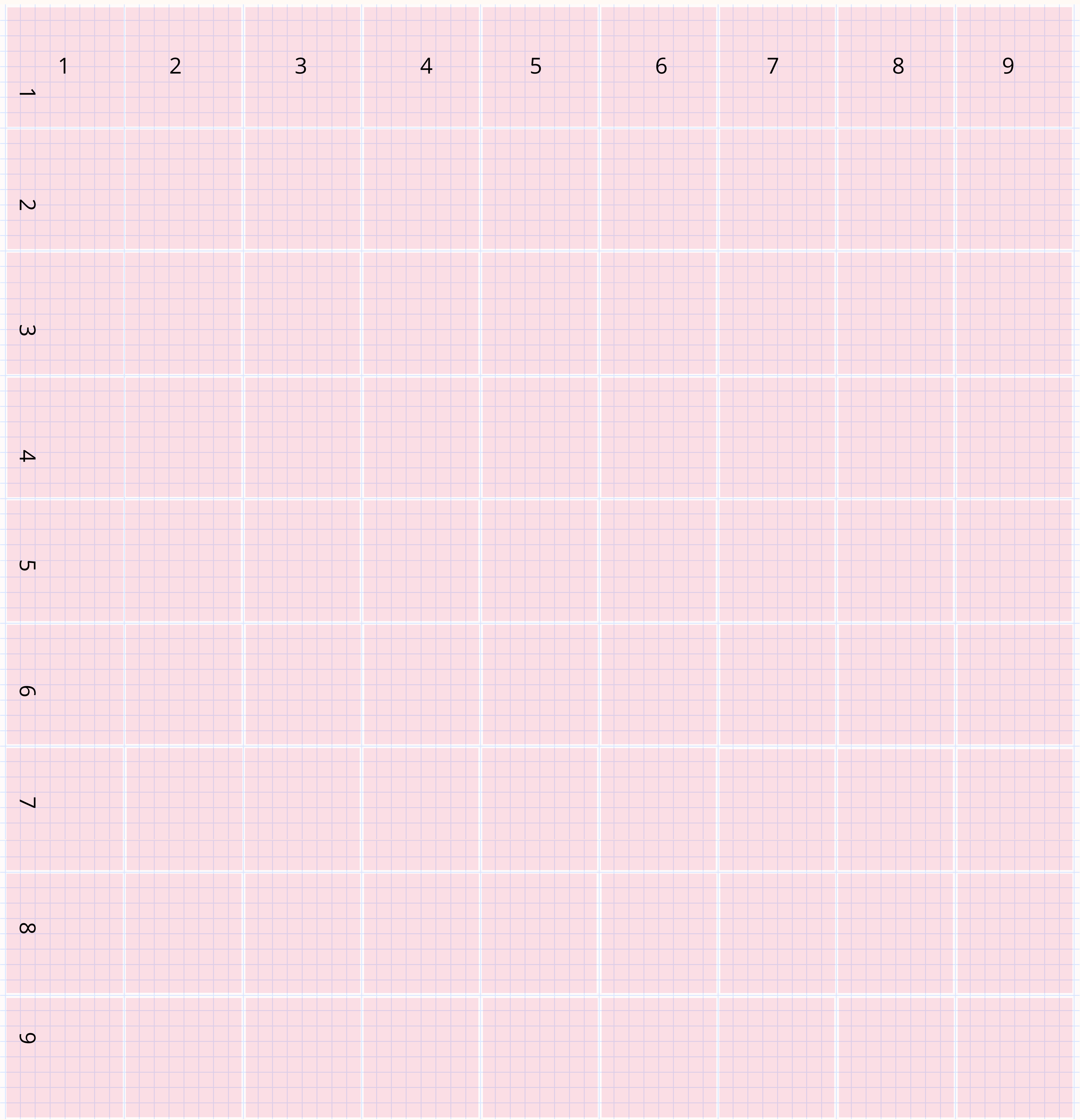
DESENVOLVIMENTO

No primeiro momento, solicite que os(as) estudantes representem a situação inicial do problema na malha e depois substitua por outro piso com unidades de 80cmx80cm para verificar se diminui ou se aumenta a quantidade de unidades para cobrir o chão. Fazendo assim, poderemos investigar se a grandeza quantidades de unidades aumenta ou diminui com o aumento do tamanho das unidades de piso.

Analogamente, por contagem, temos:

9 x 9 = **81 unidades** de tamanho 80x80cm.

A quantidade de unidades era de 144. Após a troca das unidades, o chão passou a ter **81 unidades.**



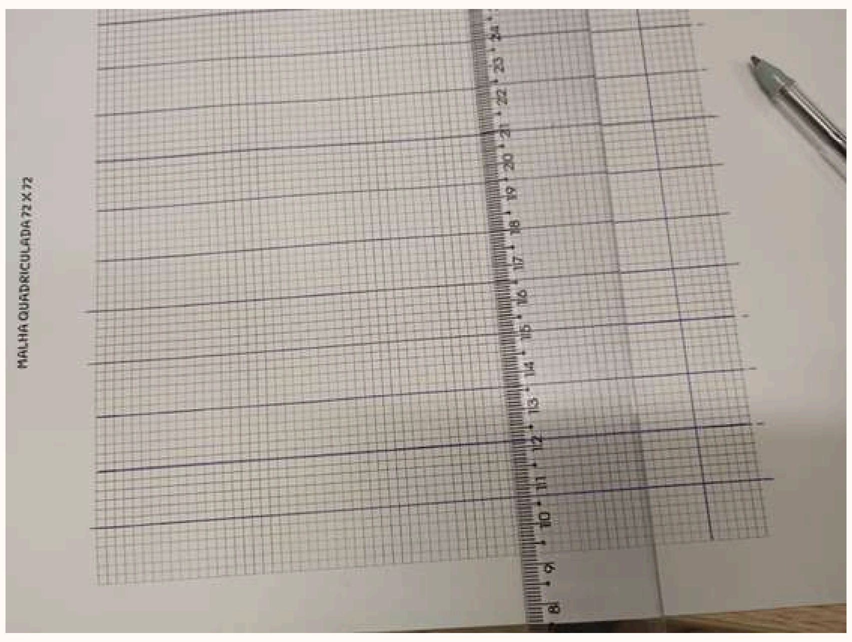
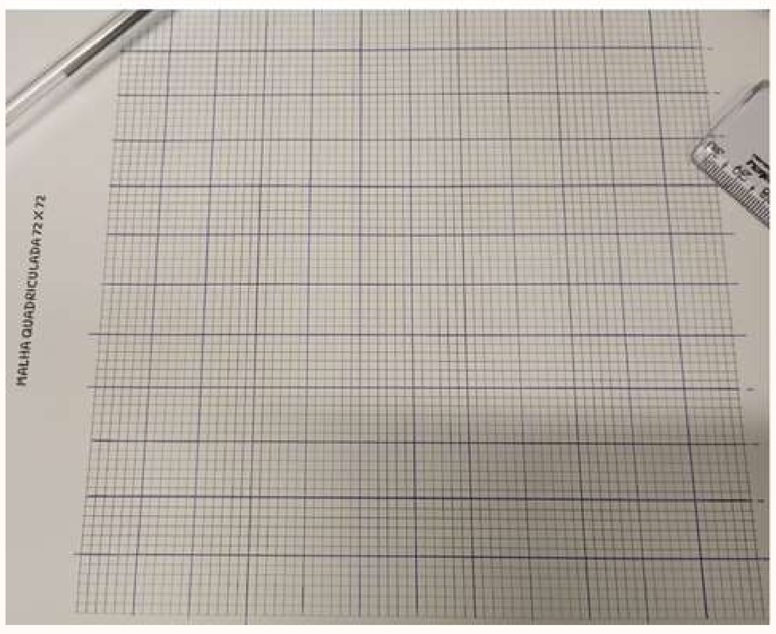
Seguindo com a dinâmica investigativa, ao mudarmos as unidades de piso 60x60cm para 90x90cm, será que a quantidade de unidades necessária para cobrir o chão aumentará ou reduzirá? Será maior ou menor do que 144?

Distribua folhas novamente, pois seguiremos com o experimento com unidades de piso maior.

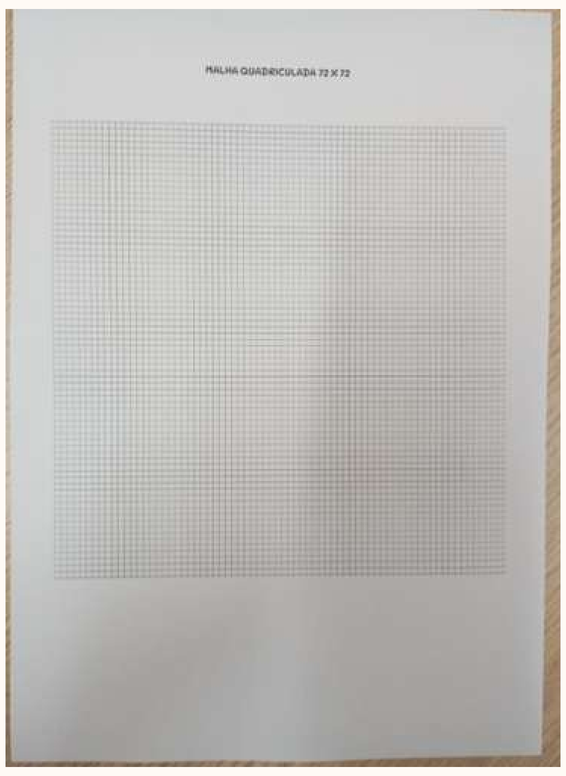
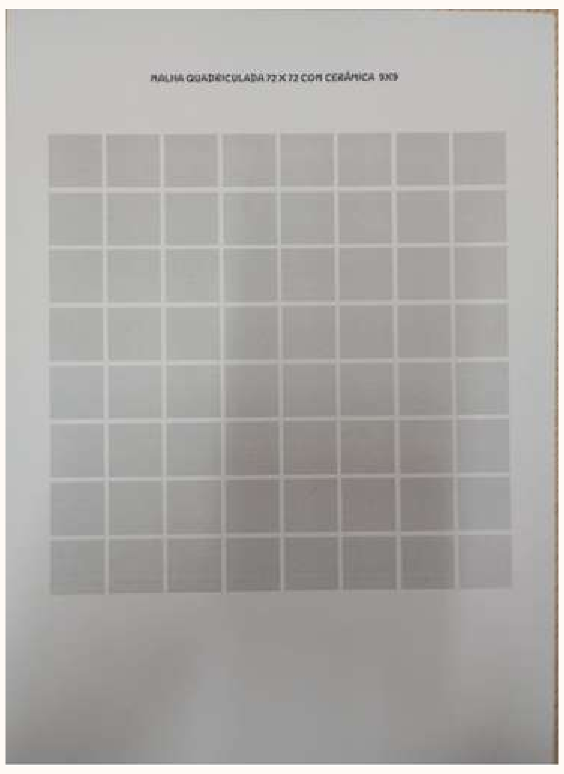
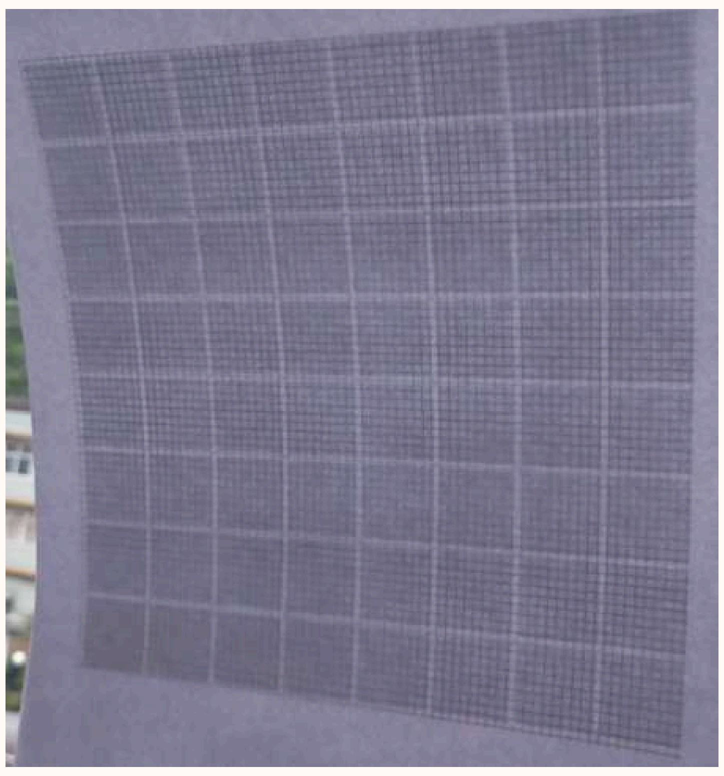
Professor(a), a quantidade de folhas para esta atividade dependerá da abordagem escolhida entre as três opções disponíveis: primeiro, os(as) estudantes podem delimitar manualmente as unidades de piso com régua e caneta colorida; segundo: podem sobrepor a malha das unidades de cerâmica à malha 72x72, observando o sombreamento das linhas contra a luz; ou, por fim, pode-se utilizar uma folha única onde ambas as malhas já aparecem integradas.

Instrumentalizamos as três abordagens via anexos, mas enfatizamos que os(as) estudantes precisam compreender as vantagens e possíveis desvantagens de cada uma. A seguir, ilustramos com exemplos.

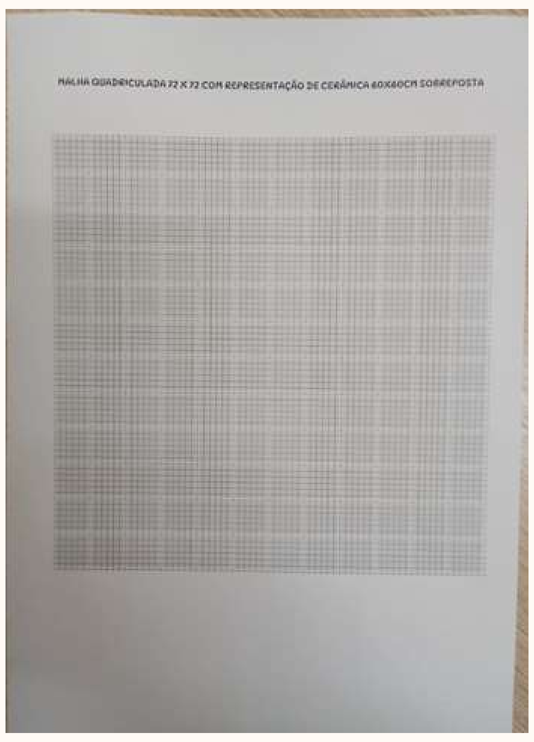
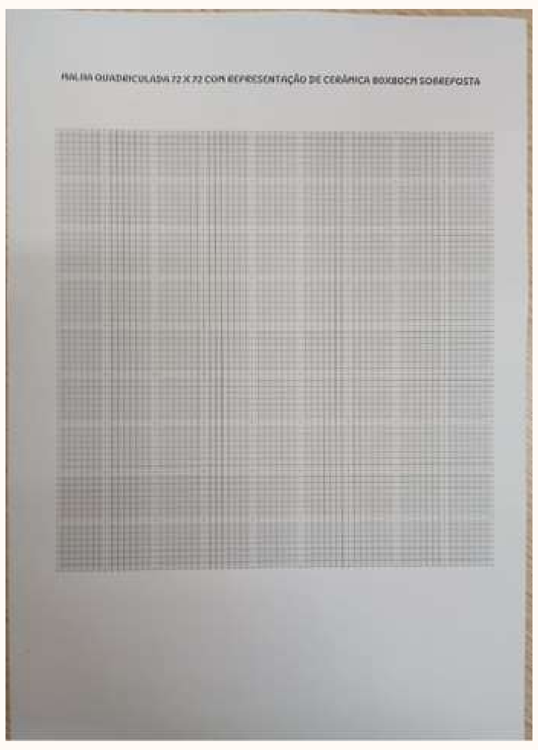
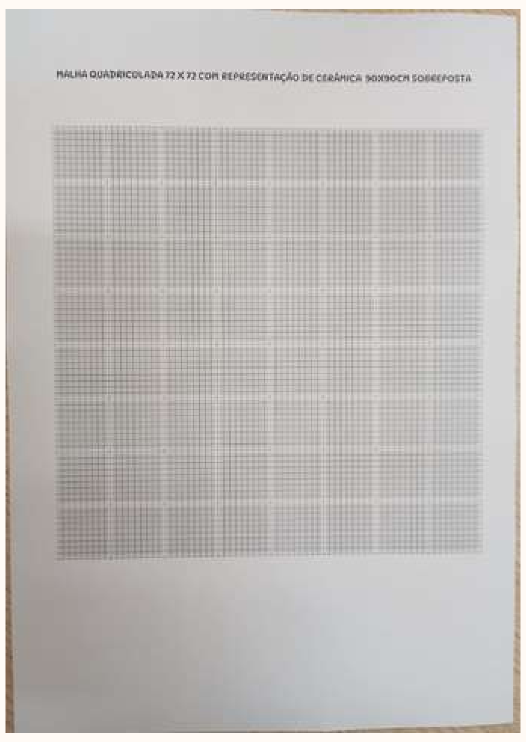
<u>Primeira opção</u>: Delimitar os quadrados no piso 72x72 utilizando régua e caneta. É preciso deixar evidente que cada quadrado representa uma peça de piso. O exemplo marca na folha quadrados 6x6, que equivalem 3600 cm².

<u>Segunda opção</u>: Sobreponha a malha das unidades de cerâmica à folha do piso 72x72, alinhando-as contra uma fonte de luz. Dessa forma, será possível visualizar e contar quantos quadradinhos da malha 72x72 cabem dentro de cada unidade de cerâmica, simulando a paginação do piso real sobre o chão da casa.

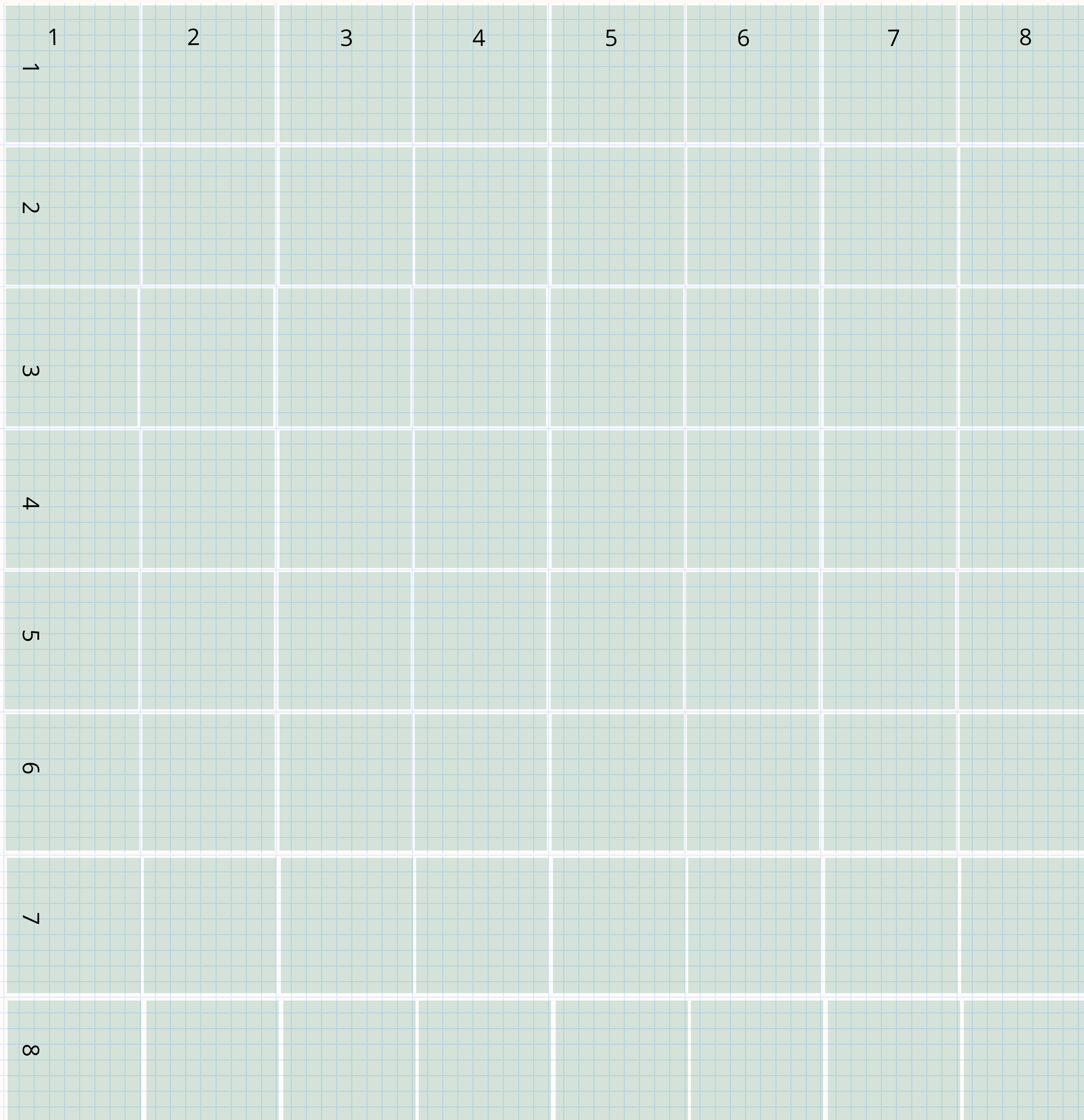
<u>Terceira opção</u>: Entregue uma folha e diga que o piso já está delimitado no chão de 72x72. Essa opção é válida para casos de estudantes que estão demorando muito e precisam acompanhar a aula, ou em uma situação em que precisaram se ausentar e estão retornando à sala de aula no meio do desenvolvimento. Vale ressaltar que as unidades de pisos não estão ocupando a área completa dos 36, 64 ou 81 quadradinhos por questão didática.

DESENVOLVIMENTO

É possível perceber uma quantidade menor de unidades, neste caso, 64 (8 por linha de um total de 8 linhas) para unidades de piso 90x90cm.

Resposta: Serão necessárias **81** e **64** unidades de piso para os tamanhos 80x80cm e 90x90cm, respectivamente.



Entendendo a atividade e resolvendo matematicamente.

Dizemos que duas grandezas são inversamente proporcionais quando o aumento de uma delas implica a diminuição proporcional da outra grandeza. Normalmente, essa relação ocorre em situações-problema em que um dado do problema é constante. Nesse exemplo, o tamanho da região (área) da casa não se alterou; em todos os casos, era sempre 72x72, ou seja, 5184 quadradinhos.

Na primeira troca de pisos, o tamanho da casa era o mesmo, porém, queríamos descobrir quantas unidades com aquela área (6400cm²) seriam necessárias para cobrir o chão.

$6400 \cdot x_1 = 3600 \cdot 144$

A segunda experimentação também manteve as dimensões do chão da casa, mas a pergunta era quantas unidades seriam necessárias com um piso de área 8100cm².

$8100 \cdot x_2 = 3600 \cdot 144$

$6400 \cdot x_1 = 3600 \cdot 144$

$6400 \cdot x_1 = 518400$

$64 \cdot x_1 = 5184$

$x_1 = \frac{5184}{64}$ → **x_1 = 81 unidades de 80x80cm**

x_1 número que, quando multiplicado por 6400, resulta em 518400.

$8100 \cdot x_2 = 3600 \cdot 144$

$8100 \cdot x_2 = 518400$

$81 \cdot x_2 = 5184$

$x_2 = \frac{5184}{81}$ → **x_2 = 64 unidades de 90x90cm**

x_2 número que, quando multiplicado por 6400, resulta em 518400.

AREA DO PISO EM CM²	QUANTIDADE DE UNIDADES	ÁREA DA CASA
GRANDEZA Y	GRANDEZA X	Y VEZES X
3 600	144	518400 CM² = 51,84 M²
6 400	81	518400 CM² = 51,84 M²
8 100	64	518400 CM² = 51,84 M²

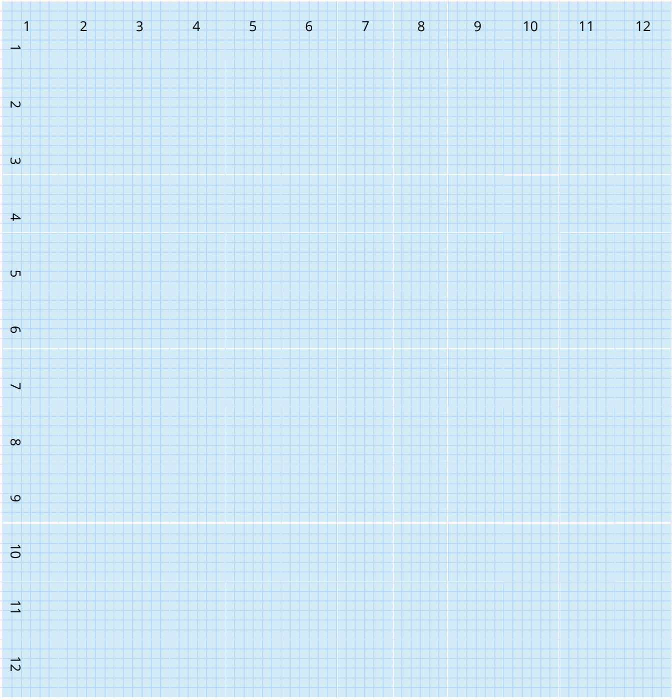
Em linguagem matemática, duas grandezas são inversamente proporcionais quando o produto dessas grandezas é constante, ou seja, quando multiplicamos os correspondentes dessas grandezas, o resultado não se altera.

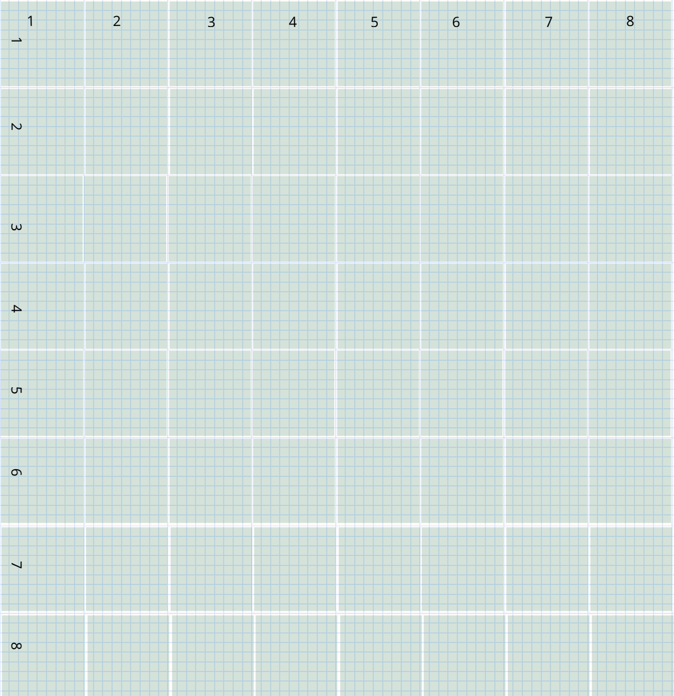
Tamanho da unidade de piso dado pela área do mesmo em cm² → $Y \cdot X = K$

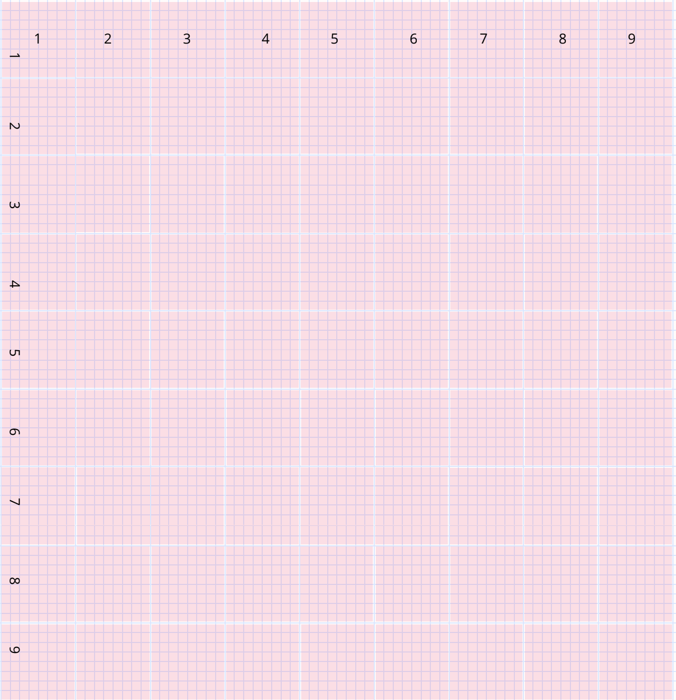
Quantidade de unidades

Área da casa 54,84m²

No âmbito das formas, na parte geométrica da atividade, não importava o tamanho do piso, pois sempre havia um quadrado do mesmo tamanho que representava a casa, de modo que a representação da casa era constante e formava um quadrado composto por 5184 quadradinhos.

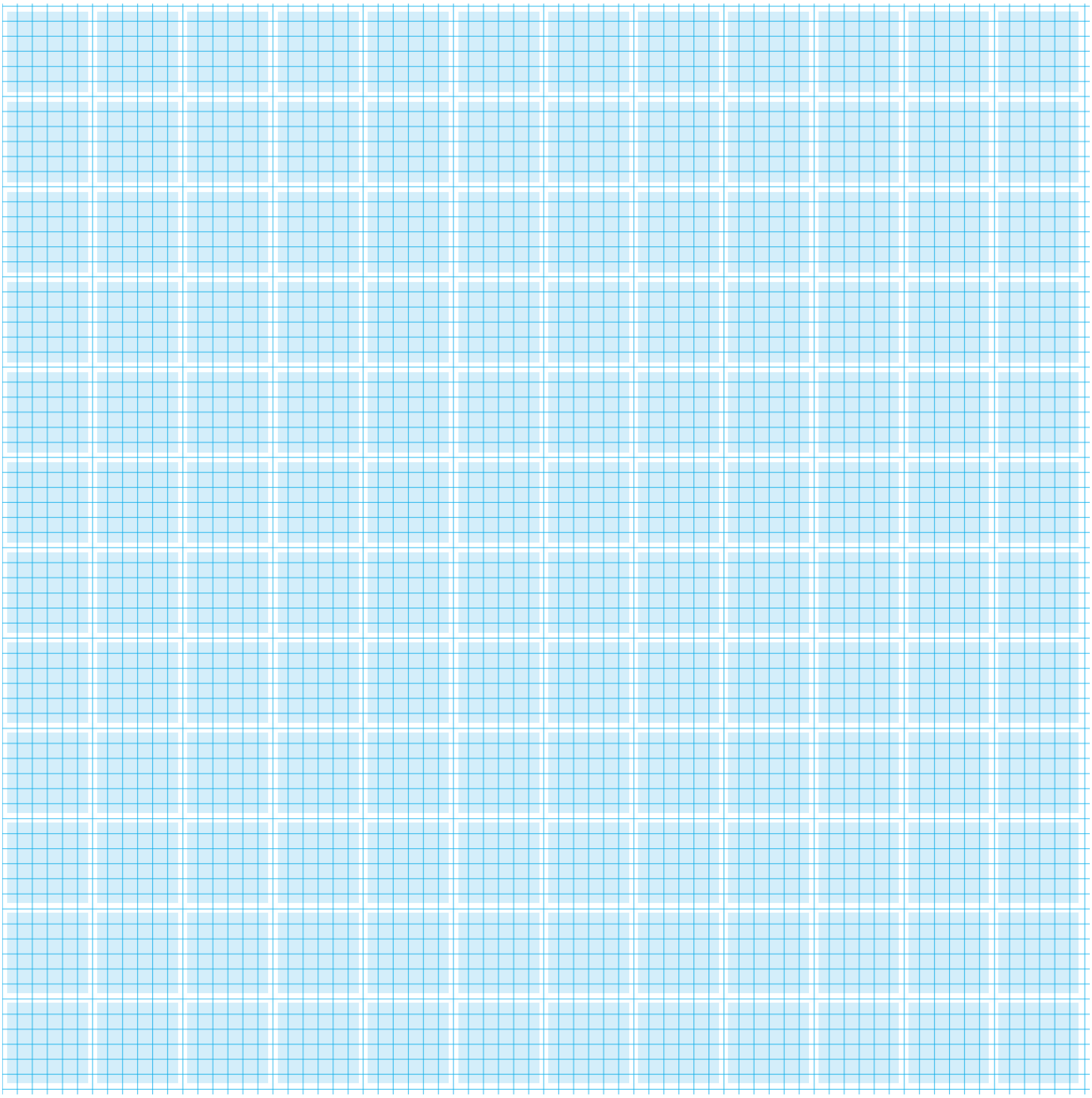






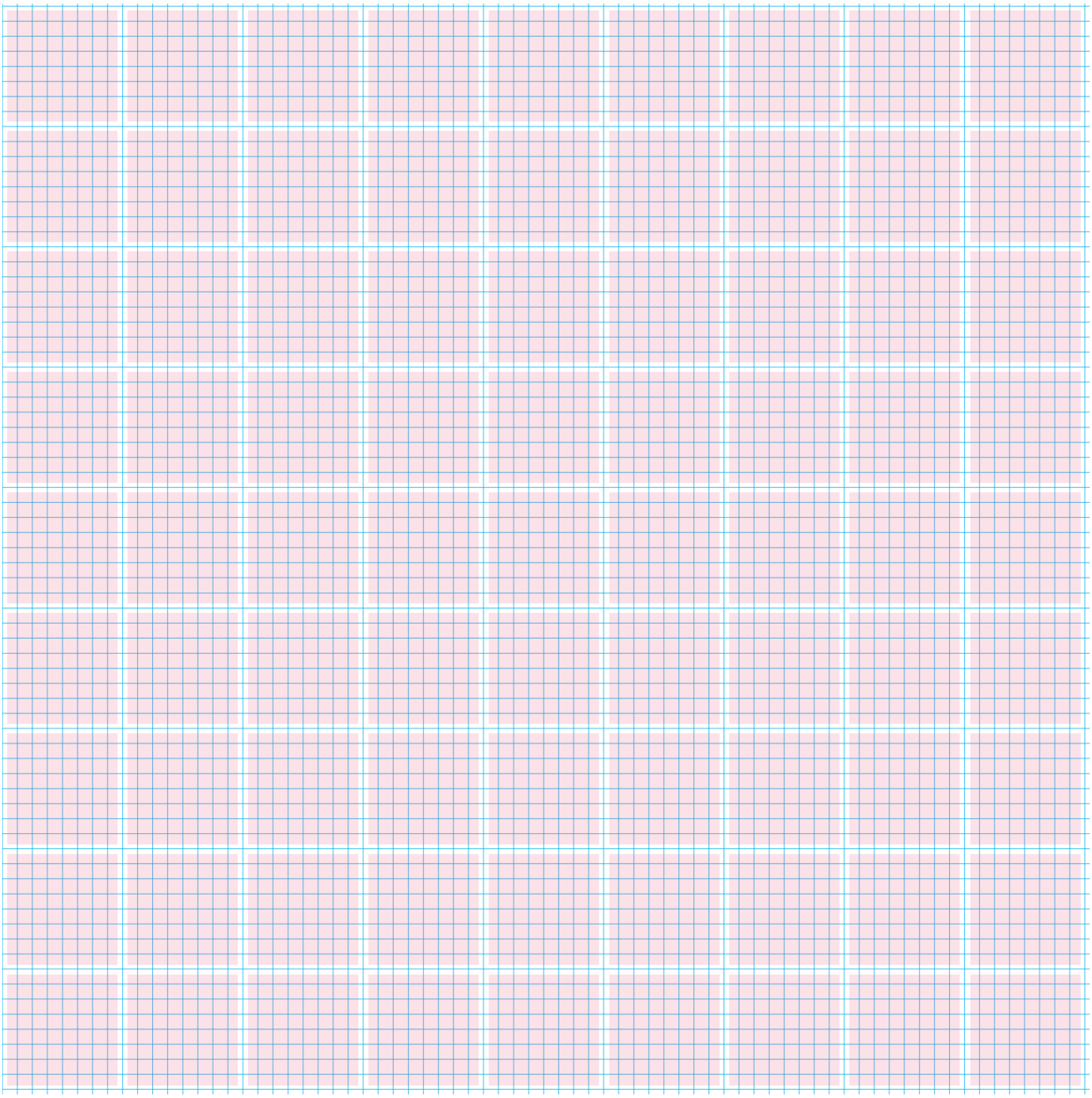
MALHA QUADRICULADA 72 X 72

MALHA QUADRICULADA 72 X 72 COM REPRESENTAÇÃO DE CERÂMICA 60X60CM SOBREPOSTA



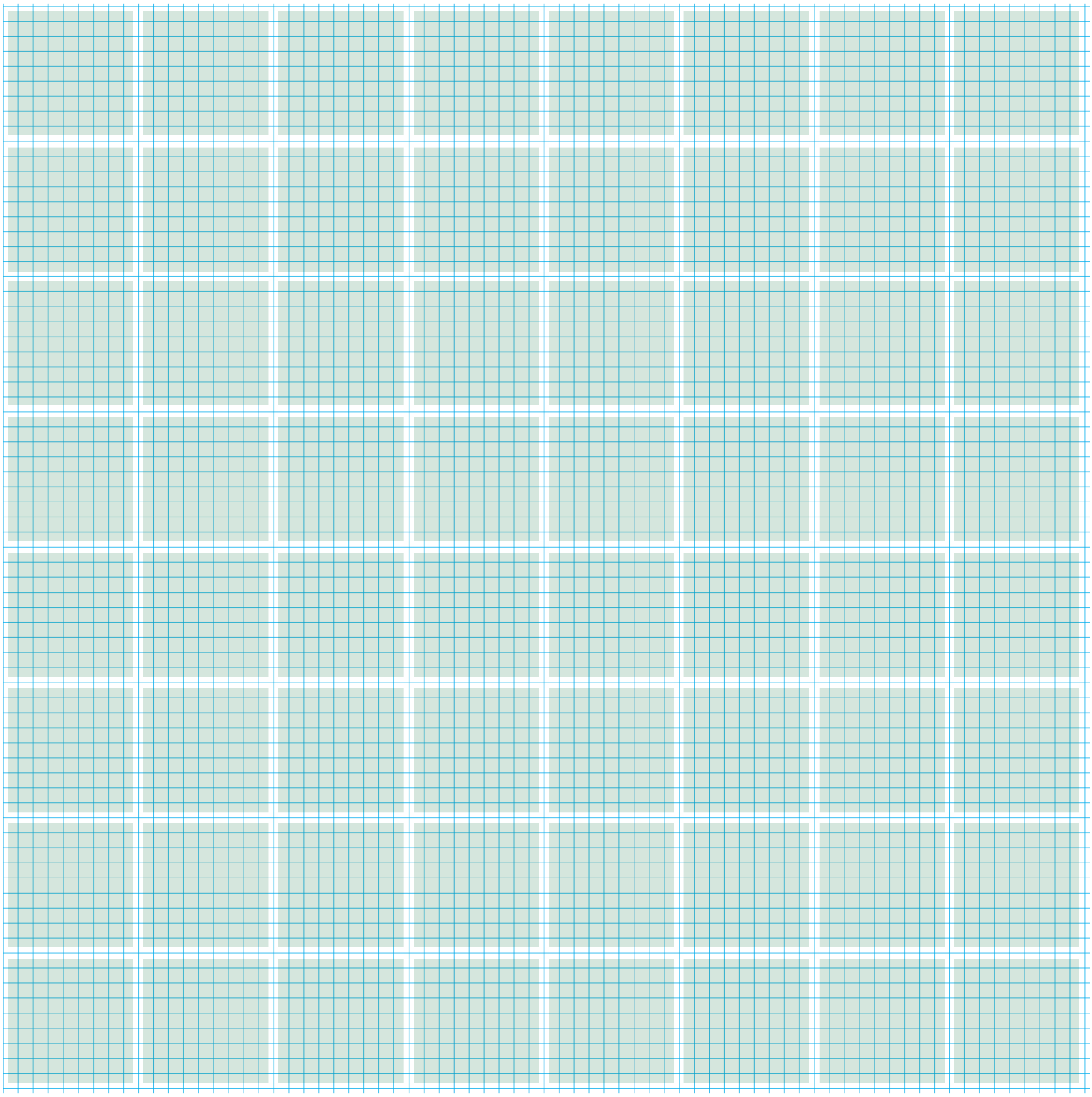
REPRESENTAÇÃO DE CERÂMICA 60X60CM
PARA SOBREPOR NA MALHA E VISUALIZAR CONTRA A LUZ

MALHA QUADRICULADA 72 X 72 COM REPRESENTAÇÃO DE CERÂMICA 80X80CM SOBREPOSTA



REPRESENTAÇÃO DE CERÂMICA 80X80CM PARA SOBREPOR NA MALHA E VISUALIZAR CONTRA A LUZ

MALHA QUADRICULADA 72 X 72 COM REPRESENTAÇÃO DE CERÂMICA 90X90CM SOBREPOSTA



REPRESENTAÇÃO DE CERÂMICA 90X90CM
PARA SOBREPOR NA MALHA E VISUALIZAR CONTRA A LUZ

Professor(a), se quiser ampliar o trabalho com a habilidade, vamos realizar outro experimento que envolva proporção direta, utilizando sombra de objetos.

Será que a sombra de um objeto é diretamente proporcional ao tamanho do objeto real?

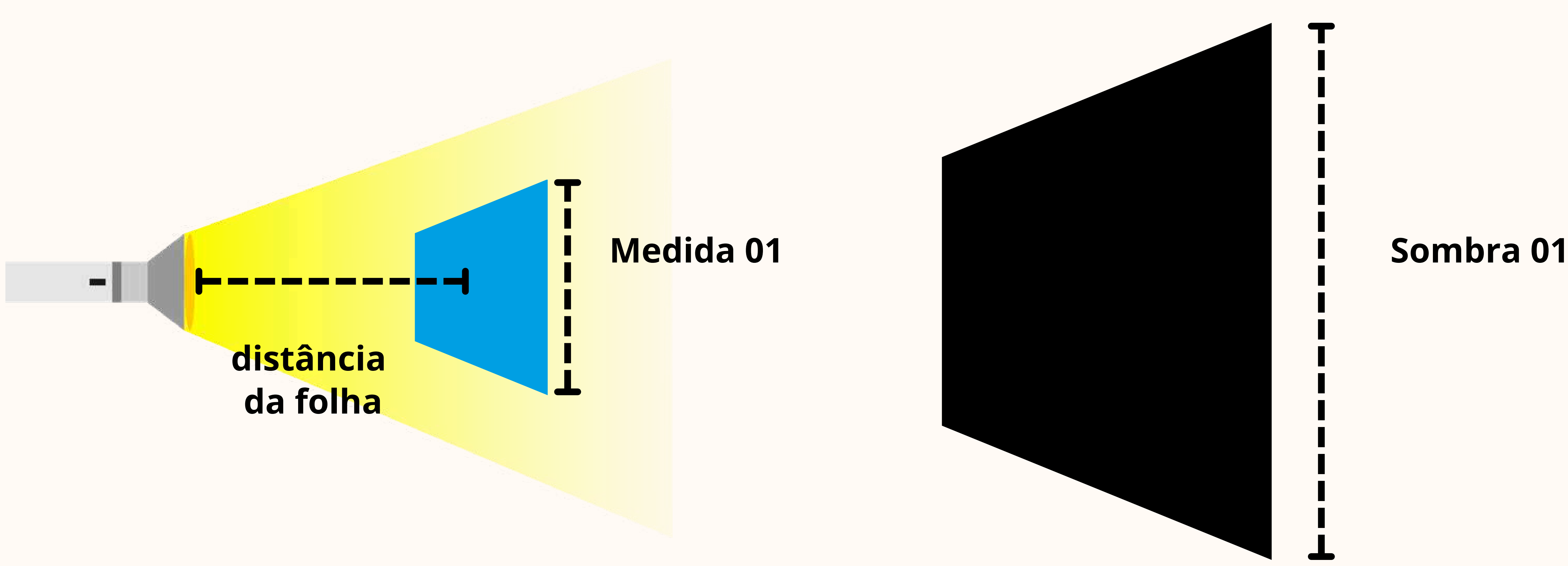
Nesta atividade, simularemos uma situação em que não é possível acessar uma determinada distância para realizar a medição. Dialogue com os(as) estudantes estabelecendo uma analogia com o experimento anterior.

Divida os(as) estudantes em grupos e entregue a cada um uma folha de tamanho previamente definido (por exemplo, meia folha A4 ou um quarto de uma folha deixe que cada grupo possa escolher o tamanho inicial da sua).

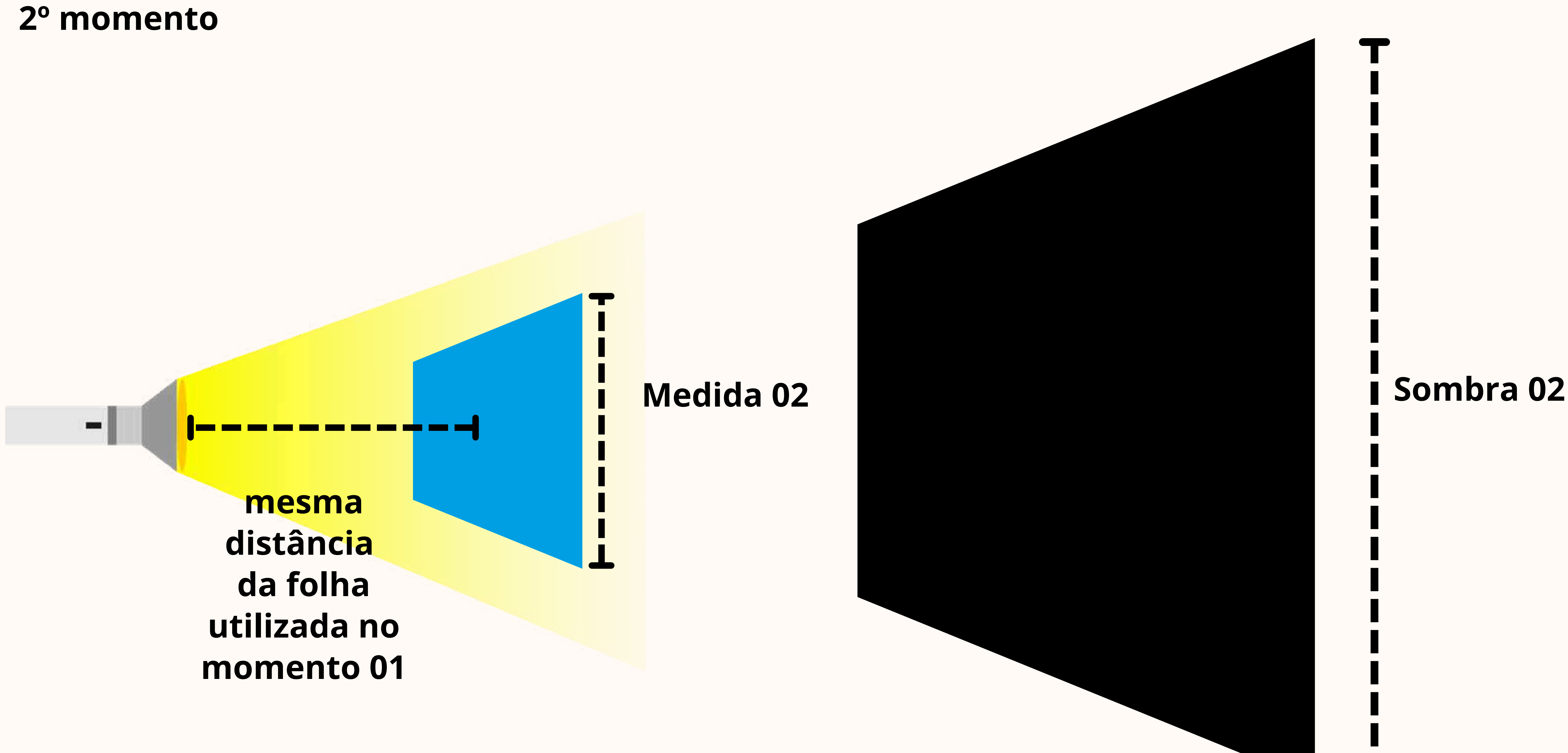
Peça que eles(as) posicionem a folha entre uma fonte de luz e uma superfície como parede ou chão, de modo que a folha projete uma sombra. Cada grupo deverá medir diretamente na superfície projetada o comprimento da sombra formada — essa será a “sombra 1”. Em seguida, oriente-os(as) a substituir a folha por outra de tamanho diferente (por exemplo, uma folha inteira), mantendo o ângulo de incidência e a mesma distância entre a folha e a fonte de luz. Eles(as) deverão repetir o procedimento e medir o novo comprimento da sombra projetada, registrando-o como “sombra 2”.

Por fim, os(as) estudantes deverão comparar as razões entre as medidas da folha e as respectivas sombras, verificando se são proporcionais à razão entre os comprimentos das sombras.

1º momento

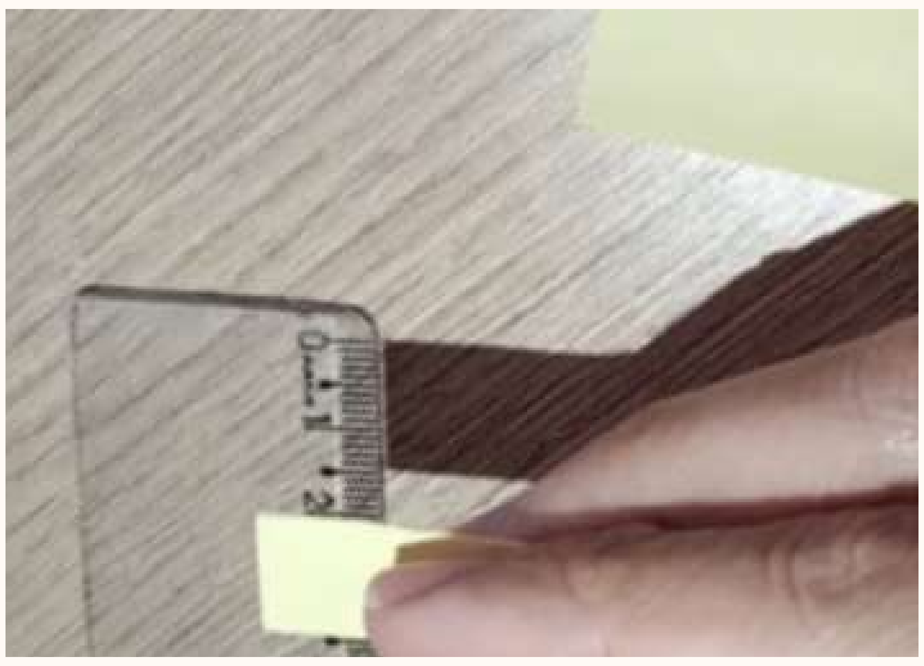


2º momento

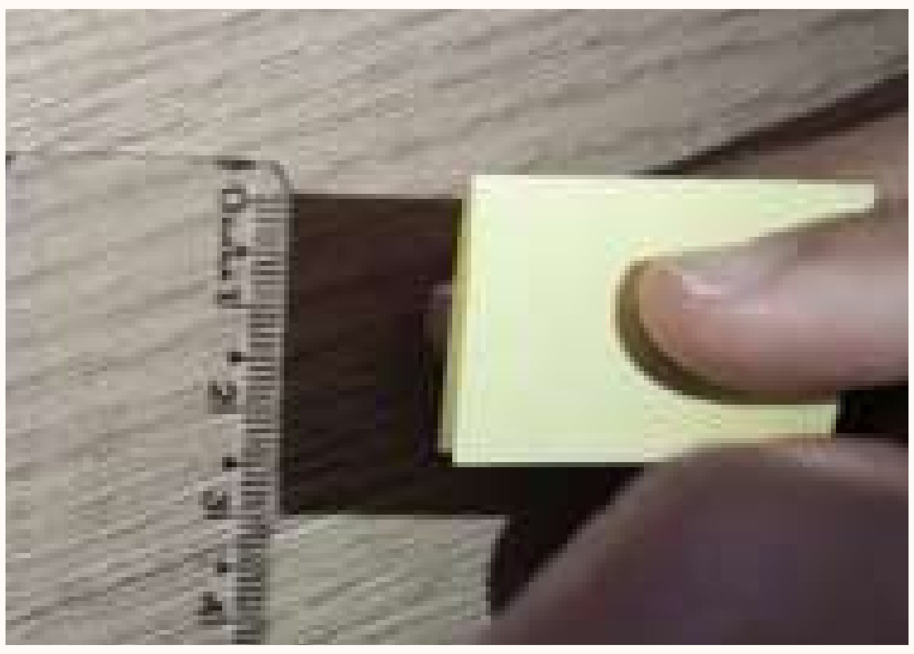


Exemplo ilustrativo:

1º momento



2º momento



Pontos de atenção

- Quanto maior o objeto, melhor será a realização do experimento, pois os ângulos de medição e de luz influenciam.
- Existem imperfeições nas dobras e existem imperfeições no processo de medida, mas será possível perceber alguma tendência de resultados.
- **Os resultados dos(as) estudantes não serão iguais, mas apresentarão tendências previsíveis.**

Professor(a), solicite que os(as) estudantes construam uma tabela com os dados.

Momento	Tamanho da folha em cm	Tamanho da sombra em cm
Primeira medição	1,2	1,5
Segunda medição	2,5	3

X2 X2

Se multiplicamos por 2 uma grandeza, a outra tende a multiplicar por 2.

Duas grandezas são diretamente proporcionais quando o aumento ou a diminuição de uma delas implica o aumento ou a diminuição da outra na mesma proporção.

$$\frac{Y}{X} = K$$

Matematicamente, **duas grandezas são diretamente proporcionais** quando o quociente dessas grandezas é constante, ou seja, **quando dividimos uma pela outra e o resultado dessa divisão não se altera**.

Contextualizando, temos essa expressão:

$$\frac{\textbf{Medida 02}}{\textbf{Sombra 02}} = \frac{\textbf{Medida 01}}{\textbf{Sombra 01}} =$$ **O RESULTADO É O MESMO PARA OS DOIS CASOS, OU TENDE A SER O MESMO EM EXPERIMENTOS**

Sistematizando:

Podemos verificar pelo experimento que, à medida que aumentamos o tamanho do objeto, a sombra desse objeto cresce na mesma proporção. Em alguns grupos, a depender do tamanho do papel escolhido inicialmente, a dimensão do crescimento da sombra pode tender a dobrar ou tender a quadriplicar, para os grupos que utilizaram respectivamente meia folha e um quarto de folha.

É possível calcular a relação entre **grandezas** proporcionais utilizando regra de 3.

Por exemplo, resolvendo o primeiro problema, em que **144 unidades** do piso 60x60 com área de **3600cm²** cobrem o chão de uma casa, **quantas unidades** serão necessárias utilizando-se unidades de cerâmica de tamanho 80x80cm (**6400cm²** de área)?

Sistematizando as informações do problema:

Resolução via regra de 3, determinando o número de peças 80x80cm

Área do piso	Quantidade de peças
3600 ↓	144 ↑
6400	x

Lemos assim **3600** está para **144**, assim como **6400** está para **x**

6400	144
3600	x

Invertemos a coluna, pois são grandezas inversamente proporcionais.

$$6400 \cdot x = 3600 \cdot 144$$

$$x = \frac{3600 \cdot 144}{6400} \longrightarrow x = \frac{36 \cdot 144}{64} \longrightarrow x = \frac{5184}{64} \longrightarrow x = 81 \text{ unidades}$$

Calculando o número de unidades de cerâmica para um revestimento com dimensões 90x90cm (8100cm²).

Resolução via regra de 3, determinando o número de peças 90x90cm

Área do piso	Quantidade de peças
3600 ↓	144 ↑
8100	x

Lemos assim: **3600** está para **144**, assim como **8100** está para **x**

8100	144
3600	x

Invertemos a coluna, pois são grandezas inversamente proporcionais.

$$8100 \cdot x = 3600 \cdot 144$$

$$x = \frac{3600 \cdot 144}{8100} \quad x = \frac{36 \cdot 144}{81} \longrightarrow x = \frac{5184}{81} \longrightarrow x = 64 \text{ unidades}$$

Professor(a), reflita com os(as) estudantes que, no algoritmo, ao realizarmos a inversão, estamos utilizando o princípio da proporção inversa (o produto das grandezas inversamente proporcionais é constante), em que escrevemos a mesma equação resolutiva:

$$6400 \cdot x_1 = 3600 \cdot 144$$
$$8100 \cdot x_2 = 3600 \cdot 144$$

➡ $Y \cdot X = K$

Considere agora que, no segundo experimento (da medição das sombras), tivéssemos a seguinte situação:

> Um estudante registrou o tamanho de **20 cm** para um objeto**.** Ao medir a sombra desse objeto, percebeu que a sombra desse agora mede 100 cm, mantendo as mesmas condições de medição. Qual será a sombra desse objeto se ele tiver seu tamanho reduzido para 12,6 cm?

Resolvendo via regra de 3, aconselhamos que você, professor(a), construa uma tabela com os dados do problema, resolvendo no quadro com os(as) estudantes.

Tamanho real	**sombra do objeto**
20	**100**
12,6	**x**

Lemos assim: **20** está para **100**, assim como **12,6** está para **x**

Neste caso, não invertemos a proporção, pois são grandezas diretamente proporcionais.

$$20 \cdot x = 100 \cdot 12{,}6$$

$$x = \frac{100 \cdot 12{,}6}{20} \longrightarrow x = \frac{1260}{20} \longrightarrow x = \frac{126}{2} \longrightarrow x = 63 \text{ cm}$$

Resumo

1) Estruturamos uma tabela com as correlações das grandezas.
2) Ajustamos as unidades das grandezas quando necessário.
3) Analisamos as grandezas, se elas são direta ou inversamente proporcionais, e invertemos a proporção, no caso da relação de proporção inversa.
4) Realizamos a multiplicação cruzada e resolvemos a equação construída a partir do algoritmo da regra de 3.

JOGOS MATEMÁTICOS

Para melhor desenvolvimento da habilidade, preparamos um jogo em formato de quiz, que pode ser acessado por meio do link ou do QR Code:

https://wordwall.net/pt/resource/93045321

PRÁTICA 2: DETETIVE: INVESTIGANDO O ACASO

Habilidade: EF07MA34 - Planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulações que envolvem cálculo de probabilidades ou estimativas por meio de frequência de ocorrências.

Objeto de conhecimento: Princípio fundamental da contagem.

Expectativa de aprendizagem: Resolver problemas de contagem utilizando o princípio multiplicativo.

Materiais necessários:

- 1 moeda ou 1 dado por grupo
- 1 copo ou recipiente semelhante
- Folha para registro ou tabela impressa
- Lápis e borracha
- Quadro ou projetor

APRESENTAÇÃO E CONCEITUAÇÃO

Professor(a), nesta atividade, os(as) estudantes irão planejar, realizar e analisar um experimento aleatório, percebendo que a probabilidade pode ser estimada a partir da frequência com que um resultado aparece. A proposta permite que eles(as) testem hipóteses, registrem dados e comparem resultados experimentais com previsões teóricas. Você pode organizar a turma em grupos com 3 ou 4 estudantes para o desenvolvimento da atividade.

Nesta proposta, trabalharemos a partir da dualidade entre dois domínios da probabilidade: a **Probabilidade Teórica**, fundamentada na análise lógica do espaço amostral, e a **Probabilidade Empírica**, baseada na experimentação e no levantamento de dados empíricos. A escolha por estruturar o material dessa forma visa proporcionar aos(às) estudantes uma vivência comparativa, em que eles(as) possam confrontar o que a matemática prevê com o que a realidade apresenta, favorecendo a compreensão da Lei dos Grandes Números por meio da investigação.

O experimento referente à Probabilidade Teórica apresenta uma situação-problema mais delimitada e previsível. Ao analisar a estrutura física de moedas ou dados, os(as) estudantes lidam com resultados equiprováveis e contáveis, o que permite uma condução mais objetiva da atividade. Essa etapa facilita a observação direta da razão entre casos favoráveis e casos possíveis, consolidando a base conceitual antes da prática de campo.

O experimento voltado à Probabilidade Empírica (a coleta de dados) assume um caráter puramente empírico, o que implica desafios adicionais no processo de mediação. Como o acaso é inerente a pequenas amostras, os resultados apresentarão variações naturais entre os grupos de "detetives". Cabe a você, professor(a), uma atuação ativa na condução das discussões, provocando os(as) estudantes a refletirem sobre o porquê dessas discrepâncias e sobre como o aumento do número de testes (a transição do dado individual para o dado coletivo da turma) impacta na estabilização dos resultados.

Dessa forma, busca-se consolidar o entendimento de que a matemática não serve para prever o resultado isolado, mas sim para compreender as probabilidades que regem o mundo real.

OBJETIVO DA AULA

Compreender a diferença entre a probabilidade teórica (o que se espera) e a frequência empírica (o que realmente acontece) por meio de um experimento prático.

UM POUCO DE HISTÓRIA

A história da teoria das probabilidades revela uma transição significativa: de práticas empíricas ligadas a jogos para a construção de um dos campos mais rigorosos da matemática moderna. Embora civilizações antigas já utilizassem dados e sorteios, foi apenas no século XVII que a probabilidade começou a se constituir como área de estudo sistemática.

Um marco fundamental ocorreu em 1654, na correspondência entre Blaise Pascal e Pierre de Fermat. Motivados por problemas práticos, como o “problema dos pontos” — que trata da divisão justa de apostas em jogos interrompidos —, eles desenvolveram métodos baseados em raciocínio combinatório, permitindo calcular antecipadamente as chances de diferentes resultados.

Antes mesmo desses avanços, o matemático Gerolamo Cardano já havia analisado jogos e descrito ideias iniciais sobre probabilidade em sua obra *Liber de Ludo Aleae*, publicada postumamente. Posteriormente, Christiaan Huygens aprofundou esses estudos ao criar o conceito de esperança matemática, essencial para a tomada de decisões em situações de incerteza.

No final do século XVII, Jacob Bernoulli formulou a Lei dos Grandes Números, demonstrando que, à medida que o número de repetições de um experimento aumenta, a frequência relativa de um evento tende a se aproximar de sua probabilidade teórica. Esse resultado estabeleceu uma conexão fundamental entre experimentação e teoria, sendo hoje uma base importante para métodos estatísticos e simulações.

Nos séculos seguintes, a teoria das probabilidades foi ampliada e refinada. Abraham de Moivre e Pierre-Simon Laplace desenvolveram métodos analíticos que permitiram aproximar distribuições de probabilidade, contribuindo para o surgimento da distribuição normal e para o avanço da estatística. No século XIX, a aplicação da probabilidade à realidade social ganhou destaque com Florence Nightingale, que utilizou dados estatísticos e representações gráficas para analisar padrões de mortalidade e promover melhorias na saúde pública, evidenciando o papel da análise de dados na tomada de decisões.

No século XX, a teoria atingiu alto grau de rigor com Andrey Kolmogorov, que axiomatizou a probabilidade com base na teoria da medida, consolidando-a como um ramo formal da matemática. Paralelamente, o desenvolvimento computacional possibilitou novas abordagens, como o método de Monte Carlo, desenvolvido por Stanislaw Ulam e John von Neumann, que utiliza simulações aleatórias para resolver problemas complexos.

Assim, a probabilidade evoluiu de uma ferramenta associada ao acaso para um instrumento essencial na ciência contemporânea, permitindo modelar fenômenos naturais, sociais e tecnológicos, além de fundamentar a análise de dados e a tomada de decisões em contextos de incerteza.

Professor(a), explique que cada grupo fará uma investigação a partir de experimentos aleatórios e depois todos irão comparar os resultados.

Cada grupo (unidade de investigação) receberá os dispositivos e uma "Ficha de Evidências" (ao final desta atividade). Serão aplicados dois experimentos (investigações). Em cada experimento, os(as) estudantes deverão desenvolver os passos e anotar os resultados na Ficha de Evidências.

Experimento:

SE FOR UMA MOEDA:

Você pode começar instigando os(as) estudantes a refletirem a respeito dos seguintes questionamentos:

- Se eu jogar uma moeda para o alto, qual a chance de sair cara?

Provavelmente, algum(a) estudante dirá 50% ou metade.

Continue o diálogo:

- E se jogarmos a moeda 10 vezes, será que sairão exatamente 5 caras e 5 coroas?
- Como poderíamos descobrir isso?

Depois, explique que eles(as) irão fazer um experimento para investigar isso na prática. Após a explicação, faça as perguntas para que o(a) estudante não tenha dúvidas a respeito da prática proposta.

- **Quantas vezes vamos lançar a moeda?**

Realizar 40 lançamentos (cada lançamento vale 2,5%, ou basta dividir por 40 e multiplicar por 100). O valor esperado é redondo: 20 Caras e 20 Coroas.

- **O que vamos registrar?**

Os(as) estudantes devem anotar cada resultado e, ao final, calcular a Frequência Relativa de cada face. Exemplo: A face Coroa apareceu 26 vezes. Frequência = 26/40 = 13/20= 65%.

Com 40 lançamentos, a variabilidade individual pode ser alta.

- Em um grupo, a face “Coroa” pode não sair 5 vezes.
- Em outro, pode sair 20 vezes. Isso é ótimo! Se o resultado de todos os grupos fosse perfeito desde o início, não haveria necessidade de uma investigação. Essa diferença entre os grupos é o que justifica a necessidade de olhar para o todo (a amostra da turma).

Escala	Total de Lançamentos	Resultado Esperado (Cara)	Comportamento dos Dados
Individual (dupla)	40	20	Grande variação (Imprevisível)
Pequeno grupo (3 grupos)	120	60	Começa a equilibrar
Turma toda (10 grupos)	400	200	**Convergência para os 50%**

Professor(a), você será o Analista Chefe. Estruture um quadro, seguindo o exemplo apresentado, em que todos os grupos inserem seus resultados. Mostre para os(as) estudantes que, individualmente, os dados pareciam sem sentido. Coletivamente, as frequências de cada face estarão muito próximas de ½ (50%), no caso das moedas na utilização de dados. Você pode estruturar no quadro uma tabela como a apresentada no exemplo a seguir:

Escala	Total de lançamentos	Cara	Coroa
Grupo 1	40	15	25
Grupo 2	40	29	11
Grupo 3	40	16	24
Total da turma	120	60	60

Ao final dos lançamentos, você pode perguntar:

- Os resultados foram iguais?
- Algum grupo teve exatamente metade?
- Por que os resultados podem ser diferentes?

Para finalizar essa parte da prática, você pode explicar que:

EM EXPERIMENTOS ALEATÓRIOS, OS RESULTADOS PODEM VARIAR. MAS, QUANTO MAIS VEZES REPETIMOS O EXPERIMENTO, MAIS OS RESULTADOS TENDEM A SE APROXIMAR DA PROBABILIDADE ESPERADA.

Professor(a), você pode solicitar que os(as) estudantes escrevam um relatório final no caderno, respondendo:

- Por que os resultados individuais foram tão diferentes da Probabilidade Teórica?

R: Amostra pequena.

- O que aconteceu quando somamos os dados da sala toda?

R: Aproximação da teoria/Lei dos Grandes Números.

- Veredito: O acaso é previsível?

R: Sim, em grandes quantidades.

Se você quiser, pegue uma moeda e finja lançá-la, mas use uma tendência (ou apenas altere o resultado) dizendo que saiu Cara 10 vezes seguidas. Desafie os(as) estudantes: As minhas evidências dizem que Coroa não existe. Como vocês, como cientistas, podem desmentir o meu palpite?

DESENVOLVIMENTO

SE FOR UM DADO:

Você pode começar insitigando os(as) estudantes a refletirem a respeito dos seguintes questionamentos:

> SE EU JOGAR O DADO UMA VEZ PARA O ALTO, QUAL A CHANCE DE SAIR O NÚMERO 5?

Provavelmente, algum(a) estudante irá responder:

> 1 EM 6

Continue o diálogo:

> SE EU LANÇAR UM DADO E SAIR O NÚMERO 6 TRÊS VEZES SEGUIDAS, NA QUARTA VEZ É MAIS DIFÍCIL SAIR O 6 DE NOVO OU A CHANCE CONTINUA A MESMA?

> É POSSÍVEL PREVER EXATAMENTE QUAL NÚMERO VAI SAIR AGORA? E SE LANÇARMOS 1.000 VEZES, É POSSÍVEL PREVER QUANTAS VEZES O NÚMERO 1 VAI APARECER?

Após a discussão inicial com a turma, procure destacar o trabalho que será desenvolvido pelos grupos por meio de perguntas:

- **Quantas vezes vamos lançar o objeto (moeda ou dado, dependendo da sua escolha)?**

Realizar 24 lançamentos (número estratégico por ser divisível por 2, 3, 4 e 6), se optar por dados.

- **O que vamos registrar?**

Os(as) estudantes devem anotar cada resultado e, ao final, calcular a Frequência Relativa de cada face. Exemplo: A face 5 apareceu 6 vezes. Frequência = 6/24 = 1/4 = 25%.

Com apenas 24 lançamentos, a variabilidade individual é alta.
- Em um grupo, a face "6" pode não sair nenhuma vez.
- Em outro, pode sair 9 vezes. Isso é ótimo! Se o resultado de todos os grupos fosse perfeito desde o início, não haveria necessidade de uma conferência. Essa diferença entre os grupos é o que justifica a necessidade de olhar para o todo (a amostra da turma).

Escala	Número de lançamentos	Objetivo pedagógico
Individual (estudante)	24	Gerar o dado bruto e praticar frações.
Coletivo (turma)	Entre 240 a 300	Demonstrar a Lei dos Grandes Números e a Probabilidade Teórica.

Ao final dos lançamentos, você pode perguntar:
- Os resultados foram iguais?
- Algum grupo teve exatamente metade?
- Por que os resultados podem ser diferentes?

DESENVOLVIMENTO

Professor(a), lembre-se de que você é o Analista Chefe. Estruture um quadro (ou use uma planilha projetada) em que todos os grupos possam inserir seus resultados. Mostre para os(as) estudantes que individualmente, os dados pareciam sem sentido. Coletivamente, as frequências de cada face estarão muito próximas de 1/6 (aproximadamente 16,6%) na utilização de dados. Você pode estruturar no quadro uma tabela como apresentada no exemplo a seguir:

Unidade (Grupo)	Lançamentos	Face 1	Face 2	Face 3	Face 4	Face 5	Face 6
Grupo 01	24	2	6	4	5	3	4
Grupo 02	24	5	1	3	4	7	4
TOTAL ACUMULADO	**48**	**7**	**7**	**7**	**9**	**10**	**8**
Valor Esperado	*48*	*8*	*8*	*8*	*8*	*8*	*8*

- Explique que a matemática previu o resultado antes mesmo de jogarmos o dado.

Cálculo: P = 1 (face desejada) : 6 (total de faces). => dados

Evento Investigado	Probabilidade Teórica (Fração)	Resultado Esperado em 24 lançamentos	Porcentagem Aproximada
Sair uma face específica (ex: 4)	1/6	**4 vezes**	16,60%
Sair um número par (2, 4, 6)	3/6 ou 1/2	**12 vezes**	50%
Sair um número maior que 4 (5, 6)	2/6 ou 1/3	**8 vezes**	33,30%

- Compare o valor teórico com o valor do Planilhão da Turma.

Para finalizar essa parte da prática, você pode explicar que:

EM EXPERIMENTOS ALEATÓRIOS, OS RESULTADOS PODEM VARIAR. MAS, QUANTO MAIS VEZES REPETIMOS O EXPERIMENTO, MAIS OS RESULTADOS TENDEM A SE APROXIMAR DA PROBABILIDADE ESPERADA.

Professor(a), você pode solicitar aos(às) estudantes que escrevam um relatório final no caderno respondendo:

1. Por que os resultados individuais foram tão diferentes da Probabilidade Teórica?

R: Amostra pequena.

2. O que aconteceu quando somamos os dados da sala toda?

R: Aproximação da teoria/Lei dos Grandes Números.

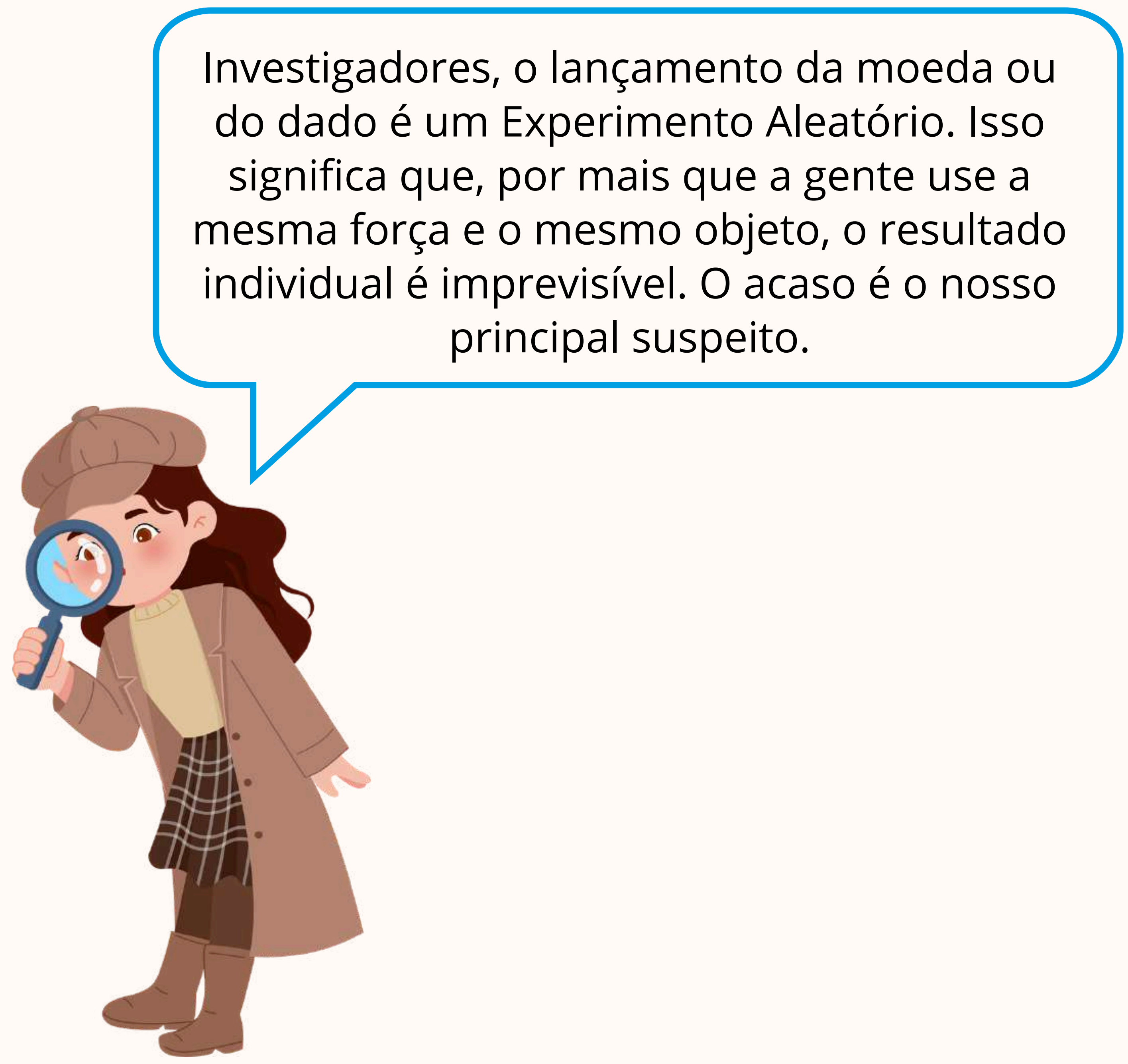
3. Veredito: O acaso é previsível?

R: Sim, em grandes quantidades.

Se você quiser estender as reflexões, coloque um pedacinho de fita adesiva pesada em uma das faces de um dos dados sem que os(as) estudantes vejam. Aquele grupo terá uma evidência real de dado enviesado, o que gera uma discussão incrível sobre ética e fraude em jogos.

SISTEMATIZANDO

Professor(a) ao sistematizar a aula, você pode continuar a brincadeira e propor:



- **Definição Formal:** Processo que, repetido sob mesmas condições, produz resultados variados e incertos.

- **Espaço Amostral:** O conjunto de todas as possibilidades. No nosso caso, S = {Cara, Coroa} e S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}.

Cálculo de probabilidade: Antes de tocarmos na moeda ou dado, a matemática já tem um palpite. Contamos as faces e queremos apenas 1, no caso da moeda a chance é de 1 em 2 e no dado 1 em 6."
- Cálculo: P(A) = {nº de resultados favoráveis / nº total de resultados possíveis}

Moeda: $\frac{1}{2} = 0,5$ = 50%

Dado: $\frac{1}{6} = 0,1666$ = 16,6%

Frequência relativa: Indica o que aconteceu de fato. É a razão entre o número de ocorrências de um evento e o número total de ensaios realizados.

Fórmula: = Ocorrências / Total de Tentativas

Observação: É aqui que os(as) estudantes percebem a oscilação. Um grupo terá 65% e o outro, 40%.

À medida que o número de repetições de um experimento aleatório aumenta, a frequência relativa observada tende a se aproximar da probabilidade teórica.

- Amostra Pequena (individual): Alta variabilidade e "ruído" estatístico.
- Amostra Grande (coletivo): Estabilidade e revelação do padrão matemático.

Professor(a), caso queria encerrar a aula de forma descontraída, leia o texto que deixamos no anexo desta atividade.

ATIVIDADE ADAPTADA - MISTÉRIO DAS CORES

Professor(a), em vez de cara/coroa, que são imagens parecidas, ou Dados numéricos, utilize fichas coloridas em uma sacola escura (exemplo: 5 azuis e 5 vermelhas).

- Por que: O estímulo visual da cor é mais imediato. O ato de "sortear" é mais controlado do que "lançar e cair no chão", o que ajuda na coordenação motora e no foco.

Em vez de escrever números em uma tabela, use o Método dos Recipientes:

- Coloque dois potes transparentes na mesa, um com etiqueta escrito AZUL e outro com etiqueta escrito VERMELHO.
- A cada sorteio, o(a) estudante coloca uma ficha dentro do pote correspondente.
- Resultado: no final, em vez de olhar para um número (ex.: 12), o(a) estudante olha para a estrutura. Ele(a) consegue ver fisicamente qual "lado" ganhou ou se estão iguais.

É possível explicar a Lei dos Grandes Números por meio da Constância:

- O conceito: "Não importa quantas vezes eu tire, sempre pode sair qualquer uma das duas cores, mas, no final, os potes ficam quase com a mesma quantidade."

ANEXO - PRÁTICA

Investigadores, recebemos a notícia de que o 'Acaso' está operando de forma irregular. Nossa missão é descobrir se a sorte pode ser mapeada ou se ela é totalmente caótica. Vocês receberão um dispositivo de teste (dados, fichas, tampinhas, moedas) e deverão extrair as evidências.

DETETIVE: DE ACORDO COM A FACE

FICHA DE MISSÃO #001

UNIDADE DE INVESTIGAÇÃO:____

AGENTES RESPONSÁVEIS:____

____

____

DATA: ____/____/_____ LOCAL: _______________________________________

1ª Investigação:
1. Fazer o lançamento da moeda 40 vezes.
2. Registrar cada resultado.
3. Calcular a frequência de ocorrência.

1. Hipótese inicial (palpite)

Antes de iniciar os testes, a unidade (grupo) deve prever o comportamento do acaso. Se lançarmos a moeda 40 vezes, quantas vezes acreditam que cada face aparecerá?
Previsão: Acreditamos que cada face aparecerá, em média, ________ vezes.

2. Coleta de evidências (o experimento)

Lancem a moeda e marquem cada ocorrência com um traço (|). No final, somem o total.

FACE DA MOEDA	REGISTRO DE LANÇAMENTOS (MARCAÇÕES)	FREQUÊNCIA ABSOLUTA (TOTAL)
Cara		
Coroa		
TOTAL		40

3. Análise Forense (cálculos)

A Frequência Relativa revela a porcentagem real de vezes que cada face apareceu no teste realizado. Calculem:
Face que mais apareceu: Face ______ (Frequência: ____ / 40)

4. **Confronte de dados**
Cálculo da porcentagem (dica: multiplique o total da face por 2,5): Exemplo: Se saiu 5 vezes → (5/40)x100 ou 5x2,5 = 12,5%

Nossa face mais frequente teve ________ % de ocorrência.
Agora, comparem os dados do grupo com o Quadro Geral da Central de Inteligência (dados da turma toda).
1. O resultado do grupo foi igual à Probabilidade Teórica (1/2 => 50%)? ( ) Sim ( ) Não
2. Quando olhamos para os dados da Turma Inteira, a frequência aproximou-se mais do valor esperado (50%)? ( ) Sim ( ) Não

5. Veredito final

Com base nas evidências coletadas, o que acontece com a "sorte" quando aumentamos o número de lançamentos?

____

____

____

Assinatura do Agente Chefe (Professor(a)): ____________________________________

DETETIVE: INVESTIGANDO O ACASO

FICHA DE MISSÃO #001

UNIDADE DE INVESTIGAÇÃO:____

AGENTES RESPONSÁVEIS:____

____

____

DATA: ____/____/_____ LOCAL: ______________________________________

Investigadores, recebemos a notícia de que o 'Acaso' está operando de forma irregular. Nossa missão é descobrir se a sorte pode ser mapeada ou se ela é totalmente caótica. Vocês receberão um dispositivo de teste (dados, fichas, tampinhas, moedas) e deverão extrair as evidências.

1ª Investigação:
1. Fazer o lançamento do dado 24 vezes.
2. Registrar cada resultado.
3. Calcular a frequência de ocorrência.

1. Hipótese inicial (palpite)
Antes de iniciar os testes, a unidade (grupo) deve prever o comportamento do acaso. Se lançarmos o dado 24 vezes, quantas vezes acreditam que cada face aparecerá?
Previsão: Acreditamos que cada face aparecerá, em média, ________ vezes.

2. Coleta de evidências (o experimento)
Lancem o dado e marquem cada ocorrência com um traço (|). No final, somem o total.

FACE DO DADO	REGISTRO DE LANÇAMENTOS (MARCAÇÕES)	FREQUÊNCIA ABSOLUTA (TOTAL)
Face 1		
Face 2		
Face 3		
Face 4		
Face 5		
Face 6		
TOTAL		**24**

3. Análise Forense (cálculos)
A Frequência Relativa revela a percentagem real de vezes que cada face apareceu no teste realizado. Calculem:
Face que mais apareceu: Face ______ (Frequência: ____ / 24)
Face que menos apareceu: Face ______ (Frequência: ____ / 24)

4. **Confronte de dados**
Cálculo da porcentagem (dica: multiplique o total da face por 4.08): Exemplo: Se saiu 6 vezes → 6/24 = 25%
Nossa face mais frequente teve ________ % de ocorrência.
Agora, comparem os dados do grupo com o Quadro Geral da Central de Inteligência (dados da turma toda).
1. O resultado do grupo foi igual à Probabilidade Teórica (1/6 => aprox. 16,6)? (   ) Sim   (   ) Não
2. Quando olhamos para os dados da Turma Inteira, a frequência aproximou-se mais do valor esperado (16,6%)? (   ) Sim   (   ) Não

5. Veredito final
Com base nas evidências coletadas, o que acontece com a "sorte" quando aumentamos o número de lançamentos?

____

____

____

Assinatura do Agente Chefe (Professor): ______________________________

ANEXO - FICHA DE MISSÃO ADAPTADA

FICHA DE MISSÃO: INVESTIGADOR DAS CORES

Nome: ____

Minha equipe: ____

1. Coleta de provas (sorteio)
Instrução: Sem olhar, tire uma ficha da sacola. Pinte um quadradinho da cor que saiu. Devolva a bolinha à sacola! Faça isso 10 vezes.

Resultados:

- AZUL: [☐] [☐] [☐] [☐] [☐] [☐] [☐] [☐] [☐] [☐]
- VERMELHO: [☐] [☐] [☐] [☐] [☐] [☐] [☐] [☐] [☐] [☐]

3. O veredito (qual ganhou?)
Verifique as linhas pintadas e compare os tamanhos delas). Qual a cor que tem mais quadradinhos pintados? (Pinte o círculo da cor vencedora)

(🔵) AZUL | (🔴) VERMELHO | (⚖️) IGUAL

ANEXO - FICHA DE MISSÃO ADAPTADA

FICHA DE MISSÃO: INVESTIGADOR DAS CORES

Nome: ____

Minha equipe: ____

1. Coleta de provas (sorteio)
Instrução: Sem olhar, tire uma ficha da sacola. Pinte um quadradinho da cor que saiu. Devolva a bolinha à sacola! Faça isso 10 vezes.

Resultados:

- AZUL: [☐] [☐] [☐] [☐] [☐] [☐] [☐] [☐] [☐] [☐]
- VERMELHO: [☐] [☐] [☐] [☐] [☐] [☐] [☐] [☐] [☐] [☐]

3. O veredito (qual ganhou?)
Verifique as linhas pintadas e compare os tamanhos delas). Qual a cor que tem mais quadradinhos pintados? (Pinte o círculo da cor vencedora)

(🔵) AZUL | (🔴) VERMELHO | (⚖️) IGUAL

ANEXO - CARTA DE FECHAMENTO

Atenção, investigadores!

A nossa missão de hoje está oficialmente encerrada e os dados foram processados.

O que descobrimos nas mesas de operação? Descobrimos que a 'sorte' é uma testemunha barulhenta e pouco confiável quando a ouvimos apenas uma ou duas vezes.

Nos vossos 20 lançamentos de moeda e nos 24 lançamentos de dados, o acaso tentou nos enganar com resultados rebeldes, fazendo parecer que um número era 'favorito' ou que a moeda tinha um lado preferido.

Porém, a matemática não se deixa enganar por amostras pequenas. Quando unimos as evidências de toda a corporação — somando os nossos 40 lançamentos de controle e os dados de cada dupla — a verdade apareceu. O 'ruído' individual deu lugar ao Padrão Coletivo.

Provamos hoje a Lei dos Grandes Números: a natureza pode ser caótica no detalhe, mas ela é rigorosamente organizada no todo. A Probabilidade Teórica de 50% para a moeda e 16,6% para o dado não é apenas um palpite no papel; é o destino para onde todos os lançamentos caminham quando temos paciência para observar o volume.

Lembrem-se: um bom estatístico nunca julga um fenômeno pelo primeiro resultado. Investiguem o todo, somem as evidências e deixem que os grandes números revelem a lógica por trás do caos.

Assim, declaro: caso encerrado!

Bom trabalho!

CONSIDERAÇÕES FINAIS E AVALIAÇÃO

Hoje, exploramos de forma prática e contextualizada as noções de probabilidade por meio de lançamentos aleatórios, compreendendo como o conhecimento matemático pode ser aplicado em situações reais, por meio do método científico.

Após essa prática, espera-se que os(as) estudantes tenham desenvolvido uma compreensão mais profunda sobre a distinção entre a probabilidade teórica e a frequência observada em experimentos aleatórios. A transição dos lançamentos individuais (40 ou 24 repetições) para a análise do montante da turma (400 ou mais lançamentos) é o ponto crucial para a percepção da Lei dos Grandes Números e da estabilidade estatística.

Posteriormente, verifique se os(as) estudantes estão aptos a aplicar os conceitos de espaço amostral, evento e cálculo de probabilidade, sendo capazes de realizar estimativas por meio da frequência de ocorrências tanto em contextos manuais (tabelas e frações) quanto em ferramentas digitais (planilhas eletrônicas ou simuladores de probabilidade).

A avaliação pode ser feita de forma contínua, levando em consideração a precisão na coleta de dados, a capacidade de organização das informações na Ficha de Missão e no relatório final e a qualidade das inferências feitas durante a discussão coletiva sobre a convergência dos resultados.

Caso queria levantar uma questão com o intuito de verificar se os(as) estudantes compreenderam as noções trabalhadas durante a prática, apresentamos uma sugestão:

Você é o analista de dados de um time de futebol. O batedor oficial de pênaltis do time treinou durante a semana e obteve os seguintes resultados em duas sessões de treino:

- Sessão A (manhã): Ele deu 5 chutes e acertou 4 gols (frequência de 80%).
- Sessão B (tarde): Ele deu 50 chutes e acertou 35 gols (frequência de 70%).

Qual das duas sessões fornece uma estimativa mais confiável sobre a real probabilidade de acerto desse jogador em um jogo oficial? Justifique sua resposta utilizando o conceito de tamanho de amostra e Lei dos Grandes Números.
R: A Sessão B (50 chutes) é mais confiável, pois, quanto maior o número de repetições (amostra), mais a frequência observada se aproxima da real capacidade (probabilidade teórica) do jogador, reduzindo o impacto da "sorte" ou de erros casuais.

REFERÊNCIAS

Simuladores de lançamento de moedas: https://www.dados-online.pt/cara-ou-coroa.html ou https://app-sorteos.com/pt/apps/cara-ou-coroa
Simuladores de lançamento de dados: https://app-sorteos.com/pt/apps/dados-virtuais-online ou https://www.dados-online.pt/

JOGOS MATEMÁTICOS

Para complementar a atividade, deixamos um jogo de perguntas e respostas que pode ser acessado pelo link ou pelo QR Code:
https://wordwall.net/resource/109660142/untitled1

AULA 3: CALCULANDO MÉDIA E AMPLITUDE

Habilidade: EF07MA35 Compreender, em contextos significativos, o significado de média estatística como indicador da tendência de uma pesquisa, calcular seu valor e relacioná-lo, intuitivamente, com a amplitude do conjunto de dados.

Objeto de conhecimento: Promover a compreensão de média aritmética como um valor representativo de tendência central, utilizando a experimentação física (salto em distância) para que o estudante consiga calcular seu valor e estabelecer relações intuitivas entre a estabilidade da média e a amplitude (dispersão) dos dados coletados.

Expectativas de aprendizagem: Compreender a média como um "ponto de equilíbrio" e como a amplitude indica a dispersão dos resultados.

Materiais necessários:

- Fita métrica ou trena (fixada no chão com fita adesiva).
- Fita adesiva para marcar os saltos.
- Tabela de registro (papel ou planilha).

APRESENTAÇÃO E CONCEITUAÇÃO

Professor(a) nesta proposta, trabalharemos a partir de uma prática experimental que utiliza o movimento dos(as) estudantes como fonte primária de dados. A escolha por estruturar o material em torno do Salto em Distância visa proporcionar aos(às) estudantes uma vivência prática e comparativa entre duas noções importantes da análise de dados: a Média Aritmética e a Amplitude, favorecendo a compreensão conceitual por meio da experimentação direta.

O experimento referente à Média apresenta uma situação-problema mais delimitada e contável. Ao somar as distâncias dos saltos e dividi-las pelo número de executantes, os(as) estudantes manipulam resultados que permitem uma condução mais objetiva da atividade.

Média ($\bar{x}$): Compreendida como o ponto de equilíbrio ou o "valor justo" se todos tivessem o mesmo desempenho.

Já a análise da Amplitude (a diferença entre o maior e o menor salto) assume um caráter mais empírico e variável. Isso implica desafios adicionais no processo de mediação, pois os resultados variarão drasticamente entre os grupos: alguns serão muito "regulares" (baixa amplitude), enquanto outros serão muito "heterogêneos" (alta amplitude).

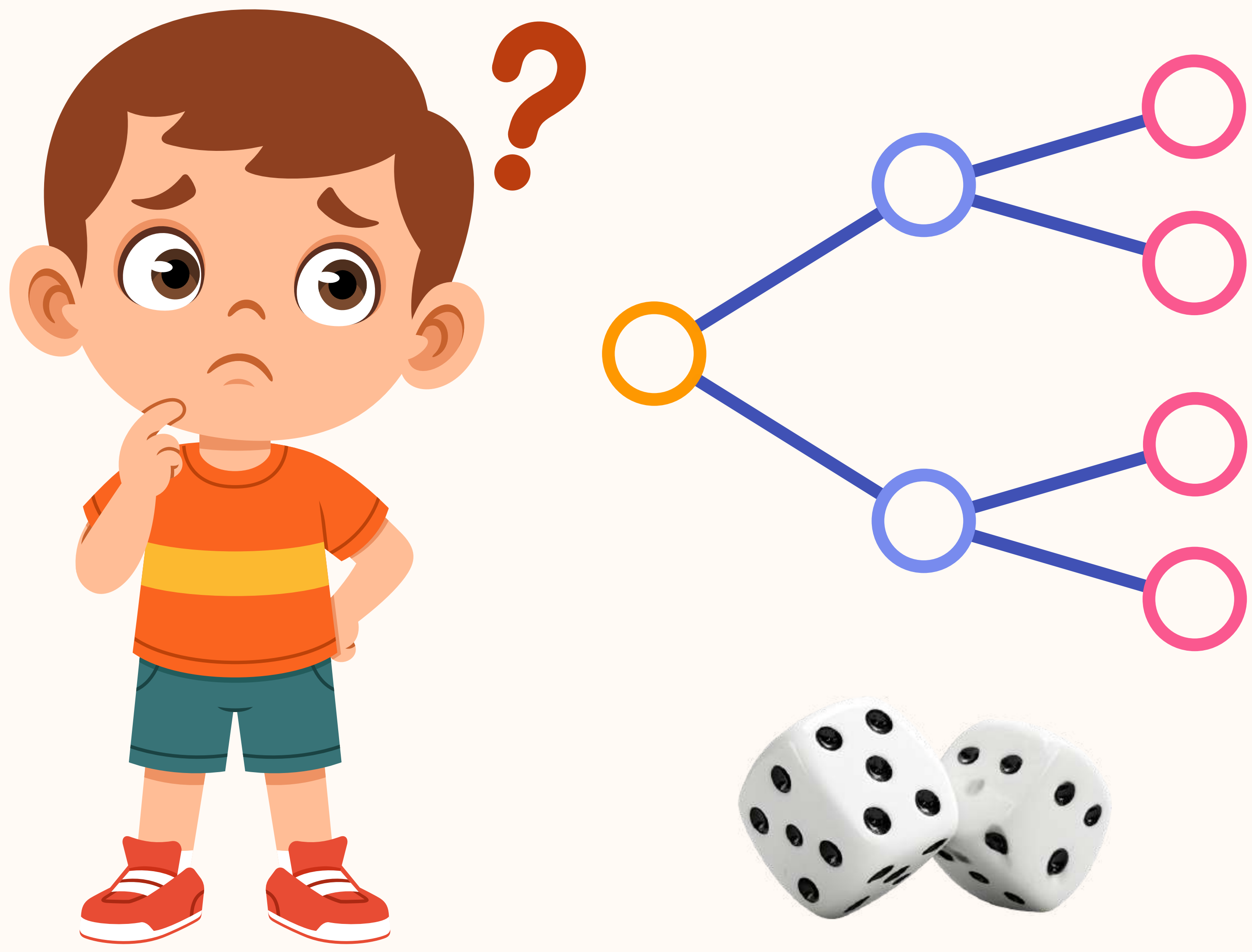
Amplitude (A): Compreendida como o indicador de regularidade ou dispersão. Quanto maior a amplitude, mais heterogêneo é o grupo.

A proposta é não apresentar a fórmula diretamente, mas, a partir da vivência, trabalhar noções de média e amplitude. Professor(a), você pode desenvolver esta prática de forma interdisciplinar com outras áreas e componentes, como Educação Física.

OBJETIVOS DA AULA

- Calcular a média aritmética de um conjunto de dados.
- Identificar o valor máximo, o valor mínimo e calcular a amplitude.
- Compreender a média como um "ponto de equilíbrio" e como a amplitude indica a dispersão dos resultados.

UM POUCO DE HISTÓRIA



A compreensão da média estatística como um indicador de tendência central, bem como sua relação com a dispersão dos dados, é resultado de um longo processo histórico que transformou ideias matemáticas elementares em ferramentas fundamentais para a análise científica e social. Embora a noção de “média” remonte à Antiguidade, quando pensadores ligados à tradição de Pitágoras estudavam diferentes tipos de médias — como a aritmética, a geométrica e a harmônica —, essas ideias estavam associadas a contextos numéricos e musicais, e não ainda à análise de dados como a conhecemos hoje.

Foi a partir da Idade Moderna, especialmente com o avanço da astronomia, que a média começou a adquirir um papel mais próximo do atual. Astrônomos como Tycho Brahe realizavam múltiplas medições de um mesmo fenômeno e buscavam formas de obter valores mais confiáveis diante das variações observadas. Esse contexto contribuiu para o desenvolvimento de métodos que combinavam diferentes observações, antecipando o uso da média como estratégia para reduzir erros.

No século XIX, o conceito de média foi ampliado e ganhou significado estatístico mais evidente com o trabalho de Adolphe Quetelet. Ao aplicar métodos matemáticos ao estudo da sociedade, Quetelet introduziu a ideia do “homem médio”, compreendendo a média como um valor representativo de uma população. Essa abordagem permitiu identificar regularidades em fenômenos coletivos e consolidou a média como uma medida central na análise de dados.

Paralelamente, matemáticos como Carl Friedrich Gauss e Adrien-Marie Legendre desenvolveram o método dos mínimos quadrados, fundamental para o estudo dos erros de medição e da distribuição dos dados em torno de um valor central. Esses trabalhos contribuíram para a compreensão de que a média, embora importante, não é suficiente para descrever completamente um conjunto de dados, sendo necessário considerar também a variabilidade — isto é, o grau de dispersão dos valores.

Nesse processo de aproximação entre matemática e realidade social, destaca-se a atuação de Florence Nightingale, que utilizou dados estatísticos para analisar padrões de mortalidade e defender reformas sanitárias (relacionadas ao saneamento básico, por exemplo). Seu trabalho evidenciou que a interpretação adequada de dados exige não apenas o cálculo de valores médios, mas também a análise das variações e desigualdades presentes nos conjuntos observados.

Ao longo do século XX, o desenvolvimento da estatística aprofundou o estudo das medidas de dispersão, como variância e desvio padrão, consolidando a ideia de que compreender um conjunto de dados envolve relacionar o valor central às suas variações. Assim, a média deixou de ser apenas uma operação aritmética para se tornar uma ferramenta essencial na interpretação de fenômenos, permitindo uma leitura mais crítica e completa da realidade.

Professor(a), em vez de apresentar a fórmula da média no quadro, você pode propor um desafio para a turma:

COMO PODEMOS DEFINIR O DESEMPENHO DE SALTOS DE UM GRUPO INTEIRO USANDO UM ÚNICO NÚMERO REPRESENTATIVO?

Após essa pergunta inicial, você pode solicitar aos(às) estudantes que formem grupos de no máximo seis estudantes. O espaço para o melhor desenvolvimento dessa prática deverá ser o pátio ou a quadra da escola. Cada grupo receberá um kit de materiais composto por: fita adesiva de duas cores, uma trena (ou fita métrica) e a ficha de registro para fazer as anotações referentes aos saltos das pessoas do grupo. Essa ficha está anexa ao final desta atividade.

Cada estudante do grupo deverá realizar um salto em distância (partindo do ponto inicial, **sem corrida**). Dois estudantes do grupo fazem a medição e outro(a) anota as distâncias. Professor(a), explique que as medições devem ser feitas do ponto inicial (ponto de partida) até o ponto onde o pé do(a) estudante toca o chão.

Professor(a), instrua os(as) estudantes a colocarem uma fita no chão (ex: cor branca) para marcar a linha de partida. O estudante saltador deve posicionar os pés imediatamente em cima da fita (Figura 1), sem ultrapassá-la. O grupo deve observar onde o calcanhar do(a) estudante tocou o chão primeiro. Imediatamente, outro(a) estudante cola uma fita de cor diferente (ex.: cor amarela) exatamente nesse ponto de toque. Após o salto do estudante deverá ser feita a medição da linha de saída até o ponto do salto do(a) estudante (Figura 2). Essa medida deverá ser anotada na ficha do grupo. O processo se repete até que todos do grupo tenham saltado.

Figuras 1 e 2 - desenvolvimento da prática

Imagem criada com IA

Professor(a), após a coleta, você pode optar por voltar à sala ou organizar os(as) estudantes em um círculo no pátio. Procure incentivar os grupos a iniciarem os cálculos:

- Cálculo da Média: Somam-se as distâncias e divide-se pelo número de saltadores.
- Identificação da Amplitude: Subtrai-se o menor salto do maior salto.

Para finalizar, você, professor(a), pode solicitar que cada grupo escreva uma frase definindo o seu desempenho:
- "Nosso grupo é regular (baixa amplitude)" ou
- "Nosso grupo é heterogêneo (alta amplitude)".

Durante os cálculos, se quiser levantar ainda mais reflexões entre os grupos, sugerimos algumas perguntas que podem ser levantadas:

1.Se tivéssemos que escolher apenas um valor para representar o potencial de salto do seu grupo em uma competição, a Média seria um valor justo? Por quê?
Resposta esperada: Depende da dispersão. Se os saltos forem próximos (baixa amplitude), a média é um excelente representante. Se houver saltos muito discrepantes (um muito alto e outro muito baixo), a média pode não ser "justa" porque não reflete o desempenho real de nenhum dos extremos. Professor(a), você pode levar o(a) estudante a refletir que a média é uma "simplificação", possibilitando uma comparação entre grupos diferentes, mas sozinha ela esconde as individualidades.

2.Se um colega que salta muito pouco (ou muito muito longe) entrasse no grupo hoje, o que mudaria de forma mais drástica: a Média ou a Amplitude?
Resposta esperada: A Amplitude sofreria o impacto mais imediato e visível, pois ela depende exclusivamente dos valores extremos (Máximo - Mínimo). A média também mudaria, mas de forma mais suave, pois ela é diluída pelo número total de participantes.

3.Imagine dois grupos com a Média de 140 cm. O Grupo A tem amplitude de 10 cm e o Grupo B tem amplitude de 100 cm. Em qual deles é mais fácil prever qual será o tamanho do próximo salto?
Resposta esperada: Como a variação é pequena, os dados do Grupo A são mais previsíveis e "confiáveis". No Grupo B, a incerteza é muito maior. A baixa amplitude (baixa variação) proporciona dados mais seguros e constantes.

4.**Onde mais vocês veem a 'Média' sendo usada no dia a dia? Vocês acham que nesses casos (como renda média ou notas) a Amplitude também deveria ser mostrada? Por quê?**
Resposta esperada: Em salários médios de uma profissão ou temperatura média de uma cidade. A amplitude deveria ser mostrada para que saibamos se há desigualdade (ex.: em uma cidade com média de 20°C, pode fazer 0°C à noite e 40°C de dia — uma amplitude perigosa que a média esconde). Se preferir uma discussão mais profunda pode falar a respeito da "Renda Média" de um país, que pode parecer alta, mas esconder uma grande desigualdade social (alta amplitude entre ricos e pobres).

Proposta Adaptada

Professor(a), nesta adaptação, substituímos temporariamente os números grandes por barbantes ou fitas coloridas, permitindo que o conceito matemático seja experimentado antes de ser calculado. Em vez de apenas anotar o número na tabela, cada estudante do grupo utiliza um barbante de cor diferente para medir seu próprio salto. O barbante é cortado exatamente no tamanho do salto realizado (da fita de saída até a fita de chegada).

Média: Para materializar a média, você pode ajudar o grupo a amarrar todos os barbantes uns nos outros, formando um "cordão gigante". Depois, esse cordão é dobrado em partes iguais (conforme o número de estudantes do grupo). O tamanho de uma dessas partes dobradas representa a Média.

Passo a passo do cálculo da Média

Imagens criadas por IA

Amplitude: Coloque todos os barbantes individuais lado a lado, do menor para o maior, em um painel ou no chão. A distância visual entre a ponta do barbante menor e a ponta do barbante maior é a Amplitude.

Barbante Maior

Diferença = Amplitude

Barbante Menor

Diferença entre eles

FICHA DE REGISTRO: O SALTO DA ESTATÍSTICA

Grupo: ____
____
____

Turma: 7º Ano ____ Data: ________/_________/2026

1. Coleta de dados (o experimento)
Realizem os saltos e registrem a distância alcançada por cada componente do grupo em centímetros (cm).

Nome do(a) estudante	Distância do Salto (cm)
1	
2	
3	
4	
5	
6	

Agora, utilizem os valores coletados para encontrar os indicadores do seu grupo:
A) Valor Máximo (Maior Salto): __________ cm
B) Valor Mínimo (Menor Salto): __________ cm
C) Amplitude (Diferença entre A e B): __________ cm
D) Soma de todos os saltos: __________ cm
E) Média Aritmética do Grupo: __________ cm

Dica: $\bar{x} = \frac{\text{Soma}}{\text{Quantidade de Alunos}}$

2. A média calculada na questão E está próxima aos valores anotados na tabela ou existe algum valor que "joga" os valores para cima?

____
____

3.Com base nos seus cálculos, marquem a opção que melhor descreve o desempenho do grupo:

- [ ] Grupo Regular: os saltos foram parecidos entre si (Amplitude Pequena). A média representa bem o grupo.
- [ ] Grupo Diversificado: os saltos foram muito diferentes (Amplitude Alta). A média foi influenciada por valores muito altos ou muito baixos.

4.Se o professor(a) fizesse um salto de 2,50 metros (250cm), o que aconteceria com a Média do seu grupo? Ela subiria, desceria ou permaneceria igual?

____
____

FICHA DE REGISTRO: O SALTO DA ESTATÍSTICA (ADAPTADA)

NOME: ____ DATA: ______/______/_____

1. O Meu Salto: Cole aqui um pedaço de fita ou desenhe uma linha para representar o "tamanho" do seu barbante:

2. Faça um desenho representando o cordão gigante para encontrar a média:

3.O Salto do Grupo (Média): Depois de dobrar o cordão gigante, qual foi o tamanho da "parte média"?

O tamanho da nossa média foi: (   ) Curto (   ) Médio (   ) Longo

4. Faça um desenho ou cole barbantes representando como foi encontrada a amplitude dos saltos:

5. A Diferença (Amplitude): Olhando para o menor e o maior barbante, o "espaço vazio" entre eles era:

(   ) Pequeno (Somos todos parecidos)   (   ) Grande (Somos todos muito diferentes)

PONTO DE PARTIDA	PONTO DE PARTIDA

CONSIDERAÇÕES FINAIS E AVALIAÇÃO

Professor(a), ao final desta prática experimental, espera-se que os(as) estudantes tenham desenvolvido uma compreensão mais profunda sobre as relações entre os cálculos de média e amplitude, percebendo como essas medidas auxiliam na interpretação real de um conjunto de dados. Espera-se que, ao concluir a atividade, o(a) estudante veja a média aritmética como um indicador de tendência central, compreendida não apenas como um algoritmo de soma e divisão, mas como um valor representativo que sintetiza o comportamento de um grupo. Da mesma forma, a amplitude deve ser consolidada como uma medida de dispersão essencial para que os(as) estudantes perceba, de forma intuitiva, a variabilidade e a regularidade dos dados coletados durante os saltos. É fundamental que eles(as) consigam notar que uma amplitude alta mostra um grupo muito diferente entre si, enquanto uma amplitude baixa revela um grupo mais constante. Posteriormente, verifique se eles(as) estão aptos a aplicar essas noções para explicar se a média calculada realmente "fala a verdade" sobre o desempenho da equipe ou se ela foi muito puxada por um valor extremo. A avaliação deve ocorrer de forma contínua, levando em consideração a participação dos(as) estudantes em todas as etapas, desde a organização das fitas e o uso da fita métrica até a análise final dos resultados obtidos.

REFERÊNCIAS

https://www.todamateria.com.br/media/
https://brasilescola.uol.com.br/matematica/medidas-dispersao-amplitude-desvio.htm

A Matemática pura é, à sua maneira,
a poesia das ideias lógicas.

Albert Einstein